

Vincenzo P. Lo Monaco

## ¿Qué es la Semántica de los Mundos Posibles?

**L**a «semántica de los mundos posibles» es una construcción lógico-sistemática para determinar las interpretaciones y aplicaciones posibles de las fórmulas de la lógica, que ha nacido y se ha desarrollado ampliamente desde que Quine vaticinara las «variadas penas» de la modalidad.

Hay una socorrida metáfora que nos permite formular, por lo que a tal semántica respecta, algunas condiciones fundamentales. Se trata de la metáfora leibnizeana de los «mundos posibles», que afirma que una verdad necesaria ha de resultar verdadera en todos los mundos posibles, o bien, fuera de metáfora, no ha de poder ser contradicha por situación alguna. En otras palabras, aceptar que en la realidad las cosas son de cierta forma significa reconocer implícitamente que podrían ser diferentes, y es sólo en relación con estas posibilidades irrealizadas —más no irrealizables— que cobra sentido el recurso a una expresión modal en lugar de una aserción categórica. En presencia de esta multiplicidad de mundos posibles en vez de un solo mundo actual, adquiere relevancia la distinción entre la referencia actual de un término o una fórmula y el modo de determinarla. Para este último cometido no basta con las referencias actuales de los términos, sino que es menester registrar cómo tales referencias cambian con el variar de los mundos. Llegamos por esta vía al contenido sustantivo de la semántica de los mundos posibles: la determinación de las interpretaciones de los enunciados modales o de otro tipo por medio de la representación de una regla de

---

\* Instituto de Filosofía. Universidad Central de Venezuela.

variancia que asigna a cada término singular una función asociada a su referencia en cada mundo o estado de cosas posibles.

Sin embargo, como es de esperar al momento del nacer de una nueva idea o teoría, no todos han estado de acuerdo a la hora de interpretar la noción de mundo posible, divergencia que hace posible deslindar al menos tres posturas distintas que han dado lugar a desarrollos asimismo diferentes.

Está, en primer lugar, el sistema de Hintikka<sup>1</sup>, quien ha desarrollado una semántica en términos de conjuntos-modelo para un lenguaje con *modalidades* y expresiones para las actitudes proposicionales. Se trata de un conjunto de conjuntos-modelo en el sentido de Tarski,  $M_i$  (los mundos posibles), sobre el que se define una relación diádica de ordenación denominada «alternatividad» a partir de un elemento privilegiado,  $M_o$  (el mundo actual); en cada uno de los mundos del conjunto todo término  $t$  carente de variables es interpretado, por recurso a los procedimientos de inducción acostumbrados, en función de un individuo u objeto, el cual será su referencia en ese mundo. Los individuos que constituyen el dominio de cada mundo posible pueden ser vistos a la manera de los individuos del mundo real como serían, o serían considerados por alguien, en circunstancias diferentes, o bien como segmentos o estadios temporales de individuos físicos —en caso de que los mundos posibles correspondieran a distintos instantes de tiempo—, o aún de otras formas, de acuerdo con las diversas actitudes proposicionales o modalidades para las que se construye la semántica. El *significado* de un término  $t$  es representado por una función  $\varphi_t$  que recorre, por así decirlo, las referencias del término  $t$  a través de los distintos mundos, donde la interpretación  $m_{t,i}$  (del término  $t$  en  $M_i$ ) es dada por la fórmula '(i)  $(\varphi_t(M_i) = m_{t,i} \in M_i)$ '. Adviértase que las funciones  $j$  y  $t$  representan para un término cualquiera el método de identificación del individuo correspondiente en los distintos mundos posibles o, en la jerga *ad usum*, su «transidentificación» («cross-world identification»).

1 Véase J. Hintikka, «Existence and Identity in Epistemic Contexts», *Theoria*, 33 (1967), pp. 138-147; «Semantics for Propositional Attitudes», en L. Linsky (ed.) *Reference and Modality*, Oxford, (1971), pp. 145-167; «Impossible Possible Words Vindicated», *Journal of Philosophical Logic*, 4 (1975), pp. 67-77.

En efecto, dos elementos que pertenecen a dos mundos distintos representan dos segmentos del mismo individuo, o bien al mismo individuo en circunstancias distintas, sólo si son valores (=argumentos para los dos mundos) de la misma función  $\varphi$  para algún  $t$ <sup>2</sup>.

Más compleja y polémica es la postura de D. Lewis<sup>3</sup>, que el propio autor ha dado en llamar «realismo modal», aunque sólo sea por sus claras implicaciones ontológicas. La semántica de Lewis está basada en el desarrollo de las nociones de *mundo posible* y *semejanza comparativa*. Por lo que toca al primer concepto, Lewis —a diferencia de Hintikka y de muchos otros— rechaza la idea de que los mundos se solapan o que haya que ordenarlos a partir de un mundo actual privilegiado. En su opinión, los mundos posibles tienen el mismo *status* ontológico que el mundo real, «...differing not in kind but only in what goes on at them». Ontológicamente no hay diferencia absoluta entre el mundo real y los otros mundos posibles, a no ser una diferencia relativa, indexical, que obedece a la adopción de un mundo posible particular como punto de partida. Para ser precisos, hay una diferencia desde el punto de vista de la construcción lógica: el mundo real se distingue por la propiedad de que todas sus proposiciones verdaderas son «verdaderas en términos absolutos», mientras que en otros mundos la verdad es «verdad-en-un-mundo» definida como pertenecía a un conjunto<sup>4</sup>. Cada mundo posible existe en su autonomía, como cada instante de tiempo, y sus objetos son definidos cualitativamente como conjuntos de propiedades esenciales invariantes. En esta perspectiva, la identificación de un objeto a través de los mundos deja de representar un problema, pues no hay relación de identidad entre objetos que pertenecen a mundos posibles diferentes, y la *indiscernibilidad* como concepto cede el paso a la *duplicación*<sup>5</sup>. En cuanto a la *semejanza comparativa*, se trata de una relación interna entre elementos que permite seleccionar y comparar entre sí las *esferas*

2 Cfr. Hintikka, «Semantics...», cit., pp. 162-163.

3 Véase D. Lewis, «Counterpart Theory and Quantified Modal Logic», *Journal of Philosophy*, 65 (1968), pp. 113-126; *Counterfactuals*, Blackwell, 1973; *On the Plurality of Worlds*, Blackwell, 1986.

4 Cfr. Lewis, *Counterfactuals*, cit., p. 67.

5 Vide al respecto Lewis, *On the Plurality...*, cit., pp. 62-63.

de mundos, donde la expresión indica conjuntos de mundos dentro de cierto grado de semejanza con el mundo actual. En otras palabras, las *esferas* se explican como conjuntos de mundos donde uno cualquiera de sus elementos guarda mayor semejanza con el mundo actual que un elemento no-miembro, sobre la base de las condiciones correspondientes dadas por la semejanza comparativa como cálculo de las relaciones intrínsecas entre objetos<sup>6</sup>.

En definitiva, en el lenguaje de los mundos posibles de D. Lewis es posible eliminar los *contrafactuals*; decir que un objeto pudiera haber sido de otro modo equivale para Lewis a afirmar que hay un mundo posible en que ese objeto *es* en sentido ontológico de otro modo<sup>7</sup>. Las mismísimas modalidades no tendrían por qué mantenerse como primitivos en la jerga modal ordinaria, pues «... this is not an alternative theory at all, but an abstinence from theorising»<sup>8</sup>. No habría, entonces, inconveniente alguno en asumir una teoría de las modalidades como una propuesta para manejarnos sin éstas, y ese sería *in nuce* el atractivo de su «teoría de las contrapartes», que tan sólo echa mano del lenguaje de la lógica estándar con el agregado de una extensión del dominio de cuantificación y la noción de «verdad-en-un-modelo»<sup>9</sup>.

En último término, cabe mencionar el sistema de Kripke<sup>10</sup> para la semántica de la lógica proposicional y cuantificada. En la semántica formal de Kripke para la lógica modal de primer orden, los valores de verdad de los enunciados son definidos relativamente a mundos posibles. Cada mundo posible tiene un dominio de individuos consistente del conjunto de individuos existentes en ese mundo. Además de la *accesi-*

6 Cfr. Lewis, *Counterfactuals*, cit., pp. 82-87.

7 Este resultado es una consecuencia válida de asumir *pariter* todos los mundos como ontológicamente dados. Véase Lewis, *On the Plurality...*, cit., pp. 104-109.

8 Lewis, *Counterfactuals*, cit., p. 32.

9 Para una descripción completa del sistema lewisiaco, véanse los primeros dos capítulos de *Counterfactuals*, cit.

10 Véase S. Kripke, «Semantical Analysis of Modal Logic I», *ZML* 9 (1963), pp. 67-96; *Naming and Necessity*, Cambridge, 1981; «Identidad y Necesidad», *Cuadernos de Crítica*, México, UNAM, 1978; «Semantical Considerations on Modal Logic», en Linsky, (ed.), *op. cit.*, pp. 63-72.

## ***¿Qué es la Semántica de los Mundos Posibles?***

*bilidad o posibilidad relativa*, una relación entre duplas de mundos que permite explicitar la pluralidad de los sistemas modales por recurso a una explicación homogénea, los mundos posibles y sus individuos son los únicos elementos semánticos primitivos de la teoría —los únicos elementos necesarios para definir los modelos que constituyen el universo del discurso para los enunciados del lenguaje a interpretar<sup>11</sup>. Otras nociones semánticas como propiedades y relaciones, conceptos individuales y enunciados, resultan identificadas con funciones definidas en términos de mundos posibles e individuos. Por ejemplo, un enunciado es representado como una función que va de mundos posibles a valores de verdad, esto es, como una subclase de la clase de todos los mundos posibles. Las propiedades se reducen definicionalmente a sus extensiones en los distintos mundos posibles, delimitadas a su vez por funciones que tienen a un mundo posible como argumento y a un conjunto de individuos como valor<sup>12</sup>. Finalmente, el problema de la identificación de un individuo a través de los mundos posibles es resuelto a un nivel extralógico apelando a la noción de «designador rígido»<sup>13</sup>.

La idea central del sistema de Kripke es la asunción de que para dar una definición de validez lógica universal sea lícito aceptar no sólo que el universo del discurso pueda contener un número arbitrario de elementos y que los predicados puedan recibir un determinado número de interpretaciones en el mundo actual, sino también que una combinación de otros mundos posibles pueda asociarse al mundo actual en relación con un grupo cualquiera de elementos y predicados. En términos más concretos, el sistema de Kripke es una colección de modelos tarskianos, uno de los cuales es seleccionado como representación del mundo real. Acorde con este nuevo sistema semántico, la comprensión de la necesidad o posibilidad en un mundo dado resulta determinada por el conocimiento de los mundos a éste alternativos, de modo tal que la posibilidad en tanto verificación en algún caso es definida como verdad en uno de los mundos alternativos, mientras que la necesidad como

---

11 Cfr. Kripke, «Semantical Analysis...», cit., pp. 81-85.

12 Cfr. *ibid.*, p. 88.

13 Para una definición precisa de este concepto, véase Kripke, *Naming and Necessity*, cit., pp. 286-287.

verificación en cualquier circunstancia es entendida como verdad en todos los mundos posibles. No obstante, no todos los mundos son susceptibles de ser confrontados. En correspondencia con algunos cálculos modales —*nominatim*  $S_4$  y  $S_5$ —<sup>14</sup>, Kripke encuentra una relación de *accesibilidad* que determina la relación subsistente entre los mundos posibles y el mundo real, reflejando los distintos axiomas de reducción propios de cada sistema<sup>15</sup>.

En otras palabras, en un modelo de Kripke los mundos están interrelacionados de manera tal que si un mundo  $m_2$  es «accesible desde» o «possible relativamente a» un mundo  $m_1$ , las circunstancias concretas de  $m_1$  pueden afectar la verdad o falsedad de enunciados modales en  $m_2$ .

A nivel formal, tal interpretación está basada en la noción de *estructura-modelo* (E. M.)<sup>16</sup>. Una estructura de Kripke está constituida por una tupla ordenada  $(G, K, R)$  donde  $K$  es un conjunto no vacío con  $G \in K$ ,  $R$  una relación reflexiva, transitiva y simétrica que abarca a  $K$  por completo. Interpretamos intuitivamente  $K$  como el conjunto de todos los mundos posibles,  $G$  como el mundo actual y  $R$  como una relación tal que, si  $H_1$  y  $H_2$  son dos mundos en  $K$ ,  $H_1 RH_2$  significa que  $H_2$  es possible relativamente a  $H_1$ . Una *estructura-modelo de Kripke* es una función diádica  $\phi(P, H)$  cuyo primer argumento discurre sobre variables proposicionales, el segundo sobre el conjunto de los mundos, y cuyos valores de verdad son  $V$  y  $F$ . Concretamente, donde  $P$  es una variable proposicional de  $A$  y  $H$  un miembro de  $K$ , o bien vale  $\phi(P, H) = V$ , o bien  $\phi(P, H) = F$ . Las condiciones de verdad para las fórmulas atómicas se establecen inductivamente a partir de  $\phi(P, H)$  con  $H \in K$ , de forma tal que donde  $B$  es una *parte propia* (= subfórmula bien formada) de  $A$ ,

$B = A$ ,  $\phi(B, H)$  es verdadera;

$\phi(B, H) = \phi(C, H)$  es verdadera,  $\phi(B < C, H)$  es también verdadera;

$\phi(B, H)$  es verdadera,  $\phi(\neg B, H)$  es falsa;

14 De hecho, sólo en tales cálculos de modalización completa es demostrable el teorema ' $(x) Fx \rightarrow (x)(Fx)$ ', mejor conocido como 'Fórmula-Barcan'.

15 Para la axiomatización de los diferentes sistemas modales, puede verse el excelente libro de J. J. Zeman, *Modal Logic. The Lewis-Model Systems*, Oxford, 1973.

16 Cfr. Kripke, «Semantical Considerations...», cit., p. 64.

## ¿Qué es la Semántica de los Mundos Posibles?

$\phi(B, H)$  es verdadera para todo  $H_1$  tal que  $HRH_1$ ,  $f(H, B, H)$  es verdadera.

Sobre esta base se definen también las condiciones de verdad para las fórmulas no atómicas, siendo posible valuar  $\phi(A, H)$  para cada  $H \in K$ , donde  $A$  es una fórmula no atómica cualquiera, en un  $M(S_4, S_5, B_R)$  — modelo, como:

$A$  es verdadera en  $\phi$  con (GRK) si  $\phi(A, G)$  es verdadera;

$A$  es válida en  $M(S_4, S_5, B_R)$  si  $A$  es verdadera en todo  $M(S_4, S_5, B_R)$  — modelo  $\phi$ .

Puede darse también una demostración de *completitud débil* por medio de las tablas semánticas de Beth, estableciendo el teorema de completitud

« $\vdash A$  en  $M(S_4, S_5, B_R)$  si  $(A, G) = \phi$  en todo

$M(S_4, S_5, B_R)$  — modelo en una E. M.  $M(S_4, S_5, B_R) \rightarrow K$ »<sup>17</sup>.

Análogamente, la semántica kripkeana para la lógica de predicados constituye una extensión de los conceptos recién descritos para la lógica proposicional modal. Una estructura predicativa es la conjunción de una E. M. (GRK) y una función  $W$  que asigna a cada  $H \in K$ , esto es a cada mundo, el conjunto  $W(H)$  de individuos existentes en  $H$ <sup>18</sup>. Obviamente, los distintos  $W(H)$  pueden diferir entre sí — dado que los individuos existentes en el mundo actual eventualmente pueden dejar de existir en un mundo posible y los mundos posibles pueden contener nuevos individuos que no figuran en la realidad. De ahí que los dominios de dos mundos cualesquiera puedan ser parcialmente o totalmente coincidentes, o bien completamente disyuntos. Para fijar el valor de verdad de una fórmula atómica en un mundo, además de especificar el dominio de los individuos, es menester postular que un predicado  $n$ -ario dado determina un conjunto de  $n$ -tuplas ordenadas que constituye la *extensión* en ese mundo del predicado en cuestión. Por lo tanto, un *modelo predicativo en una estructura de Kripke* es una función diádica  $V(P^n, H)$  cuyo primer argumento discurre sobre letras predicativas  $n$ -arias, el segundo sobre los elementos de  $K$ , y cuyos valores veritativos son siem-

17 Para la correspondiente demostración, puede verse Zeman, *op. cit.*, pp. 229-247.

18 Véase Kripke, «Semantical Considerations...» *cit.*, p. 65.

pre  $V$  o  $F$ <sup>19</sup>. Específicamente, el valor de verdad de una fórmula atómica en un mundo es determinado por el rasero de las extensiones de sus predicados, de modo tal que todas las fórmulas asumen un valor concreto, aun cuando los individuos que son valores de las variables libres no existan eventualmente en algún mundo dado. Este punto, que pudiera dar lugar a las consabidas suspicacias filosóficas, se torna manifiestamente claro cuando se considere que, una vez fijadas las extensiones de los predicados, es posible definir por inducción un valor de verdad  $V(p, H)$  para una fórmula cualquiera  $p$  y con  $H \in K$ , en relación con los valores asignados a las variables libres de  $p$ <sup>20</sup>. Las condiciones de verdad para las fórmulas con variables libres conducen a la adopción de una interpretación semántica adecuada a una axiomatización de la lógica predicativa donde todos los teoremas son fórmulas cerradas<sup>21</sup>. Para ser más precisos, si  $p$  es una *fbf* con variables libres tales que

$$(x_1) \dots (x_n) p,$$

al anteponer un cuantificador universal que ligue cada variable libre de  $p$  obtenemos una fórmula cerrada  $P$  lógicamente equivalente a  $p$ , pero válida solamente como clausura universal de esta última. Por consiguiente, aunque ninguna *fbf* es un teorema, sí lo es su clausura universal, cuenta habida de que en la axiomatización de Kripke una fórmula con variables libres es válida *sii* su clausura universal es válida<sup>22</sup>. A decir verdad, esto no constituye limitación alguna, pues nada se pierde con tener fórmulas cerradas como teoremas: afirmar que una fórmula con variables libres es válida sólo en su clausura universal, equivale a declarar explícitamente que tal fórmula es verdadera para todos los valores de sus variables libres, y ésta es una afirmación enteramente consistente con las relaciones de validez dadas habitual-

19 Cfr. *ibid.*, pp. 65-66.

20 Cfr. *ibid.*, pp. 76-79.

21 Sobre la importancia de las fórmulas cerradas para la axiomatización de la lógica modal predicativa, véase Zeman, *op. cit.*, pp. 131-138.

22 Cfr. *ibid.*, p. 136.

mente en las formulaciones estándar de la lógica predicativa<sup>23</sup>.

De acuerdo con esta concepción, los nombres que se refieren a objetos inexistentes no provocan dificultad alguna, ya que la cuantificación en un mundo está restringida a los objetos que conforman su dominio. Análogamente, será lícito afirmar la identidad en un mundo si y sólo si sus términos se refieren al mismo objeto en el mundo en cuestión<sup>24</sup>. Por otra parte, es claro que todas las reglas del sistema semántico de Tarski que gobiernan la asignación de valores veritativos a los enunciados son enteramente válidas cuando resultan interpretadas como modos de valuar la verdad y falsedad de un enunciado *relativamente a un mundo dado, sea real o posible*<sup>25</sup>.

Finalmente, el trabajo desplegado por Kripke en el ámbito de la semántica de los mundos posibles constituye indudablemente uno de los resultados más importantes obtenidos en el desarrollo de esta teoría, no sólo en dirección de la solución de los problemas de carácter formal, como la demostración de la validez de los axiomas y del teorema de compleitud para la semántica modal, sino también —y principalmente— en cuanto a las implicaciones filosóficas que el propio Kripke ha sabido extraer, particularmente por lo que concierne al tratamiento de los nombres propios y al problema de la referencia.

Las anteriores son líneas recientes de desarrollo de la semántica de los mundos posibles. Sin duda, un debate exhaustivo en torno a las posibilidades efectivas de estos desarrollos nos obligaría a analizarlos todos más o menos profundamente en busca de su sustentabilidad. Pero no albergamos aquí semejantes pretensiones, ni siquiera en lo que toca a una exposición general de la semántica de los mundos posibles. Baste decir que, ya desde sus simientes, ha sido considerada responsable de

23 De hecho, una fórmula cerrada es válida en una semántica kripkeana si, y sólo si, es válida en la semántica estándar (*Vide* Kripke, «Semantical Considerations...», cit., p. 70).

24 La identidad en un mundo se define a la manera tradicional, vía el principio de los indiscernibles. Lo que sí trae problemas es la definición de la identidad a través de los mundos, a la cual se le proporciona una respuesta *ad hoc*. *Vide* Kripke, *Naming and Necessity*, cit., p. 287.

25 Cfr. Kripke, «Semantical Considerations...», cit., pp. 70-71.

un delito muy concreto, a saber: su incursión en el llamado «esencialismo». Luego, si ha de tener algún *chance* en la filosofía de nuestros días, ningún modo mejor de averiguarlo que poniéndola a prueba en el terreno de sus propios adversarios: el desafío esencialista. Para decirlo en breves términos, el «futuro» filosófico de la semántica de los mundos posibles pareciera depender de una superación clara y terminante del «compromiso esencialista».