

## **TRABAJO ESPECIAL**

### **Creación de una Herramienta de Software Diseñada para Simular y Estudiar la Suspensión de un Vehículo Automotor**

Presentado por el Bachiller:  
Rubén Javier Rojas Fortique,  
ante la ilustre  
Universidad Central de Venezuela,  
para optar al Título de  
Ingeniero Mecánico.

Noviembre 2004

## **TRABAJO ESPECIAL**

### **Creación de una Herramienta de Software Diseñada para Simular y Estudiar la Suspensión de un Vehículo Automotor**

Tutor Académico:  
Prof. Fausto Carpentiero

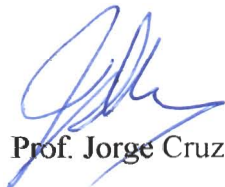
Presentado por el Bachiller:  
Rubén Javier Rojas Fortique,  
ante la ilustre  
Universidad Central de Venezuela,  
para optar al Título de  
Ingeniero Mecánico.


Noviembre 2004

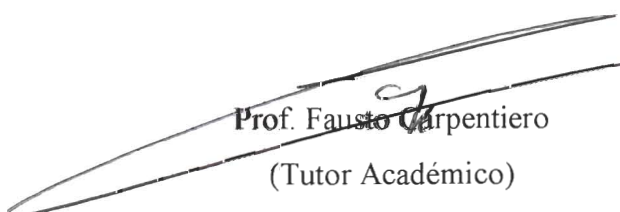
Los abajo firmantes, miembros del Jurado designado por el Consejo de Escuela de Ingeniería Mecánica, para evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por el Br. Rubén J. Rojas F., titulado:

### **Creación de una Herramienta de Software Diseñada para Simular y Estudiar la Suspensión de un Vehículo Automotor**

Consideran que el mismo cumple con los requisitos exigidos por el plan de estudios, conducente al Título de Ingeniero Mecánico, y sin que ello signifique que se hacen solidarios con las ideas expuestas por Rubén J. Rojas F., lo declaran aprobado.

  
Prof. Jorge Cruz  
(Jurado)

  
Prof. Sergio Díaz  
(Jurado)

  
Prof. Fausto Carpentiero  
(Tutor Académico)





Caracas, 16 de noviembre de 2004.

Ciudadano:  
**Prof. Jesús Hernández**  
**Jefe de División de Control de Estudios**  
Presente.-

Quienes suscriben profesores miembro del Jurado Examinador, designado por el Consejo de la Escuela de Ingeniería Mecánica, nos dirigimos a usted, con la finalidad de informarle la decisión de otorgar al alumno Rubén Javier Rojas Fortique, C.I. N° 12.910.208.

### MENCION HONORÍFICA


Por la excelencia demostrada en la realización de Trabajo Especial de Grado intitolado:


**“Creación de una herramienta de software diseñada para simular y estudiar la suspensión de un vehículo automotor”**

Sin otro particular a que hacer referencia, quedamos de Ud.,

Atentamente,

  
**Prof. Sergio E. Díaz**  
Jurado

  
**Prof. Jorge D. Cruz**  
Jurado

  
**Prof. Fausto Carpentiero**  
Coordinador del Jurado





Caracas, 16 de noviembre de 2004.

Ciudadano:  
**Prof. Jesús Hernández**  
**Jefe de División de Control de Estudios**  
Presente.-

Quienes suscriben profesores miembro del Jurado Examinador, designado por el Consejo de la Escuela de Ingeniería Mecánica, nos dirigimos a usted, con la finalidad de informarle la decisión de otorgar al alumno Rubén Javier Rojas Fortique, C.I. N° 12.910.208.

### MENCION PUBLICACIÓN


Por la excelencia demostrada en la realización de Trabajo Especial de Grado intitulado:


**“Creación de una herramienta de software diseñada para simular y estudiar la suspensión de un vehículo automotor”**

Sin otro particular a que hacer referencia, quedamos de Ud..

Atentamente,

  
**Prof. Sergio E. Díaz**  
Jurado

  
**Prof. Jorge D. Cruz**  
Jurado

  
**Prof. Fausto Carpentiero**  
Coordinador del Jurado



**Rojas F., Rubén J.**

**Creación de una Herramienta de Software Diseñada para Simular y  
Estudiar la Suspensión de un Vehículo Automotor**

**Tutor Académico: Prof. Fausto Carpentiero**

**Trabajo Especial de Grado. Caracas, U.C.V. Facultad de Ingeniería. Escuela de  
Ingeniería Mecánica. Año 2004.**

**Palabras clave:** diseño de suspensión, modelado, simulación.

**Resumen.**

Este trabajo se llevó a cabo con la finalidad de desarrollar un software que sirviera a nivel educativo, para el diseño y estudio no lucrativo de suspensiones independientes, debido a la gran importancia de este aspecto en el campo de diseño automotriz y a la poca información que se maneja sobre el mismo actualmente en la Escuela de Mecánica de la U.C.V., así como también por la dificultad que se tiene en conseguir un programa que ayude a realizar este tipo de diseño.

Se desarrolló el software llamado SusSim, que da la posibilidad al usuario de diseñar suspensiones independientes de *brazo A* o *brazo A invertido*, lo cual debido a las posibles combinaciones de los mismos en los brazos superiores e inferiores de la suspensión nos lleva a un total de 4 posibles configuraciones a ser estudiadas por defecto. Más aun, si el usuario es astuto y superpone la ubicación de ambos brazos superiores y ambos brazos inferiores o decide crear un modelo donde realice la superposición de todos los brazos pertenecientes a un lado de una suspensión, se pueden simular entonces suspensiones independientes más simples como las de *eje oscilante* o la de *brazo seguidor*.

Mediante la simulación del comportamiento cinemático de los modelos de suspensiones, se calculan y obtienen factores de las mismas que afectan el comportamiento dinámico de éstas en condiciones tales como el *Roll* (rotación del cuerpo del vehículo) o el *Bump* (desplazamiento vertical del cuerpo del vehículo).

## **Agradecimientos**

A mi familia, por siempre darme su apoyo de una u otra forma.

A mi padre por su paciencia y por confiar en mí.

A mi Tutor Fausto Carpentiero, por aguantar mi ausencia y mi forma poco ortodoxa de realizar este trabajo.

A mi asesor Sergio Díaz, por darme la oportunidad de aprender tantas cosas sobre el diseño automotriz.

A mis amigos, por ser lo más valioso que me llevo de esta universidad y de estos años de mi vida.

Al DIOC y su gente, con los que siempre pude contar y a los cuales les debo mucho de los conocimientos que apliqué en este trabajo.

A la ilustre Universidad Central de Venezuela por darme la gran oportunidad de estudiar esta carrera.

Y a todas aquellas personas que gracias a su colaboración han hecho posible la culminación de este proyecto.

Rubén Javier Rojas Fortique

## **Dedicatoria**

*A mi padre  
por ser un individuo  
tan bueno,  
tan humano  
y tan paciente*

*...  
Por esperar siempre lo mejor de mí.*

## Índice de Contenidos

<b>Índice de Ilustraciones .....</b>	<b>VI</b>
<b>Nomenclatura .....</b>	<b>IX</b>
<b>Capítulo I - Historia del Automóvil.....</b>	<b>1</b>
<b>Capítulo II – Introducción a la Dinámica de Vehículos .....</b>	<b>8</b>
2.1- Enfoque fundamental hacia el modelado.....	10
2.1.1- Masa Concentrada .....	11
2.1.2- Sistema Fijo de Coordenadas del Vehículo .....	12
2.1.3- Variables de Movimiento .....	12
2.1.4- Sistema Fijo de Coordenadas de la Tierra .....	13
2.1.5- Ángulos de Euler .....	14
2.1.6- Fuerzas .....	14
2.2- Segunda Ley de Newton .....	14
2.2.1- Cargas Dinámicas en los Ejes.....	15
2.2.2- Cargas Estáticas en suelo nivelado .....	18
2.2.3- Aceleración a baja velocidad .....	18
2.2.4- Cargas en Pendientes .....	18
<b>Capítulo III - Suspensiones .....</b>	<b>20</b>
3.1- Ejes rígidos .....	20
3.1.1 Hotchkiss.....	21
3.2- Suspensiones Independientes.....	22
3.2.1- Eje Oscilante .....	22
3.2.2- Brazo Seguidor .....	24
3.2.3- Suspensión SLA.....	24
3.3- Análisis del Centro de Rolido.....	26
3.4- Centros de Rolido en Suspensiones Independientes.....	27
3.4.1- Geometría de Brazo Oscilante Positiva .....	28
3.4.2- Geometría de Brazo Oscilante Negativa.....	29

3.4.3- Brazos Oscilantes Paralelos .....	30
3.4.4- Brazos Oscilantes Paralelos Inclinados .....	30
3.5- Consecuencias de la suspensión en el cornering .....	31
3.5.1- Ecuaciones en el Cornering .....	31
3.5.2- Gradiente de Sub-Viraje .....	34
3.6- Efectos de la Suspensión.....	36
3.6.1- Distribución del Momento de Roldo .....	36
<b>Capítulo IV - El Software .....</b>	<b>42</b>
4.1- Metodología de Diseño .....	42
4.2- El Enfoque Matemático .....	44
4.3- Utilizando ODE .....	47
4.4- Un Nuevo Motor Gráfico.....	50
4.5- Uso Del Software.....	53
4.5.1- Principal.....	54
4.5.2- Configuración Básica.....	56
4.5.3- Chasis.....	57
4.5.4- Posicionamiento.....	58
4.5.5- Barra Toe / Detalles .....	59
4.5.6- Chasis Delantero / Trasero.....	62
4.6- Reporte de Resultados .....	63
4.6.1- Ángulo de Camber .....	64
4.6.2- Ángulo de Caster .....	64
4.6.3- Ángulo de Toe .....	65
4.6.4- Ángulo de Kingpin .....	65
4.6.5- Mechanical Trail.....	66
4.6.6- Scrub.....	66
<b>Conclusiones .....</b>	<b>67</b>
5.1- Limitaciones y Errores (Bugs).....	69
<b>Recomendaciones .....</b>	<b>71</b>

6.1- Propiedades de las Respuestas del vehículo .....	72
6.1.1- Aislamiento de la Suspensión.....	73
<b>Bibliografía .....</b>	<b>74</b>

## Índice de Ilustraciones

Imagen 1: James Watt.....	1
Imagen 2: Oliver Evans.....	2
Imagen 3: Modelo Benz Victoria.....	4
Imagen 4: Rolls Royce Silver Ghost.....	6
Imagen 5: Sistema de Ejes del Vehículo de SAE (Pertenece SAE Inc.).....	12
Imagen 6: Vehículo en el Sistema Fijo de Coordenadas de la Tierra (Pertenece SAE Inc.).....	13
Imagen 7: Fuerzas Arbitrarias actuando sobre un vehículo (Pertenece SAE Inc.).....	16
Imagen 8: Suspensión Trasera Hotchkiss (cortesía de Ford Motor Company) .....	22
Imagen 9: Suspensión Independiente Trasera de Eje Oscilante (Pertenece SAE Inc.).....	23
Imagen 10: Suspensión Independiente Delantera de Brazo Seguidor (Pertenece SAE Inc.).....	24
Imagen 11: Suspensión Independiente Delantera de Brazo A (cortesía de Ford Motor Company).....	25
Imagen 12: Centro de Rolido y Eje de Rolido de la suspensión (Pertenece SAE Inc.).....	26
Imagen 13: Análisis de Centro de Rolido en suspensiones independientes (Pertenece SAE Inc.).....	28
Imagen 14: Suspensión Independiente de brazo oscilante positivo (Pertenece SAE Inc.).....	29
Imagen 15: Suspensión Independiente de brazo oscilante negativo (Pertenece SAE Inc.).....	29
Imagen 16: Suspensión Independiente de brazos paralelos (Pertenece SAE Inc.).....	30
Imagen 17: Suspensión Independiente de brazos paralelos inclinados (Pertenece SAE Inc.).....	31
Imagen 18: Cornering en el modelo de bicicleta (Pertenece SAE Inc.).....	32

Imagen 19: Propiedades de las Fuerzas de cornering en el neumático (Pertenece SAE Inc.) .....	33
Imagen 20: Fuerzas laterales Vs cargas verticales características en neumáticos (Pertenece SAE Inc.).....	37
Imagen 21: Análisis de fuerzas de un vehículo simple durante el cornering (Pertenece SAE Inc.).....	38
Imagen 22: Análisis de fuerzas para el rolido de un vehículo (Pertenece SAE Inc.).	40
Imagen 23: Algunas imágenes de las pantallas de configuración.....	43
Imagen 24: Prueba final utilizando CadDraw para representar la configuración. ....	47
Imagen 25: Algunos tipos de juntas existentes en ODE (Imágenes pertenecientes a Russell L. Smith).....	48
Imagen 26: Algunas imágenes de los demos de la librería ODE en funcionamiento siendo representado utilizando OpenGL (Imágenes pertenecientes a Mattias Fagerlund).....	51
Imagen 27: Imagen de la versión final de la representación gráfica utilizando Direct3D.....	53
Imagen 28: Pantalla Principal de SusSim. ....	55
Imagen 29: Pantalla de Configuración Básica. ....	56
Imagen 30: Pantalla del Chasis. ....	57
Imagen 31: Pantalla del Posicionamiento. ....	58
Imagen 32: Pantalla de Barra Toe / Detalles.....	59
Imagen 33: Pantalla de Chasis Delantero (Igual a la de Chasis Trasero). ....	62
Imagen 34: Imágenes de la sección de graficación de resultados.....	63
Imagen 35: Ángulo de Camber (Imagen propiedad de familycar.com).....	64
Imagen 36: Ángulo de Caster (Imagen propiedad de familycar.com). ....	64
Imagen 37: Ángulo de Toe en ambos neumáticos (Imagen propiedad de familycar.com). ....	65
Imagen 38: Geometría de la rotación de steer que muestra el Ángulo de Kingpin además de otras características.....	65

Imagen 39: Geometría del Ángulo de Kingpin que muestra en Mechanical Trail además de otras características (Imagen propiedad del Team SAE de la Universidad de Wayne State). .....	66
Imagen 40: Radio de Scrub (Imagen propiedad de familycar.com). .....	66
Imagen 41: Comparación de precisión de SusSim Vs Whisbone. ....	67
Imagen 42: Cabeceo en el modelo al retorcerse la estructura. ....	68
Imagen 43: Modelo de cuarto de carro. ....	73

## Nomenclatura

CG – Centro Gravitatorio.

$x$  – Hacia delante “*forward*” y en el plano longitudinal de simetría.

$y$  – Hacia el lado “*lateral*” derecho del vehículo.

$z$  – Hacia abajo “*vertical*” respecto al vehículo.

$\mathbf{p}$  – Velocidad de rolido o “*roll*” respecto al eje  $x$ ,  $[\theta/t]$ .

$\mathbf{q}$  – Velocidad de cabeceo o “*pitch*” respecto al eje  $y$ ,  $[\theta/t]$ .

$\mathbf{r}$  – Velocidad de giro o “*yaw*” respecto al eje  $z$ ,  $[\theta/t]$ .

$X$  – Desplazamiento hacia delante,  $[L]$ .

$Y$  – Desplazamiento hacia la derecha,  $[L]$ .

$Z$  – Desplazamiento vertical (positivo hacia abajo),  $[L]$ .

$\Psi$  – ángulo de dirección “*heading angle*” ángulo formado entre  $x$  y  $X$  en el plano del suelo,  $[\theta]$ .

$\nu$  – ángulo de curso “*course angle*” ángulo formado entre el vector velocidad del vehículo y el eje  $X$ ,  $[\theta]$ .

$\beta$  – ángulo de resbalamiento “*Sideslip angle*” ángulo formado entre el eje  $x$  y el vector velocidad del vehículo,  $[\theta]$ .

$F_x$  – Fuerzas en dirección  $x$ ,  $[ML/t^2]$ .

$M$  – Masa del cuerpo,  $[M]$ .

$a_x$  – Aceleración en la dirección  $x$ ,  $[L/t^2]$ .

$T_x$  – Torques respecto al eje  $x$ ,  $[ML^2/t^2]$ .

$I_{xx}$  – Momentos de Inercia respecto al eje  $x$ ,  $[ML^2]$ .

$\alpha_x$  – Aceleración rotacional respecto al eje  $x$ ,  $[\theta/t^2]$ .

$L$  – Distancia entre los ejes delantero y trasero,  $[L]$ .

$b$  – Distancia desde el eje delantero al CG,  $[L]$ .

$c$  – Distancia desde el eje trasero al CG,  $[L]$ .

$W$  – El peso del vehículo actuando en su CG con una magnitud igual a su masa por la aceleración gravitatoria. En una pendiente puede tener dos componentes, un componente cosénico el cual es perpendicular a la superficie del camino y un componente sénico paralelo a la superficie del mismo,  $[ML/t^2]$ .

$W_f$  y  $W_r$  – fuerzas normales al camino que experimentan los neumáticos, denotadas representando los pesos dinámicos soportados por las ruedas frontales “*front*” y las traseras “*rear*”,  $[ML/t^2]$ .

$F_{xf}$  y  $F_{xr}$  – Fuerzas tractoras, pueden actuar en el plano del suelo en el área de contacto del neumático,  $[ML/t^2]$ .

$R_{xf}$  y  $R_{xr}$  – Fuerzas de roce, pueden actuar en el plano del suelo en el área de contacto del neumático,  $[ML/t^2]$ .

$D_A$  – es la fuerza aerodinámica actuando sobre el cuerpo del vehículo. Puede ser representada como si actuara en un punto por encima de la superficie del camino indicado por la altura,  $h_a$ , o por una fuerza longitudinal de la misma magnitud en el plano del suelo con un momento asociado (el momento aerodinámico de cabeceo)  $D_A$  multiplicado por  $h_a$ ,  $[ML/t^2]$ .

$R_{hz}$  y  $R_{hx}$  – Son fuerzas verticales y longitudinales que actúan en el punto de enganche cuando el vehículo hala de un remolque,  $[ML/t^2]$ .

$F_{yf}$  y  $F_{yr}$  – Fuerza lateral (cornering) en los ejes trasero y delantero,  $[ML/t^2]$ .

$V$  – Velocidad,  $[L/t]$ .

$R$  – Radio de giro,  $[L]$ .

$C_\alpha$  – Rigidez de cornering, [adim].

$\alpha$  – Ángulo de deslizamiento de los neumáticos,  $[\theta]$ .

$\delta$  – Ángulo de giro en los neumáticos frontales,  $[\theta]$ .

$K$  – Gradiente de Sub-Viraje,  $[\theta/g]$ .

$g$  – constante de aceleración gravitacional  $[9,81 \text{ m/s}^2]$ .

$K_\Phi$  – rigidez de rolido de la suspensión,  $[ML^2/t^2\theta]$ .

$\Phi$  – Ángulo de rolido,  $[\theta]$ .

$h_r$  – altura del centro de rolido,  $[L]$ .

$K_s$  – constante “vertical” de cada uno de los los resortes,  $[M/t^2]$ .

$s$  – Separación lateral entre los resortes,  $[L]$ .

$t$  – Trocha,  $[L]$ .

$F_{z_o}$  – Carga en el neumático externo en el giro,  $[ML/t^2]$ .

$F_{z_i}$  – Carga en el neumático interno en el giro,  $[ML/t^2]$ .

$M_{\phi_f}$  y  $M_{\phi_r}$  – Momentos de rolido frontal y trasero,  $[ML^2/t^2]$ .

## Capítulo I - Historia del Automóvil

El invento del automóvil fue producto de un proceso evolutivo. El primer paso fueron los vehículos propulsados a vapor. Se cree que los intentos iniciales de producirlos se llevaron a cabo en China, cuando un misionero flamenco, Ferdinand Verbiest, logró hacer funcionar su invento en Pekín a fines del siglo XVII.

Uno de los precedentes más importantes fue el del francés Joseph Cugnot, un escritor e inventor que en 1769 presentó su vehículo de arrastre de piezas de artillería. Era un triciclo de unas 4,5 toneladas, con ruedas de madera y llantas de hierro, cuyo motor estaba montado sobre los cigüeñales de las ruedas de un carro para transportar cañones. Su prototipo se estrelló y una segunda máquina quedó destruida posteriormente en 1771. Para entender mejor la precocidad de los primeros intentos, hay que tener en cuenta que la máquina de vapor moderna es creada por James Watt en 1781 y el primer viaje de un tren con pasajeros se realizó en 1825.



**Imagen 1: James Watt**

Cugnot fue comisionado inmediatamente por el Gobierno francés para construir una máquina más perfeccionada y más potente que las anteriores y que pudiera arrastrar cañones. Esta segunda máquina se conserva todavía y es, sin lugar a dudas, la máquina más interesante y venerable en la historia de la locomoción a vapor. En Inglaterra, William Murdock, uno de los ayudantes de Watt, inventó una pequeña locomotora a vapor para carreteras, en 1774, de la cual se dijo que marchó a la velocidad de 10 a 13 kilómetros por hora; y otro inglés, Trevithick, que después se

hizo famoso por construir la primer locomotora que marchó sobre carriles, inventó en 1802 el primer carruaje a vapor.

En Estados Unidos, Oliver Evans construyó en 1804 un vehículo llamado «Orukutor Amphibolis», con el cual se viajaba por tierra y por agua. Todas estas tentativas fueron ensayos más o menos afortunados, pero en 1829, W. H. James construyó un coche-automóvil, que marchó a la velocidad de 2.5 kilómetros por hora, llevando pasajeros. En 1822, sir Golsdsworthy Gurney comenzó a construir carruajes a vapor, con éxito notable.



**Imagen 2: Oliver Evans**

Sin embargo el que obtuvo mejor éxito entre los primeros constructores de carruajes a vapor fue Walter Hancock, de Stratford (Londres). Hancock inventó una curiosa caldera que podía resistir altas presiones, muy sólida y bastante manejable. En 1834, desde agosto hasta noviembre, Hancock hizo funcionar sus dos carruajes a vapor, que se llamaban «La Era» y «La Autopsy», entre Londres y Paddington yendo a la velocidad de 32 kilómetros por hora y llegando a trasladar, en conjunto, cerca de 4.000 pasajeros. Se utilizaban calderas para locomotoras para carreteras, que funcionaban a presiones tan elevadas como 200 libras por pulgada cuadrada, y máquinas que daban una potencia de 30 caballos de vapor, construidas para este servicio.

También incluían una especie de condensadores toscos, para condensar el vapor que había sido utilizado en la máquina de las locomotoras para carreteras, de tal modo, que pudiese volver a la caldera, anticipando así el tipo más avanzado de las

máquinas de tiempos posteriores. El choque fue el combustible casi exclusivamente empleado.

Como dato orientativo, hasta 1840, se construyeron en Inglaterra más de 40 coches y tractores propulsados a vapor. Por 1836, incluso, circulaban regularmente unas 9 diligencias a vapor, capaces de transportar cada una entre 10 y 20 pasajeros a unos 24 km./h.

En 1836 se creó el primer vehículo movido por un rudimentario motor de explosión que utilizaba hidrógeno como combustible. Un invento patentado en la década de los 60 fue determinante en el futuro del automóvil. El nacimiento del Automóvil, se estaba acercando de una forma imparable.

La búsqueda se concentraba en alguna forma más práctica de mover los coches autopropulsados. Y la solución apareció en Europa en 1860, cuando el belga Etienne Lenoir patentó en Francia el primer motor a explosión capaz de ser usado sobre ideas aparecidas en Inglaterra a fines del siglo XVIII. El francés Alphonse Beau de Rochas patentó el motor de combustión interna de cuatro tiempos. El camino estaba trazado, pero habría de pasar unos años más hasta que el alemán Gottlieb Daimler construyera en 1866 el primer automóvil propulsado por un motor de combustión interna, algo que ya venía pensando desde hacía un tiempo. Su prototipo era un gigante de casi dos toneladas de peso que fue presentado en la Exposición de París de 1867 por su patrón, el industrial alemán Nicholas Otto. Fue la base de la nueva industria. Después, en 1883 Wilhelm Maybach logró, un motor relativamente pequeño y que trabajaba a elevadas revoluciones por minuto.

Tras años de trabajo, el mismo Daimler ideó una variante de apenas 41 Kg. que sería el precursor de todos los motores posteriores a explosión. Sobre esta planta motriz el ingeniero mecánico Karl Benz (1844-1929) diseñó el primer vehículo utilizable impulsado por un motor de combustión interna; se trataba de un pequeño triciclo que empezó a funcionar a principios de 1885 y fue patentado el 26 de enero de 1886. Pero la genialidad no radicaba en su funcionamiento, sino que aplica una serie de ideas aún vigentes y que suponen una revolución, como el diferencial. La

transmisión se realiza mediante correa y utiliza ruedas de radios y goma. Esta circunstancia no debe hacer olvidar que los vehículos de vapor estaban en todo su apogeo. En 1885, un vehículo de este tipo logró completar el viaje entre París y Viena. Y otro viaje, éste en automóvil, marcó el despegue del nuevo vehículo. En agosto de 1888, Berta Benz, la esposa de Karl Benz, utilizó el vehículo de su marido para desplazarse entre las ciudades Mannheim y Pforzheim. Se trató del primer viaje de la historia de un vehículo de este tipo.

El mismo Benz presentó un primer automóvil, ya con cuatro ruedas, con su propia marca en 1893 y construyó un coche de carreras en 1899. Otro ingenio precursor del automóvil apareció en 1885, la motocicleta. Pero en este caso, se trataba de un auténtico precursor del automóvil, ya que fue la primera aplicación del motor desarrollado por Maybach, que junto a Daimler fueron los constructores de este curioso artefacto movido por un motor de 0,5 CV. Los experimentos aislados que se estaban llevando a cabo por toda Europa, durante la centuria estaban dando sus frutos de una manera poco imaginable.



**Imagen 3: Modelo Benz Victoria**

Los primeros automóviles rápidamente llamaron la atención de los ciudadanos. La competencia a los pioneros Benz y Daimler vino procedente de firmas francesas, primero de la mano de Panhard & Levassor en 1890, y posteriormente de Peugeot, que sacó su primer automóvil al mercado en 1891.

Así hasta llegar a más de 30 empresas diferentes en Francia en torno al final del siglo XIX, algunas que han llegado hasta nuestra época como puede ser el caso de Renault. También aparecieron en diversos lugares la Ford, Fiat, Opel etc.

Estos vehículos eran todavía muy rudimentarios, y poco a poco se fueron incorporando nuevos elementos como las carrocerías, que en la firma Benz se hacían de varias formas en función del gusto del cliente. A partir del modelo Benz Victoria, que ya contaba con cuatro ruedas, se empezaron a diseñar productos ideados para el transporte de mercancías y viajeros, como el camión que fabricó Daimler en 1891.

Poco a poco se fue modernizando la infraestructura del coche incluyendo los amortiguadores, los neumáticos, ideados por el inglés Dunlop, y se cambió la posición del motor, que pasó de la parte trasera a la delantera con la intención de dotar a las ruedas traseras una fuerza mayor. Pero curiosamente, en una de las competiciones de la época, la primera que se disputaba en la historia del automóvil, la París-Rouen en 1894, pasó en primer lugar por la línea de llegada un coche de vapor, un Dion-Bouton, que por este motivo fue descalificado, dejando las dos primeras posiciones a un Panhard & Levassor y a un Peugeot.

Con la llegada del nuevo siglo empezaron a aparecer modelos de vehículos que ya tuvieron una gran significación. Por un lado el Daimler Mercedes, con un motor de cuatro cilindros y 35 CV, y por otro otras dos marcas de importancia, la británica Rolls-Royce, con el modelo Silver Ghost y la española Hispano Suiza. En 1908 William C. Durant puso en marcha la empresa norteamericana General Motors, que se convertiría en una de las grandes firmas del siglo XX. El Ford T ocuparía uno de los lugares de privilegio del momento gracias a la astucia y ambición de Henry Ford que consiguió fabricar hasta 15 millones de unidades de este modelo revolucionario. Era el momento en que un motor más moderno como el de explosión relegaba a un segundo lugar al mítico vapor. Para demostrarlo se realizó una travesía larguísima entre París y Nueva York.

En el año 1910 apareció Bugatti, una de las empresas más prósperas y que siempre estaba a la última en innovación. El ingeniero Ettore Bugatti, máximo responsable de la firma, puso en marcha el primer coche Bugatti modelo 13.



**Imagen 4: Rolls Royce Silver Ghost.**

Las carreras empezaron a hacerse habituales aprovechando el tirón publicitario que levantaban. Una de las habituales tenía lugar en Montecarlo, y suponía un auténtico desfile de nuevos y variados vehículos. Durante la Primera Guerra Mundial el automóvil no tuvo una importancia clave, ya que todavía no estaba perfeccionado para ese tipo de contiendas, sin embargo sí supuso un instrumento importante de transporte para distancias pequeñas y como ambulancias para trasladar a los heridos en combate. Tras la guerra, el mercado automovilístico estaba bastante fuerte y se crearon nuevas empresas como Citroën, BMW o la Lincoln. De todos modos las mayores posibilidades que existían en Estados Unidos daban a la realización de vehículos un carácter claramente industrial, con la aparición del arranque eléctrico, las lámparas etc., mientras que en Europa era artesanal. El Cadillac V8 vendió unas 13.000 unidades en el año 1917.

En los felices años veinte norteamericanos el automóvil era sinónimo de prosperidad, de lujo y de modernidad. Cada vez se hacían más modelos y la venta de coches era realmente importante. Las innovaciones técnicas crecían de forma vertiginosa e incluso en Europa, con el modelo A de Citroën, con una instrumentalización netamente industrial. En Estados Unidos se sustituyó la vieja madera por el acero, como ocurrió por ejemplo con el coche Essex Coach, lo que no sólo fue beneficioso para la infraestructura general del coche sino también para

facilitar el resto de los procesos que eran necesarios para poner en marcha el vehículo.

El mejor ejemplo de esta nueva forma de fabricar los coches tuvo lugar en Lancia en 1923 con el ejemplar Lambda. Introdujo la suspensión delantera de forma independiente, algo que no se había hecho nunca, quitó las vigas que existían en el coche y usó una especie de chapa para fabricar un bastidor autoportante. En Alemania, de la mano de Audi se usaron frenos que se accionaban de forma hidráulica en todas las ruedas del vehículo en el modelo M, que tenía 70 CV. El Mercedes 6/25/40 fue el pionero en utilizar un compresor con la intención de incrementar la presión del aire en los cilindros. Los camiones Daimler en 1923 utilizaron ya motor diesel. En la década de los veinte se construyeron las primeras autopistas en varios países como Alemania e Italia, lo que supone un paso más en la extensión de este invento.

A medida que la recuperación de la guerra se hizo más patente, en Europa empezó a crecer el consumo de la industria automovilística. Los coches se vinieron más baratos y por este motivo contaron con una aceptación mayor. En 1922 se presentó el Austin Seven, del que se realizaron un total de 290.000 vehículos hasta mediados de la década de los treinta; también muy populares fueron el Fiat 509 o el Opel 4/12 CV, que dejaron el lujo de la marcas a un lado y se centraron más en ganarse el apoyo de las clases medias de la población.

Por último en esta década de los veinte se produjeron dos hechos importantes para la historia de unos determinados vehículos que siguen teniendo vigencia hoy día. Por un lado la aparición de Chrysler en el ámbito norteamericano y la fusión Daimler-Benz en Europa, una de las más importantes. Este complejo sacó la gama S, que tiene como principales características los 180 CV y los motores denominados de compresor, y que por supuesto marcaron un antes y un después en la conducción y también en las carreras.

## Capítulo II – Introducción a la Dinámica de Vehículos

En su sentido más amplio, Dinámica de Vehículos incluye a una gama diversa y extensiva de los mismos, tales como embarcaciones, aeroplanos, trenes, y vehículos de neumáticos de goma. Debido al objeto de estudio en este trabajo, enfocaremos el estudio a la dinámica de los vehículos de neumáticos de goma, concentrándonos en el automóvil, aunque los mismos principios se aplican a camiones y autobuses.

El desempeño del vehículo (los movimientos que ocurren durante la aceleración, frenada y desplazamiento regular) es una respuesta a un grupo de fuerzas impuestas, el estudio de la dinámica de vehículos gira entorno a cómo y por qué estas fuerzas son generadas. Las fuerzas dominantes que actúan sobre el desempeño del vehículo son aquellas generadas por la interacción del neumático contra el camino, por esto es necesario entender el comportamiento de los neumáticos, caracterizados por las fuerzas y momentos generados por un amplio rango de condiciones en las cuales operan los mismos.

Es de hacer notar que el término “*handling*” (manejabilidad) es frecuentemente intercambiado con los términos *cornering*, *turning* y *directional response* pero existen ciertas diferencias entre dichos términos. Los términos *cornering*, *turning* y *directional response* se refieren a propiedades objetivas del vehículo cuando este cambia de dirección mientras existe una aceleración lateral en el proceso. Por ejemplo el *cornering* puede ser cuantificado por el nivel de aceleración lateral que puede ser mantenida en condición estable, *directional response* puede ser cuantificada como el tiempo requerido para desarrollar una aceleración lateral luego de que un cambio en la dirección fue introducido. *Handling* por otro lado, añade a esto las cualidades del vehículo que afectan al conductor modificando la facilidad de la tarea de conducir o afectando la habilidad del conductor para mantener el control del mismo. El *Handling* implica entonces, no solo las capacidades explícitas del vehículo, sino además sus contribuciones en el desempeño de la combinación conductor/vehículo.

Entender la dinámica de vehículos puede ser logrado en dos niveles, el empírico y el analítico. El entendimiento analítico deriva del ensayo y error mediante el cual uno aprende cuales factores influyen el desempeño del vehículo, de que manera lo hacen y bajo que condiciones. El método empírico sin embargo puede a menudo llevarnos al fracaso. Sin la comprensión mecánica de cómo cambios en el diseño del vehículo o de sus propiedades afectan el desempeño, extrapolar experiencias pasadas bajo nuevas condiciones podría involucrar factores desconocidos que pudiesen producir un nuevo resultado. Por esta razón (y también porque son metódicos por naturaleza), los ingenieros se inclinan a favor del enfoque analítico. El enfoque analítico intenta describir las mecánicas de interés basado en las leyes conocidas de la física, para que el modelo analítico pueda ser establecido. En los casos más sencillos estos modelos pueden ser representados por ecuaciones algebraicas o diferenciales que relacionan fuerzas o movimientos de interés con variables de entrada controladas y propiedades del vehículo o de los neumáticos. Estas ecuaciones nos permiten entonces evaluar el rol de cada propiedad del vehículo en el fenómeno de interés. La existencia del modelo nos provee entonces de los medios para identificar los factores importantes, la forma en que estos operan y bajo que condiciones. El modelo provee también de capacidad predictiva para que los cambios necesarios para lograr cierto nivel de desempeño puedan ser identificados.

Es de hacer notar también que los métodos analíticos no son a prueba de fallas debido a que los mismos solo se aproximan a la realidad. Como lo han experimentado muchos, las suposiciones que deben hacerse para obtener modelos manejables, frecuentemente pueden resultar fatales en la aplicación del análisis y en ocasiones los ingenieros se han encontrado con que estaban equivocados. Es entonces muy importante para el ingeniero el entender las suposiciones hechas al modelar cada aspecto de la dinámica para evitar dichos errores.

En el pasado, gran parte del por qué el método analítico podía quedarse corto era consecuencia de limitaciones matemáticas para resolver problemas. Antes de las llegadas de las computadoras, un análisis era considerado exitoso solo si el

“problema” podía ser reducido a una solución “cerrada”. Esto es, solo si la expresión matemática podía ser manipulada a una forma en la cual permitiera al análisis extraer relaciones entre las variables de interés. Esto limitaba en una gran área la funcionalidad del enfoque analítico en la solución de problemas en la dinámica de vehículos. La existencia de un gran número de componentes, sistemas, subsistemas y relaciones no lineales, hacían de la creación de un modelo comprensible algo casi imposible y la única utilidad obtenida se logro en la creación de modelos simplistas de ciertos sistemas mecánicos. Aunque útil, la simplicidad de dichos modelos frecuentemente derivaba en deficiencias que ponían en desventaja el enfoque ingenieril en el desarrollo de vehículos. Hoy en día con el poder computacional a nuestra disposición, grandes desventajas del método analítico han sido superadas. Es ahora posible ensamblar modelos (ecuaciones) para el comportamiento de componentes individuales de un vehículo que pueden ser integrados en modelos que comprendan el vehículo en general, permitiendo la simulación y evaluación de su comportamiento previa su creación de forma física. Tales modelos pueden calcular desempeño que no podría haber sido resuelto en el pasado. En el caso que el ingeniero no esté seguro de la importancia de ciertas propiedades, dichas propiedades pueden ser incluidas en el modelo y su importancia puede ser determinada evaluando su influencia en un comportamiento simulado. Esto provee al ingeniero de nuevas herramientas para poner a prueba nuestra comprensión de un sistema complejo y de medios para investigar la mejora del desempeño. Al final estamos forzados a enfrentarnos a todas las variables que pueden influenciar el desempeño en cuestión y reconocer todo aquello que sea de importancia.

### **2.1- Enfoque fundamental hacia el modelado**

El objeto de la “dinámica de vehículos” concierne al movimiento de los mismos (automóviles, camiones, autobuses, etc.) sobre la superficie del camino. Los movimientos de interés son aceleración y frenada, el desplazamiento regular o “ride” y tomar las curvas o “turning”. El comportamiento dinámico esta determinado por las

fuerzas impuestas sobre el vehículo por los neumáticos, la gravedad y la aerodinámica del mismo. El vehículo y sus componentes son estudiados para determinar cuales fuerzas son producidas por cada una de estas fuentes en una maniobra o condición en particular, y como el vehículo responderá a dichas fuerzas. Para este propósito es esencial establecer un enfoque riguroso para modelar los sistemas y las convenciones que serán utilizadas para describir los movimientos.

### 2.1.1- Masa Concentrada

Un vehículo automotor esta compuesto de muchos componentes distribuidos dentro de su envoltorio exterior. Aun así para la mayoría de los análisis más elementales aplicados al mismo, todos sus componentes se movilizan juntos. Por ejemplo bajo la acción del frenado el vehículo completo se desplaza como una unidad, entonces puede ser representado como una masa total concentrada en su centro de gravedad (CG) o “*lumped mass*” con las propiedades adecuadas de inercia y masa. Para la mayoría de los análisis de aceleración, frenada y curvas, una masa es más que suficiente. Para desplazamiento regular, generalmente es necesario tratar a los neumáticos como masas concentradas separadas. En ese caso la masa que representa al cuerpo del vehículo es llamada “*sprung mass*” (masa de muelle) y los neumáticos “*un-sprung mass*” (porta masas).

Para representaciones de masa única, el vehículo es tratado como una masa concentrada en su centro de gravedad (CG) como se muestra en la figura. La masa puntual en el CG, con los momentos rotacionales de inercia, es dinámicamente equivalente al vehículo en si para todos los movimientos en los cuales sea razonable suponer al vehículo como rígido.

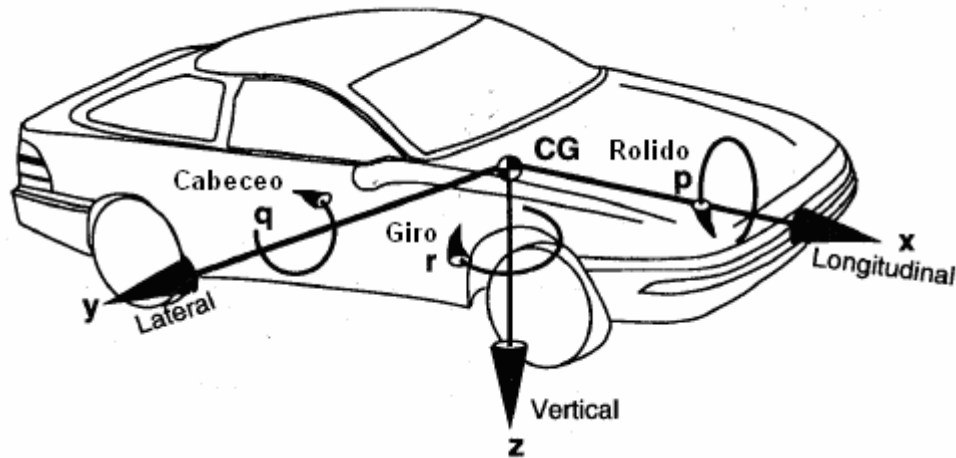


Imagen 5: Sistema de Ejes del Vehículo de SAE (Pertenece SAE Inc.).

### 2.1.2- Sistema Fijo de Coordenadas del Vehículo

A bordo del vehículo, los movimientos del mismo están definidos en base a un sistema de ejes ortogonal de la mano derecha (el sistema fijo de coordenadas del vehículo) que se origina en el CG y viaja con el vehículo. Por convención de SAE las coordenadas con:

- x – Hacia delante “*forward*” y en el plano longitudinal de simetría.
- y – Hacia el lado “*lateral*” derecho del vehículo.
- z – Hacia abajo “*vertical*” respecto al vehículo.
- p** – Velocidad de rolido o “*roll*” respecto al eje x.
- q** – Velocidad de cabeceo o “*pitch*” respecto al eje y.
- r** – Velocidad de giro o “*yaw*” respecto al eje z.

### 2.1.3- Variables de Movimiento

El movimiento del vehículo usualmente es descrito por las velocidades (forward, lateral, vertical, roll, pitch y yaw) donde las velocidades se encuentran referenciadas al sistema fijo de coordenadas de la tierra.

### 2.1.4- Sistema Fijo de Coordenadas de la Tierra

La postura y trayectoria del vehículo durante una maniobra están definidas respecto a un sistema de ejes ortogonal de la mano derecha fijo a la tierra. Normalmente se toma que coincida con el sistema fijo de coordenadas del vehículo en el punto de origen de la maniobra. Las coordenadas (como se puede apreciar en la figura) son:

X – Desplazamiento hacia delante.

Y – Desplazamiento hacia la derecha.

Z – Desplazamiento vertical (positivo hacia abajo).

$\Psi$  – ángulo de dirección “heading angle” ángulo formado entre x y X en el plano del suelo.

$\nu$  – ángulo de curso “course angle” ángulo formado entre el vector velocidad del vehículo y el eje X.

$\beta$  – ángulo de resbalamiento “Sideslip angle” ángulo formado entre el eje x y el vector velocidad del vehículo.

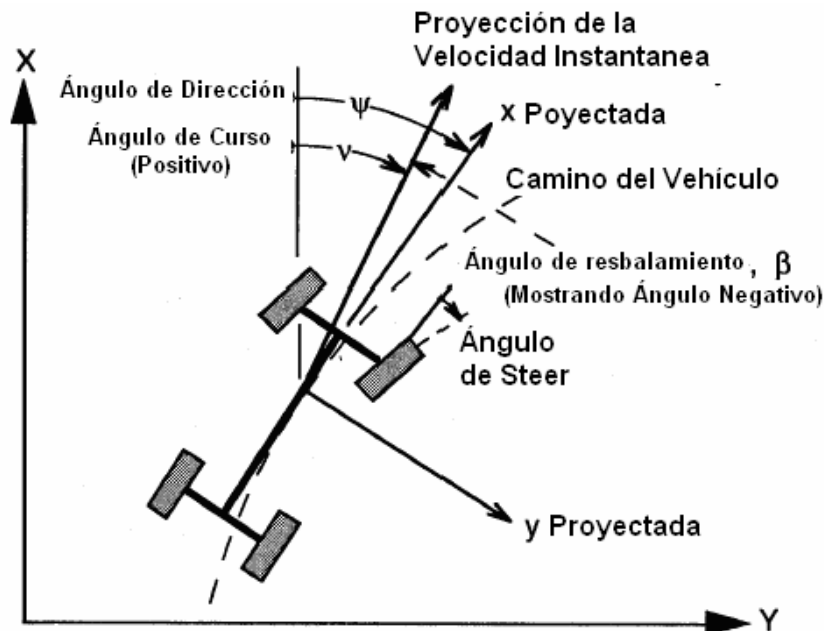


Imagen 6: Vehículo en el Sistema Fijo de Coordenadas de la Tierra (Pertenece SAE Inc.).

### 2.1.5- Ángulos de Euler

La relación entre el sistema fijo de coordenadas del vehículo y el sistema fijo de coordenadas de la tierra esta dada por los ángulos de Euler. Los ángulos de Euler están determinados por una secuencia de tres rotaciones angulares. Comenzando en el sistema fijo a la tierra, el sistema de ejes es rotado primero respecto al eje z (yaw), después alrededor del eje y (pitch) y por ultimo alrededor del eje x (roll) hasta alinearse con el sistema de coordenadas del vehículo. Los tres ángulos obtenidos son los ángulos de Euler. Es necesario seguir estrictamente la secuencia de rotaciones ya que la postura resultante variará según el orden de las mismas.

### 2.1.6- Fuerzas

Las Fuerzas y Momentos normalmente son definidas de acuerdo a como actúan en el vehículo. Entonces una fuerza positiva en la dirección longitudinal (eje x) es hacia delante “*forward*”. La fuerza correspondiente a la carga en los neumáticos actúa en la dirección vertical pero es de magnitud negativa (dirección negativa en z). Por el inconveniente de esta convención la terminología de dinámica de vehículos SAEJ670e, da el nombre Fuerza Normal “*Normal Force*” a aquella que actúa hacia abajo y Fuerza Vertical “*Vertical Force*” a la negativa de la Fuerza Normal. Por esto la Fuerza vertical es el equivalente a la carga del neumático con una convención positiva en dirección hacia arriba. En diferentes países pueden existir diferentes convenciones.

Ya dadas estas definiciones de sistemas de coordenadas y fuerzas, es ahora posible comenzar a formular ecuaciones mediante las cuales analizar y describir el comportamiento de un vehículo.

## 2.2- Segunda Ley de Newton

La ley fundamental a partir de la cual muchos de los análisis de la dinámica de vehículos comienza, es la segunda ley formulada por Sir Isaac Newton (1644-1727). La ley es aplicable a sistemas de traslación o de rotación.

*Sistemas de Traslación:* La suma de las fuerzas externas actuando sobre un cuerpo en una dirección dada es igual al producto de su masa por la aceleración en dicha dirección.

$$\Sigma F_x = M \cdot a_x$$

Donde:

$F_x$  = Fuerzas en dirección x

$M$  = Masa del cuerpo

$a_x$  = Aceleración en la dirección x

*Sistemas Rotacionales:* La suma de los torques actuando sobre un cuerpo respecto a un eje dado es igual al producto de sus momentos rotacionales de inercia por la aceleración rotacional respecto a dicho eje.

$$\Sigma T_x = I_{xx} \cdot \alpha_x$$

Donde:

$T_x$  = Torques respecto al eje x

$I_{xx}$  = Momentos de Inercia respecto al eje x

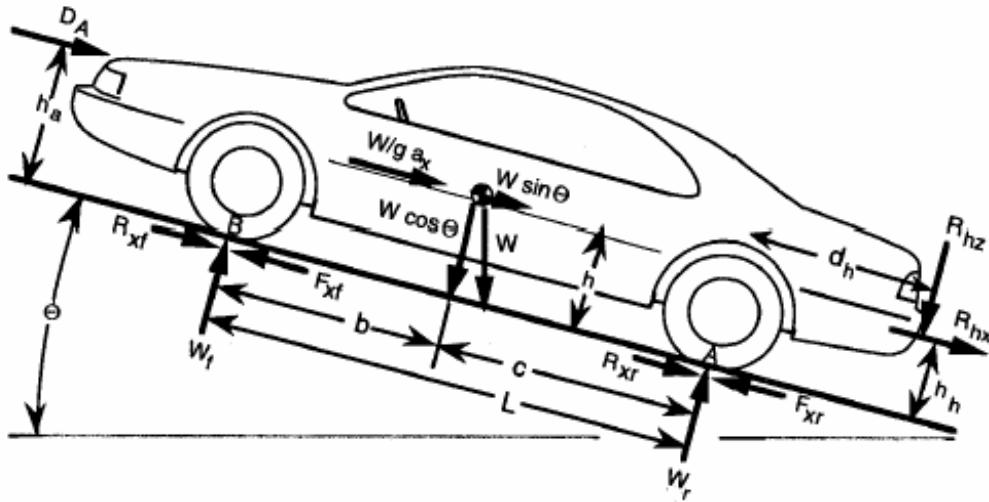
$\alpha_x$  = Aceleración rotacional respecto al eje x

La segunda Ley de Newton (NSL) se aplica visualizando límites alrededor del cuerpo de interés. Las fuerzas y/o momentos apropiados son substituidos en cada punto de contacto con el mundo exterior, junto con las fuerzas gravitacionales existentes. Esto forma un diagrama de cuerpo libre. Una ecuación NSL puede entonces ser escrita para cada una de las tres direcciones independientes (normalmente los ejes fijos del vehículo).

### **2.2.1- Cargas Dinámicas en los Ejes**

Determinar las cargas dinámicas en los ejes de un vehículo bajo condiciones arbitrarias es una aplicación simple de la segunda Ley de Newton. Es un importante primer paso en el análisis del desempeño en aceleración y frenada porque las cargas en los ejes determinan el esfuerzo tractor que se puede obtener en cada eje, afectando la aceleración, velocidad máxima, frenada, etc.

Considere el vehículo mostrado en la figura en la cual se muestran la mayoría de las fuerzas más significativas que actúan sobre el mismo.



**Imagen 7: Fuerzas Arbitrarias actuando sobre un vehículo (Pertenece SAE Inc.).**

- $W$  es el peso del vehículo actuando en su CG con una magnitud igual a su masa por la aceleración gravitatoria. En una pendiente puede tener dos componentes, un componente cosénico el cual es perpendicular a la superficie del camino y un componente sénico paralelo a la superficie del mismo.
- Si el vehículo se encuentra acelerando en la dirección del camino, es conveniente representar este efecto mediante una fuerza inercial equivalente conocida como “Fuerza D’ Alembert” (Jean le Rond D’ Alembert, 1717-1783) denotada  $W/g \cdot a_x$  actuando en el centro de gravedad en dirección opuesta a la aceleración.
- Los neumáticos experimentarán fuerzas normales al camino, denotadas  $W_f$  y  $W_r$ , representando los pesos dinámicos soportados por las ruedas frontales “front” y las traseras “rear”.
- Fuerzas tractoras,  $F_{xf}$  y  $F_{xr}$ , o fuerzas de roce,  $R_{xf}$  y  $R_{xr}$ , pueden actuar en el plano del suelo en el área de contacto del neumático.
- $D_A$  es la fuerza aerodinámica actuando sobre el cuerpo del vehículo. Puede ser representada como si actuara en un punto por encima de la superficie del

camino indicado por la altura,  $h_a$ , o por una fuerza longitudinal de la misma magnitud en el plano del suelo con un momento asociado (el momento aerodinámico de cabeceo)  $D_A$  multiplicado por  $h_a$ .

- $R_{hz}$  y  $R_{hx}$  son fuerzas verticales y longitudinales que actúan en el punto de enganche cuando el vehículo hala de un remolque.

Las cargas soportadas por cada eje consistirán de una componente estática más la carga transferida del delantero hacia el trasero (o viceversa) debido a otras fuerzas actuando sobre el vehículo. La carga en el eje frontal puede ser hallada calculando los torques alrededor del punto “A” de contacto bajo los neumáticos traseros. Presumiendo que el vehículo no se encuentra acelerando en cabeceo la suma de los torques en el punto A debe ser cero.

Por convención de SAE, torques en sentido horario en el punto A son considerados positivos. Entonces:

$$W_f L + D_A h_a + \frac{W}{g} a_x h + R_{hx} h_h + R_{hz} d_h + W.h.\text{seno}\Theta - W.c.\text{cos}\Theta = 0$$

Nótese que una postura en subida corresponde a un ángulo de  $\Theta$  positivo, siendo así el término sénico positivo. Una postura en bajada produce entonces un valor negativo en este término.

De la ecuación podemos resolver  $W_f$  y de una ecuación similar alrededor del punto B podemos resolver  $W_r$ . Las expresiones de las cargas en los ejes serian:

$$W_f = \frac{\left( W.c.\text{cos}\Theta - R_{hx} h_h - R_{hz} d_h - \frac{W}{g} a_x h - D_A h_a - W.h.\text{sin}\Theta \right)}{L}$$

$$W_r = \frac{\left( W.b.\text{cos}\Theta + R_{hx} h_h + R_{hz} (d_h + L) + \frac{W}{g} a_x h + D_A h_a + W.h.\text{sin}\Theta \right)}{L}$$

### 2.2.2- Cargas Estáticas en suelo nivelado

Cuando el vehículo se encuentra estático en suelo nivelado, las ecuaciones de las cargas se simplifican considerablemente. El seno es cero y el coseno uno, y las variables  $R_{hx}$ ,  $R_{hz}$ ,  $a_x$  y  $D_A$  son cero. Entonces:

$$W_{fs} = W \frac{c}{L}$$

$$W_{rs} = W \frac{b}{L}$$

### 2.2.3- Aceleración a baja velocidad

Cuando un vehículo esta acelerando en suelo nivelado a baja velocidad, tal que  $D_A$  sea cero (y presumiendo que no existen fuerzas de enganche de remolque), las cargas en los ejes serian:

$$W_f = W \left( \frac{c}{L} - \frac{a_x}{g} \frac{h}{L} \right) = W_{fs} - W \frac{a_x}{g} \frac{h}{L}$$

$$W_r = W \left( \frac{b}{L} + \frac{a_x}{g} \frac{h}{L} \right) = W_{rs} + W \frac{a_x}{g} \frac{h}{L}$$

Entonces cuando el vehículo acelera, carga es transferida del eje frontal al eje trasero de forma proporcional a la aceleración (normalizada por la aceleración gravitacional) y a la relación entre la altura del CG y la distancia entre ejes o “*wheelbase*”.

### 2.2.4- Cargas en Pendientes

La influencia de las cargas en los ejes en presencia de pendientes también son dignas de ser consideradas. La pendiente está definida como la elevación entre el recorrido. Las pendientes en autopistas y vías de altas velocidades comúnmente están limitadas hasta un 4%, esto rara vez se cumple y se pueden encontrar entre un 10 y 12%, las pendientes reales máximas no superan el 30%, lo cual es menor a un ángulo de 20%. Linealizando las ecuaciones generales tenemos que:

$$\text{Seno } \Theta \approx \Theta$$

Coseno  $\Theta \approx 1$

Entonces:

$$W_f = W \left( \frac{c}{L} - \frac{h}{L} \Theta \right) = W_{fs} - W \frac{h}{L} \Theta$$

$$W_r = W \left( \frac{b}{L} + \frac{h}{L} \Theta \right) = W_{rs} + W \frac{h}{L} \Theta$$

Así vemos que pendientes positivas causan que carga sea transferida del eje delantero al trasero. En caso de encontrarse en aceleración a baja velocidad además existirá el término de la carga transferida generada por la aceleración:

$$W_f = W \left( \frac{c}{L} - \frac{h}{L} \Theta \right) = W_{fs} - W \frac{h}{L} \Theta - W \frac{a_x}{g} \frac{h}{L}$$

$$W_r = W \left( \frac{b}{L} + \frac{h}{L} \Theta \right) = W_{rs} + W \frac{h}{L} \Theta + W \frac{a_x}{g} \frac{h}{L}$$

## Capítulo III - Suspensiones

Las funciones primarias de un sistema de suspensión son:

- Proveer buena compensación vertical para que los neumáticos puedan seguir el camino desigual, aislando el chasis de la aspereza del camino.
- Mantener los neumáticos en las posiciones adecuadas de camber y steer respecto a la superficie del camino.
- Reaccionar a las fuerzas de control producidas por los neumáticos – longitudinales (aceleración y frenada) y laterales (cornering).
- Resistir el rolido del chasis.
- Mantener los neumáticos en contacto con el camino con las mínimas variaciones de carga.

Las propiedades de una suspensión que son importantes a la dinámica del vehículo se observan primordialmente en el comportamiento cinemático (movimiento) y sus respuestas a las fuerzas y momentos que debe transmitir de los neumáticos al chasis.

Las suspensiones generalmente caen en uno de dos grupos – ejes rígidos o suspensiones independientes. Dichos grupos son muy diferentes en su funcionalidad y por esto serán divididos para su discusión.

### **3.1- Ejes rígidos**

Un eje rígido es aquel en el cual los neumáticos se encuentran montados en ambos extremos de una barra rígida de forma tal que cualquier movimiento de un neumático es transmitido al opuesto, causando que ellos cambien de camber o de steer al mismo tiempo. Ejes de manejo sólido (llamados a veces ejes vivos) son comúnmente utilizados en la suspensión trasera de muchos automóviles y en la mayoría de los camiones, además en la frontal de muchos vehículos de tracción 4x4 o camiones pesados donde se requiere una capacidad de carga alta.

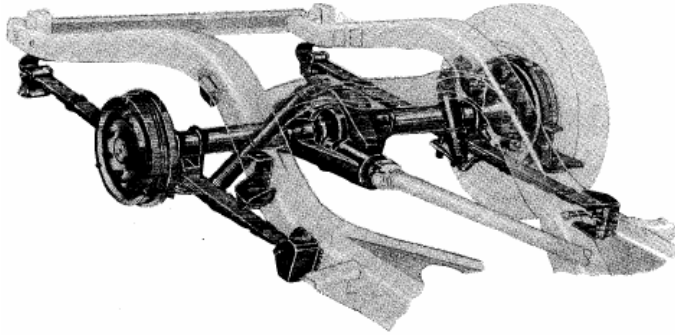
Los ejes rígidos tienen la ventaja de que el camber del neumático no se ve afectado por el rolido del cuerpo. Por lo tanto existe muy poca variación en el ángulo de

camber en los neumáticos durante el cornering, excepto por el que se genera por una pequeña mayor compresión en los neumáticos exteriores en el giro. Adicionalmente la alineación de los neumáticos se mantiene, reduciendo el desgaste de los neumáticos. La mayor desventaja es su susceptibilidad a transmitir vibraciones.

### **3.1.1 Hotchkiss**

La más familiar de las suspensiones de eje rígido es la Hotchkiss. El eje es posicionado mediante resortes de hojas semi-epilépticos (ballestas), y se mueve mediante de un cardán longitudinal unido con juntas universales a la transmisión. Los resortes, montados longitudinalmente, se conectan al chasis en sus extremos con el eje fijado cerca de sus puntos medios.

Los resortes de hojas son probablemente la forma más simple y económica de todas las suspensiones. Mientras que posee compensación vertical, las hojas son relativamente rígidas en las direcciones lateral y longitudinal, debido a esto se generan varias fuerzas entre la masa de muelle (vehículo) y el porta masa (neumático). La suspensión Hotchkiss fue ampliamente usada en el eje trasero de los automóviles de pasajeros en la de cada de los 60, y aun es utilizada en la mayoría de los camiones livianos o pesados. El desuso de los resortes de hojas en los automóviles de pasajeros se produjo debido a la fricción inherente entre las hojas y la pérdida de estabilidad lateral en los mismos al empezar a hacerlos mas largos para lograr tasas de resorte menores. Con resortes más suaves, generalmente se necesitaba la adición de brazos seguidores para soportar los grandes torques de aceleración y frenada comunes con los motores de alta potencia característicos en los años de la post guerra.



**Imagen 8: Suspensión Trasera Hotchkiss (cortesía de Ford Motor Company)**

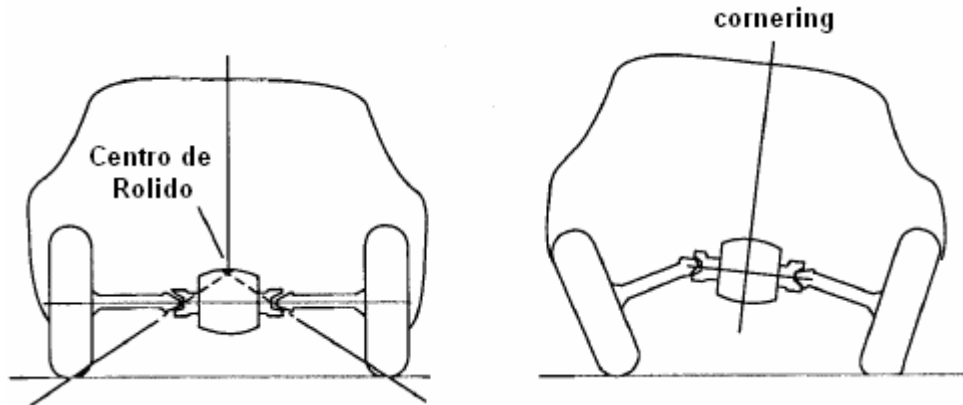
### **3.2- Suspensiones Independientes**

En contraste con las de eje rígido, las suspensiones independientes permiten a cada neumático moverse verticalmente sin afectar al neumático opuesto. Prácticamente todos los automóviles de pasajeros y los camiones livianos utilizan suspensiones independientes frontales, debido a la ventaja que ofrecen respecto al espacio para el motor y además ofrece mayor resistencia a las vibraciones en consecuencia del steering. La suspensión independiente además posee la ventaja de ofrecer de forma inherente mayor rigidez ante el rolido.

Las primeras suspensiones independientes aparecieron en los ejes delanteros al comienzo del siglo pasado. Maurice Olley merece gran parte del crédito por promover sus virtudes, reconociendo que reduciría el problema de vibraciones característico de los ejes rígidos (al separar los neumáticos e interponer la masa del vehículo entre ambos neumáticos). Otras ventajas incluyen un mejor control de la posición del centro de rolido mediante la escogencia de la geometría de los brazos de control, mayores deflexiones en la suspensión y mayor rigidez ante el rolido.

#### **3.2.1- Eje Oscilante**

La forma más fácil de obtener suspensión trasera independiente es mediante ejes oscilantes. Edmund Rumpler está acreditado por inventar este sistema a comienzos del siglo pasado y para la década de los 30 era utilizado en muchos automóviles europeos, entre los más famosos se encuentra el Volkswagen “Beetle”.



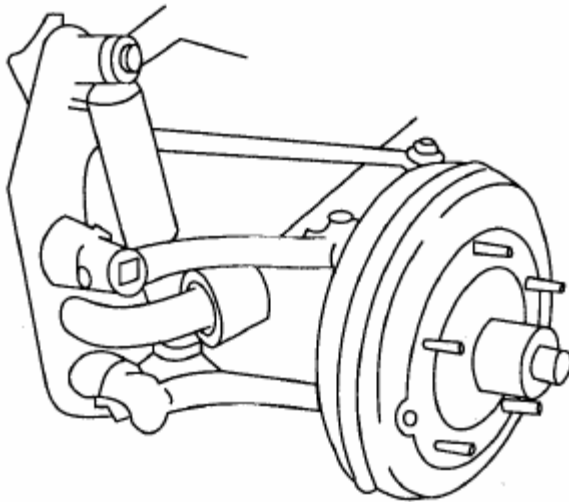
**Imagen 9: Suspensión Independiente Trasera de Eje Oscilante (Pertenece SAE Inc.).**

El comportamiento del Camber esta establecido completamente por los brazos del eje que pivotan en las juntas “U” que se encuentran adyacentes al diferencial. El radio de oscilación es pequeño y por esto el cambio en el camber debido a saltos y rebotes puede ser grande. Como resultado, es difícil obtener un desempeño consistente durante el cornering.

Un aspecto crítico en cualquier suspensión independiente, pero especialmente en la de eje oscilante, es un fenómeno conocido como “jacking”. El jacking ocurre durante el cornering cuando ambos neumáticos están produciendo fuerzas debido al cornering pero con el neumático exterior (el que se encuentra con una carga mayor) contribuyendo con la mayor fuerza de cornering. La dirección hacia adentro del vehículo que presenta la fuerza de cornering, intenta levantar el mismo de forma tal que los neumáticos se “metan debajo”. Esto tiene el efecto de elevar el cuerpo del vehículo (reduciendo su resistencia la volcadura) y causando la pérdida de fuerza de cornering en el brazo debido al incremento del camber, llevando a la posibilidad de que el vehículo volquee. A menos que se incluya un brazo adicional en la suspensión que limite el desplazamiento del neumático, es muy probable que se presenten serios problemas de control.

### 3.2.2- Brazo Seguidor

Una de los diseños más simples y económicos de suspensiones independientes frontales es el de brazo seguidor utilizado por Volkswagen y Porsche durante la Segunda Guerra Mundial. Esta suspensión utiliza brazos seguidores paralelos y de igual longitud, conectados en sus extremos frontales a barras de torsión laterales que se encargan de proveer el efecto de resorte. Con este diseño los neumáticos se mantienen paralelos al vehículo y su camber varía con el rolido del cuerpo del mismo.



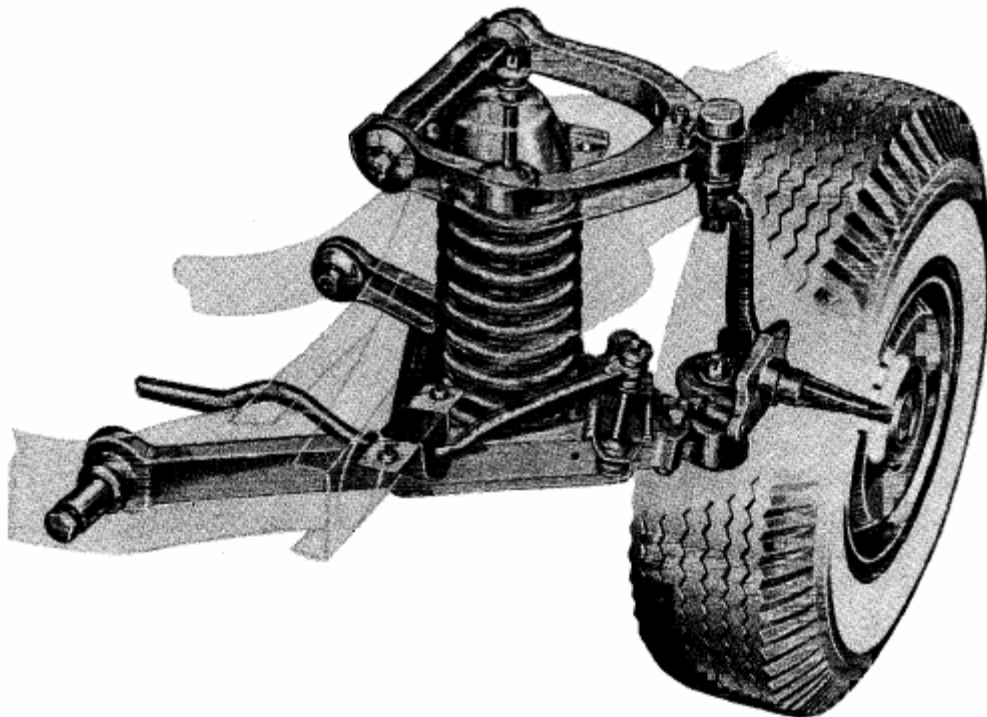
**Imagen 10:** Suspensión Independiente Delantera de Brazo Seguidor (Pertenece SAE Inc.).

### 3.2.3- Suspensión SLA

El diseño más común para la suspensión delantera en automóviles americanos después de la Segunda Guerra Mundial utilizó dos brazos de control laterales para sostener el neumático. Los brazos superiores e inferiores son usualmente de longitudes desiguales, de lo cual se desprende el acrónimo SLA (Short Long Arm). Los brazos son llamados con frecuencia A-Arms (Brazos A) en los Estados Unidos y Whisbones en Gran Bretaña. Esta configuración a veces puede aparecer con el brazo A superior remplazado por un elemento de unión lateral simple, o el brazo inferior reemplazado por un elemento de unión lateral simple y un puntal colocado en ángulo, pero estas variaciones son de funcionamiento similar.

La SLA se encuentra bien adaptada para vehículos de motor delantero y tracción trasera, debido al espacio que provee en dirección longitudinal. Adicionalmente es la más apropiada para vehículos con estructuras separadas para el montaje de la suspensión y la absorción de las cargas.

El diseño de la geometría de de una SLA requiere de un refinamiento cuidadoso para obtener un buen desempeño. La geometría de camber de un sistema de brazos desiguales puede mejorar el comportamiento del camber en el neumático exterior mediante una contra-reacción al mismo debido al rolido del cuerpo, pero usualmente trae consigo un comportamiento menos favorable en el camber de la rueda interior. Brazos paralelos de igual largo eliminan esta condición desfavorable en la rueda interior pero al costo de la compensación en el camber de la rueda exterior. Al mismo tiempo la geometría debe ser escogida para minimizar el cambio de dirección durante el salto y rebote para evitar el desgaste excesivo de los neumáticos.



**Imagen 11: Suspensión Independiente Delantera de Brazo A (cortesía de Ford Motor Company).**

### 3.3- Análisis del Centro de Rolido

Una propiedad muy importante de las suspensiones está relacionada a la ubicación del punto en el cual las fuerzas laterales generadas por los neumáticos son transmitidas a la masa de muelle (cuerpo del vehículo). Este punto al cual nos hemos referido como el centro de rolido, afecta el comportamiento de ambos, la masa de muelle y el porta masa y en consecuencia afecta directamente el cornering.

Cada suspensión tiene un centro de rolido, definido como el punto en el plano transversal vertical que pasa a través del centro de los neumáticos, en el cual fuerzas laterales podrían ser aplicadas a la masa de muelle sin producir rolido en la suspensión. Esto se deriva de que todas las suspensiones tienen un eje de rolido, el cual es el eje instantáneo en función del cual el porta masa rota respecto a la masa de muelle cuando un par puro es aplicado a la masa de muelle. El centro de rolido es la intersección del eje de rolido de la suspensión con el plano vertical que pasa a través del centro de los dos neumáticos. La altura del centro de rolido es la distancia que existe desde el suelo hasta el mismo, el eje de rolido del vehículo esta definido por la línea que conecta los centros delantero y trasero. Este eje es el eje instantáneo respecto al cual todo el vehículo rota respecto al suelo.

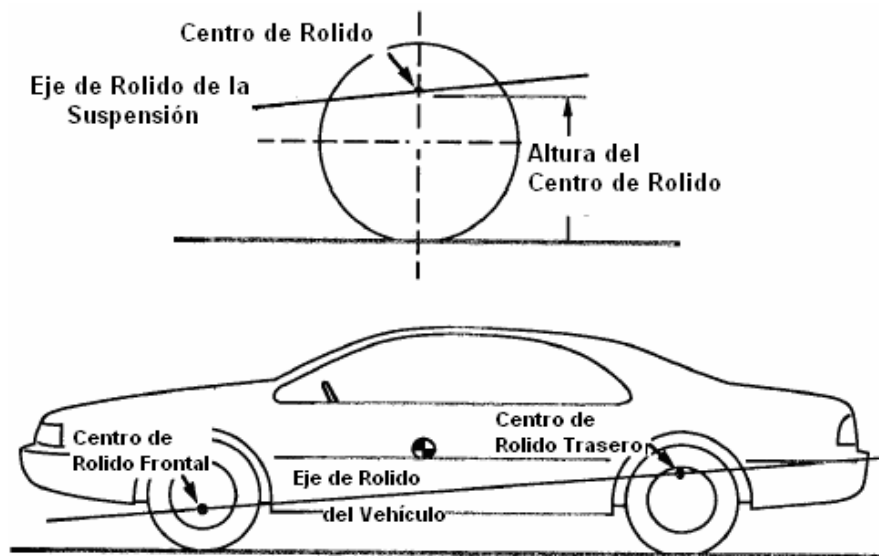


Imagen 12: Centro de Rolido y Eje de Rolido de la suspensión (Pertenece SAE Inc.).

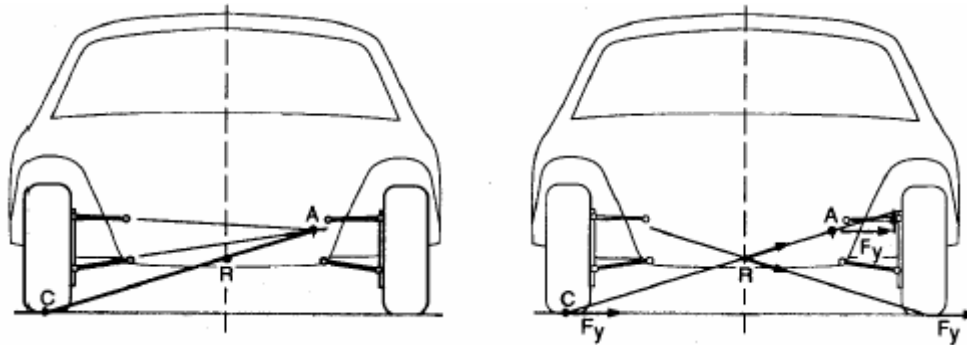
La referencia a ejes “instantáneos” en estas definiciones se usa para alertar al lector del hecho de que la ubicación de dicho eje es exacta únicamente en la ausencia de rolido. Mientras el cuerpo gira el cambio en la geometría en la mayoría de las suspensiones ocasionará la migración del centro y por lo tanto no es un verdadero centro. Aun así el concepto es válido para el propósito de establecer donde se reacciona a las fuerzas en la masa de muelle, lo cual es necesario para analizar el comportamiento en el plano lateral.

### **3.4- Centros de Rolido en Suspensiones Independientes**

Consideremos la suspensión doble de brazo A mostrada en la figura. El punto virtual de reacción para los brazos A unidos al neumático de la izquierda está localizado en el punto **A**, a la derecha del vehículo, Mecánicamente se comporta como si el neumático estuviese unido a un brazo oscilante rígido que pivotará en ese punto. La comprensión de este comportamiento puede ser ayudada, imaginando que el brazo oscilante conecta directamente el punto de contacto **C** entre el neumático y el suelo con el punto de pivote.

Una fuerza lateral en el punto de contacto con el suelo del neumático de la izquierda reacciona a través de la línea que existe entre dicho punto de contacto y el punto de pivote. Su elevación donde la línea cruza el plano central del vehículo determina el centro de rolido **R** (esto es en caso de que no exista rolido, para un vehículo en rolido el centro de rolido se determina por la intersección de las líneas producidas por el neumático derecho y el izquierdo).

Es de hacer notar que las fuerzas laterales provenientes de los neumáticos poseen una componente vertical, explicando así la fuente del efecto de jacking inherente a las suspensiones independientes. Si el neumático de la derecha experimentara una fuerza de igual magnitud en la misma dirección, su reacción invocaría un a fuerza con componente vertical hacia abajo que cancelaría el efecto de jacking. En general, ambos neumáticos no generan fuerzas iguales en el cornering, así que usualmente hay una fuerza de elevación presente en la suspensión.



**Imagen 13: Análisis de Centro de Rolido en suspensiones independientes (Pertenece SAE Inc.).**

### 3.4.1- Geometría de Brazo Oscilante Positiva

El punto virtual de reacción de los brazos superior e inferior se obtiene utilizando el método antes mostrado. Se dibuja una línea conectando el punto de contacto del neumático contra el suelo con el punto de reacción. El centro de rolido se establece al intersectar esta línea con su homologa generada por el neumático opuesto. Esta geometría de suspensión es llamada de “Brazo Oscilante Positiva” debido a que los puntos de reacción de los neumáticos se encuentran hacia adentro de la geometría del vehículo.

Al vehículo entrar en rolido durante el cornering, el punto virtual de reacción de la rueda externa se desplaza hacia abajo debido a la posición de la misma, mientras que el de la rueda interna se desplaza hacia arriba. Con la pérdida de simetría los centros de rolido de ambas ruedas ya no coinciden. La fuerza lateral de la rueda externa (la cual usualmente es la dominante en las fuerzas de cornering) se desplaza hacia abajo en el cuerpo del vehículo, mientras que una fuerza mucho menor de la rueda interna se desplaza hacia arriba. En consecuencia la fuerza lateral de reacción resultante en el cuerpo del vehículo se desplaza hacia abajo, disminuyendo la altura efectiva del centro de rolido.

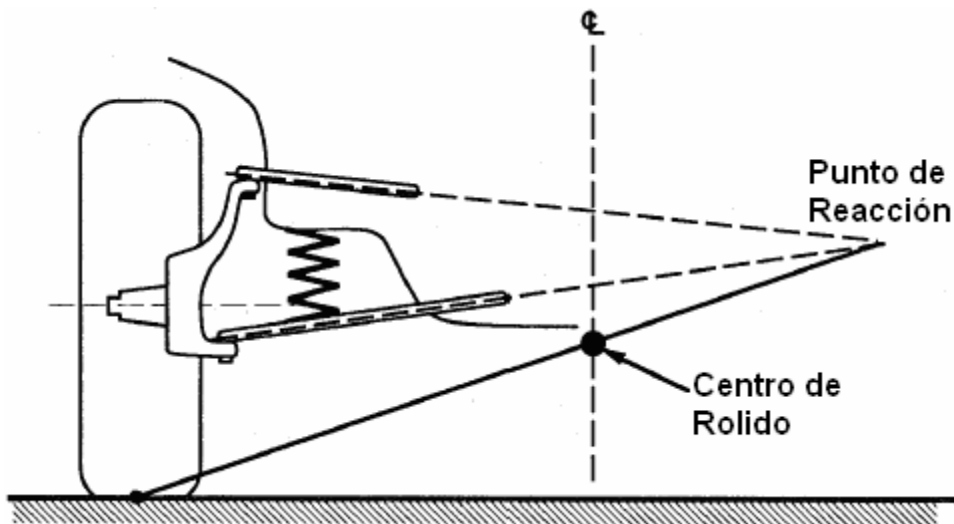


Imagen 14: Suspensión Independiente de brazo oscilante positivo (Pertenece SAE Inc.).

### 3.4.2- Geometría de Brazo Oscilante Negativa

La geometría de brazo oscilante negativo se muestra en la figura. El punto de reacción virtual de los brazos es obtenido y conectado con el punto de contacto del neumático. La línea es proyectada hasta cortar a su homologa producida por el otro neumático por debajo del nivel del suelo. Los puntos de reacción están hacia afuera de la geometría del vehículo, de ahí el nombre de “brazo oscilante negativo”.

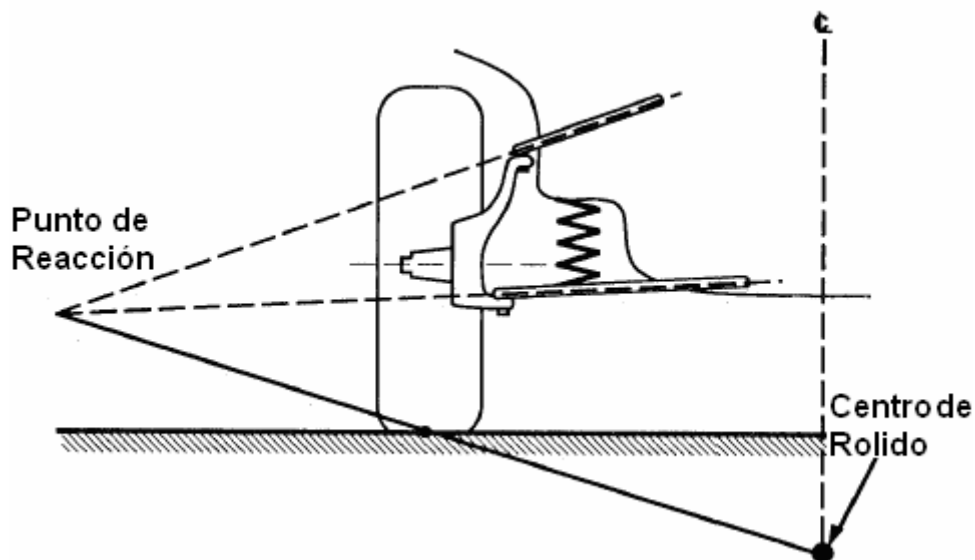


Imagen 15: Suspensión Independiente de brazo oscilante negativo (Pertenece SAE Inc.).

### 3.4.3- Brazos Oscilantes Paralelos

Una suspensión cuyos brazos se encuentren paralelos y en posición horizontal (bajo la carga de diseño) se muestra en la figura. El punto de reacción virtual de los brazos se encuentra entonces en el infinito. Al dibujar una línea desde el punto de contacto del neumático hasta el infinito ubica al centro de rolido en el plano del suelo en el plano central del vehículo.

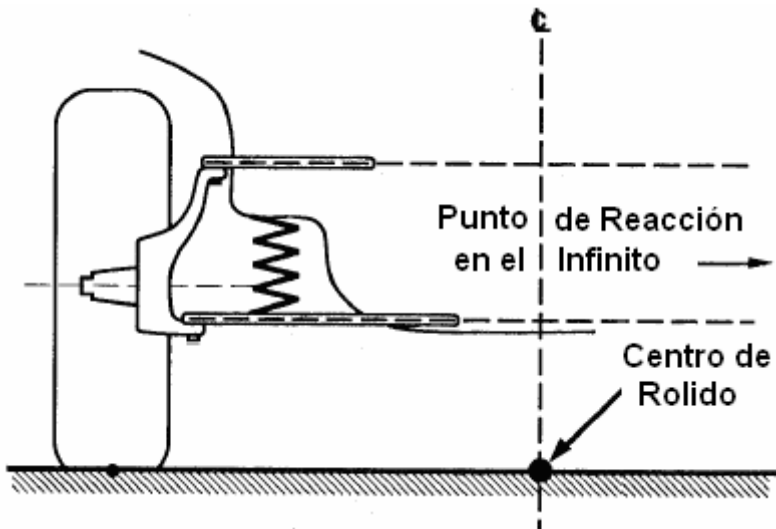
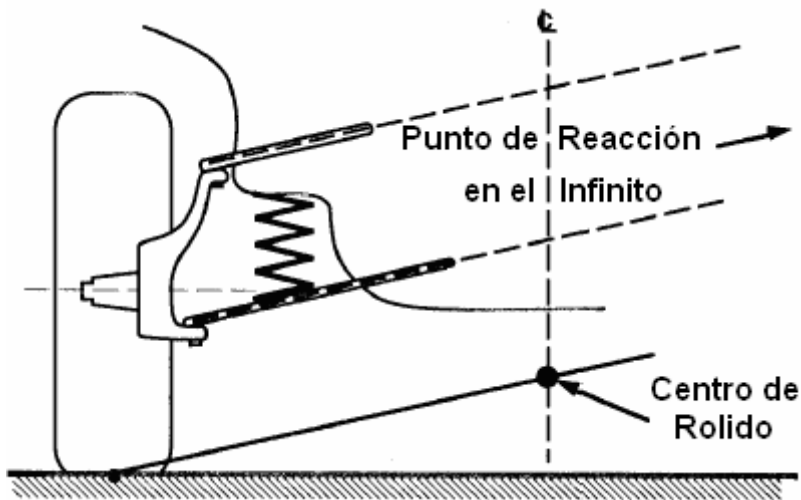


Imagen 16: Suspensión Independiente de brazos paralelos (Pertenece SAE Inc.).

### 3.4.4- Brazos Oscilantes Paralelos Inclinados

Otra posibilidad es el uso de brazos paralelos, que no se encuentren en posición horizontal bajo la carga de diseño. El punto de reacción virtual se encuentra en el infinito y la línea desde el punto de contacto hasta el centro de rolido se encuentra inclinada el mismo ángulo que los brazos. El centro de rolido se encuentra entonces elevado por encima del suelo en la línea del plano central del vehículo como se muestra. En esta geometría el centro de rolido se desplaza sobre la línea central debido a como cambia el camber de las ruedas respecto al cuerpo del vehículo. Si los brazos tuviesen la misma longitud el centro de rolido se mantendría estacionario.



**Imagen 17: Suspensión Independiente de brazos paralelos inclinados (Pertenece SAE Inc.).**

Con todas las geometrías de brazos oscilantes el movimiento de la rueda externa durante el cornering hace que el centro de rolido de dicha rueda baje y en consecuencia, el punto en el cual la fuerza lateral proveniente de la rueda es aplicada a la masa de muelle. Esto reduce la transferencia de carga de la rueda externa con la consecuente reducción de la fuerza de cornering de la misma, induciendo una influencia hacia el subviraje en el vehículo.

### **3.5- Consecuencias de la suspensión en el cornering**

#### **3.5.1- Ecuaciones en el Cornering**

Las ecuaciones en estado estacionario de cornering se derivan de la aplicación de la Segunda Ley de Newton en conjunto con la ecuación que describe la geometría que gira. A altas velocidades, las ecuaciones de generadas por la geometría diferirán debido a que estará presente una aceleración lateral. Para contrarrestar dicha aceleración los neumáticos deben desarrollar fuerzas laterales y debido a esto ángulos de deslizamiento (slip angles) estarán presentes en cada neumático. Para propósitos del análisis, es conveniente representar el vehículo mediante el “modelo de bicicleta”. A altas velocidades el radio de giro es mucho mas grande que la distancia entre ejes del vehículo. Entonces se puede asumir que la diferencia en la transferencia de peso

entre los neumáticos externos e internos es despreciable y que podemos utilizar el promedio entre los ángulos de giro de los mismos. Entonces por conveniencia ambos neumáticos frontales pueden ser representados mediante un solo ángulo de giro,  $\delta$ , con una fuerza de cornering equivalente a ambos neumáticos. Podemos asumir lo mismo respecto a los neumáticos traseros. Para un vehículo desplazándose con una velocidad  $V$ , la suma de las fuerzas en la dirección lateral desde los neumáticos, debe ser igual a la masa multiplicada por la aceleración centrípeta.

$$\Sigma F_y = F_{yf} + F_{yr} = M V^2 / R$$

Donde:

$F_{yf}$  = Fuerza lateral (cornering) en el eje delantero

$F_{yr}$  = Fuerza lateral (cornering) en el eje trasero

$M$  = Masa del vehículo

$V$  = Velocidad

$R$  = Radio de giro

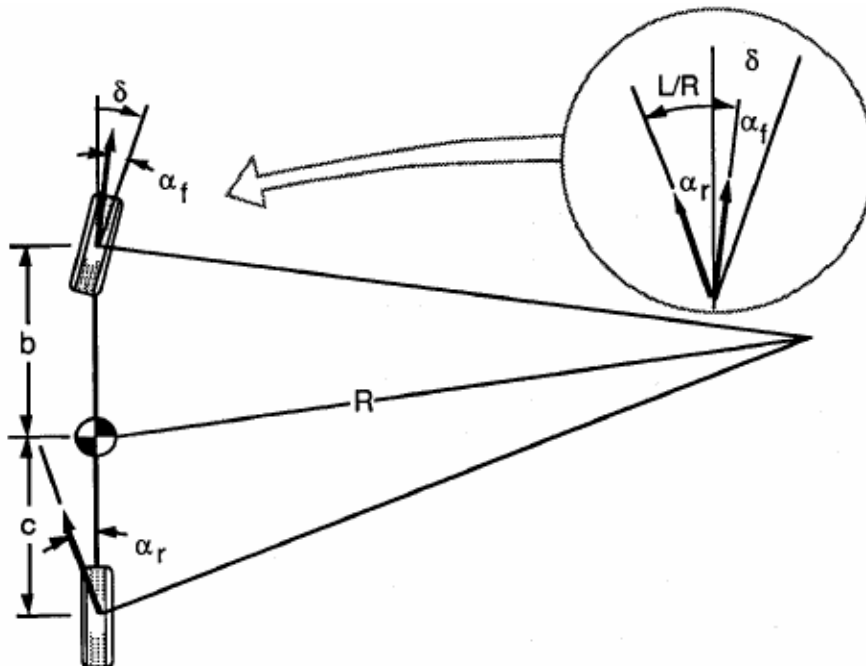


Imagen 18: Cornering en el modelo de bicicleta (Pertenece SAE Inc.).

Además, para que el vehículo se encuentre en estado de equilibrio respecto al centro de gravedad, la suma de los momentos de las fuerzas laterales frontales y traseras debe ser igual a cero.

$$F_{yf}b - F_{yr}c = 0$$

Entonces.

$$F_{yf} = F_{yr} c/b$$

Substituyendo tenemos:

$$M V^2 / R = F_{yr} (c/b + 1) = F_{yr} (b + c)/b = F_{yr} L/b$$

$$F_{yr} = M b/L (V^2 / R)$$

Pero  $M b/L$  es simplemente la porción de la masa del vehículo que es soportada por el eje trasero ( $W_r/g$ ). Esto nos dice que la fuerza lateral generada en el eje trasero debe ser  $W_r/g$  veces la aceleración lateral en ese punto. Si resolvemos de la misma manera para  $F_{yf}$  encontraremos que la fuerza lateral en el eje delantero será  $W_f/g$  veces la aceleración lateral.

Para ángulos de deslizamiento pequeños ( $5^\circ$  o menos) la relación entre el mismo y la fuerza lateral es lineal, así que podemos escribir la fuerza de cornering como:

$$F_y = C_\alpha \alpha$$

La constante de proporcionalidad  $C_\alpha$  es conocida como “rigidez de cornering”

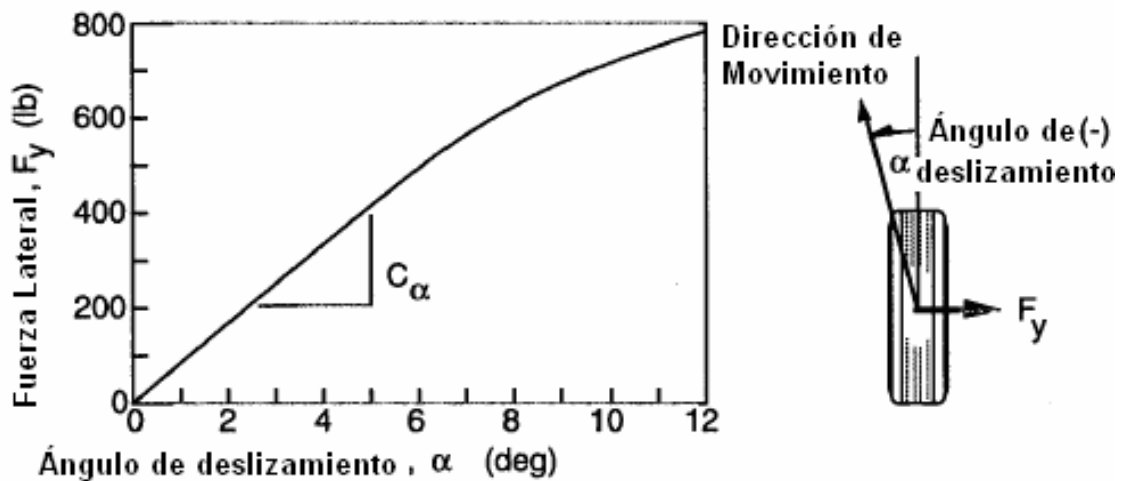


Imagen 19: Propiedades de las Fuerzas de cornering en el neumático (Pertenece SAE Inc.).

Así que siendo conocidas ya las fuerzas laterales, podemos establecer los ángulos de deslizamiento tanto en las ruedas delanteras como traseras:

$$\alpha_f = W_f V^2 / (C_{\alpha f} g R)$$

$$\alpha_r = W_r V^2 / (C_{\alpha r} g R)$$

Ahora viendo la geometría del vehículo girando para completar el análisis podemos determinar que del modelo de bicicleta, independientemente de las medidas tenemos la siguiente relación:

$$\delta = 57.3 L/R + \alpha_f - \alpha_r$$

Sustituyendo  $\alpha_f$  y  $\alpha_r$  tenemos:

$$\delta = 57.3 \frac{L}{R} + \frac{W_f V^2}{C_{\alpha f} g R} - \frac{W_r V^2}{C_{\alpha r} g R}$$

$$\delta = 57.3 \frac{L}{R} + \left( \frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \right) \frac{V^2}{g R}$$

Donde:

$\delta$  = Ángulo de giro en los neumáticos frontales (°)

L = Distancia entre ejes (pies)

R = radio de giro (pies)

V = Velocidad (pies/seg)

g = constante de aceleración gravitacional = 32.2 pies/seg<sup>2</sup>

$W_f$  = Carga en el eje frontal (lb)

$W_r$  = Carga en el eje trasero (lb)

$C_{\alpha f}$  = rigidez de cornering en los neumáticos frontales (lb<sub>y</sub>/°)

$C_{\alpha r}$  = rigidez de cornering en los neumáticos traseros (lb<sub>y</sub>/°)

### 3.5.2- Gradiente de Sub-Viraje

La última ecuación se escribe frecuentemente como vemos a continuación:

$$\delta = 57.3 L/R + K a_y$$

Donde:

K = Gradiente de sub-viraje (°/g)

$a_y$  = aceleración lateral (g)

Esta ecuación es muy importante para determinar la respuesta del vehículo durante el giro. La misma describe como el ángulo del volante (steer) debe ser modificado respecto al radio de curvatura, R, o a la aceleración lateral,  $V^2 / (g R)$ . El termino  $[W_f/C_{af} - W_r/C_{ar}]$  determina la magnitud y dirección de entrada requeridos. Consta de dos términos donde cada uno corresponde a la relación entre la carga soportada por el eje (frontal o trasero) respecto a la rigidez de cornering de los neumáticos correspondientes. Esto es llamado el “Gradiente de Sub-Viraje” y se denota con el símbolo, K , cuyas unidades son [°/g]. Existen tres posibilidades para este gradiente.

$$1) \textit{Neutral}: W_f/C_{af} = W_r/C_{ar} \rightarrow K = 0 \rightarrow \alpha_f = \alpha_r$$

En un giro de radio constante, no se requerirá un cambio en el ángulo del volante si la velocidad varía. Específicamente, el ángulo necesario para realizar el giro será equivalente al ángulo de Ackerman,  $57.3 L/R$ . Físicamente el caso de gradiente neutral corresponde a un balance en el vehículo tal que la fuerza de la aceleración lateral en el CG ocasiona un incremento idéntico en el ángulo de deslizamiento tanto en los neumáticos frontales como en los traseros.

$$2) \textit{Sub-Virado}: W_f/C_{af} > W_r/C_{ar} \rightarrow K > 0 \rightarrow \alpha_f > \alpha_r$$

En un giro de radio constante, con el aumento de la velocidad, el ángulo del volante deberá ser incrementado de manera proporcional a K (°/g) veces la aceleración lateral en unidades de g. De esta forma se incrementa linealmente con la aceleración lateral pero de forma cuadrática respecto a la velocidad. En el caso del sub-viraje (Understeer), la aceleración lateral en el CG ocasiona que los neumáticos frontales se deslicen lateralmente de una manera más amplia que los traseros. Así que para generar la fuerza lateral necesaria en los neumáticos frontales para mantener el radio de giro, los mismos deben tener un ángulo mayor.

$$3) \textit{Sobre-Virado}: W_f/C_{af} < W_r/C_{ar} \rightarrow K < 0 \rightarrow \alpha_f < \alpha_r$$

En un giro de radio constante, con el aumento de la velocidad (y la aceleración lateral) el ángulo del volante deberá ser disminuido. En el caso de sobre-viraje (Oversteer), la aceleración lateral en el CG ocasiona que el ángulo de deslizamiento

en los neumáticos traseros se incrementa más que en los frontales. Este deslizamiento hacia fuera en la parte de atrás del vehículo ocasiona que los neumáticos frontales se tornen más hacia adentro de la curva disminuyendo el radio de giro. El incremento en la aceleración lateral que se genera a continuación ocasiona que el deslizamiento hacia fuera en la parte posterior aumente, este proceso continúa a menos que el ángulo del volante sea reducido para mantener el radio de giro.

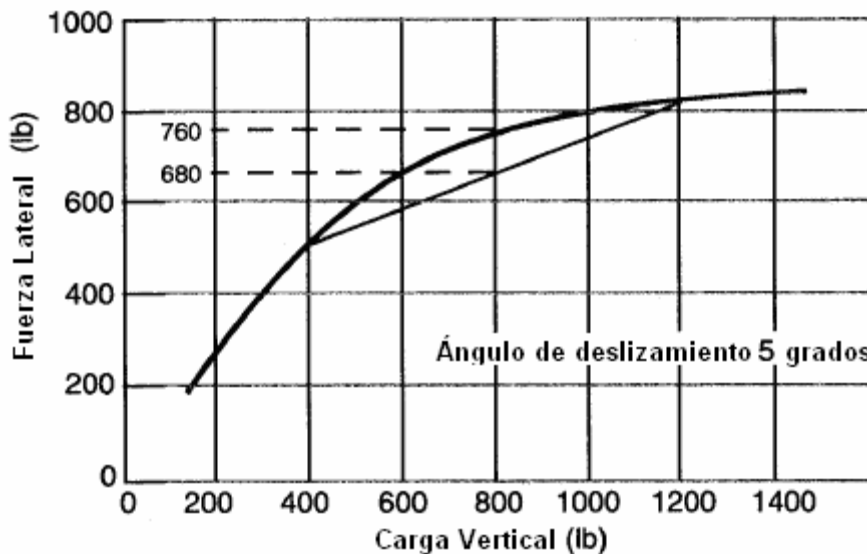
### **3.6- Efectos de la Suspensión**

Los análisis realizados hasta el momento demuestran que el comportamiento es dependiente de las relaciones entre carga y coeficiente de cornering en los ejes frontal y trasero ( $W_f/C_{af}$  y  $W_r/C_{ar}$ ). Esas relaciones tienen las unidades de %g y han sido denominadas “disposición al cornering”. El nombre surge del hecho de que estas relaciones indican el número de grados del ángulo de deslizamiento por cada “g” de fuerza lateral impuesta a dicho eje. Puesto que esta fuerza lateral es en realidad una fuerza D’Alembert en el CG, la misma es distribuida en los ejes en la misma proporción que el peso (tal como es distribuida la fuerza gravitacional).

Aunque la rigidez de cornering de los neumáticos fue utilizado como la base para generar las ecuaciones de sub-viraje y sobre-viraje, existen múltiples factores en el diseño de un vehículo que pueden influenciar las fuerzas de cornering producidas en presencia de una aceleración lateral. Cualquier factor de diseño que influya la fuerza de cornering producida en un neumático tendrá un efecto directo en la respuesta direccional del vehículo. Las suspensiones y los sistemas de dirección son las fuentes primarias de dichas influencias.

#### **3.6.1- Distribución del Momento de Roldo**

Virtualmente para todas las ruedas neumáticas, las fuerzas de cornering son dependientes y no lineales respecto a la carga. Esto es importante debido a que la carga es transferida en dirección lateral durante el cornering a causa de la elevación del CG sobre el plano del suelo. En la siguiente figura se muestra en ejemplo típico de cómo la fuerza lateral varía respecto a la carga vertical.



**Imagen 20: Fuerzas laterales Vs cargas verticales características en neumáticos (Pertenece SAE Inc.).**

Para un vehículo con una carga de 800 libras en cada neumático, cerca de 760 libras de fuerza lateral serán producidas por cada neumático para un ángulo de deslizamiento de 5°. Las cargas generalmente varían a 400 libras en el neumático interno y 1200 libras en el externo. Entonces la fuerza lateral promedio de ambos neumáticos se verá reducida a unas 680 libras. En consecuencia, los neumáticos tendrán que asumir un ángulo de deslizamiento mayor para mantener la fuerza lateral necesaria para realizar el giro. Si esto ocurre en los neumáticos frontales el vehículo tenderá a abrirse camino hacia fuera y al sub-viraje, si son los traseros tenderá al sobre-viraje.

Este mecanismo se lleva a cabo en ambos ejes del vehículo. Ya sea que contribuya al sub-viraje o al sobre-viraje depende del balance de los momentos de rolido distribuidos en los ejes frontal y trasero. Un momento de rolido mayor en el eje frontal contribuye al sub-viraje, mientras que uno mayor en el eje trasero contribuye al sobre-viraje. Rigidizadores de momentos de rolido auxiliares (barras estabilizadoras) alteran el desempeño de la manejabilidad primariamente mediante

este mecanismo, utilizadas en el eje frontal para favorecer el sub-viraje y en el eje trasero para el sobre-viraje.

Los mecanismos que gobiernan el momento de rolido aplicado a un eje se muestran en el modelo de la siguiente figura. Todas las suspensiones son equivalentes en el aspecto funcional a los dos resortes. La separación lateral de los resortes ocasione que ellos desarrollen un momento de resistencia al rolido proporcional a la diferencia en el ángulo de rolido existente entre en eje y el cuerpo del vehículo. La rigidez esta dada entonces por:

$$K_{\phi} = 0.5 K_s s^2$$

Donde:

$K_{\phi}$  = rigidez de rolido de la suspensión

$K_s$  = constante “vertical” de cada uno de los resortes

$s$  = Separación lateral entre los resortes

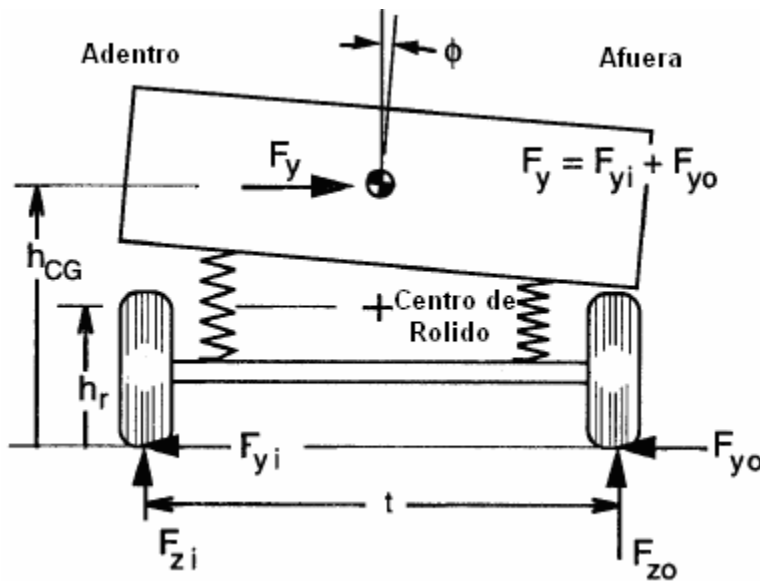


Imagen 21: Análisis de fuerzas de un vehículo simple durante el cornering (Pertenece SAE Inc.).

En caso de suspensión independiente, la expresión antes vista puede ser utilizada sustituyendo  $K_s$  por la constante equivalente en cada neumático y utilizando la trocha como distancia de separación. Cuando este presente una barra estabilizadora, la rigidez de la barra deberá ser sumada a la rigidez calculada.

Empleando la Segunda Ley de Newton para los momentos en el eje, podemos determinar la relación entre las cargas en los neumáticos, las fuerzas laterales y el ángulo de rolido. El rolido del cuerpo actuando en los resortes genera un torque en el eje proporcional a la rigidez de rolido,  $K_{\Phi}$  multiplicada por el ángulo de rolido,  $\Phi$ . Esto tiene como resultado una ecuación para la diferencia de cargas para cada lado de la forma:

$$F_{z_o} - F_{z_i} = 2 F_y h_r/t + 2 K_{\Phi} \Phi/t = 2 \Delta F_z$$

Donde:

$F_{z_o}$  = Carga en el neumático externo en el giro

$F_{z_i}$  = Carga en el neumático interno en el giro

$F_y$  = Fuerza lateral =  $F_{y_i} + F_{y_o}$

$h_r$  = altura del centro de rolido

$t$  = trocha

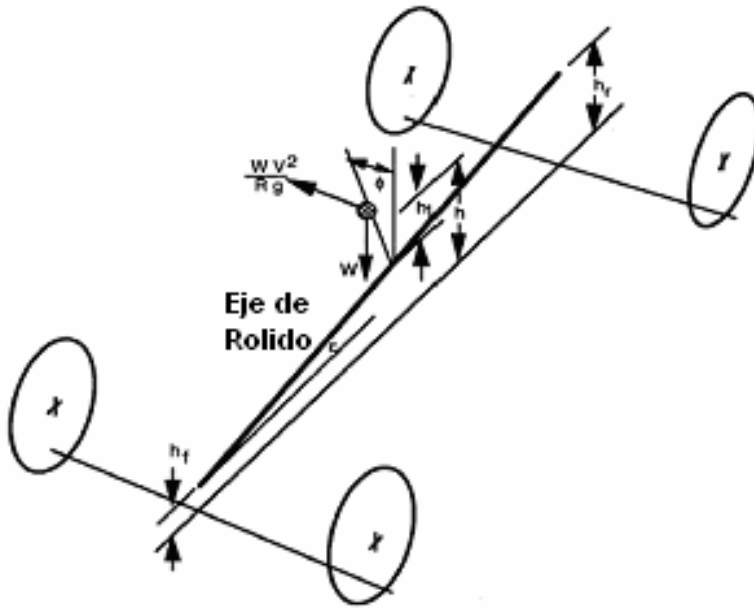
$K_{\Phi}$  = rigidez de rolido de la suspensión

$\Phi$  = ángulo de rolido del cuerpo

Es de notar que la transferencia de carga lateral surge de dos mecanismos:

- 1)  $2 F_y h_r/t$  – Transferencia de carga debido a fuerzas de cornering. Este mecanismo surge de la fuerza lateral impuesta sobre el eje, y por lo tanto es un efecto instantáneo. Es dependiente del ángulo de rolido del cuerpo y de la distribución de momentos de rolido.
- 2)  $2 K_{\Phi} \Phi/t$  – Transferencia de carga lateral debido al rolido del vehículo. Este efecto depende de las dinámicas de rolido, y por lo tanto es directamente dependiente de las distribuciones de momentos de rolido frontal y trasero.

El vehículo total debe ser considerado para obtener una expresión para la distribución del momento de rolido en el eje frontal y trasero. En este caso, definimos al eje de rolido como la línea que conecta los centros de rolido de las suspensiones frontal y trasera.



**Imagen 22: Análisis de fuerzas para el rolido de un vehículo (Pertenece SAE Inc.).**

El momento respecto al eje de rolido será:

$$M_{\Phi} = [W h_1 \sin \Phi + W V^2 / (R g) h_1 \cos \Phi] \cos \varepsilon$$

Para ángulos pequeños,  $\cos \Phi$  y  $\cos \varepsilon$  pueden ser asumidos como la unidad y  $\sin \Phi = \Phi$ .

Entonces:

$$M_{\Phi} = W h_1 [V^2 / (R g) + \Phi]$$

Pero:

$$M_{\Phi} = M_{\Phi_f} + M_{\Phi_r} = (K_{\Phi_f} + K_{\Phi_r}) \Phi$$

Utilizando ambas ecuaciones para despejar  $\Phi$ :

$$\Phi = \frac{W h_1 V^2 / (R g)}{K_{\Phi_f} + K_{\Phi_r} - W h_1}$$

La derivada de esta expresión respecto a la aceleración lateral produce una expresión para la razón de cambio de rolido del vehículo:

$$R_{\Phi} = d\Phi / da_y = W h_1 / [K_{\Phi_f} + K_{\Phi_r} - W h_1]$$

Esta razón de cambio se encuentra usualmente en el rango de 3 a 7 %/g en automóviles típicos de pasajeros.

Combinando las ecuaciones de  $\Phi$  con la de  $M_\Phi$  obtenemos las soluciones para los momentos de rolido frontal y trasero:

$$M_{\Phi_f} = K_{\Phi_f} \frac{Wh_1 V^2 / (Rg)}{K_{\Phi_f} + K_{\Phi_r} - Wh_1} + W_f h_f V^2 / (Rg) = \Delta F_{zf} t_f$$

$$M_{\Phi_r} = K_{\Phi_r} \frac{Wh_1 V^2 / (Rg)}{K_{\Phi_f} + K_{\Phi_r} - Wh_1} + W_r h_r V^2 / (Rg) = \Delta F_{zr} t_r$$

Donde.

$$\Delta F_{zf} = F_{zfo} - W_f / 2 = - (F_{zfi} - W_f / 2)$$

$$\Delta F_{zr} = F_{zro} - W_r / 2 = - (F_{zri} - W_r / 2)$$

Ahora tenemos los momentos de rolido en cada uno de los ejes y además podemos calcular las diferencias de cargas entre las ruedas internas y externas en dichos ejes.

En general, las distribuciones de momentos de rolido tienden a parcializarse hacia los neumáticos delanteros debido a varios factores:

- 1) En lo relativo a la carga, la constante de los resortes frontales usualmente es un poco menor que la de los traseros, lo cual produce una tendencia a una mayor rigidez de rolido en la parte posterior. Pero una suspensión independiente frontal (utilizada prácticamente en todos los automóviles) aumenta la rigidez de rolido frontal gracias a la mayor extensión efectiva en los resortes frontales.
- 2) Los diseñadores usualmente buscan una mayor rigidez de rolido frontal para asegurar condición de sub- viraje.
- 3) Barras estabilizadoras son usadas comúnmente en el eje frontal para obtener mayor rigidez de rolido.
- 4) Si se llegasen a necesitar barras estabilizadoras para reducir la inclinación del cuerpo, éstas deben ser instaladas en el frente, o en el frente y atrás. Se debe tener cuidado al instalar una barra estabilizadora solamente atrás porque puede potencialmente inducir a una condición de sobre- viraje no deseado.

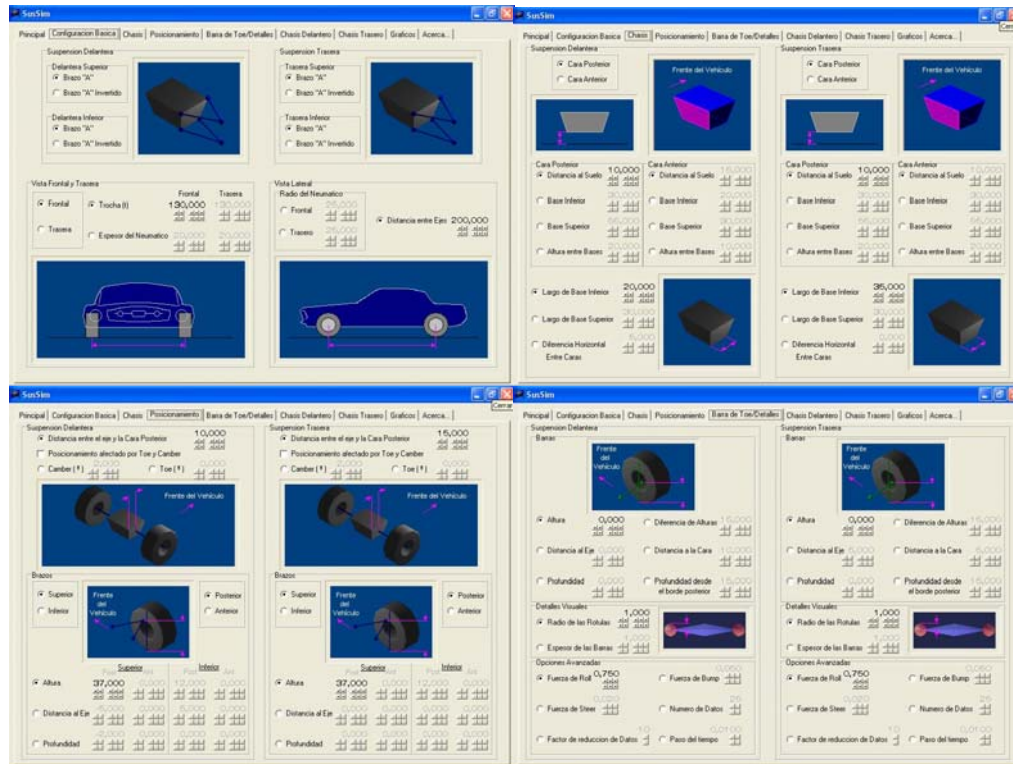
## Capítulo IV - El Software

Como hemos podido observar hasta ahora, todas las características y propiedades del vehículo pueden ser representadas mediante un modelo, el cual aumenta o disminuye en complejidad dependiendo de los factores que se decida sean tomados en cuenta para el diseño. El comportamiento del vehículo está dado entonces por dichos factores los cuales son tanto cinemáticos (geométricos), como dinámicos, de hecho como en la mayoría de los modelos físicos el comportamiento dinámico es consecuencia no solo de los factores que lo afectan de forma directa, sino de la geometría misma en la que estos se presentan.

### ***4.1- Metodología de Diseño***

El primer paso en el diseño del software, sería entonces determinar que datos son necesarios para la construcción del modelo, el cual como ya hemos visto tiene como base la configuración geométrica del vehículo a ser estudiado. Una vez determinados los datos a ser suministrados por el usuario nos encontramos con que el número de los mismos es muy elevado y la determinación de algunos de ellos para alguien que no se encuentre familiarizado con el tema en cuestión sería una tarea larga compleja y poco intuitiva.

Para resolver esto, lo primero que se decidió para el diseño fue que la entrada de datos se realizase de forma gradual, empezando con las dimensiones generales y avanzando hasta el detalle, pero otorgando la capacidad al usuario a navegar de manera rápida hasta el menor de los detalles para poder cambiar su valor sin necesidad de recorrer todo el camino de nuevo, esto se logró al otorgarle a cada uno de estos niveles de detalle un menú separado de fácil acceso mediante etiquetas ubicadas en la parte superior de la pantalla, en los cuales se agruparon los factores relacionados a cada nivel específico de detalles.



**Imagen 23: Algunas imágenes de las pantallas de configuración.**

En el caso del excesivo número de variables a ser consideradas y para facilitarle al usuario la tarea de determinar las mismas si ya se dispone físicamente de un modelo a ser estudiado, los datos se suministran de forma paramétrica y siguiendo la misma filosofía de diseño esto se hace de forma progresiva. De esta forma, en lugar de obligar al usuario a encontrar la forma de determinar las tres coordenadas en el espacio de cada punto de importancia respecto a un punto que llamaríamos centro de coordenadas, le damos la facilidad de tomar medidas simples respecto a otros puntos de interés cercanos de la misma estructura para que el software se encargue de ubicarlos en sus correspondientes coordenadas.

Por último, para facilitar la visualización de estos datos de forma paramétrica, se creo una interfaz que muestra de manera gráfica la porción de la estructura del vehículo en la que se llevara a cabo la modificación y la medida que se esta modificando en ese instante. Para impedir que se lleven a cabo modificaciones no deseadas, solo la variable que se muestra gráficamente en una sección del vehículo

puede ser modificada, mientras que las otras pertenecientes a la misma sección permanecen inactivas hasta que sean seleccionadas para su modificación y se muestre su representación en pantalla, además con el fin de evitar la introducción de datos no válidos, los mismos no son escritos directamente por el usuario en cajas de texto, sino que sus valores son modificados con botones que le permiten aumentar o disminuir las unidades, decenas, centenas, décimas, centésimas y milésimas de los mismos y su valor se presenta constantemente en la pantalla de forma actualizada.

#### **4.2- El Enfoque Matemático**

Una vez que tenemos todos los datos necesarios para construir el modelo, se hace necesario conseguir la forma de representar su comportamiento cinemático, el cual es la base de todas las respuestas del sistema, en vista de esto las entradas al mismo deberían ser rotaciones, traslaciones o la combinación de ambas en algún punto del sistema. Esto representa un problema netamente geométrico, tomando en cuenta que los elementos en estudio son considerados cuerpos rígidos, incluso los neumáticos, ya que una de las suposiciones realizadas es que un neumático bien diseñado y en condiciones estándar de funcionamiento siempre pivotea haciendo contacto con el suelo en un área pequeña alrededor de su plano central, la cual para efectos de cálculo se considera un punto.

Nos queda entonces el problema de determinar las coordenadas de un punto perteneciente a un cuerpo que se encuentra conectado a otro, esto se puede conseguir mediante relaciones geométricas de distancias y ángulos o para simplificar los cálculos se pueden utilizar únicamente relaciones de distancia, esto se puede ejemplificar para facilitar los cálculos en un sistema de dos coordenadas, donde tenemos dos puntos conocidos A y B, con las magnitudes también conocidas DAC y DBC de las distancias desde dichos puntos hasta un punto desconocido C, con estos datos podemos obtener el siguiente sistema:

$$DAC^2 = (A_x - C_x)^2 + (A_y - C_y)^2$$

$$DBC^2 = (B_x - C_x)^2 + (B_y - C_y)^2$$

Donde nuestras incógnitas serían  $C_x$  y  $C_y$ , el sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas sería fácilmente resoluble de no ser porque nuestras incógnitas forman parte de unas diferencias cuadráticas, esto lo convierte en un sistema de ecuaciones no lineales y la forma computacional más adecuada para resolverlo es utilizando un método matemático como la iteración de punto fijo o el método de Newton-Raphson el cual fue utilizado y explicaremos a continuación.

Si tenemos un conjunto de ecuaciones no lineales  $\bar{F}(\bar{X}) = \bar{0}$ . Dadas las aproximaciones iniciales  $\bar{P}_0$  debemos generar la secuencia  $\bar{P}_k$  que converge a  $\bar{P}$ . Para obtener esta secuencia seguimos los siguientes pasos:

$$\text{Evaluamos } \bar{F}(\bar{P}_k) = \begin{pmatrix} f_1(p_k, q_k) \\ f_2(p_k, q_k) \end{pmatrix}$$

$$\text{Evaluamos el Jacobiano } J(\bar{P}_k) = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} f_1(p_k, q_k) & \frac{\partial}{\partial y} f_1(p_k, q_k) \\ \frac{\partial}{\partial x} f_2(p_k, q_k) & \frac{\partial}{\partial y} f_2(p_k, q_k) \end{pmatrix}$$

Resolvemos el sistema lineal  $J(\bar{P}_k) \Delta \bar{P} = -\bar{F}(\bar{P}_k)$  para un  $\Delta \bar{P}$

Calculamos la siguiente aproximación  $\bar{P}_{k+1} = \bar{P}_k + \Delta \bar{P}$

Esto visto de forma más clara en un ejemplo práctico a nuestro problema sería: Si tenemos 3 puntos conocidos  $P_1, P_2, P_3$  en un sistema de 3 coordenadas y son conocidas las respectivas distancias  $A, B$  y  $C$  a un punto de coordenadas  $(x, y, z)$  desconocidas. Podemos escribir:

$$f_1 = (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2 - A^2$$

$$f_2 = (x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2 - B^2$$

$$f_3 = (x-x_3)^2 + (y-y_3)^2 + (z-z_3)^2 - C^2$$

Siendo las derivadas parciales en función de  $f_1$ :

$$f_{1x} = 2(x-x_1)$$

$$f_{1y} = 2(y-y_1)$$

$$f_{1z} = 2(z-z_1)$$

En función de  $f_2$ :

$$f_{2x} = 2(x-x_2)$$

$$f_{2y} = 2(y-y_2)$$

$$f_{2z} = 2(z-z_2)$$

En función de  $f_3$ :

$$f_{3x} = 2(x-x_3)$$

$$f_{3y} = 2(y-y_3)$$

$$f_{3z} = 2(z-z_3)$$

Nos queda entonces el sistema lineal:

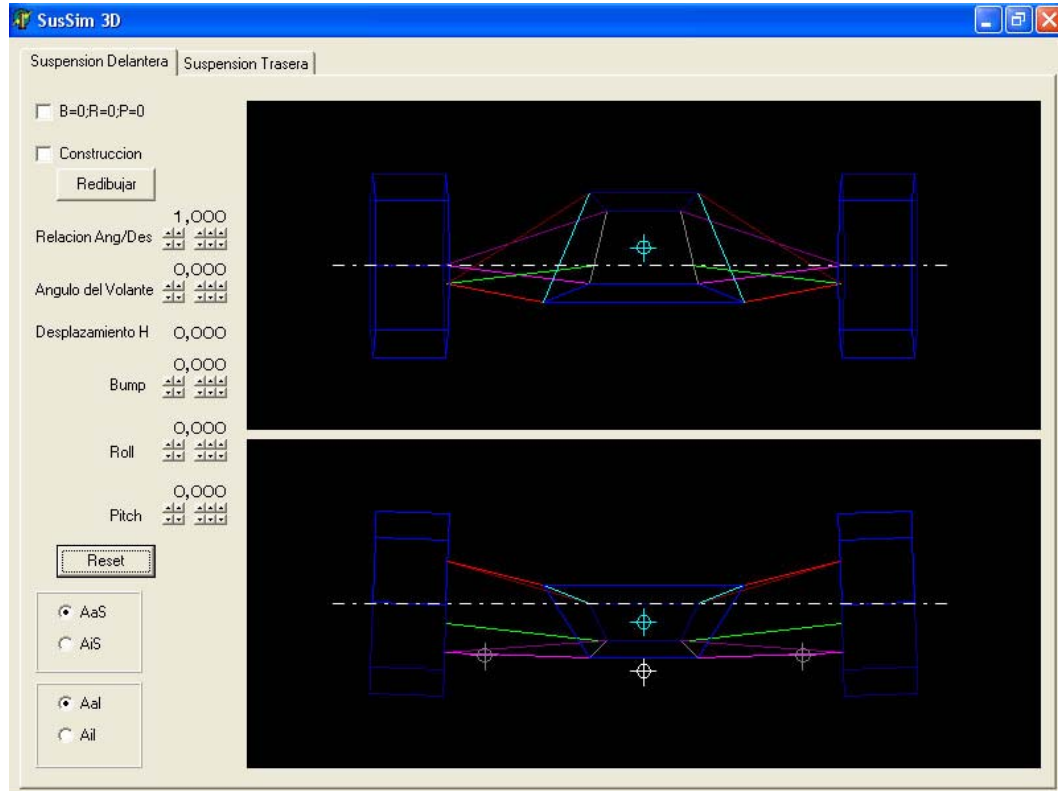
$$(f_{1x} x_k) + (f_{1y} y_k) + (f_{1z} z_k) = -f_1 + (f_{1x} x) + (f_{1y} y) + (f_{1z} z)$$

$$(f_{2x} x_k) + (f_{2y} y_k) + (f_{2z} z_k) = -f_2 + (f_{2x} x) + (f_{2y} y) + (f_{2z} z)$$

$$(f_{3x} x_k) + (f_{3y} y_k) + (f_{3z} z_k) = -f_3 + (f_{3x} x) + (f_{3y} y) + (f_{3z} z)$$

Donde  $(x, y, z)$  es igual a la aproximación inicial  $(x_0, y_0, z_0)$  y el sistema se resuelve utilizando métodos simples como Gauss-Jordan. Este ciclo se repite hasta lograr una condición de salida tal como  $|x_{k-1} - x_k| < \epsilon$ . El problema encontrado con este método fue que para desplazamientos en 2 dimensiones de la geometría de la suspensión, el error siempre fue menor a 0,001, pero al trabajar con las 3 dimensiones como en el ejemplo anterior, se presentaban frecuentemente casos donde una de las 3 coordenadas llegaba a mostrar un error mayor a la unidad, sin importar el número de iteraciones.

Se procedió entonces a conseguir un método de representación gráfica que fuese rápido, eficiente y capaz de utilizar un sistema de 3 coordenadas. Esto se logró al ubicar el componente gratuito CadDraw para Delphi de la compañía I-Logic, este componente nos permite representar en una ventana en 2 dimensiones componentes comunes de CAD (acrónimo de Computer Aided Design) que poseen 3 dimensiones tales como puntos, líneas, arcos, etc, en conjunto con propiedades como colores, capas o tipos de líneas. La ventaja de utilizar este componente no solo reside en los bajos requerimientos del sistema del usuario (Windows95), también presentaba la ventaja de poder exportar las imágenes creadas en archivos de formato CDL, DXF o IGS, que son los formatos básicos más comunes de los programas CAD.



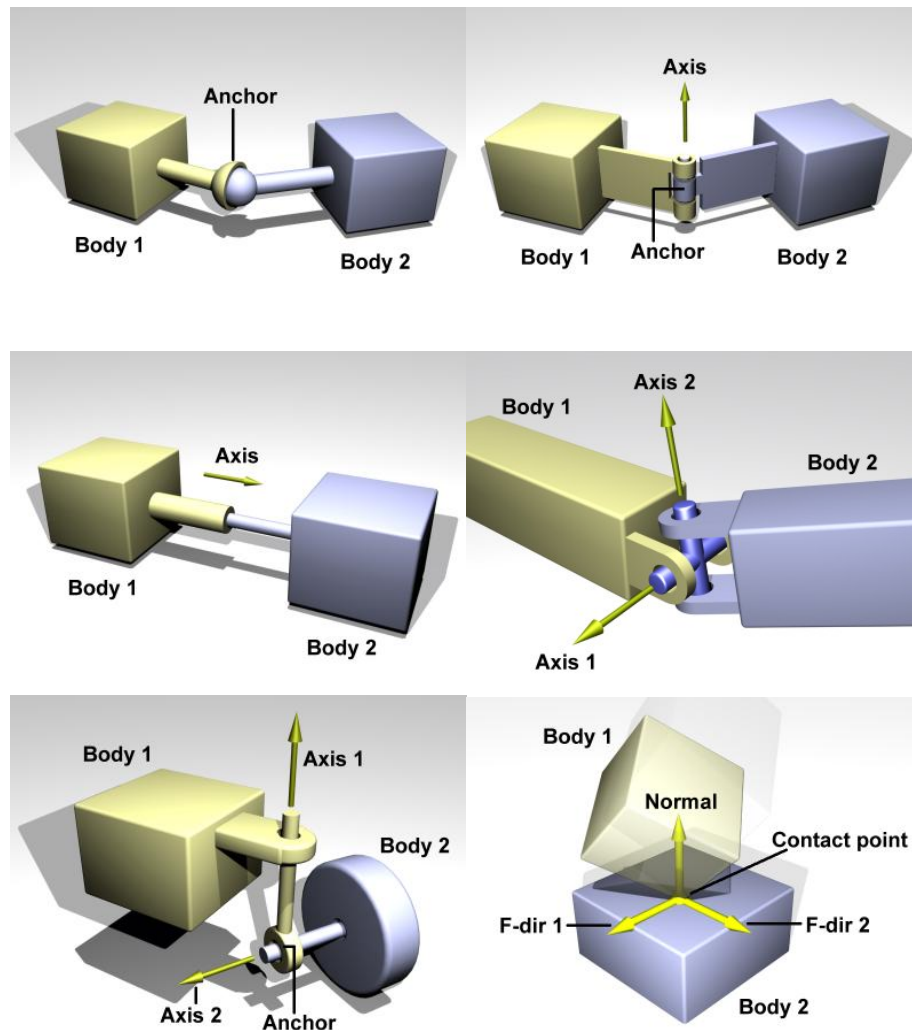
**Imagen 24:** Prueba final utilizando CadDraw para representar la configuración.

Para más información acerca del componente CadDraw, pueden visitar si dirección web: <http://www.i-logic.com>.

### 4.3- Utilizando ODE

Como observamos anteriormente el error inducido por los métodos numéricos utilizados podría llegar a ser mayor a la unidad, el modelo es adimensional y se buscaba una precisión de tres decimales pero asumiendo centímetros o pulgadas este error era demasiado grande. Buscando una solución a esto nos conseguimos con la existencia de un proyecto de carácter educativo de código libre desarrollado por el ingeniero Russell L. Smith de nombre ODE (acrónimo de Open Dynamics Engine), el cual fue escrito originalmente en lenguaje C y posteriormente convertido a múltiples lenguajes de programación como el pascal, cuya traducción fue realizada por Mattias Fagerlund. ODE es una librería de código libre y alto desempeño para simular

dinámicas de cuerpo rígido, es estable, independiente de la plataforma, madura y fácil de utilizar. Posee tipos avanzados de juntas (rotulas, bisagras, fijas, universales y deslizantes) y un sistema integrado de detección de colisiones con fricción. Su propio autor acota que es útil para simular vehículos, objetos en ambientes virtuales y criaturas virtuales. Actualmente es utilizada en múltiples juegos y herramientas de simulación.



**Imagen 25:** Algunos tipos de juntas existentes en ODE (Imágenes pertenecientes a Russell L. Smith).

La inclusión de la librería ODE resolvió satisfactoriamente el mayor problema de la programación manual de los métodos numéricos, disminuir el error inducido por

los mismos y además tener un control sobre el nivel en el cual podían ser reducidos, esto se logra mediante la inclusión del parámetro de reducción de error cuyo valor debe encontrarse entre 0 y 1, y puede ser modificado en cualquier momento en los cálculos, la función de este parámetro consiste en modificar con una instrucción rápida el nivel de refinamiento que deben utilizar las integraciones numéricas de la librería sin exigir de parte del programador la creación de nuevos procedimientos, siendo 0 el menor nivel de precisión y 1 el máximo. Se podría pensar que la solución sería darle a este parámetro el valor de 1, pero para la mayoría de los procesadores actuales esto traería como consecuencia que sistemas complejos formados por gran cantidad de juntas y restricciones simplemente no fuesen capaces de presentar movimiento por la falta de precisión posible en los mismos en comparación a la esperada. Mediante pruebas de ensayo y error la mejor configuración para este parámetro en función de precisión y practicidad se encontró ubicando su valor en 0.8.

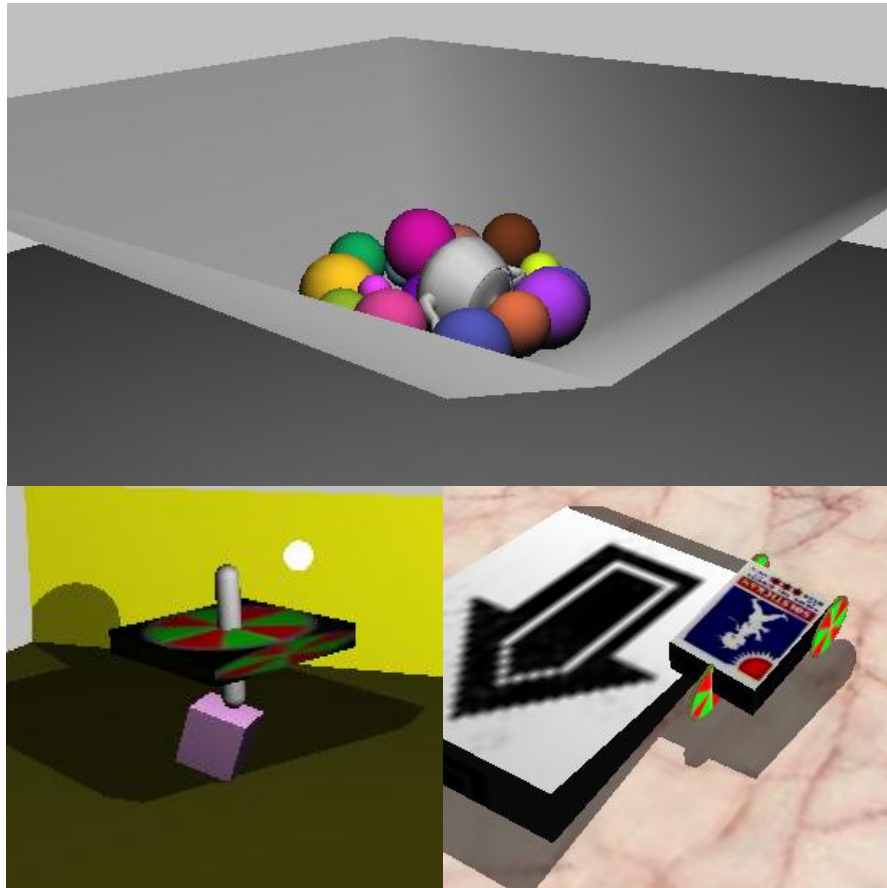
Para tomar ventaja de las facultades para crear juntas y restricciones entre cuerpos virtuales de la librería de forma tal que solo se representara el comportamiento cinemático de la configuración, se requería que solo importara el desplazamiento de puntos clave tales de los cuerpos (juntas a otros cuerpos) sin importar la masa o inercia de los mismos, para esto todos los cuerpos de la geometría fueron representados para efectos matemáticos de la librería solo por sus puntos clave y estos a su vez como esferas homogéneas de dimensiones despreciables en un ambiente carente de roce o gravedad, a estas esferas se les dieron diferentes tipos de restricciones respecto a los cuerpos que se encontraban unidas para que actuaran como enlaces. Así por ejemplo el centro geométrico del chasis está representado como una de estas esferas que se encuentra unida a los puntos (esferas) de donde parten los brazos de la suspensión por medio de juntas fijas, mientras que estos puntos a su vez se encuentran unidos a los puntos que representan el cuerpo de la barra (una esfera ubicada en el punto medio de donde se ubicaría la misma) por medio de juntas de rótula, de esta forma creamos rótulas que no se mueven respecto a

su ubicación en el chasis pero que permiten la movilidad libre de las barras unidas a ellas.

Para mayor información acerca de ODE y de su creador Russell L. Smith pueden visitar sus direcciones web: <http://ode.org/>, y <http://www.q12.org/>.

#### **4.4- Un Nuevo Motor Gráfico**

Al empezar a experimentar con las librerías ODE, conseguimos que para facilitar su representación gráfica debido a su carácter tridimensional existían ya dos proyectos, uno era al igual que la librería ODE de carácter educacional de código libre y consistía en la traducción al pascal de las cabeceras de representación graficas OpenGL (open graphics library) las cuales originalmente se encuentran escritas en lenguaje C y han sido el estándar en la industria desde su aparición en 1992 (todas las aplicaciones de CAD utilizan OpenGL), este proyecto lleva el nombre GLScene y la creación del código que sirve de enlace entre el GLScene y el ODE fue realizado por Mattias Fagerlund a quien ya habíamos mencionado anteriormente.

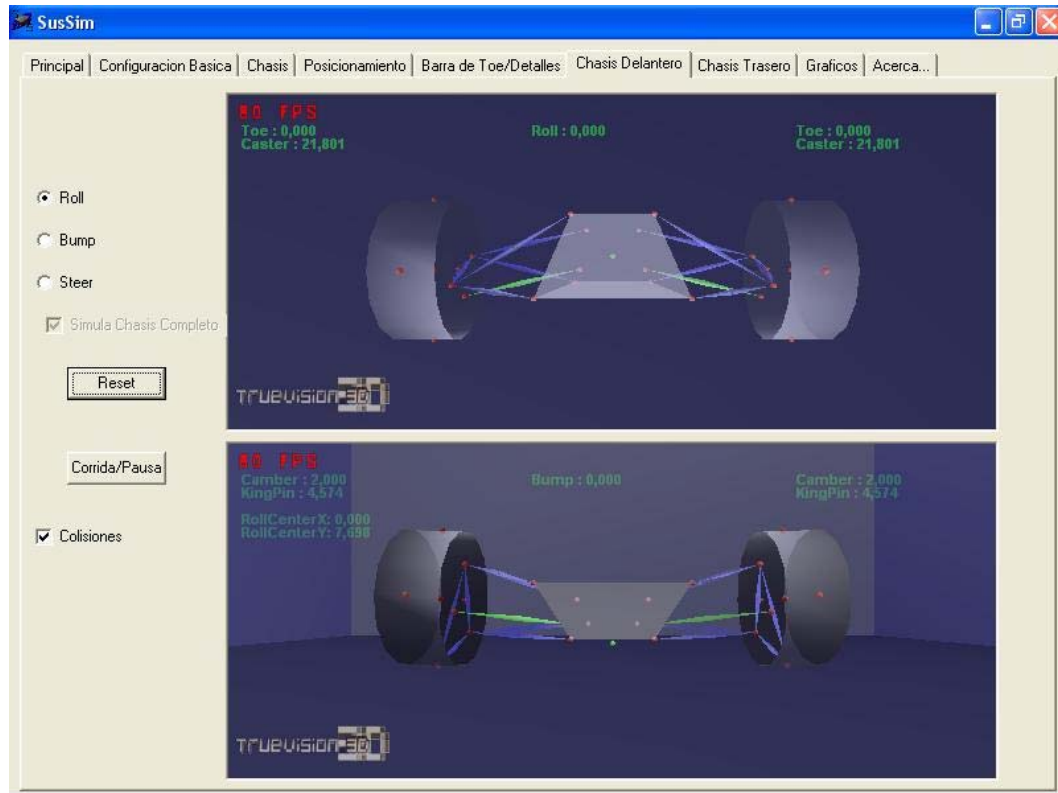


**Imagen 26:** Algunas imágenes de los demos de las librería ODE en funcionamiento siendo representado utilizando OpenGL (Imágenes pertenecientes a Mattias Fagerlund).

Para mayor información sobre DelphiODE utilizando OpenGL o su autor Mattias Fagerlund pueden visitar las direcciones web: <http://www.cambrianlabs.com/mattias/> y <http://glscene.org>.

El proyecto alternativo para representar gráficamente de forma eficiente los cálculos realizados en tiempo real por las librerías ODE utiliza Direct3D de Microsoft en lugar OpenGL y sus bases son las librerías gráficas de la compañía Truevision3D, estas son de uso gratuito para todos aquellos proyectos de distribución gratuita como lo son los de carácter educativo. Finalmente se decidió utilizar la versión que utiliza Direct3D debido a que a pesar de que ambas versiones ofrecen gráficamente la misma calidad, eficiencia y facilidad para acoplarse al proyecto, la versión en OpenGL les

exigiría a los usuarios que utilizaran tarjetas gráficas con soporte para OpenGL lo cual es común desde hace algunos años, pero además requeriría de la instalación de los drivers específicos de esa tarjeta o de lo contrario se obtendría una velocidad de representación gráfica de 1 o 2 cuadros por segundo (extremadamente lento). Mientras que la versión de la compañía Truevision3D solo requiere una tarjeta gráfica con soporte para Direct3D de Microsoft, esto es tan común que desde hace algunos años incluso las tarjetas madres de los CPUs que vienen con video integrado soportan esta función, la ventaja sobre el OpenGL es que el Direct3D no necesita el driver específico de la tarjeta de la máquina para funcionar, esta diseñado para solo requerir la instalación del software gratuito de DirectX de Microsoft que además posee la licencia de ser redistribuible con otros softwares como en este caso. Entonces la compatibilidad la dicta solo la versión de DirectX que se encuentre en la computadora del usuario, ya que Truevision3D requiere DirectX 8.1 o superior (que se distribuye e instala automáticamente don WindowsXP), únicamente no puede ser utilizado con Windows95 ya que el componente DirectX máximo que soporta dicho sistema operativo es la versión 8.0a.



**Imagen 27:** Imagen de la versión final de la representación gráfica utilizando Direct3D.

Para más información acerca de Truevision3D y sus componentes para Delphi, Visual Basic o Builder C, pueden visitar su dirección web: <http://www.truevision3d.com>.

#### **4.5- Uso Del Software**

Estando en capacidad de generar un modelo matemático en 3 dimensiones con todas las restricciones necesarias y con la posibilidad de mostrarlo gráficamente en tiempo real, solo nos resta generar las corridas de las simulaciones en función de la cinemática de vehículos. En el estudio del comportamiento de una suspensión lo más común es someter al chasis del vehículo a cierto ángulo de rolo o a algún desplazamiento vertical o “bump” específico para analizar la forma en la cual reacciona el resto del sistema.

A continuación vamos a mostrar de manera breve el funcionamiento de cada sección del Programa.

#### **4.5.1- Principal**

Es la primera pantalla que muestra el programa, en ella se muestran las opciones de importar y exportar el modelo parametrizado que se encuentre actualmente en estudio el cual incluye ambos chasis y todas las variables de configuración utilizadas en dicho estudio, el archivo creado se encuentra en formato de texto y puede ser editado manualmente. También tenemos en esta pantalla las opciones de exportar de forma separada las coordenadas de cada uno de los chasis en estudio, los archivos creados se encuentran en formato de texto y dentro de estos se indican de forma explícita los puntos de la suspensión acompañados de sus respectivas coordenadas.

Por último en esta pantalla nos encontramos con la sección de ejemplos predeterminados para demostrar el funcionamiento del programa, existen ejemplos de cada uno de los modelos de suspensión que el programa puede simular y también se incluye un modelo con las dimensiones de la suspensión utilizada por el grupo SAE de la Universidad Simón Bolívar en el año 2003.

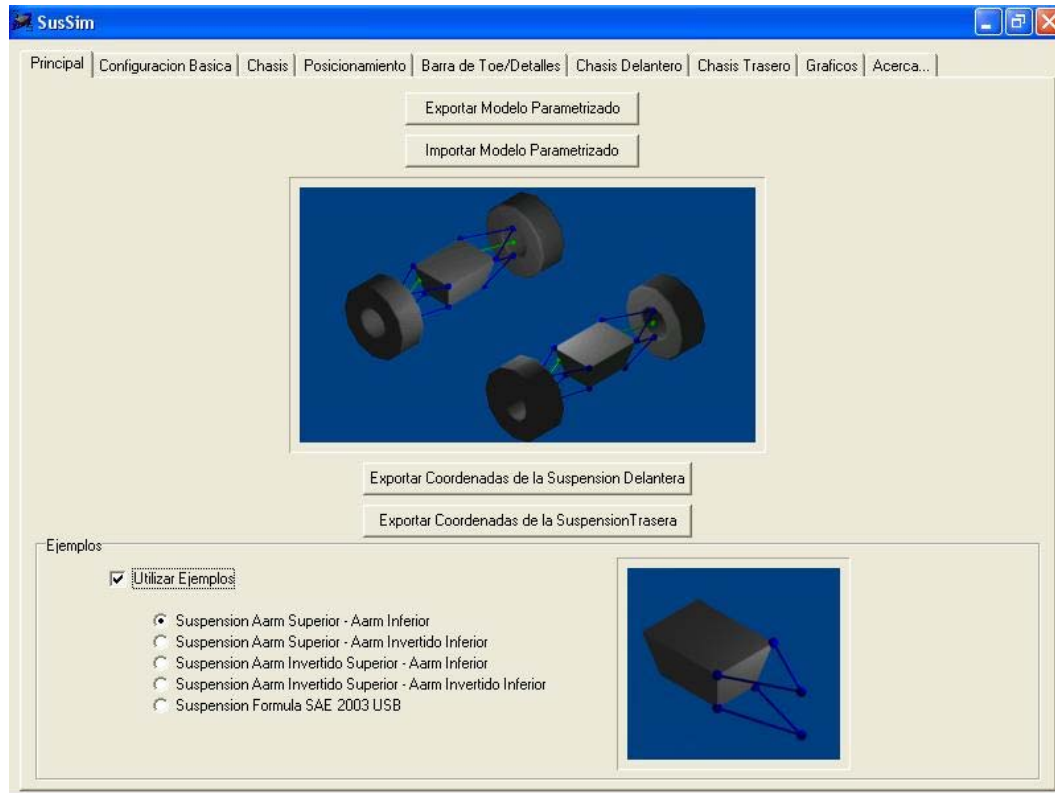


Imagen 28: Pantalla Principal de SusSim.

### 4.5.2- Configuración Básica

En la pantalla de Configuración básica nos encontramos con la selección de los modelos de suspensión que serán simulados tanto en la parte frontal como en la trasera del vehículo.

Además se encuentran en esta pantalla las opciones para dimensionar las trochas tanto frontal como trasera, el espesor de los neumáticos frontales y traseros, la distancia entre ejes y el radio de los neumáticos frontales y traseros del vehículo.

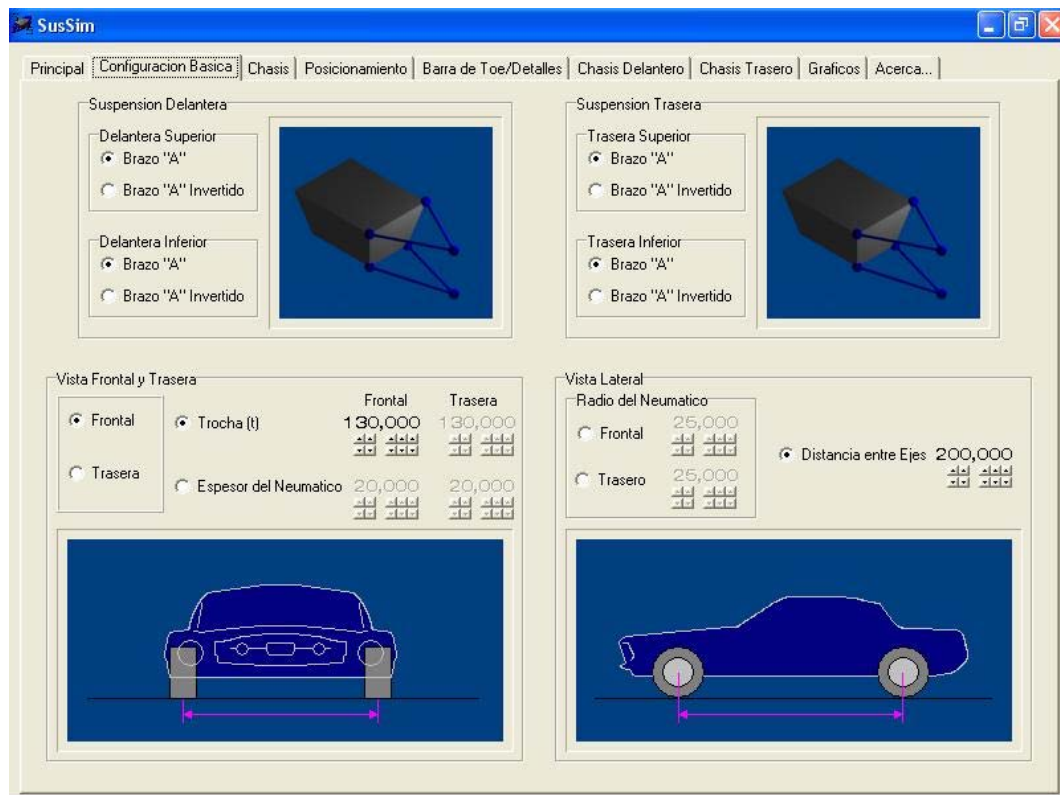


Imagen 29: Pantalla de Configuración Básica.

### 4.5.3- Chasis

En la Pantalla de chasis se nos presentan las opciones para dimensionar y ubicar los puntos que formaran la estructura del chasis tanto frontal como trasero, para los brazos superiores e inferiores de la suspensión (una pareja de puntos en el caso de utilizar un *brazo A* y un punto en caso de ser un *brazo A invertido*). En el caso de brazo A invertido el punto será localizado en las coordenadas promedio de los puntos frontal y trasero ingresados por el usuario para dicho brazo (superior o inferior), debido a esto se recomienda ingresar en ambos la mismas coordenadas para evitar errores indeseados o en caso que se desee observar mejor gráficamente el movimiento del chasis, ingresar coordenadas que formen un cubo con la coordenada deseada ubicada en el punto medio de una arista longitudinal.

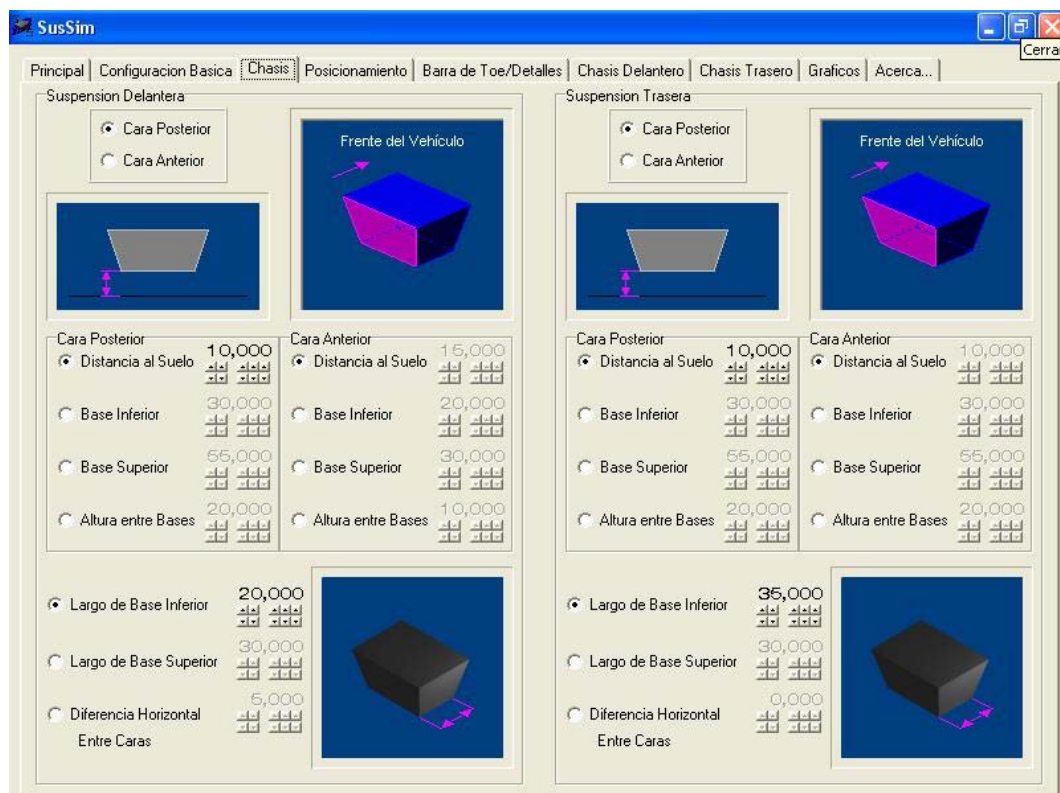


Imagen 30: Pantalla del Chasis.

### 4.5.4- Posicionamiento

En la pantalla de posicionamiento podemos ubicar el chasis en función a su distancia horizontal al eje formado por los centros de los neumáticos en cuestión (frontales o traseros), también se puede seleccionar el valor de los ángulos de Camber y Toe y se puede elegir, si se desea que la ubicación de los brazos de la suspensión en el porta masas (neumático) se vea influenciada por estos ángulos. Esto significa que se supone que las ubicaciones dadas son para Camber y Toe iguales a cero y que el vehículo fue posteriormente modificado para tener dichos valores de Camber y Toe con el consecuente desplazamiento de los puntos ligados al porta masas.

En esta pantalla además se encuentran las opciones para modificar la ubicación de los puntos donde los brazos de las suspensiones (superiores e inferiores), son unidos al porta masas.

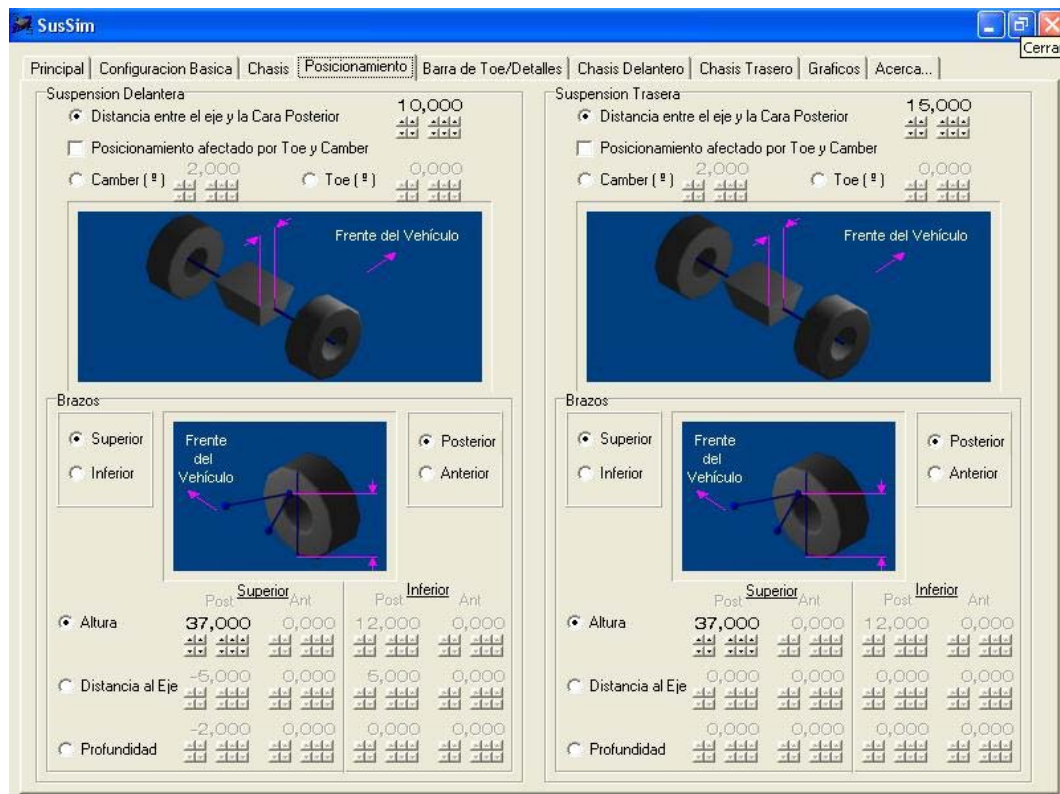
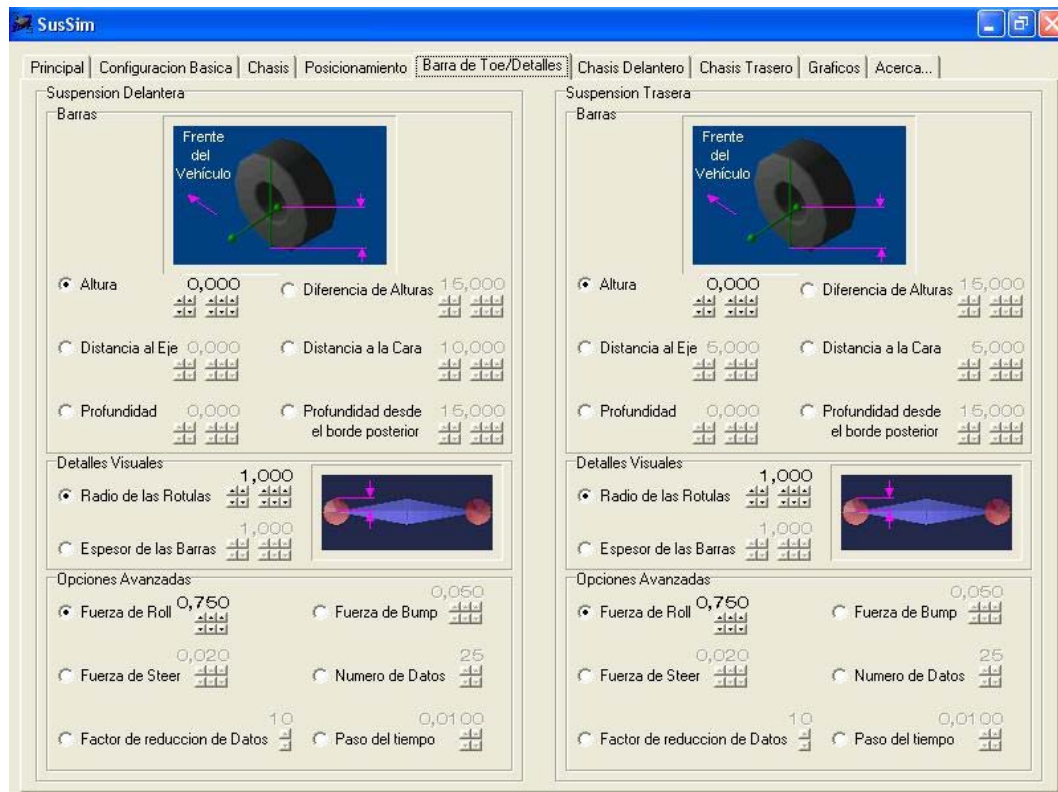


Imagen 31: Pantalla del Posicionamiento.

#### 4.5.5- Barra Toe / Detalles

En la sección superior de esta pantalla, se encuentran las opciones para ubicar la barra encargada de mantener el ángulo de Toe entre los neumáticos y el chasis, tanto el extremo que se conecta al porta masas, como el extremo que se encuentra unido al chasis del vehículo.

También tenemos en esta pantalla las opciones para modificar los detalles puramente visuales de la simulación que no afectan el comportamiento de la misma. Estos son el radio de los elementos esféricos utilizados como juntas y el espesor de las barras que conforman a la suspensión.



**Imagen 32: Pantalla de Barra Toe / Detalles.**

En nuestro caso las librerías ODE, luego de creados los elementos en el ambiente matemático virtual, no ofrecen un método directo para generar un desplazamiento específico, en cambio, al funcionar con dinámicas de cuerpo rígido, ofrecían las funciones de generar fuerzas en direcciones específicas, o torques alrededor de ejes

determinados. Ya que como se explicó anteriormente todos los puntos importantes (incluyendo el centro geométrico del chasis) se representaron matemáticamente como esferas de dimensiones despreciables. Para los estudios de roldo y bump se le aplicaron a este centro geométrico los respectivos torques o fuerzas también en proporciones mínimas, no solo para garantizar la estabilidad del sistema, sino también para asegurar que la simulación se realice con la lentitud necesaria para que el usuario pueda observar los cambios en el sistema.

Los valores de estos momentos de torsión o fuerzas verticales se encuentran bajo el control total del usuario para su modificación y se hayan en la ventana denominada “Detalles” en el cuadro de “**Opciones Avanzadas**”. En este recuadro tenemos también opciones tales como el *número de datos* a ser recopilados en una corrida, *el factor de reducción de datos* o el *paso del tiempo*. Mientras que el resto de las opciones en las diferentes pantallas prácticamente se explican por si solas gracias a las respectivas representaciones gráficas que las acompañan. Vamos a utilizar esta oportunidad para aclarar la función que cumple cada uno de los elementos en el recuadro de *opciones avanzadas*, recordemos que no todos estos parámetros no son adimensionales ya que las librerías fueron diseñadas con un sistema métrico internacional, pero que los valores de los mismos son insignificantes y se aplican a cuerpos virtuales de dimensiones despreciables en un medio carente de roce o gravedad.

*Fuerza de Roll*: Es la magnitud de alrededor de un eje horizontal de dirección longitudinal ubicado en el centro del chasis.

*Fuerza de Bump*: Es la magnitud de una fuerza vertical en con sentido hacia abajo en el centro del chasis.

*Fuerza de Steer*: En caso que se utilicen las barras de Toe como sistema de dirección del vehículo, la *fuerza de steer* será una fuerza ejercida en la raíz de las barras de toe, en el punto de contacto de éstas con el chasis y su dirección será la que forme la recta que una los puntos de contacto de ambas barras con el chasis, así pues

comenzará siempre siendo una fuerza horizontal que cambiará de dirección dependiendo de cómo se mueva la geometría durante la simulación.

*Número de datos:* como su nombre lo indica, es la cantidad de datos a recopilar en el estudio a ser realizado.

*Paso del tiempo:* Indica el intervalo que existe entre los cálculos de un instante en la simulación y los cálculos del siguiente instante, se encuentra en segundos (es recomendable utilizar intervalos menores a las décimas de segundo).

*Factor de reducción de datos:* como hemos observado, el intervalo entre un cálculo y el siguiente en la simulación es por lo general muy pequeño, por lo tanto para observar un cambio significativo en el estado de la misma sería necesario un número enorme de datos. Para facilitar al usuario la obtención de los resultados que desea observar con un número más reducido de datos, el factor de reducción indica cuantos datos calculados son pasados por alto antes de guardar el siguiente valor obtenido tomándolo como importante.

#### 4.5.6- Chasis Delantero / Trasero

Estas son las pantallas donde finalmente podremos ver y ejecutar la simulación deseada, para esto primero debemos seleccionar uno de los 3 posibles estudios (Roll, Bump y Steer) y luego hacer clic en el botón de reset para generar el modelo tridimensional de la suspensión a ser simulada. Una vez generado el modelo se activa al usuario la posibilidad de hacer clic en el botón de “Corrida/Pausa”, este botón inicia la simulación y puede detenerla antes de finalizarse si se desea observar algo en particular con más detalle. Una vez puesta en pausa la simulación, ésta puede terminar de efectuarse haciendo clic nuevamente en el botón de Corrida/Pausa.

Mientras la simulación se efectúa, se puede observar en la pantalla no solo el comportamiento del modelo de suspensión sino también los valores de muchas de las variables del diseño. En caso de presentarse problemas en la simulación, se pueden desactivar las colisiones entre el suelo y los elementos de unión.

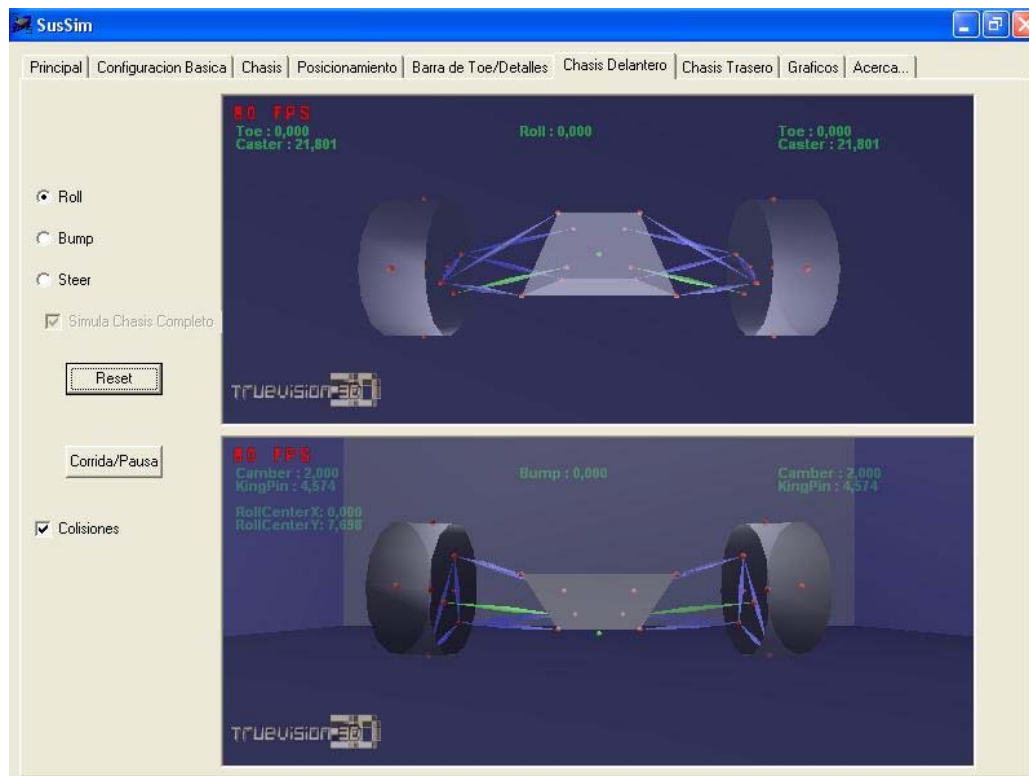
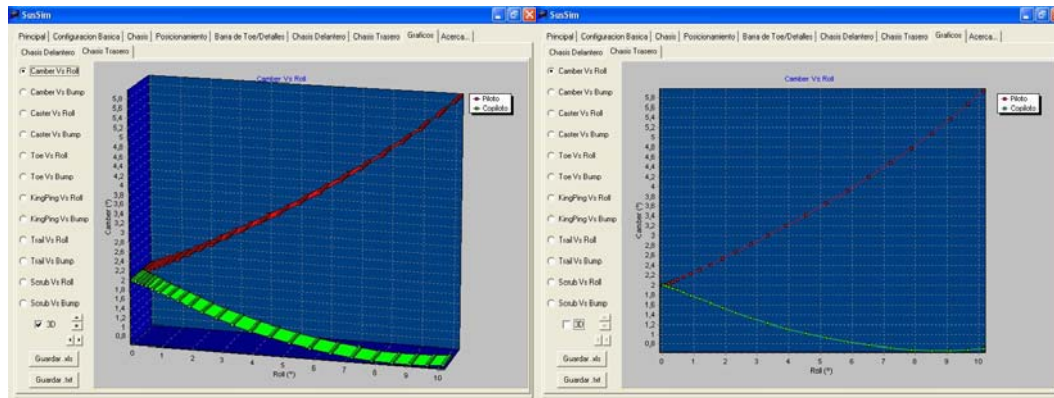


Imagen 33: Pantalla de Chasis Delantero (Igual a la de Chasis Trasero).

### 4.6- Reporte de Resultados

El software es capaz de guardar y graficar, tras haberse realizado las simulaciones correspondientes, el comportamiento durante la simulación de factores tales como el ángulo de Camber, el ángulo de Caster, el ángulo de Toe, el ángulo de Kingpin y las dimensiones del Mechanical Trail y de Scrub. Todos estos factores pueden graficarse respecto al rolido o al bump y las gráficas pueden observarse conservadoramente en 2 dimensiones o si se desea en 3 dimensiones pudiendo rotar la gráfica a voluntad (esta función se añadió para el caso de factores que se comportan de forma simétrica en ciertas simulaciones), además en ambos casos se puede hacer un acercamiento en áreas de interés de la gráfica y se pueden guardar los datos para su uso posterior en formato Excel o en formato de texto separado por tabulación para ser utilizado por alguna base de datos o por el Excel mismo.



**Imagen 34: Imágenes de la sección de graficación de resultados.**

A continuación les presentaremos brevemente los factores que se muestran en la sección de la graficación de resultados, debido a que estos factores son netamente geométricos y que además conocemos la ubicación en todo momento de cada punto de interés en el modelo de la suspensión, nos ahorraremos las explicaciones de los cálculos de los mismos, ya que su dificultad no va más allá de la obtención de un ángulo o una proyección.

### 4.6.1- Ángulo de Camber

Es el ángulo de inclinación formado entre el plano del neumático y la vertical (el plano del neumático es el plano central del mismo el cual es normal al eje de rotación).

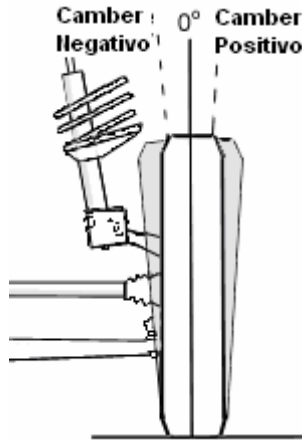


Imagen 35: Ángulo de Camber (Imagen propiedad de familycar.com).

### 4.6.2- Ángulo de Caster

Es el ángulo formado en un plano lateral entre la vertical y el eje de *steering* (eje de rotación del neumático debido a un giro en el volante). Debido al ángulo de Caster el vehículo intenta alinear las ruedas automáticamente al desplazarse.

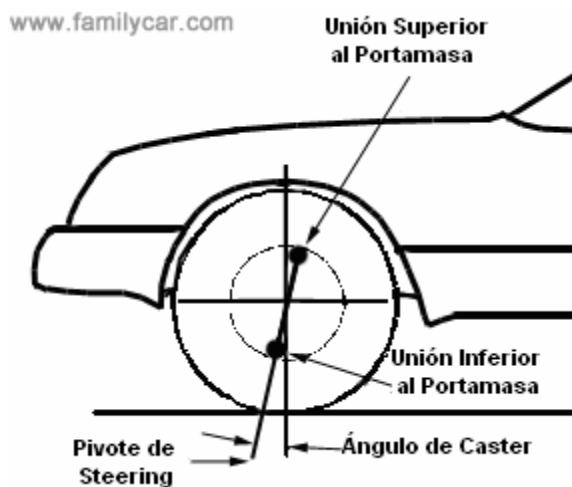


Imagen 36: Ángulo de Caster (Imagen propiedad de familycar.com).

### 4.6.3- Ángulo de Toe

Es el ángulo formado entre el eje longitudinal del vehículo y la línea de intersección del plano del neumático y la superficie del camino.

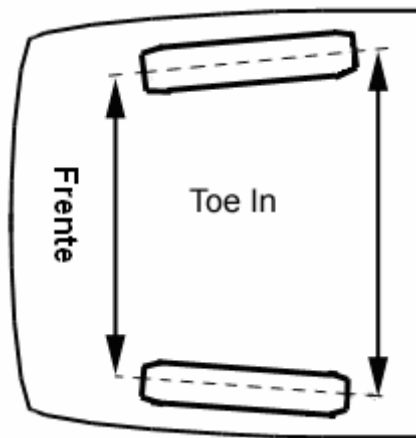


Imagen 37: Ángulo de Toe en ambos neumáticos (Imagen propiedad de familycar.com).

### 4.6.4- Ángulo de Kingpin

Es el ángulo formado en un plano frontal entre la vertical y el eje de *steering*.

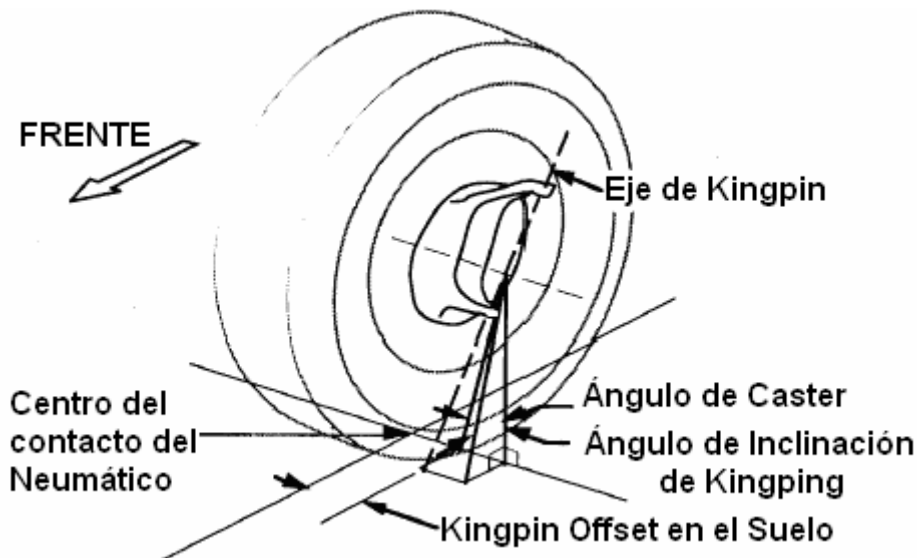


Imagen 38: Geometría de la rotación de steer que muestra el Ángulo de Kingpin además de otras características.

### 4.6.5- Mechanical Trail

También llamado *caster offset*. Es la distancia en un plano lateral entre la intersección del eje de *steering* y el centro de contacto del neumático.

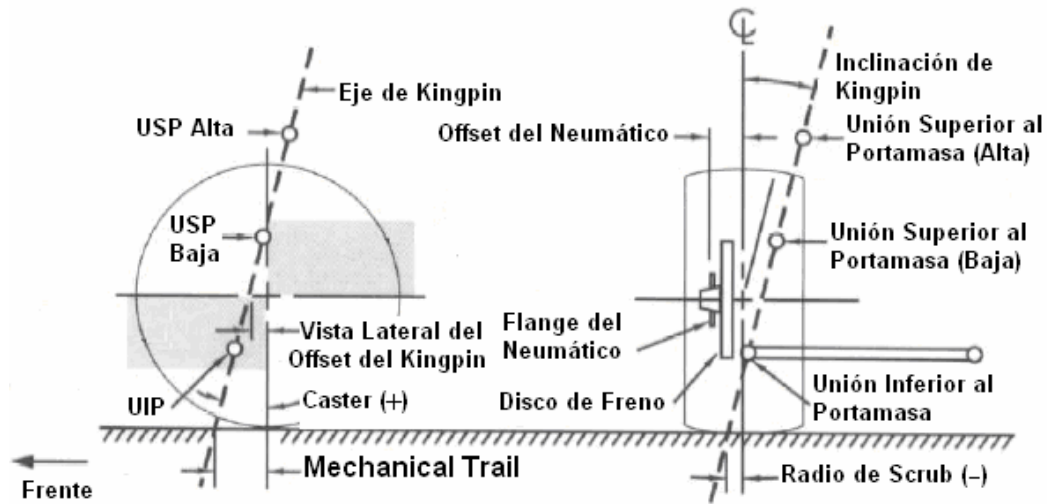


Imagen 39: Geometría del Ángulo de Kingpin que muestra en Mechanical Trail además de otras características (Imagen propiedad del Team SAE de la Universidad de Wayne State).

### 4.6.6- Scrub

También llamado *Scrub radius* distancia en un plano frontal entre el punto de intersección del eje de *steering* con el suelo y el punto de contacto del neumático con el suelo.

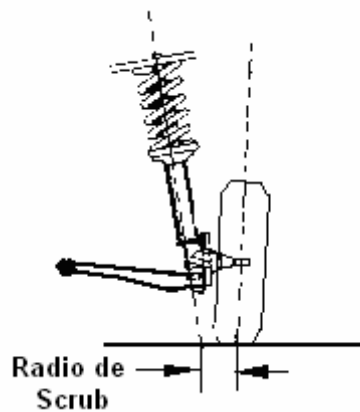


Imagen 40: Radio de Scrub (Imagen propiedad de familycar.com).

## Conclusiones

Un logro importante de este proyecto es el avance respecto a softwares de simulación previos, no solo a niveles evidentes como el visual el cual es simplemente superficial, sino a nivel de realismo y precisión. Para muestra de esto podemos comparar la simulación de la suspensión utilizada por el grupo SAE de la U.S.B. en el 2003 en el programa Whisbone utilizado por el grupo y el mismo modelo representado por SusSim. Incluso a nivel estático (sin presencia de *roll* o *bump*) se observan diferencias notables en los resultados, a pesar de representar el modelo en unidades diferentes (pulgadas en Whisbone y centímetros en SusSim), los ángulos obtenidos deberían ser idénticos. Esto resultó no ser así y al comparar los resultados de ambos, el que mostró mayor precisión fue el SusSim, para ilustrar esto mejor utilizaremos las siguientes imágenes.

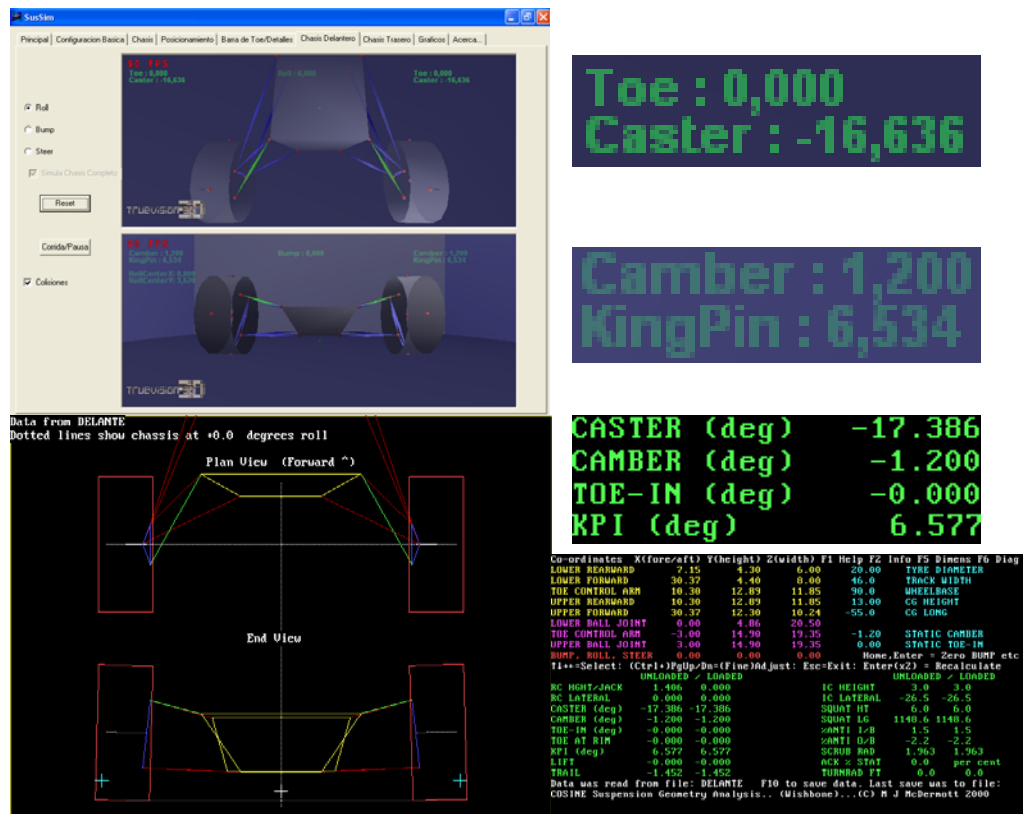


Imagen 41: Comparación de precisión de SusSim Vs Whisbone.

Las diferencias obtenidas son debidas a que a pesar de utilizar los mismos cálculos para obtener los resultados, las funciones matemáticas con las que fue compilado el Whisbone son de menor precisión. En un procesador las funciones matemáticas tales como el seno, coseno, raíces, etc., son realizadas mediante algoritmos de sumatorias y series, la exactitud de las mismas es consecuencia de el número de términos utilizados y de la precisión en si de éstos. Esto es imposible de cambiar en un programa una vez compilado y en muchos casos tampoco antes de serlo, ya que estas funciones forman parte de librerías pertenecientes al compilador mismo. El hecho de que se presente un error de esta magnitud en estado estático, solo nos puede indicar las magnitudes de los errores acarreados al ser calculado un desplazamiento.

A nivel de realismo también observamos que la suposición de comportamiento cinemático de forma plana en los modelos resulto ser falsa. En algunos casos podemos observar en las simulaciones como al someterse a roldo, debido a las características del modelo la estructura completa se desplaza hacia delante o hacia atrás mientras la estructura se retuerce y el eje de roldo cambia de dirección.

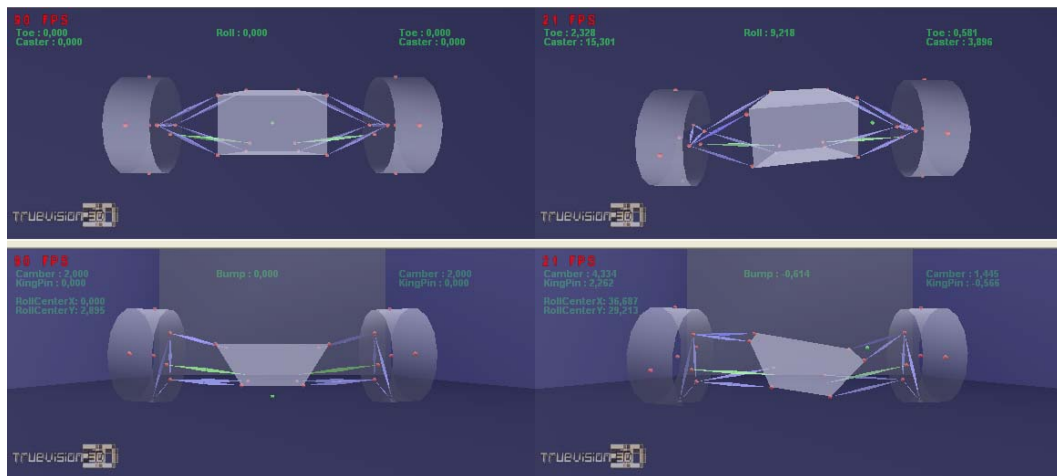


Imagen 42: Cabeceo en el modelo al retorcerse la estructura.

### **5.1- Limitaciones y Errores (Bugs).**

Dos limitantes notorias se presentaron en este trabajo, la falta de la inclusión de los cálculos dinámicos de las respuestas del vehículo y el hecho de que no se logró efectuar ninguna simulación en la que ambos chasis (frontal y trasero) interactuaran por encontrarse unidos rígidamente. A pesar de que el trabajo en si logró sus objetivos, hubiésemos deseado ir más allá, pero por el momento escapa de nuestras manos lograr lo antes planteado, ambas limitantes son consecuencia del complejo nivel al que se elevan los sistemas de ecuaciones no lineales que se generan cada vez que añadimos una junta más al sistema ya sea fija, de rotula, bisagra, etc. Por la condición beta de las librerías con las que se trabajó, en algunas de las configuraciones como las de doble brazo A invertido tan solo añadir un elemento más a la misma hacía imposible que la simulación fuese realizada.

Esto se debe a que las librerías funcionan mediante la creación de un mundo (world) y un espacio (space) virtuales que funcionan por separado pero que se relacionan cálculo a cálculo, en el espacio es donde se llevan a cabo los chequeos de contactos o relaciones de proximidad mediante cálculos geométricos, mientras que en el mundo es donde el tiempo avanza a pequeñísimos intervalos realizando también los cálculos debido a fuerzas y reacciones. El número de estos cálculos aumenta enormemente cada vez que ingresamos otra junta (restricción) a la configuración y cuando el tiempo de estos cálculos es mayor que el tiempo de un intervalo entre un cálculo y otro en el mundo, se comienzan a acumular exponencialmente operaciones matemáticas no realizadas lo cual lleva al CPU a un estado de desbordamiento. Esto explicado de manera simple consiste en que si me toma 4 segundos realizar un cálculo pero el intervalo era de 2 segundos, entonces se acumularon dos segundos de cálculos por realizar, en el siguiente intervalo estaré 2 segundos detrás más 2 segundos de dicho intervalo, o sea que estaré atrasado 4 segundos en cálculos y así sucesivamente hasta que la memoria se desborde. Por esto fue imposible incluir los elementos que funcionarían como brazos del sistema de amortiguación ya fuese

simple o por balancines, y mucho menos fue posible conectar dos suspensiones entre si para observar los efectos en un vehículo completo.

En cuanto a los Bugs o errores, primero es bueno acotar que tanto la librería de dinámicas de cuerpo rígido ODE como las gráficas, se encontraban en estado Beta al ser incluidas y utilizadas en este proyecto. Por alguna incompatibilidad aun no determinada entre las mismas, es posible que algunas configuraciones simplemente imploran matemáticamente en algunos CPUs, esto se refleja cuando al correr la simulación todos los elementos tridimensionales desaparecen de la pantalla (en realidad no desaparecen, solo se van a coordenadas en el + o - infinito) se ha comprobado que conversiones diferentes de la aplicación DirectX instalada se logran correr simulaciones que antes no eran posibles, además se ha comprobado que generalmente estas implosiones matemáticas ocurren cuando ciertos elementos se les da el valor de cero, como por ejemplo al ángulo de Toe de los neumáticos, esto demuestra que es una posible incompatibilidad entre las matrices de rotación utilizadas por ciertas versiones de DirectX en algunos CPUs con las que genera la librería ODE.

El otro Error conocido corresponde al complemento encargado de salvar los datos obtenidos en formatos de Excel o texto, ya que en pruebas preliminares con las librerías ODE efectuaba su función perfectamente, pero al trabajar con las librerías gráficas presenta el comportamiento de salir dos veces de memoria al cerrar el programa, esto hace que el Windows diga que existe un error pero en realidad no es así, por alguna razón no determinada el programa intenta sacar de memoria algo que ya no esta ahí y se da una señal al usuario. Esto no afecta de manera alguna al CPU y tampoco afecta el comportamiento del programa, como hemos dicho antes solo lanza una advertencia al usuario una vez que el programa fue cerrado en caso que durante la ejecución del mismo se haya utilizado las funciones de abrir o guardar archivos de simulaciones.

## Recomendaciones

La primera recomendación sería alentar a que se continúe con este proyecto en un futuro o que se utilice de bases para muchos otros. Uno de los primeros pasos que deberían intentarse sería la creación de nuevas configuraciones que optimicen el uso de las restricciones.

Mediante de configuraciones de restricciones optimizadas se podrían integrar los elementos necesarios para simular los brazos del sistema de amortiguación y en consecuencia se podrían aplicar una gran variedad de cálculos dinámicos del sistema.

Otra ventaja de una configuración optimizada sería la posibilidad de unir suspensiones delanteras y traseras para observar el comportamiento del sistema como un todo.

Una manera de mejorar o corregir los bugs o superar las limitaciones actuales sería utilizar versiones superiores y más actualizadas de las librerías utilizadas, tanto de las gráficas como las de dinámicas de cuerpo rígido (recordemos que ambas se encontraban en estado beta y se continúan mejorando).

También podría aumentarse la compatibilidad con sistemas más antiguos reemplazando el motor gráfico de Direct3D por el de representación de líneas tipo CAD utilizado en los primeros prototipos.

Otro camino para lograr que simulaciones tan o más complejas como ésta, incluyendo la posibilidad del vehículo completo además de los elementos de la amortiguación, sería utilizar otro tipo de métodos numéricos para representar las restricciones. Un buen ejemplo que merece ser acotado para su uso futuro son las integraciones de Verlet, este método se utiliza actualmente para simular tela o hilos en tiempo real con una velocidad de cálculo realmente alta, incluso se ha utilizado con las restricciones correctas para simular cuerpos rígidos que presentan miembros móviles acoplados (lamentablemente para cuando esta información se hizo de nuestro conocimiento ya el programa había sido completado).

Por último queremos acotar que para facilitar el futuro desarrollo y dar bases a otros que deseen continuar o aprender de este proyecto, todas las librerías, complementos y ejemplos de los mismos utilizados en este, así como todo el código tanto de los prototipos como de la versión definitiva, será distribuido en un CD que acompañará a este tomo.

Para facilitar en un futuro la ampliación de este proyecto aquí les presentamos los fundamentos básicos para obtener las respuestas dinámicas de un vehículo.

### **6.1- Propiedades de las Respuestas del vehículo**

La mejor forma de comenzar el tratamiento del vehículo como un sistema dinámico, es con las propiedades básicas de su sistema de suspensión (los movimientos del cuerpo y los ejes). A bajas frecuencias el cuerpo, el cual es considerado la masa de muelle del vehículo, se mueve como una unidad integral sobre las suspensiones. Esto es un movimiento de cuerpo rígido. Los ejes piezas asociadas a los neumáticos que forman el porta masas, también se mueven como cuerpos rígidos imponiendo fuerzas de excitación sobre la masa de muelle. Mas allá de esto, uno debe mirar a diversos modos estructurales de vibración y resonancia en los sub-sistemas del vehículo. Debido a esto, existen muchas variables individuales en condiciones de diseño y operación que se sabe afectan la respuesta vibratoria del vehículo.

El comportamiento dinámico de un vehículo puede ser caracterizado de una forma más significativa si consideramos las relaciones de entradas y salidas. Las entradas pueden ser cualquiera de las excitaciones previamente discutidas, o una combinación de las mismas. La salida de mayor interés sería la vibración del cuerpo. La relación entre la salida y la entrada de amplitudes representa una “ganancia” en el sistema dinámico. El término “Transmisibilidad” es frecuentemente utilizado para denotar tal ganancia. La transmisibilidad es la relación adimensional entre la amplitud de respuesta a una amplitud de excitación en un sistema en estado estable de de

vibración forzada. La relación puede pertenecer a fuerzas, desplazamientos, velocidades o aceleraciones.

### 6.1.1- Aislamiento de la Suspensión

En el nivel más básico, todos los vehículos de carretera comparten las propiedades de “aislamiento en movimiento” comunes a una masa de muelle soportada por sistemas primarios de suspensión en cada neumático. El comportamiento dinámico de este sistema es el primer nivel de aislamiento de la aspereza del camino. Las dinámicas esenciales pueden ser representadas mediante el modelo de cuarto de carro.

Este modelo consta de una masa de muelle soportada por una suspensión primaria, la cual a su vez se encuentra conectada al porta masa del eje. La suspensión tiene propiedades de rigidez y amortiguación. El neumático es representado como un resorte simple, aunque a veces un amortiguador es incluido para representar la pequeña cantidad de amortiguación inherente a la naturaleza visco elástica del neumático.

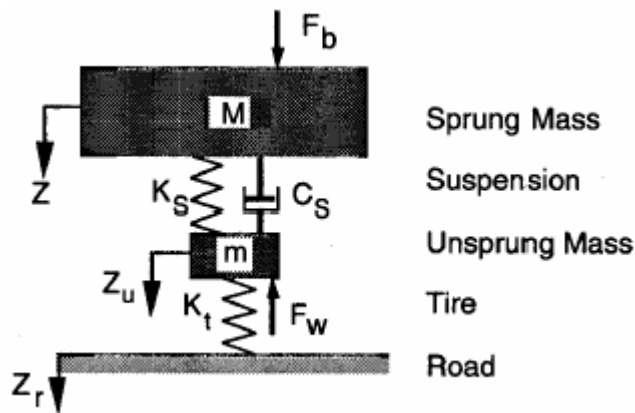


Imagen 43: Modelo de cuarto de carro.

## Bibliografía

- Gillespie, T. D., 1992, *Fundamentals of Vehicle Dynamics*, SAE International Editions, Warrendale PA.
- Burden R., Faires J.D., 1985, *Análisis Numérico*, Grupo Editorial Iberoamericana, México.
- Milliken, W. F., Milliken D. L., 1995, *Race Car Vehicle Dynamics*, SAE International Editions, Warrendale PA.
- Smith, C., 1996, *The Carroll Smith Race Car Set*, SAE International Editions, Warrendale PA.
- Newton K., 1997, *The Motor Vehicle*, Butterworth Heinemann, Oxford.
- Wayne A., 2003, RACING Newsletter Agosto 2003, Wayne State University, Detroit, MI.
- Lim B. S., *et al*, 2001, Formula SAE Suspension System (Abstract), University of Adelaide, Adelaide SA.
- <http://www.borland.com> Junio/2004.
- <http://ode.org> Junio/2004.
- <http://www.q12.org> Junio/2004.
- <http://www.cambrianlabs.com/mattias/> Junio/2004.
- <http://glscene.org> Junio/2004.
- <http://www.i-logic.com> Junio/2004.
- <http://www.steema.com> Junio/2004.