

Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación
Vol. 12, N° 24, 1-19, julio – diciembre, 2026. ISSN: 2443 – 4566
https://doi.org/10.55560/arete.2026.24.12.16

EVOLUCIÓN DE LA NOCIÓN DE LÍMITE EN EL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS DE CHILE: ESTUDIO HISTÓRICO

EVOLUTION OF THE CONCEPT OF LIMIT IN THE MATHEMATICS CURRICULUM OF CHILE: A HISTORICAL STUDY

JOHN MATÍAS BAQUEDANO NAVARRO
UNIVERSIDAD DE LOS LAGOS, OSORNO, CHILE

DANIELA ANDREA ARAYA BASTIAS
UNIVERSIDAD CENTRAL DE CHILE, SANTIAGO, CHILE

RIGOBERTO MEDINA LEYTON
UNIVERSIDAD DE LOS LAGOS, OSORNO, CHILE

Fecha de recepción: 11 agosto 2026
Fecha de aceptación: 05 octubre 2026

RESUME

La incorporación del cálculo en la educación secundaria chilena ha atravesado diversos cambios curriculares desde 1970, con tratamientos diversos de la noción de límite según las orientaciones epistemológicas de cada época. El objetivo de este estudio es identificar dicho tratamiento durante el periodo 1970-2021, reconociendo las orientaciones curriculares, los enfoques didácticos y los significados parciales atribuidos a esta noción. Se realizó un estudio cualitativo con enfoque histórico-documental y análisis de contenido, utilizando como herramienta teórica el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS). Los resultados muestran un tratamiento predominantemente intuitivo, numérico y geométrico, con significados que abarcan desde la aproximación griega hasta la noción formal de Weierstrass, evidenciando la coexistencia de tratamientos opuestos dentro de un mismo periodo curricular (1982-1997). Se concluye que la complejidad epistemológica del límite sigue siendo un desafío didáctico no resuelto, y que esta reconstrucción constituye un marco de referencia para futuras revisiones curriculares y para la formación de profesores de matemática en Chile.

PALABRAS CLAVE: Estudio de contenido; Enfoque Ontosemiótico; Cálculo; Límites; Estudio histórico.

ABSTRACT

The incorporation of calculus into Chilean secondary education has undergone various curricular changes since 1970, with diverse treatments of the notion of limit according to the epistemological orientations of each era. The objective of this study is to identify such treatment during the period 1970-2021, recognizing the curricular orientations, didactic approaches, and partial meanings attributed to this notion. A qualitative study was conducted using a historical-documentary approach and content analysis, employing the Onto-Semiotic Approach to Mathematical Knowledge and Instruction (OSA) as a theoretical tool. The results show a predominantly intuitive, numerical, and geometric treatment, with meanings ranging from the Greek approximation to Weierstrass's formal

Baquedano Navarro, J., Araya Bastias, D. y Medina Leyton, R. (2025). Evolución de la noción de límite en el currículo de matemática de Chile. *Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación, 12*(24), 1-19. https://doi.org/10.55560/arete.2026.24.12.16

notion, evidencing the coexistence of opposing treatments within the same curricular period (1982-1997). It is concluded that the epistemological complexity of the limit remains an unresolved didactic challenge, and that this reconstruction constitutes a reference framework for future curricular revisions and for the training of mathematics teachers in Chile.

KEY WORDS: Content Analysis; Onto-Semiotic Approach; Calculus; Limits; Historical study.

1. INTRODUCCIÓN

El cálculo diferencial e integral constituye uno de los pilares fundamentales de la matemática moderna y desempeña un papel central en disciplinas como la física, la ingeniería, la economía y las carreras STEM (Parameswaran, 2007; Elia et al., 2009). Su enseñanza representa un desafío persistente tanto en la educación secundaria como en la superior, debido a la complejidad conceptual de sus nociones fundamentales, complejidad documentada internacionalmente por Bressoud et al. (2016), quienes muestran que la incorporación del cálculo ha seguido caminos diversos según el país: Alemania lo introdujo obligatoriamente desde 1927 con la definición épsilon-delta, lo que generó dificultades que impulsaron el movimiento New Math; Corea del Sur lo incorporó de forma elitista, provocando altas tasas de abandono escolar; Estados Unidos lo dejó como asignatura no obligatoria, cursada principalmente por estudiantes orientados a ciencia e ingeniería; y Uruguay lo limitó a un tratamiento algorítmico de límite y derivadas, con consecuencias importantes en la educación superior. En una línea complementaria, Artigue (1998) identificó que los cambios curriculares frecuentemente no resuelven las dificultades de aprendizaje si no van acompañados de una reflexión profunda sobre los significados epistemológicos de los objetos matemáticos involucrados. En conjunto, estos estudios evidencian que la forma en que los currículos y los textos escolares tratan las nociones del cálculo incide directamente en las posibilidades de comprensión de los estudiantes (Espinoza y Azcárate, 2000).

El caso chileno no ha estado ajeno a estas transformaciones curriculares, en un contexto donde la enseñanza de las matemáticas comenzó a profesionalizarse recién con la fundación del Instituto Pedagógico en 1889 (Gutiérrez y Gutiérrez, 2014). En 1970, los planes y programas de matemática incluyeron por primera vez tópicos del cálculo diferencial e integral, en el marco de la transición de la reforma educativa de Eduardo Frei Montalva a la administración de Salvador Allende (MINEDUC, 1970; Soto, 2010), situados en la Unidad N°2 de cuarto medio, "Elementos de análisis matemático". En 1980, con el traspaso de los colegios a la administración municipal, se incorporaron cursos electivos con un tratamiento intuitivo del límite, la derivada y el cálculo de máximos y mínimos (MINEDUC, 1982). En 1997 se introdujo la unidad de "Procesos infinitos", eliminando algunos contenidos y enfatizando los procesos recursivos (MINEDUC, 1998). El reajuste curricular de 2009 eliminó por completo los contenidos sobre límites, derivadas e integrales (MINEDUC, 2015), y en 2021 un último ajuste reincorporó la unidad de Cálculo en el Plan Diferenciado, con un tratamiento intuitivo y formal (MINEDUC, 2021). Esta trayectoria de incorporaciones, eliminaciones y reincorporaciones muestra que la presencia del cálculo en el currículo chileno ha sido inestable, lo que vuelve necesario examinar con qué significados y enfoques han sido tratadas sus nociones fundamentales en cada época.

Baquedano Navarro, J., Araya Bastias, D. y Medina Leyton, R. (2025). Evolución de la noción límite en el currículo de matemática de Chile. *Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación, 12*(24), 1-19. https://doi.org/10.55560/arete.2026.24.12.16

Entre dichas nociones destaca la de límite, que constituye la base conceptual de la continuidad, la derivada, la integral y las series (Sierpińska, 1985; Araya et al., 2021), y que constituye uno de los objetos matemáticos más desafiantes para su enseñanza y aprendizaje por sus dificultades epistemológicas (Artigue, 1995; Hitt, 2003; Mena-Lorca et al., 2015), cognitivas (Blázquez y Ortega, 2001; Bansilal y Mkhwanazi, 2022) y didácticas (Yıldız e İnceoğlu, 2020; Bustos y Ramos, 2022; González et al., 2024), lo que ha motivado numerosas investigaciones sobre su enseñanza y aprendizaje (Cory y Garafola, 2011; Fonseca y Henriques, 2018; Tuna et al., 2019; Kula y Bukova, 2019; Fonseca y Henriques, 2020; Arnal-Palacián y Claros-Mellado, 2022; Savuran e Isiksal-Boston, 2022; Fernández et al., 2024), así como sobre las prácticas y conocimientos de los profesores (Baquedano et al., 2026). Comprender estas dificultades exige, además, atender a la dimensión histórica y epistemológica del concepto, pues los significados que las instituciones educativas le han atribuido en cada época condicionan su enseñanza.

En esta dirección, diversos investigadores han desarrollado estudios históricos sobre el tratamiento del límite en el currículo y los libros de texto de España (Sierra Vázquez et al., 1999; Arnal-Palacián et al., 2024), mostrando Picado (2011) que el método histórico documental constituye una herramienta valiosa para reconstruir el significado institucional que distintas épocas han asignado a los objetos matemáticos. En el ámbito específico del límite, Medrano y Pino-Fan (2016) identificaron siete estadios en su evolución histórica, desde la aproximación geométrica griega hasta las generalizaciones del análisis moderno, mientras que Araya et al. (2021) propusieron seis significados parciales articulados mediante una configuración epistémica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS). Estas herramientas resultan pertinentes para analizar el tratamiento curricular del límite en Chile; sin embargo, hasta la fecha no existen estudios que hayan aplicado sistemáticamente la configuración epistémica del EOS, articulada con los significados parciales de Araya et al. (2021), al análisis del tratamiento curricular e histórico de esta noción en el contexto chileno.

A partir de estos antecedentes, se plantea la siguiente pregunta de investigación: ¿cómo ha sido abordada la noción de límite en los textos escolares y programas de estudio chilenos a lo largo de estas épocas, y desde qué significados históricos y epistemológicos ha sido tratada institucionalmente? El presente estudio tiene como objetivo identificar cómo ha sido tratada la noción de límite en los textos escolares y programas de estudio chilenos entre 1970 y 2021, reconociendo las orientaciones curriculares, los enfoques didácticos y los significados parciales atribuidos a esta noción. La relevancia de este estudio radica en que permite comprender de qué manera el tratamiento histórico de la noción de límite ha condicionado las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes, aportando una mirada situada que complementa los estudios internacionales revisados.

2. Marco teórico

Para el análisis histórico documental de la noción de límite en el currículum escolar chileno, se utilizan los sistemas de prácticas y las configuraciones epistémicas del Enfoque

Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), desarrollado por Godino y Batanero (1994), por su capacidad para articular dimensiones epistemológicas, ontológicas y semióticas del conocimiento matemático (Godino, 2023, 2024).

El EOS sostiene que las matemáticas son ante todo una actividad humana e institucional, definiendo la práctica como "toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución, validar la solución y generalizar a otros contextos y problemas" (Godino y Batanero, 1994, p. 334), y distingue entre prácticas personales e institucionales, siendo estas últimas las relevantes para este estudio, ya que los currículos escolares definen qué se espera que los estudiantes aprendan sobre la noción de límite en cada época.

Para analizar dichas prácticas, el EOS aporta las configuraciones Ontosemióticas (Godino, 2024), privilegiando en este caso la faceta epistémica, centrada en el saber institucionalizado presente en textos escolares y documentos curriculares. La configuración epistémica permite identificar seis objetos matemáticos primarios: situación problema, elementos lingüísticos, conceptos-definiciones, procedimientos, proposiciones y argumentos (Font y Godino, 2006).

Se incorporan además los seis significados parciales de la noción de límite identificados por Araya et al. (2021) a partir de las configuraciones epistémicas del EOS: C.E. N°1 "Límite como aproximación en la matemática griega"; C.E. N°2 "Límite en la concepción de los indivisibles"; C.E. N°3 "Noción intuitiva de límite en el cálculo infinitesimal de Newton"; C.E. N°4 "Idea de los infinitesimales de Leibniz"; C.E. N°5 "Concepciones preformales de límite"; y C.E. N°6 "Noción de límite de Weierstrass". Esta integración permitió describir los objetos matemáticos primarios presentes en cada periodo y comprender desde qué significado parcial se aborda la noción de límite en el currículum chileno analizado.

3. Metodología

Esta investigación se basa en un estudio cualitativo de carácter descriptivo e interpretativo (León y Montero, 2020; Quecedo y Castaño, 2002), orientado a un estudio histórico sobre la noción de límite en el desarrollo curricular del Ministerio de Educación de Chile y en el tratamiento de los textos escolares de cada época, identificando los significados parciales propuestos por Araya et al. (2021). Para ello, se adopta el análisis de contenido como método, definido por Bardin (1996) como:

> El conjunto de técnicas de análisis de las comunicaciones tendentes a obtener indicadores por procedimientos sistemáticos y objetivos de descripción del contenido de los mensajes, permitiendo la inferencia de conocimientos relativos a las condiciones de producción y recepción de dichos mensajes (p. 32).

Este análisis se aplicó sobre documentos curriculares y textos escolares como fuentes primarias, consultados en la Biblioteca del Ministerio de Educación y la Biblioteca Nacional de Chile, ordenados por momento histórico, título, autor y año de publicación (Rodríguez et

al., 2019). Los resultados se organizaron en cuatro periodos correspondientes a las etapas de introducción del cálculo en el currículo escolar chileno. Para cada texto se identificó una configuración epistémica, reconociendo los seis objetos matemáticos primarios y el significado parcial del límite asociado, según el EOS (Font y Godino, 2006) y Araya et al. (2021). Para validar la asignación de cada libro de texto a su configuración epistemológica, se siguieron dos procedimientos. En primer lugar, un segundo codificador, especialista en educación matemática, clasificó de forma independiente las actividades de los textos analizados utilizando los mismos criterios e indicadores definidos previamente. El cálculo del índice Kappa de Cohen arrojó un valor de $k = 0{,}74$ lo que según Landis y Koch (1977) corresponde a un nivel de acuerdo sustancial entre ambas codificaciones. En segundo lugar, se llevó a cabo una triangulación entre la codificación del investigador principal, la del segundo codificador y el marco teórico adoptado, específicamente las configuraciones epistemológicas propuestas por Araya et al. (2021), resolviendo por consenso los casos de discrepancia. Este proceso garantiza la validez y confiabilidad del análisis realizado. La Tabla 1 presenta los periodos y los textos escolares analizados en cada uno.

Tabla 1: Periodos del plan de estudios y textos escolares analizados en cada uno de los periodos

Período del plan de estudios	**Textos escolares que incluyen la noción de límite.**
Primer periodo: Plan de estudios 1970 a 1980	*Curso de Matemáticas elementales Tomo, II, Carlos Mercado,* 1974.
Segundo periodo: Plan de estudios 1980 a 1997	*Matemática cuarto medio, Carreño y Cruz,* 1984; *Matemática educación media plan electivo III y IV,* (Blanco et al.,1994).
Tercer periodo: Plan de estudios 1997 a 2006	*4º medio matemática activa, texto estudiante*, Rodrigo Bamón, Jorge Soto y Patricio González, 2002, 2003, 2005.
Cuarto periodo: Plan de estudios 2021 a la fecha	No existen textos escolares para el Plan Diferenciado del Ministerio de Educación.

Nota. Elaboración propia.

Cabe señalar que el lapso entre 2006 y 2021 no constituye un periodo de análisis, puesto que el reajuste curricular de 2009 eliminó por completo los contenidos sobre límites, derivadas e integrales de los programas de estudio (MINEDUC, 2015), esta ausencia se extendió hasta el ajuste curricular de 2021, que reincorporó la unidad de Cálculo en el Plan Diferenciado.

4. Desarrollo de la investigación

4.1.1. Planes y programa de 1970

El programa de cuarto año de la rama Científico-Humanista, publicado en la Revista de Educación de 1970 bajo la administración del Ministerio de Educación del gobierno de la

Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación
Vol. 12, N° 24, 1-19, julio – diciembre, 2026. ISSN: 2443 – 4566
https://doi.org/10.55560/arete.2026.24.12.16

Unidad Popular, declaró por primera vez el estudio del análisis matemático en la educación media chilena (MINEDUC, 1970). En dicho programa, los estudiantes de cuarto año cursaban la Unidad 1, denominada "Elementos de análisis matemático", orientada a una introducción elemental a la derivación e integración de funciones, enfatizando la conceptualización por sobre la manipulación algebraica (MINEDUC, 1970, pp. 126-127). Cabe destacar que, si bien este programa fue declarado en 1970, su implementación efectiva en los establecimientos del país se inició en 1974, con la publicación de un nuevo volumen de la Revista de Educación (MINEDUC, 1974). A continuación, se presentan los objetivos y contenidos de dicha unidad de 1970 (ver Tabla 2).

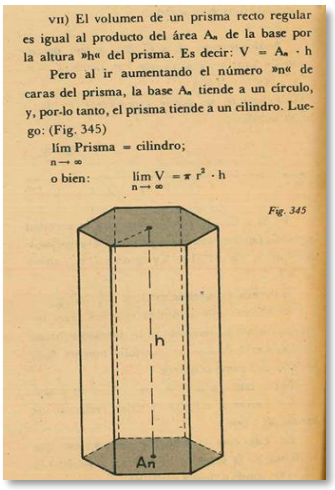
Tabla 2: Corresponde a los objetivos y contenidos relacionado con la noción de límite en los programas de cuarto año de enseñanza media. (MINEDUC, 1970, p. 127)

Objetivos	**Contenidos**
El alumno debe ser capaz de reconocer terminología especifica y aplicar a situaciones nuevas.	Casos sencillos de sucesiones y series convergentes en $\mathbb{R}$. Sistemas de vecindades de un punto dado en la recta numérica. Extensión de esta idea intuitiva al plano $\mathbb{R}^2$.
Establecer ideas abstractas y construir modelos que ejemplifiquen una idea general.	Definición métrica de convergencia de sucesiones numéricas; límites. La serie como sucesión de sumas parciales.
Reconocer conceptos básicos mediante consideraciones intuitivas.	Funciones $y = f(x)$. Límite de una función al tender su variable a un valor dado x_0. Concepto de función en x_0; continuidad de una función en cierto dominio. Funciones continuas importantes.

En el libro de *Curso de matemáticas elementales II* (Mercado, 1974), la Unidad N°10 corresponde al contenido de límites, en la cual se desarrolla el concepto de límite, límite de sucesiones, límites de funciones, el número e. Este texto corresponde a los contenidos declarados por el gobierno en los programas de la época, y fue escrito por el profesor Carlos Mercado Schuler, quien en esa época ejercía en la Escuela Militar Bernardo O'Higgins y el Instituto Luis Campino.

En este mismo texto, se identifica una actividad que introduce la noción de límite desde un contexto geométrico. Con la siguiente *situación-problema* que versa sobre el análisis del volumen de un prisma recto regular, definido como el producto del área de la base por la altura del prisma y su transformación progresiva en un cilindro mediante un proceso de aproximación iterativa (ver Figura 1).

Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación
Vol. 12, N° 24, 1-19, julio – diciembre, 2026. ISSN: 2443 – 4566
https://doi.org/10.55560/arete.2026.24.12.16


VII) El volumen de un prisma recto regular es igual al producto del área A_n de la base por la altura »h« del prisma. Es decir: $V = A_n \cdot h$

Pero al ir aumentando el número »n« de caras del prisma, la base A_n tiende a un círculo, y, por-lo tanto, el prisma tiende a un cilindro. Luego: (Fig. 345)

$\lim_{n \to \infty}$ Prisma = cilindro;

o bien: $\lim_{n \to \infty} V = \pi r^2 \cdot h$

Fig. 345

Figura 1: Extracto de libro del curso de matemática elementales II, (Mercado 1974, p. 202)

Los *elementos lingüísticos* son de tres tipos. Los verbales incluyen términos como volumen, prisma recto regular, área, altura, base, cilindro, círculo, "tiende a un círculo" y "aumenta el número n". Los elementos simbólicos corresponden a la representación geométrica de medidas de figuras geométricas como: V, A_n, h, n, π, r, h. Y símbolos que denotan procesos iterativos relacionados con el infinito potencial como $\lim_{n\to\infty}$. Las figuras corresponden a la representación de un prisma recto regular, donde se indica que cuando el número de caras tiende a infinito, la base tiende a un círculo y el prisma tiende a un cilindro. Los *conceptos* involucrados son volumen, prisma regular, área, altura, límite, infinito potencial, círculo, cilindro. Las *proposiciones* que emergen son cuando el número de caras del prisma aumenta indefinidamente, la base tiende a un círculo y, por consiguiente, el prisma tiende a un cilindro, lo que constituye una expresión geométrica intuitiva de la noción de límite. El *procedimiento* consiste en aumentar progresivamente el número de caras del prisma mediante aproximaciones sucesivas, calculando el área de la base en cada iteración y observando su convergencia hacia el área del círculo a medida que el número de caras crece indefinidamente. Los *argumentos* son de tipo geométrico, apoyado en el método de agotamiento y en el uso intuitivo de la noción de límite, mediante el cual el proceso iterativo de aumento del número de caras justifica la transformación del prisma en cilindro como caso límite.

Esta actividad de Mercado (1974) aborda la noción de límite desde el significado parcial de aproximación en la matemática griega (CE N°1) identificado por Araya et al. (2021), pues el uso del método de agotamiento en un contexto tridimensional conecta con los aportes de Eudoxo y Arquímedes, confirmando una concepción histórica que privilegia la intuición geométrica por sobre la formalización analítica.

Baquedano Navarro, J., Araya Bastias, D. y Medina Leyton, R. (2025). Evolución de la noción de límite en el currículo de matemática de Chile. *Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación, 12*(24), 1-19. https://doi.org/10.55560/arete.2026.24.12.16

Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación
Vol. 12, N° 24, 1-19, julio – diciembre, 2026. ISSN: 2443 – 4566
https://doi.org/10.55560/arete.2026.24.12.16

4.1.2. Planes y programa de 1982

El traspaso de los establecimientos educacionales a los municipios, bajo el supuesto de que esta medida resolvería eficazmente los problemas educativos, derivó en una reorganización de los planes y programas de estudio (MINEDUC, 1982), que incorporó los planes electivos del segundo ciclo de enseñanza secundaria, orientados a continuar estudios universitarios, técnicos o profesionales, o a integrarse al mundo laboral (MINEDUC, 1982). Este enfoque curricular es coherente con las políticas públicas del gobierno de Augusto Pinochet (Soto, 2010), cuya declaración de principios señala que "el hombre es un ser único, perfectible y trascendente" (MINEDUC, 1982, p. 4), orientación valórica que incide en el tratamiento de los contenidos matemáticos de los planes electivos. El plan electivo de cuarto medio, aplicado desde 1984, tuvo como objetivo general comprender y aplicar las ideas principales relacionadas con la derivada de una función y reconocer su importancia en la matemática y otras disciplinas (MINEDUC, 1982, p. 173). A continuación, se presentan los objetivos declarados para dicho plan (ver Tabla 3).

Tabla 3: Correspondiente al plan electivo de cuarto medio respecto a la noción de límite. (MINEDUC, 1982, p. 173).

Objetivos Específicos	**Contenidos**
El alumno desarrollará sus capacidades para: - Interpretar y aplicar la noción intuitiva de derivada de una función. - Resolver sencillos y variados problemas, provenientes de situaciones prácticas que muestren la importancia del método para hallar máximos y mínimos.	- Sucesiones y series convergentes en la recta real; ideal intuitiva de límites. - Noción de límite de una función. - Derivada de una función interpretación geométrica y cinemática. - Máximos y mínimo como primera derivada.

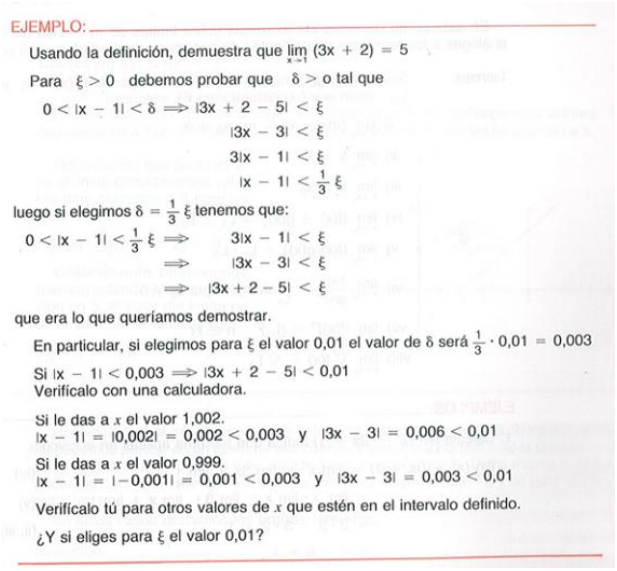
En este periodo, la noción de límite pasa a ser un contenido instrumental subordinado al objetivo central de la unidad que es la comprensión de la derivada. Esto se refleja en los cuatro contenidos declarados en la Tabla 3, pues solo dos refieren directamente a la noción de límite, mientras que los otros dos se orientan hacia la noción de derivada.

A continuación, se presenta el análisis del texto *Matemática Cuarto Medio* de Carreño y Cruz (1984). La *situación-problema* corresponde a una demostración formal de límite en un punto, específicamente el caso $\lim_{x\to a} f(x) = L$, para una función lineal, utilizando la definición épsilon-delta (ver Figura 2).

Los *elementos lingüísticos* presentes son de dos tipos. Los verbales incluyen términos como valor absoluto, número real, continuidad, número racional, aproximación y acotamiento. Los simbólicos corresponden a las notaciones propias de la definición formal del límite: $\xi, \delta, |f(x) - L| < \xi, 0 < |x - a| < \delta$ así como la representación de intervalos

Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación
Vol. 12, N° 24, 1-19, julio – diciembre, 2026. ISSN: 2443 – 4566
https://doi.org/10.55560/arete.2026.24.12.16

en una recta, la distancia y radio entre dos números. Los *conceptos* involucrados son la definición formal de límite, valor absoluto (distancia entre números), función lineal, intervalos, recta real, números reales y continuidad de una función. Las *proposiciones* que emergen corresponden a las propiedades de valor absoluto, las propiedades de las desigualdades y la completitud de los números reales como cuerpo ordenado y completo. El *procedimiento* corresponde a una demostración formal de límite de una función lineal cuando x tiende a 1, mediante la aplicación directa de la definición épsilon-delta, en la cual se determina δ en función de ξ, lo que permite garantizar que la diferencia entre la función y su límite sea arbitrariamente pequeña. El *argumento* es de tipo formal y deductivo, basado en la estructura de los números reales como cuerpo ordenado y completo, lo que permite garantizar la existencia y unicidad del límite.



EJEMPLO:

Usando la definición, demuestra que $\lim_{x\to 1}(3x+2)=5$

Para $\xi>0$ debemos probar que $\delta>0$ tal que

$$0<|x-1|<\delta \Rightarrow |3x+2-5|<\xi$$
$$|3x-3|<\xi$$
$$3|x-1|<\xi$$
$$|x-1|<\frac{1}{3}\xi$$

luego si elegimos $\delta=\frac{1}{3}\xi$ tenemos que:

$$0<|x-1|<\frac{1}{3}\xi \Rightarrow 3|x-1|<\xi$$
$$\Rightarrow |3x-3|<\xi$$
$$\Rightarrow |3x+2-5|<\xi$$

que era lo que queríamos demostrar.

En particular, si elegimos para ξ el valor 0,01 el valor de δ será $\frac{1}{3}\cdot 0{,}01 = 0{,}003$

Si $|x-1|<0{,}003 \Rightarrow |3x+2-5|<0{,}01$
Verifícalo con una calculadora.

Si le das a x el valor 1,002.
$|x-1| = |0{,}002| = 0{,}002 < 0{,}003$ y $|3x-3| = 0{,}006 < 0{,}01$

Si le das a x el valor 0,999.
$|x-1| = |-0{,}001| = 0{,}001 < 0{,}003$ y $|3x-3| = 0{,}003 < 0{,}01$

Verifícalo tú para otros valores de x que estén en el intervalo definido.

¿Y si eliges para ξ el valor 0,01?

Figura 2: Ejemplo de la noción de límite de una función de variable real (Carreño y Cruz, 1984, p. 145)

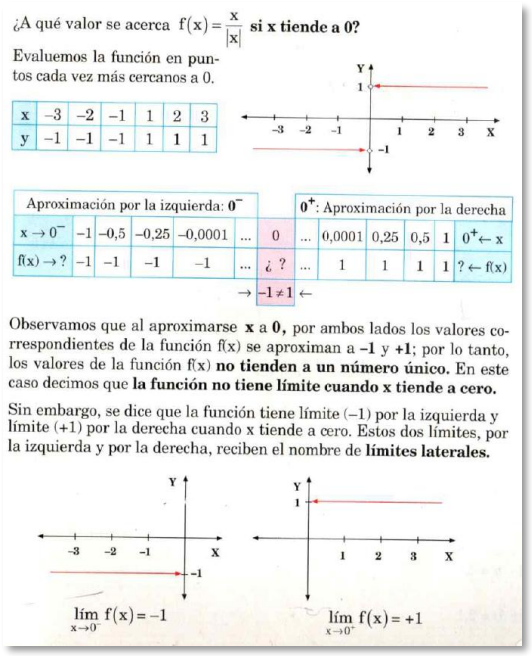
Este análisis evidencia que el texto de Carreño y Cruz (1984) aborda la noción de límite desde el significado parcial correspondiente a la noción formal de Weierstrass (CE N°6), identificado por Araya et al. (2021), este significado parcial tiene un mayor rigor matemático en comparación con los otros significados parciales de la noción.

En el libro *Matemática Educación Media Plan Electivo de 3° y 4° medio* de Blanco et al. (1994) se introduce una actividad intramatemática orientada a la comprensión del concepto de límite de una función real. La *situación-problema* corresponde al análisis de una función que presenta discontinuidad en un punto, determinando si el límite existe cuando x tiende a dicho valor, a partir del estudio de los límites laterales por la izquierda y por la derecha (ver Figura 3). Los *elementos lingüísticos* presentes son de cuatro tipos. Los verbales incluyen términos como: tiende, aproximación, límites laterales por la izquierda y límites por la derecha. Los *elementos simbólicos*: $0^-, 0^+, f(x), \lim_{x\to 0^+} f(x), \lim_{x\to 0^-} f(x)$, son notaciones

Baquedano Navarro, J., Araya Bastias, D. y Medina Leyton, R. (2025). Evolución de la noción de límite en el currículo de matemática de Chile. *Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación, 12*(24), 1-19. https://doi.org/10.55560/arete.2026.24.12.16

Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación
Vol. 12, N° 24, 1-19, julio – diciembre, 2026. ISSN: 2443 – 4566
https://doi.org/10.55560/arete.2026.24.12.16

propias del estudio de límites laterales. Se destaca los signos de interrogación que hacen referencia a la indefinición de límite en el número 0. Los *registros tabulares* se utilizan para representar valores de la variable independiente con respecto a los valores de las imágenes, los cuales se estudian realizando aproximaciones por la izquierda y por la derecha, relevando la indefinición de límite en el número 0. Las *representaciones gráficas* corresponden a la representación del comportamiento del límite por la izquierda y derecha en el plano cartesiano. Los *conceptos* involucrados son la noción función, dominio y recorrido de una función real, función cociente, valor absoluto y los límites laterales. La *proposición* que emerge es de existencia de límite, es decir, una función tiene límite en un número si y solo si el límite lateral por la izquierda y el límite lateral por la derecha son iguales. El *procedimiento* se realiza mediante tablas de valores, aproximando la variable independiente al número 0 tanto por la izquierda como por la derecha, con el fin de analizar las imágenes de la función y determinar la existencia del límite. El *argumento* es de tipo deductivo, apoyado en las tablas de aproximación de la variable independiente con sus imágenes, y en la representación gráfica en el plano cartesiano, para verificar la existencia del límite a partir de la igualdad de los límites laterales.



¿A qué valor se acerca $f(x)=\frac{x}{|x|}$ **si x tiende a 0?**

Evaluemos la función en puntos cada vez más cercanos a 0.

x	−3	−2	−1	1	2	3
y	−1	−1	−1	1	1	1

Aproximación por la izquierda: 0^-							0^+: Aproximación por la derecha				
$x \to 0^-$	−1	−0,5	−0,25	−0,0001	...	0	...	0,0001	0,25	0,5	1	$0^+ \leftarrow x$
$f(x) \to ?$	−1	−1	−1	−1	...	¿ ?	...	1	1	1	1	$? \leftarrow f(x)$

$\to -1 \neq 1 \leftarrow$

Observamos que al aproximarse **x** a **0**, por ambos lados los valores correspondientes de la función f(x) se aproximan a **−1** y **+1**; por lo tanto, los valores de la función f(x) **no tienden a un número único.** En este caso decimos que **la función no tiene límite cuando x tiende a cero.**

Sin embargo, se dice que la función tiene límite (−1) por la izquierda y límite (+1) por la derecha cuando x tiende a cero. Estos dos límites, por la izquierda y por la derecha, reciben el nombre de **límites laterales.**

$\lim_{x\to 0^-} f(x) = -1$ $\lim_{x\to 0^-} f(x) = +1$

Figura 3: Actividad de límites de funciones reales, límites laterales (Blanco et al.,1994, p. 249)

Este análisis evidencia que el texto de Blanco et al. (1994) aborda la noción de límite desde el significado parcial de las concepciones preformales de límite (CE N°5) identificadas por Araya et al. (2021). Pues está caracterizado por el uso de aproximaciones numéricas y representaciones gráficas como estrategia central para la comprensión del concepto, sin recurrir aún a la definición formal épsilon-delta propia del estadio formal de Weierstrass.

4.1.3. Planes y programa de 1998

El programa de cuarto medio *Funciones y Procesos Infinitos* fue formalizado mediante el decreto N° 220 de 1998, bajo el gobierno de Eduardo Frei Ruiz-Tagle (Soto, 2010), y entró en vigencia en los establecimientos que lo incorporaron a su oferta curricular desde 2002 (MINEDUC, 1998). La unidad de *Procesos Infinitos* introduce nociones de alta complejidad conceptual, perfilando la iteración sucesiva y los fractales, y buscando que el estudiante desarrolle capacidad de abstracción y distinga entre casos particulares y generalización, lo que evidencia una intención explícita de acercarlo a la noción de límite. Sus objetivos fundamentales apuntan a que el estudiante conozca y utilice conceptos matemáticos asociados a la modelación y los procesos infinitos (MINEDUC, 1998, p. 13), situando la noción de límite en un horizonte de modelación, iteración y abstracción. En la Tabla 4 se presentan los contenidos y aprendizajes de esta unidad.

Tabla 4: Contenidos y aprendizaje esperados unidad procesos Infinito (MINEDUC, 1998, pp. 17-18)

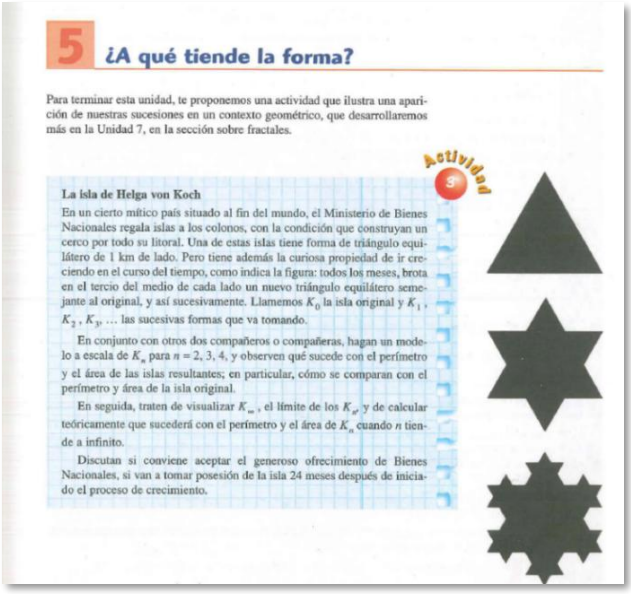
Contenidos	**Aprendizajes esperados**
Iteraciones. Nociones acerca de fractales. Ejemplos de áreas finitas con perímetro infinito	Analizan las transformaciones que producen diferentes tipos de iteraciones y establecen relaciones cuantitativas entre los objetos que se obtienen.

Cabe destacar que los libros correspondientes a este programa son tres: Bamón et al. (2002), Soto y González (2003, 2005), los cuales tienen la misma unidad de *Procesos Infinitos* sin ningún cambio. A continuación, la actividad de análisis denominada ¿A qué tiende la forma?, extraída de Soto y González, (2003, p. 179), constituye la *situación-problema* de esta configuración epistémica. En ella se propone analizar el comportamiento del perímetro y el área de la curva de Koch a partir de un triángulo equilátero de un kilómetro de lado, en el contexto de modelamiento de la construcción perimetral de una isla de forma triangular. Esta situación permite introducir al estudiante en la noción de límite a través de un proceso iterativo de construcción geométrica (ver Figura 4).

Los *elementos lingüísticos* presentes en la actividad son de tres tipos. Los elementos *verbales* (triángulo equilátero, perímetro, área, límite, convergencia, divergencia, infinito, iteraciones, fractal). Los elementos *simbólicos* son notaciones para representar sucesiones iterativas $K_0, K_1, \cdots, K_n$ y K_∞, e icónicos para la representación geométrica de las sucesivas iteraciones de los triángulos equiláteros que conforman la curva de Koch. Los *conceptos* involucrados son sucesiones de figuras geométricas, límites de una sucesión de figuras geométricas, convergencia, divergencia, iteración sucesiva, fractal, infinito potencias, perímetro y área de figuras geométricas. Las *proposiciones* que emergen de la actividad son dos, por una parte, la sucesión de perímetros de figuras geométricas es estrictamente creciente y divergente, es decir, tiende al infinito a medida que aumentan las iteraciones, mientras que la sucesión de áreas de las figuras geométricas es convergente y tiende a un número. El *procedimiento* en realizar iteraciones siguiendo la regla de construcción de la curva de Koch,

Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación
Vol. 12, N° 24, 1-19, julio – diciembre, 2026. ISSN: 2443 – 4566
https://doi.org/10.55560/arete.2026.24.12.16

es decir, dividir cada lado del triángulo equilátero en tres partes iguales, construir un triángulo equilátero sobre el segmento central y eliminar su base, y repetir el proceso en cada iteración para obtener el perímetro y el área de la figura geométrica resultante. Los *argumentos* utilizados son de tipo inductivo, pues a partir de casos particulares observados en las primeras iteraciones, se infiere sobre la sucesión de las figuras geométricas resultantes, pues las áreas de estas figuran tienden a un límite mientras que la sucesión de los perímetros de las figuras es divergente y tiende a infinito.



5 ¿A qué tiende la forma?

Para terminar esta unidad, te proponemos una actividad que ilustra una aparición de nuestras sucesiones en un contexto geométrico, que desarrollaremos más en la Unidad 7, en la sección sobre fractales.

Actividad

La isla de Helga von Koch

En un cierto mítico país situado al fin del mundo, el Ministerio de Bienes Nacionales regala islas a los colonos, con la condición que construyan un cerco por todo su litoral. Una de estas islas tiene forma de triángulo equilátero de 1 km de lado. Pero tiene además la curiosa propiedad de ir creciendo en el curso del tiempo, como indica la figura: todos los meses, brota en el tercio del medio de cada lado un nuevo triángulo equilátero semejante al original, y así sucesivamente. Llamemos K_0 la isla original y K_1, K_2, K_3, ... las sucesivas formas que va tomando.

En conjunto con otros dos compañeros o compañeras, hagan un modelo a escala de K_n para $n = 2, 3, 4$, y observen qué sucede con el perímetro y el área de las islas resultantes; en particular, cómo se comparan con el perímetro y área de la isla original.

En seguida, traten de visualizar K_∞, el límite de los K_n, y de calcular teóricamente que sucederá con el perímetro y el área de K_n cuando n tiende a infinito.

Discutan si conviene aceptar el generoso ofrecimiento de Bienes Nacionales, si van a tomar posesión de la isla 24 meses después de iniciado el proceso de crecimiento.

Figura 4: Actividad ¿A qué tiende la forma? (Soto y González, 2003, p. 179)

Es relevante señalar que esta actividad permite al estudiante reconocer que una figura geométrica puede presentar simultáneamente un perímetro infinito y un área finita, nociones que resultan contraintuitivas y conceptualmente desafiantes. La curva de Koch, construida mediante subdivisiones iterativas del borde de una figura, constituye un ejemplo paradigmático de construcción fractal que, desde una perspectiva epistemológica, guarda estrecha relación estructural con la lógica de los indivisibles identificada en la C.E. N°2 por Araya et al. (2021).

4.1.4. Planes y programa de 2021

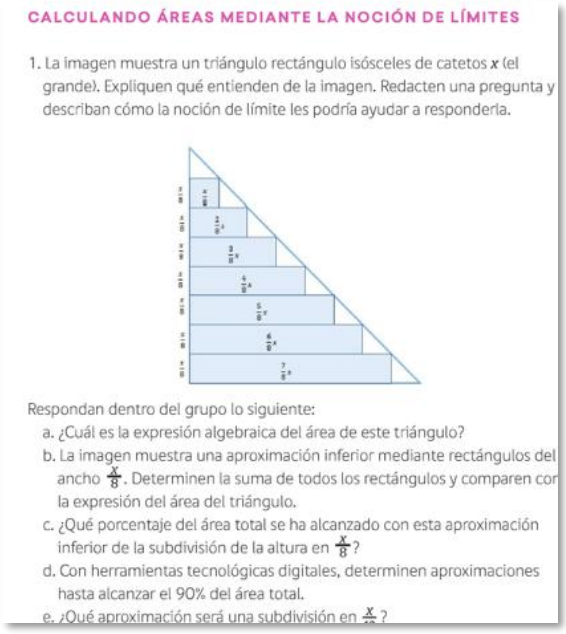
En 2009 se eliminaron por completo los contenidos sobre límites, derivadas e integrales (MINEDUC, 2015), y en 2021 entró en vigencia una nueva actualización que los reincorporó en el plan diferenciado (MINEDUC, 2021), declarando como objetivo argumentar sobre la existencia de límites de funciones para determinar convergencia y continuidad (MINEDUC, 2021, p. 81). Dado que no existe texto escolar para este plan, solo se analiza el compendio de actividades orientadoras, clasificadas en: reconocer un patrón infinito y la noción de límite, comprender la paradoja de Zenón, argumentar con la noción de

Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación
Vol. 12, N° 24, 1-19, julio – diciembre, 2026. ISSN: 2443 – 4566
https://doi.org/10.55560/arete.2026.24.12.16

límites en diferentes contextos, y argumentar la existencia de límites de funciones reales (MINEDUC, 2021).

Una de las *situaciones-problemas* tiene como propósito calcular el área de un triángulo rectángulo isósceles mediante una aproximación inferior con rectángulos inscritos, invitando al estudiante explicar cómo la noción de límite permite resolver el problema (ver Figura 5). Los *elementos lingüísticos* presentes son expresiones *verbales* como: límite, área, triángulo, aproximación, discreto y continuo. Los elementos *simbólicos* son la expresión del área del triángulo y la notación del límite de una suma y elementos *geométricos* que son figuras geométricas que representan triángulos y rectángulos. Los *conceptos* involucrados son el área del triángulo y del rectángulo, el infinito potencial y actual, la distinción entre lo discreto y lo continuo de las figuras geométricas. La *proposición* central es que, al aumentar las subdivisiones, la suma de las áreas de los rectángulos se aproxima al área real del triángulo rectángulo. El *procedimiento* consiste en calcular y sumar las áreas de los rectángulos inscritos para distintas subdivisiones, comparando el resultado con el área total. El *argumento* es de tipo inductivo, apoyado en que la aproximación mejora progresivamente con cada subdivisión.

Esta actividad aborda la noción de límite desde el significado parcial el límite en la concepción de los indivisibles CE N°2 identificadas por Araya et al. (2021), lo que evidencia que, pese a tratarse del periodo curricular más reciente y formalmente más exigente, el tratamiento didáctico de la noción de límite mantiene un enfoque intuitivo similar al observado en textos escolares de décadas anteriores, como los de Blanco et al. (1994) y Soto y González (2003, 2005).



CALCULANDO ÁREAS MEDIANTE LA NOCIÓN DE LÍMITES

1. La imagen muestra un triángulo rectángulo isósceles de catetos x (el grande). Expliquen qué entienden de la imagen. Redacten una pregunta y describan cómo la noción de límite les podría ayudar a responderla.

Respondan dentro del grupo lo siguiente:

a. ¿Cuál es la expresión algebraica del área de este triángulo?
b. La imagen muestra una aproximación inferior mediante rectángulos del ancho $\frac{x}{8}$. Determinen la suma de todos los rectángulos y comparen con la expresión del área del triángulo.
c. ¿Qué porcentaje del área total se ha alcanzado con esta aproximación inferior de la subdivisión de la altura en $\frac{x}{8}$?
d. Con herramientas tecnológicas digitales, determinen aproximaciones hasta alcanzar el 90% del área total.
e. ¿Qué aproximación será una subdivisión en $\frac{x}{n}$?

Figura 5: Calculando área mediante la noción de límites (MINEDUC, 2021, p. 97)

Baquedano Navarro, J., Araya Bastias, D. y Medina Leyton, R. (2025). Evolución de la noción de límite en el currículo de matemática de Chile. *Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación, 12*(24), 1-19. https://doi.org/10.55560/arete.2026.24.12.16

5. Discusión

Esta investigación constituye un estudio sistemático de los documentos curriculares y textos escolares que orientaron la enseñanza de la noción de límite en Chile entre 1970 y 2021. Se identificó que su tratamiento fue de carácter intuitivo, numérico y geométrico durante la mayor parte del periodo analizado.

Un primer hallazgo corresponde a la coexistencia de tratamientos opuestos dentro de un mismo periodo curricular (1982-1997): mientras Carreño y Cruz (1984) abordan el límite rigurosamente mediante la definición épsilon-delta (C.E. N°6), similar al enfoque alemán descrito por Bressoud et al. (2016), Blanco et al. (1994) recurren a un tratamiento intuitivo apoyado en tablas de aproximación, sin formalización (C.E. Nº5), lo que se contrapone a los textos de 1974 y 2021. Esto sugiere que la complejidad epistemológica del límite sigue siendo un desafío didáctico no resuelto, cincuenta años después de su primera declaración oficial.

En relación con la literatura internacional, Arnal-Palacián et al. (2024) analizan libros españoles de aritmética, álgebra y geometría buscando evidencia de la noción de límite en distintas representaciones; en contraste, el presente estudio asocia configuraciones epistémicas a las actividades presentes en los textos, lo que permite identificar con mayor precisión dónde se focaliza el trabajo matemático propuesto. Esta distinción constituye un aporte metodológico respecto a investigaciones previas.

Otro hallazgo relevante es que los textos de 1974 están fuertemente influenciados por problemas geométricos, situación atribuible a que la reforma curricular precedente priorizaba contenidos de geometría y aritmética. Esta influencia se evidencia en que Mercado (1974) introduce nociones de espacios métricos, métricas y topología en $\mathbb{R}^n$, configurando un tratamiento sofisticado para el nivel escolar de la época.

El uso de la configuración epistémica del EOS permitió identificar con precisión los objetos matemáticos primarios de cada texto y articularlos con los significados parciales propuestos por Araya et al. (2021), evidenciando que el EOS constituye una herramienta robusta para el análisis histórico-curricular. El acceso a fuentes primarias mediante bibliotecas patrimoniales y la colaboración de especialistas constituyen, asimismo, un aporte documental relevante para futuras investigaciones.

Desde esta perspectiva, la enseñanza intuitiva del límite resulta adecuada para introducirlo tempranamente entre los 16 y 18 años, dada su alta complejidad, ampliamente documentada en la literatura (Artigue, 1995; Sierpińska, 1985; Hitt, 2003; Blázquez y Ortega, 2001; Bansilal y Mkhwanazi, 2022; González et al., 2024).

Una limitación del estudio es la escasez de textos escolares dedicados específicamente a los planes electivos sobre límite o cálculo, así como la ausencia de análisis sobre cómo los profesores implementaron efectivamente las orientaciones de estos textos en el aula.

6. Conclusiones

Este estudio histórico-epistemológico permitió caracterizar el tratamiento de la noción de límite en los textos escolares chilenos entre 1970 y 2021, identificando que el enfoque intuitivo, geométrico y numérico ha sido el hilo conductor predominante a lo largo de todo el periodo analizado. La intuición geométrica ha sido y sigue siendo el principal sustento de la enseñanza del límite en Chile, lo que evidencia que la formalización matemática y la comprensión didáctica no siempre avanzan al mismo ritmo.

El programa de 1984 representa un salto significativo hacia una formalización más rigurosa, propia de un pensamiento universitario, lo que sugiere que la forma en que se enseña el límite en la educación media puede condicionar su comprensión posterior. En consecuencia, resulta necesario un tránsito gradual desde lo intuitivo hacia lo formal en ambos niveles educativos.

Futuras investigaciones podrían explorar la transposición didáctica de estos significados parciales, apoyándose en los componentes e indicadores propuestos por Araya y Pino-Fan (2023) para el diseño y reflexión de procesos de instrucción sobre el límite. Asimismo, sería relevante comparar el tratamiento de esta noción en Chile con otros países latinoamericanos, extender el análisis histórico-curricular a la derivada e integral y series, e indagar en las políticas públicas que han determinado la inclusión o exclusión de la noción de límite y otros elementos del cálculo en el currículo escolar chileno. En particular, cabe preguntarse: ¿existen enfoques históricos rescatables que han quedado en el olvido y que merecen ser recuperados para la enseñanza actual?

Agradecimientos

Esta investigación fue financiada por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) a través de Beca de Doctorado Nacional Folio Nº 21240646. Los autores agradecen al profesor Luis Arancibia Morales, del Instituto Nacional, por sus antecedentes sobre la introducción de la noción de límite en distintos momentos del currículo escolar, y a la Dra. Gladys Bobadilla, de la Universidad de Santiago de Chile, por el acceso a su biblioteca personal, que permitió identificar la presencia de esta noción en diversos libros históricos de matemáticas publicados en Chile.

Referencias

Araya, D., Pino-Fan, L. R., Medrano, I. G., y Castro, W. F. (2021). Criterios epistémicos para el diseño de tareas sobre límite de una función en una variable real. *Bolema*, *35*(69), 179-205. https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a09

Araya, D. A., y Pino-Fan, L. R. (2023). Componentes e indicadores para el diseño y reflexión de procesos de instrucción sobre límites de funciones en una variable. *Paradigma*, *44*(2), 409-426. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2023.p409-426.id1392

Arnal-Palacián, M., y Claros-Mellado, J. (2022). Specialized Content Knowledge of pre-service teachers on the infinite limit of a sequence. *Mathematics Teaching -Research Journal*, *14*(1), 169-189.

Arnal-Palacián, M., Claros-Mellado, J., y Oller-Marcén, A. M. (2024). La noción de límite en libros de texto españoles de segunda enseñanza del siglo XIX. *Enseñanza de las Ciencias*, *42*(2), 197-219. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.6111

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno, y P. Gómez (Eds.), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 98-140). Grupo Editorial Iberoamericana.

Artigue, M. (1998). Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿qué se puede aprender de las investigaciones didácticas y los cambios curriculares? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *1*(1), 40-55.

Bamón, R., González, P., y Soto, J. (2002). *4° medio matemática activa*. Mare Nostrum.

Bansilal, S., y Mkhwanazi, T. W. (2022). Pre-service student teachers' conceptions of the notion of limit. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *53*(8), 2083-2101.

Baquedano, J., Araya, D., y Medina, R. (2026). The landscape of knowledge models on the notion of limit in teachers: A systematic review. *REDIMAT - Revista de Investigación en Didáctica de las Matemáticas*, *15*(2), 192-214. https://doi.org/10.17583/redimat.19086

Bardin, L. (1996). *Análisis de contenido* (2a ed.). Akal.

Blanco, S., De las Heras, R., Fuenzalida, G., y Riveros, J. A. (1994). *Matemática educación media plan electivo*. Santillana.

Blázquez, S., y Ortega, T. (2001). Los sistemas de representación en la enseñanza del límite. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *4*(3), 219-236.

Bressoud, D., Ghedamsi, I., Martinez-Luaces, V., y Törner, G. (2016). *Teaching and learning of calculus*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32975-8

Bustos, C., y Ramos, E. (2022). Una mirada sobre conceptos del cálculo desde el conocimiento de los temas del profesorado de matemática de secundaria. *Revista Innovaciones Educativas*, *24*(36), 84–100. https://doi.org/10.22458/ie.v24i36.3893

Carreño, X., y Cruz, X. (1984). *Matemática cuarto medio*. Arrayán.

Cory, B. L., y Garofalo, J. (2011). Using dynamic sketches to enhance preservice secondary Mathematics teachers' understanding of limits of sequences. *Journal for Research in Mathematics Education*, *42*(1), 65-97. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.42.1.0065

Elia, I., Gagatsis, A., Panaoura, A., Zachariades, T., y Zoulinaki, F. (2009). Geometry and algebraic approaches in the concept of "limit" and the impact of the "didactic contract". *International Journal of Science and Mathematics Education*, *7*, 765–790.

Espinoza, L., y Azcárate, C. (2000). Organizaciones matemáticas y didácticas en torno al objeto "límite de función": una propuesta metodológica para el análisis. *Enseñanza de las Ciencias, 18*(3), 355–368.

Fernández, C., Moreno, M., y Sánchez-Matamoros, G. (2024). Prospective secondary teachers' noticing of students' thinking about the limit concept: pathways of development. *ZDM – Mathematics Education*, 56, 1137-1151. https://doi.org/10.1007/s11858-024-01573-z

Fonseca, V., y Henriques, A. (2018). Compreensão da definição formal de limite: um estudo na formação inicial de professores de matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *32*(62), 1030–1049. https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a14

Fonseca, V. G. da, y Henriques, A. C. C. B. (2020). Learning with understanding the continuity concept: A teaching experiment with Brazilian pre-service mathematics teachers. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *15*(3), em0606. https://doi.org/10.29333/iejme/8462

Font, V., y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educación Matemática y Pesquisa*, *8*(1), 67-98.

Godino, J. D. (2023). Enfoque Ontosemiótico de la filosofía de la matemática educativa. *Paradigma*, *44*(2), 7-33.

Godino, J. D. (2024). *Enfoque Ontosemiótico en educación matemática: fundamentos, herramientas y aplicaciones*. Editorial Aula Magna - McGraw-Hill.

Godino, J. D., y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *14*(3), 325-355.

González, Y., Montoro, A. B., y Ruiz, J. F. (2024). Significado del límite expresado por estudiantes universitarios. *Educación Matemática*, *36*(3), 242-271. https://doi.org/10.24844/EM3603.09

Gutiérrez, C., y Gutiérrez, F. (2014). Ricardo Poenisch: La profesionalización de la enseñanza de las matemáticas en Chile (1889-1930). *Atenea*, *509*, 187-209.

Hitt, F. (2003). Dificultades de aprendizaje del concepto de límite y actividades de enseñanza. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *6*(2), 133-157.

Kula, S., y Bukova, E. (2019). Prospective mathematics teachers' choice and use of representations in teaching limit concept. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, *5*(1), 134-156.

Landis, J. R., y Koch, G. G. (1977). The measurement of observer agreement for categorical data. *Biometrics*, *33*(1), 159-174. https://doi.org/10.2307/2529310

León, O. G., y Montero, I. (2020). *Métodos de investigación en psicología y educación: las tradiciones cuantitativa y cualitativa* (4a ed.). McGraw-Hill.

Medrano, I., y Pino-Fan, L. R. (2016). Estadios de comprensión de la noción matemática de límite finito desde el punto de vista histórico. *REDIMAT*, *5*(3), 287-323. https://doi.org/10.4471/redimat.2016.1874

Mena-Lorca, A., Mena-Lorca, J., Montoya-Delgadillo, E., Morales, A., y Parraguez, M. (2015). The epistemological obstacle of the actual infinity: Persistence, resistence and categories of analysis. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *18*(3), 329-358. https://doi.org/10.12802/relime.13.1832

Mercado, C. (1974). *Curso de matemáticas elementales II*. Universitaria.

Ministerio de Educación de Chile. (1970). Programas de educación media. *Revista de Educación*, (31).

Ministerio de Educación de Chile. (1974). Programas de educación media. *Revista de Educación*, (52-54).

Ministerio de Educación de Chile. (1982). Planes y programas de estudio para la educación media. *Revista de Educación*, (94), 171-173.

Ministerio de Educación de Chile. (1998). *Matemática: funciones y procesos infinitos*. CPEIP.

Ministerio de Educación de Chile. (2015). *Programa de estudio: actualización 2009, cuarto año medio*.

Ministerio de Educación de Chile. (2021). *Programa de estudio 3° o 4° medio: formación diferenciada matemática: límites, derivadas e integrales*. Unidad de Currículum y Evaluación.

Parameswaran, R. (2007). On understanding the notion of limits and infinitesimal quantities. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *5*, 193–216.

Picado, M. (2011). Análisis de contenido en textos históricos de matemáticas. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, *6*(1), 1-14.

Quecedo, R., y Castaño, C. (2002). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. *Revista de Psicodidáctica*, (14), 5-39. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=17501402

Rodríguez, F. M., Basso, A., y García, M. S. (2019). El análisis de textos como metodología de investigación en educación matemática. En *Actas de la XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM-IACME)*. Medellín, Colombia.

Savuran, R., e Isiksal-Bostan, M. (2022). Revealing implicit knowledge of pre-service mathematics teachers in lesson planning: Knowledge of infinity. *European Journal of Science and Mathematics Education*, *10*(3), 269-283. https://doi.org/10.30935/scimath/11838

Sierpińska, A. (1985). Obstacles épistémologiques relatifs à la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *6*(1), 5-67.

Sierra Vázquez, M., González Astudillo, M. T., y López Esteban, C. (1999). Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de bachillerato y Curso de Orientación Universitaria (COU): 1940-1995. *Enseñanza de las Ciencias*, *17*(3), 463-476.

Soto, F. (2010). *Historia de la educación chilena*. CPEIP.

Soto, J., y González, P. (2003). *Matemática texto para el estudiante 4° medio*. Mare Nostrum.

Soto, J., y González, P. (2005). *Matemática 4° medio*. Mare Nostrum.

Tuna, A., Biber, A. C., y Korkmaz, S. (2019). What do teacher candidates know about the limits of the sequences? *Journal of Curriculum and Teaching*, *8*(3), 132-142. https://doi.org/10.5430/jct.v8n3p132

Yıldız, B., e İnceoğlu, G. (2020). Mathematics teacher candidates' conceptual knowledge of the concept of limit in single-variable functions. *Turkish Online Journal of Qualitative Inquiry*, *11*(4), 511–532. https://doi.org/10.17569/tojqi.748187

John Matías Baquedano Navarro. Doctorando en Educación Matemática de la Universidad de Los Lagos. Magíster en Ciencias en la Especialidad de Matemática. Su área de estudio es sobre la Didáctica del Cálculo.

Daniela Andrea Araya Bastias. Doctora en Educación Matemática de la Universidad de Los Lagos. Su línea de investigación es en Didáctica del Cálculo, Álgebra y Estadística, así como también en la Formación de Profesores de Matemática.

Rigoberto del Carmen Leyton. Magíster en Matemática de la Universidad de Chile, Profesor titular de la Universidad de los Lagos. Su área de investigación es en Ecuaciones diferenciales en espacios finito e infinitos dimensionales; Teoría cualitativa de ecuaciones diferenciales. Teoría de Control.

Todos los contenidos de esta revista se distribuyen bajo una licencia de uso y distribución "**Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional**". Puede consultar desde aquí la **versión informativa** y el **texto legal** de la licencia. Esta circunstancia ha de hacerse constar expresamente de esta forma cuando sea necesario.