Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación
Vol. 11, N° 22, 93-109, julio – diciembre, 2025. ISSN: 2443 – 4566
https://doi.org/10.55560/arete.2025.22.11.6

ANÁLISIS DEL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICA EN LA FUNDAMENTACIÓN DIDÁCTICA DE UN DISEÑO DE CLASES DE ÁLGEBRA

ANALYSIS OF THE SPECIALIZED KNOWLEDGE OF PROSPECTIVE MATHEMATICS TEACHERS IN THE DIDACTIC FOUNDATION OF AN ALGEBRA LESSON DESIGN

GABRIEL MEZA-PEREIRA
UNIVERSIDAD CATÓLICA SILVA HENRÍQUEZ, SANTIAGO, CHILE

DENISSE AVILES-HENN
UNIVERSIDAD CATÓLICA SILVA HENRÍQUEZ, SANTIAGO, CHILE

MAURICIO MOYA-MÁRQUEZ
UNIVERSIDAD CENTRAL, SANTIAGO, CHILE

Fecha de recepción: 22 enero 2025
Fecha de aceptación: 14 abril 2025

RESUMEN

Este estudio tiene como propósito analizar el desempeño de futuros profesores de matemáticas respecto del diseño y la implementación de clases de álgebra, a través del Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). El enfoque adoptado es cualitativo bajo un diseño de estudio de casos múltiples, donde los sujetos participantes presentaron propuestas de clases innovadoras en un formato de "clases magistrales", evaluadas mediante una rúbrica validada por expertos. Dentro de los principales resultados obtenidos, se evidencian fortalezas en el subdominio KoT (Conocimiento de los Tópicos) y en el KPM (Conocimiento de la Práctica Matemática), destacándose la correcta aplicación de axiomas y teoremas, así como también en alguna medida un uso adecuado de representaciones semióticas. No obstante, se identificaron debilidades en el subdominio KSM (Conocimiento de la Estructura Matemática), KMT (Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas), KFLM (Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas) y KMLS (Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas), específicamente en la conexión entre contenidos, el uso de contraejemplos y la pertinencia y/o contextualización de los objetivos curriculares. Por ello, se concluye que es necesario fortalecer dichas áreas en la formación docente para lograr una enseñanza del álgebra más efectiva.

PALABRAS CLAVE: Formación de profesores de secundaria; clase magistral; álgebra; conocimiento especializado del profesor.

ABSTRACT

The purpose of this study is to analyze the performance of prospective mathematics teachers regarding the design and implementation of algebra classes, through the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge Model (MTSK). The approach adopted is qualitative under a multiple case study design, where the participating subjects presented innovative class proposals in a "master class" format,

Meza-Pereira, G., Aviles-Henn, D. y Moya-Márquez, M. (2025). Análisis del conocimiento especializado de futuros profesores de matemática en la fundamentación didáctica de la enseñanza del álgebra. *Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación, 11*(22), 93-109. https://doi.org/10.55560/arete.2025.22.11.6

evaluated through a rubric validated by experts. Among the main results obtained, strengths are evidenced in the KoT (Knowledge of Topics) and in the KPM (Knowledge of Mathematical Practice) subdomain, highlighting the correct application of axioms and theorems, as well as to some extent an adequate use of semiotic representations. However, weaknesses were identified in the subdomain KSM (Knowledge of Mathematical Structure), KMT (Knowledge of Mathematics Teaching), KFLM (Knowledge of the Characteristics of Mathematics Learning) and KMLS (Knowledge of Mathematics Learning Standards), specifically in the connection between contents, the use of counterexamples and the relevance and/or contextualization of curricular objectives. Therefore, it is concluded that it is necessary to strengthen these areas in teacher training to achieve a more effective teaching of algebra.

Key words: Secondary school teacher training; master class; algebra; specialized knowledge of the teacher.

1. Introducción

La enseñanza del álgebra ha evolucionado significativamente a lo largo de los siglos, desde sus primeras aplicaciones en las antiguas civilizaciones hasta los desafíos contemporáneos en la educación matemática (Kieran, 2006; Kline, 1972). El álgebra, como rama de la matemática, permite representar y resolver problemas a través de la manipulación de símbolos, y su enseñanza ha sido objeto de numerosas investigaciones educativas que buscan mejorar tanto la comprensión conceptual como el rendimiento de los estudiantes (Hattie, 2008; Kilpatrick et al., 2002). Según Kieran (2006), la transición hacia el pensamiento algebraico implica un cambio cognitivo importante para los estudiantes, pasando de la aritmética a una forma más abstracta de representación simbólica.

En relación con la enseñanza del álgebra, estudios como los de Wilkie y Clarke (2016) recalcan la importancia de enseñar el álgebra no solo como un conjunto de procedimientos, sino como una herramienta para la generalización y el razonamiento algebraico. Por otro lado, investigaciones realizadas por Booth et al. (2014) subrayan la importancia del aprendizaje conceptual en álgebra. Estos autores demostraron que una enseñanza centrada en las relaciones entre las expresiones algebraicas y su significado, más allá de la simple manipulación simbólica, mejora el rendimiento y la capacidad de los estudiantes para transferir el conocimiento a nuevas situaciones. Star & Rittle-Johnson (2008), en esta línea, han argumentado que un enfoque basado en la variación de métodos de resolución ayuda a los estudiantes a desarrollar un entendimiento más flexible del álgebra, lo que les permite aplicarlo en diferentes contextos matemáticos. Además, Heid & Blume (2008) señalan que el uso de software matemático interactivo puede mejorar significativamente el aprendizaje del álgebra al permitir a los estudiantes visualizar ecuaciones y explorar relaciones algebraicas de manera dinámica.

Estudiar el conocimiento de los futuros profesores durante sus prácticas profesionales resulta fundamental para comprender y mejorar la formación inicial docente, especialmente en el área de matemáticas. Diversas investigaciones han evidenciado deficiencias tanto en el conocimiento matemático como didáctico de los profesores en formación (Advíncula-Clemente et al., 2022; Díaz, 2015; Osorio, 2017), lo que se traduce en prácticas pedagógicas que replican modelos tradicionales poco efectivos. Asimismo, investigaciones como las de

Charalambous et al. (2020) resaltan que el conocimiento matemático especializado de los profesores es clave para mejorar el rendimiento de los estudiantes en álgebra, haciendo hincapié en la necesidad de formación docente que aborde tanto los contenidos como las estrategias pedagógicas efectivas. Del mismo modo, Llinares y Valls (2009) sugieren que la práctica reflexiva y la retroalimentación continua son clave para que los futuros profesores mejoren su comprensión del álgebra y su habilidad para enseñarlo. Es por esto que este estudio pone foco en la caracterización de futuros profesores de matemática en el dominio del conocimiento matemático y didáctico para la enseñanza del álgebra en secundaria.

En el currículum escolar chileno la enseñanza del álgebra tiene una larga data. Sin embargo, en los últimos marcos curriculares del Ministerio de Educación Chileno [MINEDUC] (2009, 2015, 2019), la enseñanza del "álgebra y funciones" se ha centrado en el razonamiento y el desarrollo de habilidades según dominios tales como argumentar y comunicar, resolver problemas, representar y modelar, lo que implica una alta preparación de parte de los docentes de matemática. Por ello, estos énfasis se han plasmado cada vez más en los planes de estudio de las carreras de pedagogía en matemática con el fin de que los futuros docentes estén preparados para dichas exigencias.

En Chile, desde el punto de vista normativo, existen Estándares Pedagógicos y Disciplinares para las carreras de pedagogía en matemática, en los cuales se detalla de manera específica los conocimientos pedagógicos, disciplinarios y didácticos que deben ser considerados por las diferentes universidades que imparten esta carrera para preparar a futuros profesores que puedan asumir con responsabilidad el desafío que presenta la enseñanza de matemática en el país (MINEDUC, 2021). Asimismo, considerando los Estándares Pedagógicos y Disciplinarios, los resultados de la Evaluación Nacional Diagnóstica de la Formación Inicial Docente publicados por MINEDUC (2023) revelan que en el contenido de "Sistemas Numéricos y Álgebra" se alcanzó un nivel de logro de 47,7%, mientras que en "Estructuras Algebraicas" fue de 58,0%. Dichos porcentajes muestran en cierta medida que existen aún algunas deficiencias en el dominio de estos contenidos fundamentales, por lo que las clases asociadas deben ser revisadas.

Por lo anterior, se hace necesario caracterizar el desempeño práctico de futuros profesores en el diseño didáctico de una clase, específicamente con algún contenido algebraico, apoyado de un marco como el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemática (MTSK), en el cual es posible articular una mirada enriquecedora y precisa a través de los subdominios establecidos por Carrillo-Yañez et al. (2018) con el fin de analizar el desempeño de los futuros profesores en la rama de álgebra.

2. Marco Teórico

El Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) proporciona un marco robusto para analizar y estructurar el conocimiento que los futuros profesores de matemáticas movilizan al enseñar álgebra. Este modelo fue desarrollado para abordar la complejidad inherente al conocimiento que los profesores de matemáticas

Meza-Pereira, G., Aviles-Henn, D. y Moya-Márquez, M. (2025). Análisis del conocimiento especializado de futuros profesores de matemática en la fundamentación didáctica de la enseñanza del álgebra. *Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación, 11*(22), 93-109. https://doi.org/10.55560/arete.2025.22.11.6

necesitan en su práctica diaria, tanto en el contenido matemático como en su didáctica. A continuación, se presenta una descripción detallada de los subdominios del MTSK junto con ejemplos específicos relacionados con la enseñanza del álgebra, de manera que se demuestre cómo este modelo puede ayudar a los futuros docentes en sus prácticas profesionales.

2.1. El modelo MTSK

El MTSK es una herramienta teórica que organiza el conocimiento del profesor en dos grandes dominios: el Conocimiento Matemático (MK) y el Conocimiento Pedagógico del Contenido Matemático (PCK). Dentro de estos dominios, se desarrollan varios subdominios que permiten un análisis detallado del conocimiento especializado necesario para enseñar matemáticas de manera efectiva, los que se desarrollan a continuación.

Conocimiento de los Temas (KoT): este subdominio aborda el conocimiento profundo que un profesor tiene de los conceptos, definiciones, propiedades y procedimientos clave en el álgebra, tales como ecuaciones, factorización y operaciones con expresiones algebraicas.

Un futuro profesor que enseña ecuaciones cuadráticas debe dominar diferentes métodos de resolución, como la factorización, la fórmula cuadrática y la completación de cuadrados. Además, debe explicar no solo cómo aplicar estos métodos, sino también por qué funcionan, proporcionando a los estudiantes una comprensión conceptual profunda de las ecuaciones cuadráticas. Esto implica no solo saber resolver problemas, sino también interpretar los resultados y conectarlos con otros conceptos algebraicos (Carrillo-Yañez et al., 2018).

Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM): se refiere a las conexiones entre los conceptos matemáticos y cómo se desarrollan progresivamente en los estudiantes. En álgebra, este conocimiento es clave para ayudar a los estudiantes a reconocer las relaciones entre los diferentes conceptos algebraicos.

Al enseñar sistemas de ecuaciones lineales, el futuro profesor debe ser capaz de mostrar la relación entre las ecuaciones individuales y sus soluciones gráficas. Además, debe ayudar a los estudiantes a comprender cómo los sistemas de ecuaciones son un caso específico de un concepto algebraico más amplio, lo que permite una transición fluida hacia temas más avanzados, como las matrices y la resolución de sistemas mediante métodos matriciales (Vasco-Mora & Climent-Rodríguez, 2018).

Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM): este subdominio abarca el conocimiento sobre cómo proceder en matemáticas, lo que incluye la formulación de conjeturas, demostraciones, justificaciones y validaciones de soluciones. En álgebra, esto se refleja en la habilidad para enseñar razonamiento algebraico riguroso.

Un profesor que enseña factorización de polinomios puede usar contraejemplos para ilustrar cuándo un método no es aplicable o cómo pequeños cambios en las condiciones alteran significativamente los resultados. Esto enseña a los estudiantes a justificar sus pasos y comprender las limitaciones de los métodos algebraicos (Moriel-Junior, 2021).

Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT): este subdominio se refiere a la selección de estrategias pedagógicas y recursos que faciliten la enseñanza del álgebra. Los futuros profesores deben ser capaces de elegir actividades que promuevan la comprensión de los estudiantes y abordar sus dificultades.

Un futuro profesor puede diseñar una lección sobre la resolución de ecuaciones lineales utilizando una combinación de métodos algebraicos y gráficos. Debe elegir cuidadosamente ejemplos que resalten las diferencias entre métodos algebraicos y geométricos, y debe preparar actividades que involucren a los estudiantes en la discusión sobre la representación de soluciones en un plano cartesiano (Ferretti, 2020).

Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM): este subdominio trata sobre el conocimiento de cómo los estudiantes aprenden álgebra, incluyendo las dificultades comunes y los errores típicos que cometen.

Un profesor debe anticipar los errores comunes que los estudiantes cometen al resolver ecuaciones, como el manejo incorrecto de los signos o la simplificación errónea de expresiones. Esto permite al profesor ajustar su enseñanza y proporcionar explicaciones más claras, enfocándose en los aspectos que causan más confusión entre los estudiantes (Vasco-Mora & Climent-Rodríguez, 2020).

Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje Matemático (KMLS): este subdominio incluye el conocimiento de lo que los estudiantes deben aprender en cada nivel académico según los estándares curriculares. En álgebra, los futuros profesores deben asegurarse de que sus lecciones estén alineadas con estos estándares.

Un futuro profesor que enseña ecuaciones cuadráticas debe conocer el lugar que ocupan en el currículo de secundaria y cómo se relacionan con los conceptos matemáticos que los estudiantes aprenderán más adelante, como los sistemas de ecuaciones no lineales y las funciones cuadráticas. Esta alineación con los estándares es esencial para preparar a los estudiantes para los niveles superiores de álgebra y matemáticas (Aguilar-González et al., 2018).

El modelo MTSK ofrece una estructura detallada y efectiva para analizar el conocimiento especializado que los futuros profesores de matemáticas deben desarrollar en sus prácticas de enseñanza del álgebra. Al desglosar el conocimiento en subdominios específicos, el modelo permite identificar áreas de fortaleza y debilidades, ofreciendo una hoja de ruta para una formación docente más eficaz y reflexiva.

Este modelo podemos verlo representado en la siguiente imagen (Figura 1). En ésta se muestran como el Conocimiento Matemático (MK) y el Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK) forman una sola estructura (El Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas). A su vez, cada uno de estos dominios se divide de sus respectivos subdominios siendo permeados por las creencias y concepciones de los profesores tanto en las matemáticas como en su enseñanza y aprendizaje

Meza-Pereira, G., Aviles-Henn, D. y Moya-Márquez, M. (2025). Análisis del conocimiento especializado de futuros profesores de matemática en la fundamentación didáctica de la enseñanza del álgebra. *Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación, 11*(22), 93-109. https://doi.org/10.55560/arete.2025.22.11.6

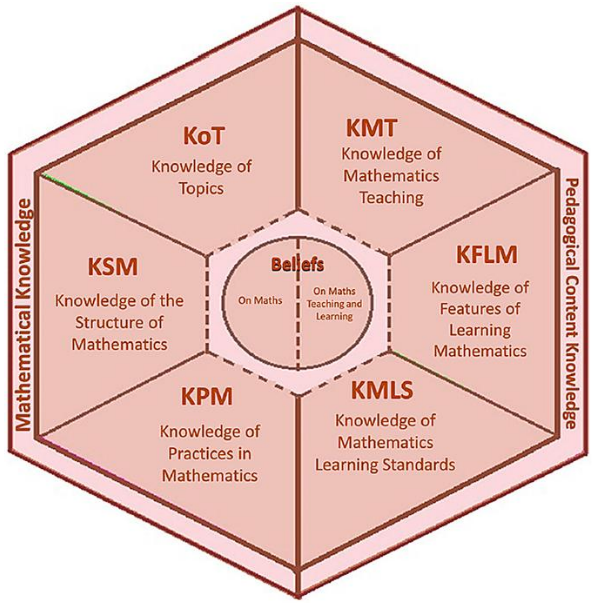

Figura 1: El modelo MTSK (Carrillo-Yañez et al., 2018)

3. Metodología

La presente investigación se desarrolla bajo un enfoque cualitativo (Creswell & Creswell, 2018), cuyo propósito es caracterizar y analizar el desempeño de futuros profesores de matemáticas en el diseño de clases de álgebra. El diseño se basa en un estudio de *casos múltiples*, por tratarse de tres casos independientes formados por duplas de participantes, permitiendo analizar tanto las particularidades de cada uno como las tendencias entre ellos (Stake, 1998; Yin, 2018). Para ello se realiza un análisis de contenido (Krippendorff, 2018) de lógica deductiva, a partir de los subdominios del modelo MTSK (Osses, Sánchez e Ibáñez, 2006).

Los participantes corresponden a tres duplas formadas por futuros profesores de matemáticas, las cuales fueron seleccionadas mediante un muestreo intencional. Estas duplas son formadas de acuerdo con la estructura de una “clase magistral” colaborativa, realizada en el contexto de la Práctica Profesional, en cual se convoca a una comisión evaluadora de académicos que observan aspectos formales, pedagógicos, disciplinares, didácticos y curriculares. Los participantes fueron elegidos por haber presentado el diseño de una clase relacionada al contenido de álgebra, donde de las 14 duplas participantes, tres de ellas se enfocaron en este contenido. Cabe destacar que este grupo de sujetos ha cursado, entre otras asignaturas, Pensamiento numérico algebraico, Pensamiento algebraico y de funciones, Álgebra lineal, Estructuras algebraicas y Didáctica del álgebra.

3.1. Recolección y análisis de datos

El instrumento para la recolección de información corresponde a una rúbrica, la cual permite promover la autorregulación del aprendizaje, los procesos de formación y su respectivo análisis de fiabilidad y validez (Cano, 2015). Dicha rúbrica estructurada, fue elaborada con base a los subdominios del modelo MTSK de Carrillo-Yañez et al. (2018).

En la tabla 1, se relacionan los subdominios del MTSK y los aspectos que la comisión de la clase magistral requiere evaluar. Esta rúbrica fue validada por expertos, estableciendo por cada uno de los siete dominios los niveles de logro: insuficiente (1), suficiente (2), competente (3) y destacado (4).

Tabla 1: Relación entre los aspectos a evaluar y subdominios del MTSK.

Subdominio (MTSK)	Sigla	Aspecto Rúbrica
1. Conocimiento de los Tópicos	KoT	DISCIPLINAR
2. Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas	KSM	DISCIPLINAR
3. Conocimiento de la Práctica de las Matemáticas	KPM	DISCIPLINAR
4. Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas	KMT	DIDÁCTICO
5. Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (Parte 1)	KFLM_1	DIDÁCTICO
6. Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (Parte 2)	KFLM_2	FORMAL
7. Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de Matemáticas	KMLS	CURRICULAR

Fuente: Elaboración Propia.

Cada dupla presenta su diseño de clase magistral frente a una comisión académica, donde las sesiones fueron grabas. Como parte del procedimiento, los autores de la investigación evalúan a cada dupla a través del uso de la rúbrica, garantizando criterios uniformes y consistentes.

Para el análisis de los datos, finalmente se utiliza una tabla que muestra el desempeño de las duplas (puntaje) por cada subdominio. Además, se calculan los promedios, lo cual permite identificar fortalezas y debilidades. A partir de esto se procede a la descripción de las tendencias y regularidades observadas en el conjunto con apoyo de la rúbrica ya mencionada, considerando también textualidades como evidencia de las clases grabadas.

4. Resultados

A continuación, se muestra la Tabla 2, con los resultados obtenidos al analizar tres duplas de futuros profesores, que se denominarán D1, D2, D3, con la rúbrica señalada en el apartado anterior.

Tabla 2. Resultados.

Subdominio	Sigla	Aspecto Rúbrica	D1	D2	D3	Promedio
Conocimiento de los Tópicos	KoT	DISCIPLINAR	2	2	2	2
Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas	KSM	DISCIPLINAR	2	2	2	2
Conocimiento de la Práctica de las Matemáticas	KPM	DISCIPLINAR	2	2	2	2
Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas	KMT	DIDÁCTICO	2	3	3	2.6
Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (1)	KFLM_1	DIDÁCTICO	3	3	3	3
Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (2)	KFLM_2	FORMAL	2	2	2	2
Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de Matemáticas	KMLS	CURRICULAR	2	3	3	2.6

Fuente: Elaboración Propia.

4.1. Análisis general

El análisis de las clases observadas muestra una combinación de fortalezas y aspectos a mejorar en los distintos subdominios del MTSK. Los futuros profesores presentan un conocimiento adecuado de los contenidos matemáticos y logran aplicar de forma correcta teoremas y axiomas en contextos específicos. Sin embargo, en la conexión de los contenidos, la aplicación de teorías didácticas y la contextualización de los objetivos curriculares. Aunque se incorporaron metodologías activas, su implementación no siempre fue consistente ni clara, lo que afectó la coherencia de las clases.

En relación con el subdominio KoT se observa una puntuación promedio de 2, que se enfoca en el conocimiento conceptual y procedimental de los temas matemáticos específicos. Los futuros profesores demostraron un conocimiento adecuado de los tópicos abordados, como los productos notables. Se utilizaron definiciones precisas y ejemplos claros para explicar conceptos clave, lo que facilitó la comprensión de los estudiantes. Sin embargo, se identificaron algunas deficiencias en la claridad de definiciones de conceptos fundamentales, como "expresión algebraica", “productos notables”, "variable" y "factor literal". La ausencia de contraejemplos limitó la posibilidad de una comprensión más profunda de los tópicos. Por ejemplo, se tiene la siguiente intervención:

> Para que dos términos sean semejantes tienen que mantenerse constantes, tanto la variable o factor literal y el grado, por ejemplo, en la primera foto podemos ver que

> el x^3 es similar con el cuatro x^3 y ese podrían operar de manera normal. *(Dupla 1, 2024, minuto 15:45)*

En esta explicación, se da una regla básica para identificar términos semejantes, pero se deja de lado una discusión más profunda sobre por qué se pueden operar solo términos semejantes y cómo esta propiedad se relaciona con la estructura del álgebra. Además, la afirmación "mantenerse constantes" puede ser confusa. Esto coincide con un puntaje 2 de la rúbrica: "El futuro profesor/a demuestra un conocimiento básico de los contenidos matemáticos. Puede describir y explicar conceptos utilizando definiciones sencillas, aunque a veces de manera superficial".

En general, los futuros profesores manejaron de forma competente los contenidos matemáticos. Sin embargo, es necesario definir con mayor precisión ciertos términos clave y utilizar contraejemplos de forma más intencional para favorecer la comprensión profunda de los estudiantes.

El subdominio KPM que se refiere al conocimiento de las prácticas propias de la actividad matemática, como la aplicación de axiomas, teoremas y procedimientos de demostración, se observa una puntuación promedio de 2, lo que evidencia que los futuros profesores fueron capaces de aplicar teoremas y axiomas de forma adecuada en la resolución de problemas específicos. Se utilizaron representaciones semióticas en algunos casos, aunque su uso solo fue mencionado y no profundizado.

Entre las debilidades, no se incluyeron contraejemplos para reforzar la comprensión de los temas, lo que podría haber ayudado a los estudiantes a identificar errores comunes. La secuencia didáctica de acción, formulación y validación no se hizo explícita, lo que afectó la claridad de la estructura de las actividades propuestas.

En cuanto al KSM, donde se obtiene un puntaje promedio de 2, se establecieron algunas conexiones entre contenidos, como la relación entre el álgebra y los productos notables. Sin embargo, estas conexiones no siempre fueron explícitas ni suficientemente claras. En algunos casos, estas relaciones se presentaron de forma superficial.

La relación entre los conocimientos previos y los nuevos no se abordó adecuadamente, generando inconsistencias en la secuencia de la clase. Aunque se hicieron algunas conexiones significativas entre los temas, estas no fueron del todo claras ni profundas. Es importante fortalecer la forma en que se evidencia la interrelación de los conceptos y la coherencia en la transición de conocimientos previos a nuevos.

En cuanto al conocimiento pedagógico del contenido KMT, que se enfoca en el conocimiento de las teorías de enseñanza y en la implementación de estrategias didácticas para la enseñanza de la matemática. Se observa que los futuros profesores alcanzan una puntuación promedio de 2.6 (D1:2, D2:3 y D3:3). Al respecto, se evidenció el uso de metodologías activas que se utilizaron de forma parcial en algunas clases. Los futuros profesores propusieron actividades relevantes, alineadas con los objetivos de la clase. Sin embargo, hubo una mezcla inconsistente de metodologías, puesto que comenzaban con una y terminaban con otras, lo que afectó la coherencia del desarrollo de la clase. La selección de tecnologías de aprendizaje fue insuficiente, ya que se utilizaron herramientas como Kahoot y Canvas principalmente con fines motivacionales, sin una integración profunda en el aprendizaje matemático. Por ejemplo, se tiene la siguiente intervención (puntaje 2):

> Podríamos decir que los alumnos podrían vincular ciertas expresiones algebraicas con situaciones cotidianas, lo cual permitiría que los alumnos ganen ese vínculo y es positivo para la construcción [...]. Por ejemplo, en la primera actividad, busca relacionar los conceptos abstractos del álgebra con experiencias concretas [...] *(Dupla 1, 2024, minuto 00:22:37)*

Aquí, aunque se mencionan teorías como el constructivismo de Ausubel y se alude a algunas actividades, no se observa una implementación concreta ni articulada de dicha teoría en el diseño o en el desarrollo de las actividades. El discurso es más declarativo que aplicado. Esto coincide con el puntaje 2 de la rúbrica: "Tiene un conocimiento básico de teorías de enseñanza y de los recursos instruccionales. Propone ejemplos y actividades, pero sin un fundamento teórico claro".

No obstante, se tiene el siguiente ejemplo (puntaje 3):

> Trabajaremos con GeoGebra para representar cuadrado de binomios, primero de manera pictórica, luego simbólica. La actividad permite a las estudiantes construir un cuadrado con diferentes áreas y deducir la fórmula. [...] Se consideran etapas de la TSD (acción, formulación, validación e institucionalización). *(Dupla 3, 2024, minuto 00:47:17)*

Este caso los futuros profesores articulan con claridad su clase en torno a la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD). Se evidencia una secuencia que va desde la acción hasta la institucionalización, con el uso de representaciones múltiples (GeoGebra, esquemas, fórmulas simbólicas) que favorecen la construcción significativa del contenido. Esto coincide con la descripción de la rúbrica para un puntaje igual a 3: "Demuestra un buen conocimiento de teorías de enseñanza y de los recursos didácticos. Propone actividades y ejemplos fundamentados teóricamente que apoyan el aprendizaje de conceptos matemáticos".

Si bien se lograron algunas propuestas alineadas con teorías de la enseñanza, no hubo mayor consistencia en la integración de las metodologías didácticas y la fundamentación de la selección de recursos tecnológicos en función de los objetivos de aprendizaje.

En relación con el KFLM, los futuros profesores lograron identificar algunas dificultades comunes de los estudiantes, como la comprensión de expresiones algebraicas y la interpretación del significado de las variables. Este subdominio se analiza según dos categorías de la rúbrica (tabla n°2). El primero (KFLM_1) se refiere al conocimiento sobre las fortalezas y dificultades de los estudiantes y teorías relacionadas, mientras que el segundo (KFLM_2) tiene relación con el uso y promoción de un lenguaje matemático preciso. Los futuros profesores obtienen un promedio de 3 en el primer aspecto, mientras que 2 en el segundo.

Pese a lo anterior, no se evidenció una relación explícita entre las dificultades observadas en los estudiantes y las teorías de aprendizaje de la matemática. Por ejemplo, se mencionaron efectos importantes relativos a la teoría de la Situaciones Didácticas de Brousseau, tales como el Jourdain y Topaze, pero sin profundizarlos.

Si bien los futuros profesores identificaron algunas dificultades de aprendizaje, no ofrecieron estrategias concretas para superarlas, ni tampoco vincularon esta comprensión con teorías de aprendizaje de la matemática, lo que podría haber permitido una intervención más intencional y fundamentada. Además, se mostraron deficiencias en cuanto al uso del lenguaje matemático y su explicitación hacia los estudiantes. Finalmente, en torno al subdominio KMLS con promedio 2.6 (D1:2, D2:3 y D3:3), que se centra en la comprensión de los estándares de aprendizaje de la matemática y su relación con el currículo, los futuros profesores mencionaron los objetivos curriculares de forma general, evidenciando una comprensión básica de éstos. Además, no se estableció una conexión clara entre los objetivos de aprendizaje y las habilidades matemáticas seleccionadas para la clase presentada, lo que dificultó una relación más directa con los logros esperados. Asimismo, no se profundizó en la contextualización de los objetivos del MINEDUC ni en la forma en que estos se integran en la práctica docente.

5. Discusión

Al analizar los resultados del estudio, se observa que, en el subdominio KoT, los futuros profesores demostraron un dominio adecuado en temas específicos como los productos notables, utilizando ejemplos claros que facilitaron la comprensión de los estudiantes. Estos hallazgos coinciden con estudios previos (Loewenberg Ball et al., 2008), que recalcan la importancia de un conocimiento sólido y estructurado en los temas matemáticos para promover aprendizajes significativos.

Sin embargo, las deficiencias observadas en la claridad de conceptos fundamentales, como "expresión algebraica" y "variable", resaltan la necesidad de una preparación más rigurosa en las definiciones matemáticas. La ausencia de contraejemplos se alinea con lo expuesto por Bustamante et al. (2023), quienes mencionan que en profesores en ejercicio persisten dificultades en el abordaje de errores recurrentes. Por su parte, Sánchez-Acevedo et al. (2024) refuerzan esta observación al señalar que, a pesar de un dominio de los procedimientos algebraicos, la falta de contraejemplos afecta la profundidad de la comprensión de los estudiantes. Por ello es necesario reforzar estos temas desde la formación del profesorado con el fin de potenciar tanto la enseñanza como el aprendizaje de estudiantes.

En relación con KPM, se observa que el uso adecuado de axiomas y teoremas por parte de los futuros profesores refuerza su competencia en la aplicación de fundamentos matemáticos, lo que, como mencionan Charalambous et al. (2020), es clave para mejorar el rendimiento de los estudiantes en álgebra. Sin embargo, la falta de contraejemplos y la omisión de una secuencia didáctica explícita de acción, formulación y validación limitan la claridad y estructura de las actividades. Esto está en línea con los hallazgos de Kieran (2006), quien enfatiza que la secuenciación clara y el uso estratégico de ejemplos y contraejemplos son esenciales para el desarrollo del razonamiento algebraico.

Con respecto a las conexiones matemáticas (KSM), se observa que, aunque se lograron algunas conexiones entre temas, como la relación entre álgebra y productos notables, estas resultaron superficiales o poco explícitas. Estudios como los de Tarisfeño-Vásquez y Reyes-Bravo (2022) destacan que futuros profesores realizan estrategias efectivas para la enseñanza del álgebra, sin embargo, existe una debilidad en la conexión entre estructuras algebraicas y patrones, lo que se asemeja a los resultados de esta investigación. De manera similar, Catalán et al. (2021) identifican una desconexión entre el pensamiento aritmético y algebraico, por ejemplo, en la enseñanza de los sistemas de ecuaciones, lo que refuerza las inconsistencias en las conexiones matemáticas.

Dentro de los hallazgos, se evidencia la incorporación de metodologías activas, siendo un aspecto positivo dentro del subdominio KMT, pero su implementación inconsistente refleja una brecha entre la teoría y la práctica. Lo anterior coincide con Sosa-Guerrero et al. (2016), quienes mencionan que profesores universitarios presentan una selección efectiva de ayudas y ejemplos en su enseñanza, pero se evidencian problemas al momento de abordar errores recurrentes en la práctica. Por su parte, Llinares y Valls (2009) destacan la necesidad de una práctica reflexiva y de una retroalimentación continua, elementos clave para que los futuros profesores mejoren su comprensión del álgebra y su habilidad para enseñarlo.

Asimismo, los futuros profesores, en el subdominio KFLM_1, identificaron dificultades comunes en la comprensión de expresiones algebraicas y el significado de las variables en los estudiantes, pero no ofrecieron estrategias concretas para superarlas. Del mismo modo, Vasco-Mora y Climent-Rodríguez (2020) observan que, aunque los profesores son conscientes de los errores recurrentes en sus estudiantes, rara vez implementan estrategias para abordarlos eficazmente. Esto se relaciona con el punto anterior, en tanto es importante fortalecer estrategias que se pueden vincular con otras teorías de la didáctica de la matemática como por ejemplo Brousseau (2006) quien, con la Teoría de situaciones Didácticas, plantea que el aprendizaje sucede cuando los estudiantes enfrentan "situaciones didácticas" que los desafían a construir conocimientos a través de la resolución de problemas significativos.

Además, como ya ha sido mencionado, en el subdominio KFLM_2 se mostraron deficiencias en cuanto al uso del lenguaje matemático correcto y su promoción hacia los estudiantes. En esta misma línea, Fuentes Leal (2020) menciona que los futuros profesores enfrentan desafíos significativos al momento de promover un lenguaje matemático claro, lo que dificulta que los estudiantes comprendan con precisión los conceptos algebraicos.

Finalmente, la comprensión superficial de los objetivos curriculares y la falta de conexión explícita con las bases del MINEDUC limitan la integración efectiva de los estándares de aprendizaje en la práctica docente presentando ciertas debilidades en el subdominio KMLS. Esto refuerza hallazgos de estudios como los de Climent et al. (2021) que destacan la falta de conexión entre las actividades planteadas por docentes en ejercicio y los estándares de aprendizaje de las matemáticas en Chile.

6. Conclusiones

El análisis de los resultados de esta investigación permitió examinar el conocimiento especializado de futuros profesores de matemáticas en relación con el diseño e implementación de clases magistrales enfocadas en la enseñanza del álgebra en educación secundaria. Para la evaluación, se utilizó una rúbrica que abarca aspectos formales, pedagógicos, disciplinares, didácticos y curriculares, alineados con los subdominios del Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). Los resultados evidencian que la mayoría de los participantes se ubican en los niveles "Suficiente" (2) y "Competente" (3), lo que refleja un desarrollo progresivo en las competencias requeridas para la enseñanza del álgebra en contextos educativos.

Asimismo, el estudio revela que los futuros profesores muestran ciertas fortalezas relevantes en aquellos subdominios tales como el KoT (Conocimiento de los tópicos) y el KMP (Conocimiento de la Práctica Matemática), donde se destaca la capacidad de aplicar axiomas y teoremas, así como también para explicar conceptos clave con ejemplos claros y precisos. No obstante, aún persisten deficiencias en la definición de conceptos clave, el no uso de contraejemplos y la ausencia de una secuencia didáctica explícita y estructurada. Sin duda, estas limitaciones afectan la profundidad en el aprendizaje.

Respecto de los subdominios KSM (Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas), KMT (Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas), KFLM (Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas) y KMLS (Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas), se mostraron reiteradas debilidades. Esto, debido a que las conexiones entre contenidos matemáticos fueron más bien superficiales, la implementación de metodologías activas no tuvo la suficiente coherencia, el lenguaje matemático no fue promovido o explicitado correctamente, así como también la relación con los objetivos curriculares del MINEDUC fue limitada y/o poco contextualizada. Estas áreas críticas reflejan una necesidad urgente de fortalecer la formación del profesorado.

En síntesis, los principales hallazgos de la presente investigación sugieren que los futuros profesores si bien son capaces de evidenciar competencias adecuadas en ciertos subdominios del modelo MTSK, aún persisten importantes brechas que deben ser atendidas considerando programas de formación más integrados y/o específicos. En consecuencia, se recomienda reforzar la conexión entre contenidos, el uso de contraejemplos, una planificación didáctica mejor estructurada y una alineación coherente con los objetivos curriculares. Abordar estas áreas críticas permitirá no solo mejorar la enseñanza del álgebra, sino también potenciar el aprendizaje significativo de los estudiantes.

Referencias

Advíncula-Clemente, E., Beteta-Salas, M., León-Ríos, J., Torres-Céspedes, I., & Montes, M. (2022). Conocimiento especializado del profesorado de matemática en formación inicial acerca de los polígonos. *Uniciencia, 36*(1), 1–17. https://doi.org/10.15359/ru.36-1.7

Aguilar-González, Á., Muñoz-Catalán, C., Carrillo-Yáñez, J., & Rodríguez-Muñiz, L. J. (2018). ¿Cómo establecer relaciones entre conocimiento especializado y concepciones del profesorado de matemáticas? *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, *13*(1), 41-61.

Bustamante Silva, Y., Huerta Molina, F., Reyes Yáñez, N., & Sánchez Acevedo, N. (2023). *El conocimiento especializado del profesor de matemáticas sobre los productos notables: un estudio de caso*. XVI CIAEM-IACME.

Brousseau, G. (2006). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970-1990* (Vol. 19). Springer.

Booth, J. L., Barbieri, C., Eyer, F., & Paré-Blagoev, E. J. (2014). Persistent and pernicious errors in algebraic problem solving. *The Journal of Problem Solving*, *7*, 10-23.

Cano, E. (2015). Las rúbricas como instrumento de evaluación de competencias en educación superior: ¿Uso o abuso? *Profesorado, 19*(2), 265-280.

Catalán, M. C., Ramírez García, M., Joglar-Prieto, N., & Carrillo, J. (2021). Early childhood teachers' specialised knowledge to promote algebraic thinking as from a task of additive decomposition. *Journal for the Study of Education and Development, 45*(1), 1–44. https://doi.org/10.1080/02103702.2021.1946640

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education,20*(3), 236-253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Charalambous, C. Y., Hill, H. C., Chin, M. J., & McGinn, D. (2020). Mathematical content knowledge and knowledge for teaching: Exploring their distinguishability and contribution to student learning. *Journal of Mathematics Teacher Education, 23*(6), 579-613.

Climent, N., Espinoza-Vásquez, G., Carrillo, J., Henríquez-Rivas, C., & Ponce, R. (2021). Una lección sobre el teorema de Thales, vista desde el conocimiento especializado del profesor. *Educacion Matematica*, *33*(1), 98–124. https://doi.org/10.24844/em3301.04

Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2018). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (5.ª ed.). SAGE Publications.

Díaz, H. (2015). *Formación docente en el Perú: Realidades y tendencias*. Departamento de Marketing de Santillana.

Ferretti, F. (2020). Mathematics teacher's specialised knowledge of prospective primary teachers: An explorative study. *PNA 14*(3), 226-240.

Fuentes Leal, C. C. (2020). Uso del Modelo MTSK para la caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas en secundaria: El caso de la proporcionalidad. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, *59*, 33-63. https://mail.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/73/44

Hattie, J. (2008). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. Routledge.

Heid, M. K., & Blume, G. W. (2008). Algebra and function development. *Research on technology and the teaching and learning of mathematics, 1*, 55-108.

Kieran, C. (2006). Research on the learning and teaching of algebra. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 11–49). Brill. https://doi.org/10.1163/9789087901127_003

Krippendorff, K. (2018). *Content analysis: An introduction to its methodology.* Sage.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.

Kline, M. (1972). *Mathematical thought from ancient to modern times.* Oxford University Press.

Llinares, S., & Valls, J. (2009). The building of pre-service primary teachers' knowledge of mathematics teaching: Interaction and online video case studies. *Instructional Science, 37*(3), 247–271.

Loewenberg Ball, D., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

MINEDUC. (2009). *Objetivos fundamentales y contenidos mínimos obligatorios de la educación básica y media: Actualización 2009.* Santiago, Chile: Autor.

MINEDUC. (2015). *Bases curriculares 7° a 2° medio. Decreto supremo 369/2015.* Santiago, Chile: Autor. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-37136_bases.pdf

MINEDUC. (2019). *Bases curriculares de 3° y 4° medio. Decreto supremo 193/2019.* Santiago, Chile: Autor. https://curriculumnacional.mineduc.cl/614/articles-91414_bases.pdf

MINEDUC. (2021). *Estándares pedagógicos y disciplinarios para carreras de pedagogía en matemática.* Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP). https://estandaresdocentes.mineduc.cl/wp-content/uploads/2021/08/Matematica-Media.pdf

MINEDUC (2023). *Informe Resultados Evaluación Nacional Diagnóstica de la Formación Inicial Docente 2022.* Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas CPEIP. https://www.cpeip.cl/wp-content/uploads/2024/03/Informe-de-Resultados-Nacionales-2022v4.pdf

Moriel-Junior, J. (2021). Conhecimento especializado de professores de matemática (MTSK) na Web of Science até 2020. *Zetetike, 29,* e021022. https://doi.org/10.20396/zet.v29i00.8660030

Osorio, A. (2017). Perú: La formación inicial y continua de los profesores de matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 12*(16), 49–82.

Osses Bustingorry, S., Sánchez Tapia, I., & Ibáñez Mansilla, F. M. (2006). Investigación cualitativa en educación: Hacia la generación de teoría a través del proceso analítico. *Estudios Pedagógicos, 32*(1), 119–133.

Sánchez-Acevedo, N., Segura, C., Contreras, L. C., & Sosa-Guerrero, L. (2024). Specialized knowledge of the mathematics teacher in the use of examples: Study on the nature of the solutions of the quadratic equation. *Cadernos De Educação Tecnologia E Sociedade*, *17*(3), 1171–1183. https://doi.org/10.14571/brajets.v17.n3.1171-1183

Sosa-Guerrero, L., Flores-Medrano, E., & Carrillo Yáñez, J. (2016). Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas del profesor cuando ejemplifica y ayuda en clase de álgebra lineal. *Educación Matemática*, *28*(2), 151-170.

Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Morata.

Star, J. R., & Rittle-Johnson, B. (2008). Flexibility in problem solving: The case of equation solving. *Learning and instruction, 18*(6), 565-579. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2007.09.018

Tarisfeño-Vásquez, S., & Reyes-Bravo, M. (2022). Aproximación al conocimiento especializado de futuros profesores sobre generalización de patrones. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas, & J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (p. 636). SEIEM.

Vasco-Mora, D., & Climent-Rodríguez, N. (2018). El estudio del conocimiento especializado de dos profesores de Álgebra Lineal. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, *12*(3), 129-146. https://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/view/pna.v12i3.6454

Vasco-Mora, D., & Climent-Rodríguez, N. (2020). Conocimiento de un profesor de álgebra lineal sobre los errores de los estudiantes y su uso en la enseñanza. *Quadrante, 29*(1), 98-115. https://revistas.rcaap.pt/index.php/quadrante/article/view/23008

Wilkie, K. J., & Clarke, D. M. (2016). Developing students' functional thinking in algebra through different visualisations of a growing pattern's structure. *Mathematics Education Research Journal, 28*, 223-243.

Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: Design and methods* (6.ª ed.). SAGE Publications.

Gabriel Meza-Pereira: Dr(C) en Investigación en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Ciencias Experimentales, Sociales, Matemáticas de la Universidad de Huelva y Máster en Investigación en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Ciencias Experimentales, Sociales, Matemáticas de la misma. Profesor de Estado en Matemáticas y Computación y Magíster en Educación Matemática de la USACH. Ejerce docencia actualmente en la Universidad Católica Silva Henríquez y la Universidad de Santiago de Chile para los programas de Pedagogía en Matemáticas principalmente en las áreas de Didáctica y Geometría.

Denisse Avilés-Henn. Doctora(C) en Didáctica de la Matemática de la UCM. Magister en Didáctica de la Matemática de la UCM. Profesora en Matemática y Estadística Educacional de la UMCE. Licenciada en Educación de la UMCE. Actualmente ejerce docencia en la Universidad Católica Silva Henríquez. Publicaciones en revistas académicas: Sesgos y heurísticas en la toma de decisiones de estudiantes universitarios en carreras administrativas y contables; Función lineal y afín en libros de texto de secundaria: una revisión sistemática; Sesgos y heurísticas probabilísticos de futuros profesores de matemática: una revisión sistemática; Lectura de tablas estadísticas por estudiantes de Educación Primaria en Chile.

Mauricio Moya-Márquez. Máster en Entornos Virtuales para la Enseñanza y el Aprendizaje, U. Barcelona. Magíster en Educación mención Didáctica e Innovación Pedagógica, UAHC. Profesor de Estado en Matemática y Computación, USACH. Actualmente ejerce docencia en la Universidad Central de Chile. Publicaciones: El acompañamiento Pedagógico en la práctica profesional presencial o virtual; Labor colaborativa entre la educación diferencial, la educación general básica y la educación matemática; Competencias digitales de profesores de matemática e Informática educativa e integración de las TIC en el aula; Percepciones de estudiantes de Pedagogía en Matemática acerca de sus competencias TIC: un estudio de caso.