Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación
Vol. 12, N° 23, 1 – 22, enero – junio, 2026. ISSN: 2443 – 4566
https://doi.org/10.55560/arete.2026.23.12.10

REPRESENTACIONES QUE EMPLEAN FUTUROS PROFESORES DE EDUCACIÓN PRIMARIA EN UNA TAREA DE RELACIÓN FUNCIONAL

REPRESENTATIONS USED BY FUTURE ELEMENTARY TEACHERS IN A FUNCTIONAL THINKING TASK

RODOLFO MORALES
UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL MAULE, TALCA, CHILE

JOSÉ PARRA-FICA
UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL MAULE, TALCA, CHILE

RAMÓN GARRIDO
UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL MAULE, TALCA, CHILE

DANILO DÍAZ-LEVICOY
CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y ESTADÍSTICA, UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL MAULE, TALCA, CHILE

Fecha de recepción: 15 abril 2026
Fecha de aceptación: 08 junio 2026

RESUMEN

El objetivo de esta investigación fue describir las relaciones funcionales y representaciones que emplean futuros profesores de Educación Primaria cuando resuelven una tarea de pensamiento funcional. Recogimos los datos a través de una tarea escrita que involucró la función $f(x)=2x + 2$, aplicada a 18 futuros profesores. Los resultados dieron cuenta que los futuros profesores identifican relaciones de covariación y correspondencia y emplean representaciones variadas y conjuntas, dando origen a representaciones múltiples simples y múltiples complejas. Además, destacamos los distintos cambios de representaciones que efectuaron los futuros profesores. Ellos iniciaron la tarea con representaciones pictóricas, numéricas y verbales, pero finalizaron con el uso de representaciones verbales y simbólicas. Esta investigación puede ser un aliciente para futuros que aborden la línea de formación de profesores de Educación Primaria en un contexto algebraico.

PALABRAS CLAVE: Álgebra Temprana; Educación Primaria; Formación de profesores; Representaciones.

ABSTRACT

The aim of this study was to describe the functional relationships and representations used by prospective primary school teachers when solving a functional thinking task. Data were collected through a written task involving the function $f(x)=2x + 2$, administered to 18 prospective teachers. The results showed that prospective teachers identified both covariational and correspondence relationships and employed varied and combined representations, giving rise to simple multiple and complex multiple representations. In addition, we highlight the different representational changes

Morales, R.; Parra-Fica; J.; Garrido, R. y Díaz-Levicoy, D. (2026). Representaciones que emplean futuros profesores de educación primaria en una tarea de relación funcional. *Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación, 12*(23), 1-22. https://doi.org/10.55560/arete.2026.23.12.10

made by the prospective teachers throughout the task. They began the task using pictorial, numerical, and verbal representations, but finished using mainly verbal and symbolic representations. This study may encourage future research focused on the preparation of prospective primary school teachers within an algebraic context.

KEY WORDS: Early Algebra; Primary Education; Teacher Training; Representations.

1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza del álgebra escolar centrada en procesos mecánicos tales como: cálculos aritméticos, la manipulación del simbolismo algebraico y un lenguaje basado exclusivamente en lo formal, ha generado por años dificultades y fracasos en los aprendizajes de muchos estudiantes (Brizuela, 2024; Lins y Kaput, 2004). Sin embargo, la propuesta curricular Early Algebra es una alternativa que ayuda a subsanar esas dificultades, a través del impulso de tareas que promueven el pensamiento algebraico desde los primeros niveles educativos (Molina, 2009). Desde esta propuesta se pretende que los estudiantes puedan: identificar patrones y estructuras aritméticas, establecer relaciones entre cantidades, generalizar y, sobre todo hacer uso de sistemas de representaciones cada vez más sofisticados (Brizuela y Blanton, 2014; Molina, 2009).

Tareas asociadas al pensamiento funcional son un enfoque de la propuesta curricular Early Algebra que contribuye al desarrollo de modos de pensamiento algebraico a partir de los primeros años escolares (Cañadas y Molina, 2016). Por un lado, permiten promover de manera intuitiva el concepto de función en los alumnos desde la evidencia de relaciones que se establecen entre las cantidades que covarían (Rico, 2006; Smith, 2008). Por otro lado, permiten promover la capacidad de identificar patrones y sus estructuras, así como el uso de representaciones variadas y procesos de generalización de relaciones entre cantidades (Cañadas et al., 2016; Torres et al., 2021). Hoy en día son variado los países que ven en el pensamiento funcional una forma para que alumnos, a partir de los primeros niveles educativos, desarrollen conocimientos algebraicos (Rico, 2006). Algunos de estos países son: Australia, Canadá, China, Chile, Corea, Estados Unidos, Japón, Portugal y España, los cuales han realizado actualizaciones curriculares orientadas a incorporar esta temática (Merino et al., 2013; Morales et al., 2018). En el caso del currículo chileno se hace mención explícita a las relaciones funcionales, dado que sugiere que los alumnos deben ser capaces de identificar relaciones entre cantidades de tal modo que invita a explorar cómo el cambio de una cantidad afecta a la otra (Ministerio de Educación de Chile [MINEDUC], 2012a).

Dado lo anterior, es importante que el futuro profesor de Educación Primaria posea las competencias necesarias para promover nociones algebraicas en sus estudiantes, de tal manera que debe conocer y ser capaz de promover aquellas tareas que favorezcan el pensamiento algebraico en ellos (MINEDUC, 2012b; Morales y Parra-Fica, 2022). Desde esta perspectiva, diversos estudios sostienen que la enseñanza del álgebra temprana requiere que el profesor movilice un conocimiento especializado sobre las relaciones funcionales, las formas de representación y los procesos de generalización que subyacen al pensamiento algebraico de los estudiantes (Ball et al., 2008; Blanton et al., 2018). En este sentido, la

Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación
Vol. 12, N° 23, 1 – 22, enero – junio, 2026. ISSN: 2443 – 4566
https://doi.org/10.55560/arete.2026.23.12.10

formación inicial docente cumple un rol fundamental, dado que el conocimiento disciplinar y didáctico que desarrollen los futuros profesores condicionará las oportunidades de aprendizaje algebraico que promuevan en el aula. Para abordar lo anterior se necesitan esfuerzos importantes, dado que el profesor se ha centrado generalmente en propuestas didácticas alusivas a patrones, ecuaciones e inecuaciones, en lugar de aquellas tareas que promueven el pensamiento funcional. De esta manera, se entiende que los futuros profesores no han tenido experiencias con tareas de estas características, por tanto, no ha implicado en su enseñanza, siendo un tema pendiente en su formación (Blanton y Kaput, 2005; Cañadas y Molina, 2016; Morales y Parra-Fica, 2022).

Los motivos anteriores relevan esta investigación y la hacen pertinente, dado que la forma en que futuros profesores conocen el contenido matemático incidirá en el modo en que ellos diseñarán su enseñanza (Sánchez y Llinares, 2003), especialmente en aquellas tareas que conciernen al pensamiento funcional. En este artículo, nos centramos en dar respuesta al siguiente objetivo de investigación: describir las relaciones funcionales y representaciones que emplean futuros profesores de Educación Primaria cuando resuelven una tarea de pensamiento funcional.

2. Marco conceptual

A continuación, describimos los conceptos teóricos que sustentan esta investigación.

2.1. Pensamiento funcional

El pensamiento funcional se define como un tipo de pensamiento algebraico que se basa en la construcción, descripción representación y razonamiento con y sobre las funciones y los elementos que las constituyen (Cañadas y Molina, 2016). La importancia de este tipo de pensamiento radica en que promueve elementos algebraicos claves como “las cantidades variables, sus relaciones, la recursividad, la correspondencia entre valores de las variables o la utilización de diferentes sistemas de representación en un contexto de resolución de problemas” (Cañadas y Molina, 2016, p. 212).

El pensamiento funcional es aquel que centra la mirada en la generalización de la relación funcional, así como la justificación de estas relaciones generalizadas y el empleo de representaciones que puede abarcar tanto el lenguaje natural, como el pictórico, tabular, gráfico, simbólico o algebraico. Se pretende que el estudiante pueda razonar con fluidez a través de estas representaciones generalizadas con el fin de comprender y predecir el comportamiento de la función (Blanton et al., 2015). En concreto, cuando el estudiante es capaz de centrar la mirada en dos o más cantidades covariables y su relación, es porque ha identificado una relación funcional, poniendo así de manifiesto pensamiento funcional (Smith, 2008). Como se puede apreciar, la generalización y los sistemas de representación son elementos clave en las relaciones funcionales

Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación
Vol. 12, N° 23, 1 – 22, enero – junio, 2026. ISSN: 2443 – 4566
https://doi.org/10.55560/arete.2026.23.12.10

2.2. Relaciones funcionales

En el contexto de una tarea de pensamiento funcional se pueden poner de manifiesto tres tipos de relaciones: la recurrencia, la covariación y la correspondencia (Blanton y Kaput, 2005; Smith, 2008). La primera de ella hace alusión a cuando un estudiante centra su atención en cómo cambia una cantidad respecto de la anterior, identificando regularidades entre términos consecutivos. Aunque este tipo de relación no implica necesariamente una dependencia explícita entre variables, puede favorecer la identificación posterior de relaciones funcionales (Blanton, 2008). La relación de covariación se interpreta como el cambio de una variable y su incidencia en la otra. Se refiere al "cambio simultáneo entre dos variables que se produce por la existencia de una relación entre ellas" (Gómez, 2016, p. 170). Un estudiante identifica una relación de covariación cuando es capaz de centrarse en aquellos cambios que se producen entre el valor de la variable independiente y su incidencia en el valor de la dependiente o viceversa, de forma simultánea y coordinada (Blanton et al., 2011; Blanton y Kaput, 2005). Por ejemplo, en el contexto de la representación tabular (Figura 1) la relación de covariación se da en el sentido que, si el valor de la variable independiente (x) aumenta (p. j., sumar uno, Figura 1), el valor de la variable dependiente (y) también lo hace de manera simultánea (p. ej., sumar uno, Figura 1).

	Variable independiente (x)	**Variable dependiente (y)**	
	1	6	
+1	2	7	+1
+1	3	8	+1
+1	4	9	+1

Figura 1. Relación funcional de covariación (adaptada de Morales et al., 2018).

La relación de correspondencia es aquella que asocia cada valor de la variable independiente con un único valor de la variable dependiente (Clapham, 1998). Esta relación se establece entre los pares correspondientes a los valores de ambas variables (Smith, 2008). Identificar una correspondencia implica centrarse en aquel patrón que determina un único valor de la variable dependiente dado un valor de la variable independiente (Blanton et al., 2011). Por ejemplo, en la representación tabular de la Figura 2, la relación de correspondencia está determinada por el patrón de sumar cinco a cada uno de los valores de variable independiente para hallar el valor de la variable dependiente correspondiente (ver flecha, Figura 2).

Variable independiente (x)	Variable dependiente (y)
1	6
2	7
3	8
4	9

+ 5

Figura 2. Relación funcional de correspondencia (adaptada de Morales et al., 2018).

2.3. Generalización

La generalización es un elemento clave en el pensamiento funcional. Se considera como el corazón e iniciador del aprendizaje algebraico (Mason, 1996; Strachota, 2016). En el contexto del pensamiento funcional muchas de las definiciones de generalización hacen hincapié que, para alcanzarla se puede hacer a través de casos particulares. Cañadas y Castro (2007), con base en los trabajos de Polya, proponen que un camino para alcanzar la generalización es a través del trabajo organizado de casos particulares que promueven la identificación de un patrón y su relación con la regla general. En este estudio, la generalización se comprende como la capacidad de identificar una regularidad y expresar una relación válida más allá de casos particulares (Mason, 1996; Radford, 2008). Desde el pensamiento algebraico temprano, esta puede manifestarse mediante lenguaje verbal, representaciones pictóricas, tablas o expresiones numéricas que permitan comunicar relaciones entre cantidades.

2.4. Sistemas de representación

En este artículo nos centramos en las representaciones externas que se entienden como “notaciones simbólicas o gráficas, específicas para cada noción, mediante las que se expresan los conceptos y procedimientos matemáticos, así como sus características y propiedades más relevantes” (Castro y Castro, 1997, p. 96). Consideramos estas representaciones, dado que evidencian las producciones que llevan a cabo los sujetos cuando resuelven tareas matemáticas (Merino et al., 2013).

En el contexto del pensamiento funcional los sistemas de representación verbal, pictórico, tabular, gráfico y simbólico adquieren importancia debido a que ayuda a los estudiantes a entender el comportamiento de la función y permite evidenciar presencia de pensamiento funcional en ellos (Blanton et al., 2011; Cañadas et al., 2016, Cañadas y Molina, 2016). El sistema de representación verbal es aquel que hace mención al lenguaje natural que puede ser oral o escrito para expresar los conceptos matemáticos (Cañadas y Figueiras, 2011). En cambio, el sistema de representación pictórico alude a recursos visuales, como dibujos que permiten expresar relaciones matemáticas y son primordiales por ser representaciones propias y originales de los sujetos que resuelven tareas matemáticas (Blanton et al., 2011; Cañadas y Figueiras, 2011). Por otro lado, el sistema de representación simbólico es de carácter alfanumérico cuya sintaxis viene descrita mediante una serie de reglas y procedimientos (Rico, 2009). Este sistema involucra símbolos y signos propios de las matemáticas que permiten expresar con exactitud y precisión las cantidades de las variables y las propias variables en una tarea de relación funcional. Este sistema de representación requiere de un pensamiento matemático sofisticado, que permita expresar una relación funcional (Blanton, 2008).

2.5. Antecedentes

La capacidad que tienen alumnos de educación primaria para resolver tareas que involucraran relaciones funcionales ha sido motivo de estudio en los últimos años dada la relevancia que tiene en la caracterización el pensamiento algebraico que estos manifiestan (Autor 1 et al., 2018; Torres et al., 2021). Por ejemplo, los estudios de Blanton et al. (2015) mostraron que alumnos estadounidenses desde 6 años, cuando resuelven tareas de relaciones funcionales tales como: f(x)=mx y f(x)= x+b, transitaron por distintos niveles de la generalización de la relación funcional. Esto quiere decir que estos alumnos lograron pasar de un patrón recursivo (sumar una misma cantidad a los valores de una variable para hallar el valor siguiente) a una relación de covariación y también de correspondencia. Cañadas, et al. (2016), evidenciaron que alumnos de 6-7 años, fueron capaces de abordar una tarea de relación funcional f(x)=2x, a través, de dos enfoques. Uno de ellos basado en de tipo recursivo y otro funcional de correspondencia (duplicación). Por su parte, Merino et al. (2013), dieron cuenta que alumnos de 10-11 años emplearon representaciones verbales, pictóricas y numéricas para explicar sus respuestas cuando generalizaron relaciones funcionales. En línea a lo anterior, el trabajo de Pinto et al. (2018) mostraron que estudiantes de entre 9 a 11 años emplearon la covariacion y la correspondencia cuando resolvieron un problema que involucraba la función f(x) = 2x+6. Se observó que los alumnos generalizaron la relación funcional a través de la notación algebraica y la representación verbal. El estudio de Cetina-Vázquez y Cabañas-Sánchez (2022) mostraron que en tareas funcionales alumnos de edades similares a las anteriores son capaces de expresar la generalización a partir de la representación verbal, cuando ellos responden a preguntas que consideran casos cercanos y lejanos.

A pesar de lo anterior, en el contexto de la formación de profesores la investigación en pensamiento funcional es aún incipiente (Morales y Parra-Fica, 2022). Diversos estudios internacionales han evidenciado dificultades de futuros profesores para abordar tareas algebraicas vinculadas al pensamiento funcional y al uso de representaciones. Por ejemplo, los resultados del estudio TEDS-M muestran debilidades en la identificación de representaciones simbólicas y en la resolución de tareas funcionales en contextos geométricos (Senk et al., 2012). Más recientemente, Pang y Sunwoo (2022) señalan que futuros y actuales profesores presentan dificultades para movilizar conocimientos asociados a tareas, estrategias de enseñanza y formas de representación necesarias para promover el pensamiento funcional en Educación Primaria. En el contexto chileno, los resultados de la Evaluación Nacional Diagnóstica evidencian debilidades en contenidos vinculados a patrones y sucesiones, observándose que menos del 50% de las respuestas a ítems relacionados con la conducción del aprendizaje fueron correctas (MINEDUC, 2020).

Desde el contexto investigador, Aké (2021) encontró que en una tarea de pensamiento funcional del tipo f(x)=4x+2, 18 de 40 futuros profesores de primaria, la resolvieron de manera correcta estableciendo una relación funcional, pero lo hacen a través del sistema de representación verbal en lugar del simbólico. Además, 11 futuros profesores resolvieron la tarea de manera parcialmente correcta, centrándose solo en casos particulares y no así en casos generales. Otro grupo de futuros profesores (11) respondieron la tarea de manera incorrecta (11). Por último, esta investigación destaca la variabilidad de representaciones que futuros profesores ponen de manifiesto en una tarea de relación funcional, dado que 37 de los 40 futuros profesores emplearon representaciones pictóricas, numéricas y verbales. Polo-Blanco, et al. (2019) mostraron las dificultades de futuros profesores de educación primaria españoles y portugueses para establecer y generalizar una relación de correspondencia en una tarea de funciones en un contexto geométrico. Se evidencia cómo el patrón recursivo limita la relación de correspondencia y el éxito en la resolución de la tarea. En esta misma línea Morales y Parra-Fica (2022) mostraron que futuros profesores de educación primaria fueron capaces de abordar una tarea de pensamiento funcional cuya relación funcional fue f(x)=2x+2, a través de diversas relaciones funcionales como la correspondencia y la covariación. En este estudio se observa una trayectoria en las resoluciones de estos futuros profesores, que va desde las operaciones aritméticas y uso de representaciones pictóricas hasta la identificación de relaciones funcionales mediante representaciones verbales y simbólicas. Wilkie (2014) mostró que, de 105 profesores de educación primaria australianos, un 30 % de ellos manifestó un escaso nivel de pensamiento funcional en una tarea que implicó extender un patrón geométrico, respondiendo incorrectamente a través de la recursividad (patrón centrado en valores de una variable). Por su parte, solo el 70 % de estos profesores generalizó la relación funcional, pero el 2% de ellos lo hizo a través de la representación simbólica.

Las dificultades que presentan los futuros profesores de educación primaria en estos antecedentes pueden deberse a la formación algebraica inadecuada que han tenido en sus años de escolarización, y que tiene sus raíces en el paso abrupto y desconectado entre la aritmética y el álgebra (Kaput, 2000). Rodríguez-Domingo et al. (2015) da cuenta de que estudiantes de educación secundaria se les hace difícil abordar tareas algebraicas, en especial, aquellas de traducción desde la representación verbal a la representación simbólica. Los antecedentes aquí mostrados dan cuenta de la necesidad de seguir profundizando en el pensamiento funcional de futuros profesores en formación en tareas diversas para fomentar su conocimiento disciplinario y didáctico.

Morales, R.; Parra-Fica; J.; Garrido, R. y Díaz-Levicoy, D. (2026). Representaciones que emplean futuros profesores de educación primaria en una tarea de relación funcional. *Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación, 12*(23), 1-22. https://doi.org/10.55560/arete.2026.23.12.10

3. Método

3.1. Tipo de investigación

Esta investigación es de tipo exploratorio y descriptivo. Hernández et al. (2007) sugieren que los estudios exploratorios indagan un tema poco estudiado y sobre los cuales existen dudas y se necesitan abrir nuevas perspectivas. Tal caso sucede con esta investigación, se pretende indagar en las relaciones funcionales y representaciones que utilizan futuros profesores de educación primaria en tareas de pensamiento funcional, tema poco estudiado según nuestros antecedentes. Pretendemos abrir perspectivas nuevas de conocimiento y posibles vías de formación y líneas de investigaciones futuras.

3.2. Sujetos de investigación

Los participantes de esta investigación fueron 18 futuros profesores de educación primaria, los cuales, en el momento de la recogida de datos, cursaban el primer año de la carrera de pedagogía general básica con especialización en una universidad chilena. La muestra fue de carácter intencional, dada la disponibilidad de ellos y la motivación que manifestaron para participar en este estudio. Los participantes, en su formación académica, no habían tenido experiencias de trabajo con tareas de pensamiento funcional, tal cual se presentan en este estudio, y sus conocimientos algebraicos solo se remitían a su formación escolar en educación secundaria.

3.3. Instrumento de recogida de información

El instrumento de recogida de la información consistió en una prueba escrita, en que los participantes debían responder individualmente a una tarea de pensamiento funcional dada por la relación funcional $f(x)=2x+2$. La tarea fue adaptada del trabajo realizado por Carraher et al. (2008), cuyo contexto dio cuenta de la relación entre cantidad de mesas y cantidad de invitados a una fiesta de cumpleaños. Para evidenciar la relación funcional empleadas por los participantes, formulamos preguntas con base en el modelo de razonamiento inductivo de Cañadas y Castro (2007). Es decir, a través de preguntas de casos particulares y una pregunta general se buscó la generalización de quien resolvía la tarea (ver Tabla 1). Por su parte, para evidenciar las representaciones empleadas por los participantes, les pedimos que realizaran los procedimientos y cálculos correspondientes junto a una breve explicación de la resolución a cada una de las preguntas. A continuación, en la Figura 3 mostramos el problema planteado en la prueba escrita.

Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación
Vol. 12, N° 23, 1 – 22, enero – junio, 2026. ISSN: 2443 – 4566
https://doi.org/10.55560/arete.2026.23.12.10

Antonia está de cumpleaños y su mamá organiza mesas de forma cuadrada y sillas para que se sienten los invitados, de tal manera que en una mesa se podrán sentar cuatro personas a su alrededor y en dos mesas juntas se podrán sentar seis personas alrededor de ellas, como se muestra en la figura 1.

De acuerdo a lo anterior, responde las siguientes preguntas realizando los procedimientos y cálculos correspondientes junto a una breve explicación.

Figura 3. Personas sentadas alrededor de mesas (adaptado de Carraher et al., 2008).

En la Tabla 1 que mostramos a continuación, se ejemplifican las características de las preguntas de la tarea.

Tabla 1. *Tipos y ejemplos de preguntas.*

Tipo de Pregunta	Ejemplo de preguntas
Pregunta caso particular consecutivo cercano[1].	A. Si la mamá de Antonia ha juntado 3 mesas ¿Cuántas personas se podrán sentar alrededor de ellas? ¿Cómo lo sabes?
Preguntas casos particulares no consecutivos cercanos.	B. Si la mamá de Antonia ha juntado 5 mesas ¿Cuántas personas se podrán sentar alrededor de ellas? ¿Cómo lo sabes? C. La mamá de Antonia ha juntado 10 mesas ¿Cuántas personas se podrán sentar alrededor de ellas? ¿Cómo lo sabes?
Preguntas caso particular no consecutivo lejano.	D. La mamá de Antonia ha juntado 50 mesas ¿Cuántas personas se podrán sentar alrededor de ellas? ¿Cómo lo sabes?
Pregunta general	E. La mamá de Antonia necesita encontrar una forma exacta de cómo hallar el número de invitados que se pueden sentar alrededor de cualquier número de mesas ¿De qué forma la mamá de Antonia podrá hallar la cantidad exacta de invitados, que se pueden sentar alrededor de cualquier número de mesas?

3.4. Análisis de datos

Para analizar los datos definimos una serie de categorías con base en el marco conceptual, los antecedentes de investigación y las respuestas de los futuros profesores a cada

[1] Consideramos un caso particular cercano o lejano de acuerdo con la proximidad que tiene el número por el cual se pregunta, con respecto al inicial.

una de las 5 preguntas realizada en la tarea. En la Tabla 2, presentamos las categorías que elaboramos y que usamos en esta investigación.

Tabla 2. *Categorías de análisis de datos*

Categoría	Subcategoría	Descripción
Sin identificación de relación funcional		Respuesta que no evidencia una relación funcional, solo se ponen de manifiesto operaciones aritméticas o respuestas sin explicación.
Identificación de relación funcional	Covariacional	Respuesta numérica o verbal (escrita) basada en la relación que se establece entre los valores de ambas variables, "si algo aumenta en uno, lo otro aumenta en dos"
	Correspondencia	Respuesta numérica o verbal (escrita) basada en la relación que se establece en los pares de valores de las variables, por ejemplo, se distinguen dos tipos de respuestas: a) "La cantidad de sillas se obtiene multiplicando la cantidad de mesas por 2 y se suman 2 más". b) "La cantidad de sillas es el doble de la cantidad de mesas, más seis, donde las mesas se restan dos previamente".
Generalización (^{G})		Regla general para determinar la cantidad de invitados que se pueden ubicar alrededor una cantidad indeterminada de mesas.
Sistemas Representación	Representación única (U).	Respuesta que atiende a un sistema de representación, puede ser: verbal (V), pictórico (P), numérico (N) o simbólico (S).
	Representación múltiple simple (M1)	Respuesta que alude a la manifestación de dos sistemas de representación.
	Representación múltiple compleja (M2)	Respuesta que alude a la manifestación de más de dos sistemas de representación.

Consideramos como unidades de análisis las respuestas verbales (escritas), pictóricas, numéricas y simbólicas otorgadas por los futuros profesores en cada una de las 5 preguntas que componen la tarea. En primer lugar, clasificamos cada una de las respuestas de los futuros profesores de acuerdo a las categorías: identificación de pensamiento funcional (E.2) de aquellas que no. A su vez, clasificamos cada una de las respuestas de acuerdo a las representaciones usadas. En segundo lugar, y una vez clasificadas las respuestas de los futuros profesores, las codificamos con base en cada subcategoría (ver Tabla 1). En tercer lugar, una vez codificadas las respuestas las ordenamos en la Tabla 3 cuyos datos describimos en el apartado de resultados. Por último, analizamos las respuestas de los futuros profesores durante el transcurso de las 5 preguntas de la tarea, determinado así trayectorias de representaciones.

4. Resultados

A continuación, mostramos resultados sobre las representaciones usadas por los futuros profesores de educación primaria cuando ellos identifican una relación funcional, en las cinco preguntas que conforman la tarea. Posteriormente, describimos la trayectoria entre sistemas de representación que ellos han desarrollado en las preguntas realizadas. Para la descripción nos apoyamos de ejemplos representativos de relaciones funcionales identificadas y de sistemas de representación empleados por los participantes.

4.1. Estrategias de futuros profesores de Educación Primaria

En la Tabla 3 presentamos un resumen de los sistemas de representación usados por los futuros profesores de educación primaria y las relaciones funcionales identificadas. Nombramos con una letra P y un número a cada uno de los participantes. Por ejemplo, P10 corresponde al futuro profesor número 10. Además, cada estrategia está definida por un código que se detalla en la misma tabla.

Tabla 3. *Representaciones empleadas por los futuros profesores.*

N° Futuro Profesor	Relaciones funcionales y representaciones por preguntas				
	Pregunta A	Pregunta B	Pregunta C	Pregunta D	Pregunta E
P1	M1 (V-N)	M1 (V-N)	M1 (V-N)**	M1 (V-N)**	M1 (V-N)**^{G}
P2	M2 (V-P-N)	M2 (V-P-N)	M1 (V-N)**	M1 (V-N)**	M1 (V-N)**^{G}
P3	M2 (V-P-N)	M2 (V-P-N)	M2 (V-P-N)	M1 (V-S)**	M1 (V-S)**^{G}
P4	M2 (V-P-S)**	M2 (V-P-S)**	M2 (V-P-S)**	M2 (V-P-S)**	M2 (V-P-S)**^{G}
P5	M2 (V-P-N)**	M2 (V-P-N)**	M2 (V-P-N)**	M2 (V-P-N)**	M2 (V-P-S)**^{G}
P6	M2 (V-P-N)*	M2 (V-P-N)*	M1 (P-N)	U (N)	U (V)
P7	M2 (V-P-N)	M2 (V-P-N)**	M2 (V-P-N)**	M1 (V-N)**	M1 (V-N)**^{G}
P8	M2 (V-P-N)	M2 (V-P-N)*	M2 (V-P-N)	M1 (V-N)	U (V)
P9	M2 (V-P-N)	M2 (V-P-N)	M2 (V-P-N)**	M1 (V-N)	U (V)
P10	M2 (V-P-N)**	M2 (V-P-N)	M1 (V-N)	M1 (V-N)**	M1 (V-S)**
P11	M1 (V-N)**	U (N)	U (N)	U (N)	U (S)
P12	M2 (V-P-N)	M1 (P-N)	M1 (P-N)	M1 (P-N)	M1 (V-N)
P13	M1 (V-N)**	M1 (V-N)*	M1 (V-N)*	M1 (V-N)*	U (V)
P14	M1 (V-N)	M1 (V-N)*	M1 (V-N)*	M1 (V-N)**	M1 (V-N)**^{G}
P15	M1 (V-N)	M1 (V-N)**	M1 (V-N)**	M1 (V-N)**	M1 (V-N)**^{G}
P16	M2 (V-P-N)	M2 (V-P-N)**	M2 (V-P-N)**	M1 (V-N)**	M2 (V-P-N-S)**^{G}
P17	M1 (V-P)	M1 (P-N)	M1 (V-N)	M1 (V-N)	M1 (V-N)
P18	M2 (V-P-N)	M2 (V-P-N)	M2 (V-P-N)**	M1 (V-N)**	M1 (V-S)**^{G}

Nota: Sin asterisco=no identifica relación funcional; *=Identificación relación funcional de covariación; **=Identificación relación funcional de correspondencia; ^{G}=Generalización; U= Representación única; M1=Representación múltiple simple. M2=Representación múltiple compleja; V=Representación Verbal; P=Representación Pictórica; N=Representación numérica; S=Representación simbólica. (Elaboración propia)

Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación
Vol. 12, N° 23, 1 – 22, enero – junio, 2026. ISSN: 2443 – 4566
https://doi.org/10.55560/arete.2026.23.12.10

En la Tabla 3 mostramos las tres subcategorías de sistemas de representación manifestadas en las respuestas de los futuros profesores al resolver cada pregunta de la tarea: representación única, representación múltiple simple y representación múltiple compleja. La primera de ellas hace referencia a una única representación empleada. La segunda de ellas, hace referencia al empleo de 2 representaciones, mientras que la tercera hace referencia al empleo de más de 2 representaciones. A su vez, mostramos las relaciones funcionales que los participantes han identificado en cada una de las preguntas de la tarea, distinguiéndose la covariación, correspondencia, y la generalización de esta última relación.

A continuación, presentamos las representaciones y las relaciones funcionales identificadas por los futuros profesores en cada pregunta de la tarea.

4.2. Resultados Pregunta A

En esta pregunta, relativa a un caso particular consecutivo, la representación múltiple compleja (M2) fue la más empleada, dado que 12 de los 18 futuros profesores la manifestaron. De los 12, 11 de ellos, emplearon la representación verbal, pictórica y numérica. Mientras que solo 1 de ellos, empleó las representaciones verbal, pictórica y simbólica. Además, observamos que 6 de los 18 futuros profesores identificaron una relación funcional. De estos 6, 5 identificaron una relación de correspondencia y 1 de ellos identificó una relación de covariación (P6).

A continuación, en la Figura 4 mostramos la respuesta de P5, pues representa de mejor manera la representación múltiple compleja que han empleado los futuros profesores. También, se muestra la relación de correspondencia identificada.

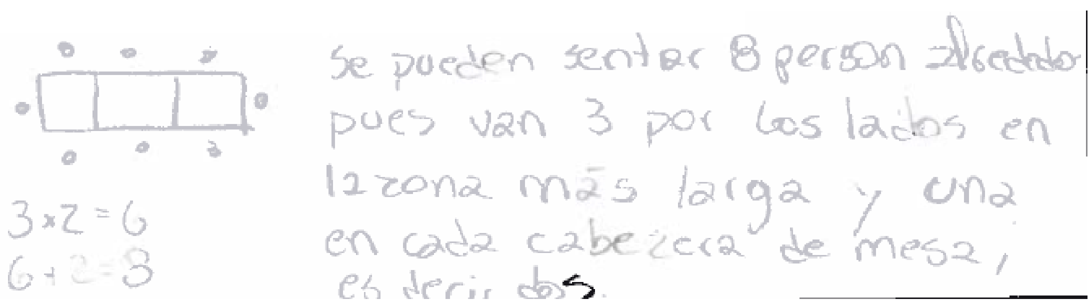

Figura 4. Representación múltiple compleja y relación de correspondencia (elaboración propia).

Observamos en la Figura 4 que P5 respondió correctamente a la pregunta planteada usando la presentación pictórica, dado que dibujó las 3 mesas (3 cuadrados yuxtapuestos) y las 8 personas (8 puntos alrededor de las 3 mesas). Además, añadió la representación numérica de modo que realizó la multiplicación de 3 x 2 obteniendo como producto 6 a lo que finalmente suma 2 obteniendo como respuesta 8. P5 concluyó haciendo uso de la representación verbal para explicar el procedimiento empleado en su respuesta. En este ejemplo, se observa una relación de correspondencia, dado que P5 respondió que en cada lado (superior e inferior) de las mesas van 3 personas y una en cada uno de los extremos. Por

Morales, R.; Parra-Fica; J.; Garrido, R. y Díaz-Levicoy, D. (2026). Representaciones que emplean futuros profesores de educación primaria en una tarea de relación funcional. *Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación, 12*(23), 1-22. https://doi.org/10.55560/arete.2026.23.12.10

tanto, se establece la relación 3 (cantidad de mesas) por 2 (cantidad de personas en cada lado superior e inferior) más 2 (cada extremo).

En esta pregunta, la representación múltiple simple (M1) fue la menos empleada, ya que 6 de los 18 futuros profesores la usaron. De los 6, 5 de ellos emplearon las representaciones verbal y numérica y 1 de ellos empleó la representación verbal y pictórica. En esta pregunta no se hallaron respuestas de futuros profesores relativas a representaciones únicas (U).

4.3. Resultados Pregunta B

En esta pregunta, relativa a un caso particular no consecutivo, la representación múltiple compleja (M2) fue la más empleada, dado que 11 de los 18 futuros profesores la manifestaron. De los 11, 10 de ellos usaron las representaciones verbal, pictórica y numérica, mientras que 1 de ellos (P4) empleó las representación verbal, pictórica y simbólica. Le sucede la representación múltiple simple porque 6 futuros profesores la emplearon. De estos 6, 4 de ellos usaron las representaciones verbal y numérica y 2 de ellos empleó las representaciones pictóricas y numéricas. Por último, en esta pregunta la representación única fue la menos empleada, solo 1 de los futuros profesores (P11) la empleó y fue la numérica. Por su parte, observamos que 9 de los 18 futuros profesores identificó una relación funcional. De estos 9, 5 identificaron una relación de correspondencia y 4 de ellos identificó una relación de covariación. En la Figura 5, mostramos la respuesta de P6 porque representa de mejor manera la relación de covariación.

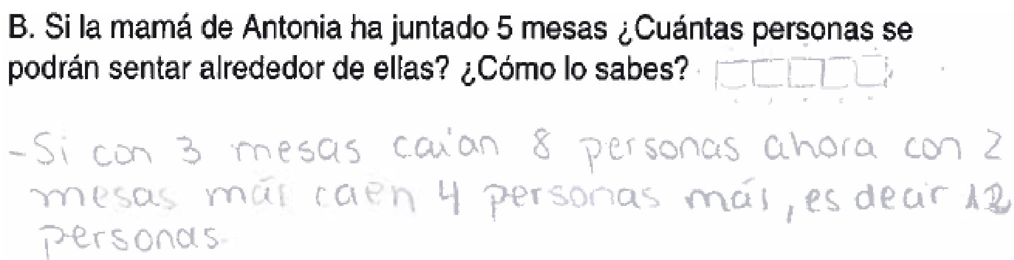

Figura 6. Representación múltiple compleja y relación de covariación (elaboración propia).

En la Figura 5 observamos que P6 utilizó la representación pictórica ya que dibujó las 5 mesas y alrededor de ellas las personas sentadas (12 puntos alrededor de las 5 mesas). Posteriormente, para explicar su resolución lo hace de manera verbal apoyándose de las representaciones numéricas. En la explicación de P6 observamos la relación de covariación dado que cuando se le pregunta por la cantidad de personas que se sientan en 5 mesas, respondió "12 personas". Lo hizo agregando cuatro personas más, dado que en cada mesa caben dos personas (sin contar las que se sientan en los extremos). Por tanto, serían cuatro personas más que las ocho anteriores (cantidad de personas dado tres mesas), es decir doce personas. En este sentido, observamos el cambio simultáneo del valor de la variable independiente (cantidad de mesas) la cual afectó al valor de la variable dependiente (cantidad de personas). Es decir, aumentó en 2 la cantidad de mesas y aumentó en 4 la cantidad de personas.

En esta pregunta solo hallamos una respuesta de un futuro profesor (P11) relativa a una representación única numérica.

4.4. Resultados Pregunta C

En esta pregunta, relativa a un caso particular no consecutivo, la representación múltiple simple (M1) fue la más empleada, dado que 9 de los 18 futuros profesores la usaron. De los 9, 7 emplearon las representaciones verbal y numérica, mientras que 2, emplearon las representaciones pictórica y numérica. Le sucede la representación múltiple compleja (M2) con 8 futuros profesores que la emplearon. De estos 8, 7 usaron las representaciones verbal, pictórica y numérica y 1 de ellos la representación verbal, pictórica y simbólica. Por último, en esta pregunta, la representación única (U) fue la menos empleada dado que solo 1 de los futuros profesores (P11) la consideró y fue la numérica.

Observamos en esta pregunta que 6 de los 18 futuros profesores no identificó una relación funcional. Sin embargo, 12 sí lo hicieron, de estos 11 identificaron una relación de correspondencia y solo 1 identificó una relación de covariación.

4.5. Resultados Pregunta D

En esta pregunta relativa a un caso particular no consecutivo, la representación múltiple simple (M1) fue la más empleada, ya que 14 de los 18 futuros profesores la emplearon. De los 14, 12 se valieron de las representaciones verbal y numérica, mientras que 1 de ellos, de las representaciones verbal y simbólica, y así otro de las representaciones pictórica y numérica. Le sigue la representación múltiple (M2) dado que 2 futuros profesores la emplearon. De estos 2, 1 se valió de las representaciones verbal, pictórica y simbólica y otro de las representaciones verbal, pictórica y numérica. También hubo 2 futuros profesores que utilizaron la representación única numérica.

Observamos en esta pregunta que 6 de los 18 futuros profesores no identificó una relación funcional. Sin embargo, 11 de ellos sí lo hicieron, 9 de éstos identificaron una relación de correspondencia y solo 2 identificaron una relación de covariación.

4.6. Resultados Pregunta E

Esta pregunta, relativa a la generalización de la relación funcional, la representación múltiple simple (M1) fue la más empleada, dado que 10 de los 18 futuros profesores la manifestaron. De los 10, 7 emplearon las representaciones verbal y numérica, mientras que 3 de ellos, emplearon las representaciones verbal y simbólica. Le sucede representación única (U) dado que 5 futuros profesores la emplearon. De estos 5, 4 se valieron de la representación verbal y solo 1 de la representación simbólica. La representación múltiple (M2) fue la menos empleada en esta pregunta, dado que 3 futuros profesores se valieron de ella y todos ellos usaron las representaciones verbal, pictórica y simbólica.

Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación
Vol. 12, N° 23, 1 – 22, enero – junio, 2026. ISSN: 2443 – 4566
https://doi.org/10.55560/arete.2026.23.12.10

Tal como observamos en la Tabla 3 en esta pregunta, 7 de los 18 futuros profesores no identificó una relación funcional. Sin embargo, 11 sí lo hicieron, donde 9 identificaron la relación de correspondencia y 2 identificaron la relación de covariación. Por su parte, observamos que 10 de los 11 futuros profesores generalizaron y todos ellos lo hicieron desde la relación funcional de correspondencia. Se destaca que, de los futuros profesores que generalizaron, 5 se valieron de la representación verbal y numérica, mientras que los otros 5 de la representación verbal y simbólica. Por ejemplo, en la Figura 7 observamos la respuesta de P3 que caracteriza una generalización usando la representación numérica y verbal. Cuando a P3 se le preguntó sobre la forma en que la mamá de Antonia podrá hallar la cantidad exacta de invitados, que se pueden sentar alrededor de cualquier cantidad de mesas, expresó "N° Mesas x 2 + 2", donde evidenciamos la representación verbal (N° Mesas) y numérica (x 2 + 2). Por su parte, P3 usó la representación verbal para explicar la expresión realizada inicialmente y como forma de hallar cualquier cantidad de invitados (variable dependiente), cuando se desconoce la cantidad de mesas (variable independiente).

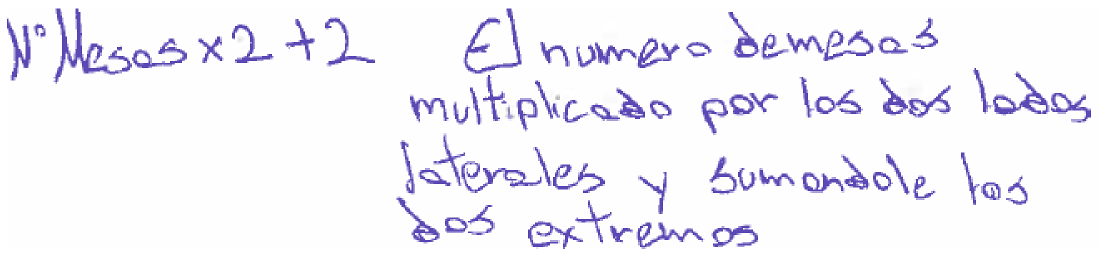

Figura 7. Generalización verbal y numérica (elaboración propia).

Con respecto al empleo de la representación verbal y simbólica, para expresar la generalización, la respuesta de P4 ilustra tal situación (ver Figura 8). P4 usó la expresión simbólica $X * 2 + 2$ para calcular la cantidad de personas cuando se desconoce la cantidad de mesas. Observamos el uso del simbolismo algebraico X para representar la cantidad de mesas. Además, P4 hace uso de la representación verbal para explicar la forma general con la que puede hallar la cantidad de personas cuando se desconoce la cantidad de mesas.

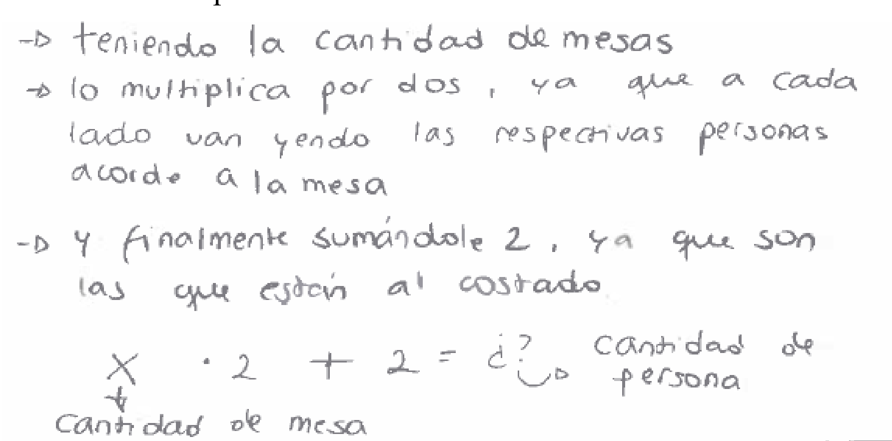

Figura 8. Generalización a través de la representación verbal y simbólica (elaboración propia).

Morales, R.; Parra-Fica; J.; Garrido, R. y Díaz-Levicoy, D. (2026). Representaciones que emplean futuros profesores de educación primaria en una tarea de relación funcional. *Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación, 12*(23), 1-22. https://doi.org/10.55560/arete.2026.23.12.10

4.7. Trayectoria de representaciones empleadas por futuros profesores de Educación Primaria

A partir de la Tabla N°3 elaboramos la Tabla N°4 en la que mostramos las trayectorias de representaciones empleadas por los futuros profesores en las 5 preguntas de la tarea.

Tabla 4. *Trayectoria de representaciones empleadas por futuros profesores*

Trayectoria	Secuencia de representaciones	N° Futuro profesor
Conserva la cantidad de representaciones	V-P-S	P4
	V-N	P1-P15
Reduce la cantidad de representaciones	V-P-N → V-N	P2-P7-P16
	V-P-N → V-N → V	P8-P9
	V-P-N → P-N → V	P6
	V-P-N → P-N → V-N	P12
	V-N → V	P13
Conserva la cantidad de representaciones, pero cambia alguna de ellas.	V-P-N → V-P-S	P5
	V-P → P-N → V-N	P17
Reduce la cantidad de representaciones y cambia algún tipo de representación.	V-P-N → V-S	P3
	V-P-N → V-N → V-S	P10-P18
	V-N → N → S	P11

Nota. V=Representación verbal; P=Representación pictórica; N=Representación numérica; S=Representación simbólica. (Elaboración propia).

En la Tabla N°4, observamos que los futuros profesores efectuaron cuatro trayectorias entre las representaciones usadas cuando respondieron a cada una de las 5 preguntas de la tarea. La primera de ellas alude a conserva la cantidad de representaciones, esto quiere decir que los futuros profesores mantuvieron la misma cantidad de representaciones en la resolución de las 5 preguntas planteadas de la tarea. La segunda, hace referencia a reduce la cantidad de representaciones, donde los futuros profesores inician con una cantidad de representaciones, pero, una vez que avanza la tarea, reducen las representaciones usadas. La tercera trayectoria alude a conversa la cantidad de representaciones, pero cambia alguna de ellas, se refiere a que futuros profesores conservan solo la cantidad de representaciones usadas, pero en ocasiones cambian algunas de ellas. La cuarta trayectoria alude a la reduce la cantidad de representaciones y cambia algún tipo de representación, la cual da cuenta que algunos futuros profesores a medida que avanza la tarea reducen la cantidad de presentaciones y también cambian alguna de ellas.

Observamos que la trayectoria reduce la cantidad de representaciones, fue la más recurrente, ya que la manifestaron 8 de los 18 futuros profesores. Destacamos que, de estos 8 futuros profesores, 7 de ellos redujeron la representación pictórica a medida que avanzaron en las preguntas de la tarea. Una vez que estos 8 profesores redujeron sus representaciones, 4 de ellos (P6-P8-P9-P13) finalizaron la tarea (pregunta general) con la representación verbal, mientras que los futuros profesores P2-P7-P12-P16 finalizaron con la representación numérica. A continuación, le suceden las trayectorias conserva la cantidad de representaciones y reduce la cantidad de representaciones y cambia algún tipo de representación, las cuales fueron manifestadas por 4 futuros profesores. En la primera, destacamos que tres futuros profesores P1-P4 y P15 mantuvieron en todas las preguntas las representaciones verbal y numérica, mientras que P4 mantuvo la representación verbal, pictórica y simbólica. En la segunda, observamos que los 4 futuros profesores (P3-P10-P11-P18) reducen y cambian la representación a la simbólica. Finalmente, la trayectoria conserva la cantidad de representaciones, pero cambia alguna de ellas solo fue manifestada por 2 futuros profesores, P5 empleó tres representaciones (verbal, pictórica y numérica) y cambió la numérica por la simbólica, mientras que P17 empleó la representación verbal y pictórica, cambió la presentación verbal por la numérica y finalmente cambió la representación pictórica por la representación verbal, que había empleado inicialmente.

5. Conclusiones

En este artículo hemos puesto de manifiesto la variedad de representaciones que usan futuros profesores de educación primaria cuando resuelven una tarea de relación funcional. Hemos observado que las representaciones usadas por estos profesores fueron verbal, pictórica, numérica y simbólica, y gran parte de la tarea fueron usadas de manera conjunta. De esta manera, ponemos de relieve que, cuando se resuelve una tarea de relación funcional, no solo hay una forma de hacerlo, sino que puede ser abordada mediante distintas representaciones. Este resultado supone que las representaciones pueden ser vistas como estrategias de resolución de una tarea de relación funcional, tal cual observamos en los trabajos de Merino, et al. (2013) y Cetina-Vázquez y Cabañas-Sánchez (2022), pero con estudiantes de 5° de educación primaria.

Además, mostramos que los futuros profesores manifiestan diferentes trayectorias de representaciones cuando resuelven cada una de las preguntas de la tarea. Se destaca que la trayectoria reduce la cantidad de representaciones fue predominante en las respuestas de los futuros profesores, destacándose las representaciones verbales, pictóricas y numéricas las cuales fueron útiles al inicio de la tarea.

Con respecto al cambio de representación se destaca que, al avanzar en las preguntas de la tarea, los participantes cambiaron desde la representación pictórica a la representación simbólica. Lo anterior, puede ser debido a que los casos por los cuales se preguntaba involucraron cantidades grandes (pregunta D) y buscaban la generalización (pregunta E), lo que obligó al futuro profesor a realizar otro tipo de representación más sofisticada que no fuera la pictórica. Más que interpretar el tránsito desde representaciones pictóricas o numéricas hacia representaciones simbólicas como un avance progresivo en el pensamiento algebraico de los futuros profesores, los resultados sugieren que las demandas matemáticas de la tarea condicionan el tipo de representación movilizada. En este sentido, los casos cercanos favorecen estrategias basadas en conteo y apoyo visual, mientras que los casos generales demandan formas de representación simbólicas o más sofisticadas que permitan expresar regularidades y relaciones funcionales. Por otro lado, el hecho de utilizar representaciones pictóricas al inicio de la tarea, puede suponer una ayuda significativa que contribuye a la identificación de una relación funcional, tal como observamos en la respuesta de P5 en la Figura 4. Creemos que el análisis de las trayectorias de representación permitió comprender cómo los futuros profesores adaptan sus representaciones según las exigencias matemáticas de la tarea. Así, las trayectorias observadas parecen responder principalmente a las demandas de generalización requeridas en cada pregunta, más que evidenciar necesariamente una mayor comprensión de la relación funcional. Lo anterior puede constituir una línea interesante para profundizar en estudios futuros.

Las representaciones múltiples complejas fueron las predominantes en las respuestas de los participantes, las cuales se usaron en las tres primeras preguntas de la tarea. Sin embargo, a medida que avanzaron las preguntas de la tarea, ellos requirieron menos representaciones (simples y en algunos casos únicas). Este resultado es relevante, dada la importancia que tienen las representaciones múltiples como una forma de comprender la tarea y obtener respuestas exitosas.

En cuanto a las relaciones funcionales identificadas por los futuros profesores, lo hicieron centrando la atención en las dos relaciones que mostramos en nuestro marco conceptual: una centrada en la covariación y otra centrada en la relación de correspondencia. Incluso, hubo futuros profesores (p. ej., P14, ver Tabla 3) que abordaron la tarea identificando ambas relaciones funcionales. Lo anterior, supone que la tarea aquí presentada motiva a las distintas formas de resolución con base en la relación de covariación y correspondencia.

En cuanto a la generalización de la relación funcional involucrada en la tarea, observamos que los futuros profesores que lo lograron, lo hicieron usando la representación verbal y solo en algunos casos lo hicieron usando la representación simbólica. Resultados similares fueron hallados por Aké (2021), donde futuros profesores de Educación Primaria manifestaron relaciones funcionales a través de la representación verbal. Este hallazgo implica que se requieren de más esfuerzos en la educación formal que promueva distintos sistemas de presentación a lo largo del trabajo con la generalización, con énfasis en la representación simbólica.

Finalmente, los resultados presentados en este estudio contribuyen a la investigación reciente sobre el pensamiento funcional como tipo de pensamiento algebraico en futuros profesores, dado que el grueso de la investigación en esta área se centra específicamente en alumnos desde las primeras edades educativas y dan cuenta que son capaces de resolver tareas que implica nociones algebraicas, como las relativas al pensamiento funcional (p. ej., Blanton et al., 2015; Cañadas et al., 2016; Merino et al., 2013; Morales et al., 2018; Pinto y Cañadas, 2018; Torres et al., 2021).

Creemos que el futuro profesor de Educación Primaria debe estar capacitado para promover tareas y actividades que faciliten el aprendizaje del álgebra escolar y este trabajo da luces de las capacidades que tienen futuros profesores de Educación Primaria y cómo son capaces de abordarla. Por tal motivo, surge la necesidad de brindar oportunidades para que los futuros profesores promuevan pensamiento algebraico a partir de tareas que contribuyan a tal fin (Kieran, 2017). Desde este prisma, coincidimos con Sánchez y Llinares (2003), en el sentido en que los futuros profesores conocen el contenido matemático, incidirá en el modo en que diseñaran la enseñanza del mismo. Este estudio pretende ser un aliciente para la formación de profesores en que se busca generar cambios significativos en la práctica pedagógica y que impacte significativamente en los aprendizajes algebraicos de sus alumnos (Blanton y Kaput, 2005).

Referencias

Aké, L.P. (2021). El carácter algebraico en el conocimiento matemático de maestros en formación. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, *49*, 15-34. https://doi.org/10.17227/ted.num49-9871

Amit, M. y Neria, D. (2008). "Rising to the challenge": Using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *ZDM*, *40*(1), 111-129.

Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special. *Journal of teacher education*, *59*(5), 389-407.

Blanton, M. y Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 36*(5), 412-446.

Blanton, M., Levi, L., Crites, T. y Dougherty, B. (2011). *Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3-5*. National Council of Teachers of Mathematics.

Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A. M., Isler, I. y Kim, J. S. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for research in Mathematics Education*, *46*(1), 39-87.

Blanton, M. L., Brizuela, B. M., Gardiner, A., Sawrey, K. y Newman-Owens, A. (2015). A learning trajectory in 6-year-olds' thinking about generalizing functional relationships. *Journal for Research in Mathematics Education, 46*(5), 511-558.

Brizuela, B. (2024). Una mirada sobre el aprendizaje del álgebra en niños en niveles parvulario y básico desde los sistemas notacionales. *Revista Chilena de Educación Matemática*, *16*(1), 3-11. https://doi.org/10.46219/rechiem.v16i1.160

Brizuela, B. y Blanton, M. (2014). El desarrollo del pensamiento algebraico en niños de escolaridad primaria. *Revista de Psicología (UNLP), 14*, 37-57.

Brizuela, B., Blanton, M., Gardiner, A. M., Newman-Owens, A. y Sawrey, K. (2015). A first grade student's exploration of variable and variable notation. *Estudios de Psicología, 36*(1), 138-165.

Cañadas, M., Brizuela, B. M. y Blanton, M. (2016). Second graders articulating ideas about linear functional relationships. *The Journal of Mathematical Behavior, 41*, 87-103.

Cañadas, M. C. y Castro, E. (2007). A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. *PNA, 1*(2), 69-81.

Cañadas, M. C. y Figueiras, L. (2011). Uso de representaciones y generalización de la regla del producto. *Infancia y Aprendizaje, 34*(4), 409-425.

Cañadas, M. C. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Comares.

Carraher, D.W., Martinez, M. y Schliemann, A.D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM The International Journal on Mathematics Education 40*(1), 3-22.

Castro, E. (1995). *Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales*. Comares.

Castro, E. y Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. En L. Rico (Ed.), *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 95-124). Horsori.

Cetina-Vázquez, M. y Cabañas-Sánchez, G. (2022). Estrategias de generalización de patrones y sus diferentes formas de uso en quinto grado. *Enseñanza de las Ciencias, 40*(1), 65-86. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3096

Clapham, C. (1998). *Diccionario de matemáticas*. Universidad de Complutense.

Gómez, B. (2016). Sobre el análisis didáctico de la razón. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 165-174). Comares.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2007). *Fundamentos de metodología de la investigación*. Mcgraw-Hill.

Kaput, J. (2000). *Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by "algebrafying" the K-12 curriculum*. National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

Kieran, C. (2017). *Teaching and learning algebraic thinking with 5-to 12-year-old: The global evolution of an emerging field of research and practice*. Springer.

Lins, R. y Kaput, J. (2004). The early development of algebraic reasoning: the current state of the field. En K. Stacey, H. Chick y M. Kendal (Eds.), *The teaching and learning of algebra*. The 12th ICMI Study (pp.47-70). Kluwer Academic Publishers.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. En N. Bernarz, C. Kieran y L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra* (pp. 65-86). Springer.

Merino, E., Cañadas, M. y Molina, M. (2013). Uso de representaciones y patrones por alumnos de quinto de Educación Primaria en una tarea de generalización. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 2*(1), 24-40.

Ministerio de Educación de Chile (2012a). *Bases curriculares de matemática educación básica*. MINEDUC.

Ministerio de Educación de Chile (2012b). *Estándares Orientadores para egresados de carreras de pedagógica en educacicón básica*. MINEDUC.

Ministerio de Educación de Chile (2020). *Informe de resultados nacionales: Evaluación Nacional Diagnóstica de la Formación Inicial Docente*. Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP).

Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *PNA, 3*(3), 135-156.

Morales, R., Cañadas, M. C., Brizuela, B. y Gómez, P. (2018). Relaciones funcionales y estrategias de alumnos de primero de educación primaria en un contexto funcional. *Enseñanza de las Ciencias*, *36*(3), 59-78. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2472

Morales, R, y Parra-Fica, J. (2022). Estrategias que emplean futuros profesores de Educación Primaria en una tarea de relación funcional. *Acta Sci. (Canoas), 24*(3), 32-62. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6959

Moss, J. y Beatty, R. (2006). Knowledge building in mathematics: Supporting collaborative learning in pattern problems. *Computer-Supported Collaborative Learning, 1*, 441-465.

Pang, J. y Sunwoo, J. (2022). An analysis of teacher knowledge for teaching functional thinking to elementary school students. *Asian Journal for Mathematics Education*, *1*(3), 306-322. https://doi.org/10.1177/27527263221125112

Polo-Blanco, I., Oliveira, H. y Henriques, A. (2019). Portuguese and Spanish prospective teachers' functional thinking on geometric patterns. En U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen y M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 670-671). Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.

Pinto, E., y Cañadas, M. C. (2018). Generalization in fifth graders within a functional approach. *PNA, 12*(3), 173-184.

Radford, L. (2008). The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. En L. Radford, G. Schubring, y F. Seeger (Eds.), *Semiotics in mathematics education* (pp. 215-234). Sense Publishers.

Rico, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. En L. Rico (Coord.), *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 15-38). Horsori.

Rico, L. (2006). La competencia matemática en PISA. *PNA, 1*(2), 47-66.

Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *PNA, 4*(1), 1-14.

Rodríguez-Domingo, S., Molina, M., Cañadas, M. y Castro, E. (2015). Errores en la traducción de enunciados algebraicos entre los sistemas de representación simbólico y verbal. *PNA, 9*(4), 273-293.

Sánchez, V., y Llinares, S. (2003). Four student teachers' pedagogical reasoning on functions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *6*(1), 5-25.

Senk, S., Tatto, M., Reckase, M., Rowley, G., Peck, R. y Bankov, K. (2012). Knowledge of future primary teachers for teaching mathematics: An international comparative study. *ZDM, 44*(3), 307-324.

Smith, E. (2008). Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. En J. Kaput, W. Carraher y M. Blanton (Eds), *Algebra in the early grades* (pp. 133-160). Routledge.

Strachota, S. (2016). Conceptualizing Generalization. *Open Mathematical Education Notes. 6*, 41-55.

Torres, M., Cañadas, M., Moreno, A. y Gómez, P. (2021). Estructuras en las formas directa e inversa de una función por estudiantes de 7-8 años. *Uniciencia, 35*(2), 1-16.

Wilkie, K. J. (2014). Upper primary school teachers' mathematical knowledge for teaching functional thinking in algebra. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *17*(5), 397-428.

Rodolfo Morales. Profesor de Educación General Básica con Especialización en Matemática (Universidad Católica de Temuco, Chile), Magister en Didáctica de la Matemática (Universidad de Granada, España) y Doctor en Ciencias de la Educación (Universidad de Granada, España). Académico del Departamento de Formación Inicial Escolar, Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Católica del Maule, Chile.

José Parra-Fica. Profesor de Educación General Básica con mención en Matemática (Universidad de Talca, Chile), Magister en Didáctica de la Matemática (Universidad Católica del Maule, Chile) y Doctorando en Educación (Universidad de Almería, España). Académico del Departamento de Formación Inicial Escolar, Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Católica del Maule, Chile.

Ramón Garrido. Licenciado en Matemática y Magíster en Educación de las Ciencias (Universidad de Talca). Académico del Departamento de Formación Inicial Escolar, Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Católica del Maule, Chile.

Danilo Díaz-Levicoy. Profesor de Matemática y Computación (Universidad de Los Lagos, Chile). Máster en Didáctica de la Matemática (Universidad de Granada, España). Doctor en Ciencias de la Educación (Universidad de Granada, España). Académico del Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística, Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Católica del Maule, Chile.