



ENSEÑAR MATEMÁTICAS CON MANIPULATIVOS: INNOVACIÓN METODOLÓGICA PARA LAS AULAS DE EDUCACIÓN PRIMARIA

TEACHING MATHEMATICS USING MANIPULATIVES: METHODOLOGICAL INNOVATION FOR PRIMARY SCHOOL CLASSROOMS

ÁNGEL ALSINA  

UNIVERSIDAD DE GIRONA, GIRONA, ESPAÑA

EDU URDIALES  

COL·LEGI IMMACULADA CONCEPCIÓ, LLORET DE MAR, ESPAÑA

ESTER BOSCH  

COL·LEGI POMPEU FABRA, ANGLÈS, ESPAÑA

JORDI FREIXENET  

UNIVERSIDAD DE GIRONA, GIRONA, ESPAÑA

Fecha de recepción: 01 mayo 2026

Fecha de aceptación: 06 julio 2026

RESUMEN

El objetivo de este artículo es indagar sobre las matemáticas manipulativas como innovación metodológica para la educación primaria. Para ello, a través de la técnica de análisis de documentos, se revisa su presencia en los principales modelos de conocimiento para enseñar matemáticas y en el currículo español de matemáticas de educación primaria; adicionalmente, a través del estudio de casos, se muestra el diseño e implementación de la experiencia “Construyendo planos de casas sostenibles con regletas numéricas”. Los datos muestran, por un lado, que todos los modelos de conocimiento para enseñar matemáticas consideran la manipulación y que esta estrategia se menciona de manera consistente en el currículo dentro del sentido numérico, mientras que en el sentido algebraico y estocástico está ausente; y, por otro lado, los datos de la implementación muestran que la experiencia ha permitido desarrollar diferentes contenidos matemáticos en conexión con la sostenibilidad. Se concluye que la matemática manipulativa aporta una base concreta y tangible que facilita la transición hacia el pensamiento abstracto.

PALABRAS CLAVE: Enseñanza de las matemáticas; matemática manipulativa; manipulativos; sostenibilidad; educación primaria.

ABSTRACT

The aim of this article is to explore manipulative mathematics as a methodological innovation in primary education. To this end, using document analysis, the study examines their presence in the main knowledge models for teaching mathematics and in the Spanish primary school mathematics curriculum; furthermore, through a case study, it illustrates the design and implementation of the



activity ‘Building plans for sustainable houses using number strips’. The data show, on the one hand, that all knowledge models for teaching mathematics take manipulation into account and that this strategy is consistently mentioned in the curriculum within the numerical domain, whilst it is absent from the algebraic and stochastic domains; and, on the other hand, the implementation data show that the activity has enabled the development of various mathematical concepts in connection with sustainability. It is concluded that manipulative mathematics provides a concrete and tangible basis that facilitates the transition to abstract thinking.

KEY WORDS: Teaching of mathematics; manipulative mathematics; manipulatives; sustainability; primary education.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, los docentes de educación primaria reciben una gran cantidad de *inputs* didácticos acerca de la diversidad de recursos disponibles para enseñar matemáticas. Ya sea a través de formaciones, redes sociales, publicaciones especializadas o congresos, el profesorado accede constantemente a novedades sobre materiales, juegos, tecnología, etc. En muchas ocasiones, estos *inputs* se reducen a tratar de convencer a los docentes que el uso de un determinado recurso genera más diversión al alumnado; sin embargo, en el marco del desarrollo profesional docente crítico, es recomendable formularse otro tipo de preguntas acerca de estos diferentes recursos, como por ejemplo ¿qué aportan realmente en el aprendizaje de las matemáticas? ¿qué demanda cognitiva tienen? ¿qué estrategias didácticas ponen en juego?

Para intentar responder estas preguntas, por un lado, se asume que es necesario un conocimiento pedagógico profundo acerca del uso de los diferentes recursos para enseñar matemáticas y, por otro lado, que las orientaciones curriculares tienen también un papel muy relevante (Alsina, 2020). Desde esta perspectiva, y teniendo en cuenta que nuestro foco es el uso de materiales manipulativos para enseñar matemáticas en educación primaria, los objetivos del artículo son los siguientes: primero, revisar la presencia de la manipulación de materiales en los subdominios y facetas de conocimiento pedagógico de los principales modelos de conocimiento para enseñar matemáticas, junto con los aportes de algunos enfoques teórico-metodológicos que han tratado de profundizar en esta cuestión; segundo, analizar la presencia de la manipulación de materiales en el currículo español de matemáticas de educación primaria; y, tercero, describir un ejemplo de matemáticas manipulativas en el aula de educación primaria. Para cumplir los dos primeros objetivos se sigue la técnica de análisis de documentos y para el tercer objetivo se sigue una metodología de descripción de casos (McMillan y Schumacher, 2005).

2. LA MATEMÁTICA MANIPULATIVA EN LOS MODELOS DE CONOCIMIENTO PARA ENSEÑAR MATEMÁTICAS

El interés por el estudio de los conocimientos del profesorado para enseñar se impulsó a partir de los años ochenta del siglo pasado, cuando Shulman (1986) propuso un modelo



para analizar el conocimiento que manifiesta el profesorado en sus prácticas de enseñanza. Desde entonces, en el ámbito específico de la educación matemática han surgido distintos modelos de análisis sobre el conocimiento y destrezas útiles para enseñar matemáticas y desarrollo profesional: el *Knowledge Quartet* (KQ), por ejemplo, incluye cuatro categorías que permiten observar, analizar y discutir acerca de situaciones de aula en las que el conocimiento del profesorado se pone en acción (Rowland *et al.*, 2005); el *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), considera un conjunto de conocimientos y habilidades que requiere el profesorado para gestionar las tareas y los problemas recurrentes en la enseñanza de las matemáticas (Ball *et al.*, 2008); el Modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM) de Godino *et al.* (2017), que describe diversas facetas para analizar, interpretar, caracterizar y categorizar los conocimientos que pone en juego el profesorado al enseñar un determinado contenido matemático; o el Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), que asume que todo el conocimiento que es útil para el profesor en el contexto de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es especializado (Carrillo *et al.*, 2018). Todos estos modelos consideran de un modo u otro los materiales manipulativos en sus subdominios y/o facetas de conocimiento:

En el *Knowledge Quartet* (KQ), que propone cuatro categorías (Figura 1), la categoría *Transformación* (*Transformation*) se refiere al conocimiento en acción, tal y como se manifiesta tanto en la planificación de la enseñanza como en el acto de enseñar en sí mismo. En el núcleo de esta categoría se encuentra la observación de Shulman de que la base de conocimientos para la enseñanza se caracteriza por “[...] la capacidad del docente para transformar los conocimientos de contenido que posee en formas que resulten pedagógicamente eficaces” (1987, p. 15). Como indica este autor, la presentación de ideas al alumnado implica su representación en forma de analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones. Desde esta perspectiva, el uso de recursos físicos (como bloques multibase, ábacos o geoplanos) es una de las estrategias clave para representar conceptos abstractos de una manera comprensible para el alumnado (Rowland *et al.*, 2005).

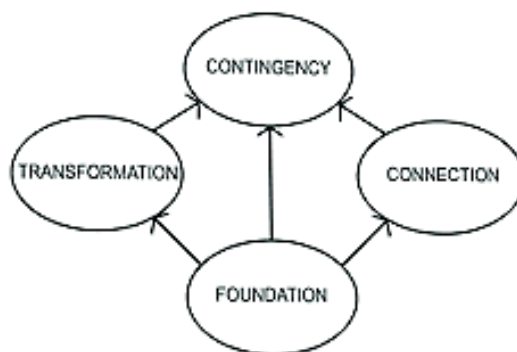


Figura 1: Categorías de conocimiento del Knowledge Quartet (Rowland *et al.*, 2005)



En el *Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)* no existe un subdominio exclusivo para los materiales (Figura 2), pero se integran principalmente en el *Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (KCT)*, descrito como el conocimiento que “combina el saber sobre la enseñanza y el saber sobre las matemáticas” (Ball *et al.*, 2008, p.401). Este subdominio integra, pues, el conocimiento matemático específico y aspectos pedagógicos y didácticos de los procesos de enseñanza que intervienen en el aprendizaje de los estudiantes, centrándose en el uso de diferentes métodos y procedimientos que permiten desarrollar la instrucción. Desde este marco, algunos autores han analizado específicamente cómo impacta el uso de materiales manipulativos en el KCT: Arnal-Bailera y Arnal-Palacian (2023), por ejemplo, concluyen que el profesorado en formación a menudo tiene dificultades tanto para elegir los materiales adecuados para una actividad de enseñanza específica como para realizar conexiones sólidas entre la manipulación física y el concepto abstracto.

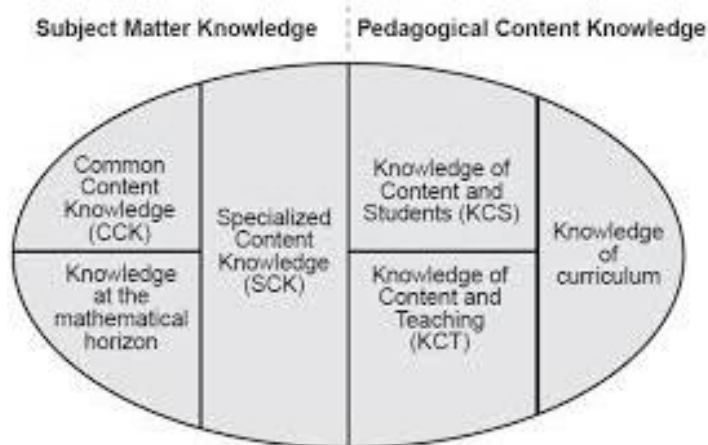


Figura 2: Dominios y subdominios de conocimiento del *Mathematical Knowledge for Teaching* (Ball *et al.*, 2008)

Dentro del *Modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM)* de Godino *et al.* (2017), se incluye la *Faceta Mediacional* (Figura 3), que considera el manejo de los recursos tecnológicos, materiales didácticos y la gestión del tiempo en el aula. Hay que tener en cuenta que esta faceta no se limita a tener materiales en el aula, sino al conocimiento y uso estratégico de herramientas físicas y virtuales para potenciar el aprendizaje (el "con qué" y el "cuándo" de la enseñanza). En relación con los materiales manipulativos, pues, tiene en cuenta el conocimiento, la selección y el uso de materiales tangibles que facilitan la comprensión de conceptos abstractos.

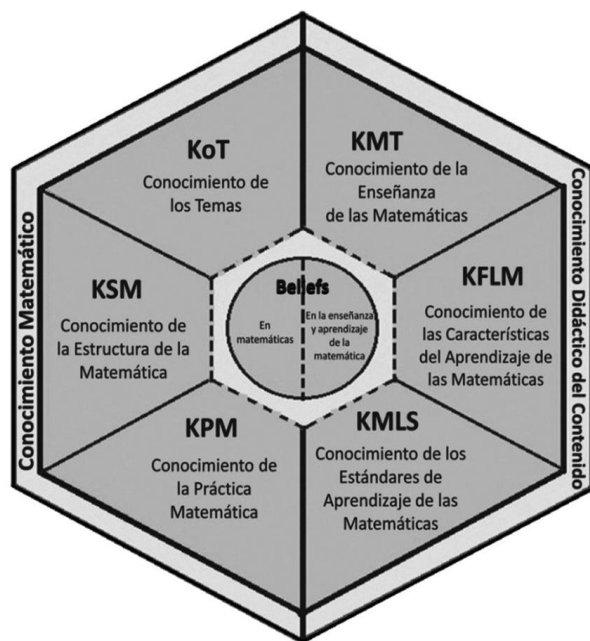


Figura 4: Dominios y subdominios de conocimiento del Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (Carrillo et al., 2018)

Adicionalmente, la caracterización específica sobre los conocimientos para enseñar matemáticas en las primeras edades (Alsina y Delgado-Rebolledo, 2022) también incluye un subdominio denominado *Conocimiento sobre la planificación y gestión de actividades de enseñanza de las matemáticas (C-PGA)*, que se refiere tanto a los conocimientos sobre el diseño de itinerarios o secuencias de enseñanza a través de diversos recursos para promover el desarrollo del pensamiento matemático (contextos reales, materiales manipulativos, juegos, recursos literarios, tecnológicos y gráficos) como a la gestión de la enseñanza a partir de estos recursos. Desde esta perspectiva, en el marco del enfoque teórico-metodológico denominado *Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM)*, Alsina (2020) describe las estrategias didácticas y la demanda cognitiva asociadas a cada recurso, igualmente válidas para todas las etapas educativas (Figura 5).

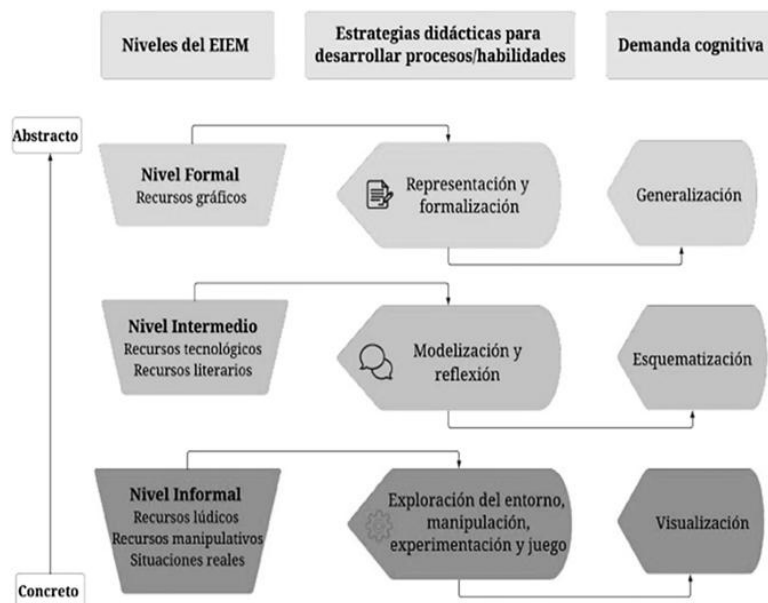


Figura 5: Estrategias didácticas y demanda cognitiva de los recursos vinculados a los diferentes niveles del EIEM (Alsina, 2020)

En la Figura 5 se muestra que, con relación a los materiales manipulativos, su selección y uso en el aula de matemáticas implica tener presente que este recurso permite al alumnado visualizar las ideas matemáticas de manera concreta.

3. LA PRESENCIA DE LA MANIPULACIÓN DE MATERIALES EN EL CURRÍCULO ESPAÑOL DE MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN PRIMARIA

El uso de materiales manipulativos en el aula de matemáticas tiene una larga trayectoria. Desde inicios del siglo pasado ha sido un campo muy activo a partir de las aportaciones de numerosos expertos del ámbito de la matemática, la psicología, la pedagogía, etc. Destacan diversos autores como Maria Montessori, Jean Piaget, Ovide Decroly, Célestin Freinet, Hans Freudenthal, Zoltan P. Dienes, Georges Cuisinaire, Gastón Mialaret, M. Antonia Canals, etc. A partir de los planteamientos de estos autores, Alsina y Planas (2008, p. 50), indican que:

La manipulación es mucho más que una manera divertida de desarrollar aprendizajes. La manipulación de materiales es en ella misma una manera de aprender que ha de hacer más eficaz el proceso de aprendizaje sin hacerlo necesariamente más rápido. Por otra parte, el uso de materiales es una manera de promover la autonomía del aprendiz ya que se limita la participación de los otros, principalmente del adulto, en momentos cruciales del proceso de aprendizaje.



Progresivamente, los currículos de matemáticas se han ido impregnando de esta idea. En el caso de la legislación educativa española, por ejemplo, en el Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria, se menciona que, en relación con las matemáticas, “el área debe abordarse de forma experimental, concediendo especial relevancia a la manipulación, en especial en los primeros niveles” (p. 93). Para profundizar más en la presencia de la manipulación de materiales para enseñar matemáticas en educación primaria, se ha seleccionado la sección de Matemáticas del Real Decreto 157/2022 (páginas 92 a 108) y se ha analizado la presencia de diversos términos clave que han surgido a través de un proceso deductivo-inductivo basado en las descripciones realizadas por diversos autores clásicos y contemporáneos sobre este aspecto, como por ejemplo Montessori (1912), Dienes (1966), Piaget (1975), Canals (2001), Alsina (2006), Alsina y Planas (2008) o Alsina y Bosch (2025), entre otros. En el Cuadro 1 se muestran los conceptos, su frecuencia y la cita del texto en el que se integra.

Cuadro 1. Presencia de la manipulación de materiales en el currículo español de matemáticas en educación primaria (MEFP, 2022)

Término clave (n)	Cita
Manipulación (n=4)	“El área debe abordarse de forma experiencial, concediendo especial relevancia a la manipulación, en especial en los primeros niveles”, dentro de la presentación del área. (p. 93) “Las estrategias no deben centrarse únicamente en la resolución aritmética, sino que también se facilitarán situaciones que puedan ser resueltas a través de la manipulación de materiales...”, dentro de las competencias específicas. (p. 94) “Estrategias y técnicas de interpretación y manipulación del orden de magnitud de los números (decenas, centenas y millares)”, dentro de los saberes básicos del segundo ciclo (8-10 años) del sentido numérico. (p. 101) “Estrategias y técnicas de interpretación y manipulación del orden de magnitud de los Números”, dentro de los saberes básicos del tercer ciclo (10-12 años) del sentido numérico. (p. 104)
Material(es): manipulativo(s), manipulable(s), físico(s), sensorial(es), didáctico(s), concreto(s), no estructurado(s) (n=11)	“La comprensión de situaciones problematizadas no se realiza únicamente sobre los mensajes verbales escritos, sino que incluye (...) mensajes con materiales manipulativos concretos que supongan un reto”, dentro de las competencias específicas. (p. 94) “Las estrategias no deben centrarse únicamente en la resolución aritmética, sino que también se facilitarán situaciones que puedan ser resueltas a través de la manipulación de materiales...”, dentro de las competencias específicas. (p. 94) “Lectura, representación (incluida la recta numérica y con materiales manipulativos), composición, descomposición y recomposición de números naturales hasta 999”, dentro de los saberes básicos del primer ciclo (6-8 años) del sentido numérico. (p. 98) “Propiedades de figuras geométricas de dos dimensiones: exploración mediante materiales manipulables y herramientas digitales”, dentro de los saberes básicos del primer ciclo (6-8 años) del sentido espacial. (p. 98) Lectura, representación (incluida la recta numérica y con materiales manipulativos), composición, descomposición y recomposición de números naturales hasta 9999, dentro de los saberes básicos del segundo ciclo (8-10 años) del sentido numérico. (p. 101) “Estrategias para realizar mediciones con instrumentos y unidades no convencionales (repetición de una unidad, uso de cuadrículas y materiales manipulativos) y convencionales”, dentro de los saberes básicos del segundo ciclo (8-10 años) del sentido de la medida. (p. 101)



Término clave (n)	Cita
Representación ¹ (física, manipulativa) (n=5)	“Estrategias y técnicas de construcción de figuras geométricas de dos dimensiones por composición y descomposición, mediante materiales manipulables , instrumentos de dibujo (regla y escuadra) y aplicaciones informáticas”, dentro de los saberes básicos del segundo ciclo (8-10 años) del sentido espacial. (p. 104)
	“Propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones: exploración mediante materiales manipulables (cuadrículas, geoplanos, polícubos, etc.) y el manejo de herramientas digitales (programas de geometría dinámica, realidad aumentada, robótica educativa, etc.)”, dentro de los saberes básicos del segundo ciclo (8-10 años) del sentido espacial. (p. 104)
	“Lectura, representación (incluida la recta numérica y con materiales manipulativos), composición, descomposición y recomposición de números naturales y decimales hasta las milésimas”, dentro de los saberes básicos del tercer ciclo (8-10 años) del sentido numérico (p. 105)
	“Técnicas de construcción de figuras geométricas por composición y descomposición, mediante materiales manipulables , instrumentos de dibujo y aplicaciones informáticas”, dentro de los saberes básicos del tercer ciclo (8-10 años) del sentido espacial. (p. 106)
	“Propiedades de figuras geométricas: exploración mediante materiales manipulables (cuadrículas, geoplanos, polícubos, etc.) y herramientas digitales (programas de geometría dinámica, realidad aumentada, robótica educativa, etc.)”, dentro de los saberes básicos del tercer ciclo (8-10 años) del sentido espacial. (p. 106)
	“Interpretar situaciones de la vida cotidiana, proporcionando una representación matemática de las mismas mediante conceptos, herramientas y estrategias, para analizar la información más relevante”, dentro de las competencias específicas (p. 94).
	“Lectura, representación (incluida la recta numérica y con materiales manipulativos), composición, descomposición y recomposición de números naturales hasta 999”, dentro de los saberes básicos del primer ciclo (6-8 años) del sentido numérico. (p. 98)
	“ Representación de una misma cantidad de distintas formas (manipulativa , gráfica o numérica) y estrategias de elección de la representación adecuada para cada situación o problema”, dentro de los saberes básicos del primer ciclo (6-8 años) del sentido numérico. (p. 98)
	“Lectura, representación (incluida la recta numérica y con materiales manipulativos), composición, descomposición y recomposición de números naturales hasta 999”, dentro de los saberes básicos del segundo ciclo (8-10 años) del sentido numérico. (p. 101)
	“Lectura, representación (incluida la recta numérica y con materiales manipulativos), composición, descomposición y recomposición de números naturales y decimales hasta las milésimas”, dentro de los saberes básicos del tercer ciclo (10-12 años) del sentido numérico. (p. 105).

Como se aprecia en el Cuadro 1, la manipulación de materiales en el currículo español de matemáticas de educación primaria se menciona principalmente como estrategia didáctica, con una presencia muy concentrada en el sentido numérico y, en menor medida, en el sentido espacial y de la medida. No se hace ninguna mención a la manipulación de materiales en saberes básicos de los sentidos algebraico y estocástico, en contraposición a autores que

¹ El término representación se utiliza 26 veces como competencia específica o haciendo alusión a las representaciones gráficas dentro del sentido estocástico, por lo que se han seleccionado únicamente las citas que se refieren de manera concreta a representaciones con objetos.



impulsan el uso de materiales para promover la enseñanza de estos saberes en el aula (Alsina y Planas, 2008).

4. PRESENTACIÓN DE UN EJEMPLO DE MATEMÁTICAS MANIPULATIVAS EN EL AULA DE EDUCACIÓN PRIMARIA: CONSTRUYENDO PLANOS DE CASAS SOSTENIBLES CON REGLETAS NUMÉRICA"

Esta experiencia ha sido diseñada en el marco del proyecto Erasmus+ de la Unión Europea *Integrating Montessori and Creative Technologies for Enhanced Math Education in Multicultural Schools*. Aunque inicialmente el proyecto ha sido diseñado para promover la inclusión social en centros educativos multiculturales, las lecciones diseñadas se van implementando paulatinamente en otros centros escolares, como es el caso que nos ocupa.

En el Cuadro 2 se presentan los datos descriptivos de la experiencia que, por un lado, pretende impulsar la enseñanza de las matemáticas manipulando materiales; y, por otro lado, avanzar hacia el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas para la sostenibilidad. Con ello, se pretende que el profesorado adquiera conocimientos y habilidades para integrar la sostenibilidad en el aula de matemáticas y, de este modo, tener un papel como agentes del cambio social (Alsina, 2022). Por este motivo, además de todos los objetivos y contenidos propios del área de matemáticas, uno de los propósitos de la experiencia es también que el alumnado desarrolle competencias de sostenibilidad buscando información sobre cuáles son las características que debe tener una casa para que sea sostenible.

Cuadro 2. Descripción de la experiencia

Escuela: maestro y nivel	Col·legi Immaculada Concepció, de Lloret de Mar (Girona, España): E. Urdiales, tutor de 5º de educación primaria (10-11 años).
Objetivos	Reconocer que sumar un mismo número varias veces para obtener un resultado se puede expresar en forma de multiplicación. Comprender el significado de la multiplicación como sumandos repetidos. Representar visualmente multiplicaciones como el área de un rectángulo, donde los dos números a multiplicar son sus lados. Comprender el significado de la multiplicación como área. Introducir el concepto de escala. Desarrollar competencias de sostenibilidad desde una perspectiva ambiental, económica y social.
Contenidos matemáticos	Concepto de multiplicación como sumandos repetidos y como área. Concepto de superficie/área. Medida de superficie. Noción de escala.



Escuela:	Col·legi Immaculada Concepció, de Lloret de Mar (Girona, España): E. Urdiales, tutor de 5º de educación primaria (10-11 años).
maestro y nivel	
Material	Regletas numéricas Cuisinaire: se trata de unas regletas de distintos colores de sección cuadrada (de 1x1cm), que Cuisinaire (1952) denominó <i>Les Nombres en Couleurs</i> , aunque fue Gattegno (1953, 1954, 1955) quien las divulgó. El valor viene determinado por la longitud: la regleta que representa el uno tiene una longitud de 1cm y así sucesivamente hasta llegar a la regleta que representa al 10, que mide 10cm o es equivalente a, exactamente, diez regletas unidad. Para poder distinguir fácilmente una regleta de otra, cada medida tiene un color diferente: la regleta que representa el 1 siempre es blanca o sin pintar (en madera natural); la del 2 es roja; la del 3 es verde claro; la del 4 es rosa; la del 5 es amarilla; la del 6 es verde oscuro; la del 7 es negra; la del 8 es marrón; la del 9 es azul; y, finalmente, la del 10 es naranja. Para más información sobre el material y sus posibilidades, consultar Alsina y Bosch (2025).

Como se puede apreciar en el Cuadro 2, la finalidad de esta experiencia es promover la comprensión de algunos de los principales significados del producto (concretamente, como sumandos repetidos y como área) a partir de las regletas numéricas de Cuisinaire (1952). El propósito del uso de este material manipulativo es que las niñas y los niños de 5º de educación primaria (10-11 años) que participan en la experiencia puedan visualizar estos significados de manera concreta, previamente a su formalización. Adicionalmente, se abordan también otros conceptos como la medida de superficie y la noción de área.

Con respecto a la implementación de la experiencia, se ha llevado a cabo durante cuatro sesiones, con un total de cinco horas (Cuadro 3).

Cuadro 3. Sesiones de la experiencia

Sesión	Duración	Objetivo/s
1. Presentación de la experiencia	½ hora	Presentar el contexto para llevar a cabo la experiencia y el rol que adquieren los estudiantes. Informarse sobre las características de una casa sostenible para que tenga la máxima eficacia: dimensiones, tipo de materiales de construcción, aprovechamiento de las energías renovables, etc.
2. Diseño del croquis	1,5 horas	Concretar las dimensiones que debe tener una casa sostenible. Diseñar el croquis de la planta de la casa. Introducir la idea de escala.
3. Representación con regletas numéricas y con Geogebra	2 horas	Utilizar las Regletas Cuisinaire y Geogebra para representar los croquis de la casa. Profundizar en dos de los significados de la multiplicación: como sumandos repetidos y como área.
4. Interpretación de los croquis con medidas	1 hora	Comprender la idea de escala. Identificar las medidas reales de uno de los croquis y valorar si cabe en una determinada superficie.

En la primera sesión se forman grupos de tres alumnos totalmente al azar. Una vez hechos los grupos de trabajo, se presenta la experiencia:



Un despacho de arquitectos nos ha encargado diseñar una casa para una familia de 4 personas y nosotros, como arquitectos, nos tenemos que encargar de distribuir los espacios. La casa tiene que ser sostenible y debe tener la máxima eficiencia posible.

Después de hacer unas primeras preguntas para saber si tienen referencias de diferentes medidas y superficies y observar que salen respuestas muy variadas (desde el alumno que dijo que casa suya tenía una superficie de unos 12-14 m² hasta el que decía que las medidas tendrían que ser entre 300-400 m²), se pide al alumnado que busquen información para la próxima sesión sobre los espacios que debería tener una casa, las medidas y qué es para ellos el tema de la sostenibilidad y eficacia.

La segunda sesión se inicia con un debate de cuáles son los espacios necesarios en una casa sostenible para una familia de cuatro personas, cómo tendría que ser la distribución de la casa y qué medidas debería tener cada uno de los espacios. A través de procesos de interacción y negociación, se establece que los aspectos más importantes son identificar qué superficie es recomendable para cada habitante, cómo se deberían ubicar los diferentes espacios y qué medida debería tener cada espacio. A continuación, buscan los datos: teniendo en cuenta que la pauta común para vivir en una casa sostenible es de unos 37m² por persona, deciden que para una familia de cuatro deberían construir 148m², y ajustan el espacio construido a 150m². En este punto, se les entregan algunas informaciones adicionales:

Distribuir un plano con estancias de estas dimensiones ofrece muchas posibilidades, ya que contáis con espacios muy generosos (150 m² totales aprox.). El diseño final dependerá de la forma del terreno o del piso y de la orientación solar, pero algunos principios clave e ideas visuales para empezar son los siguientes:

- Zonificación clara: separar las áreas sociales (salón, comedor, cocina, baño de invitados) de las áreas privadas (dormitorios, baño principal).
- Flujo y circulación: minimizar los pasillos largos y optimiza el movimiento natural entre las estancias. Las zonas de día suelen estar cerca de la entrada, y las de noche, al fondo o en otra planta.
- Ubicación de zonas húmedas: idealmente, la cocina, el baño principal y el baño de invitados deberían estar agrupados o al menos en la misma "columna" de fontanería para simplificar las instalaciones.
- Luz natural: intentar colocar el salón/comedor y las habitaciones principales en las zonas con mejor orientación (sur u oeste en el hemisferio norte) para aprovechar la luz natural.

Con estas informaciones, saben que para que la distribución de la casa sea sostenible, deben orientar las zonas de día (salón, comedor) al sur para aprovechar el sol, mientras que las zonas de servicio (baños, despensas) y de menor uso se deben ubicar al norte. Seguidamente, consultan las medidas óptimas de cada espacio y las contrastan con medidas reales de sus hogares. Después de ponerse de acuerdo entre todos realizan la siguiente distribución:



Comedor/sala: 35m²
Cocina: 20 m²
Habitación-dormitorio grande: 25m²
Dos habitaciones dormitorio individuales: 15m² cada una
Habitación multiuso (despacho...): 9 m²
Baños: 8m² y 5m²
Lavadero: 6 m²
Pasillos y zonas de paso: 12m² (se pueden repartir como sea necesario)

Para introducir la idea de escala, se ponen de acuerdo en una medida que represente 1m² (en concreto, cuatro cuadrados de la libreta cuadriculada que utilizan), para que todo el alumnado haga croquis parecidos.

Cuando hacen los croquis, la mayoría de los grupos necesitan un poco de orientación y más tiempo del previsto, ya que las diferentes distribuciones que hacen no acaban de encajar. Algunos de los retos que van surgiendo a medida que van creando las diferentes distribuciones son los siguientes: no tienen en cuenta hacer pasillos para distribuir bien los diferentes espacios; algunos grupos no cuentan los pasillos en el total de la superficie de la casa; no tienen en cuenta la entrada de la casa (un grupo había puesto la entrada dentro de la casa); distribución desproporcionada de zonas comunes y privadas; faltan o sobran m² del total de la superficie; algunas formas de las habitaciones o aposentos son cuestionables; etc. Para mejorar estos aspectos y ayudares a corregir errores, se plantean diversas preguntas: ¿dónde estará la entrada?, ¿no hay ningún pasillo en la casa para distribuir las habitaciones?, ¿tengo que pasar por la habitación para llegar al comedor?, ¿la cocina está situada en la otra punta de la casa respecto al comedor?, ¿el lavabo está justo en la entrada de la casa?, etc.

En la Figura 6 se muestran algunos croquis que no tienen en cuenta algunas partes de la casa: por ejemplo, los pasillos o la entrada. Consecuentemente, una vez que calculan el total de superficie, faltan m².

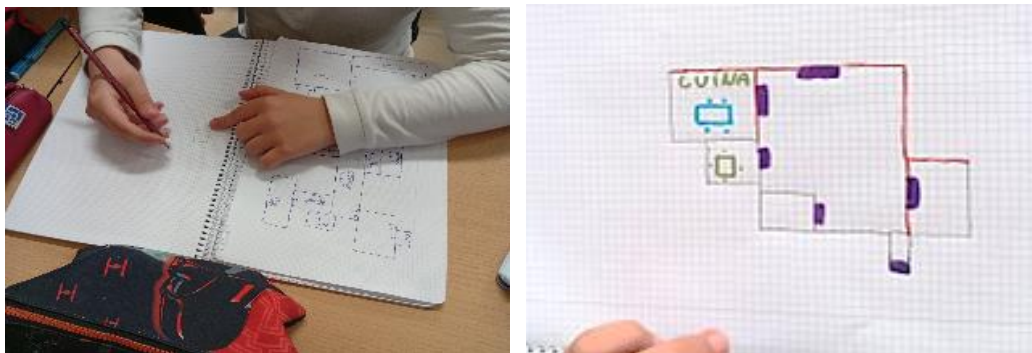


Figura 6: Algunos croquis de las casas sostenibles (elaboración propia).

En la tercera sesión, una vez elaborados los croquis, hacen una pequeña presentación a sus compañeros. Seguidamente, para introducir el concepto de multiplicación como



sumandos repetidos y como área, se les pide que representen los croquis o idea inicial con las Regletas Cuisinaire: hay dos grupos que tienen dificultades y no representan las diferentes superficies como multiplicaciones, pero los demás sí que representan cada habitación con el producto correspondiente. En la Figura 7 se muestran algunos ejemplos:

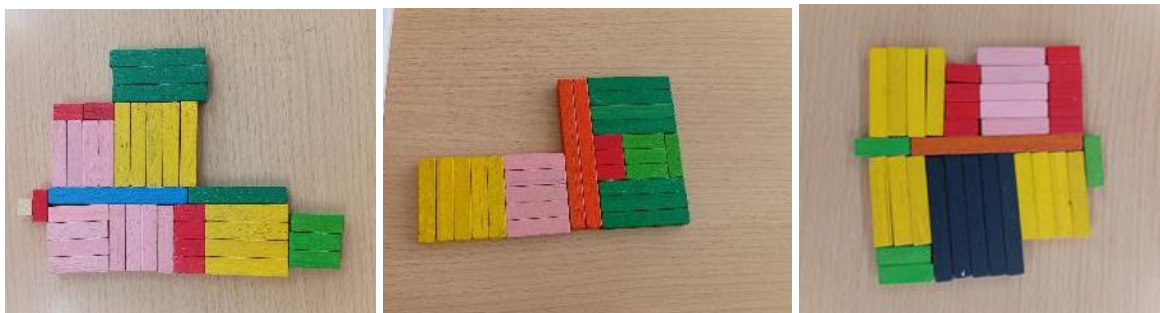


Figura 7: Ejemplos de croquis contruidos con Regletas Cuisinaire (elaboración propia)

Cuando reproducen los espacios con las regletas, solo uno de los grupos mantiene el croquis inicial, los demás grupos hacen como mínimo un cambio en la distribución. Una vez terminada la representación con las regletas, se les pide que indiquen las medidas de todos los espacios (anchura, longitud y superficie) y que calculen la superficie total y el perímetro de la casa. Ello permite, por un lado, que se den cuenta que las regletas sirven para representar multiplicaciones, ya sea a partir de sumandos repetidos: p. ej., cuatro veces la regleta de cinco sirve para representar 20 unidades cuadradas, lo cual en la realidad son 20m^2 ; o bien que cuatro regletas de cinco representan un rectángulo de 4×5 , lo cual equivale a 20 unidades cuadradas y 20m^2 de superficie; y, por otro lado, es una manera muy visual de entender el significado de perímetro y área, reflexionar sobre qué elementos se tienen que tener en cuenta para calcular cada uno de ellos y entender por qué uno se mide en metros cuadrados y el otro en metros. Finalmente, crean la representación conjuntamente, con el Geogebra (Figura 8):

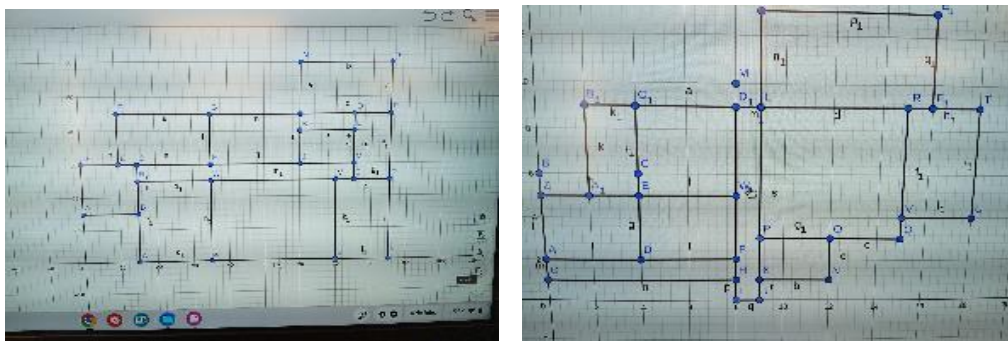


Figura 8: Representación de los planos con Geogebra (elaboración propia)

En la cuarta sesión, para vivenciar y tomar conciencia de lo que representan las diferentes medidas en la realidad, se pregunta al alumnado si creen que su casa se podría



construir dentro de la pista de fútbol sala de la escuela. Las respuestas son muy variadas, está bastante repartido el alumnado que cree que sí y el alumnado que cree que no.

Se desplazan a la pista y lo primero que hacen es medirla: por ejemplo, un grupo mide una de las baldosas cuadradas que forman la pista y cuentan cuántas hay para hacer finalmente una multiplicación; otro grupo miden la pista directamente, con una cinta métrica. Ambos grupos obtienen la medida exacta de la pista (20x40), lo cual les permite descubrir que es posible hacer la casa dentro de la pista, incluso alguno de los grupos calcula la superficie de la pista y llegan a la conclusión que podrían hacer cinco casas dentro de este espacio (Figura 9).



Figura 9: Representación de uno de los croquis a tamaño (elaboración propia)

Partiendo de unas líneas marcadas en la pista, marcan todos los espacios de una de las casas con tiza, indicando exactamente la superficie de cada habitación y cual es cada una. De este modo, pueden visualizar a tamaño real una de las casas que un grupo de alumnos ha construido, realizando una aplicación práctica de la noción de escala.

5. CONSIDERACIONES FINALES

En este artículo se ha indagado sobre las matemáticas manipulativas como innovación metodológica para el aula de educación primaria. Para ello, en primer lugar, se ha identificado la presencia de la manipulación de materiales en los subdominios y facetas de conocimiento pedagógico de los principales modelos de conocimiento para enseñar matemáticas (Alsina y Delgado-Rebolledo, 2022; Ball *et al.*, 2008; Carrillo *et al.*, 2018; Godino *et al.*, 2017; Rowland *et al.*, 2005), junto con los aportes de algunos enfoques teórico-metodológicos que han tratado de profundizar en esta cuestión (Alsina, 2020). El análisis de estos modelos y enfoques teórico-metodológicos ha puesto de manifiesto que, de un modo más o menos explícito, la enseñanza de las matemáticas a través de materiales manipulativos está presente en todos ellos, haciendo hincapié no sólo a su presencia, sino a lo que aportan. Godino *et al.* (2017), por ejemplo, subrayan la necesidad de que el profesorado tenga un conocimiento



sobre el uso estratégico de herramientas físicas (y virtuales) para potenciar el aprendizaje (el "con qué" y el "cuándo" de la enseñanza), mientras que Alsina (2020) destaca que la principal finalidad de la matemática manipulativa es que permite al alumnado visualizar las ideas matemáticas de manera concreta, lo cual contribuye a la comprensión de las ideas matemáticas abstractas.

En segundo lugar, se ha analizado la presencia de la manipulación de materiales en el currículo español de matemáticas vigente de educación primaria (MEFP, 2022), poniendo de manifiesto que hay una presencia desigual de esta estrategia didáctica en los diferentes sentidos matemáticos, desde una fuerte presencia en el sentido numérico a una presencia nula en el sentido algebraico y estocástico. Esto tiene repercusiones relevantes en la práctica de enseñar matemáticas en educación primaria, pues se puede interpretar que el currículo no considera la oportunidad de que el alumnado de esta etapa visualice de manera concreta ideas matemáticas asociadas al álgebra o a la estadística y la probabilidad. Para autores como Alsina (2020) este paso previo es fundamental para la comprensión de estos conocimientos matemáticos.

Finalmente, en la tercera parte, se ha presentado el diseño e implementación de una experiencia de matemáticas manipulativas en el aula de educación primaria. La experiencia "Construyendo planos de casas sostenibles con regletas numéricas", como se ha señalado, ha sido diseñada en el marco del proyecto Erasmus+ de la Unión Europea *Integrating Montessori and Creative Technologies for Enhanced Math Education in Multicultural Schools*, que pretende ofrecer ayudas al profesorado de matemáticas de aula multiculturales mediante metodologías innovadoras como la matemática manipulativa para promover un enfoque de aprendizaje creativo basado en las disciplinas STEAM. Desde esta perspectiva interdisciplinar, a través de la experiencia "Construyendo planos de casas sostenibles con regletas numéricas", por un lado, se ha evidenciado que la manipulación de materiales es una estrategia didáctica potente para introducir diferentes contenidos matemáticos como los significados de la multiplicación como sumandos repetidos y como área, la medida de superficie o la idea de escala (Alsina y Planas, 2008); y, por otro lado, se han aportado conocimientos y estrategias para ayudar al profesorado a integrar la sostenibilidad en el aula de matemáticas y, de este modo, tener un papel como agentes del cambio social (Alsina, 2022).

En conclusión, pues, el diseño y la implementación de situaciones de aprendizaje con apoyo de material manipulativo en el aula de matemáticas aporta una base concreta y tangible que facilita la transición hacia el pensamiento abstracto. Al permitir que el alumnado interactúe físicamente con los conceptos, se promueve una comprensión más profunda y se reduce la barrera de la abstracción pura. En el futuro, será necesario ampliar los propósitos



de este artículo indagando en la presencia de la manipulación de materiales en los currículos de matemáticas de otros países, junto con proporcionar orientaciones al profesorado para ayudarles a abordar la enseñanza de todos los estándares de contenido matemático con el apoyo de materiales manipulativos, en la línea de las aportaciones de autores como Alsina y Bosch (2025).

AGRADECIMIENTO

Este trabajo ha sido financiado por la Unión Europea, a través del proyecto *MARIAN - Integrating Montessori and creative technologies for enhanced math education in multicultural schools*, con referencia Erasmus+ 2024-1-es01-ka220-sch-000254528.

REFERENCIAS

- Alsina, Á. (2006). *Cómo desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años*. Octaedro.
- Alsina, Á. (2020). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? *Tangram: Revista de Educação Matemática*, 3(2), 127–159. <https://doi.org/10.30612/tangram.v3i2.12018>
- Alsina, Á. (2022). On Integrating Mathematics Education and Sustainability in Teacher Training: Why, to What End and How? En D. Ortega-Sánchez (Ed.), *Controversial Issues and Social Problems for an Integrated Disciplinary Teaching*. Integrated Science, vol 8. (pp. 9-21). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-08697-7>
- Alsina, Á. y Bosch, E. (2025). Las regletas numéricas: oportunidades para desarrollar el pensamiento matemático (3-12 años). *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 121, 71–93.
- Alsina, Á. y Delgado-Rebolledo, R. (2022). ¿Qué conocimientos necesita el profesorado de Educación Infantil para enseñar matemáticas? *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 5(1), 18–37.
- Alsina, Á. y Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva: propuestas para una educación matemática accesible*. Narcea.
- Arnal-Bailera, A. y Arnal-Palacián, M. (2023). Pre-service teachers develop their mathematical knowledge for teaching using manipulative materials in mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(9), em2318. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13470>
- Ball, D., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Canals, M. A. (2001). L'ús del material manipulable en l'aprenentatge de la matemàtica. *Perspectiva Escolar*, 254, 48-55.



- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L.C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., y Muñoz-Catalán, M^a.C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20, 236–253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Cuisenaire, G. (1952). *Les nombres en couleurs. Nouveau procédé de calcul par la méthode active, applicable à tous les degrés de l'école primaire*. Duculot-Roulin.
- Dienes, Z. P. (1966). *La construcción de las matemáticas*. Teide.
- Escudero-Ávila, D., Contreras, L. C. y Vasco, D. (2016). Conocimiento de la enseñanza de la matemáticas (KMT). En J. Carrillo, L. C. Contreras y M. Montes (Eds.), *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva* (pp. 35-41). SGSE.
- Gattegno, C. (1953). Numbers in colour. *Bulletin of the Association for Teaching Aids in Mathematics*, 2, 5-7.
- Gattegno, C. (1954). Les nombres en couleurs de Cuisenaire. *Moniteur des Instituteurs et des Institutrices Primaires*, 72(11), 162-163.
- Gattegno, C. (1955). Les nombres en couleurs de Georges Cuisenaire. *Mathematica & Paedagogia*, 4, 17-22.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 90–113. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- McMillan, J. H. y Schumacher, S. (2005). *Investigación educativa: una introducción conceptual* (5.^a ed.). Pearson Educación.
- Ministerio de Educación y Formación Profesional [MEFP] (2022). Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado*, (52), 24872-24951. <https://www.boe.es/>
- Montessori, M. (1912). *El método de la pedagogía científica aplicada a la educación de la infancia*. Casa Editorial Araluce.
- Piaget, J. (1975). *Génesis de las estructuras lógicas elementales: clasificaciones y seriaciones*. Guadalupe.
- Rowland, T., Huckstep, P. y Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255–281. <https://doi.org/10.1007/s10857-005-0853-5>
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>



Ángel Alsina. Catedrático de Didáctica de las Matemáticas y Director de la Cátedra de Didáctica de las Matemáticas M. Antonia Canals de la Universidad de Girona (Girona, España). Ha publicado diversos artículos y libros sobre cuestiones de educación matemática y ha realizado múltiples actividades de formación del profesorado de matemáticas en toda la geografía española y Latinoamérica.

Edu Urdiales. Maestro de educación primaria de la Escuela Inmaculada Concepción de Lloret de Mar (Girona, España). Ha participado activamente en proyectos pedagógicos e interactivos de la escuela, coordinando actividades que van desde proyectos matemáticos escolares hasta la gestión de su entorno digital.

Ester Bosch. Maestra de educación primaria de la Escuela Pompeu Fabra de Anglès (Girona, España) y responsable del Gabinet de Materials i de Recerca per la Matemàtica a l'escola (GAMAR) de la Cátedra de Didáctica de las Matemáticas M. Antonia Canals de la Universidad de Girona (Girona, España).

Jordi Freixenet. Catedrático de Arquitectura y Tecnología de Computadores en la Universidad de Girona (Girona, España). Lidera el grupo UdiGitalEdu, enfocado en la innovación educativa mediante el pensamiento creativo y el modelo STEAM.



Todos los contenidos de esta revista se distribuyen bajo una licencia de uso y distribución “**Creative Commons Atribución-No Comercial-Compartir Igual 4.0 Internacional**”. Puede consultar desde aquí la [versión informativa](#) y el [texto legal](#) de la licencia. Esta circunstancia ha de hacerse constar expresamente de esta forma cuando sea necesario.