



DISEÑO DE TAREAS PARA EL APRENDIZAJE DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL EN ESTUDIANTES DE ENSEÑANZA MEDIA

DESIGN OF TASKS FOR LEARNING THE BINOMIAL DISTRIBUTION IN SECONDARY SCHOOL STUDENTS

CRISTOBAL ENRIQUE ARENAS-NINA  
UNIVERSIDAD ARTURO PRAT, IQUIQUE, CHILE

JUAN LUIS PRIETO-GONZÁLEZ  
UNIVERSIDAD DE LOS LAGOS, OSORNO, CHILE

ELIZABETH-H. ARREDONDO  
UNIVERSIDAD DE LOS LAGOS, OSORNO, CHILE

Fecha de recepción: 25 marzo 2026

Fecha de aceptación: 06 julio 2026

RESUMEN

La enseñanza de la distribución binomial suele centrarse en su aplicación mecánica, limitando su comprensión como modelo probabilístico. Este estudio tiene como objetivo fundamentar y diseñar una secuencia de tareas que favorezca el reconocimiento y la problematización colectiva de su estructura en estudiantes de educación media. Metodológicamente, la investigación se inscribe en una investigación de diseño, sustentada en la Teoría de Objetivación, que concibe el aprendizaje como un proceso colectivo de saberes históricos y culturalmente constituidos. Se elaboró una secuencia didáctica compuesta por dos tareas contextualizadas en un juego y narrativas en formato comic, las cuales se organizan según principio teóricos (Saber, ser, actividad y ética comunitaria) y metodológicos (componentes de la actividad), e inspiradas en momentos históricos del desarrollo del modelo binomial. Como resultado, se obtiene una secuencia didáctica que articula el conteo, el cálculo de probabilidad y el análisis del alcance del modelo, promoviendo el tránsito desde procedimientos informales hacia la generalización de la expresión matemática. Concluyendo con que la secuencia es un aporte a la enseñanza de la binomial desde una perspectiva histórico-cultural, al favorecer la comprensión crítica del modelo y la colaboración en el aula.

PALABRAS CLAVE: Distribución binomial; Diseño de tareas; Contexto de aplicación; Colaboración; Enseñanza media

ABSTRACT

The teaching of the binomial distribution is often focused on its mechanical application, limiting its understanding as a probabilistic model. This study aims to provide a foundation for and design a sequence of tasks that promotes the recognition and collective problematization of its structure in secondary education students. Methodologically, the research is framed within design-based research, grounded in the Theory of Objectification, which conceives learning as a collective process of historically and culturally constituted knowledge. A didactic sequence composed of two tasks was developed, contextualized in a game and comic-format narratives, organized according to theoretical



principles (knowledge, being, activity, and community ethics) and methodological principles (components of the activity), and inspired by historical moments in the development of the binomial model. As a result, a didactic sequence is obtained that articulates counting, probability calculation, and the analysis of the scope of the model, promoting the transition from informal procedures to the generalization of the mathematical expression. It is concluded that this sequence contributes to the teaching of the binomial distribution from a historical-cultural perspective, fostering a critical understanding of the model and collaboration in the classroom.

KEY WORDS: Binomial distribution; Task design; Application contexts; Collaboration; Secondary education

1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la probabilidad y la estadística constituye uno de los cuatro ejes centrales del currículo escolar chileno y está presente en sus distintos niveles educativos. En particular, el electivo de *Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial* (PEDI), correspondiente al tercer y cuarto año de enseñanza media, enfatiza el desarrollo del razonamiento probabilístico en situaciones de incertidumbre, promoviendo la interpretación y las representaciones de datos, el uso de estadígrafos y el modelamiento de fenómenos mediante variables aleatorias discretas y continuas. Dentro de este marco curricular se establece un objetivo de aprendizaje —el OA 3— referido a la modelación de situaciones cotidianas mediante la aplicación de las distribuciones binomial y normal (MINEDUC, 2021).

De las distribuciones antes señaladas, en este trabajo nos centramos únicamente en la distribución binomial dada su amplia aplicabilidad en situaciones aleatorias y debido a su relación con la distribución normal, la cual permite aproximaciones útiles en el contexto escolar (de la fuente, 2017; García et al., 2018; Sánchez y Carrasco, 2018). En el campo de la Educación Matemática, la distribución binomial no solo es un contenido curricular relevante, sino también un contenido cuyo abordaje en el aula favorece el desarrollo del razonamiento probabilístico y estadístico, ya que demanda comprensión de algunos conceptos previos —por ejemplo, la combinatoria y el principio multiplicativo—, el análisis del comportamiento de variables aleatorias discretas y el estudio de la acumulación de probabilidad en grandes frecuencias (Supratman et al., 2023).

La expresión matemática del modelo binomial¹ evidencia la convergencia de algunos contenidos articulados en una misma estructura, como el principio multiplicativo, la independencia de los ensayos y la combinatoria (de la Fuente, 2017). Estos contenidos subyacen en las cuatro condiciones de un *experimento binomial* según Devore (2008): (i) dos resultados posibles mutuamente excluyentes, convencionalmente denotados “éxito” y “fracaso”, con probabilidades constantes p y $q = 1 - p$, respectivamente, en cada ensayo; (ii) independencia entre ensayos, es decir, el resultado de un ensayo no afecta la probabilidad de los ensayos subsiguientes; (iii) número fijo de ensayos (n), los cuales se establecen antes del experimento; e (iv) irrelevancia del orden, lo

¹ Según Devore (2008), la expresión matemática correspondiente a la distribución binomial es la siguiente:
$$b(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$$
, donde x es la cantidad de éxitos —variable aleatoria—, p la probabilidad de éxito, n el número de ensayos totales y $\binom{n}{x}$ es el coeficiente combinatorio de obtener x éxitos en n ensayos.



que denota la importancia del número de éxitos —o fracasos, lo cual es equivalente— y no de la secuencia en que ocurren.

A pesar de la riqueza conceptual alrededor de la distribución binomial, la enseñanza de la estadística y la probabilidad —donde está inserto este concepto— suele privilegiar la aplicación mecánica de expresiones matemáticas, lo que conduce a que los estudiantes utilicen la binomial como una herramienta sin sentido más que como un objeto de comprensión del cual puedan interpretar sus resultados (Álvarez, 2023; Martínez y Pilcúe, 2020; Sotos et al., 2007). La complejidad estructural del modelo —articulado por el principio multiplicativo y la combinatoria— plantea desafíos didácticos a los profesores, en especial cuando no se reconoce su coherencia interna (de la Fuente, 2017). Además, los estudiantes presentan dificultades para identificar la pertinencia del modelo cuando el enunciado no lo explicita, lo que puede conducir a aplicaciones erróneas (Landín y Sánchez, 2010).

Esta situación, junto al limitado manejo de estrategias pedagógicas para la enseñanza de los contenidos de estadística y probabilidad (Álvarez, 2023; Millones et al., 2021), da cuenta de la necesidad que se tiene de diseñar una secuencia de tareas que permitan enfrentar los desafíos que supone enseñar/aprender la distribución binomial. Según Radford (2023), el aprendizaje ocurre en y por la actividad, con los límites y posibilidades que ésta ofrece a sus participantes, de modo que la enseñanza de la distribución binomial no puede reducirse a la simple transmisión de algoritmos ni a una elaboración espontánea de los estudiantes que puede corresponder, o no, al contenido de interés. En este sentido, se vuelve necesario promover formas de trabajo colaborativo entre estudiantes y el profesor, alineado con las actitudes que busca promover el currículo del PEDI, y orientado a la construcción compartida del sentido sobre la estructura del modelo binomial.

En síntesis, reconocemos que la estructura subyacente al modelo binomial no emerge de manera espontánea en el aula, sino que aparece según sean las condiciones que lo hacen posible, incluyendo las decisiones didácticas que organizan la actividad matemática de los estudiantes. En virtud de lo anterior, y considerando la necesidad de diseñar tareas que favorecen el trabajo colectivo en el aula, nos preguntamos: ¿Qué características de una secuencia de tareas acerca de la distribución binomial, propuestas en contextos de aplicación diversos, pueden favorecer el reconocimiento y la problematización colectiva de la estructura de este modelo probabilístico en estudiante de educación media?

Para tratar de dar respuesta a dicha pregunta, en este trabajo nos proponemos fundamentar y describir una secuencia de tareas acerca de la distribución binomial, situadas en contextos de aplicación diversos, que favorezca el reconocimiento y la problematización colectiva de la estructura de este modelo probabilístico en estudiantes de educación media. Antes de presentar las tareas, en las próximas secciones damos cuenta de las consideraciones teóricas y metodológicas que guiaron su diseño.

2. CONSIDERACIONES TEÓRICAS PARA LA SECUENCIA

En este artículo, adoptamos la perspectiva educativa histórico-cultural de la Teoría de la Objetivación (TO) (Radford, 2023), desde la cual, la meta de la Educación Matemática es entendida como “un esfuerzo dinámico, político, social, histórico y cultural que busca la creación dialéctica de sujetos reflexivos y éticos que se posicionan críticamente en [...] prácticas matemáticas [...] histórico



y culturalmente [...] [constituidas y] en permanente evolución” (D’Amore y Radford, 2017, p. 97). Esta teoría nos proporciona un marco idóneo para explorar la dimensión colaborativa del trabajo matemático en el aula desde la elaboración de tareas sobre la distribución binomial, como proponemos en este trabajo.

Específicamente, nos apoyamos en el principio de *aprendizaje* de la TO. Para D’Amore y Radford (2017), el aprendizaje no se refiere solo al acto de conocer, sino también al devenir del ser. En esta perspectiva, el aprendizaje se entiende como “un encuentro continuo y tenso de transformación dialéctica mutua entre un mundo objetivo [...] e individuos únicos que lo encuentran” (D’Amore & Radford, 2017, p. 122). Entendiendo por mundo objetivo, al mundo material que existe fuera y de forma independiente de la conciencia individual.

En la concepción dialéctico materialista, el mundo objetivo está conformado por objetos y procesos —naturales, sociales y culturales— que se encuentran en constante *movimiento*.² Dado que el individuo se constituye en sociedad, solo puede ser comprendido como el producto de relaciones sociales y condiciones históricas con las que se encuentra a lo largo de su vida (Yajot, 1969). Para entender cómo estas relaciones afectan el aprendizaje de las matemáticas, Radford (2023) introduce dos conceptos fundamentales: el *saber* y el *ser*.

2.1. La distribución binomial como saber histórico-cultural

En la TO, el *saber* se entiende como formas de pensamiento, acción y reflexión, constituidas cultural e históricamente a partir de la actividad colectiva, material, sensorial y sensible de la humanidad (Radford, 2023). Desde esta perspectiva, la distribución binomial no es un objeto conceptual abstracto que espera ser descubierto, sino un saber matemático escolar que ha sido producido y transformado a lo largo de siglos, mediante prácticas sociales situadas en las que participaron matemáticos, comerciantes, jugadores y educadores (Fernández et al., 2022; González, 2024). Esto implica que la idea contemporánea de distribución binomial no es una esencia intemporal, sino el sedimento —siempre provisorio— de un proceso de objetivación colectiva (Radford, 2023).

La investigación en nuestro campo ha abordado la historia de la distribución binomial con diversos fines y desde variados marcos teóricos. Fernández et al. (2022), desde el Enfoque Ontosemiótico, reconstruyen los “significados parciales” de este concepto, identificando familias de problemas y objetos primarios que organizan en una trayectoria lineal creciente en complejidad. Sin desconocer el valor documental de este trabajo, nuestra aproximación a la distribución binomial en tanto saber matemático escolar es distinta. Desde la TO, la historia de un saber matemático no es un archivo de “configuraciones” a ser replicadas en la enseñanza, ni una secuencia óptima de contenidos. Es, más bien, la memoria viva de una actividad que, al ser reactualizada en el trabajo conjunto en el aula, puede hacer presente el saber ante los estudiantes. Por ello, no nos interesa la distribución binomial como una fórmula acabada, sino las condiciones de posibilidad de su encuentro —los gestos, las notaciones incipientes, los acuerdos— dentro de una actividad colectiva que haga posible la transformación del modelo binomial en un objeto de conciencia para los estudiantes.

² Para Yajot (1969), en la naturaleza existen diferentes formas de movimiento, las cuales no se limitan únicamente a su dimensión mecánica —es decir, el desplazamiento de la materia en el espacio—, sino que se manifiesta también en transformaciones físicas, químicas, biológicas y sociales.



Sin ánimo de identificar objetos primarios o familias de problemas, tomamos algunas ideas de Fernández et al. (2022) para describir tres épocas del devenir histórico de la distribución binomial que resultan de interés para nuestro trabajo, dada la manera en que la actividad colectiva del momento hizo posible la emergencia de formas de pensamiento y acción que fueron transformando el saber en cuestión.

Una primera época histórica (S_1) se sitúa entre el 600 a.C. y el siglo XIV. En ella encontramos prácticas de conteo vinculadas a problemas de combinatoria —por ejemplo, “¿de cuantas formas diferentes se pueden seleccionar dos elementos de un conjunto de n elementos distintos?”— que eran resueltos con procedimientos de enumeración directa o recursiva, sin que mediara una fórmula algebraica general. Los actores de estas prácticas no disponían, desde luego, del concepto de experimento binomial ni operaban dentro del marco probabilístico actual. Entre los siglos XV y XVII, estos patrones numéricos comienzan a ser formalizados. Aparecen entonces dispositivos simbólicos, como el triángulo de Pascal o expresiones del tipo $\frac{1}{2} n(n-1)^3$, que ya no solo enumeran casos, sino que organizan el conteo y anticipan la síntesis combinatoria posterior.

La segunda época (S_2) se desarrolla en el siglo XVII. En este momento, las prácticas de conteo comienzan a entrelazarse con una nueva pregunta, ya no solo “¿cuántos casos?”, sino “¿cuál es el valor de cada caso?”. En situaciones como el problema de los puntos —¿cómo distribuir justamente las apuestas si un juego debe interrumpirse?—, la probabilidad comienza a ser tratada como una medida numérica, y principios como la adición o la multiplicación de “posibilidades”⁴ se vuelven explícitos. El saber ya no reside únicamente en enumerar, sino en comparar y valorar. Estos cálculos, sin embargo, permanecen ligados a condiciones particulares — $p = \frac{1}{2}$ para los casos equiprobables, número fijo de ensayos—. La generalidad no está ausente, sino que germina ya en los gestos de quienes, como Pascal o Fermat, ensayan soluciones caso a caso.

Una tercera época (S_3) se extiende entre los siglos XVII y XVIII. Aquí, la generalización deja de ser un horizonte y se convierte en expresión material. Pascal, Fermat y Arbuthnot extienden sus análisis a clases enteras de problemas, aunque todavía preferentemente para casos equiprobables. Es Bernoulli quien, en este contexto, formula una expresión que condensa en una sola notación los procedimientos de conteo, las operaciones de multiplicación de probabilidades y la combinatoria que durante siglos habían operado de manera separada. Esta expresión no es, sin embargo, la revelación de una esencia matemática oculta, sino un artefacto semiótico en el que se sedimentan gestos, notaciones, procedimientos, formas de reflexión y acuerdos de quienes, actuando conjuntamente, hicieron inteligible la regularidad en la variación.

Esta reconstrucción permite comprender la distribución binomial como un saber devenido en la actividad colectiva. Su fórmula, lejos de ser un punto de partida, es la cristalización de un devenir; el momento en que los esfuerzos de quienes nos precedieron se condensan en un artefacto semiótico disponible para las nuevas generaciones. En la práctica del aula, el trabajo con la distribución binomial

³ Para comprender mejor el origen de esta y otras expresiones, recomendamos consultar el trabajo de García-García-García et al. (2022).

⁴ En el siglo XVII aún no se hablaba de “probabilidades” en plural como objeto formal, sino de posibilidades o casos.



pasa por disponer las condiciones para que los estudiantes, en un esfuerzo colectivo, puedan (re)actualizar algunas de aquellas preguntas y modos de hacer que hicieron posible su emergencia.

2.2. La emancipación del ser en el aula

Desde la perspectiva de la TO, el *ser* es entendido como “una capacidad generativa general, cultural, dinámica [...] constituida por las concepciones culturales de vivir en el mundo: formas de conceptualizarse y de ser conceptualizado; formas de posicionarse y de ser posicionado” (Radford, 2023, p. 235). En este sentido, el *ser* abarca las formas generales en que los estudiantes y el profesor se posicionan y son posicionados por los demás. En la realidad del aula, estudiantes y profesores se consideran subjetividades, esto es, sujetos sensibles, culturales y concretos que se ven afectados “reflexivamente por el Ser por medio de sus materializaciones concretas [devenir]” (Radford, 2023, p. 235). Esto significa que, “además de verse afectados por su contexto histórico-cultural concreto [mundo objetivo], los individuos [en nuestro caso, estudiantes y profesores] reaccionan agénticamente a dicho contexto. Lo hacen mediante el ejercicio del libre albedrío” (Radford, 2023, p. 233).

Para identificar el *ser* que habita el aula contemporánea, consideremos lo que señala Radford (2021) sobre el discurso educativo actual, estructurado alrededor de las ideas de libertad y autonomía que comenzaron a tomar fuerza entre los siglos XIV y XVI. En este periodo se gestan las bases del capitalismo y, paralelamente, surge una concepción más individualista del *ser* que perdura hasta la actualidad. Esta idea nos permite comprender por qué, aun cuando hoy hablamos de “los estudiantes”, dicha pluralidad no implica una ruptura con el individualismo. Según Radford (2021), los estudiantes son conceptualizados hoy en día como un conjunto de entidades separadas.⁵ Esta forma de pensar a los estudiantes se manifiesta en los paradigmas educativos⁶ y los supuestos teóricos que subyacen en ellos, los cuales contribuyen a mantener oprimidos —e incluso reproducir este estado— a los sujetos que habitan en la escuela contemporánea.

Bajo la mirada de la TO, la concepción individualista del estudiante resulta problemática por dos razones. Primero, omite el carácter histórico-cultural en el que la subjetividad está inmersa, y dota erróneamente a los individuos de una naturaleza instrumental (Radford, 2021). De este modo, se ignora que nuestra forma de pensar el mundo no es natural, sino histórico-cultural, por ende, está sujeta a procesos sociales. Segundo, la concepción individualista de los estudiantes contradice los conceptos de aprendizaje y subjetividad de la TO. En el paradigma de transmisión de saberes, el estudiante es reducido a un receptor pasivo, sin capacidad de reaccionar agénticamente a su contexto. En cambio, en los enfoques constructivista y socioconstructivista, el estudiante se concibe como un *sujeto cognitivo* que es fuente individual de conocimiento (Radford, 2021). En ambos casos, el aprendizaje se mantiene separado del devenir de la subjetividad, privándose de ser un encuentro continuo y tenso con el mundo objetivo.

Frente a todo esto, Radford (2021) plantea la necesidad de tornar el aula de matemáticas en un espacio social de prácticas emancipadoras que transformen el *ser*. De esta manera, el *ser* que buscamos promover a través de nuestra secuencia de tareas es una subjetividad reflexiva y crítica ante prácticas matemáticas, alineada con el esfuerzo de la Educación Matemática que identifica la TO. En

⁵ Según este autor, hablamos aquí de estudiantes *mónadas*.

⁶ En los últimos 50 años, Radford (2021) identifica la presencia de tres paradigmas educativos: la *transmisión de saberes*, el *constructivismo* y la fusión de ambos, que se denomina comúnmente *socioconstructivismo*.



tal sentido, para Radford (2023), “Las ideas que formamos sobre nosotros mismos y sobre cómo nos relacionamos con los demás [...] no surgen del aire, sino de las actividades que realizamos diariamente en nuestra vida” (p. 49).

El *ser* reflexivo y crítico al que nos referimos no surge solo de la intención discursiva del profesor en su planificación, sino de la actividad desplegada por los estudiantes y el profesor en el aula de matemáticas —la actividad de enseñanza-aprendizaje⁷—. Es en el marco de esta actividad —la cual constituye “un sistema dinámico en el que los individuos interactúan colectivamente en un fuerte sentido social [...]” (Radford, 2023, p. 36)— donde ciertas virtudes humanas —como lo son: la responsabilidad hacia los demás, el compromiso con la actividad y el cuidado del otro, características de una ética comunitaria (Lasprilla et al., 2021)— encuentran su expresión concreta y donde el *saber* y el *ser* devienen inteligibles. Por lo tanto, la configuración de la actividad de enseñanza-aprendizaje se vuelve un asunto fundamental al momento de pensar en cómo hacer operativa la emancipación del *Ser*.

Por lo tanto, el rol de nuestra secuencia de tareas es estructurar y propiciar las condiciones materiales y sociales para que la actividad conjunta tenga lugar. En la próxima sección, describimos cómo los principios que emanan de la concepción de aprendizaje de la TO —*saber, ser*, actividad conjunta y ética comunitaria— se traducen operativamente en consideraciones metodológicas que guían la elaboración de las tareas.

3. CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS PARA LA SECUENCIA

La investigación se aproxima a lo que en la literatura se denomina investigación basada en diseño, cuyo propósito es fundamentar y proponer una secuencia de tareas para la enseñanza del modelo binomial, sin incluir su implementación en aula (Anderson y Shattuck, 2012). Esta decisión se sustenta en el interés por desarrollar una propuesta didáctica teóricamente fundamentada como primera etapa de la investigación, privilegiando la coherencia con la TO. En este sentido el foco se ha puesto en la elaboración de una secuencia de tareas sustentada en principios teóricos que la orientan.

En este marco, el concepto clave sobre el cual descansan las decisiones metodológicas para la secuencia de tareas es el de actividad de enseñanza-aprendizaje. Según Radford (2023), esta actividad se organiza en torno a dos elementos: la *estructura* Φ (phi) y la *estructura* Θ (Theta).

3.1. Estructura Φ

La estructura Φ —también conocida como el *proyecto didáctico del profesor*— está formada por la terna objeto-meta-tarea que, en su conjunto, forman una unidad que proyecta la actividad de enseñanza-aprendizaje, siempre en movimiento. El *objeto* corresponde al encuentro pretendido entre los estudiantes y un *saber* identificado previamente por el profesor —distinto del objetivo de aprendizaje curricular.

En nuestra secuencia, el *objeto* corresponde al encuentro con formas de pensamiento, acción y reflexión estadísticas sobre fenómenos aleatorios del tipo binomial, materializadas en una expresión

⁷ Para Radford (2023), enseñar y aprender no son procesos separados, sino “dos caras de una misma moneda” que toman forma y sentido dentro de una misma actividad.



matemática general que aborda el conteo de casos y el cálculo de probabilidades. La *meta* está asociada al conjunto de acciones colectivas concretas que orientan la actividad hacia su objeto — siendo lo más cercano a un objetivo de aprendizaje curricular. En nuestro diseño se plantean dos metas: (1) resolver problemas de probabilidad de fenómenos aleatorios binomiales y (2) elaborar problemas aleatorios binomiales. Finalmente, la *tarea* consiste en una secuencia de problemas que atienden al logro de una *meta*.

La secuencia que proponemos consta de dos tareas, cada una compuesta de tres problemas y sus correspondientes preguntas y acciones. De esta manera, nuestro diseño contempla dos actividades concatenadas y secuenciadas (Figura 1).

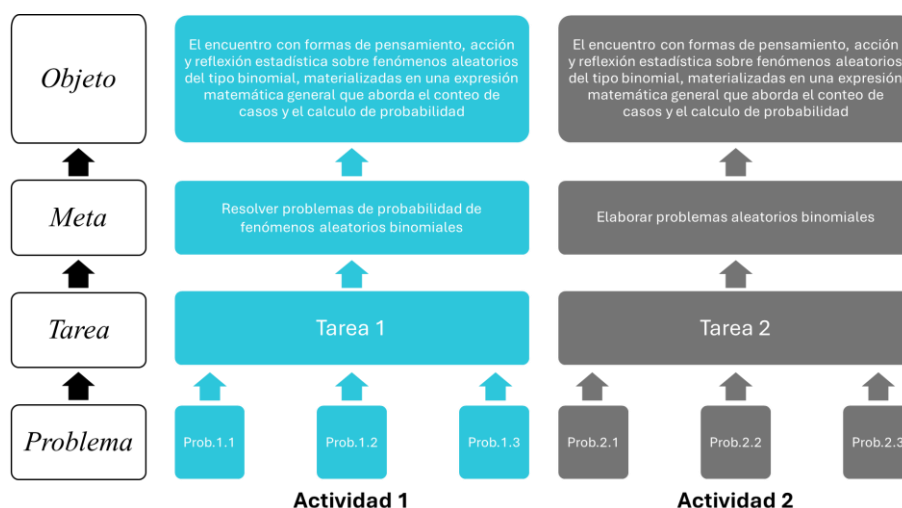


Figura 1: Estructura de la actividad Φ

Para orientar la formulación de las tareas, problemas y preguntas de la secuencia, nos apoyamos en dos referentes. Por un lado, consideramos las pautas para elaborar problemas matemáticos que propone Radford (2023) desde la perspectiva de la TO (Tabla 1).

Tabla 1: Consideraciones del diseño de tareas

Pautas	Consideraciones
Generales	Tener en cuenta lo que los estudiantes saben.
	Integrar el uso de artefactos concretos, tecnológicos, etc.
Relativas a los problemas matemáticos	Despertar el interés y favorecer la reflexión matemática.
	Transitar por diferentes niveles de conceptualización.
	Enmarcar los problemas en una unidad conceptual y contextual.
	Aumentar progresivamente la complejidad conceptual.
Relativas a las formas de colaboración	Favorecer la colaboración y el dialogo entre los estudiantes.

Por otro lado, para dotar la secuencia de una progresión que no fuera arbitraria, sino sensible al devenir del saber, tomamos como referencia algunas de las situaciones problemáticas sobre la distribución binomial identificadas por Fernández et al. (2022) en sus distintas épocas de desarrollo (Tabla 2).



Tabla 2: Situaciones problemáticas

Épocas	Situaciones problemáticas
S ₁	Estudia los casos que se pueden presentar en un fenómeno binomial de forma informal —conteo directo o representaciones— y formal —uso de expresiones más complejas.
S ₂	Calcular probabilidades en situaciones binomiales con datos específicos, haciendo uso del principio multiplicativo de probabilidad y la combinatoria.
S ₃	Estudia la probabilidad en situaciones binomiales variables o difíciles haciendo uso de la expresión matemática.

3.2. Estructura Θ

La estructura Θ —también llamada *actividad en sí misma*— no alude a la actividad de enseñanza-aprendizaje como concepto general, sino a su realización concreta en el aula. Se trata de un proceso colectivo, sensible y sensual, que se hace material, discursivo y gestual en las interacciones de los estudiantes y el profesor alrededor de los problemas que se proponen. Aunque esta estructura está condicionada por el proyecto didáctico del profesor —estructura Φ —, la manera específica en que esta ocurre no puede ser determinada de antemano, pues es un proceso situado que se configura en el espacio y el tiempo según cómo se impliquen los estudiantes y el profesor en la resolución de los problemas.

La naturaleza situada e impredecible de la actividad en sí misma implica que el potencial de una tarea para movilizar ciertas formas de pensamiento, acción y reflexión en una realidad concreta —incluso si ha logrado generar el encuentro esperado en una actividad particular— no garantiza que produzca los mismos efectos en otra. Sin embargo, se reconocen algunos momentos interrelacionados que estructuran el desarrollo de la actividad, entre ellos: la presentación de la tarea, la discusión general, etc. (Radford, 2023). En nuestra secuencia, los momentos de la actividad de enseñanza-aprendizaje se ilustran en la Figura 2.

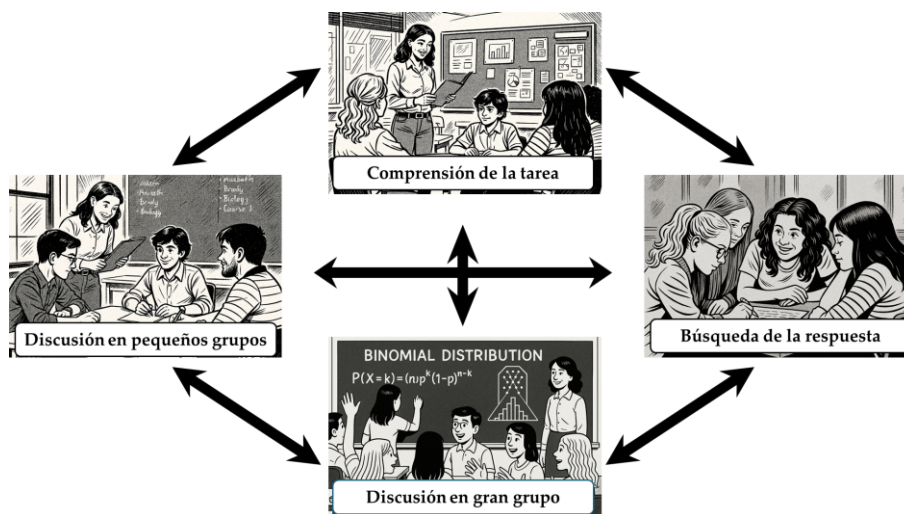


Figura 2: Momentos de la actividad

En el momento de *comprensión de la tarea*, el profesor y los estudiantes leen en conjunto un problema y comparten sus interpretaciones sobre el enunciado, buscando una comprensión



compartida de las demandas que se les hacen. La *búsqueda de la respuesta* sucede cuando los estudiantes, organizados en grupos, trabajan colectivamente en la elaboración de una respuesta compartida al problema. Durante este momento, el profesor se desplaza entre los grupos, participa en los intercambios y la producción de la respuesta, dando lugar al momento de *discusión en pequeños grupos*. Finalmente, la *discusión en gran grupo* corresponde a una plenaria donde los estudiantes y el profesor trabajan hombro con hombro en la articulación de las distintas respuestas de los grupos, encaminado sus esfuerzos hacia la producción de una obra común (Radford, 2023).

Aunque esta descripción puede sugerir una secuencia lineal de momentos, las flechas en la Figura 2 indican que la actividad no necesariamente sigue esta estructura rígida, pues el momento dependerá de cómo se configuran las interacciones en el aula, lo cual, como hemos mencionado antes, es impredecible. Sin embargo, la impredecibilidad de la actividad no implica renunciar a la intencionalidad didáctica que se tenga. Por el contrario, nos obliga a prestar especial atención a aquello que sí podemos anticipar: las tareas. En la siguiente sección presentamos la secuencia diseñada, describiendo cada tarea y explicitando las decisiones teóricas y metodológicas que le configuran.

4. LAS TAREAS DE LA SECUENCIA

En esta sección, describimos las dos tareas que conforman la secuencia. Ambas comparten un elenco de tres personajes —*Capibara*, *Krokodil* y *Huachimingo*— que proponen problemas y preguntas relacionadas con la distribución binomial en escenarios distintos: la primera, en el contexto de una feria⁸; la segunda, dentro de un espacio de creación e indagación en torno al modelo binomial.

Las tareas presentadas se han alineado con las pautas de la Tabla 1. Las consideraciones generales se manifiestan en el uso de artefactos concretos —comics y cartones de mini-lota— y en el reconocimiento de que los estudiantes han tenido algún encuentro con conceptos como el principio multiplicativo y la combinatoria en cursos anteriores, de acuerdo con la organización del currículo chileno (MINEDUC, 2016). En cuanto a las consideraciones relativas a los problemas matemáticos, las tareas están diseñadas para que la interacción con el juego y los comics resulten del interés de los estudiantes (Gómez, 2014; Wijaya y Doorman, 2021), y para que transiten desde la reflexión con objetos concretos —los cartones de mini-lota— hasta la manipulación de expresiones matemáticas, en un marco de dificultad creciente⁹. Por último, las consideraciones relativas a las formas de colaboración están presentes de forma transversal en el planteamiento de las preguntas y en la organización de los grupos de estudiantes, además, idealmente, deben ser favorecidas por el docente, aunque, como ya ha mencionado Pizarro-Ayavire et al. (2026), el fomentar estas condiciones no garantiza que la ética comunitaria que buscamos promover se manifieste efectivamente en el aula. Para comprender mejor cómo las tareas y los problemas se relacionan con la distribución binomial, se presenta la Tabla 3.

⁸ Nos referimos con feria a un espacio físico con instalaciones recreativas que incluyen juegos de entretenimiento para todo público.

⁹ La unidad contextual —una feria y un cuento— y conceptual —la distribución binomial— también están presentes en las consideraciones relativas a los problemas matemáticos, pero estas ya están implícitas.



Tabla 3: Características de la distribución binomial en las tareas

Tarea	Problema	Época histórica	Elementos de la binomial emergentes
Tarea 1 (Mini-lota)	Problema 1	S_1	Irrelevancia del orden; dos resultados posibles
	Problema 2	$S_1 \rightarrow S_2$	Conteo sistemático (diagrama de árbol); propiedad multiplicativa de la probabilidad; combinatoria
	Problema 3	$S_2 \rightarrow S_3$ (Incidencia)	Variación de probabilidades p y q ; la probabilidad como valor numérico; incidencia de la expresión matemática de la distribución binomial
Tarea 2 (Cómics)	Problema 1	S_3	Aplicación de la distribución binomial; suma de probabilidades para varias variables aleatorias; variación de parámetros n , p y q
	Problema 2	S_3	Identificación de condiciones (Implícita) del modelo; reconocimiento de la necesidad de eventos independientes
	Problema 3	S_2 y S_3	Explicitación de las condiciones de la distribución binomial

4.1. Tarea 1. El saber emergiendo del juego

La primera tarea (Anexo 1), denominada “La mini-lota cocodrilesca”, toma como inspiración el tradicional juego chileno de la *lota*¹⁰, pero lo convierte en una narrativa que invita a los estudiantes —organizados en grupos— a encontrarse con las primeras formas del saber asociado a la distribución binomial. A diferencia de la *lota* tradicional —cuyos cartones tienen 27 casillas con números del 1 al 99—, la mini-lota utiliza cartones de una sola fila con cinco casillas, cada una marcada con un tic (✓) o una cruz (X). Esta simplificación no es arbitraria, pues con ella buscamos ajustar la dinámica del juego a las condiciones de un experimento binomial —dos resultados posibles, número fijo de ensayos, eventos independientes— y preparamos el terreno para que, en el trabajo colectivo, emerjan la irrelevancia del orden, el conteo de casos y la comparación de probabilidades. De este modo, la tarea busca que los estudiantes desplieguen en la actividad conjunta algunos de los gestos, preguntas y notaciones que, en los momentos históricos que hemos denominado S_1 y S_2 , hicieron posible la emergencia del saber.

Una vez familiarizados con la dinámica de la mini-lota, los grupos se enfrentan al primer problema, el cual consta de tres preguntas (Figura 3). Estas preguntas no demandan aún ningún conteo sistemático; más bien buscan que los estudiantes observen, discutan y reconozcan una de las condiciones de un experimento binomial, la cual es la irrelevancia del orden, que se visualiza en el juego mediante el hecho de que el orden en que se extraen las pelotas de la urna no altera el resultado, y que lo relevante es, por lo tanto, la cantidad de tics (✓) y cruces (X) que aparecen en cada cartón —reforzando la idea de considerar solamente dos resultados posibles que son mutuamente excluyentes.

¹⁰ La “Lota” es un juego tradicional chileno similar a la lotería: un vocero extrae números del 1 al 99 de una urna y los anuncia en voz alta; los participantes marcan en sus cartones —compuestos por cuatro filas de cinco números— el número dicho por el vocero y gana quien complete primero una fila.



1. El Sr. Krokodil está confundido: “¿Cómo puede ser que haya más de un grupo ganador al mismo tiempo?” Ayúdenlo a comprender esto. ¿Cómo explicarían que pueden existir varios ganadores en un mismo juego?

El Sr. Krokodil sigue con dudas, así que les pide ejemplos: ¿Cuáles de estos cartones podrían ganar al mismo tiempo? Justifiquen su elección.

X	X	✓	X	X
✓	X	✓	X	✓
X	✓	✓	✓	X
X	✓	X	X	X

X	X	X	✓	✓
X	X	X	X	X
X	X	X	✓	✓
✓	✓	✓	✓	✓

2. El Sr. Krokodil ya entendió que varios cartones pueden coincidir con los resultados. Pero ahora quiere saber: ¿Cuántos grupos distintos de cartones ganadores hay?

Figura 3: Preguntas del problema 1, tarea 1

Esta discusión colectiva —en la que los grupos comparan sus cartones, argumentan y eventualmente corrigen sus intuiciones— prepara el terreno para que, más adelante, pueda emerger la necesidad de contar casos. De esta manera, los estudiantes comienzan a preguntarse por lo que hace ganador a un cartón, aunque todavía no dispongan de las herramientas para responderlo en términos generales.

El segundo problema, también con tres preguntas (Figura 4), invita a los grupos a determinar todos los casos posibles al extraer las pelotas de la urna. Una vez listados, deben identificar en cuántos de esos casos existe un cierto número de éxitos, en este caso asociado a una cantidad determinada de tics (✓) —por ejemplo, 0 tics, 1 tic, 2 tics, etc.—, discutir cómo podrían realizar ese conteo de manera más sucinta y, luego, contrastar las posibilidades de ganar entre dos cartones.



1. El Sr. Krokodil dice: “¿cuántos resultados diferentes se pueden obtener en un juego de mini-lota?”. Usen un diagrama para intentar responder esta pregunta. Además, recuerden que un juego consiste en seis extracciones, y en cada una puede salir un tic (✓) o una cruz (X).

2. El Sr. Krokodil está intentando elegir el mejor cartón y cree que es necesario saber con qué frecuencia aparecen distintas cantidades de tics (✓). A partir de las combinaciones posibles (tengan en cuenta el diagrama anterior), respondan:
 - ¿En cuántos casos no aparece ningún tic (✓)?
 - ¿En cuántos casos aparece un tic (✓)?
 - ¿En cuántos casos aparecen cinco tics (✓)?
 - ¿Qué patrón observan en estos resultados?
 - ¿Cómo podríamos hacer estos cálculos más rápido?

3. El Sr. Krokodil piensa que ya está listo para elegir el cartón más conveniente, pero tiene dudas... Él dice: “Si tengo dos cartones diferentes, ¿cuál me conviene más para ganar?”. Cada grupo debe escoger dos cartones diferentes y luego responder: ¿Cuál de los dos cartones tiene mayor probabilidad de ser ganador?

Figura 4: Preguntas del problema 2, tarea 1

Esta discusión busca llevar a los grupos a recurrir a las técnicas de conteo y, entre éstas, reconocer la combinatoria como una herramienta propicia. Al comparar la probabilidad de los cartones, algunos estudiantes pueden proponer la multiplicación de probabilidades, mientras que otros pueden dibujar diagramas de árbol o recordar fórmulas ya abordadas en cursos anteriores. Lo importante no es que la expresión matemática aparezca de inmediato, sino que, en el trabajo colectivo, los estudiantes se vean en la necesidad de contar de forma organizada y, al hacerlo, se aproximen a la estructura combinatoria que subyace a la distribución binomial. La finalidad última de este problema es propiciar el encuentro con las prácticas de conteo que caracterizamos en el momento histórico S_1 , esto es, con aquellas formas de pensamiento, reflexión y acción que, históricamente, hicieron posible el tratamiento sistemático de los casos favorables y posibles.

El tercer problema introduce una variación sustantiva con respecto a los problemas anteriores. Los grupos trabajan ahora con dos urnas nuevas —denominadas Urna 1 y Urna 2—, cada una con una composición diferente de pelotas: la Urna 1 contiene seis tics (✓) y cuatro cruces (X); la Urna 2, ocho tics (✓) y seis cruces (X), respectivamente. Para cada urna, las preguntas del problema invitan a los estudiantes a determinar qué conjunto de cartones tiene mayor probabilidad de resultar ganador, es decir, qué cantidad de tics es la más favorable dadas las nuevas condiciones (Figura 5).



1. El Sr. Krokodil está tratando de calcular la probabilidad de sacar una pelota con tic (✓) de la Urna 1, pero tiene tres posibles respuestas (ver opciones a), b) y c)) y no recuerda cuál es correcta. ¿Cuál de estas tres fracciones representa correctamente la probabilidad de sacar una pelota con tic de la Urna 1? Justifique su respuesta.

a) $\frac{9}{15}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{6}{4}$

2. El Sr. Krokodil intenta hacer sus propios cálculos para la Urna 2. Dice lo siguiente: “Según mis cálculos, $\frac{8}{14}$ y $\frac{4}{7}$ representan la misma probabilidad de sacar una pelota con tic (✓)... ¿Tengo razón?” Analicen su afirmación.

3. Finalmente, el Sr. Krokodil quiere saber cuál cartón elegir para aumentar sus probabilidades de ganar. Por ello, les plantea estas dos preguntas: “¿Cuáles son los cartones con la mayor probabilidad de ganar en la mini-lota si usamos la Urna 1? ¿Y cuáles son los cartones más probables si usamos la Urna 2?”.

Figura 5: Preguntas del problema 3, tarea 1

Este problema no solo exige aplicar la combinatoria y el principio multiplicativo, ya explorados en problemas anteriores, sino que enfrenta a los estudiantes a una situación en la que la composición de la urna modifica las probabilidades de éxito y fracaso — p y q respectivamente. Lejos de constituir un obstáculo, esta modificación abre la posibilidad de generalizar el caso particular de $p = \frac{1}{2}$ y empezar a preguntarse por la estructura matemática que organiza todas estas situaciones. En este sentido, el problema busca propiciar un encuentro con las formas de pensamiento que caracterizamos como S_2 , es decir, aquellas prácticas en las que la probabilidad comienza a tratarse como medida numérica en contextos específicos. Además, el trabajo colectivo en torno a estas urnas nuevas abona el terreno para que la expresión matemática de la distribución binomial pueda comparecer a través de gestos, discusiones y notaciones desplegados durante la resolución de la secuencia.

En otras palabras, el tránsito hacia la expresión matemática formal de la distribución binomial no se debe a una ocurrencia espontánea del estudiante ni a la imposición externa del profesor, como aportes individuales. Su emergencia en el aula puede darse a partir de un trabajo hombro con hombro entre estudiantes y el profesor. Por ejemplo, a partir del uso de gestos, artefactos y símbolos, el profesor puede crear condiciones para que, durante la puesta en común, se articulen las ideas de los grupos y surja una forma de concreta de trabajo colectivo —la expresión en cuestión. Sin embargo, que la expresión aparezca ante la clase no significa que se haya producido un encuentro con S_3 en los términos de la TO, pues esta intervención por sí misma no habilita de forma automática las formas de pensamiento, acción y reflexión que conlleva.

En síntesis, la tarea de la mini-lota enfrenta a los estudiantes con las cuestiones fundamentales del conteo y la probabilidad por medio de una unidad contextual lúdica y manipulativa. Su propósito es dar sentido a la expresión de la distribución binomial, reconociendo que, aunque esta encarna un



saber históricamente elaborado, solo se convierte en objeto de conciencia cuando los estudiantes se implican en una actividad de enseñanza-aprendizaje que revela “un nuevo mundo de posibilidades de acción [, reflexión] y pensamiento” (Radford, 2023, p.33).

La tarea siguiente se apoya en estas nuevas formas de pensamiento, acción y reflexión — momento histórico S_2 — y aborda el mismo saber desde una perspectiva complementaria de análisis de casos y en la creación colectiva de historias.

4.2. Las nuevas formas de pensamiento, acción y reflexión

La segunda tarea (Anexo 1), titulada “Los cuentos de Huachimingo”, recurre al formato cómic para presentar situaciones de manera concisa y atractiva (Gómez, 2014). Mediante este recurso narrativo buscamos que los estudiantes movilicen las formas de acción y reflexión desarrolladas en la tarea anterior y las pongan en juego en contextos donde deben decidir colectivamente si una situación corresponde o no a un experimento binomial, profundizando así en la comprensión de condiciones que determinan a un experimento binomial —algunas ya explicitadas y otras implícitas que deberán emerger en la actividad. Las historias planteadas en los cómics invitan a los estudiantes a adoptar la perspectiva de distintos personajes y, con ello, a posicionarse críticamente ante las condiciones que definen al modelo. De este modo, la tarea articula aspectos de los momentos históricos S_2 —la probabilidad como medida en contextos específicos— y S_3 —la generalización del modelo en su expresión matemática—, preparando el terreno para que, a lo largo de la tarea, los estudiantes puedan reconocer tanto el alcance como los límites de la distribución binomial.

Una vez que los estudiantes se organizan en grupos y leen las instrucciones, se enfrentan al primer problema de esta tarea, que presenta tres situaciones en formato cómic. Las dos primeras (Figura 6 y Figura 7) forman parte de una misma narrativa, ambientada en la escuela, por medio de la cual invitamos a los estudiantes a aplicar el modelo binomial y a tomar postura frente a lo que ocurre en estas situaciones, generando una discusión colectiva en los grupos.

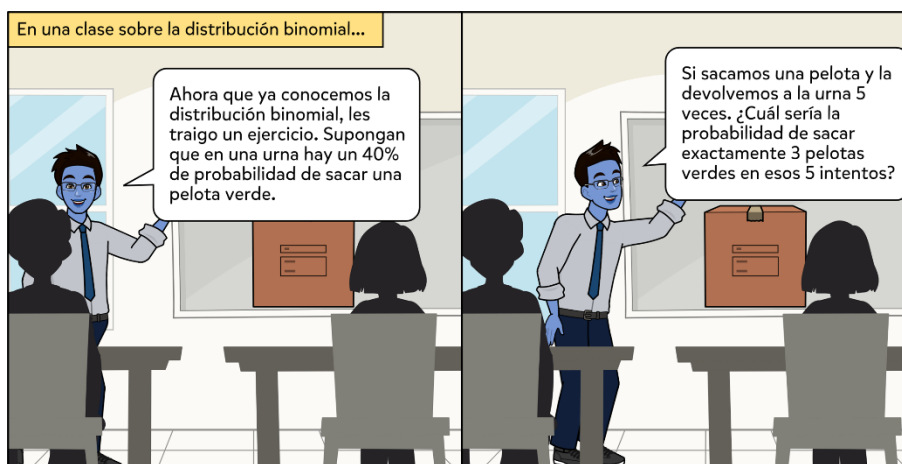


Figura 6: Primera parte de la primera situación del problema 1, tarea 2

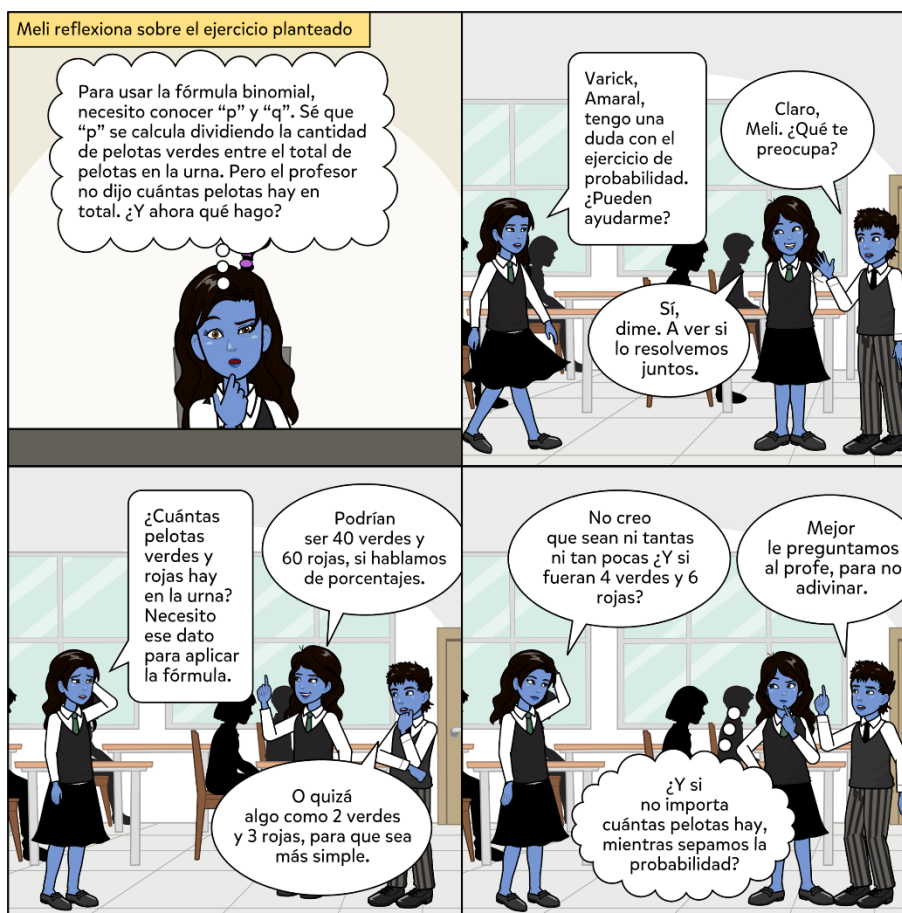


Figura 7: Segunda parte de la primera situación del problema 1, tarea 2

La tercera situación (Figura 8), en cambio, introduce un contexto laboral y una complejidad adicional: los parámetros p y q no son equiprobables, y el problema exige recurrir a la suma de probabilidades. Esta progresión —de aplicar directamente el modelo a tener que sumar probabilidades— busca que los estudiantes amplíen sus formas de pensamiento y acción sin perder de vista que, pese al cambio de probabilidad, todas las situaciones responden a la misma estructura de ensayos binomiales.

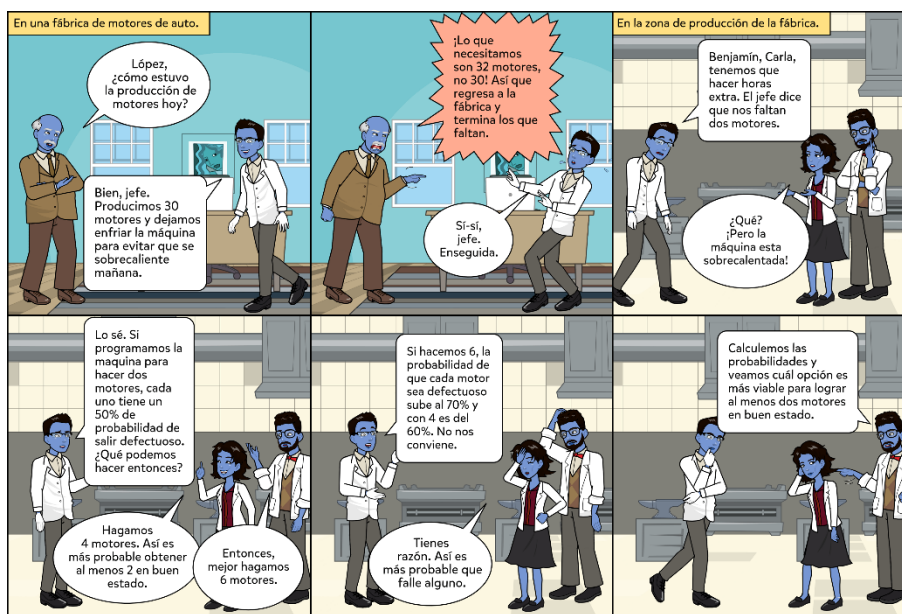


Figura 8: Segunda situación problema 1, tarea 2

Al abordar estas situaciones, esperamos que los estudiantes discutan en sus grupos las propuestas de los personajes en cada historia y construyan argumentos colectivos sustentados en la comprensión y análisis de las probabilidades que emergen del modelo binomial. De esta manera, la actividad —sostenida en el diálogo y la confrontación de puntos de vista— puede llevar a cuestionar el significado de la resolución de problemas binomiales, entendida no como una mera aplicación del modelo, sino que como un proceso de construcción colectiva sobre cómo aplicar la distribución binomial. Es en dicha construcción donde los estudiantes comienzan a movilizar y ampliar¹¹ las nuevas formas de pensamiento, acción y reflexión propias de S_3 , no como un procedimiento mecánico, sino como una herramienta que los conduce a interrogar la realidad plasmada en los comics.

El segundo problema propone un nuevo desafío. Esta vez, los estudiantes son invitados a identificar, de entre dos nuevas situaciones, cuál es la que cumple con las condiciones de un experimento binomial —y, por tanto, admite la aplicación de la distribución— y cuál no. La primera narrativa (Figura 9) muestra un contexto laboral en el que un trabajador, tras un desliz, deja caer algunos artículos dañándolos y se pregunta qué tan probable es vender un artículo dañado durante su turno. En este caso, no es posible aplicar la distribución binomial, debido a que los ensayos no son independientes, pues las probabilidades de p y q varían según si el objeto vendido anteriormente estaba, o no, defectuoso.

¹¹ Con “ampliar” nos referimos a expandir las formas de pensamiento, acción y reflexión que conlleva la distribución binomial, en tanto que los problemas no exigen el mero uso de su expresión matemática, sino también hacer uso de la suma de probabilidades y variar sus parámetros.

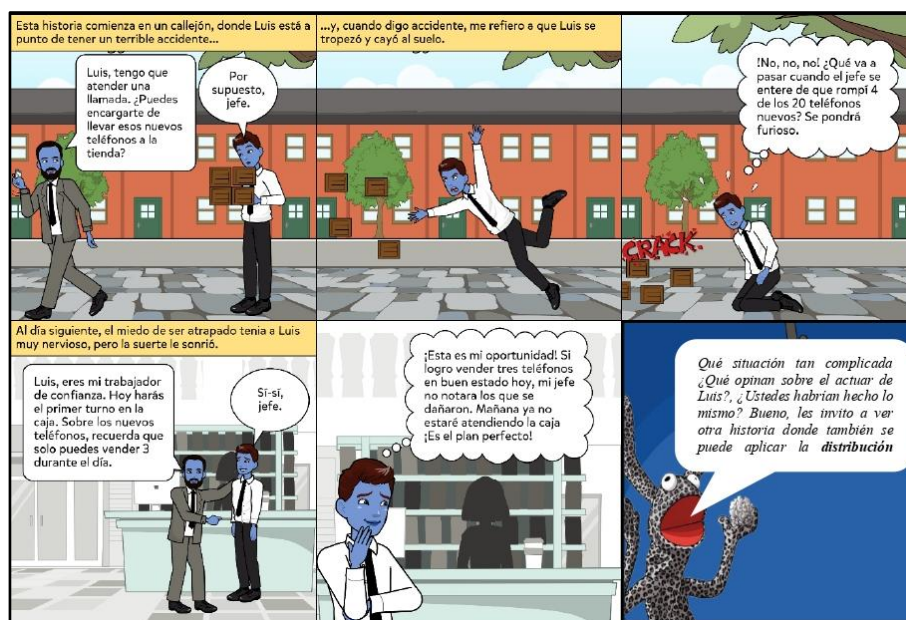


Figura 9: Primera situación problema 2, tarea 2

La segunda situación del problema (Figura 10), se desarrolla en un escenario ficticio de un apocalipsis zombi, donde dos hermanos buscan protegerse plantando semillas y se cuestionan la probabilidad de que estas logren crecer según las condiciones climáticas. A diferencia de la narrativa anterior, esta si cumple las condiciones de un experimento binomial y, por ende, admite el uso de la distribución.



Figura 10: Segunda situación problema 2, tarea 2

Una vez que los estudiantes han identificado cuál de las dos narrativas corresponde a un experimento binomial, el problema les pide modificar la historia que no cumple dichas condiciones,



ajustando elementos de la trama, las reglas o el contexto, de modo que se convierta en un genuino experimento binomial. Esta solicitud no es únicamente correctiva pues, al reescribir la narrativa, los estudiantes se ven obligados a explicitar qué condiciones definen al modelo y a tomar decisiones sobre cómo incorporarlas en una historia.

Es precisamente en este proceso de explicitar condiciones y decidir colectivamente donde los estudiantes comienzan a reconocer, aunque sea implícitamente, que el modelo binomial — S_3 — tiene límites. Al tener que modificar la narrativa, los grupos deben distinguir cuándo pueden aplicar el modelo binomial y cuándo no. Esta distinción, sostenida en la discusión colectiva, refuerza la comprensión de las condiciones del experimento binomial y, a la vez, prepara el camino hacia la resolución del siguiente problema, donde se requiere profundizar sobre el alcance y los límites de la distribución binomial como modelo probabilístico.

El tercer problema presenta una serie de instrucciones para los grupos (Figura 11), orientadas a la elaboración colectiva de una historia similar a las situaciones tratadas anteriormente que cumpla con las condiciones de un experimento binomial. Una vez elaborada, cada grupo debe presentar su narrativa en formato cómic a todo el curso, generando una discusión colectiva en la que se analiza la pertinencia de cada narrativa para la aplicación del modelo binomial.

¡Es hora de crear juntos! En equipo, elaboren una historia que aplique la Distribución Binomial. Este ejercicio les permitirá aprender y construir el conocimiento de manera colectiva.

1. Diseñen un cómic de entre 4 y 6 paneles, representando una situación en la que se pueda aplicar la Distribución Binomial (es decir, un experimento con dos resultados posibles en cada intento).
2. Formulen una pregunta que pueda ser respondida usando esta distribución. Asegúrense de que todos participen en la creación de la pregunta.
3. Verifiquen las condiciones necesarias para aplicar la Distribución Binomial. ¿Cumple su historia con los requisitos como la independencia de los eventos y el número fijo de intentos? Discútanlo en equipo.
4. Compartan y discutan su trabajo con otros grupos, reflexionando sobre las distintas maneras en que se aplicó la distribución en cada historia.

¡El aprendizaje será más beneficioso si lo hacen en equipo, compartiendo ideas y reflexionando sobre cómo aplicar la teoría en contextos reales!

Figura 11: Instrucciones del problema 3, tarea 2

La elaboración de una historia tiene como finalidad movilizar las formas de pensamiento, acción y reflexión desarrolladas a lo largo de la tarea, propias de la época S_3 , llevando a los estudiantes más allá de la aplicación de la fórmula binomial, hacia la comprensión de las condiciones que hacen pertinente su uso. Este proceso, sostenido por la discusión colectiva, requiere que los grupos expliciten los requisitos de un experimento binomial y reconozcan el tipo de problemas al que el modelo puede atender, lo que posibilita comprender tanto su potencial como sus restricciones.

Finalmente, esta segunda tarea enfrenta a los estudiantes con la necesidad de decidir, analizar y crear una historia que encarne —o no— las condiciones de un experimento binomial. A través de discusiones colectivas, los estudiantes no solo amplían el dominio de la expresión matemática —momento histórico S_3 —, sino que también tienen la oportunidad de reconocer que un modelo probabilístico no es una receta universal, sino una forma de interrogar el mundo con preguntas



específicas y con restricciones igualmente específicas —un saber que hunde sus raíces en S_2 y se consolida en S_3 como objeto de conciencia.

5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En este trabajo hemos fundamentado y descrito una secuencia de tareas sobre distribución binomial, orientada al encuentro de estudiantes de educación media con formas de pensamiento, acción y reflexión que históricamente han constituido a este saber. Dicho encuentro no se limita a la manipulación de una expresión matemática particular, sino que busca que los estudiantes, a través de la actividad conjunta, puedan encarnar algunos gestos, preguntas y notaciones que hicieron posible la emergencia histórica de este modelo probabilístico.

Tres propósitos han orientado nuestro diseño. En primer lugar, contribuir a superar una visión puramente instrumental de la distribución binomial, promoviendo en cambio su comprensión como un saber histórico y culturalmente constituido. En segundo lugar, ofrecer una propuesta didáctica fundamentada teórica y metodológicamente que pueda servir como referente para la enseñanza de la distribución binomial, ya sea en el marco del programa de formación diferenciada “Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial” del currículo chileno, o en otros contextos escolares con similares características. En tercer lugar, atender a la dimensión colectiva del aprendizaje, concibiendo el aula como un espacio de trabajo conjunto donde los estudiantes, al discutir, argumentar y crear juntos, se posicionan críticamente frente a las prácticas matemáticas escolares. Para entender la relevancia del primer y el tercer propósito —no hacemos mención del segundo propósito ya que la propuesta en sí misma lo justifica—, y cómo son atendidos por nuestro trabajo, contrastamos con lo realizado por otros autores.

Con relación al primer propósito, la idea de superar una visión instrumental de la distribución binomial no es nueva, ya existen trabajos que han buscado alternativas a la enseñanza mecanizada del modelo. Por ejemplo, García-García et al. (2018) analizan una actividad guiada con software educativo, orientada a que los estudiantes desarrollen nociones de variabilidad y distribución a través de comparar la probabilidad teórica y frecuencial relativa utilizando la estructura SOLO para categorizar los niveles de comprensión alcanzado. Si bien reconocemos la necesidad de trascender el nivel de aplicación mecánica del modelo, nuestra aproximación a este problema desde la TO difiere en un aspecto fundamental con la propuesta de estos autores. En nuestra propuesta, la comprensión de la distribución binomial no se aborda como un déficit cognitivo individual que debe ser remediado mediante el uso de recursos tecnológicos —o de otra índole—, sino como un proceso de encuentro colectivo con un saber histórico-culturalmente constituido. Es decir, no se trata de un “ascenso” individual a niveles más abstractos de comprensión, sino de la transición por diferentes formas de pensamiento, acción y reflexión — S_1 , S_2 y S_3 —, las cuales no expresan una jerarquía cognitiva, sino una reactualización colectiva de preguntas, gestos y notaciones con el potencial de revelar el modelo a la conciencia de los estudiantes. En este sentido, si bien la variabilidad y distributividad son nociones importantes, no constituyen nuestro punto de partida.

Para entender la relevancia que otorgamos al tercer propósito que orienta nuestro diseño, vale la pena mirar otros trabajos relacionados a la probabilidad. Wijaya y Doorman (2021) proponen una trayectoria de aprendizaje basado en juegos de azar —Sudoku y Serpientes y escaleras— que busca hacer consciente al estudiante de nociones como espacio muestral, diagrama de árbol y la



probabilidad empírica y teórica, transitando por cuatro niveles de modelización: situacional, referencial, general y formal. Esta propuesta es valiosa en tanto reconoce el potencial de los juegos para introducir nociones probabilísticas de manera lúdica y progresiva, de forma similar a como nosotros sugerimos a través del juego de la mini-lota. Sin embargo, desde nuestra perspectiva, la trayectoria de aprendizaje de estos autores tiene una limitación significativa en la dimensión colectiva del aprendizaje, mencionada superficialmente —en los diálogos entre docentes y estudiantes— pero no considerada como un principio estructurador de la actividad. El énfasis recae en la tarea y el juego como artefactos que, por sí mismos, tienen incrustados en ellos el saber y lo vuelven accesible al estudiante. Esta visión parece no considerar que la” [...] encarnación de la inteligencia humana en los objetos materiales [...] no es suficiente para que esta inteligencia se revele automáticamente al individuo. [...] Para relevase a la consciencia es necesario que los estudiantes se impliquen en actividades de enseñanza-aprendizaje” (Radford, 2023, pp. 32-33). Para nosotros no se trata de que los estudiantes solo “trabajen en grupos” —como estudiantes monadas—, sino que se involucren de forma responsable y comprometida en una actividad colectiva que encamine sus acciones y reflexiones hacia el encuentro con el saber, siendo esta dimensión social no un complemento sino una condición de posibilidad de dicho encuentro.

Para alcanzar los propósitos antes mencionados, nos hemos apoyado en la Teoría de la Objetivación, una perspectiva que concibe el aprendizaje como un proceso de encuentro con el saber en el que estudiantes y profesores se transforman a sí mismo en el curso de la actividad colectiva. Metodológicamente, la organización de las tareas se ha apoyado en los componentes Φ (phi) y Θ (Theta) de la actividad de enseñanza-aprendizaje (Radford, 2023), una estructura que ya ha sido explorada y documentada en otros diseños fundamentados en la TO (Pizarro-Ayavire et al., 2024, 2026; Prieto G. y Arredondo, 2020, 2022; Prieto-González et al., 2024). De manera transversal, la reconstrucción histórica del saber propuesta por Fernández et. al. (2022) —particularmente la distinción de los momentos S_1 , S_2 y S_3 — ha servido como referente para dotar de sentido a la progresión de las tareas, sin que ello implique una secuencia lineal ni una reproducción acrítica de configuraciones epistémicas.

Este marco nos llevó a concretar dos tareas. La primera, inspirada en el juego de la lota, enfrenta a los estudiantes con las cuestiones fundamentales del conteo de casos y la comparación de probabilidades, movilizandolos aspectos propios de S_1 y S_2 . A través de la manipulación de cartones y urnas, los estudiantes reconocen la irrelevancia del orden, exploran el conteo informal y formal, y comienzan a familiarizarse con el principio multiplicativo, preparando el terreno para la emergencia de la expresión matemática del modelo — S_3 . La segunda tarea, basada en narrativas en formato cómic, lleva a los estudiantes a ampliar y problematizar las formas de pensamiento desarrolladas en la tarea anterior —particularmente vinculadas a S_2 y S_3 —, decidiendo si una situación es o no modelable e identificando las condiciones que definen un experimento binomial y, finalmente, creando sus propias historias. En este proceso, los estudiantes no solo aplican la fórmula en contextos de complejidad creciente, sino que también delimitan su alcance al reconocer las situaciones que escapan a su dominio. Es aquí donde las formas de pensamiento, acción y reflexión que caracterizan a S_3 —la generalización del modelo y su expresión matemática—, lejos de resultar en una fórmula acabada, comparecen como objeto de conciencia en la actividad colectiva.

Consideramos que esta secuencia es un aporte a la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y la estadística desde una perspectiva histórico-cultural, al ofrecer un diseño fundamentado que



articula explícitamente los momentos de constitución del saber con las actividades propuestas en el aula. Vale destacar que la ausencia de implementación o pilotaje no constituye, desde nuestra perspectiva, una carencia del diseño o un déficit en su validación. Como hemos argumentado en la sección 3 del artículo, la actividad es un proceso situado e impredecible, por tanto, el hecho de una implementación en particular genere —o no— un encuentro con el saber no puede ser interpretado como una validación o invalidación del diseño mismo. En este sentido, la validez de nuestra propuesta está en su coherencia teórica con los principios de la TO, la progresión histórica del saber y las tareas diseñadas, aunque esto no signifique necesariamente una garantía de encuentro con la distribución binomial¹². Lo anterior no implica que, naturalmente, futuras investigaciones podrían analizar la implementación de esta secuencia en contextos escolares reales, prestando especial atención a los gestos, las discusiones y las notaciones que emergen en la actividad colectiva de estudiantes y profesores, así como la transformación de estos sujetos en la relación con el saber que la actividad pueda propiciar, pero no con el fin de validar o no la propuesta, sino con el interés de comprender las condiciones particulares que hacen posible el encuentro con la distribución binomial.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación fue financiada por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) de Chile, a través del proyecto Fondecyt de Iniciación No. 11250276.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Álvarez Tinajero, N. M., Rivadeneira Flores, J. O., & Montero Zambrano, S. D. P. (2022). Dificultades en la enseñanza-aprendizaje de la estadística y probabilidad: Una perspectiva de estudiantes. *Ecos de la Academia*, 8(16), 81–97. <https://doi.org/10.53358/ecosacademia.v8i16.772>
- Anderson, T., & Shattuck, J. (2012). Design-based research: A decade of progress in education research? *Educational Researcher*, 41(1), 16-25.
- D'Amore, B., & Radford, L. (2017). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Problemas semióticos, epistemológicos y prácticos*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- de la Fuente, G. R. C. (2017). *Evaluación de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza sobre distribuciones binomial y normal en 2.º de bachillerato* [Trabajo de fin de máster, Universidad de Granada].
- Devore, J. L. (2008). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias* (7.ª ed.). Cengage Learning.
- Fernández Coronado, N. A., García-García, J. I., Arredondo, E. H., & Araya Naveas, I. A. (2022). Epistemic configurations and holistic meaning of binomial distribution. *Mathematics*, 10(10), 1748. <https://doi.org/10.3390/math10101748>

¹² Situados en el estudio de las constelaciones en Física, Pizarro-Ayavire et al. (En evaluación) implementaron el diseño reseñado en Pizarro-Ayavire et al. (2026) con estudiantes de enseñanza media en Chile, llegando a la misma conclusión tras analizar un episodio de aula.



- García-García, J. I., Arredondo, E., & Márques Torres, M. (2018). Desarrollo de la noción de distribución binomial en estudiantes de bachillerato con apoyo de tecnología. *PARADIGMA*, 39(2), 92–106. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2018.p92-106.id702>
- García-García, J. I., Fernández Coronado, N. A., Arredondo, E. H., & Imilpán Rivera, I. A. (2022). The Binomial Distribution: Historical Origin and Evolution of Its Problem Situations. *Mathematics*, 10(15), 2680. <https://doi.org/10.3390/math10152680>
- Gómez, N. L. (2014). Creando, dibujando... aprendiendo matemática a través del cómic. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 9(12), 111–123.
- González, L. (2024). Azar: Algunas huellas de su constitución histórico-cultural. *Paskín Matemático*, 6(1), 34–44.
- Landín, P. R., & Sánchez, E. (2010). Niveles de razonamiento probabilístico de estudiantes de bachillerato frente a tareas de distribución binomial. *Educação Matemática Pesquisa*, 12(3), 598–618.
- Lasprilla, A., Radford, L., & León, O. L. (2021). La labor conjunta en actividades de enseñanza-aprendizaje a partir del estudio de los vectores de la ética comunitaria. *REMATEC – Revista de Matemática, Ensino e Cultura*, 16(39), 228–245.
- Martínez Zambrano, W. A., & Pilcúe Menza, L. J. (2020). *Dificultades que presentan estudiantes de la licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas con respecto a la distribución binomial* (Tesis de licenciatura). Universidad del Valle. <https://hdl.handle.net/10893/20766>
- Millones, T. S. O., de Alencar, E. S., & Bueno, S. (2021). Dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de la Estadística: comparación de investigaciones de Perú y Brasil entre los años 2009 a 2017. *Research, Society and Development*, 10(12), e36101219975.
- Ministerio de Educación [MINEDUC]. (2016). *Bases curriculares 7° básico a 2° medio*. https://www.curriculumnacional.cl/sites/default/files/newtenberg/614/articles-37136_bases.pdf
- Ministerio de Educación de Chile [MINEDUC]. (2021). *Programa HC: Probabilidades y estadística descriptiva e inferencial 3° y 4° medio*. https://www.curriculumnacional.cl/sites/default/files/newtenberg/614/articles-140145_programa_feb_2021_final_s_disegno.pdf
- Pizarro-Ayavire, A. B., Prieto-González, J. L., & Gutiérrez-Araujo, R. E. (2024). Designing the encounter of teachers with meanings and levels of understanding of the derivative. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 19(4), em0798. <https://doi.org/10.29333/iejme/15520>
- Pizarro-Ayavire, A. B., Prieto-González, J. L., & Gutiérrez-Araujo, R. E. (2026). El encuentro con las constelaciones como saber histórico-cultural. *Revista de Investigación en Educación*, 24(2), 394–417. <https://doi.org/10.35869/reined.v24i2.6947>
- Pizarro-Ayavire, A. B., Prieto-González, J. L., Gutiérrez-Araujo, R. E., & Gobara, S. T. (En evaluación). Collective learning about constellations in High School: A theory of objectification approach.



- Prieto G., J. L., & Arredondo, E.-H. (2020). Aprendizaje de las construcciones euclidianas con GeoGebra: Elementos de una actividad formativa para futuros profesores de matemáticas. *Paradigma*, 356–380. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.0.p356-380.id976>
- Prieto G., J. L., & Arredondo, E.-H. (2022). Diseño de un entorno de aprendizaje del saber docente acerca de las construcciones euclidianas con GeoGebra. *Educación Matemática*, 34(2), 7-38. <https://doi.org/10.24844/EM3402.01>
- Prieto-González, J. L., Gutiérrez, R. E., & Lasprilla, A. (2024). Elementos para pensar el diseño de tareas sobre procesos de enseñanza-aprendizaje de las relaciones de equivalencia y orden de fracciones en la formación inicial de profesores. En C. A. Noronha, S. T. Gobara, & L. Radford (Eds.), *Teoria da Objetivação como aporte teórico e metodológico para a pesquisa em Educação Matemática e em Educação em Ciências* (pp. 233-254). Liveryia da Física.
- Radford, L. (2021). Reimaginar el aula de matemáticas: Las matemáticas escolares como praxis emancipadora. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 13(2), 44-55.
- Radford, L. (2023). *La teoría de la objetivación: Una perspectiva vygotskiana sobre saber y devenir en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Ediciones Uniandes.
- Sánchez, E., & Carrasco, G. (2018). El razonamiento probabilístico de estudiantes de bachillerato en actividades de distribución binomial. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, Á. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García, & A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 535–543). SEIEM.
- Sotos, A. E. C., Vanhoof, S., Van den Noortgate, W., & Onghena, P. (2007). Students' misconceptions of statistical inference: A review of the empirical evidence from research on statistics education. *Educational Research Review*, 2(2), 98-113.
- Supratman, S., Yusuf Fuad, & Wijayanti, P. (2023). The Effect of Probabilistic Thinking on the Ability of Undergraduate Students of Mathematics Education in Solving Binomial Distribution Problems. *International Journal of Humanities Education and Social Sciences*, 2(4). <https://doi.org/10.55227/ijhess.v2i4.355>
- Wijaya, A., & Doorman, M. (2021). A Learning Trajectory for Probability: A Case of Game-Based Learning. *Journal on Mathematics Education*, 12(1), 1-16.
- Yajot, O. (1969). *¿Qué es el materialismo dialéctico?* Editorial Universidad para Estudiantes Extranjeros. Biblioteca Libre Omegalfa (maquetación 2018).

ANEXOS

Anexo 1: Las tareas diseñadas (Tarea 1 y Tarea 2, con sus respectivos problemas) se encuentran disponibles a treves del siguiente enlace: [DISEÑO DE TAREAS PARA EL APRENDIZAJE DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL EN ESTUDIANTES DE ENSEÑANZA MEDIA](#)

Cristobal Enrique Arenas-Nina. Licenciado en Educación y Profesor de Matemática y Física por la Universidad Arturo Prat (Chile). Actualmente no cuenta con alguna otra publicación realizada, debido a que es un investigador novato.



Juan Luis Prieto-González. Doctor en Educación Matemática por la Universidad de Los Lagos (Chile) y actualmente se desempeña como Académico del Departamento de Ciencias Exactas y miembro de los claustros de Doctorado y Magíster en Educación Matemática de la misma universidad. Ha participado como ponente en múltiples conferencias en México, Colombia, Chile, Venezuela, España y Brasil y hoy en día cuenta con más de 50 publicaciones.

Elizabeth H. Arredondo. Doctora en Ciencias por el CINVESTAV (México) y actualmente se desempeña como Académica del Departamento de Ciencias Exactas y Jefa del Programa de Doctorado en Educación Matemática en la Universidad de Los Lagos (Chile). En la actualidad cuenta con más de 60 publicaciones con un gran impacto en áreas como la Educación, Ciencias Sociales y Ciencias.



Todos los contenidos de esta revista se distribuyen bajo una licencia de uso y distribución “**Creative Commons Atribución-No Comercial-Compartir Igual 4.0 Internacional**”. Puede consultar desde aquí la [versión informativa](#) y el [texto legal](#) de la licencia. Esta circunstancia ha de hacerse constar expresamente de esta forma cuando sea necesario.