

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

DETERMINACIÓN DEL EFECTO DE LAS IRREGULARIDADES TOPOGRÁFICAS EN LA ESTIMACIÓN DEL ESTADO DE ESFUERZOS *IN SITU* EN POZOS PETROLEROS

Trabajo Especial de Grado
Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela para
optar al título de Ingeniero Geofísico
por la Br. Alba M. Martínez H.

Caracas, noviembre de 2004

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

DETERMINACIÓN DEL EFECTO DE LAS IRREGULARIDADES TOPOGRÁFICAS EN LA ESTIMACIÓN DEL ESTADO DE ESFUERZOS *IN SITU* EN POZOS PETROLEROS

Tutor académico: Prof. Franklin Ruíz

Trabajo Especial de Grado
presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela para
optar al título de Ingeniero Geofísico
por la Br. Alba M. Martínez H.

Caracas, noviembre de 2004

Caracas, 19 de noviembre de 2004

Los abajo firmantes, miembros del Jurado designado por el Consejo de Escuela de Geología, Minas y Geofísica, para evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por la Bachiller Alba M. Martínez H., titulado:

“DETERMINACIÓN DEL EFECTO DE LAS IRREGULARIDADES
TOPOGRÁFICAS EN LA ESTIMACIÓN DEL ESTADO DE
ESFUERZOS *IN SITU* EN POZOS PETROLEROS”

consideran que el mismo cumple con los requisitos exigidos por el plan de estudios conducente al Título de Ingeniero Geofísico, y sin que ello signifique que se hacen solidarios con las ideas expuestas por el autor, lo declaran APROBADO.

Prof. Inirida Rodríguez
Jurado

Prof. José Cavada
Jurado

Prof. Franklin Ruíz
Tutor Académico

A mis padres, por su dedicación
A Eduardo Rivadeneyra, por su amor
A Mario, por su alegría

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Central de Venezuela, por haberme brindado la oportunidad de formarme profesional y humanamente.

Al Prof. Franklin Ruíz, por el asesoramiento y tiempo dedicado en la realización del presente trabajo.

Al Vicerrector Académico Eleazar Narváez y su equipo de trabajo, por el aporte realizado para culminar este trabajo.

Al Prof. Juan Infante por siempre disponer del tiempo para colaborar.

A mi compañero Juan Roomer y a Imre Mikos, por su colaboración en este trabajo.

A los siguientes profesores: Adames, Alba Castillo, Orlando Méndez y José Peña porque tienen la capacidad y entusiasmo de enseñar más allá del contenido programático de una materia.

A mis padres por ser siempre tan comprensivos y ayudarme en los momentos difíciles.

A Eduardo Rivadeneyra, por ser un excelente amigo, tam.

Martínez H. Alba M.

***DETERMINACIÓN DEL EFECTO DE LAS IRREGULARIDADES
TOPOGRÁFICAS EN LA ESTIMACIÓN DEL ESTADO DE ESFUERZOS IN
SITU EN POZOS PETROLEROS***

**Tutor académico: Prof. Franklin Ruíz.
Tesis. Caracas, U.C.V. Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería
Geofísica. 2004, n° pag. 112**

Palabras claves: Esfuerzos, Geomecánica, Gravimetría, Módulos Elásticos

RESUMEN

Los esfuerzos en un pozo son estudiados en función de la profundidad. Éstos son afectados por la gravedad, que a su vez, considera el efecto de la topografía y la distribución de cargas en superficie.

Para el cálculo del esfuerzo horizontal y efectivo, se determinó el módulo de Poisson, usando la velocidad de las ondas P, dada como dato en el registro, con un factor de Biot igual a 1, y la presión de poro que se obtuvo a partir de un registro MDT.

El esfuerzo vertical mostró un comportamiento prácticamente lineal y no presentó oscilaciones como los esfuerzos horizontal y efectivo, ya que no está influenciado por la litología, a diferencia de los otros dos, que involucran módulos elásticos en las ecuaciones que los representan. El aumento con la profundidad es debido al incremento en el peso de la columna litostática.

El cálculo de la variación de la corrección topográfica en un pozo, se hizo con la ecuación de Hearst (1980), con una profundidad comprendida entre los 0 y 16000 pies, con intervalos de medición cada 0.5 pies, densidad de 2.67 g/cm^3 , con los radios y alturas determinadas, desde la zona B hasta la G de la retícula de Hammer (1939).

A partir del incremento en la gravedad por efecto de la topografía, se determinó y comparó el efecto producido sobre el gradiente y los esfuerzos vertical, horizontal y efectivo.

El mayor efecto que produce la corrección topográfica para la configuración de alturas establecida y en las zonas B-G de la retícula de Hammer, sobre los valores de gravedad, se observa en los primeros 2500 pies de profundidad, con un máximo producido a 1500 pies aproximadamente. A partir de este valor el efecto va disminuyendo, haciéndose asintótico al eje y, con poca influencia en los valores de

gravedad. Cuando se estudia la influencia sobre el gradiente, su mayor efecto también es en los primeros 2500 pies de profundidad, con un máximo de 0.000007 mgal/pies, el cual es un valor tan pequeño que hace que las curvas de los esfuerzos vertical, horizontal y efectivo, queden perfectamente superpuestas, cuando se considera o no la corrección topográfica.

Para determinar el incremento en el esfuerzo vertical debido a la carga que se encuentra en superficie, se usó una modificación de la ecuación de Boussinesq (1883). Para los siguientes casos: el analítico, en la que se supone un área rectangularmente cargada de manera uniforme, y un caso real, representado por una distribución irregular de cargas en la superficie.

El incremento en el esfuerzo vertical considerando una distribución uniforme de masas en superficie tiene una diferencia de 10 psi con respecto al caso de distribución de masas dependientes de la topografía. El esfuerzo vertical tiene un incremento rápido en los primeros 2000 pies de profundidad con valores que oscilan entre 15 a 25 psi. Después de esta profundidad, el esfuerzo, decrece de manera muy lenta observándose una línea que se hace asintótica al eje y. Esto es causado, porque la relación entre el esfuerzo y la profundidad es inversamente proporcional, y mientras más alejado se encuentra el punto de observación de la superficie, menor será el esfuerzo vertical, el cual provoca una compresión de los estratos del suelo, bien sea causada por la deformación de las partículas del suelo, el reacomodo de estas partículas o por la expulsión de agua o aire de los espacios vacíos, cuyo efecto es mayor en los primeros metros de profundidad.

ÍNDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA.....	iv
AGRADECIMIENTOS.....	v
RESUMEN.....	vi
LISTA DE FIGURAS.....	xi

CAPÍTULO I: El Problema

1.1 Introducción.....	1
1.2 Planteamiento del problema.....	3
1.3 Objetivos.....	4
1.3.1 Objetivo general.....	4
1.3.2 Objetivos específicos.....	4
1.4 Justificación.....	5
1.5 Trabajos previos.....	5

CAPÍTULO II: Esfuerzos

2.1 Generalidades.....	7
2.2 El pozo.....	9
2.2.1 El pozo vertical.....	10
2.2.2 Problemas durante la abertura del hoyo.....	12
2.3 Esfuerzos.....	13
2.3.1 Esfuerzos subterráneos.....	16
2.3.2 Manifestaciones en los pozos.....	17
2.3.3 Campo de esfuerzos en el hoyo.....	18
2.3.4 Presión de poro.....	19
2.4 Estimación de los esfuerzos <i>in situ</i>	21

2.4.1 Esfuerzos verticales.....	22
2.4.2 Esfuerzos horizontales.....	22
2.4.3 Esfuerzos efectivos.....	23
2.4.4 Incremento del esfuerzo vertical causado por una carga.....	24
2.5 Módulos elásticos.....	29
2.5.1 Módulo de volumen y cizalla.....	30
2.5.2 Módulo de Poisson.....	32
2.5.3 Módulo de Young.....	32
2.5.4 Relaciones empíricas entre los módulos.....	33
2.6 Propiedades acústicas de las rocas.....	34
2.6.1 Velocidad de ondas acústicas.....	34
2.7 Herramientas de medición en petrofísica.....	36
2.7.1 Métodos petrofísicos modernos.....	36
2.7.2 Perfil sísmico.....	38
2.7.3 Herramienta MDT.....	39

CAPÍTULO III: Gravimetría

3.1 Campo gravitatorio terrestre y gravimetría.....	40
3.2 Correcciones de gravedad.....	43
3.2.1 Correcciones para la latitud.....	45
3.2.2 Correcciones para la altura.....	45
3.2.3 Correcciones con la lámina de Bouguer.....	46
3.2.4 Corrección topográfica.....	47
3.2.4.1 Principio.....	52
3.2.4.2 Métodos para la construcción de un modelo topográfico.....	52
3.2.4.3 Corrección topográfica en gravimetría de pozo.....	53
3.3 Densidades.....	57

CAPÍTULO IV: Metodología

4.1 Estimación de los esfuerzos <i>in situ</i>	59
4.2 Cálculo de la corrección topográfica.....	60
4.3 Esfuerzo causado por una carga.....	62

CAPÍTULO V: Análisis de resultados

5.1 Variación de los esfuerzos <i>in situ</i> con la profundidad.....	63
5.2 Efecto de la corrección topográfica en el cálculo de los esfuerzos <i>in situ</i> ...	82
5.3 Incremento en los esfuerzos por una carga.....	91
CONCLUSIONES.....	97
BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS CITADAS.....	99
APÉNDICE 1. Método de Simpson.....	102
APÉNDICE 2: Atracción gravitacional de un prisma rectangular recto.....	105

LISTA DE FIGURAS

Fig. №		Pág.
2.1	Elementos de un pozo.....	10
2.2	Pozo vertical y pozo desviado.....	12
2.3	Problemas en el pozo.....	13
2.4	Fuerzas de cuerpo y superficie actuando sobre una columna vertical de rocas.....	15
2.5	Balances de fuerzas sobre una sección de un bloque continental....	16
2.6	Esfuerzos en un medio elástico causados por una carga puntual....	25
2.7	Esfuerzo vertical bajo la esquina de un área rectangular flexible uniformemente cargada.....	26
2.8	Incremento del esfuerzo en cualquier punto bajo un área flexible rectangularmente cargada.....	28
2.9	Posibles configuraciones de la herramienta MDT.....	39
3.1	Ilustración de las correcciones de altitud y topográfica.....	48
3.2	Plantilla para la reducción topográfica.....	50
3.3	Fragmento del nomograma de Lukávchenco.....	51
3.4	Rejilla ortogonal para la reducción topográfica	53
3.5	Cilindro recto circular.....	55
4.1	Distribución en la red de Hammer de las alturas promedios.....	60
4.2	Montaña sintética usada en la corrección topográfica.....	61
5.1	Presión de poro medida en el pozo con la herramienta MDT.....	64
5.2	Variación del módulo de Poisson en el pozo.....	65
5.3	Valores de densidad obtenidos con la herramienta MDT en el pozo.....	66
5.4	Variación de los esfuerzos en el pozo con densidad constante de 2.33 g/cm ³	69

5.5 a	Esfuerzo vertical con densidad variable medida en el pozo con la herramienta MDT y densidad constante de 2.33 g/cm^3 para una gravedad constante de 978180 mgals.....	70
5.5 b	Diferencia en el esfuerzo vertical con densidad variable medida en el pozo con la herramienta MDT y densidad constante de 2.33 g/cm^3 para una gravedad constante de 978180 mgals.....	71
5.6 a	Esfuerzo horizontal con densidad variable medida en el pozo con la herramienta MDT y densidad constante de 2.33 g/cm^3 para una gravedad constante de 978180 mgals.....	72
5.6 b	Diferencia en el esfuerzo horizontal con densidad variable medida en el pozo con la herramienta MDT y densidad constante de 2.33 g/cm^3 para una gravedad constante de 978180 mgals	73
5.7 a	Esfuerzo efectivo con densidad variable medida en el pozo con la herramienta MDT y densidad constante de 2.33 g/cm^3 para una gravedad constante de 978180 mgals.....	74
5.7 b	Diferencia en el esfuerzo efectivo con densidad variable medida en el pozo con la herramienta MDT y densidad constante de 2.33 g/cm^3 para una gravedad constante de 978180 mgals.....	75
5.8 a	Esfuerzo vertical con gravedad variable y gravedad constante de 978180 mgals para una densidad constante de 2.33 g/cm^3	76
5.8 b	Diferencia en el esfuerzo vertical con gravedad variable y gravedad constante de 978180 mgals para una densidad constante de 2.33 g/cm^3	77
5.9 a	Esfuerzo horizontal con gravedad variable y gravedad constante de 978180 mgals para una densidad constante de 2.33 g/cm^3	78
5.9 b	Diferencia en el esfuerzo horizontal con gravedad variable y gravedad constante de 978180 mgals para una densidad constante de 2.33 g/cm^3	79

5.10 a	Esfuerzo efectivo con gravedad variable y gravedad constante de 978180 mgals para una densidad constante de 2.33 g/cm ³	80
5.10 b	Diferencia en el esfuerzo efectivo con gravedad variable y gravedad constante de 978180 mgals para una densidad constante de 2.33 g/cm ³	81
5.11	Valores de corrección topográfica de las zonas B-G	83
5.12	Diferencias en los valores de corrección topográfica causados por un terreno representado por un cilindro recto circular.....	84
5.13	Efecto de la corrección topográfica de las zonas B-G en los valores de gravedad en el pozo.....	86
5.14	Efecto de la corrección topográfica de las zonas B-G en el gradiente de presión de poros.....	88
5.15	Efecto de la corrección topográfica de las zonas B-G en los esfuerzos con densidad constante de 2.33 g/cm ³	89
5.16	Diferencias en los valores de los esfuerzos por efecto de la corrección topográfica de las zonas B-G con densidad constante de 2.33 g/cm ³	90
5.17	Incremento del esfuerzo vertical con distribución de carga uniforme en superficie.....	92
5.18	Incremento en el esfuerzo vertical por una carga variable en superficie.....	94
5.19	Distribución de las cargas variables.....	95
5.20	Esfuerzo vertical con carga variable.....	96

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

1.1 INTRODUCCIÓN

Cuando se perfora un pozo, los esfuerzos alrededor de éste aumentan debido a la extracción del material en esta localización. Originalmente la roca se encuentra en un estado pseudo estático/estable ya que no se esperan grandes movimientos ni alteración de la micro estructura en un límite de tiempo corto, excepto en áreas de alta actividad tectónica. Después de la perforación, el estado estático/estable se rompe y el esfuerzo alrededor del pozo es redistribuido.

Debido a que el cambio en los esfuerzos puede ocasionar fallas y hasta colapso en el pozo, es necesario que el cálculo de los esfuerzos vertical, horizontal y efectivo sea realizado con la mayor precisión posible. Para realizar estos cálculos es imprescindible tomar en cuenta el comportamiento de la gravedad y los factores que intervienen en su variación, para observar como afecta el estado de esfuerzos.

Actualmente las mediciones de gravedad realizadas en un pozo no consideran el efecto que tiene la topografía que se encuentra en superficie, sobre los valores de gravedad medidos en el pozo. Ésta se evidencia en la estimación del gradiente, el cual es necesario para el cálculo de los esfuerzos *in situ*

Además, la topografía superficial ejerce una presión de carga sobre el cuerpo rocoso que se encuentra debajo de él, cuyo efecto en el esfuerzo vertical se considera generalmente uniforme a lo largo de toda el área ocupada, pero en realidad, la distribución no es uniforme sobre cada punto pues depende del peso de la columna litostática que sobre él exista.

Por lo tanto, se analiza el efecto que tiene sobre el cálculo de los esfuerzos una distribución no uniforme de masas en la superficie, que viene dada por la

configuración en la retícula de Hammer (1939) para las zonas B-G, considerada para calcular la corrección topográfica.

Estos aspectos han sido estudiados por diversos autores como Sena (1984), quien hizo un análisis de la propagación del error en la anomalía de Bouguer, estableciendo la necesidad de tomar en cuenta la exactitud del método empleado en su cálculo, pues los términos despreciados en la fórmula pueden causar errores sistemáticos en las anomalías calculadas.

Los estudios específicos sobre la corrección topográfica se han extendido desde la construcción de tablas como la de Hammer (1939). Por su parte, Beyer (1979) determinó el efecto que tiene la corrección del terreno sobre las medidas de gravedad en un pozo, realizando programas computacionales con el modelo de un cilindro circular recto. Hearst (1968) además determinó la influencia que tiene la curvatura de la Tierra y el efecto de terrenos inclinados sobre los cálculos de corrección topográfica.

Nagy (1966) desarrolló las ecuaciones para determinar la atracción gravitacional de un prisma en superficie, con las que es posible describir cualquier configuración arbitraria en términos de bloques compuestos de prismas de varias dimensiones y densidades, para diferentes alturas y posiciones en el terreno.

El efecto de las cargas en superficie fue estudiado por Boussinesq (1883) quien resolvió el problema de los esfuerzos producidos en cualquier punto en un medio homogéneo, elástico e isotrópico como resultado de una carga puntual aplicada sobre la superficie de un semiespacio infinitamente grande.

Considerando estos estudios, se realizó el siguiente trabajo, que se encuentra dividido en cinco capítulos. Este primer capítulo contempla el planteamiento del problema, los objetivos, la justificación y trabajos anteriores.

Los capítulos II y III desarrollan las bases teóricas de esfuerzos y gravimetría necesarias para la posterior interpretación de los resultados.

El capítulo IV es la metodología usada para obtener los esfuerzos vertical, horizontal y efectivo, la corrección topográfica y el incremento por efecto de la carga de estos esfuerzos. Los resultados obtenidos con la metodología utilizada se describen en el capítulo V con su respectiva interpretación.

1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Al momento de diseñar un pozo es preciso tomar en cuenta los factores físicos naturales de esfuerzos generados por la presión en un punto determinado, debido a estos comportamientos, se hace imprescindible determinar, con un alto grado de exactitud la tendencia de los fenómenos naturales antes mencionados, pues durante la construcción de pozos, se puede producir inestabilidad en el mismo, colapso del revestimiento o falla en la perforación.

Los esfuerzos producidos en el pozo, representados por el vertical, horizontal y efectivo, dependen de varios factores como la gravedad, la densidad y la corrección topográfica, entre otros.

En la actualidad, cuando se hace el cálculo del esfuerzo vertical en evaluaciones geomecánicas a lo largo de un pozo, se considera a la gravedad constante, sin tomar en cuenta el efecto producido por las masas rocosas que se encuentra en superficie, cuyo efecto varía a medida que se profundiza.

Se ha determinado que los términos despreciados en fórmulas simplificadas y valores erróneos de las constantes, pueden causar errores sistemáticos en las anomalías calculadas. Un error sistemático en las anomalías de Bouguer, por ejemplo, resulta de ignorar las irregularidades del terreno.

Por lo tanto, para hacer más preciso el cálculo del esfuerzo vertical *in situ*, se considera agregarle la variación que tiene la gravedad a medida que vamos

profundizando en el pozo, debido al efecto que tienen las irregularidades topográficas en la superficie del terreno.

Adicionalmente, se considera que la distribución de cargas en superficie es uniforme para el momento de calcular los esfuerzos, pero en realidad, las cargas se distribuyen de acuerdo al peso de la columna de cada una de ellas.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivos generales

- Determinar los esfuerzos *in situ* en un pozo, usando primero gravedad y densidad constante y luego gravedad y densidad variable.
- Evaluar si la variación de la gravedad al incluir la corrección topográfica en pozos, es un factor significativo en el cálculo de la distribución de esfuerzos *in situ*.
- Evaluar el incremento en el esfuerzo vertical en una región aledaña al hoyo, debido a las cargas asociadas a las irregularidades topográficas en la superficie.

1.3.2 Objetivos específicos

- Estimar los esfuerzos horizontales, vertical y efectivo *in situ* a partir de registros de pozo y mediciones de presiones de poro con la herramienta MDT.
- Estimar la corrección topográfica en el pozo y su variación con la profundidad.
- Aplicar la corrección topográfica calculada a los valores de gravedad y luego determinar su influencia sobre los esfuerzos en el subsuelo.
- Determinar el efecto que ejerce una carga rectangular uniforme en superficie en el incremento del esfuerzo vertical en el subsuelo.
- Determinar el efecto que ejerce una carga rectangular variable, asociada a las irregularidades topográficas, en el incremento del esfuerzo vertical en el subsuelo.

1.4 JUSTIFICACIÓN

Los esfuerzos vertical, horizontal y efectivo están directamente relacionados con la profundidad, la gravedad, la densidad y la corrección topográfica. Los cálculos para estimar los esfuerzos realizados en pozos consideran un valor de gravedad constante, a diferencia del comportamiento real el cual varía con la profundidad.

El cálculo de esfuerzos depende de la distribución de las cargas en superficie, la cual no es de manera uniforme, sino que depende del peso de la columna litostática sobre cada punto, por lo que es necesario estimar el efecto de la misma.

La importancia del cálculo de los esfuerzos viene dado por los siguientes aspectos:

- Al definir el efecto que tiene la variación de la gravedad, tomando en cuenta las variaciones generadas por la topografía a lo largo de un pozo cuando se hacen las evaluaciones geomecánicas, se aporta conocimiento, estimando los esfuerzos *in situ*, según esta condición.
- Al obtener información más precisa del estado de esfuerzos en un pozo, se podrían prevenir inestabilidades, colapsos o fracturamientos de las paredes.
- Permite determinar la influencia que tiene una carga variable sobre el cálculo de los esfuerzos.

1.5 TRABAJOS PREVIOS

El efecto de la corrección topográfica ha sido estudiado por mucho tiempo y por diferentes autores, pues según lo explica Sena (1984), quien hizo un análisis de la propagación del error en la anomalía de Bouguer, es necesario tomar en cuenta la exactitud del método empleado en su cálculo, pues los términos retenidos en la fórmula utilizada, valores erróneos de las constantes numéricas y los términos despreciados pueden causar errores sistemáticos en las anomalías calculadas.

Algunos errores sistemáticos en las anomalías de Bouguer, por ejemplo, resultan de ignorar las irregularidades del terreno, los parámetros de la fórmula como la gravedad observada, la latitud geográfica, la altura de la estación o los modelos utilizados para la corrección topográfica.

Por lo tanto, son muchos los autores que se han dedicado a estudiar el efecto que estos parámetros tienen sobre los cálculos de la gravedad. Los estudios se han extendido desde la construcción de tablas para calcular la corrección topográfica en superficie, como lo hizo Hammer (1939), que actualmente continúan usándose, o trabajos como el de Beyer (1979) quien estudió el efecto que tiene la corrección del terreno sobre las medidas de gravedad en un pozo, realizando programas computacionales, que facilitan el cálculo de este efecto, y la determinación de la influencia que tiene la curvatura de la Tierra. Hearst (1968) por su parte también desarrolló programas computacionales para determinar el efecto del terreno en las medidas de gravedad, usando el modelo de un cilindro circular recto. Además estudió el efecto de terrenos inclinados, sobre este valor.

Nagy (1966) desarrolló las ecuaciones para determinar la atracción gravitacional de un prisma en superficie, las cuales son válidas para cualquier punto fuera y en el borde del prisma. Con esto es posible describir cualquier configuración arbitraria en términos de bloques compuestos de prismas de varias dimensiones y densidades, para diferentes alturas y posiciones en el terreno. Estas ecuaciones se encuentran desarrolladas en el anexo 2, con las modificaciones hechas para que consideren el efecto gravitacional del prisma a medida que se profundiza en el pozo.

El efecto de las cargas en superficie fue estudiado por Boussinesq (1883) quien resolvió el problema de los esfuerzos producidos en cualquier punto en un medio homogéneo, elástico e isotrópico como resultado de una carga puntual aplicada sobre la superficie de un semiespacio infinitamente grande, para diferentes tipos de cargas como la puntual, lineal, rectangular.

CAPÍTULO II

ESFUERZOS EN EL POZO

2.1 GENERALIDADES

Las condiciones *in situ* antes de la perforación se refieren al grado de esfuerzos al que generalmente se encuentran sometidas las rocas en el subsuelo, estos esfuerzos son, uno vertical producido por la columna litostática que suprayace a la roca, y dos esfuerzos horizontales que son conocidos como los esfuerzos de confinamiento lateral. Los esfuerzos de confinamiento en un campo sin acción tectónica son iguales, sin embargo esto rara vez sucede, por el contrario en la mayoría de los campos se puede medir un esfuerzo lateral mínimo (σ_h) y un esfuerzo lateral máximo (σ_H), que tendrán un papel fundamental en la estabilidad de las perforaciones.

Siguiendo con el proceso, luego de tener unas condiciones *in situ*, prosigue la perforación que produce una redistribución de esfuerzos alrededor del pozo. Dentro de las consideraciones a tener en cuenta en la redistribución de esfuerzos, se debe conocer que todo punto en profundidad posee unas características de presión (generada por el esfuerzo vertical, σ_v , y los esfuerzos horizontales) y temperatura, que crean un estado que es alterado cuando se llevan a cabo tareas de perforación. La perforación rompe con el equilibrio en que se encuentran las zonas aledañas al pozo, y produce un reacomodamiento de estas condiciones.

El mantenimiento de la estabilidad mecánica de pozo es una de las consideraciones más críticas en cualquier operación de perforación. Un pozo inestable reducirá el desempeño de la perforación resultando en dificultades para perforar, realizar operaciones, y en el peor de los casos en la pérdida del pozo debido al colapso del mismo. Esta inestabilidad ocurre como resultado de: factores mecánicos y factores químicos o combinación de ambas. En términos simples los efectos mecánicos están usualmente relacionados con el peso inadecuado del lodo, e

inapropiadas prácticas de perforación (donde se debe tener en cuenta la mejor trayectoria de acuerdo a la distribución de los esfuerzos *in situ*), por otro lado los efectos químicos están relacionados con el inapropiado tipo de lodo y la inadecuada inhibición.

Por ultimo los procesos normales de producción de los yacimientos pueden conllevar a un reajuste en la carga que soporta la roca, ya que al sustraer el fluido, el porcentaje de esfuerzo que soportaba este, es transferido al esqueleto sólido de la roca, lo que puede llevar a redistribución de los granos y compactación del yacimiento. Esta compactación puede crear problemas en los pozos ya construidos, por reactivación de fallas o directamente mediante la transferencia de esfuerzos sobre las paredes del pozo, produciendo cortes del casing o doblamientos (buckling), que pueden desembocar en pérdidas totales del pozo.

Por lo tanto, es necesario estudiar las propiedades mecánicas de las rocas que son gobernadas por la reacción de la roca con las fuerzas que actúan sobre un punto. Estas fuerzas inducen un estado de esfuerzo y un estado de deformación. La interrelación entre los esfuerzos y deformaciones en un material es idealizado en base a las teorías matemáticas de la elasticidad.

El concepto de elasticidad surge porque el tamaño y forma de un cuerpo puede ser cambiado aplicando fuerzas externas en su superficie, a estas fuerzas externas se opondrán fuerzas internas para resistir dichos cambios. Como resultado, el cuerpo tendrá la tendencia de volver a su forma original una vez que las fuerzas externas hayan dejado de ser aplicadas. De aquí, la elasticidad se puede definir como la capacidad de los cuerpos de resistir los cambios de forma y tamaño debido a la aplicación de fuerzas externas y poder retornar a su condición original al cesar la aplicación de dichas fuerzas. La ecuación de la elasticidad, se simplifica considerando materiales isotrópicos, esto es, que sus propiedades elásticas son independientes de la dirección en que se midan. Aún cuando las rocas metamórficas que presentan foliaciones no son isotrópicas, la aproximación a esta propiedad es usualmente

satisfactoria para la corteza de la Tierra y el manto. A las fuerzas aplicadas se les llaman esfuerzos mientras que los cambios de forma en el cuerpo reciben el nombre de deformaciones.

Casi todos los materiales sólidos, incluyendo todas las rocas, a baja presión y temperatura, son elásticos cuando se les aplica una fuerza durante un tiempo no muy prolongado.

2.2 EL POZO

Durante la perforación y la completación del pozo (figura 2.1), pueden presentarse una serie de fenómenos que podrían dar como resultado inestabilidades en el mismo. A consecuencia de esto, podría ocurrir colapso del revestimiento, inducción de fracturas e incluso fracaso en la perforación.

En el pozo hay concentraciones de esfuerzos que pueden extenderse en su diámetro, lo que puede exceder la deformación de la formación, dando como resultando el fracturamiento.

Alrededor del pozo se crea una superficie libre que elimina el confinamiento natural, dependiendo de las propiedades mecánicas de la formación, reduciendo la fuerza y el tiempo de fractura, causando importantes efectos alrededor del pozo, como son:

- Creación de un campo de concentración de esfuerzos
- Cambios en las condiciones de confinamiento
- Deformación inelástico y tiempo-dependiente, causado, por la creación de una superficie libre.

La severidad de estos efectos y la subsecuente falla del pozo, depende de las magnitudes de los esfuerzos *in situ* y de las propiedades mecánicas de la formación.

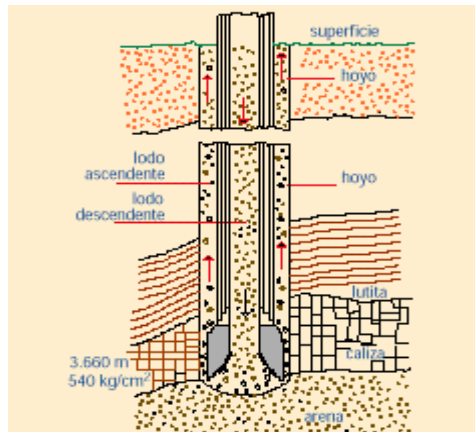


Figura 2.1. Elementos de un pozo.

(Tomado de Barberii, 1998)

2.2.1 El pozo vertical

En el verdadero sentido técnico y aplicación de la perforación rotatoria no es fácil mantener el pozo en rigurosa verticalidad desde la superficie hasta la profundidad final. Mientras más profundo esté el yacimiento petrolífero, más control exigirá la trayectoria de la barrena, la cual es una herramienta que sirve para taladrar o cortar efectivamente las rocas y ahondar en profundidad para mantener el pozo recto y vertical

Varios factores mecánicos y geológicos influyen en el proceso de hacer el pozo. Algunos de éstos tienen marcada influencia entre sí, la cual, a veces, hace más difícil la posible aplicación de correctivos para enderezar la trayectoria de la perforación. Entre los factores mecánicos están: las características, diámetros y peso por unidad de longitud de los tubos que componen la sarta de perforación; el tipo de barrena (como son las de conos giratorios, diamantes, cadenas entre otras), la velocidad de rotación de la sarta; el peso de la sarta que se deja actuar sobre la barrena, para que ésta muerda, penetre y despedace la roca; el tipo y las características tixotrópicas que se refieren a una propiedad de los lodos muy viscosos que se transforman a estado líquido cuando se agitan, y recuperan su condición

original cuando se encuentran en reposo, del fluido de perforación, utilizando su peso por unidad de volumen para contrarrestar las presiones de las formaciones perforadas, la velocidad y caudal suficientes de salida del fluido por las boquillas de la barrena para garantizar la limpieza del fondo del hoyo y el arrastre del ripios hasta la superficie.

Los factores geológicos tienen que ver con la clase y constitución del material de las rocas, muy particularmente el grado de dureza, que influye mucho sobre el progreso y avance de la perforación; el buzamiento o inclinación de las formaciones con respecto a la superficie como plano de referencia. La intercalación de estratos de diferentes durezas y buzamientos, influyen en que la trayectoria de la barrena, sea afectada en inclinación y dirección por tales cambios, y más si los factores mecánicos de la sarta y del fluido de perforación sincronizan con la situación planteada.

Por tanto, es necesario verificar cada cierto tiempo y a intervalos determinados la verticalidad convencional del hoyo, mediante registros y análisis de los factores mencionados. En la práctica se acepta una cierta desviación del hoyo.

Desde los comienzos de la perforación rotatoria se ha tolerado que un pozo sea razonablemente vertical cuando su trayectoria no rebasa los límites del perímetro de un cilindro imaginario, que se extiende desde la superficie hasta la profundidad total y cuyo radio, desde el centro de la plataforma rotatoria, toca las cuatro patas de la cabria de perforación. La colisa forma parte del sistema rotatorio que por medio de sus componentes se hace el hoyo hasta la profundidad donde se encuentra el yacimiento petrolífero.

La colisa va instalada en el centro del piso de la cabria, descansa sobre una base muy fuerte, constituida por vigas de acero que conforman el armazón del piso, reforzado con puntales adicionales. La funcionalidad principal de esta radica en impartir el movimiento rotatorio a la sarta de perforación y sostener todo el peso de la sarta mientras se le enrosca otro tubo para seguir ahondando el hoyo, o sostener el peso de la sarta cuando sea necesario para desenroscar toda la sarta en parejas o

triples para sacarla toda del pozo. Además, la colisa tiene que aguantar cargas muy pesadas durante la introducción de la sarta del revestimiento en la perforación.

La cabria forma parte del sistema de izaje pues introducir en el pozo, sostener o extraer de él tan pesadas cargas de tubos, requiere de un sistema de levante robusto, con suficiente potencia, aplicación de velocidades adecuadas, freno eficaz y seguros, que garanticen la realización de las operaciones sin riesgos para el personal y el equipo. La silueta de la cabria es de tipo piramidal y la más comúnmente usada es la rígida, cuyas cuatro patas se asientan y aseguran sobre las esquinas de una subestructura metálica muy fuerte. La parte superior de esta subestructura, que forma el piso de la cabria, puede tener una altura de 4 a 8.5 metros. Esta altura permite el espacio libre deseado para trabajar con holgura en la instalación de las tuberías, válvulas y otros aditamentos de control que se ponen en la boca del pozo.

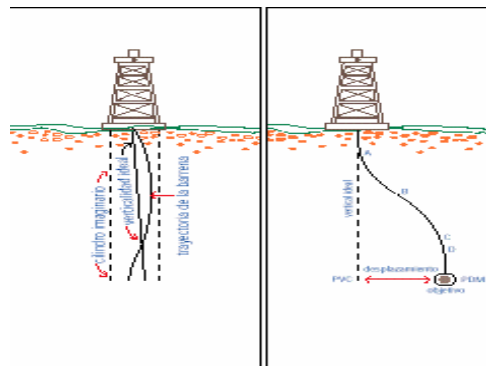


Figura 2.2. Pozo vertical y pozo desviado.

(Tomado de Barberii, 1998)

2.2.2 Problemas durante la abertura del hoyo

Aunque se disponga de los mejores equipos, herramientas, materiales, tecnología y personal capacitado, durante la perforación pueden presentarse una variedad de problemas que a veces pueden ser difíciles y costosos (figura 2.3). Prevenir situaciones que puedan malograr el buen ritmo y los costos de las operaciones es uno de los principales objetivos al momento de perforar. Entre estos problemas se cuentan:

- Derrumbes de las formaciones.
- Pérdida de circulación parcial o total del fluido de perforación
- Desviación crítica del hoyo.
- Constricción del diámetro del hoyo.
- Torcedura o enchavetamiento del hoyo.
- Atascamiento de la sarta de perforación.
- Desenrosque de elementos de la sarta y, por ende, tareas de pesca.
- Torcedura y desprendimiento de parte de la sarta.
- Arremetidas y reventón.

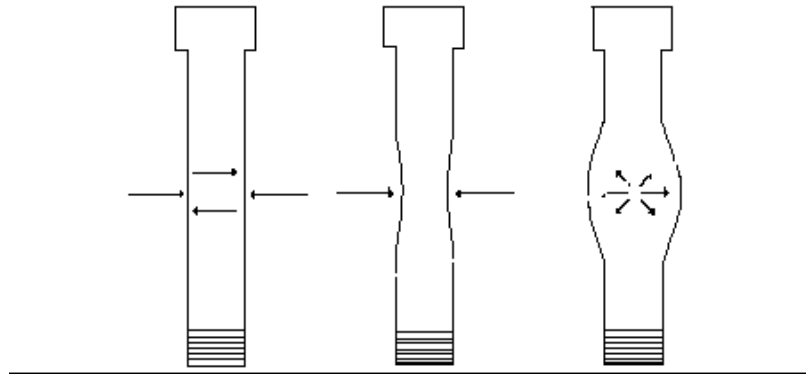


Figura 2.3. Problemas en el pozo.

2.3 ESFUERZOS

El esfuerzo es la fuerza aplicada sobre la superficie de un cuerpo por unidad de área. Cuando estos esfuerzos son perpendiculares a la superficie de aplicación reciben el nombre de esfuerzos normales, mientras que aquellos paralelos al plano de la superficie son llamados esfuerzos de cizalla.

Las fuerzas que actúan sobre un elemento sólido son de dos tipos: fuerzas de cuerpo y fuerzas de superficie. Las *fuerzas de cuerpo* actúan por todo el volumen del sólido, la magnitud de esta fuerza sobre un elemento es directamente proporcional al volumen o masa. Por ejemplo, la fuerza de gravedad que actúa sobre un cuerpo hacia

abajo, en un elemento de peso, es el producto de su masa y la aceleración de la gravedad g . Definiendo la densidad ρ como la masa por unidad de volumen, la fuerza gravitacional de un cuerpo sobre un elemento es también el producto de ρg y el volumen del elemento. De este modo la fuerza gravitacional hacia abajo es g por unidad de masa y ρg por unidad de volumen.

Las fuerzas de superficie actúan sobre un área de superficie, la cual limita a un elemento de volumen. La magnitud de las fuerzas de superficie es directamente proporcional al área de superficie sobre la cual actúan. Estas fuerzas dependen de la orientación de la superficie. Por ejemplo la que existe en la base de una columna de roca a una profundidad z , que debajo de la superficie soporta el peso de la columna, como se muestra en la figura 2.4. El peso de la columna en una sección de área δA , es $\rho g z$. Este peso es distribuido sobre una superficie horizontal de área δA y profundidad z . Esto suponiendo que no existen fuerzas verticales sobre la superficie lateral de la columna y que la densidad ρ es constante. De este modo σ_{zz} es la fuerza de superficie por unidad de área actuando perpendicularmente sobre una superficie horizontal, lo cual determina el esfuerzo. Como la fuerza sobre la columna de roca, es igual a la que existe en la columna en equilibrio, se tiene que:

$$\sigma_{zz} = \rho g z \quad (\text{Ec. 2.1})$$

La fuerza normal por unidad de área sobre un plano horizontal se incrementa linealmente con la profundidad y el esfuerzo normal es ocasionado por el peso en el límite o borde de las rocas, lo cual define al esfuerzo litostático o presión.

La fuerza normal de superficie por unidad de área sobre un plano horizontal en la Tierra es también normal a la fuerza de superficie por unidad de área sobre un plano vertical. La componente normal del esfuerzo horizontal σ_{xx} puede incluir un aumento de las fuerzas tectónicas, en este caso $\sigma_{xx} \neq \sigma_{yy} \neq \sigma_{zz}$. Pero si se considera el caso en que los tres esfuerzos son iguales entonces se tiene que:

$$P_L \equiv \sigma_{xx} = \sigma_{zz} = \sigma_{yy} = \rho g z \quad (\text{Ec. 2.2})$$

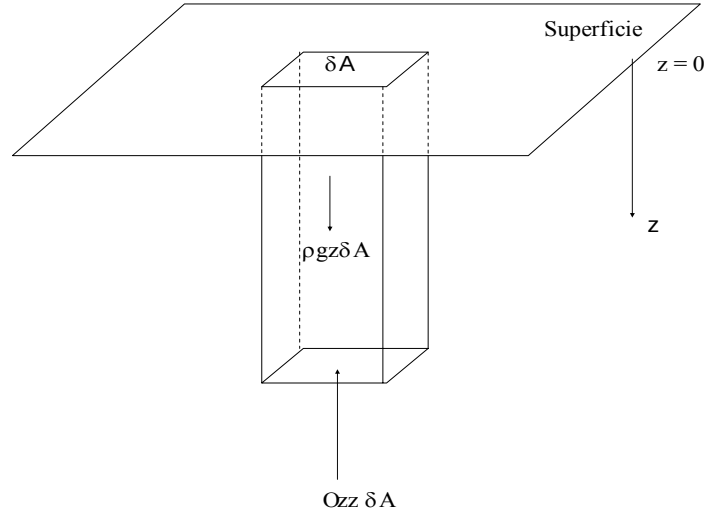


Figura 2.4. Fuerzas de cuerpo y superficie actuando sobre una columna vertical de rocas.

En la figura 2.5 se tiene un balance de fuerzas sobre un bloque continental. Allí, la fuerza horizontal está actuando sobre las afueras del bloque. Se supone que esta fuerza es ocasionada por la presión litostática en el manto de densidad ρ_m . La fuerza horizontal F_m es obtenida por integración de la presión litostática, que es la siguiente:

$$F_m = \int_0^z P_L dz = \rho_c g \int_0^z z dz = \frac{1}{2} \rho_c g b^2 \quad (\text{Ec. 2.3})$$

En la fuerza horizontal por unidad de área en una sección típica de un bloque continental, F_c , se supone que el esfuerzo normal actuando en el continente σ_{xx} se da

en dos partes, la primera es la contribución litostática ρgy y la segunda es la contribución de la constante tectónica $\Delta\sigma_{xx}$, lo cual lleva a la expresión:

$$\sigma_{xx} = \rho gy + \Delta\sigma_{xx} \quad (\text{Ec. 2.4})$$

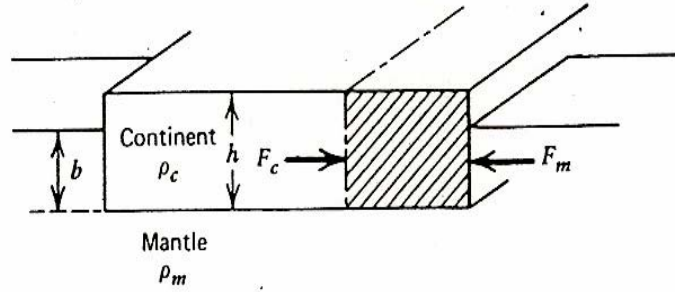


Figura 2.5. Balances de fuerzas sobre una sección de un bloque continental.

La fuerza horizontal F_c es obtenida por integración del esfuerzo horizontal normal, como se muestra:

$$F_c = \int_0^h \sigma_{xx} dy = \int_0^h (\rho_c gy + \Delta\sigma_{xx}) dy = \frac{1}{2} \rho_c gh^2 + \Delta\sigma_{xx} h \quad (\text{Ec. 2.5})$$

Para mantener el balance estático, las fuerzas F_m y F_c deben ser iguales, de lo cual se obtiene:

$$\Delta\sigma_{xx} = \frac{1}{2} \frac{\rho_m gb^2}{h} - \frac{1}{2} \rho_c gh = -\frac{1}{2} \rho_c gh \left(1 - \frac{\rho_c}{\rho_m}\right) \quad (\text{Ec. 2.6})$$

2.3.1 Esfuerzos subterráneos

La normal a la superficie, en general, se supone que es una de las direcciones principales del esfuerzo en o cerca de la superficie. Así pues, con la excepción de las

regiones intensamente plegadas, una dirección principal del esfuerzo es casi vertical y las otras dos horizontales.

Si se quieren determinar los esfuerzos geológicos presentes en la corteza terrestre, hay que investigar los casos en que estos pueden manifestarse. Un tipo usual de presentarse, ocurre en las aberturas naturales o artificiales tales como minas, cuevas, túneles, pozos, etc., que son estructuras que modifican el esfuerzo geológico *in situ*.

La modificación del estado de esfuerzo debido a una abertura suele calcularse suponiendo que el material que compone la Tierra es elástico e isotrópico. En una abertura libre no pueden estar presentes presiones normales ni tangenciales. Debido a que las ecuaciones de la teoría de la elasticidad son lineales, es posible calcular la influencia de la abertura en cuestión sobre un estado de esfuerzo en el cual sólo el principal es diferente de cero, y todos los demás componentes del tensor son nulos. Por lo tanto, tres fuerzas perpendiculares pueden simplemente ser superpuestos unos a otros para dar a conocer la influencia de la abertura sobre un estado de esfuerzo triaxial.

2.3.2 Manifestaciones en los pozos

Entre las perforaciones hechas artificialmente en la corteza terrestre, los pozos petrolíferos constituyen una proporción importante. El estado de esfuerzos puede ser calculado a partir de las respuestas producidas en ellos.

En Scheidegger (1968) se supone que el pozo consiste en un cilindro muy largo. Entonces, la presión dentro del pozo se aplica a las paredes del cilindro, por lo que es posible calcular los esfuerzos en los alrededores del mismo, en base a la teoría de la elasticidad, mediante una superposición del estado de los esfuerzos geológico y el debido a la presión en el interior del pozo.

De conformidad con la geometría fundamental del modelo del pozo cilíndrico, el estado de esfuerzo cerca de la perforación es un estado plano; los esfuerzos verticales no son afectados por la presión en el pozo. Debido a la inexactitud de esta condición, el esfuerzo vertical inducido es igual a la diferencia entre la presión en el pozo y la original de la formación.

2.3.3 Campo de esfuerzos en el hoyo

Un pozo que se perfora a través de una formación rocosa, induce un campo de esfuerzo, que puede ser lo suficientemente grande para causar fracturas. Si la masa de la roca es linealmente elástica, homogénea e isotrópica, el campo de esfuerzo es expresado en coordenadas polares con sus componentes vertical, tangencial y radial; y viene dado por la ecuación de Kirsch (Economides y Watters, 1998):

$$\sigma'_v = g \int_0^h \rho_b dh - \alpha P_p \quad (\text{Ec. 2.7})$$

Donde:

- ρ_b es la densidad volumétrica de la capa bajo esfuerzo.
- h es la profundidad.
- P_p es la presión de poro

$$\sigma'_{rr} = P_w - P_p \quad (\text{Ec. 2.8})$$

- P_w es la presión en la base del hoyo.

$$\sigma'_{\theta\theta} = \sigma'_h \max + \sigma'_h \min - 2(\sigma'_h \max - \sigma'_h \min) \cos 2\theta - (P_w - P_p) \quad (\text{Ec. 2.9})$$

$$\bullet \quad \theta = 0 \quad \rightarrow \sigma'_{\theta\theta} = 3\sigma'_h \min - \sigma'_h \max - P_w + P_p \quad (\text{Ec. 2.10a})$$

$$\theta = 90 \quad \rightarrow \sigma'_{\theta\theta} = 3\sigma'_h \max - \sigma'_h \min - P_w + P_p \quad (\text{Ec. 2.10b})$$

Esta solución sólo es válida si la roca es elástica. Sin embargo, cuando un pozo es perforado hasta una formación intacta, en algunas ocasiones se desarrolla una región plástica en las proximidades de éste. La región plástica puede crear muchos

problemas de inestabilidad durante la perforación, dando como resultado que la región plástica puede propagarse a profundidad en el yacimiento, causando producción de arenas. En rocas fracturadas, el pozo puede colapsar, a menos que sea usado un fluido de perforación con un peso adecuado. (Economides y Watters, 1998).

2.3.4 Presión de poros

La presión de poros es la presión interna del fluido en el espacio poroso, y dentro del suelo depende de la localización de los niveles freáticos, presiones internas de los acuíferos o yacimientos y las características geológicas del sitio.

La presión de poros puede cambiar de acuerdo a las variaciones del régimen de aguas subterráneas. Los incrementos de presión pueden ocurrir rápidamente en el momento por la intensidad de la lluvia, tasa de infiltración del área, etc. Un incremento en la presión de poros positiva o una disminución de la presión negativa, equivale a una reducción de resistencia al corte y de la estabilidad.

La presión producida por una columna de fluido, suponiendo que el fluido es agua, con densidad constante e igual a $\rho_a = 1 \text{ g/cc}$, se expresa a través de la siguiente ecuación:

$$P(z) = g z \rho_a = g z \quad (\text{Ec. 2.11})$$

La densidad medida usando un gravímetro a diferentes profundidades a lo largo de un pozo, se expresa por:

$$\rho_R = 3.6827 - 0.03913 \frac{\Delta g}{\Delta z} \quad (\text{Ec. 2.12})$$

Donde:

- 3.6827 es la corrección de aire libre, debido a la inhomogeneidad del medio donde se mide la densidad.
- 0.03913 es la variación de la gravedad con la altura.

- ρ_R es la densidad de la roca

Rescribiendo 2.12, se tiene:

$$\Delta z \rho_R = 3.6827 \Delta z - 0.03913 \Delta g$$

Despejando Δg :

$$\frac{\Delta z \rho_R - 3.6827 \Delta z}{0.03913} = -\Delta g = g_1 - g_0 \quad (\text{Ec. 2.13})$$

Donde:

- Δg es la diferencia entre las gravedades medidas entre dos estaciones a diferentes profundidades z_1 y z_0
- g_1 es la gravedad medida en la estación z_1
- g_0 es la gravedad medida en la estación z_0

Despejando g_1 de 2.13:

$$g_0 + \frac{3.6827 \Delta z - \rho_R \Delta z}{0.03913} = g_1 \quad (\text{Ec. 2.14})$$

Para medidas en estaciones sucesivas $g_1, g_2, g_3 \dots g_n$, con g_0 como referencia en la boca del pozo, se obtiene:

$$\Delta g_n = g_0 + \left(\frac{3.6827 - \rho_{R1}}{0.03913} \right) \Delta z + \left(\frac{3.6827 - \rho_{R2}}{0.03913} \right) \Delta z + \dots \quad (\text{Ec. 2.15})$$

En cada término de la ecuación 2.15, aparece la densidad correspondiente a cada intervalo ρ_{Ri} , y la fórmula general para la variación de g con z es:

$$g = g_0 + \Delta z \sum_{i=1}^N \frac{3.6827 - \rho_i}{0.03913} \quad (\text{Ec. 2.16})$$

La presión de poro P_p y el esfuerzo vertical, quedan expresados de la siguiente manera:

$$P_p(z) = \int_0^{z'} \left(g_0 + \frac{3.6827\Delta z - \rho_R(z)\Delta z}{0.03913} \right) \rho_a(z) dz \quad (\text{Ec. 2.17})$$

$$\sigma_v = \int_0^{z'} \left(g_0 + \frac{3.6827\Delta z - \rho_R(z)\Delta z}{0.03913} \right) \rho_R(z) dz \quad (\text{Ec. 2.18})$$

Donde z' es la profundidad final del pozo, hasta donde se calcula la P_p y el σ_v , ordenando 2.18 se obtiene:

$$P_p(z) = \int_0^{z'} \left[\left(g_0 + \frac{3.6827\Delta z}{0.03913} \right) \rho_a(z) - \frac{\rho_R(z)\rho_a(z)\Delta z}{0.03913} \right] dz \quad (\text{Ec. 2.19})$$

$$\sigma_v = \int_0^{z'} \left[\left(g_0 + \frac{3.6827\Delta z}{0.03916} \right) \rho_R(z) - \frac{\rho_R^2(z)\Delta z}{0.03913} \right] dz \quad (\text{Ec. 2.20})$$

Para el esfuerzo vertical, se tienen los siguientes casos:

- Caso 1: gravedad constante y densidad variable

$$\sigma_v = g \int_0^z \rho_R(z) dz$$

- Caso 2: gravedad y densidad variables

$$\sigma_v = \int_0^z g(z) \rho_R(z) dz$$

2.4 ESTIMACION DE LOS ESFUERZOS IN SITU

Para el cálculo de los esfuerzos se supone, por simplicidad y como primera aproximación que las tres componentes principales del tensor de esfuerzos coinciden: una con la dirección vertical (z) y las otras dos con las direcciones horizontales (x y

y). También se supone que las deformaciones en las direcciones horizontales a cualquier profundidad son iguales a cero, $\varepsilon_x(z) = \varepsilon_y(z) = 0$ (Ruiz y Abass, 1997).

2.4.1 Esfuerzos verticales

Presión hidrostática:

$$P_h(z) = P(z = 0) + (\Delta p * Z) \quad (\text{Ec. 2.21})$$

Donde:

- $P(z=0)$ es la presión en la superficie = 14.69 psi
- Δp es el gradiente de presión (psi/pie) = $\rho_{\text{fluido}} (\text{Kg/m}^3) * g (\text{m/s}^2)$
- Z es la profundidad

Por lo tanto, la ecuación (2.21) queda de la siguiente forma:

$$P_h(Z) = 14.69 \text{ psi} + (0.432 \text{ psi/pie} * Z \text{ pie})$$

La presión vertical o de sobrecarga, será:

$$\sigma_v(Z) = g \int_0^Z \rho_b(Z) dz = g \sum_0^n \rho_b z_n \Delta z = 0.432 * 0.5 * \sum_0^n \rho_b z_n \quad (\text{Ec. 2.22})$$

Donde:

- ΔZ es el intervalo de muestreo.
- La constante 0.432 se obtiene al hacer los cambios de unidades, donde la densidad es en g/cm^3 , la profundidad en pies y la gravedad en m/s^2 .
- El esfuerzo vertical en la superficie es cero (0).

2.4.2 Esfuerzos horizontales

Como segunda aproximación se supone que los esfuerzos horizontales máximos y mínimos son iguales, se pueden calcular a partir de un modelo en el que se considera que las deformaciones horizontales en las paredes del pozo, a cualquier

profundidad, son iguales a cero (0). De las suposiciones anteriores se obtiene la relación de Turcotte y Schubert (1982) para el cálculo de los esfuerzos horizontales:

$$\sigma_h(z) = \frac{\nu(z)}{1-\nu(z)} [\sigma_v(z) - \alpha(z)P_p(z)] + \alpha(z)P_p(z) \quad (\text{Ec. 2.23})$$

Donde:

- $\alpha(z)$ es el factor de Biot que varía entre 0 y 1.
- $P_p(z)$ es la presión de poro
- $\nu(z)$ es el módulo de Poisson

2.4.3 Esfuerzos efectivos

Una masa de suelo saturada consiste de dos fases distintas: el esqueleto de partículas y los poros entre ellas llenos de agua. Cualquier esfuerzo impuesto sobre el suelo es soportado por el esqueleto de partículas y la presión en el agua. Típicamente, el esqueleto puede transmitir esfuerzos normales y de corte por los puntos de contacto entre partículas y el agua, a su vez puede ejercer una presión hidrostática, la cual es igual en todas las direcciones. Los esfuerzos ejercidos por el esqueleto solamente, se conocen como esfuerzos efectivos y los esfuerzos hidrostáticos del agua se denominan, como ya se indicó, presión de poros.

Los esfuerzos efectivos son los que controlan el comportamiento del suelo y no los esfuerzos totales.

En problemas prácticos el análisis con esfuerzos totales podría utilizarse en problemas de estabilidad a corto plazo y las presiones efectivas para analizar la estabilidad a largo plazo.

Si se considera que los esfuerzos horizontales máximos y mínimos son iguales, entonces el esfuerzo efectivo se define como (Ruiz y Abass, 1997):

$$\sigma_{ef} = \frac{\sigma_v(z) + 2\sigma_h(z)}{3} - \alpha P_p(z) \quad (\text{Ec. 2.24})$$

2.4.4 Incremento del esfuerzo vertical causado por una carga

Cuando se construye un pozo, tienen lugar cambios en el suelo alrededor del pozo. El esfuerzo neto usualmente se incrementa, este aumento en el suelo depende de la carga por área unitaria a la que el pozo está sometido en profundidad, donde se estiman los esfuerzos, entre otros factores, siendo necesario calcular el incremento neto vertical en el suelo, que ocurre como resultado de la construcción del pozo.

Boussinesq (1883) resolvió el problema de los esfuerzos producidos en cualquier punto en un medio homogéneo, elástico e isotrópico como resultado de una carga puntual aplicada sobre la superficie de un semiespacio infinitamente grande.

De acuerdo con la figura 2.6, la solución de Boussinesq para los esfuerzos normales en un punto A causado por la carga puntual P es:

$$\Delta\sigma_x = \frac{\lambda}{2\pi} \left\{ \frac{3x^2z}{r^5} - (1-2\nu) \left[\frac{x^2 - y^2}{r\rho^2(r+z)} + \frac{y^2z}{r^3\rho^2} \right] \right\} \quad (\text{Ec. 2.25a})$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{\lambda}{2\pi} \left\{ \frac{3y^2z}{r^5} - (1-2\nu) \left[\frac{y^2 - x^2}{r\rho^2(r+z)} + \frac{x^2z}{r^3\rho^2} \right] \right\} \quad (\text{Ec. 2.25b})$$

$$\Delta\sigma_v = \frac{3\lambda z^3}{2\pi r^5} = \frac{3\lambda}{2\pi} \frac{z^3}{(\rho^2 + z^2)^{5/2}} \quad (\text{Ec. 2.25c})$$

Donde:

- ν es la relación de Poisson
- λ es la carga puntual
- $\rho = \sqrt{(x^2 + y^2)}$

- $$r = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)} = \sqrt{(\rho^2 + z^2)}$$

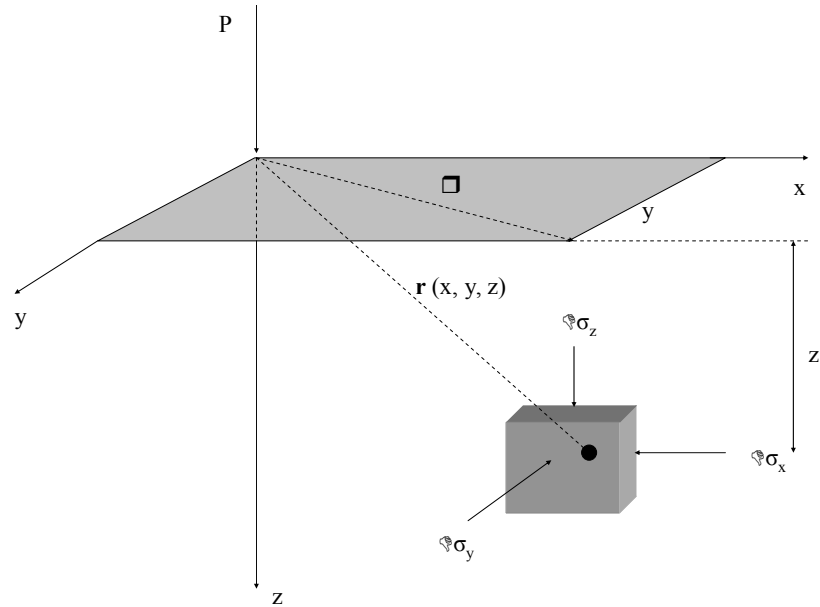


Figura 2.6. Esfuerzos en un medio elástico causados por una carga puntual

Esta solución también se usa para calcular el incremento del esfuerzo vertical debajo de un área flexible rectangular cargada, como muestra la figura 2.7. El área cargada se localiza en la superficie del terreno y tiene longitud L y ancho B.

La carga uniformemente distribuida por área unitaria es igual a λ . Para determinar el incremento en el esfuerzo vertical $\Delta\sigma_v$ en el punto A localizado a una profundidad z debajo de la esquina del área rectangular, considerando un área elemental $dx dy$ del rectángulo.

El incremento del esfuerzo vertical en suelos, causados por varios tipos de cargas se realiza con base a la teoría de la elasticidad.

Aunque los depósitos de suelo natural no son materiales totalmente elásticos, isótropos y homogéneos, los cálculos para estimar incrementos en el esfuerzo vertical dan resultados satisfactorios para el trabajo práctico.

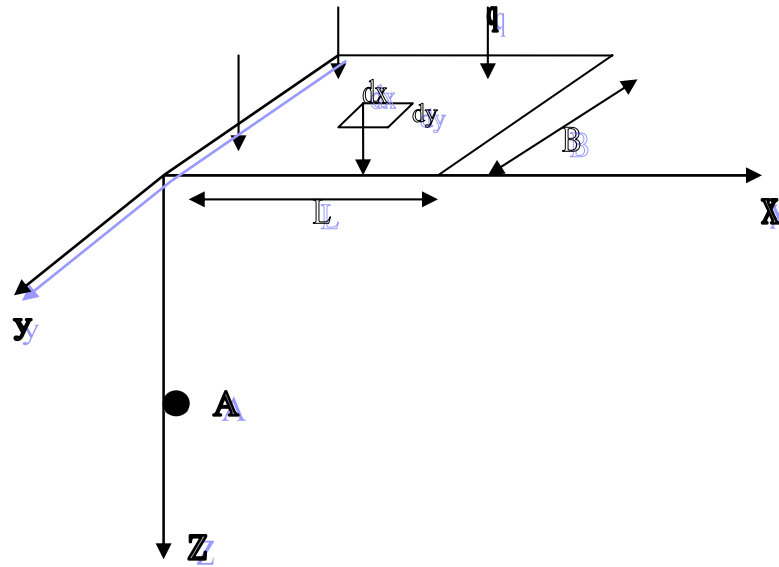


Figura 2.7. Esfuerzo vertical bajo la esquina de un área rectangular flexible uniformemente cargada.

La carga sobre esta área elemental se expresa como:

$$d\lambda = \lambda \, dx \, dy$$

El incremento en el esfuerzo $d\sigma_v$ en el punto A causado por la carga $d\lambda$ se determina a partir de la siguiente ecuación:

$$d\sigma_v = \frac{3\lambda dx dy z^3}{2\pi(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}}$$

El incremento en el esfuerzo $\Delta\sigma_v$ en el punto A causado por el área cargada completa se determina integrando la ecuación:

$$\Delta\sigma_v = \int d\sigma_v = \int_{y=0}^B \int_{x=0}^L \frac{3\lambda z^3 (dx dy)}{2\pi(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} = \lambda I_2 \quad (\text{Ec. 2.26a})$$

Donde:

$$I_2 = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{2mn\sqrt{m^2 + n^2 + 1}}{m^2 + n^2 + m^2 n^2 + 1} \left(\frac{m^2 + n^2 + 2}{m^2 + n^2 + 1} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{2mn\sqrt{m^2 + n^2 + 1}}{m^2 + n^2 - m^2 n^2 + 1} \right) \right]$$

Además:

$$m = \frac{B}{z} \quad y \quad n = \frac{L}{z}$$

$$\Delta\sigma_x = \int_{y=0}^{L_1} \int_{x=0}^{L_2} \frac{\lambda}{2\pi} \left[\frac{3x^2 z}{r^5} - (1 - 2\nu) \left(\frac{x^2 - y^2}{r\rho^2(r+z)} + \frac{y^2 z}{r^3 \rho^2} \right) \right] \quad (\text{Ec. 2.26b})$$

$$\Delta\sigma_y = \int_{y=0}^{L_1} \int_{x=0}^{L_2} \frac{\lambda}{2\pi} \left[\frac{3y^2 z}{r^5} - (1 - 2\nu) \left(\frac{y^2 - x^2}{r\rho^2(r+z)} + \frac{x^2 z}{r^3 \rho^2} \right) \right] \quad (\text{Ec. 2.26c})$$

Donde λ es una constante que representa la carga

El incremento en el esfuerzo para cualquier punto debajo de un área rectangularmente cargada se encuentra usando la ecuación 2.26a y la figura 2.6., a partir de la figura 2.8 se puede determinar el esfuerzo en un punto debajo del punto A' a la profundidad z , en la cual, el área cargada se divide en cuatro rectángulos. El punto A' es la esquina común a los cuatro rectángulos. El incremento en el esfuerzo a la profundidad z debajo del punto A', debido a cada área rectangular, se calcula usando la ecuación 2.26a. El incremento en el esfuerzo total causado por toda el área cargada se obtiene por:

$$\Delta\sigma_v = \lambda [I_{2(1)} + I_{2(2)} + I_{2(3)} + I_{2(4)}] \quad (\text{Ec. 2.27})$$

Donde $I_{2(1)} + I_{2(2)} + I_{2(3)} + I_{2(4)}$ es igual a los valores de I_2 para los rectángulos 1,2,3 y 4 respectivamente.

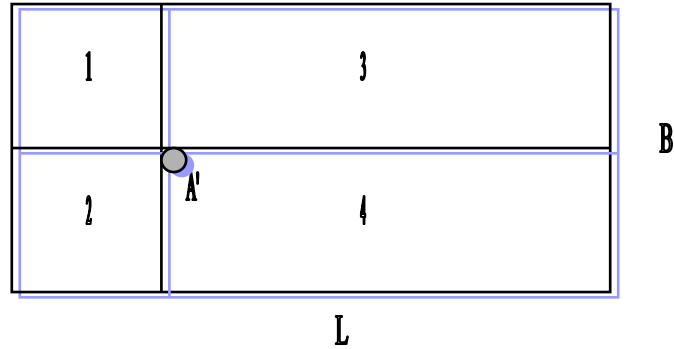


Figura 2.8. Incremento del esfuerzo en cualquier punto bajo un área flexible rectangularmente cargada

Ahora bien, si la carga que se encuentra en la superficie del terreno no está uniformemente distribuida, siendo λ , tal que:

$$\frac{d\lambda}{dA} = \lambda \Rightarrow d\lambda = \lambda dx dy$$

Entonces, el incremento en los esfuerzos vendrá dado por:

$$\Delta\sigma_v = \int d\sigma = \int_{y=0}^{L_1} \int_{x=0}^{L_2} \frac{3\lambda(x,y)z^3}{2\pi(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} dx dy \quad (\text{Ec. 2.28a})$$

$$\Delta\sigma_x = \int_{y=0}^{L_1} \int_{x=0}^{L_2} \frac{\lambda(x,y)}{2\pi} \left[\frac{3x^2z}{r^5} - (1-2\nu) \left(\frac{x^2 - y^2}{r\rho^2(r+z)} + \frac{y^2z}{r^3\rho^2} \right) \right] \quad (\text{Ec. 2.28b})$$

$$\Delta\sigma_y = \int_{y=0}^{L_1} \int_{x=0}^{L_2} \frac{\lambda(x,y)}{2\pi} \left[\frac{3y^2z}{r^5} - (1-2\nu) \left(\frac{y^2 - x^2}{r\rho^2(r+z)} + \frac{x^2z}{r^3\rho^2} \right) \right] \quad (\text{Ec. 2.28c})$$

Donde λ representa lo siguiente:

La presión de carga sobre un elemento se puede escribir como:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{m * g}{\Delta x \Delta y}$$

La densidad es:

$$\rho_i = \frac{m_i}{V} \quad \text{Entonces} \quad m_i = \rho_i * V$$

El volumen de los paralelepípedos se escriben como:

$$V = \Delta x \Delta y h_i$$

Sustituyendo en la presión de carga se encuentra:

$$P_i = \frac{\rho_i * \Delta x \Delta y * h_i * g}{\Delta x \Delta y} * g$$

Finalmente:

$$P_i = \rho_i * h_i * g = \lambda$$

Donde:

- ρ_i es la densidad de cada elemento en g/cm^3
- h_i es la altura de cada cubito en pies
- g es la gravedad en miligales

El cambio de unidades involucrado, para obtener a λ en psi, es el siguiente:

$$P = \left[\frac{g_{\text{obs}}}{10^5} * \frac{2.204623 * 0.3048 * 2.54^2}{98.0665} \right] * h(\text{pies}) * \rho(\text{g/cm}^3)$$

$$P = 4.42075 \times 10^{-7} * g_{\text{obs}} * h * \rho$$

2.5 MÓDULOS ELÁSTICOS

En un material isotrópico y linealmente elástico, los esfuerzos y deformaciones están relacionados por la ley de Hooke:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{\alpha\alpha} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad \text{ó} \quad (\text{Ec. 2.29})$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} [(1 + \nu) \sigma_{ij} - \nu \delta_{ij} \sigma_{\alpha\alpha}] \quad (\text{Ec. 2.30})$$

Donde:

- ε_{ij} es el elemento del tensor de deformación
- σ_{ij} es el elemento de un tensor de esfuerzo
- $\varepsilon_{\alpha\alpha}$ es la deformación volumétrica
- $\sigma_{\alpha\alpha}$ es tres veces el esfuerzo promedio
- $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$; $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$
- i es el vector normal de superficie
- j es la dirección de la componente

En un medio isotrópico y linealmente elástico sólo dos constantes son necesarias para especificar la relación esfuerzo-deformación completamente, como por ejemplo λ y μ en las ecuaciones anteriores.

Los módulos elásticos se miden generalmente utilizando experimentos de cizalla y compresión (deformación estática) o propagación de pulsos elásticos (deformación dinámica). Por otra parte los módulos elásticos dinámicos son derivados a partir de la densidad volumétrica y las velocidades de las ondas P y S que presenten los materiales.

2.5.1 Módulos de volumen y cizalla

Éstos aparecen al considerar dos elementos básicos de las condiciones de esfuerzo: si la deformación es un simple cambio en el volumen y si este cambio tiene una dirección angular, es decir, no es en dirección de los ejes de referencia, implica cambio de forma; (Mavco, 1998).

Para las condiciones de esfuerzo antes mencionadas, se definen dos módulos elásticos distintos:

Compresión hidrostática:

$$\varepsilon_{kk} = \frac{\sigma_{kk}}{3K} \quad (\text{Ec. 2.31})$$

Deformación de cizalla:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{3\mu} \quad (\text{Ec. 2.32})$$

donde con $i \neq j$, σ_{ij} es una componente del tensor simétrico de segundo orden llamado tensor de esfuerzo, K es conocido como módulo de volumen y μ como módulo de cizalla.

Si estos módulos se estiman a partir de experimentos dinámicos, el módulo de cizalla dinámico μ_d y la componente hidrostática K_d , se calculan utilizando las velocidades de las ondas de cizalla y el registro de densidad de la formación mediante las siguientes relaciones; (Mavco, 1998):

$$\mu_d(z) = \rho V_s^2 \quad (\text{Ec. 2.33})$$

Para obtener el módulo de cizalla en unidades de MPSI es necesario realizar la siguiente transformación de unidades:

$$1 \text{ pie} = 0.3048 \text{ m}$$

$$1 \text{ g/cc} = 1000 \text{ Kg/m}^3$$

$$1 \text{ N} = \text{Kg m/s}^2$$

$$1 \text{ Pa} = \text{N/m}^2 = 1.45 \times 10^{-4} \text{ PSI}$$

$$1 \text{ MPSI} = 1 \times 10^{-6} \text{ PSI}$$

Partiendo de las relaciones entre unidades señaladas anteriormente el módulo de volumen se calcula a partir de la siguiente ecuación:

$$K_d(z) = \left[1.3474 \times 10^{-8} * \rho(\text{gr / cc}) * V_p^2(\text{pie / s}) \right] - \frac{4}{3} \mu(\text{MPSI}) \quad (\text{Ec. 2.34})$$

El módulo de compresibilidad volumétrica se define como el inverso del módulo de volumen; (Mavco, 1998):

$$C_b = 1/K \quad (\text{Ec. 2.35})$$

2.5.2 Módulo de Poisson

A partir del mismo experimento de compresión uniaxial se define la razón de Poisson como la relación que indica cuánto se dilata el sólido en un eje con respecto a la contracción sufrida en el otro eje al estar bajo un estado de esfuerzo; (Mavco, 1998):

$$\nu = - \frac{\epsilon_{yy}}{\epsilon_{zz}} \quad (\text{Ec. 2.36})$$

Si dicho volumen se estima a partir de un experimento dinámico, se puede obtener utilizando la siguiente relación:

$$\nu_d(z) = \frac{(V_p^2 - 2V_s^2)}{2(V_p^2 - V_s^2)} \quad (\text{Ec. 2.37})$$

$$\mu_d(z)(\text{MPSI}) = \left[\rho(\text{gr / cc}) * V_s^2(\text{pie / s}) \right] * 1.3474 \times 10^{-8} \quad (\text{Ec. 2.38})$$

2.5.3 Módulo de Young

Este módulo cuando se mide por el método estático, es determinado a través de un experimento de compresión uniaxial y está definido como la relación entre el esfuerzo uniaxial aplicado y la deformación sufrida a lo largo del eje de aplicación del esfuerzo, como se muestra; (Mavco, 1998):

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\sigma_{zz}}{E} \quad (\text{Ec. 2.39})$$

Si el módulo de Young es medido a través de un experimento dinámico, entonces está definido según la siguiente relación; (Mavco, 1998):

$$E_d(z) = 2\mu_d(z)(1 + \nu_d(z)) \quad (\text{Ec. 2.40})$$

Tanto el módulo de Young como la relación de Poisson, cuyos algunos valores son mostrados en la tabla 2.1, pueden ser expresados en función de K y μ :

$$E = 3K(1 - 2\nu) \quad (\text{Ec. 2.41})$$

$$E = 2\mu(1 + \nu) \quad (\text{Ec. 2.42})$$

Tabla 2.1. Constantes elásticas a cero carga

Roca	E (Kg/cm ²)	ν
Granito	2-6	0.25
Diorita	7-10	0.25
Gabro	7-11	0.25
Basalto	6-10	0.25
Arenisca	0.5-8	---
Lutita	1-3.5	---
Caliza	1-8	---

2.5.4 Relaciones empíricas entre los módulos elásticos dinámicos y estáticos

Los módulos elásticos estáticos son aquellos que se miden mediante tracción y compresión.

El módulo de Young estático $E_s(z)$ se obtiene a partir del módulo de Young dinámico $E_d(z)$ usando la correlación:

$$\varepsilon_s(z) = e^{0.02}(\gamma E_d(z))^{0.77} \quad \gamma = 0.96$$

Experimentalmente se ha observado que la relación de Poisson estática es aproximadamente igual a la relación de Poisson dinámica. Basado en esta observación se obtiene el módulo de cizalla estático y la compresibilidad estática, a partir de E_s y $\nu_d = \nu_s = \nu$

- Incompresibilidad volumétrica estática

$$K_s(z) = \frac{E_s(z)}{3(1 - 2\nu)} \quad (\text{Ec. 2.43})$$

- Módulo de cizalla estático:

$$\mu_s(z) = \frac{E_s(z)}{2(1 + \nu)} \quad (\text{Ec. 2.44})$$

2.6 PROPIEDADES ACUSTICAS DE LAS ROCAS

Las velocidades acústicas V_p y V_s pueden ser expresadas en función de las constantes elásticas y la densidad de un medio. Las constantes elásticas y la densidad dependen de la litología, la porosidad, saturación de fluido, presión y temperatura.

2.6.1 Velocidad de ondas sísmicas

La energía de deformación elástica liberada por una fuente sísmica se propaga por el subsuelo mediante ondas, las cuales adoptan diversas características según el medio en el cual se propagan. Cuando lo hacen a través de todo el volumen de material elástico reciben el nombre de ondas de cuerpo. Cuando el material del subsuelo es isotrópico se propagan las ondas P o primarias y las ondas S o secundarias.

Las ondas P (irrotacionales o compresionales) tienen siempre mayor velocidad que las ondas S y las superficiales, por lo que son las primeras en llegar a cualquier distancia de la fuente. En materiales isotrópicos las ondas P se caracterizan porque el movimiento de las partículas del suelo al paso de la onda sigue la misma dirección en que se propaga.

Las ondas S (ondas de corte u equivoluminales) tienen menor velocidad que las ondas P y las partículas del suelo se mueven en una dirección ortogonal a la dirección en que se propaga la onda.

A partir de técnicas de propagación de ondas ultrasónicas se realizan las mediciones dinámicas para obtener las relaciones de velocidad de ondas P y S en función de los módulos elásticos; (Gueguen, 1994):

$$V_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}} \quad (\text{Ec. 2.45})$$

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (\text{Ec. 2.46})$$

Las rocas y sedimentos no suelen ser materiales homogéneos, sino que son agregados de diferentes minerales, con espacios porosos de forma variable, llenos de fluidos como agua o aire, fracturas y microfracturas de diversas formas y orientaciones. Por ello, las fórmulas anteriores para calcular las velocidades de las ondas P y S no son exactas en rocas, ni en sedimentos. Lo mejor que se dispone es una gran variedad de fórmulas semiempíricas para calcular velocidades, en las que se toma en cuenta los parámetros elásticos de la matriz y de los fluidos, la porosidad, etc.

Las velocidades de las ondas P y S pueden ser calculadas a través del perfil sísmico corrido en los pozos, tomando el tiempo requerido por una onda para recorrer un pie de distancia en una formación determinada. La relación entre estos parámetros es:

$$V = \frac{10^6}{\Delta t} \quad (\text{Ec. 2.47})$$

donde Δt es el valor del registro medido en $\mu\text{s}/\text{pie}$ y 10^6 es el factor para obtener la velocidad en pie/s .

En las zonas donde no se tiene medidas de registro sónico, se pueden utilizar las velocidades provenientes de VSP (vertical seismic profile). Sin embargo, en la mayoría de los casos, a partir del VSP sólo se puede conocer la velocidad de la onda compresional. La velocidad de la onda de cizalla se obtiene mediante una de las relaciones empíricas para areniscas y lutitas que se presentan a continuación; Mavco (1998):

$$V_s = 0.804V_p - 0.856 \text{ (Km/s); para arenas saturadas de agua y arcillas} \quad (\text{Ec. 2.48a})$$

$$V_s = 0.862V_p - 1.172 \text{ (Km/s); mudrock line} \quad (\text{Ec. 2.48b})$$

$$V_s = 0.7936V_p - 0.787 \text{ (Km/s); datos ultrasónicos de laboratorio} \quad (\text{Ec. 2.48c})$$

2.7 HERRAMIENTAS DE MEDICIÓN EN PETROFÍSICA

Para la medición directa y continua de ciertas características de las formaciones, se utilizan instrumentos que dentro del pozo y mediante las propiedades del fluido de perforación captan de abajo hacia arriba y a lo largo de toda la profundidad, el flujo de corrientes de fuerzas electro motivas que quedan plasmadas como curvas en un registro o perfil, para luego ser interpretadas cualitativa y/o cuantitativamente para evaluar, en primer término, las posibilidades de producción de hidrocarburos de las formaciones. También hay registros o perfiles que permiten interpretar los resultados de trabajos que se hacen durante la perforación y la terminación del pozo o posteriormente en las tareas de limpieza, rehabilitación en sus años de vida productiva hasta abandonarlo.

2.7.1 Métodos Petrofísicos Modernos

El desarrollo y los adelantos hasta ahora logrados, tanto teóricos como prácticos, en la toma de perfiles pozos han acrecentado enormemente el poder de investigación de los geólogos, geofísicos e ingenieros petroleros para interpretar las características de las rocas y los fluidos depositados en sus entrañas, desde el punto de vista cualitativo y cuantitativo.

Esta parte de la Geofísica, por sus fundamentos científicos y tecnológicos, se ha convertido en una rama especializada que en la industria se le denomina Petrofísica. Tiene aplicación en muchos aspectos de los estudios y trabajos de campo de exploración, perforación y producción. “Petrofísica es la ciencia que se dedica a la descripción y medida directa y/o analógica de las propiedades físicas de las rocas, incluyendo los efectos que puedan producir los fluidos contenidos en ellas o en sus alrededores” (Barberii, 1998).

La variedad de instrumentos disponibles para hacer perfiles o registros de pozos permite que puedan hacerse en pozos desnudos o entubados totalmente, gracias a que no sólo se dispone de los registros eléctricos sino también del tipo nuclear.

La Petrofísica ofrece la posibilidad de estudios y verificación de una cantidad de datos fundamentales para las operaciones, tales como:

- Control de profundidad del pozo.
- Verificación de velocidades de reflexión de los estratos.
- Determinación del tope y base (espesor) de un estrato.
- Medición del potencial espontáneo y resistividad de las rocas y fluidos.
- Deducción de valores de porosidad, saturación y permeabilidad de las rocas.
- Deducción de la presencia de fluidos en las rocas: gas, petróleo, agua.
- Perfil de la circularidad del hoyo (diámetro).
- Registros de temperatura.
- Registros de efectividad de la cementación de revestidores (temperatura).
- Registros de buzamiento.
- Registros de presiones.
- Toma de muestras de formación (roca).
- Toma de muestras de fondo (fluidos).
- Registros de densidad (roca).
- Detección de fallas.

- Detección de discordancias.
- Correlaciones pozo a pozo, local y regional (litología).
- Control de dirección y profundidad desviada y vertical del pozo (perforación direccional u horizontal).

2.7.2 Perfil Sónico

El perfil sónico es un registro de Δt contra la profundidad, siendo Δt el tiempo requerido por una compresional de sonido para recorrer un pie de formación. Este tiempo es el valor recíproco de la velocidad de una onda elástica compresional.

La herramienta utilizada es del tipo BHC (Bore Hole Compensated). Este tipo de sonda elimina los efectos debido a los cambios en el diámetro del pozo y los errores producidos por la inclinación de la sonda.

El sistema BHC está formado por un par de transmisores y dos pares de receptores. Cuando un transmisor es activado por un pulso de corriente o voltaje, éste genera otro pulso de presión corto y oscilatorio a una frecuencia de alrededor de 25 Khz. que origina una onda de sonido que penetra la formación. Se mide el tiempo transcurrido entre la detección de la primera llegada a los dos receptores correspondientes. El tiempo de transito correcto es obtenido al promediar las cuatro lecturas de tiempo, en $\mu\text{s}/\text{pies}$, y dividir el resultado entre la separación de los receptores.

La velocidad de la onda P en la onda sónica y en el lodo de perforación es menor que en la formación, es por ello que se puede afirmar que la primera llegada de energía acústica a los receptores corresponde a una onda refractaria en las paredes del hoyo.

La velocidad en las formaciones sedimentarias depende principalmente de la composición de la matriz rocosa (arenisca, caliza, dolomita etc.) y de la porosidad distribuida.

La adición de porosidad a las matrices de las rocas de las formaciones disminuye la velocidad del sonido a través de ellas, y por consiguiente aumenta el valor de Δt .

2.7.3 Herramienta MDT

La herramienta MDT (Modular Formation Dynamics Tester) consiste en un módulo individual (figura 2.9), que puede ser configurado para examinar casi cualquier muestra. Da información sobre presión hidrostática, resistividad del fluido, temperatura, estimación de las componentes horizontal y vertical de la permeabilidad, etc. La herramienta es controlada desde la superficie.

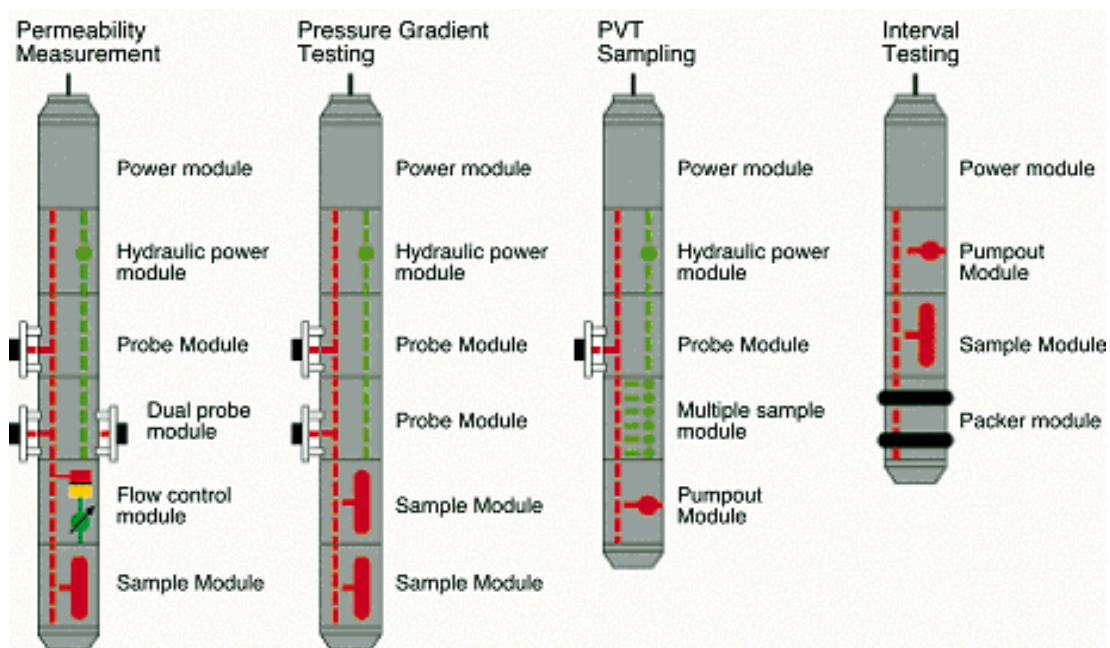


Figura 2.9. Posibles configuraciones de la herramienta MDT.

CAPÍTULO III

GRAVIMETRÍA

3.1 CAMPO GRAVITATORIO TERRESTRE Y GRAVIMETRÍA

La gravedad es la fuerza de atracción ejercida por la masa terrestre. El gradiente del potencial gravitatorio (la fuerza de la gravedad) es perpendicular a la superficie de la Tierra, por tanto la fuerza es vertical.

El método gravimétrico de prospección se basa en la medida, en superficie, de las pequeñas variaciones o anomalías de la componente vertical del campo gravitatorio terrestre. Estas variaciones son debidas a una distribución irregular en profundidad de masas de diferentes densidades, por lo que conociendo aquéllas se puede llegar a una interpretación más o menos probable de la situación de las masas en el subsuelo.

Para realizar estas medidas se necesitan instrumentos precisos como los gravímetros, que son balanzas muy sensibles usadas para realizar medidas relativas de gravedad. Las diferencias medidas, provocadas por variaciones en la densidad de la Tierra, se llaman anomalías de Bouguer.

La ley de la gravitación, formulada por vez primera por el físico británico Isaac Newton en 1684, afirma que la atracción gravitatoria entre dos cuerpos es directamente proporcional al producto de las masas de ambos cuerpos e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellos. En forma algebraica, la ley se expresa como:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2} \quad \text{(Ec. 3.1)}$$

Donde:

- F es la fuerza gravitatoria
- m_1 y m_2 son las masas de los dos cuerpos
- d es la distancia entre los mismos
- G es la constante gravitatoria

El físico británico Henry Cavendish fue el primero en medir el valor de esta constante en 1798, mediante una balanza de torsión. El valor más preciso obtenido hasta la fecha para la constante es de $6,670 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

La atracción producida por la Tierra sobre los cuerpos externos, es un caso especial de la Ley de Gravitación Universal, ya que este fenómeno físico causa la aceleración de los cuerpos en dirección vertical, la cual es aproximadamente igual a 980 cm/seg^2 o 980 gales. En geofísica la unidad de aceleración es el gal igual a 1 cm/seg^2 , y las mediciones gravimétricas son generalmente expresadas en miligales ($1 \cdot 10^{-3} \text{ cm/seg}^2$). En la ingeniería de yacimientos las unidades utilizadas son psi (pounds square inch: libra-fuerza por pulgada cuadrada) y pies, de manera que el valor de g en la expresión anterior viene dado en unidades inglesas, por lo que el valor del gradiente de presión hidrostática en estas unidades da como resultado:

$$p = g z \rho$$

$$\frac{dp}{dz} = g\rho = 0.433$$

Este valor considera la gravedad como $9,80 \text{ m/s}^2$, que es un valor estándar para latitudes correspondientes en el norte y no cercanas al ecuador. En Venezuela, este gradiente es de aproximadamente 0,432 psi/pies, pues la gravedad estimada para

estas latitudes es aproximadamente 9.78 m/s^2 (Bello, 2004). En la tabla 3.1 se muestra el valor del gradiente de presión de poros en Venezuela.

Tabla 3.1. Valores del gradiente de presión de poros en Venezuela
(Tomado de Bello, 2004)

Latitud (grados)	Gravedad obs. (m/s^2)	Gravedad teór. (miligales)	Cuenca	Gradiente (psi/pies)
$8^\circ - 10^\circ$	9.78075	978170	Oriente	0.4324
$9^\circ - 10^\circ 30'$	9.78325	978200	Lago de Mbo	0.4325
$6^\circ 30' - 8^\circ 30'$	9.78050	978150	Barinas-Apure	0.4324
$9^\circ - 11^\circ$	9.77325	978180	Perijá	0.4321
$9^\circ - 11^\circ$	10.0000	978459	Costa afuera	0.4318

Para llevar el gradiente de presión de poros a las unidades psi/pies, se aplica el siguiente cambio de unidades:

$$\frac{dp}{dz} = 10^3 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) * g \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = g * 10^3 \left(\frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right)$$

Considerando que el fluido es agua, cuya densidad es 10^3 Kg. /m^3 , se tiene en el sistema inglés:

$$\frac{dp}{dz} = g = \frac{9.81\text{N}}{\text{m} * \text{m}^2} * \frac{1\text{Kgf}}{9.81\text{N}} * \frac{2.2046\text{Lbf}}{1\text{Kgf}} * \frac{1\text{m}}{3.2808\text{ft}} * \frac{(2.54 * 10^{-2})^2 \text{m}^2}{\text{pu lg}^2}$$

$$\frac{dp}{dz} = \frac{g_{\text{obs}}}{10^5} * \frac{2.204623 * 0.3048 * 2.54^2}{98.0665}$$

Donde el valor de $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ es un valor promedio internacional correspondiente a una latitud de 45° aproximadamente.

Entonces:

$$\frac{dp}{dz} = 0.433 \text{psi / ft}$$

La gravedad teórica se puede sustituir por la gravedad observada en miligales, a una latitud arbitraria. El valor de la gravedad teórica, para una latitud igual a 9° N, correspondiente a Venezuela es de 978120.00 mgal aproximadamente, por lo tanto al sustituir este valor se tiene:

$$\frac{dp}{dz} = 0.432 \text{psi / ft}$$

Donde 0.432 representa el gradiente de presión de poro en Venezuela.

3.2 CORRECCIONES DE GRAVEDAD

El campo gravitatorio de la Tierra es distorsionado debido a un sin fin de factores y estos efectos pueden ser filtrados o eliminados mediante diferentes correcciones. Todos estos efectos dependen de la posición de cada estación o punto de observación en donde se realizan las mediciones. Estas mediciones también se ven afectadas por las variaciones en el radio de la Tierra y principalmente por las variaciones de densidad.

La reducción de gravedad permite mejorar la calidad de interpretación de las anomalías para diferentes datos, tomando en cuenta variables cuantitativas y la ambigüedad en el proceso de interpretación debido a lo subjetivo y el aspecto geológico involucrado en las decisiones.

La variación de la gravedad sobre la superficie terrestre depende de dos factores:

- *La latitud:* es debida a que la Tierra no tiene forma esférica, sino que está achatada por los polos, siendo la distancia a su centro máxima en el ecuador (por lo tanto el valor de gravedad es mínimo) y mínima en los polos (valor de gravedad máximo). A esta variación se suma la del efecto de rotación de la Tierra, la fuerza centrífuga que es máxima en el ecuador y nula en los polos y siempre opuesta a la fuerza de la gravedad, como consecuencia de ambos efectos la

aceleración de la gravedad varía, aproximadamente de 978 cm/seg^2 en el ecuador a 983 cm/seg^2 en los polos.

- *La altitud*: como las observaciones se hacen sobre la superficie terrestre, a una cierta altura sobre el nivel del mar, es necesario estudiar las variaciones de la gravedad con la altitud, lo cual origina las correcciones de aire libre, de Bouguer y topográfica.

Tradicionalmente la medida de gravedad observada g_{obs} , se expresa de la siguiente manera (Cantos, 1974):

$$g_{obs} = g_o + g_f + g_B + g_{geol} \quad (\text{Ec. 3.2a})$$

o su equivalente:

$$g_{geol} = g_{obs} - (g_o + g_f + g_B) \quad (\text{Ec. 3.2b})$$

Donde:

- g_o es la contribución de la latitud
- g_f es la elevación del término de aire libre
- g_B es la elevación y topografía dependiente del término de Bouguer
- g_{geol} es la contribución geológica de la medida.

La ecuación (3.2b) define los efectos de gravedad de la geología del subsuelo en el punto de la medición como la diferencia entre la gravedad observada en el punto y la gravedad causada por el modelo de Tierra definido.

La reducción clásica de la fórmula de Bouguer se puede dar en tres pasos:

1. Aplicando la fórmula de Bouguer $2\gamma\pi h$, donde γ es la constante de gravitación universal, ρ la densidad y h la elevación de la estación.
2. Agregando la corrección por la curvatura.
3. Aplicando la corrección del terreno considerando el modelo idealizado de que la superficie de la Tierra es esférica.

Uno de los principales resultados a obtener del procesamiento de los datos gravimétricos es la Anomalía de Bouguer; la cual viene dada por la siguiente expresión:

$$A_B = \text{gravedad observada} + \text{cor. mareas} + \text{cor. deriva} \pm \text{cor. aire libre} \mp \text{cor. Bouguer} \\ + \text{cor. topográfica} - \text{gravedad teórica} \quad (\text{Ec. 3.3})$$

3.2.1 Corrección para la latitud

La manera de corregir la variación de la gravedad con la latitud consiste en referir los valores medidos en las estaciones de observación a la estación de base de coordenadas geográficas conocidas, para perfiles en dirección N-S, se aplica la fórmula siguiente:

$$dg_B = (0,0081 \times \text{sen}2\beta)\text{mgal}/10\text{m de distancia N-S} \quad (\text{Ec. 3.4})$$

Donde:

- β es la latitud geográfica de la estación de base.

Se debe corregir el efecto que tiene el incremento de la gravedad terrestre desde el ecuador a los polos en las medidas gravimétricas, debido principalmente a la rotación de la Tierra y a la diferencia de radios ecuatorial y polar. Esta corrección se aplica mediante el cálculo de la gravedad teórica:

$$G_t = 978031,846(1 + 0,005278895*\text{sen}^2\theta + 0,00023462*\text{sen}^4\theta) \quad (\text{Ec. 3.5})$$

Donde:

- θ es la latitud de la estación.

3.2.2 Corrección para la altura

La intensidad de la gravedad varía en relación inversa al cuadrado de la distancia del centro de la Tierra a la estación de observación. Refiriendo la variación

de la gravedad al modelo esférico de la Tierra en reposo el nivel de referencia dista 6367,5 km que es igual al radio de la Tierra.

$$Dg_{alt} = 2 \times G \times M_{Tierra} / (r_{Tierra})^3 \times a = a \times 0,3083 \text{mgal/m} \quad (\text{Ec. 3.6})$$

Donde:

- $G = \text{constante de gravitación} = 6,67 \times 10^{-8} \text{cm}^3 \text{g}^{-1} \text{s}^{-2}$,
- $M_{Tierra} = 5,977 \times 10^{27} \text{g}$
- $r_{Tierra} = 6367,5 \text{km}$
- a es la altura sobre el nivel del mar

Dg_{alt} recibe un signo positivo para estaciones de observación situadas encima del nivel de referencia. Dg_{alt} lleva un signo negativo para estaciones de observación ubicadas debajo del nivel de referencia.

Aplicando el modelo del elipsoide terrestre resultaría un valor de corrección, que coincide con el valor introducido en los tres primeros decimales. Para lograr una precisión de 0,01mgal para las observaciones gravimétricas las diferencias de altura con respecto al nivel de mar deberían ser conocidas con un error menor a 4 cm.

Al efecto de la altura se denomina efecto de aire libre, puesto que las masas de rocas presentes o no presentes entre el nivel de referencia y el nivel de la estación de observación no lo influyen.

3.2.3 Corrección con la lámina de Bouguer

La corrección de Bouguer tiene en cuenta la atracción del material rocoso situado entre el nivel del mar y la estación que se encuentra a una altura h , suponiendo que la estación está en un plano topográfico horizontal; la corrección de Bouguer será:

$$CB = 0,04191 \cdot \rho \cdot h \quad (\text{Ec. 3.7})$$

Donde:

- ρ es la densidad media de la corteza terrestre: $2,67 \text{ g/cm}^3$ en el caso general, pues este valor depende de la geología de la zona, también recibe el nombre de densidad de Bouguer.

La corrección con la lámina de Bouguer (CB) se resta del valor observado en una estación que está encima de la estación base y se suma al valor observado en el caso que la estación de observación se sitúa debajo del nivel de referencia.

3.2.4 Corrección topográfica

En muchos estudios gravimétricos, el terreno en las proximidades de la estación es lo suficientemente plano como para efectuar sólo la corrección de altitud. En cambio, las elevaciones cercanas a la estación originan una componente vertical de la atracción gravitatoria que contrarresta en parte la atracción hacia el interior del resto de la Tierra. Cuando hay depresiones por debajo de la estación, éstas corresponden a partes vacías de la lámina entre la estación y la superficie de referencia, que ocasionan una atracción menor en la estación que la que se tiene en cuenta por la corrección de Bouguer. Cuando las elevaciones o depresiones están lo suficientemente próximas (comparadas con su altitud relativa a la estación) es necesario corregir su efecto.

La corrección de Bouguer corresponde a la atracción de una placa infinita de espesor h (figura 3.1), pero no toma en cuenta la masa del material que forma la colina a la izquierda del punto de la estación y de la cantidad de material que falta en el valle situado a la derecha del mismo punto. En el primer caso la atracción de los materiales que forman la colina hace disminuir la gravedad en el punto de la estación, por lo tanto este efecto hay que añadirlo para contrarrestarlo. En el segundo caso, la corrección de Bouguer considera las depresiones que rodean al punto de la estación como si estuvieran rellenas, con un material homogéneo de densidad ρ_B , por lo tanto, el efecto de éstas hay que añadirlo también a la gravedad observada, ya que al

calcular la corrección de Bouguer ese efecto había sido restado; en ambos casos la corrección topográfica será positiva.

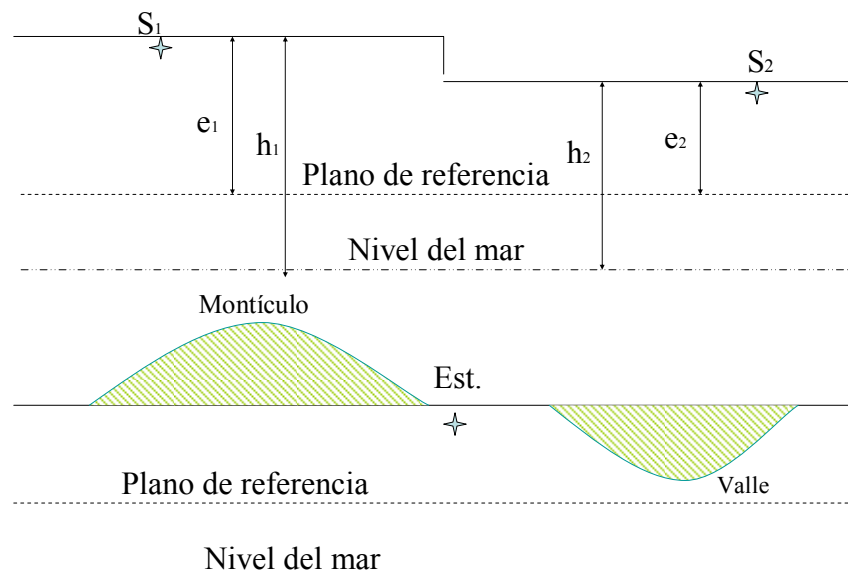


Figura 3.1: Ilustración de las correcciones de altitud y topográfica.

Por lo tanto, la corrección topográfica elimina el efecto del montículo sumando su atracción hacia arriba en la estación y compensa la del valle sumando la atracción que ejercería en la estación si estuviera relleno. El resultado es allanar toda la topografía al nivel de la estación, de modo que la corrección de Bouguer reducirá la estación al plano de referencia.

Para calcular la influencia del relieve es necesario determinar los cuerpos geométricos más simples que se le aproximen y cuyo efecto gravitatorio pueda calcularse analíticamente.

En la práctica, para acelerar el cálculo de las correcciones topográficas se usan tablas y nomogramas especiales que nos dan la magnitud de la componente vertical de atracción de las masas contenidas en anillos de distintos radios y alturas, autores como Hammer (1939) y Lukávchenco (1956) han elaborado tablas y nomogramas de esta índole. La diferencia de los esquemas de cálculo consiste únicamente en la elección de los radios r y del número de sectores n , lo cual influye en la exactitud de las correcciones topográficas calculadas con la ayuda de unas u otras tablas.

En el caso de Hammer (1939), el procedimiento para corregir el efecto de las desigualdades topográficas, es usando unos gráficos que constan de unos círculos concéntricos con líneas radiales que dividen las zonas entre los círculos en compartimentos (figura 3.2). El centro del círculo se superpone sobre la estación del mapa topográfico, de donde se ha deducido su altura media. La acción del relieve real en los límites de cada sector se sustituye por la de un prisma curvilíneo de base igual a la del sector anular y de altura media del terreno en los límites del sector. La influencia de dicho prisma puede calcularse analíticamente. Luego de sumar la influencia de todos los sectores, se obtiene la corrección por la influencia del relieve. Esta operación se efectúa para todos los sectores, salvo los contiguos inmediatos al punto de observación, donde se puede hacer una nivelación precisa del terreno mientras que para las zonas más alejadas se suele usar la altimetría de un mapa topográfico a la escala adecuada.

Con las tablas calculadas por Hammer (1939) se determinan los efectos gravitatorios debido a cada uno de los prismas que tienen de base estos sectores y por altura, la cota media de la zona en que está.

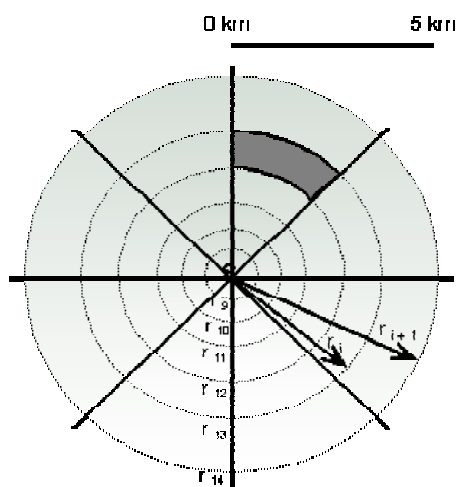


Figura 3.2. Plantilla para la reducción topográfica.

Los radios más usados generalmente son los siguientes:

r_1 : 3 m	r_9 : 200 m
r_2 : 5 m	r_{10} : 500 m
r_3 : 10 m	r_{11} : 1 km
r_4 : 20 m	r_{12} : 2 km
r_5 : 30 m	r_{13} : 3 km
r_6 : 50 m	r_{14} : 5 km
r_7 : 70 m	r_{15} : 10 km
r_8 : 100 m	r_{16} : 20 km

En el caso de Lukávchenco (1956), se usan tablas para un radio de hasta 30 km, y los nomogramas, hasta 400 km; un segmento de un nomograma es el de la figura 3.3. En un radio de 30 km todo el territorio se representa en forma de 19 zonas concéntricas, cada una de las cuales se subdivide en varios sectores. En el radio comprendido entre 30 y 400 km, el territorio se subdivide en 8 zonas anulares, que también consta de varios sectores. Para un radio superior a 30 km, el cálculo se hace tomando en cuenta la curvatura de la Tierra.

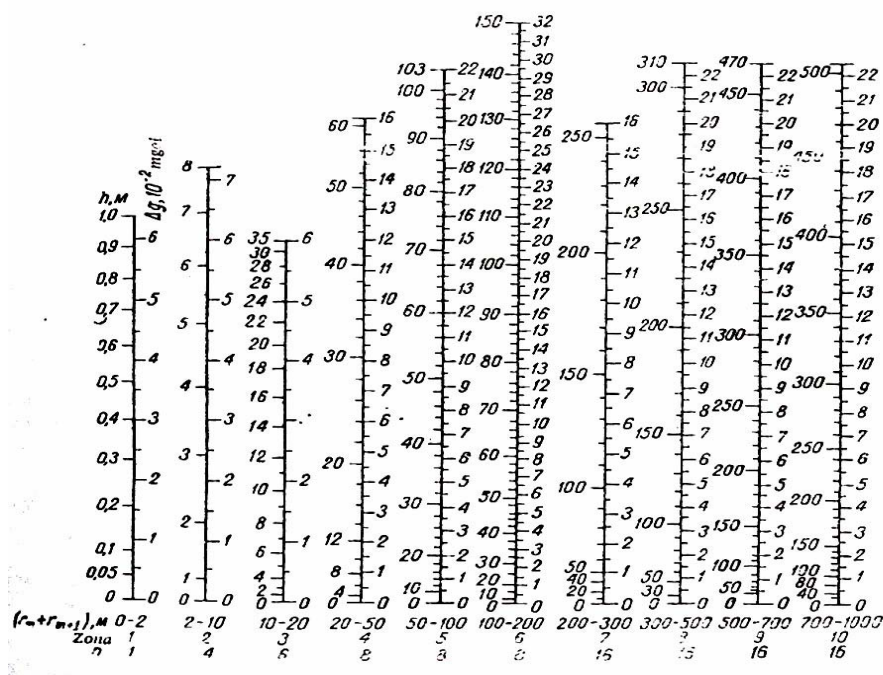


Figura 3.3. Fragmento del nomograma de Lukávchenco (1956).

Estos nomogramas son rectas verticales con dos escalas: a la izquierda figuran las alturas en metros, a la derecha, las correcciones en centésimas de miligal. Cada línea corresponde a un área. Al pie de los nomogramas van indicados los radios interior y exterior de las zonas, los números de estas y la cantidad n de secciones de las mismas.

Muchos autores se han dedicado por largo tiempo al estudio del efecto de la topografía en el valor final de la Anomalía de Bouguer, obteniéndose significativas contribuciones donde se considera la variación en grados por la contribución relativa como una función del terreno y la ubicación de la estación que se debe principalmente a cuatro factores, que son los siguientes:

La aplicación de la corrección topográfica.

La mejoría en la determinación en la zona interna de la topografía.

La extensión de la corrección del terreno por el método del radio de la Zona O de Hayford-Bowie (167 Km).

Utilización de las variables en la topografía inclinada.

3.2.4.1 Principio

- Aproximación del relieve por cuerpos matemáticos (construcción de un modelo de la topografía)
- Cálculo de la atracción gravitacional que ejerce este modelo en la estación, y sustracción de esta gravedad a la gravedad medida en la estación.

3.2.4.2 Métodos para la construcción de un modelo topográfico

- 1) División del terreno en círculos con ciertos radios y 8 rayos, con la estación en el centro. En cada uno de los sectores se determina la altura media con las curvas de nivel de un mapa topográfico, se calcula la diferencia de la altura media y la altura de la estación, y la gravedad del sector por ejemplo con la fórmula (Hammer, 1939):

$$\delta_{dT} = \frac{1}{4} \pi \rho \left(r_{i+1} - r_i + \sqrt{r_i^2 + h_i^2} - \sqrt{r_{i+1}^2 + h_i^2} \right)$$

Donde:

- Δh es la distancia entre el nivel de la estación y el nivel de referencia
- h_i es la diferencia de la altura media del sector y la altura de la estación
- r_i y r_{i+1} son los radios que limitan el sector de cálculo

Hay que sumar los efectos de todos los sectores.

- 2) Mucho más fácil y además más preciso es el cálculo de la reducción topográfica con computadora, esto es digitalizando el relieve en forma de una rejilla ortogonal, se calcula la gravedad de cada uno de los prismas, y se suman todos los efectos de los prismas. Usando este método, no se tiene que determinar las alturas medias de nuevo para cada estación.

La fórmula para calcular la gravedad exacta de un prisma no es simple, pero hay una fórmula que aproxima el efecto gravimétrico de un prisma (figura 3.4):

Hammer (1939):

$$\delta g_{\text{topo}} = 2G\rho b^2 \frac{h^2}{r^3} \left(1 + \frac{3b^2}{2r^2} \right) \quad (\text{Ec. 3.8})$$

Donde:

- $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$ (constante gravitacional)
- h es la diferencia de altura entre el prisma y la altura de la estación
- ρ es la densidad de las masas topográficas

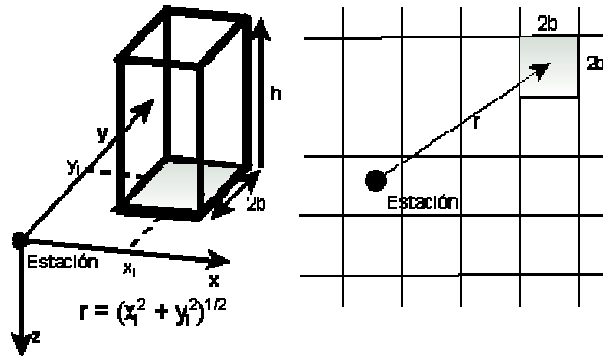


Figura 3.4: Rejilla ortogonal para la reducción topográfica.

Los valores de la reducción topográfica dependen mucho del relieve especial en los alrededores de la estación. Cuanto más irregular es el relieve, tanto más grande son los valores de la reducción.

3.2.4.3 Corrección topográfica en gravimetría de pozo

La expresión de densidad como función de la diferencia de gravedad entre dos estaciones se expresa de manera general como (McCulloh, 1967):

$$\rho = \frac{F + \frac{\Delta C_g}{\Delta z} - \frac{\Delta g_u}{\Delta z}}{4\pi G} \quad (\text{Ec. 3.9})$$

$$\Delta g_u = \Delta g_o - \Delta C_t - \Delta C_b \quad (\text{Ec. 3.10})$$

Donde:

- ρ es la densidad
- F es el gradiente de aire libre
- Δg_o es la diferencia de la medida de gravedad entre dos estaciones
- ΔC_g es la corrección por efecto de la diferencia de densidad del subsuelo
- ΔC_t es la corrección topográfica
- ΔC_b es la corrección en el pozo
- G es la constante gravitacional

El efecto del terreno en las medidas de gravedad puede ser calculado con programas computacionales a través de la división del área a estudiar en un sistema de zonas y compartimientos, para así determinar la elevación de cada compartimiento.

A partir de la ecuación 3.9, se puede escribir (McCulloh, 1967):

$$\rho_n = \frac{F}{4\pi G} - \frac{(g_{n+1} - g_n) - (C_{n+1} - C_n)}{(d_{n+1} - d_n)4\pi G} \quad (\text{Ec. 3.11})$$

Donde:

- C es la suma de todas las correcciones
- d es la profundidad de la medida

El efecto de la zona del terreno en la gravedad, viene expresado de la siguiente, manera (Hearst, 1980) y representado en la figura 3.5:

$$g_v = 2\pi G\rho \left[\left(r_1^2 + h^2 \right)^{1/2} - \left(r_1^2 + h_1^2 \right)^{1/2} - \left(r_2^2 + h^2 \right)^{1/2} + \left(r_2^2 + h_1^2 \right)^{1/2} \right] \quad (\text{Ec. 3.12})$$

Donde:

- ρ es la densidad del terreno
- G es la constante gravitacional
- g_v es la componente vertical de gravedad en el punto de observación en el eje de un cilindro recto circular.
- r_1 es el radio interno del cilindro
- r_2 es el radio externo del cilindro
- h_1 y h son las distancias verticales desde el punto P

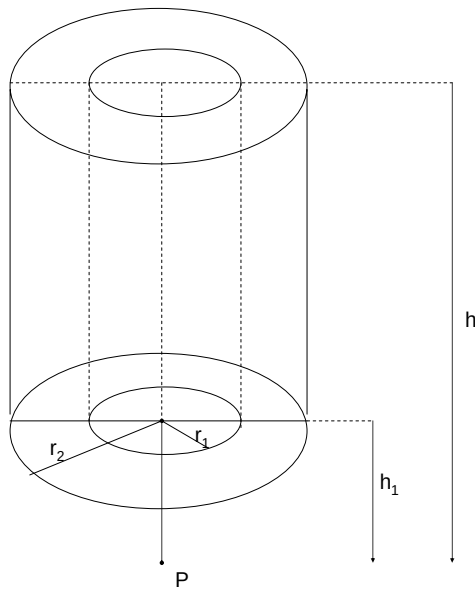


Figura 3.5. Cilindro recto circular

En la ecuación 3.12, se puede hacer la siguiente sustitución:

$$2 \pi G \rho = 0.01277 \rho \text{ [mgal/pies]} = 0.04188 \rho \text{ [mgal/m]}$$

Si se considera la densidad como 2.67 gr/cm^3 , entonces, se tiene que:

$$2 \pi G \rho = 0.034 \text{ [mgal/pies]} = 0.115 \text{ [mgal/m]}$$

Si la altura h_1 es definida como la elevación del datum menos el punto P y h como la elevación del cilindro menos el punto P, entonces el signo de g_T será el correcto y representará excesos o deficiencias de masas de terreno respecto a el datum.

Si el cilindro es dividido en m compartimientos, con diferentes radios r_l entonces:

$$C_n = \sum_{s,m} C_{m,n} = \sum_{s=1} \sum_{Sm=1,M} \frac{\Delta g_c(s,m)_n}{m} \quad (\text{Ec. 3.13})$$

Donde Δg_c es calculado para el cilindro completo con las elevaciones de cada compartimiento. De aquí se obtienen tres casos de diferencias ΔE_m entre las elevaciones del compartimiento y el tope del pozo, para cada estación n a cierta profundidad (Hearst, 1968):

Caso 1:

$$\Delta E_m > 0$$

$$= d_n, H = d_n + \Delta E_m$$

$C_{m,n}$ es calculado con 3.12, y da signo negativo.

Caso 2:

$$\Delta E_m < 0$$

$$d_n > |\Delta E_m|$$

$$h = d_n$$

$C_{m,n}$ es siempre positivo y representa un valle existente alrededor del punto d_n

Caso 3:

$$\Delta E_m < 0$$

$$d_n < |\Delta E_m|$$

Los cálculos son divididos en dos partes, para un valle alrededor de d_n donde:

$$h_1 = 0, \quad h = d_n$$

C_1 es calculado con 3.12, usando:

$$h_1 = 0 \quad h = |\Delta E_m| - d_n$$

C_2 es calculado y $C_{m,n} = C_1 - C_2$. El pozo es tratado como un compartimiento cuando se tiene el caso 3.

3.3 DENSIDADES

Las anomalías de gravedad dependen de los contrastes de densidad que varían horizontalmente. Cuando las variaciones son en capas horizontales, no causan anomalía de gravedad, por otro lado, si las diferentes densidades son deformadas, se produce una anomalía, la cual depende de la magnitud, la profundidad y extensión horizontal y vertical de la capa.

La densidad en las rocas es controlada principalmente por tres factores, que son: la densidad del grano o matriz de la roca, la porosidad y los fluidos en los espacios porosos.

Por ejemplo, el cuarzo puro tiene una densidad de 2.65 g/cm^3 , la calcita 2.72 g/cm^3 , los minerales claros varían entre 2.5 g/cm^3 y 2.8 g/cm^3 , los cuales forman parte de las rocas sedimentarias, areniscas, limolitas y lutitas, cuyas densidades están determinadas por la porosidad. Cuando las rocas se encuentran cerca de la superficie, se considera que el fluido presente en sus poros es el agua, cuya densidad depende de

las sales y minerales en solución, a veces, en profundidad, se tiene como fluidos petróleo o gas. Aunque esto sólo afecta el espacio poroso del volumen de la roca, usualmente se supone que los poros están llenos de agua con densidad 1.0

La variación de la densidad a lo largo de un pozo se puede determinar a través de la medición de la gravedad en el pozo. Esta se puede expresar de la siguiente manera: si g_1 y g_2 representan dos gravedades en un pozo separadas por un intervalo vertical h . La medida g_1 se incrementa al bajar debido a la atracción del material por la cantidad $2\pi G\rho h = 0.01276\rho h$ mgal/pie, correspondiendo al coeficiente de Bouguer. La medida de g_2 decrece al subir también debido a la atracción. Además, la medida es incrementada por el gradiente normal vertical a una razón de 0.09406 mgal/pie, esto da una diferencia de gravedad entre los dos puntos de:

$$g_2 - g_1 = \Delta g = 0.09406h - 2 \times 0.01276\rho h \quad (\text{Ec. 3.14})$$

resultando la densidad ρ :

$$\rho = (0.09406h - \Delta g)/0.02552h \quad (\text{Ec. 3.15})$$

$$= 3.686 - 39.18\Delta g/h \quad \text{para } h \text{ en pie} \quad (\text{Ec. 3.16a})$$

$$= 3.686 - 11.95\Delta g/h \quad \text{para } h \text{ en m} \quad (\text{Ec. 3.16b})$$

CAPÍTULO IV

METODOLOGÍA

ESTIMACIÓN DE LOS ESFUERZOS *IN SITU*

Para el presente estudio se utilizaron los datos de registros de pozos y producción, del pozo Macal XX, ubicado en el norte del Estado Monagas.

Para determinar los esfuerzos se supone, por simplicidad de los cálculos, que las tres componentes principales del tensor de esfuerzos coinciden con la dirección vertical y con las direcciones horizontales y que las deformaciones en las direcciones horizontales a cualquier profundidad son iguales a cero, $\varepsilon_x(z) = \varepsilon_y(z) = 0$. A partir de esto, se calcula cada uno de los esfuerzos, para dos casos:

- Con gravedad constante de 978180 mgals y variable.
- Con densidad constante de 2.33 g/cm³ y variable.

El procedimiento de cálculo de los esfuerzos, es el siguiente:

- El esfuerzo vertical se calcula con la ecuación 2.22.
- Previo al cálculo del esfuerzo horizontal, se determina el Módulo de Poisson, a partir de la ecuación 2.37, con V_p dado como dato en el registro y V_s a partir de una ecuación empírica para areniscas y lutitas con una constante de 0.6.
- El esfuerzo horizontal se calculado con la ecuación 2.23, donde el factor de Biot es igual a 1, ya que este valor generalmente se emplea cuando no se tiene conocimiento de la fracción volumétrica de cada mineral en las rocas del área de estudio, lo que impide que este factor sea calculado. La presión de poro o de yacimiento se obtuvo a partir del registro MDT.

- El esfuerzo efectivo se calcula con la presión de poro medida, la ecuación 2.24 y un factor de Biot igual a 1.

4.2 CÁLCULO DE LA CORRECCIÓN TOPOGRÁFICA

El efecto que produce el terreno sobre las medidas de gravedad realizadas en un pozo, se hace a través del estudio de su variación con respecto a la profundidad.

Debido a que se desea estudiar el efecto de la variación de la corrección topográfica en las medidas de gravedad, los valores utilizados corresponden a una montaña sintética, cuyas cotas están distribuidas en la forma en que se muestra, en la red de la figura 4.1:

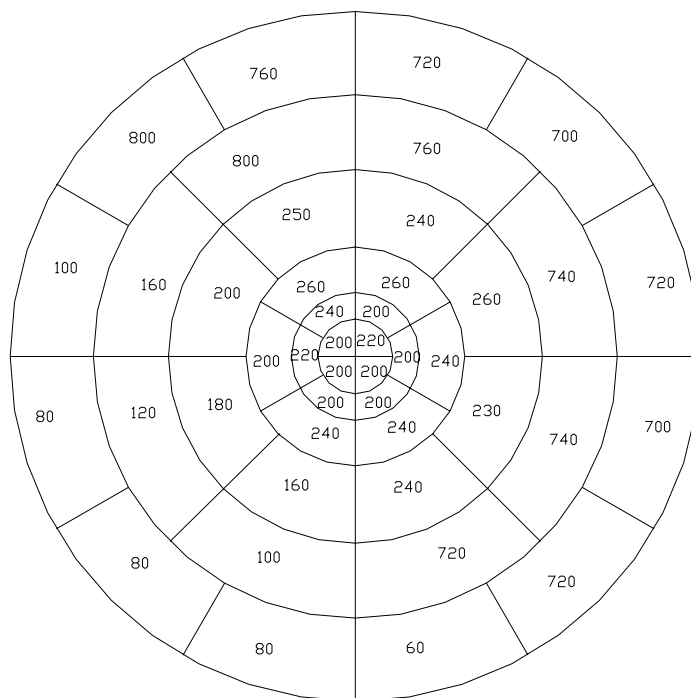


Figura 4.1. Distribución de las alturas promedios en la red de Hammer (1939).

Los radios externos utilizados de acuerdo a las zonas y su número de compartimientos se listan en la tabla 4.1.

Tabla 4.1. Distribución de radios y compartimientos

Zona	Radio externo (pies)	Nº de compartimientos
A	6,16	2
B	54,41	4
C	174,87	6
D	557,74	6
E	1279,53	8
F	2936,35	8
G	5016,4	12

La curvatura de la Tierra no se toma en cuenta, pues su efecto hasta la zona F es de 0.00 m, y en la zona G, es solamente de 0.1 m, según Hearst (1980).

La representación gráfica de la montaña, con las medidas en pies, en la superficie se indica en la figura 4.2.

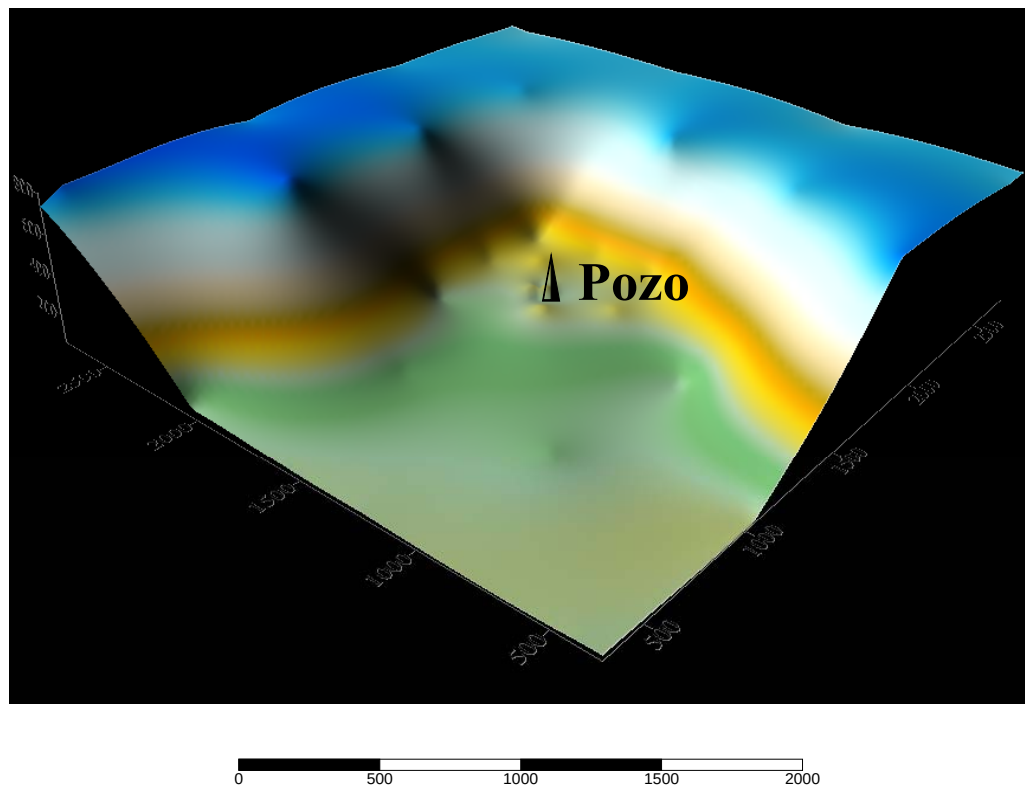


Figura 4.2. Montaña sintética usada en la corrección topográfica

El efecto de gravedad en una zona del terreno para un pozo se calcula a partir de la ecuación 3.12, con una profundidad comprendida entre los 0 hasta 16000 pies, con intervalos de medición cada 0.5 pies, densidad de 2.33 g/cm^3 , con los radios y alturas mostrados en la tabla 4.1.

La variación producida en los valores de gravedad se usa para calcular y comparar a partir de ellos, los efectos que la corrección topográfica tiene sobre:

- Los valores de gravedad
- El gradiente
- Los esfuerzos vertical, horizontal y efectivo.

4.3 ESFUERZO CAUSADO POR UNA CARGA

Si se coloca una carga sobre la superficie del terreno, ya sea un pozo, una edificación, una montaña, entonces se incrementará el esfuerzo vertical en el subsuelo. Si se supone que el material por debajo del terreno es un medio homogéneo, elástico e isotrópico, los esfuerzos *in situ* se incrementan cuando están debajo de esta área.

Si se supone que la carga está formada por un área rectangular sobre la superficie, para calcular el incremento en el esfuerzo vertical se usa la ecuación 2.26a.

Para determinar el incremento en el esfuerzo vertical cuando la carga no tiene distribución uniforme, se usa la ecuación 2.28a, cuya solución general de la integral se obtiene con la regla de Simpson descrita en el apéndice 1, y usando el programa Matlab 5.0.

CAPÍTULO V

ANÁLISIS DE RESULTADOS

5.1 VARIACIÓN DE LOS ESFUERZOS *IN SITU* CON LA PROFUNDIDAD

Las figuras 5.1, 5.2 y 5.3 representan la presión de poro medida en el pozo, el módulo de Poisson que se obtuvo a partir del registro de velocidades V_p y la densidad, también medida en el pozo, respectivamente.

Estos registros son utilizados para el cálculo de los esfuerzos vertical, horizontal y efectivo, por lo tanto, es necesario verificar que su comportamiento no tenga valores anómalos que puedan influir posteriormente sobre los resultados.

De esta manera, se observa en la figura 5.1 que en la presión de poro medida con la herramienta MDT sus valores están en un rango de 0 psi en superficie hasta 7000 psi aproximadamente, a 16000 pies de profundidad. La curva presenta cambios sutiles o tendencias, que podrían indicar variaciones litológicas importantes formando capas o sellos.

La figura 5.2 representa la variación en el módulo de Poisson, con valores comprendidos entre 0.1 y 0.45. Este cambio depende de la velocidad de las ondas sísmicas que se transmiten de acuerdo a las características del medio donde se propagan, como lo son la rigidez y la densidad global del estrato, que a su vez indican cambios litológicos presentes en profundidad. De acuerdo a esto, se puede establecer una primera tendencia correspondiente al intervalo de 0 – 5000 pies, debido posiblemente a la presencia de sedimentos poco consolidados. La segunda tendencia presenta un comportamiento relativamente constante a partir de los 5000 pies y hasta los 16000 pies.

La figura 5.3 representa la variación de la densidad en el pozo, que también es medida con la herramienta MDT. Sus valores están en el rango de 1.97 g/cm^3 a 0.5 pies de profundidad, hasta 2.71 g/cm^3 a 16000 pies. El incremento en la densidad de las rocas, es porque ésta depende de tres factores importantes, que son la densidad de

los granos de las partículas, la porosidad y el fluido en el espacio poroso. Generalmente se verifica que, la porosidad y el fluido en el espacio poroso, disminuyen con la profundidad por efecto de la presión de la columna litostática suprayacente, lo que trae como consecuencia, un aumento en la densidad de la roca.

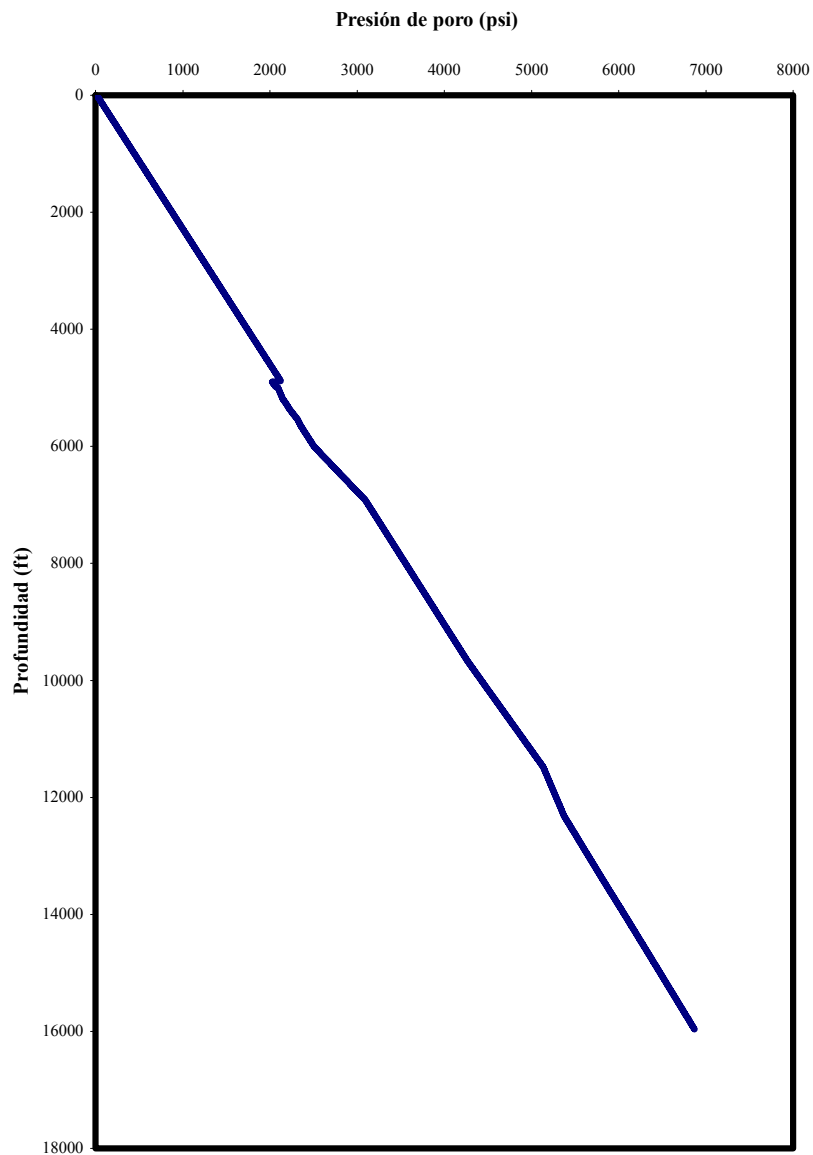


Figura 5.1. Presión de poro medida en el pozo con la herramienta MDT

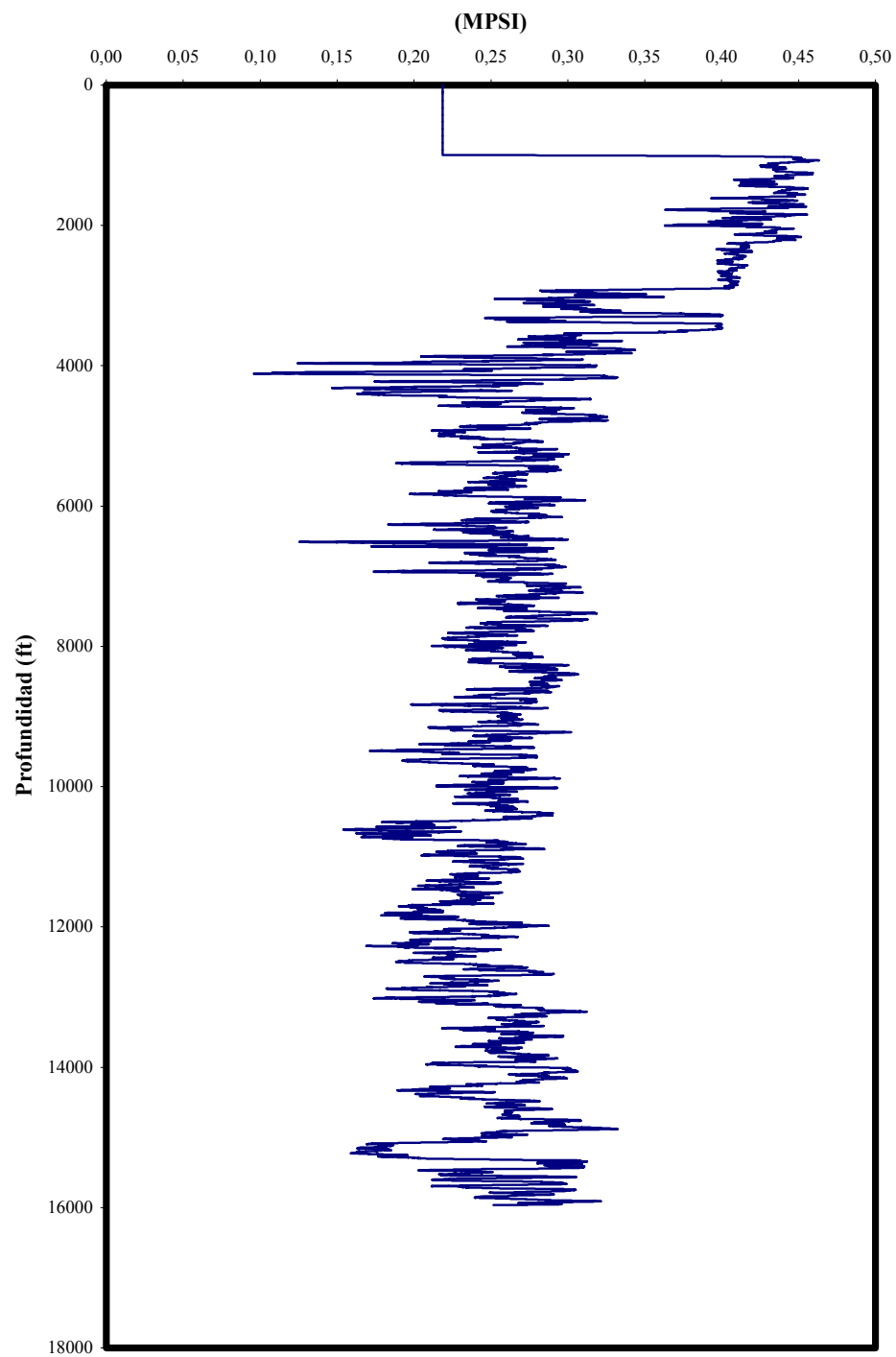


Figura 5.2. Variación del módulo de Poisson en el pozo

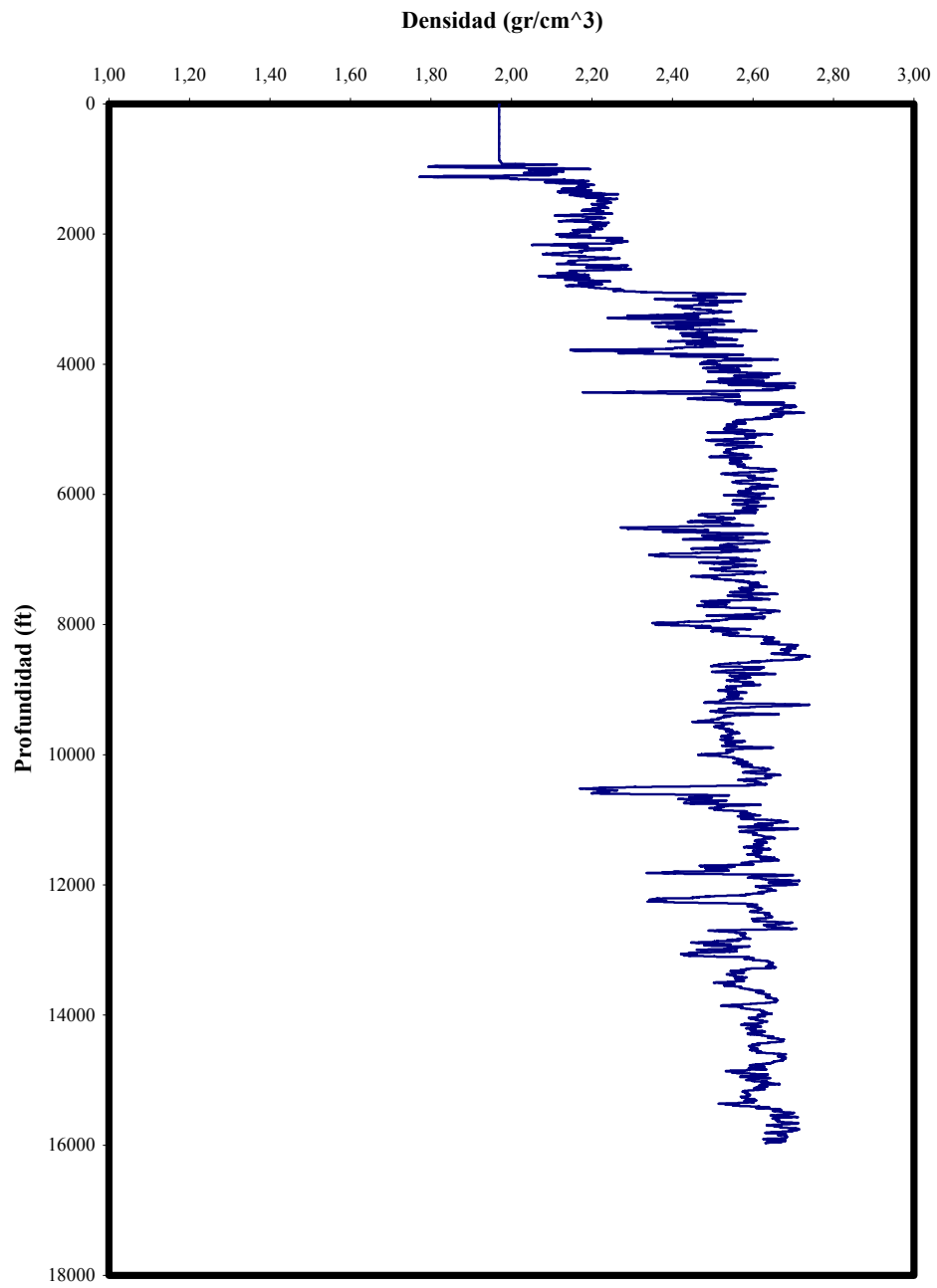


Figura 5.3. Valores de densidad obtenidos con la herramienta MDT en el pozo

La figura 5.4 representa la variación de los esfuerzos vertical, horizontal y efectivo con la profundidad. El máximo valor del esfuerzo vertical es a los 16000 pies con un valor de 16000 psi, por su parte los esfuerzos horizontales y efectivos, tienen los máximos a 16000 pies de profundidad con valores de 10500 y 5000 psi, respectivamente.

Esta figura muestra que el esfuerzo vertical es prácticamente lineal y no presenta oscilaciones como los esfuerzos horizontal y efectivo, ya que no está influenciado por la litología, a diferencia de los otros dos, que involucran módulos elásticos en las ecuaciones que los representan.

Por otra parte, la estimación de los esfuerzos *in situ* en el pozo muestra un aumento con la profundidad, con una tendencia aproximadamente lineal, lo cual es debido al incremento en el peso de la columna litostática.

Las figuras 5.5a, 5.6a y 5.7a representan la variación que existe en cada uno de los esfuerzos, considerando densidad variable, que fue la medida en el pozo y con densidad constante e igual a 2.33 g/cm^3 .

El comportamiento del efecto en los tres esfuerzos es igual, incrementándose con la profundidad, debido al aumento en los valores de densidad en las rocas que se encuentran más profundas, por las razones descritas anteriormente.

Las figuras 5.5b, 5.6b y 5.7b representan la diferencia en los esfuerzos vertical, horizontal y efectivo al considerar la densidad constante y variable. Se observa que en los tres la variación de la densidad es significativa, pues en el esfuerzo vertical la diferencia es de 1000 psi, en el horizontal de 500 psi y en el efectivo de 700 psi, a 16000 pies de profundidad en cada caso, los cuales son valores suficientes para hacer colapsar un pozo, por lo tanto en el factor densidad es necesario considerar su variación con la profundidad, pues un valor promedio no es una buena aproximación.

Las figuras 5.8a, 5.9a y 5.10a representan la variación que existe en cada uno de los esfuerzos, considerando gravedad variable debido al incremento en el gradiente, y con gravedad constante e igual a 978180 mgals.

En éstas se puede observar que usando gravedad constante o variable para calcular los esfuerzos vertical, horizontal y efectivo es insignificante la diferencia, por lo que ambas curvas se superponen perfectamente. Esto se debe a que la variación en el gradiente es de apenas 0.0002 psi/pies.

En las figuras 5.8b, 5.9b y 5.10b se observan las diferencias entre los valores de los esfuerzos con gravedad constante y variable, a una profundidad de 16000 pies, se aprecia que la máxima variación, es de 4.5 psi en el esfuerzo vertical, 2 psi en el horizontal y 2.5 psi en el efectivo. Estos son valores pequeños si se considera el valor final de los esfuerzos que están por encima de los 5000 psi. Por lo tanto, considerar gravedad variable o constante para este rango de profundidad, no va a alterar de manera significativa el cálculo de los esfuerzos.

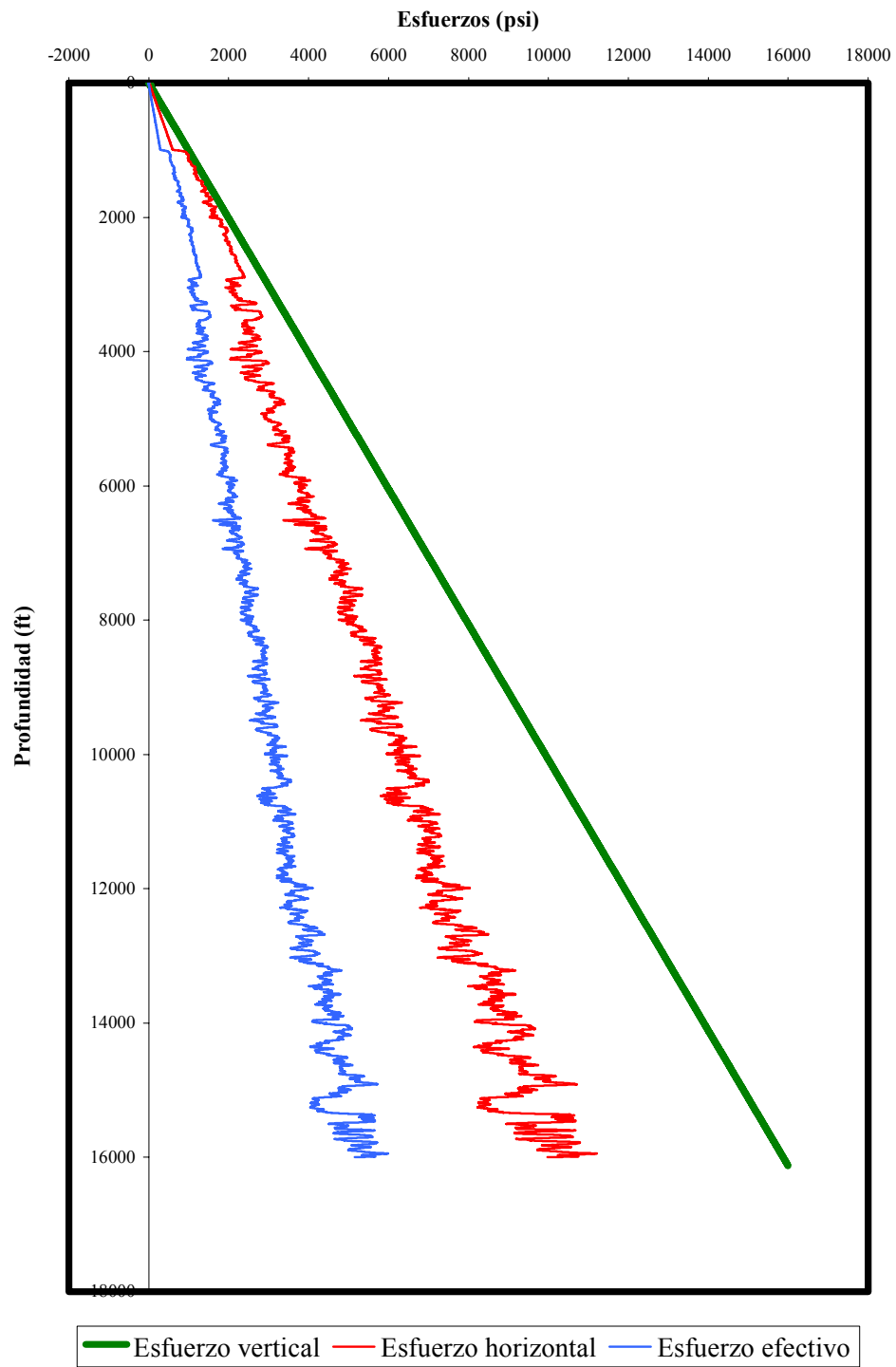


Figura 5.4. Variación de los esfuerzos en el pozo para una densidad constante de 2.33 g/cm^3

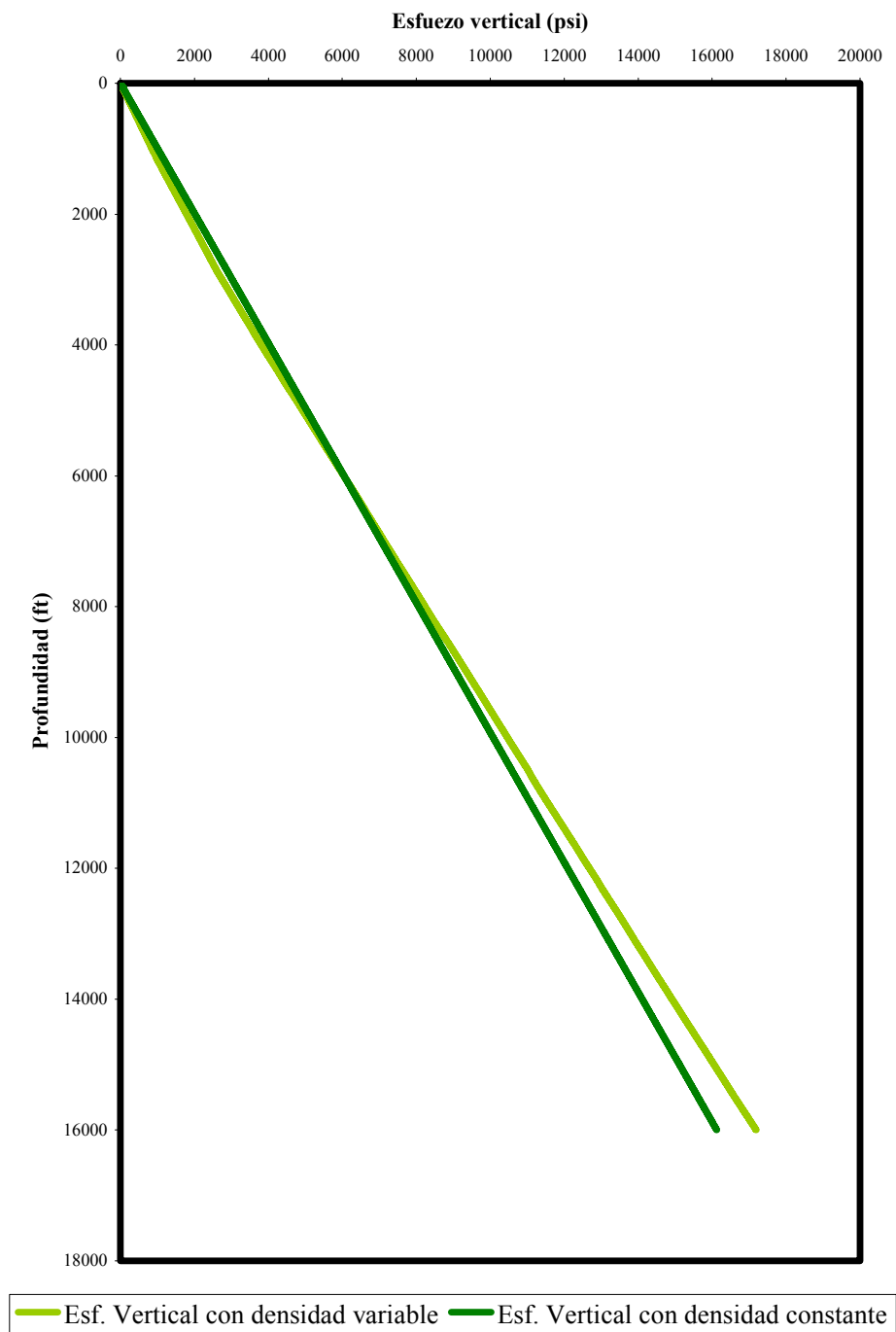


Figura 5.5a. Esfuerzo vertical con densidad variable medida en el pozo con la herramienta MDT y densidad constante de 2.33 g/cm^3 para una gravedad constante de 978180 mgals .

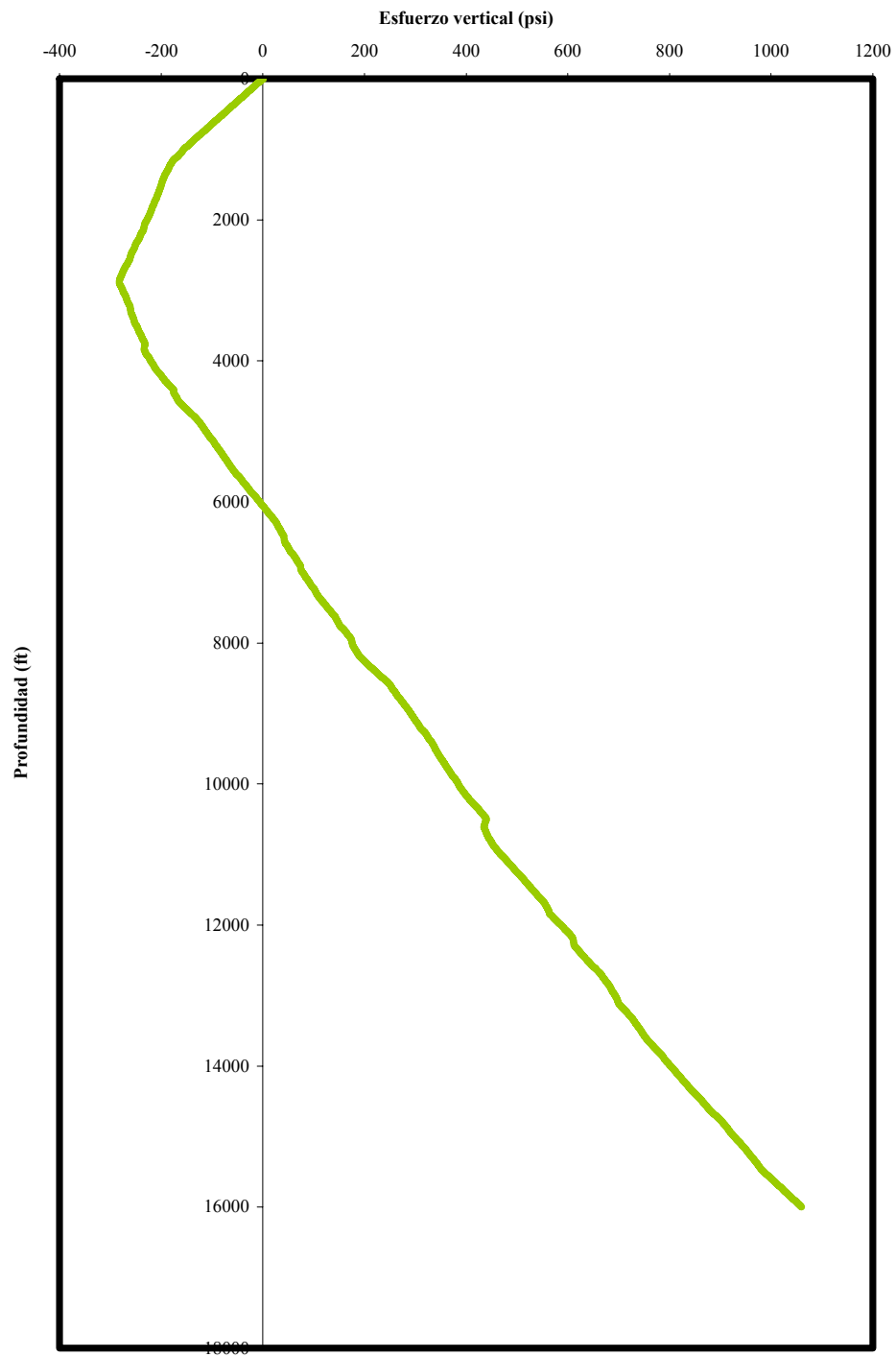


Figura 5.5b. Diferencia en el esfuerzo vertical con densidad variable medida en el pozo con la herramienta MDT y densidad constante de 2.33 g/cm^3 para una gravedad constante de 978180 mgals .

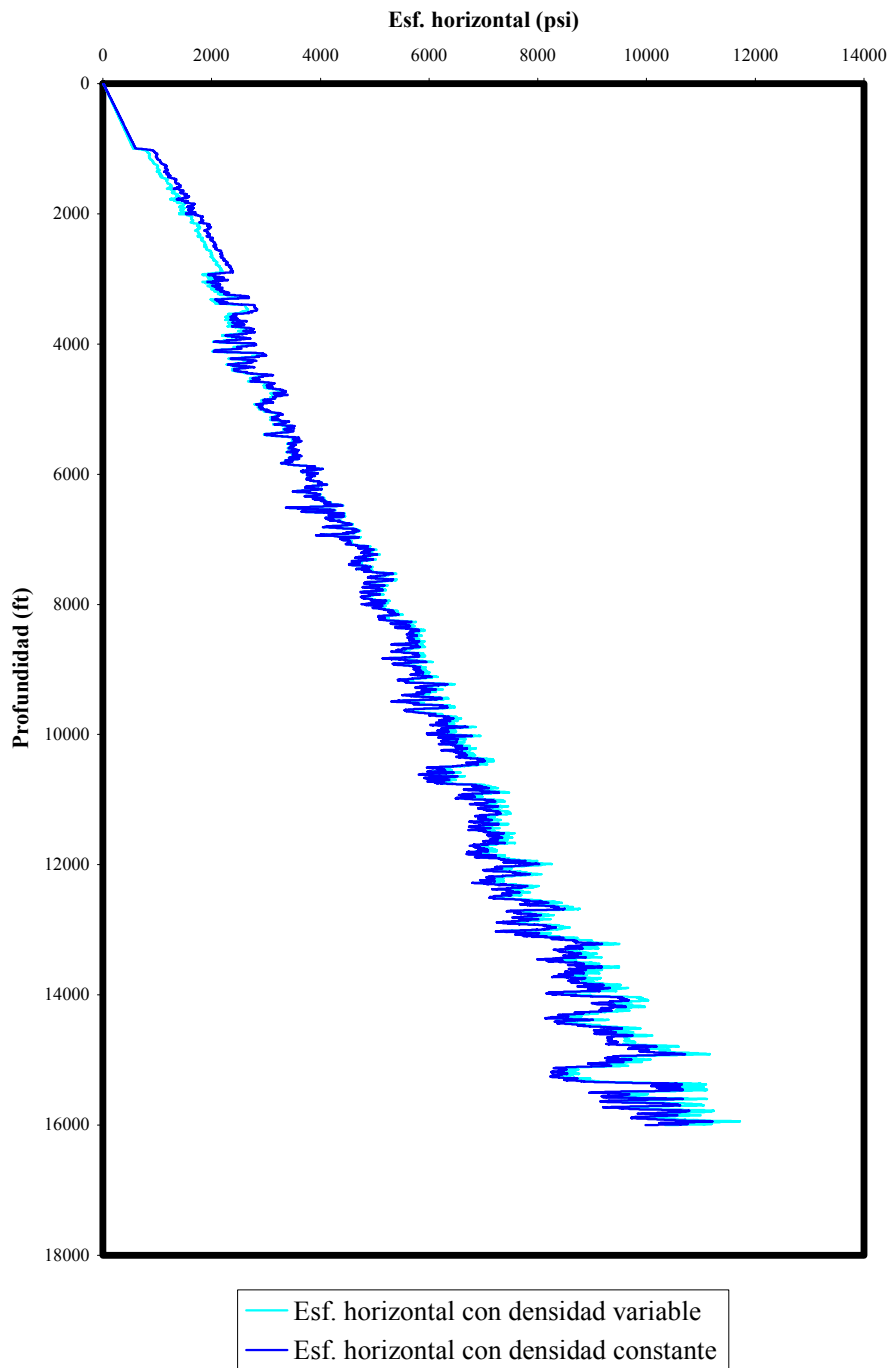


Figura 5.6a. Esfuerzo horizontal con densidad variable medida en el pozo con la herramienta MDT y densidad constante de 2.33 g/cm^3 para una gravedad constante de 978180 mgals .

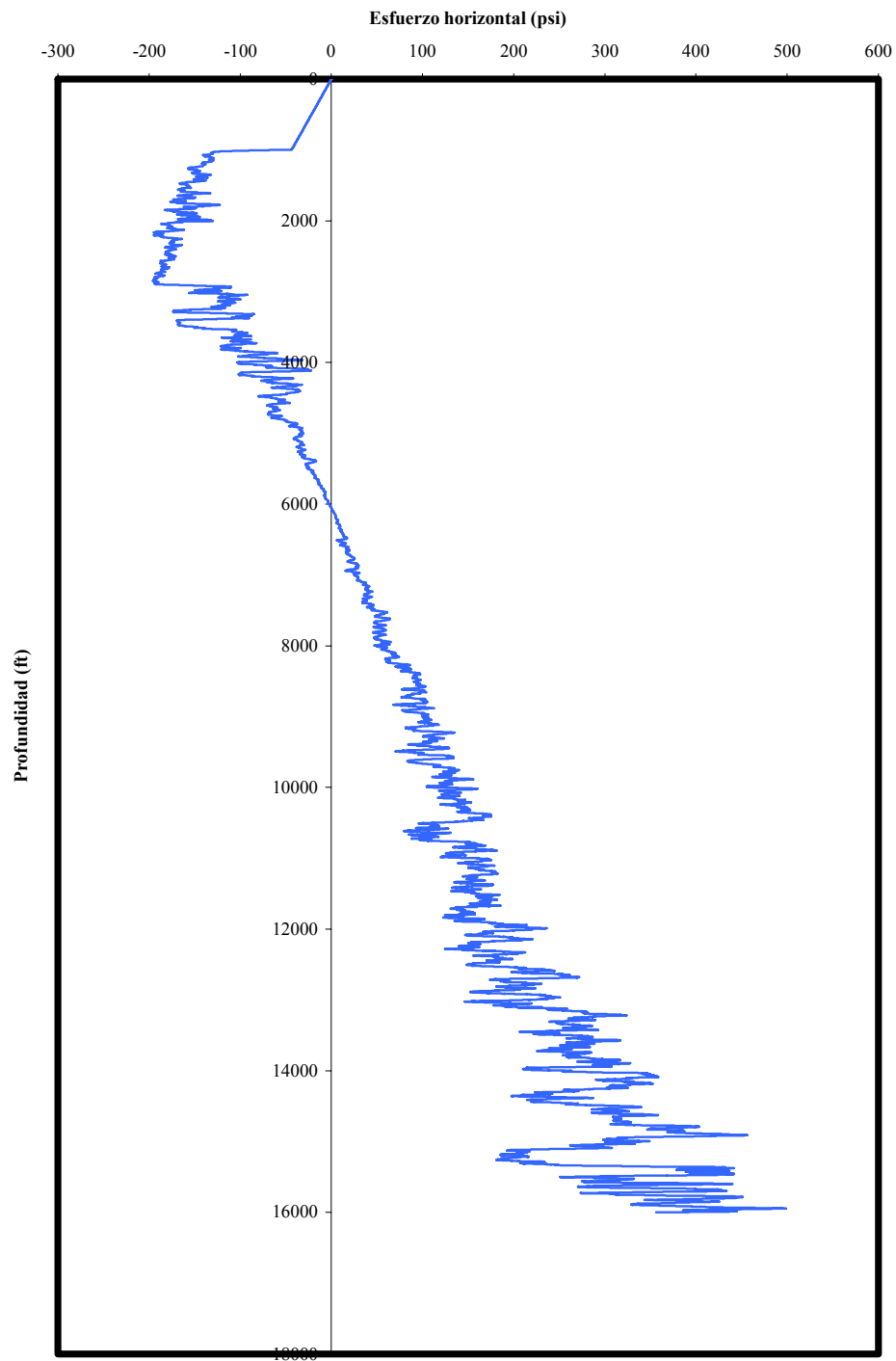


Figura 5.6b. Diferencia en el esfuerzo horizontal con densidad variable medida en el pozo con la herramienta MDT y densidad constante de 2.33 g/cm^3 para una gravedad constante de 978180 mgals.

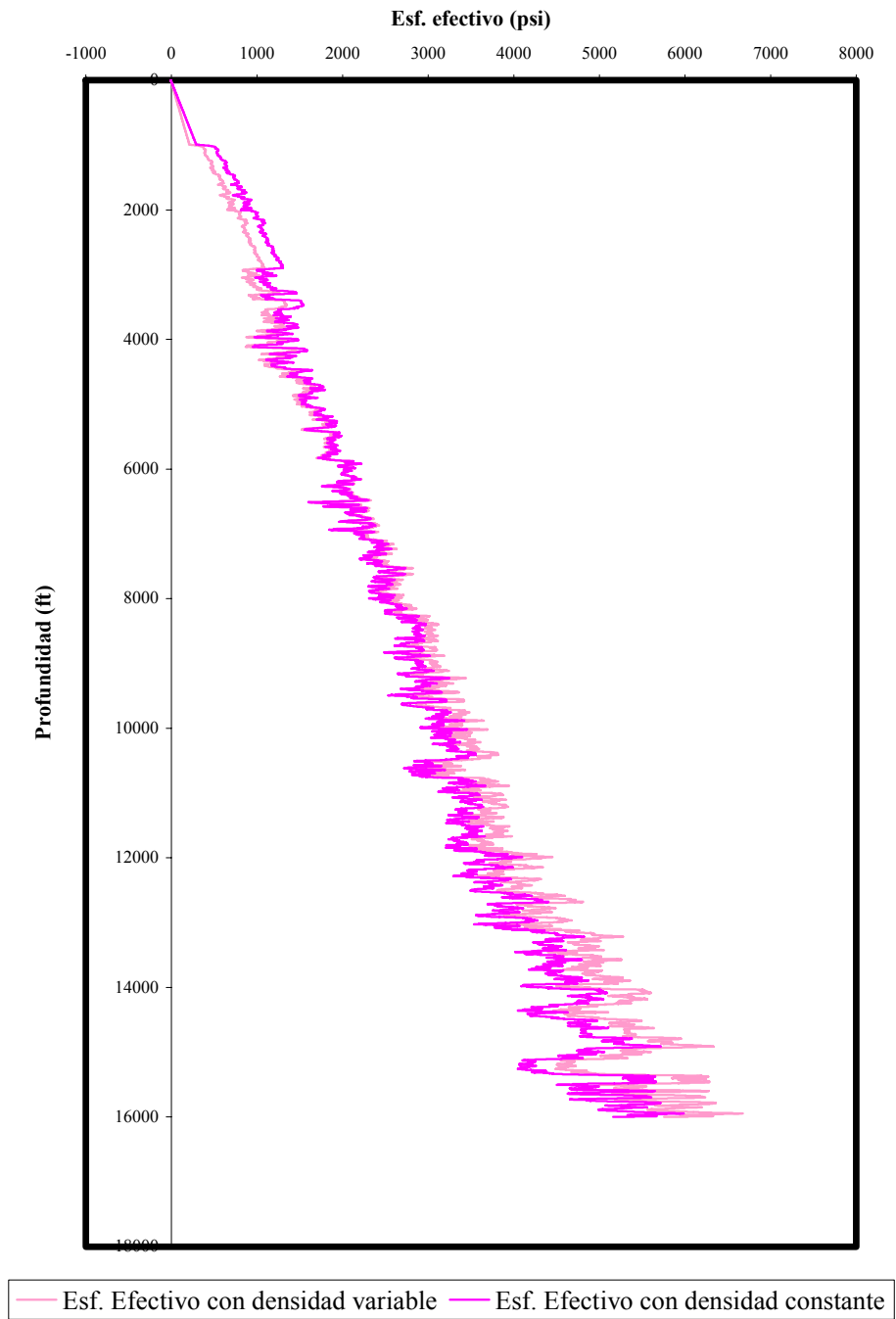


Figura 5.7a. Esfuerzo efectivo con densidad variable medida en el pozo con la herramienta MDT y densidad constante de 2.33 g/cm^3 para una gravedad constante de 978180 mgals .

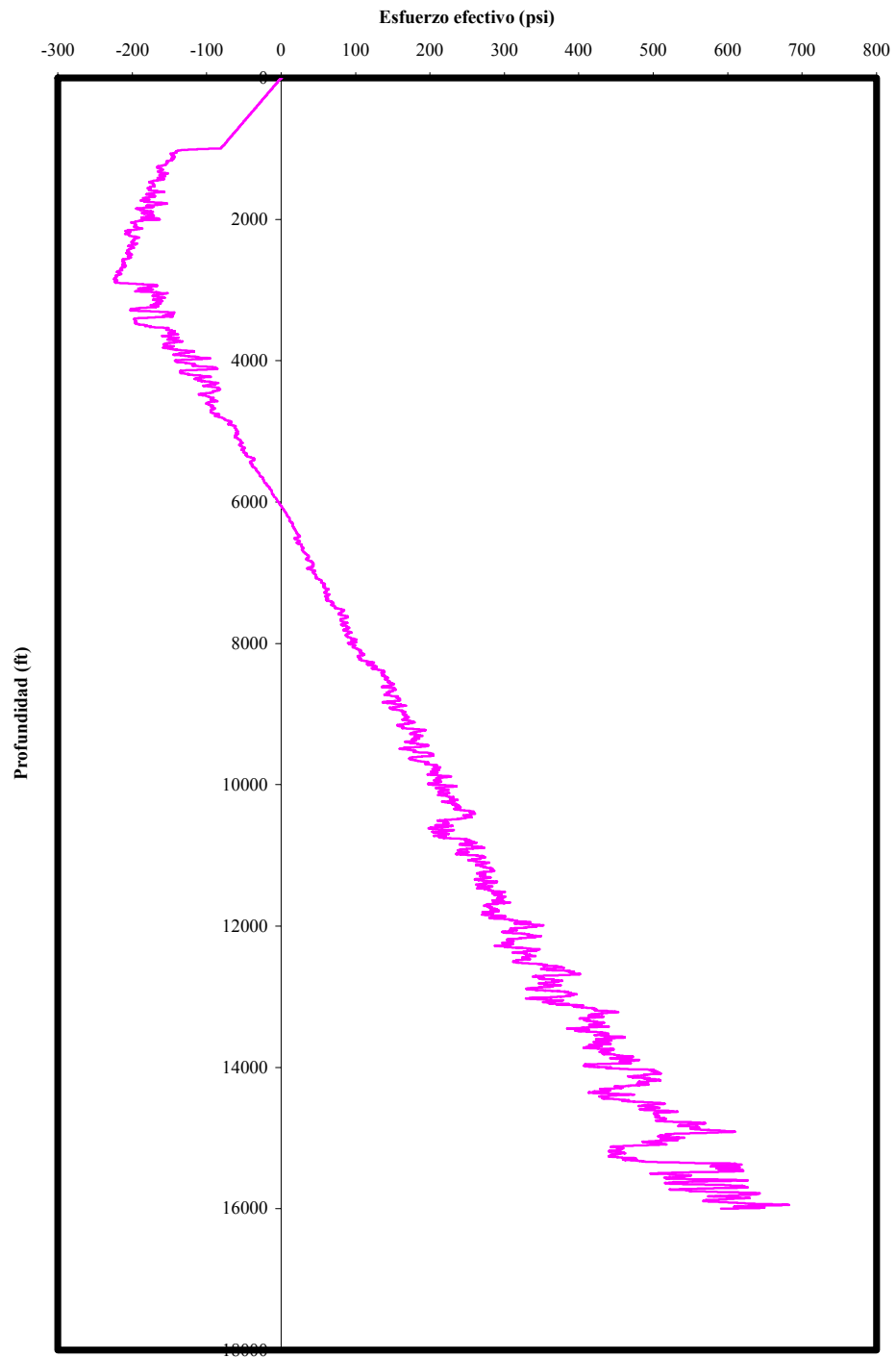


Figura 5.7b. Diferencia en el esfuerzo efectivo con densidad variable medida en el pozo con la herramienta MDT y densidad constante de 2.33 g/cm^3 para una gravedad constante de 978180 mgals.

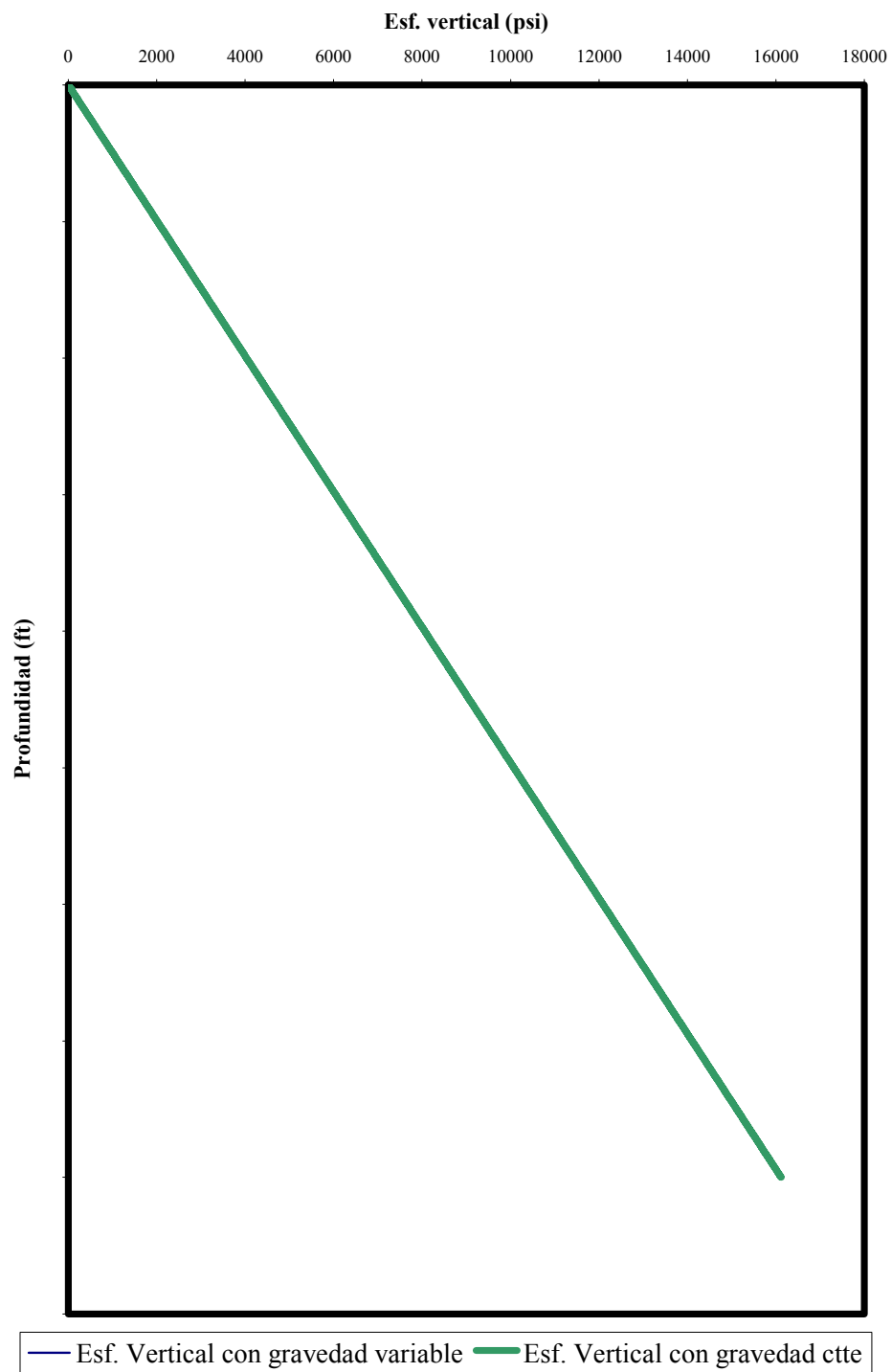


Figura 5.8a. Esfuerzo vertical con gravedad variable y gravedad constante de 978180 mgals para una densidad constante de 2.33 g/cm^3

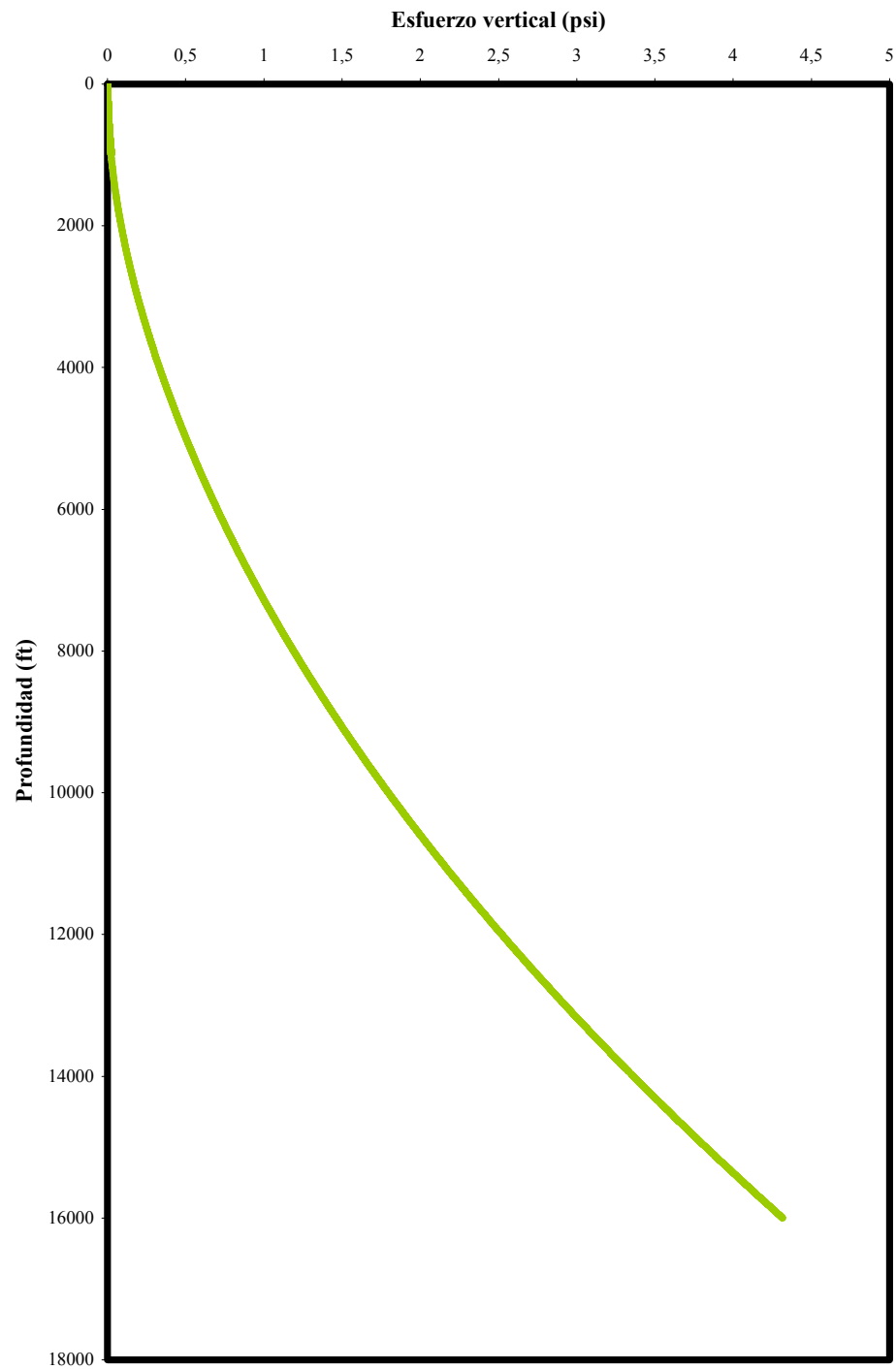


Figura 5.8b. Diferencia en el esfuerzo vertical con gravedad variable y gravedad constante de 978180 mgals para una densidad constante de 2.33 g/cm³

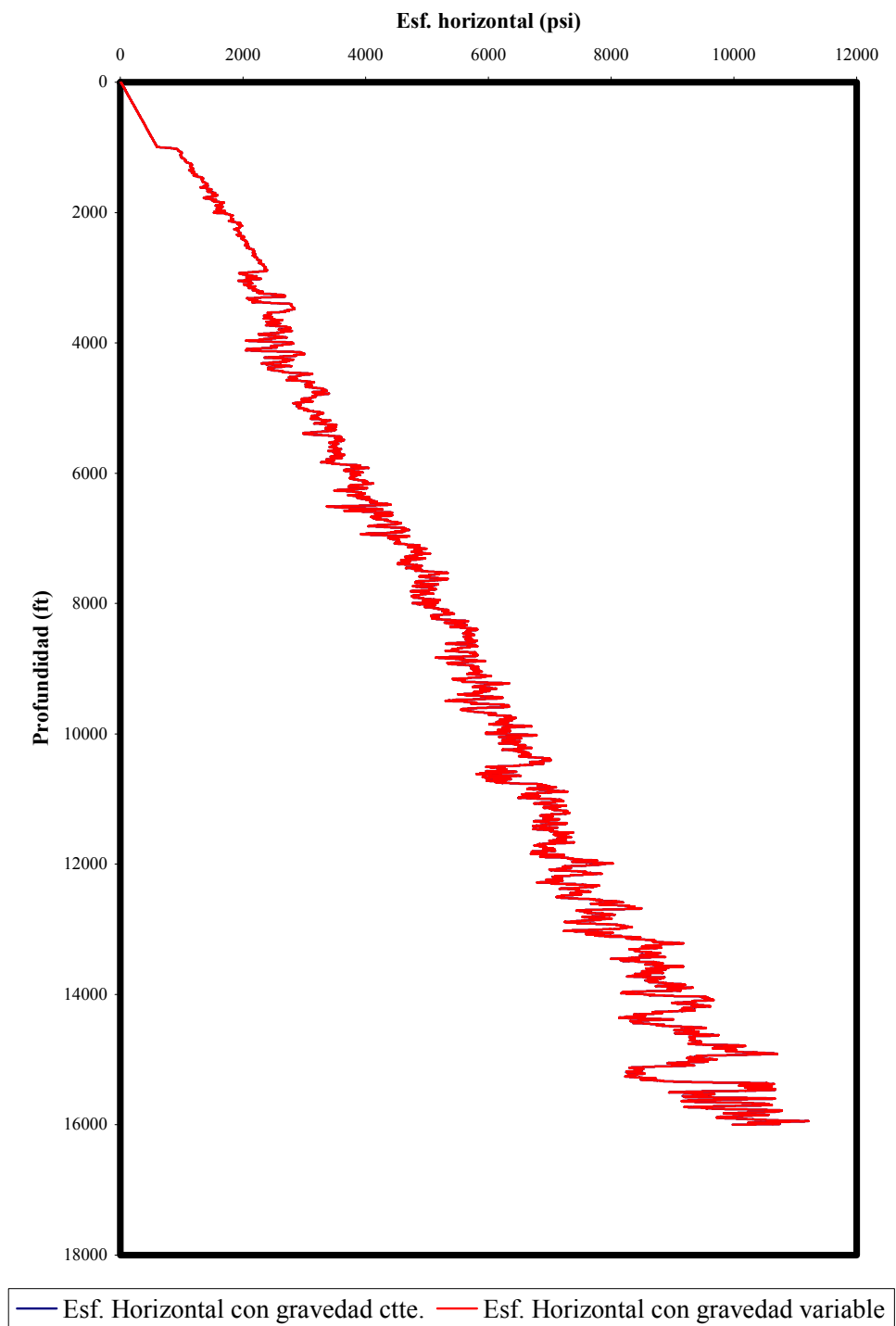


Figura 5.9a. Esfuerzo horizontal con gravedad variable y gravedad constante de 978180 mgals
para una densidad constante de 2.33 g/cm^3

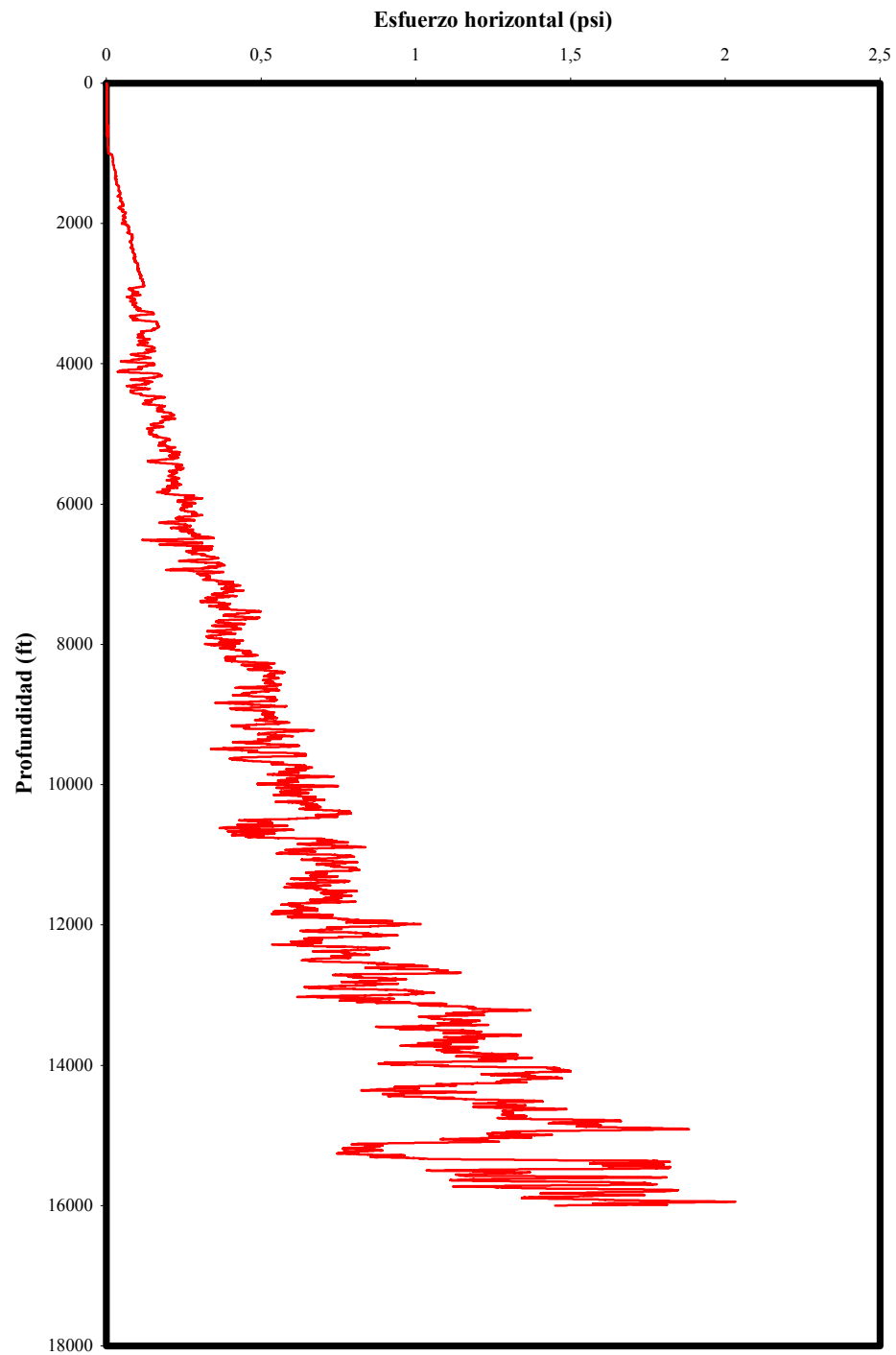


Figura 5.9b. Diferencia en el esfuerzo horizontal con gravedad variable y gravedad constante de 978180 mgals para una densidad constante de 2.33 g/cm^3

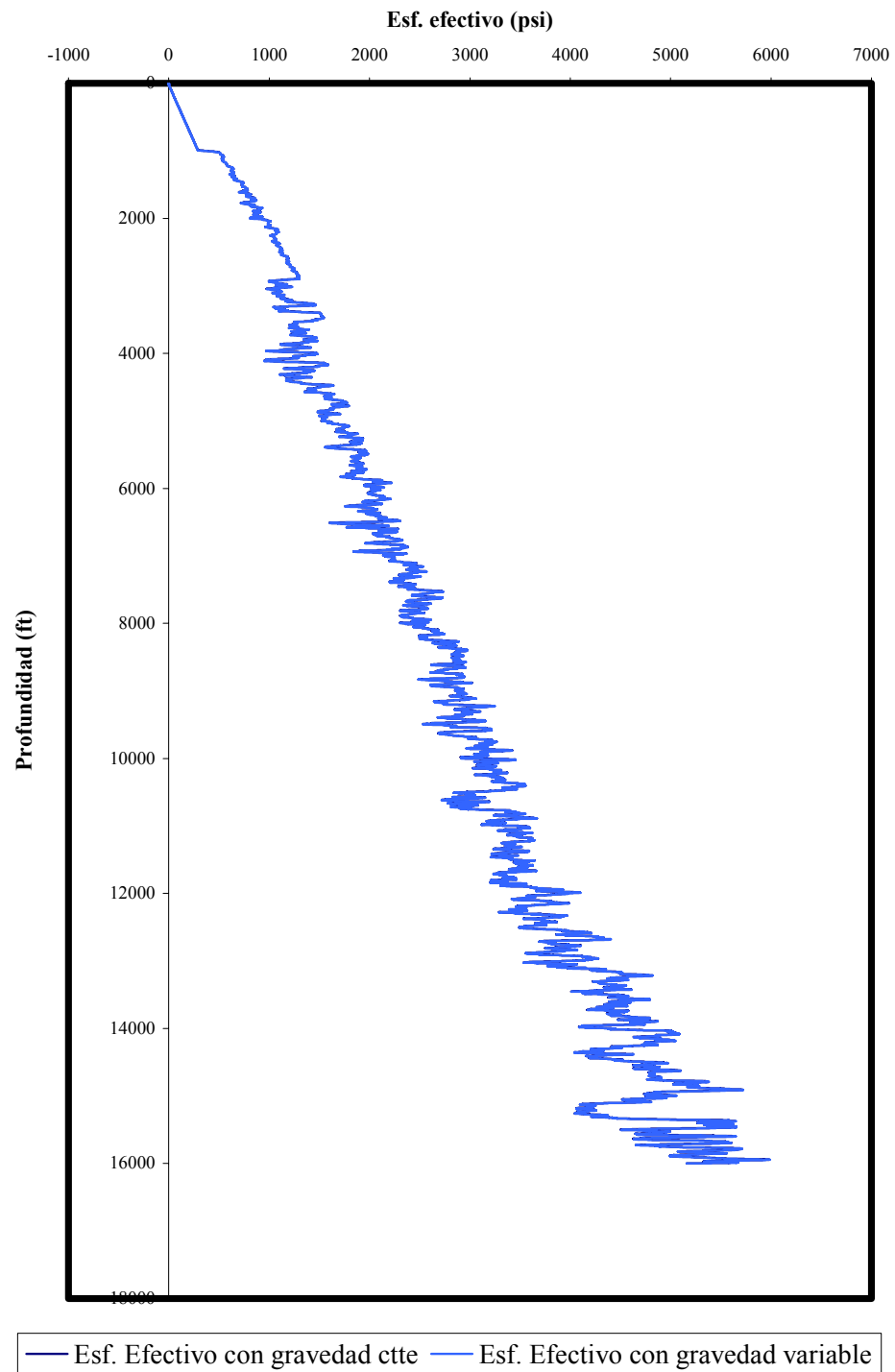


Figura 5.10a. Esfuerzo efectivo con gravedad variable y gravedad constante de 978180 mgals
para una densidad constante de 2.33 g/cm³

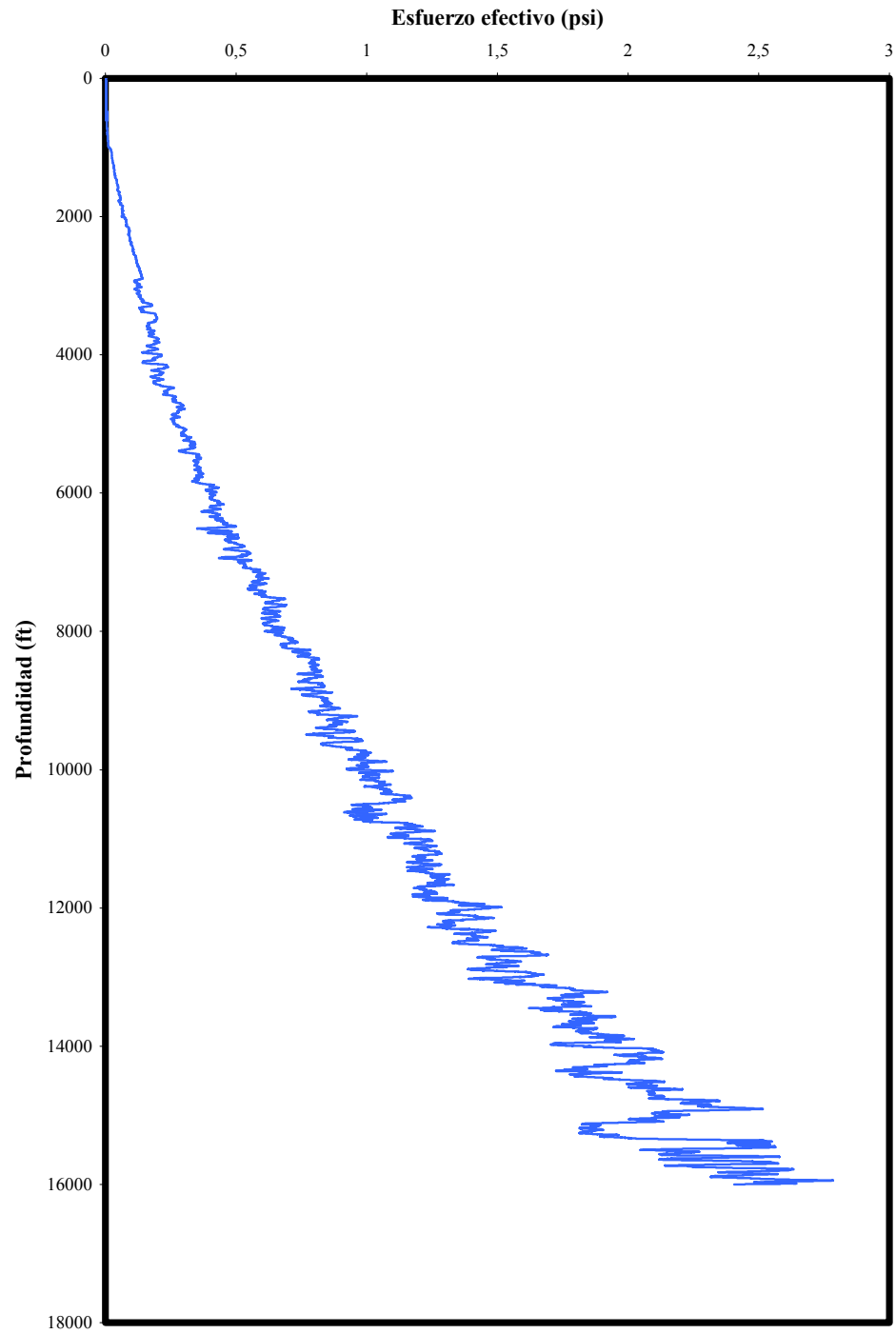


Figura 5.10b. Diferencia en el esfuerzo efectivo con gravedad variable y gravedad constante de 978180 mgals para una densidad constante de 2.33 g/cm^3

5.2 EFECTO DE LA CORRECCIÓN TOPOGRÁFICA EN EL CÁLCULO DE LOS ESFUERZOS *IN SITU*

Las figuras 5.11 y 5.12 muestran la variación en los valores de gravedad por efecto de la corrección topográfica, que está representada por cilindros con radios internos desde 6 pies (zona B de Hammer), que es el alejamiento del pozo, y radios externos con un valor máximo de 5100 pies (zona G de Hammer) y altura máxima de los compartimientos de 800 pies.

La figura 5.11 muestra los valores de la corrección topográfica para la configuración establecida, obteniéndose un máximo de aproximadamente 14 mgals en las medidas superficiales, cuyo efecto decrece rápidamente en los primeros 6000 pies de profundidad, para luego tener un comportamiento decreciente de menos de 1mgal por cada 2000 pies.

El mayor efecto que produce la corrección topográfica sobre los valores de gravedad se observa en los primeros 4000 pies de profundidad, como se detalla en la figura 5.12, con un máximo producido a 1500 pies de profundidad aproximadamente. A partir de este valor el efecto va disminuyendo, haciéndose asintótico al eje y.

La máxima variación producida por la montaña establecida es de -0.0015 mgals, donde el signo negativo del resultado representa los efectos de una colina y valores positivos indicarían el efecto producido por un valle.

Esta variación es para una densidad del terreno igual a 2.67 g/cm^3 , el cual es un factor importante, porque todos los efectos del terreno en la gravimetría de pozo son directamente proporcionales a la densidad del terreno, un cambio en la densidad del terreno causaría algún porcentaje de cambio en los efectos del terreno.

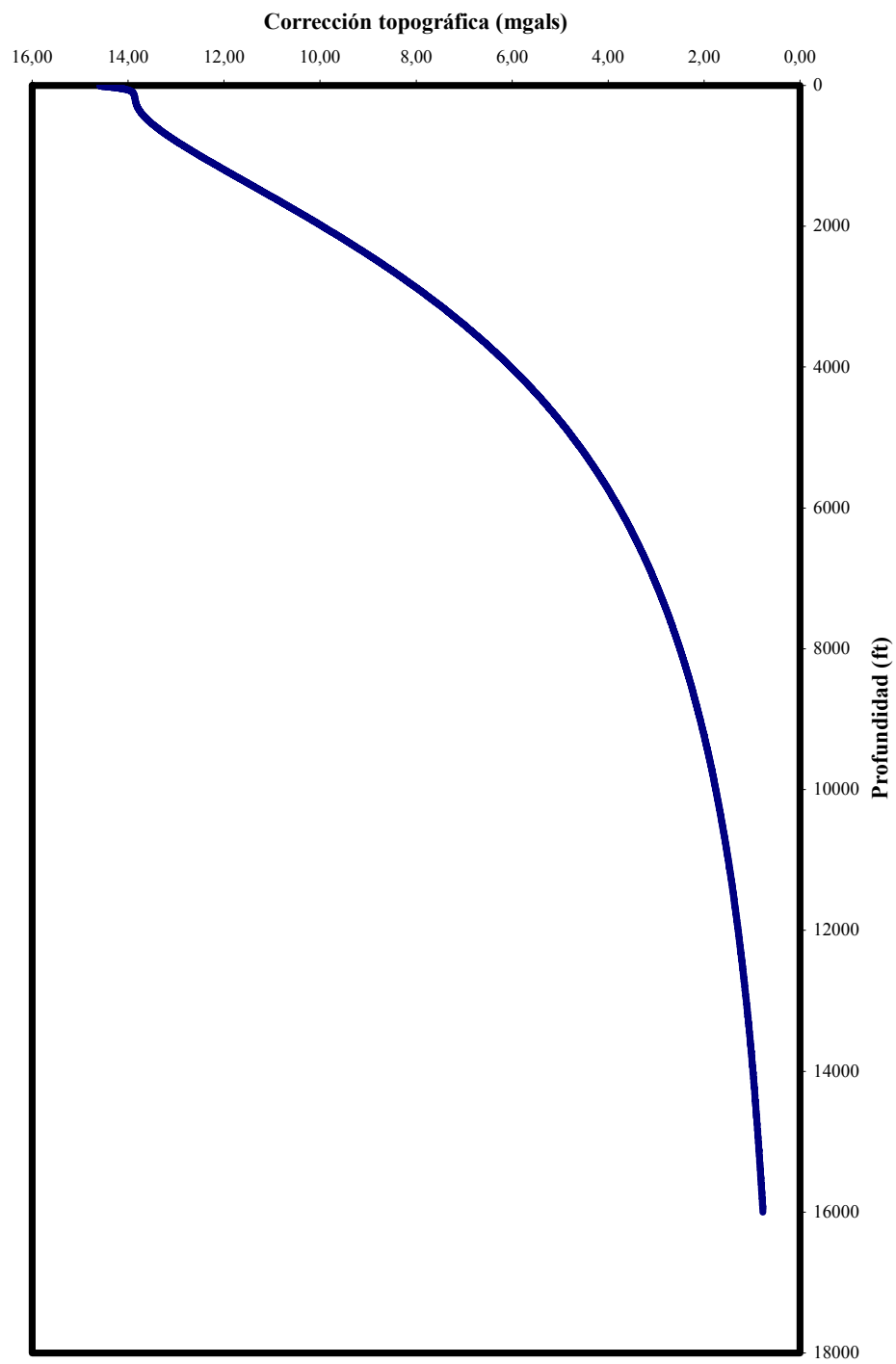


Figura 5.11. Valores de corrección topográfica de las zonas B-G

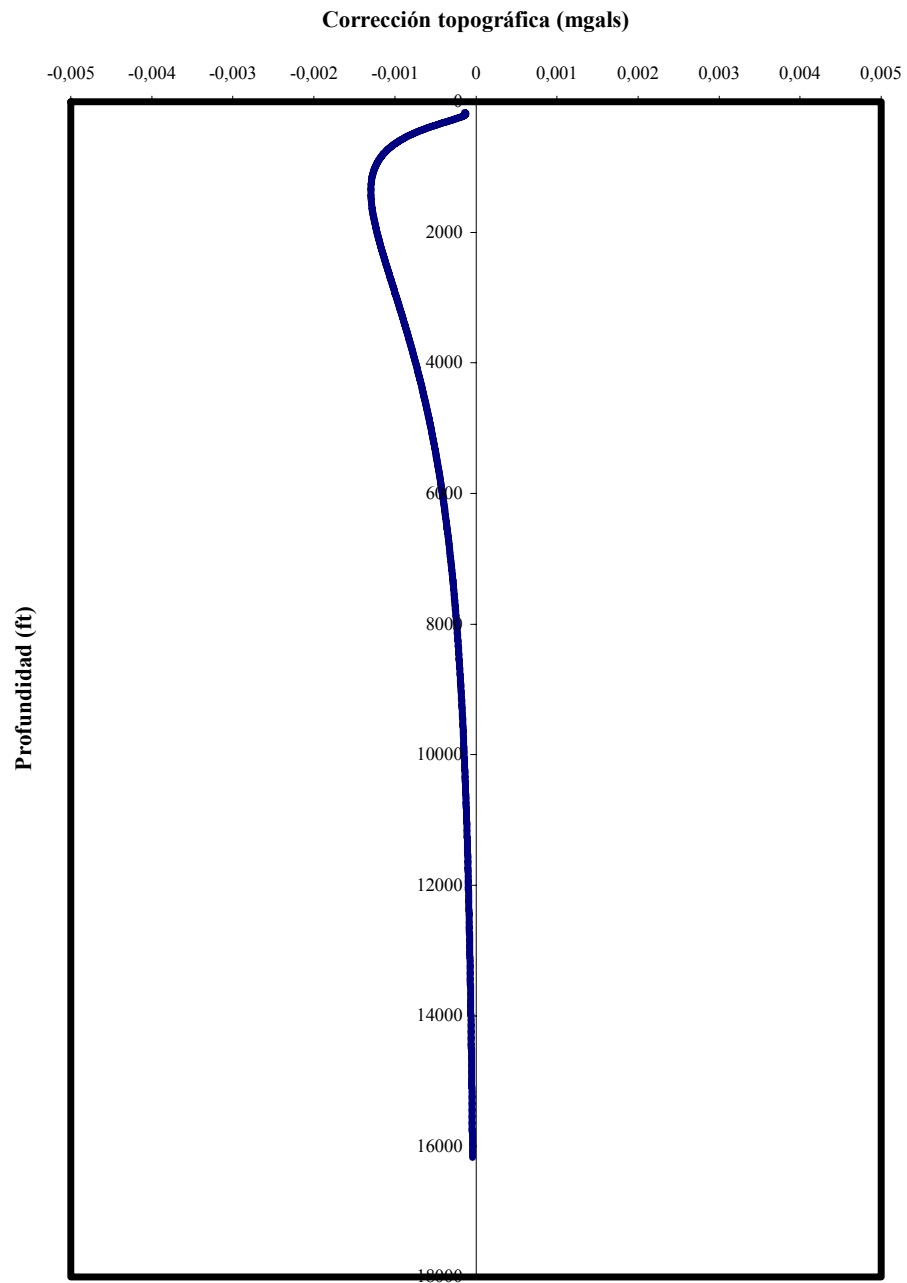


Figura 5.12. Diferencias en los valores de corrección topográfica causados por un terreno representado por un cilindro recto circular

La figura 5.13 muestra la influencia de la corrección topográfica sobre los valores de gravedad. Se observa que los valores de gravedad que no poseen el efecto de la corrección topográfica varían desde 978180 mgals en superficie hasta 978725 mgals a 16000 pies de profundidad. Cuando se considera el efecto de la corrección topográfica los valores de gravedad están en un rango de 978194 mgals en superficie y 978726 mgals a 18000 pies de profundidad, con el máximo efecto en los primeros 2500 pies de profundidad

Después de los 2500 pies de profundidad, el efecto de la superficie del terreno tiene poca influencia en los valores de gravedad, debido a que se encuentra más alejado del punto de influencia, lo cual produce que las curvas de gravedad con y sin corrección topográfica se superpongan.

El comportamiento de aumento en g_v a medida que se profundiza, se debe a que la componente vertical del vector gravedad resultante para un elemento de terreno, tiende a incrementarse con el aumento del vector direccional que está más cercano a la componente vertical y la magnitud de g_v se incrementa pues la distancia al centro de la Tierra es menor, esta situación la afirman las ecuaciones de Gravitación Universal, que expresan que el efecto gravitacional en un punto es inversamente proporcional a la distancia del centro de la Tierra, por lo tanto, a medida que la profundidad del pozo sea mayor, entonces estará más cerca del centro de la Tierra, y su efecto gravitacional aumentará. Además, al alejarse de las irregularidades topográficas que se encuentran en superficie, el efecto que éstas tienen decrece.

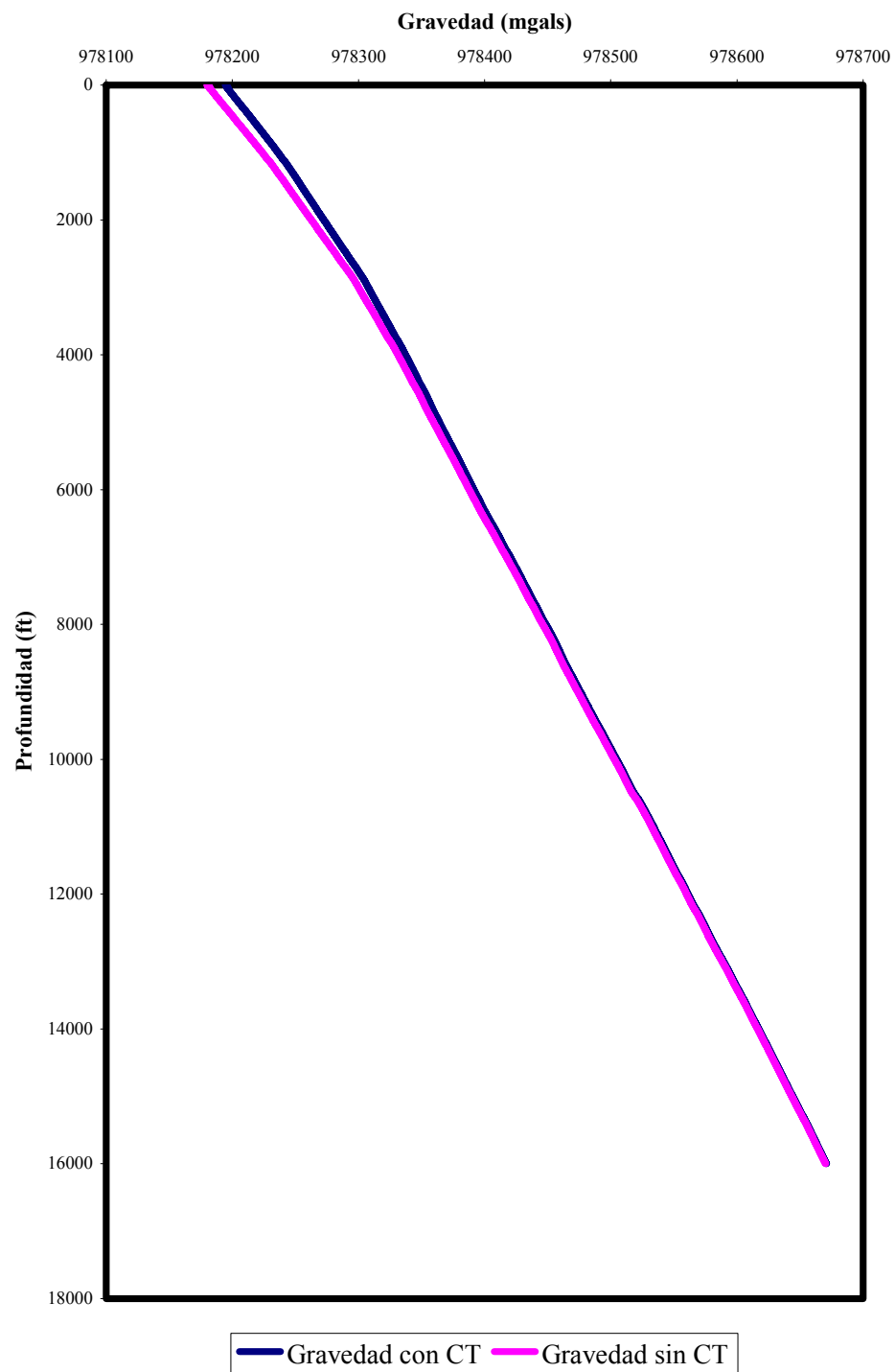


Figura 5.13. Efecto de la corrección topográfica de las zonas B-G
en los valores de gravedad en el pozo

En la figura 5.14 se observa la influencia de la corrección topográfica en los valores del gradiente. La curva de gradiente que no considera el efecto de la topografía comprende un rango de 0.43242 en la superficie hasta 0.43264 a 16000 pies de profundidad, valores que representan una variación de 0.0002 mgals/pies. Cuando se considera el efecto de la topografía, sus valores están comprendidos desde 0.43243 en superficie, hasta 0.432670 a 16000 pies, con la misma variación al caso cuando no se considera el efecto de la topografía.

Estas medidas presentan su mayor variación en aproximadamente los primeros 2500 pies de profundidad, con una máxima de 0.000007 mgal/pies, siendo ésta una influencia tan pequeña que en la figura 5.15 donde se representa los esfuerzos verticales, horizontales y efectivos, los cuales dependen del valor del gradiente, no se observa ninguna diferencia entre los valores de esfuerzos, considerando la corrección topográfica, con relación a aquellos que no la consideran, pues las curvas están perfectamente superpuestas.

Por esta razón se puede establecer que el efecto de la topografía en las medidas de esfuerzos en el pozo es despreciable debido a la magnitud de la misma, y por consiguiente, si se utilizan los valores de gravedad en el pozo para calcular la densidad, por inducción se puede establecer que la influencia en ésta será aún menor.

El esfuerzo vertical tiene un valor de aproximadamente 18000 psi a 16000 pies de profundidad, tanto si se considera o no la corrección topográfica y con densidad constante, al igual que el esfuerzo horizontal y efectivo que tienen valores de 12300 psi y 5900 psi, respectivamente, a la misma profundidad.

En la figura 5.16 se analiza el efecto que tiene la topografía sobre cada uno de los esfuerzos determinados. Esto se logra considerando la diferencia entre el esfuerzo con corrección topográfica y sin ella. En los esfuerzos horizontal y efectivo, la influencia es tan sólo de 0.02 psi, constante a lo largo del pozo. Para el esfuerzo vertical, la influencia alcanza los 0.07 psi.

En el esfuerzo vertical la influencia de la topografía es mayor, con una zona de mayor efecto hasta los primeros 5000 pies, para luego seguir aumentando de manera lenta, pero aún así, es muy pequeño, considerando el valor total del esfuerzo vertical que es de 18000 psi a 16000 pies de profundidad.

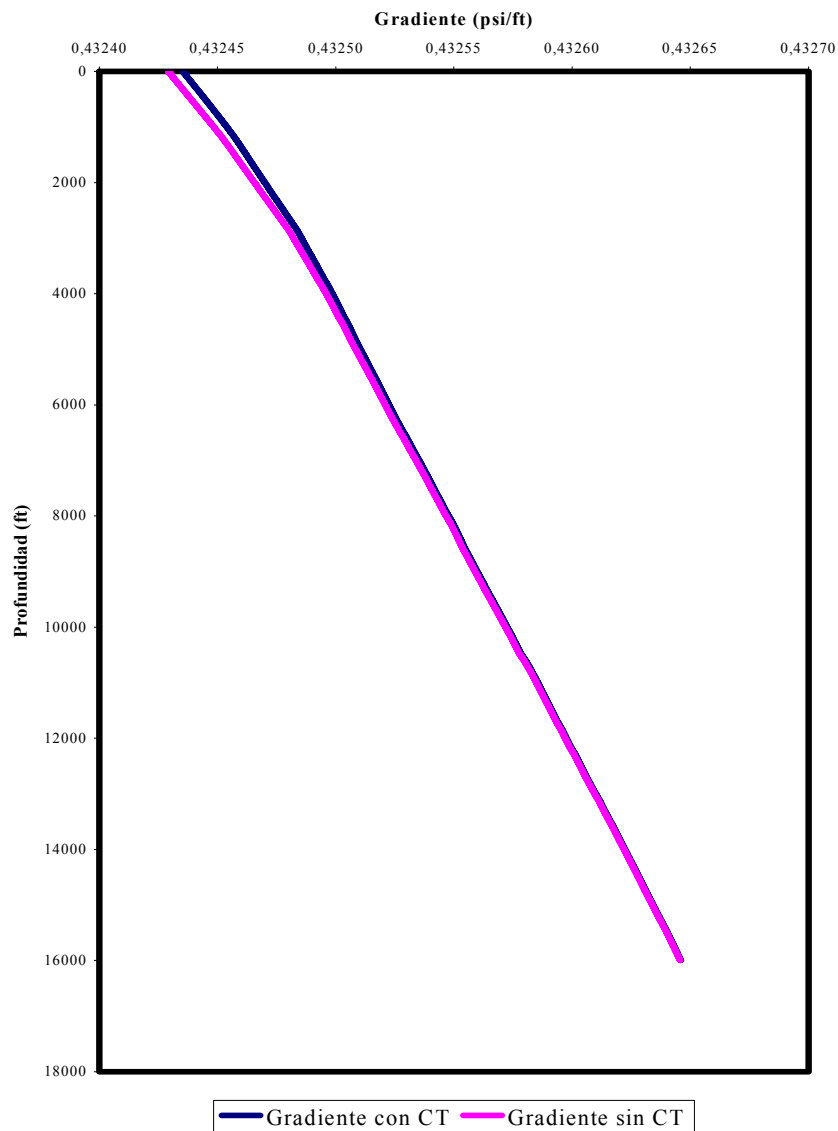


Figura 5.14. Efecto de la corrección topográfica de las zonas B-G en el gradiente de presión de poros

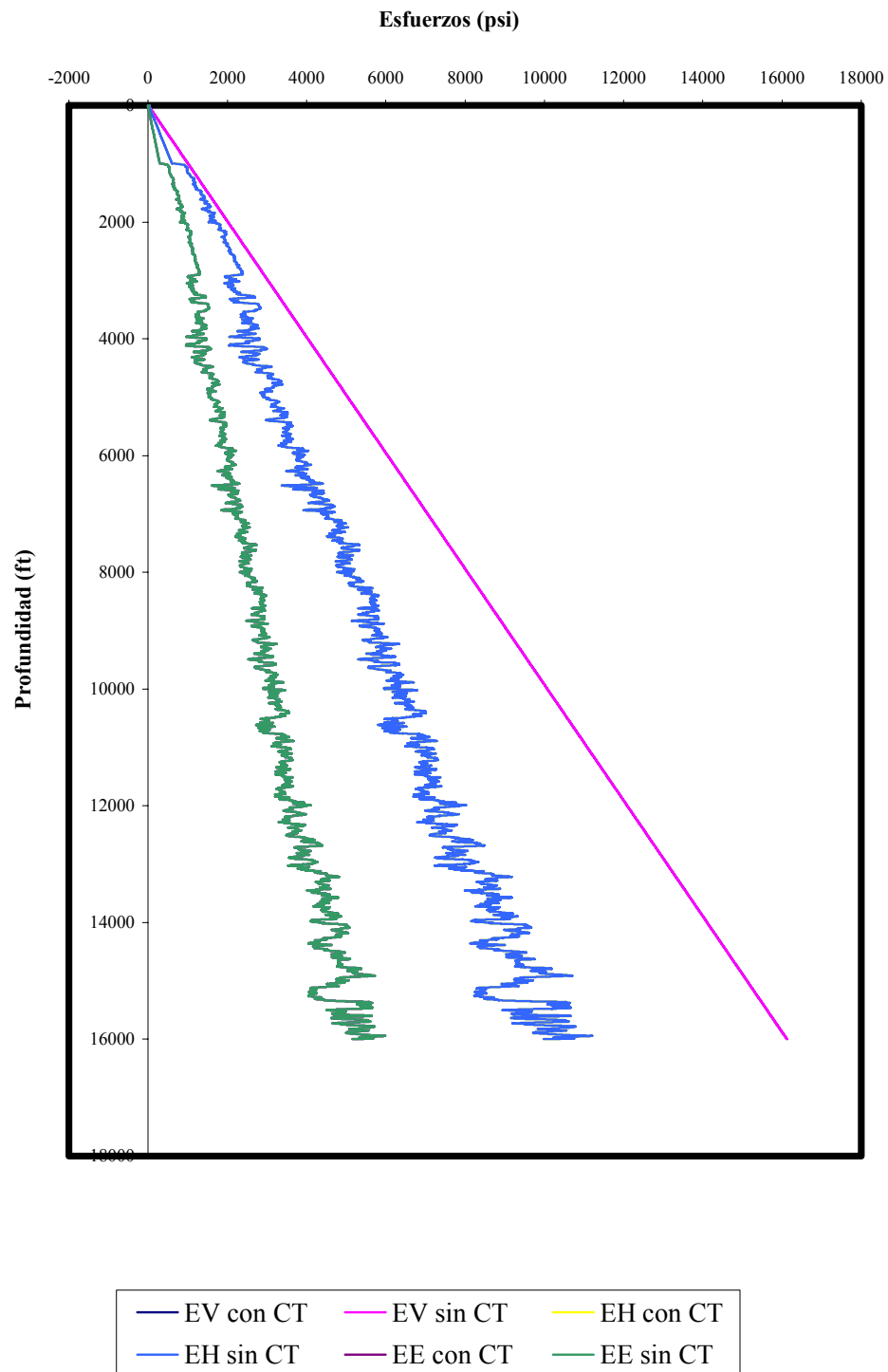


Figura 5.15. Efecto de la corrección topográfica de las zonas B-G en los esfuerzos con densidad constante de 2.33 g/cm^3

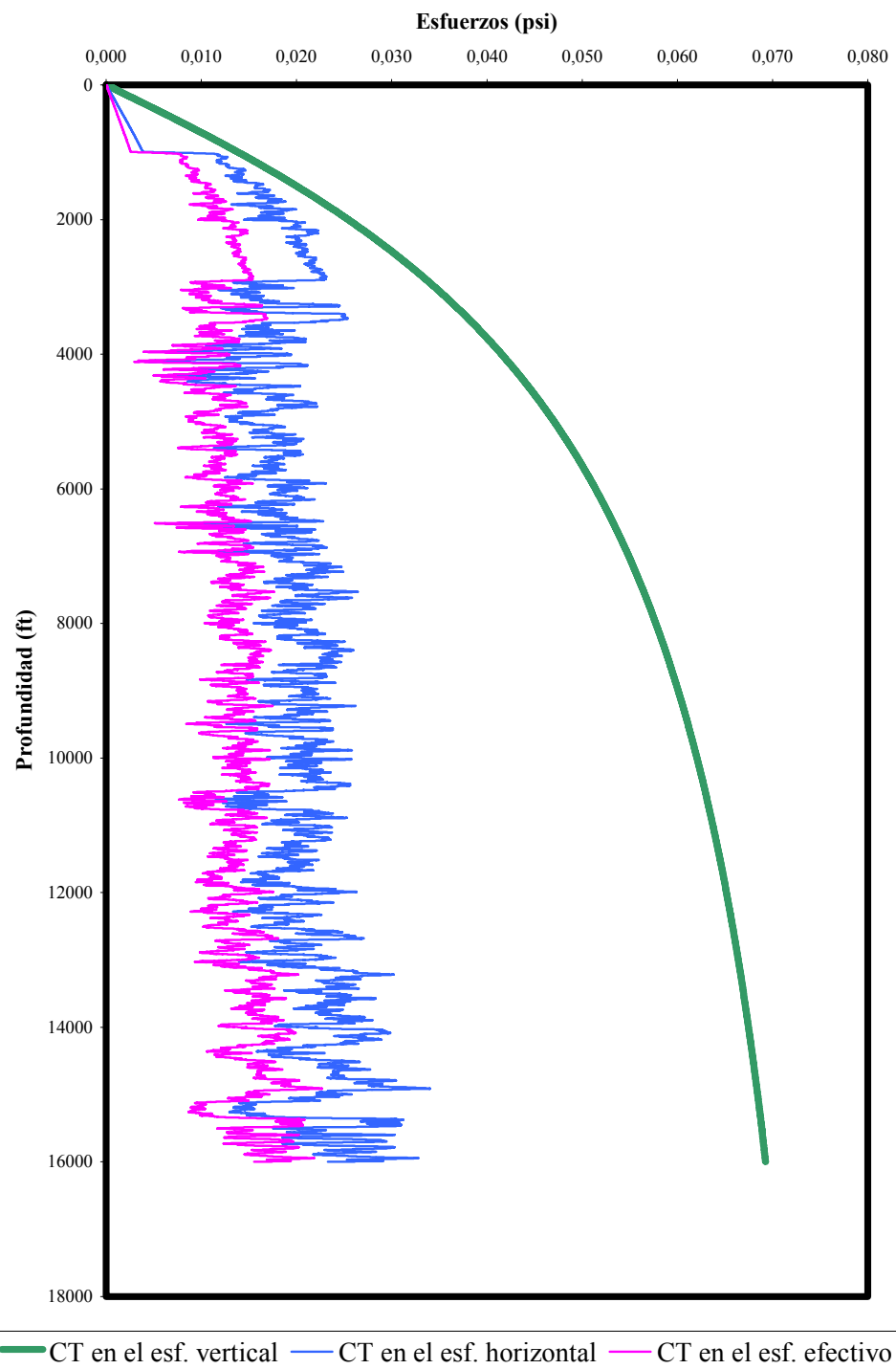


Figura 5.16. Diferencias en los valores de los esfuerzos por efecto de la corrección topográfica de las zonas B-G, con densidad constante de 2.33 g/cm^3

5.3 INCREMENTO EN LOS ESFUERZOS POR UNA CARGA

En esta sección se muestra la estimación en el incremento de los esfuerzos vertical y horizontales causados por tres tipos de situaciones, que son: la analítica (área rectangularmente cargada), para un paraboloides y finalmente para el caso real de carga variable utilizado en la corrección topográfica.

En la figura 5.17 se muestra el comportamiento del esfuerzo vertical debajo de un área flexible rectangularmente cargada que se encuentra en la superficie del terreno, con una longitud de 200 pies y ancho de 300 pies.

Allí se observa un incremento rápido del esfuerzo vertical en los primeros 2000 pies de profundidad con valores que oscilan entre 0.004 y 0.007 psi. Después de esta profundidad, el esfuerzo decrece de manera muy lenta, observándose una línea que se hace asintótica al eje y.

Esto es causado, porque la relación entre el esfuerzo y la profundidad es inversamente proporcional, y mientras más alejado se encuentra el punto de observación de la superficie, menor será el esfuerzo vertical, el cual provoca una compresión de los estratos del suelo, bien sea causado por la deformación de las partículas del suelo, el reacomodo de estas partículas o por la expulsión de agua o aire de los espacios vacíos, cuyo efecto es mayor en los primeros metros de profundidad.

El decaimiento rápido de $\Delta\sigma$ con la profundidad es porque el valor de $\Delta\sigma$ calculado es el esfuerzo adicional sobre el suelo causado por la carga, pero este valor no incluye la presión de sobrecarga del suelo arriba del punto de medición.

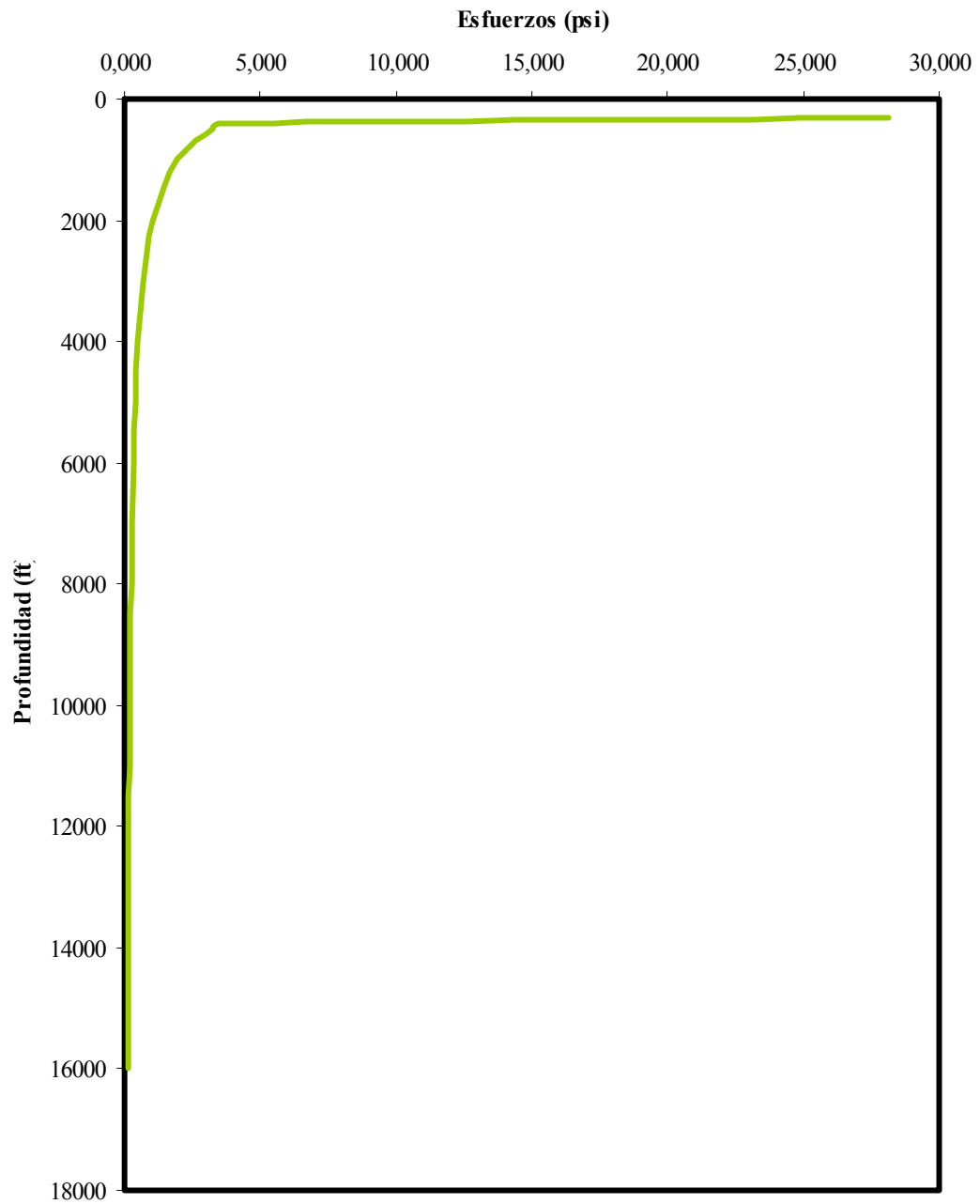


Figura 5.17. Incremento del esfuerzo vertical con distribución de carga uniforme en superficie

La figura 5.18 muestra el comportamiento del esfuerzo vertical considerando una distribución de cargas que depende de la topografía en superficie. Se observa que el comportamiento es similar a cuando se considera una distribución uniforme de cargas, con la diferencia que el efecto sobre el esfuerzo vertical es menor, pues el máximo es de 16 psi aproximadamente, observándose una diferencia con el caso anterior de

La figura 5.19 muestra la representación en superficie y planta de la distribución de las cargas usada para determinar el incremento en los esfuerzos vertical y horizontales, de acuerdo con la distribución antes hecha para determinar la corrección topográfica.

La figura 5.20 muestra el comportamiento del esfuerzo vertical para las profundidades de 2000 pies, 4000 pies y 8000pies. Se observa que mientras aumenta la profundidad el efecto del incremento del esfuerzo vertical causado por la carga en superficie es menor.

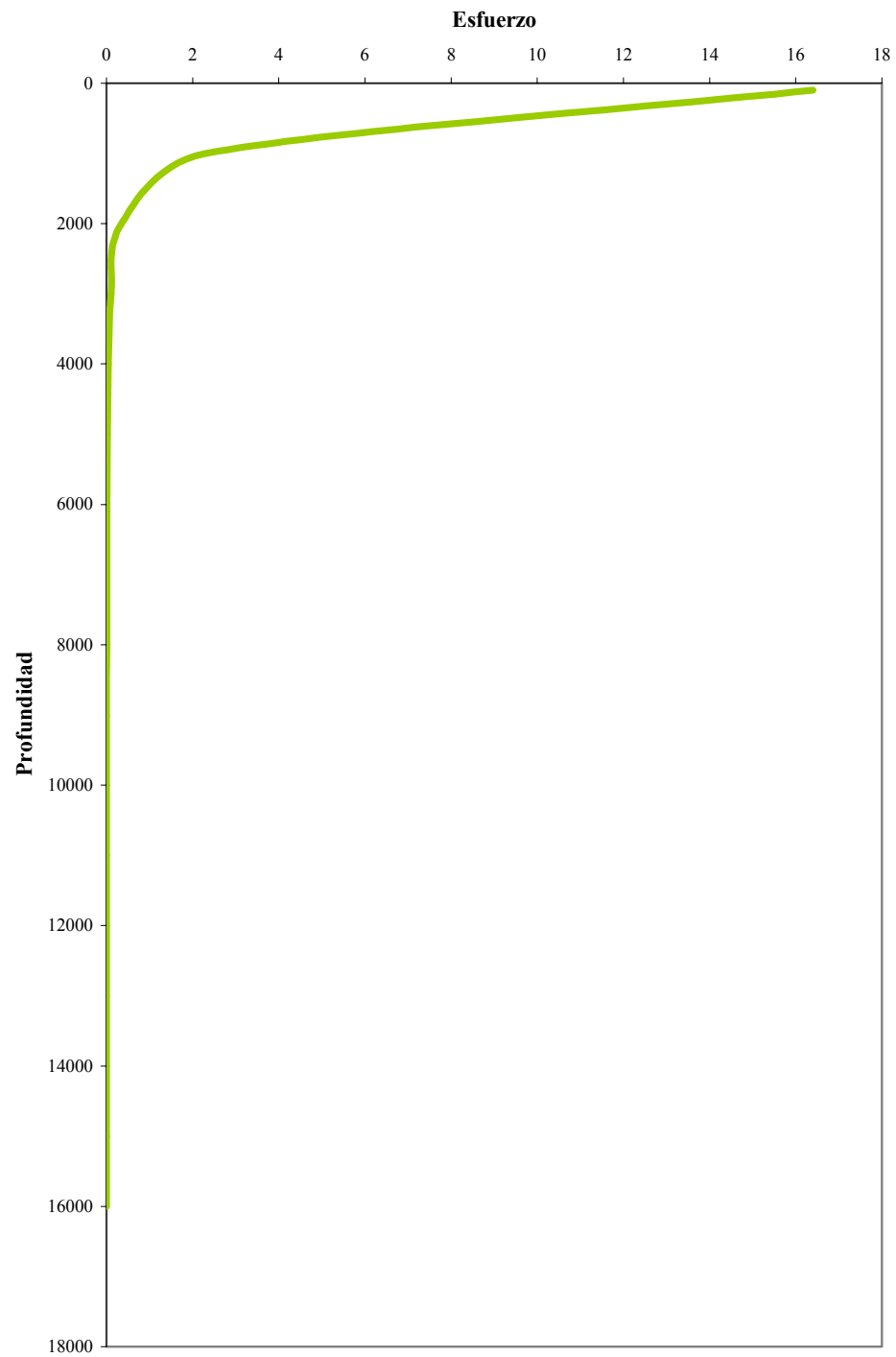


Figura 5.18. Incremento en el esfuerzo vertical con una carga variable en superficie

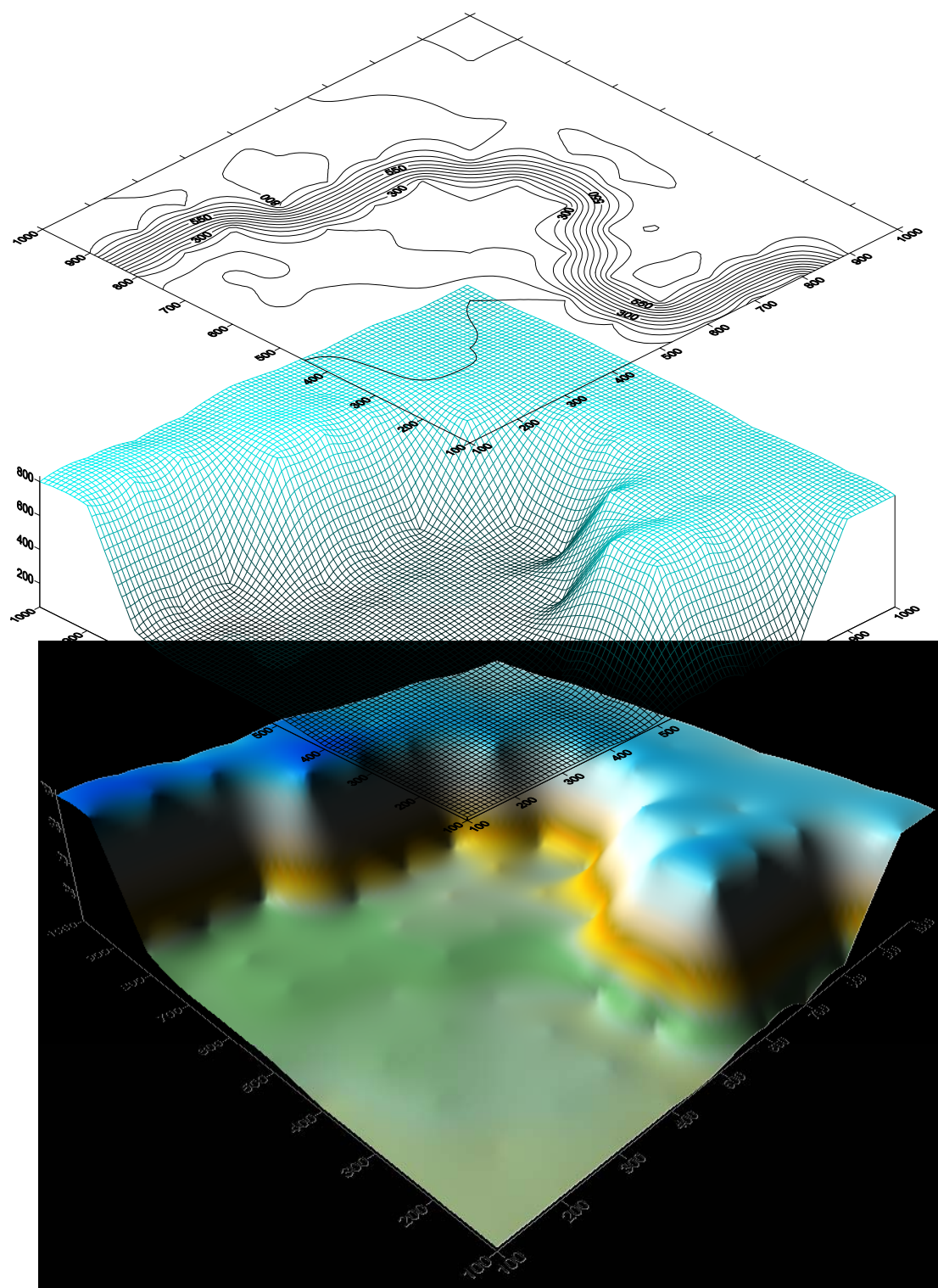


Figura 5.19. Distribución de las cargas variables

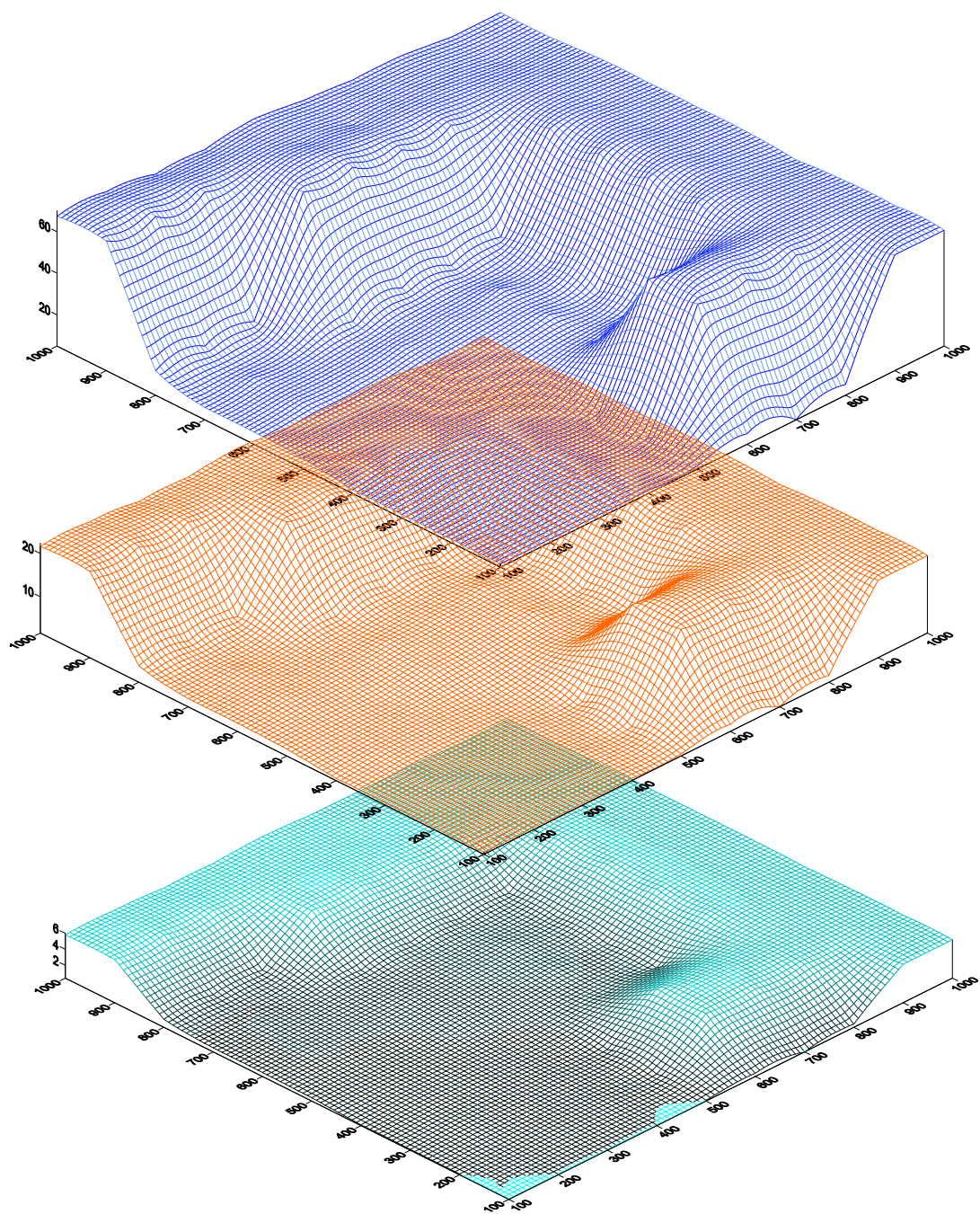


Figura 5.20. Esfuerzo vertical con carga variable

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- El esfuerzo vertical es prácticamente lineal y no presenta oscilaciones como los esfuerzos horizontal y efectivo, ya que no está influenciado por la litología, a diferencia de los otros dos, que involucran módulos elásticos en las ecuaciones que los representan.
- La estimación de los esfuerzos *in situ* en el pozo, muestran un aumento con la profundidad, con una tendencia aproximadamente lineal, lo cual es debido al incremento en el peso de la columna litostática.
- La diferencia en los esfuerzos vertical, horizontal y efectivo al considerar la densidad constante y variable es significativa, pues en el esfuerzo vertical la diferencia es de 1000 psi, en el horizontal de 500 psi y en el efectivo de 700 psi, a 16000 pies de profundidad en cada caso, los cuales son valores suficientes para hacer colapsar un pozo.
- Las diferencias entre los valores de los esfuerzos con gravedad constante y variable, a una profundidad de 16000 pies, la máxima variación, es de 4.5 psi en el esfuerzo vertical, 2 psi en el horizontal y 2.5 psi en el efectivo. Estos son valores pequeños si se considera el valor final de los esfuerzos que están por encima de los 5000 psi. Por lo tanto, considerar gravedad variable o constante para este rango de profundidad, no va a alterar de manera significativa el cálculo de los esfuerzos.
- La principal causa de error en los programas de computación para calcular la corrección topográfica, es la estimación de las elevaciones del terreno.
- Las variaciones de la corrección topográfica, generalmente, tienen valores muy pequeños y cambia lenta y uniformemente con la profundidad en varios cientos de pies en áreas de bajo o moderado relieve y a profundidades grandes con varios miles de pies en áreas de moderado o alto relieve.

- Para algunos casos (miles de pies en un pozo) las correcciones del terreno usualmente no son críticas en la determinación de las densidades que son relativamente exactas a partir de las medidas de gravedad en el pozo o para el reconocimiento en pozos de los efectos de las anomalías gravimétricas ocasionadas por estructuras geológicas.
- La influencia de la corrección topográfica sobre los valores de esfuerzos vertical, horizontal y efectivo no es significativa, para el intervalo estudiado (hasta 16000 pies de profundidad).
- Se afirma que la gravedad está en función a la distancia del punto de observación, es decir, mientras más alejado del centro de la Tierra se encuentre el punto, en esa proporción la gravedad disminuirá.
- Las cargas no se distribuyen uniformemente sobre la superficie y su comportamiento depende del peso de la columna litostática que éstas posean.
- La aproximación a una distribución de cargas uniforme es satisfactoria, pues el incremento en el esfuerzo vertical es de aproximadamente 10 psi con respecto al caso en que se considera una distribución de masas que depende de la topografía en superficie.
- En el trabajo se usaron las ecuaciones de Hearst (1968) para calcular la corrección topográfica con el modelo de un cilindro circular recto, pero se recomienda usar las de Nagy (1966) pues poseen más opciones para cambiar la configuración del terreno.

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS CITADAS

- BARBERII, E. (1998). *El pozo ilustrado*. 4ta ed. Caracas. Editorial Funcied. 785 p.
- BELLO, H. (2004). *Efecto de las variaciones de la gravedad en las presiones de los fluidos en algunos yacimientos petrolíferos de Venezuela*. Trabajo Especial de Grado. Inédito. Universidad Central de Venezuela, Caracas. 205 p.
- BOUSSINESQ, J. (1883). *Application des pontentials a l'équilibre et du mouvement des solides elastiques*. París. Editorial Gauthier-Villars. 325 p.
- CANTOS, J. (1974). *Tratado de Geofísica Aplicada*. Ed. Omega. España, 520 p.
- DAS, B. (2001). *Fundamentos de Ingeniería Geotécnica*. México. Editorial Thomson Learning, 594 p.
- DOBRIN, M. (1969). *Introducción a la Prospección Geofísica*. Ed. Omega, S.A. Barcelona, España. 483 p.
- ECONOMIDES, M.y L. WATTERS. (1998). *Petroleum Well Construction*. Estados Unidos. John Wiley & Sons. 336 p.
- ENCICLOPEDIA MICROSOFT ENCARTA 2002. © 1993-2001 Microsoft Corporation [Consulta: 2004, septiembre 12].
- FARMER, I.W. (1968). *Engineering Properties of Rocks*. London. Ediciones Butler & Tanner. 180 p.
- FORSBERG, R., TSCHERNING, C.C. (1981). *Use of height data in gravity field approximation by collocation*. Journal Geophysics Review 86 (9): 7843 – 7854
- GILBERT, R. (1952). *Gravity observations in a borehole*. Nature (170): 424 –425
- GOODELL, R. y C:H. FAY (1964). *Borehole gravity meter and its application*. Geophysics (29): 774-782.
- GUEGUEN, Y. y V. PALCIAUSKAS (1994). *Introduction to the Physics of Rocks*.

- Princeton University Press, Princeton, New Jersey. 256 p.
- HAMMER, S. (1939). *Terrain corrections for gravimeter stations*. Geophysics 9(3): 184 – 194
- HEARST, J.R.. (1968). *Terrain corrections for borehole gravimetry*. Geophysics 33(2): 361 – 362
- HEARST, J.R., J.W. SCHMOKER y R.C.CARLSON (1980). *Effects of terrain on borehole gravity data*. Geophysics 45(2): 234 – 243
- HOWELL, L. y O. HEINTZ (1966). *The development and use of a high-precision downhole gravity meter*. Geophysics 31 (4): 764 – 772
- KARL, J. H.(1983). *The normal vertical gradient of gravity*. Geophysics (48): 1011 – 1013
- LAFEHR, T.R. (1991). *Standardization in gravity reduction*. Geophysics 56 (8):1170 – 1178.
- LAFEHR, T.R., CHAN, K.C. (1986). *Discussion on the normal vertical gradient of gravity*. Geophysics (51): 1505-1508
- LUKÁVCHENKO, I. (1956) *Gravimetrícheskaya razvedka na neft i gaz*, Gostoptejizdat. 325 p.
- McCULLOH, T. (1967). *Borehole gravimetry: new developments and use applications*. Séptimo Congreso Mundial de Petróleo. México. Abril (2-8)
- MAVKO, G., T. MUKERJI y J. DVORKIN (1998). *The rock physics handbook*. Cambridge University Press. 598 p.
- MIRONOV, V.S. (1977). *Curso de prospección gravimétrica*. Barcelona-España. Editorial Reverté. 525 p
- MOONEY, H. (1977). *Handbook of engineering geophysics*. Bison Instruments, Inc. 785 p.
- NAGY, D. (1966). *The gravitational attraction of a right rectangular prism*.

Geophysics 31 (2): 362-371.

NAKAMURA, S. (1997). *Análisis Numérico y Visualización Gráfica con Matlab*. México. PrenticeHall Hispanoamericana, S.A. 476p.

RUÍZ, F. y H. ABASS (1997). *Parámetros elásticos, esfuerzos, fracturamiento hidráulico y estabilidad de hoyo en el pozo GUN – IX*. PDVSA E &P.

SENA, A. y H. PASSALACQUA (1984). *Propagación del error en la anomalía de Bouguer*. Rev. Tec. INTEVEP 4 (2): 177-180.

SCHEIDEGGER, A.E. (1968). *Principios de Geodinámica*. Barcelona-España. Ediciones Omega. 386 p.

SMITH, N. J. (1950). *The case for gravity data from boreholes*. Geophysics (15): 605-636.

TURCOTTE, D.L. y G. SCHUBERT (1982). *Geodynamics. Applications of continuum physics to geological problems*. Estados Unidos. Jhon Wiley & Sons. 450p

[APÉNDICE 1]

REGLA DE SIMPSON

La regla de Simpson es un método de integración numérica que consiste en ajustar un polinomio a puntos de datos funcionales y luego integrarlo. Para ello se tiene la función a evaluar:

$$\int_a^b f(x)dx \quad (\text{Ec. A1.1})$$

Se puede determinar un polinomio de interpolación cuadrático (de segundo orden) con tres puntos de datos en $x_1 = a$, $x_2 = (a + b)/2$ y $x_3 = b$, como se muestra en la figura A1.1.

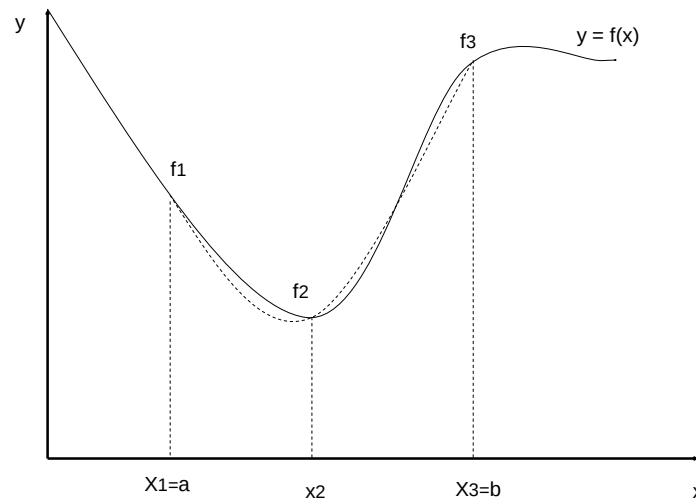


Figura A1.1: La regla de Simpson 1/3 utiliza tres puntos ajustados a un polinomio cuadrático

Los valores funcionales en los puntos de datos con f_1 , f_2 y f_3 . Entonces, la regla 1/3 de Simpson se deduce sustituyendo el polinomio cuadrático por $f(x)$ en la ecuación A1.1:

$$I \approx \frac{h}{3}(f_1 + 4f_2 + f_3) \quad \text{(Ec. A1.2)}$$

Donde:

- $h = \frac{(b-a)}{2}$

Si se incluye el término del error, entonces A1.2, queda:

$$I = \frac{h}{3}(f_1 + 4f_2 + f_3) + E \quad \text{(Ec. A1.3)}$$

Donde:

- $E \approx \frac{h^5}{90} f''''$

Para realizar la integración numérica de un dominio bidimensional, se considera la figura A1.2, donde las fronteras izquierda y derecha son líneas verticales y las fronteras superior e inferior están dadas por funciones analíticas.

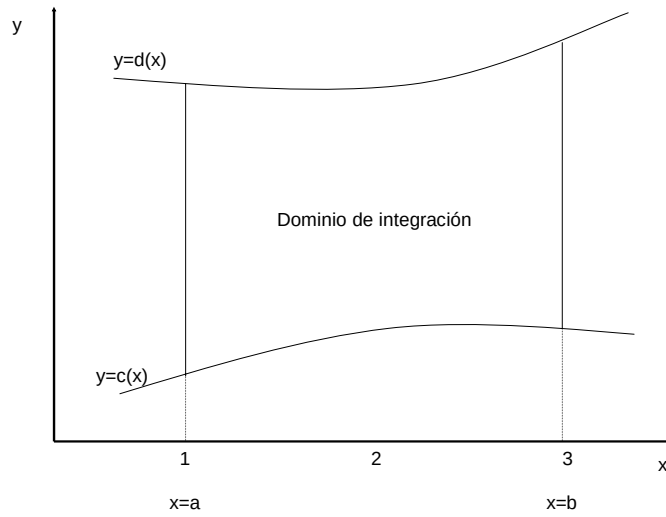


Figura A1.2: Dominio bidimensional para integración doble

La integración de $f(x, y)$ extendida sobre este dominio es:

$$I = \int_a^b \int_{c(x)}^{d(x)} f(x, y) dy dx \quad (\text{Ec. A1.4})$$

Por lo tanto, el problema debe describirse en la forma de la ecuación A1.4, para luego proceder con las integraciones numéricas unidimensional, definiendo:

$$G(x) = \int_{c(x)}^{d(x)} f(x, y) dy \quad (\text{Ec. A1.5})$$

y la ecuación A1.4, queda:

$$I = \int_a^b G(x) dx \quad (\text{Ec. A1.6})$$

[APÉNDICE 2]

ATRACCION GRAVITACIONAL DE UN PRISMA RECTO RECTANGULAR

A continuación se describirán las expresiones obtenidas por Nagy (1966) para la atracción gravitacional de un prisma que es válido para cualquier punto fuera y en el borde del prisma. Con esto es posible describir cualquier configuración arbitraria en términos de bloques compuestos de prismas de varias dimensiones y densidades.

La magnitud de la atracción de un elemento de masa sobre cualquier masa a una distancia r , está dada por:

$$\Delta F = G\rho \frac{\Delta v}{r^2} \quad (\text{Ec. A1})$$

Donde:

- G es la constante gravitacional
- ρ es la densidad
- Δv el volumen del elemento

Si el ángulo encerrado por r y el eje vertical es denotado por γ , entonces la componente vertical de la atracción de un cuerpo puede ser obtenida integrando $\Delta F \cos \gamma$ del volumen:

$$F_z = G\rho \int_v \frac{dv}{r^2} \cos \gamma = G\rho \int_v \frac{zdz}{r^3} \quad (\text{Ec. A2})$$

Llevando esta integral para un prisma, se usa el sistema de coordenadas cartesiano, como el que se muestra en la figura A1, de (Ec. A2) tenemos:

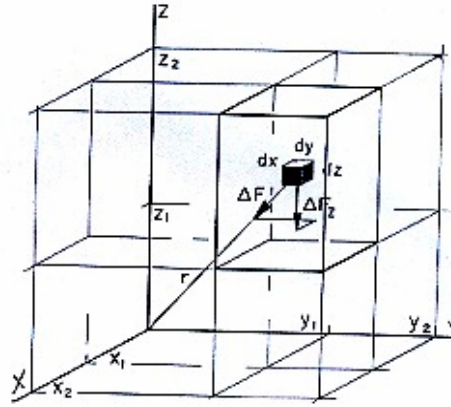


Figura A1: Prisma rectangular recto con un elemento de volumen relacionado con un sistema de coordenadas cartesianas

$$F_z = G\rho \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{y_1}^{y_2} dy \int_{z_1}^{z_2} \frac{zdz}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^3}} \quad (\text{Ec. A3})$$

Extrayendo la integral respecto a z , y substituyendo los límites, queda:

$$I_1 = \int \frac{zdz}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^3}} = -\frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}} \quad (\text{Ec. A4})$$

Integrando (A4) respecto a y , se tiene:

$$I_2 = \int I_1 dy = \int \frac{dy}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}} = \ln\left(y + \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}\right) \quad (\text{Ec. A5})$$

La integración de (A5) con respecto a x , será:

$$\begin{aligned} I_3 &= \int I_2 dx = \int \ln\left(y + \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}\right) dx \\ &= x \ln(y + \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}) - \int \left(\frac{x^2 dx}{(y + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}} \right) \end{aligned} \quad (\text{Ec. A6})$$

Con el cambio:

$$u = y + \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$$

$$x^2 = (u - y)^2 - y^2 - z^2$$

$$dx = \frac{(u - y)du}{\sqrt{(u - y^2) - y^2 - z^2}}$$

Substituyendo en (A6) se encuentra:

$$\begin{aligned} I &= \int \frac{x^2 dx}{\left(y + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}} = \int \frac{\sqrt{u^2 - 2uy - z^2}}{u} du \\ &= u^2 - 2uy - z^2 - y \ln(u - y + \sqrt{u^2 - 2uy - z^2}) - z \arcsen \frac{-uy - z^2}{u\sqrt{z^2 + y^2}} \end{aligned}$$

Devolviendo el

$$\begin{aligned} u^2 - 2uy - z^2 &= \\ \text{cambio: } \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 2y\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - 2y^2 - 2y\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - z^2} &= x \end{aligned}$$

Entonces:

$$I = x - y \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) - z \arcsin \frac{z^2 + y^2 + y\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{(y + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2})\sqrt{y^2 + z^2}}$$

Cuando los límites de integración son substituidos, el primer término en I queda fuera, y la siguiente expresión general es para calcular la componente vertical de la atracción de un prisma:

$$F_z = G\rho \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} x \ln(y + r) + y \ln(x + r) - z \arcsen \frac{z^2 + y^2 + yr}{(y + r)\sqrt{y^2 + z^2}} dz dy dx \quad (\text{Ec. A7})$$

La ecuación (A7) es válida sólo donde los límites z_1 , z_2 , y_1 , y_2 , x_1 y x_2 son substituidos. Cuando alguno o los dos ejes x , y son atravesados, la integración se lleva fuera del límite de los ejes, del inferior al superior, la suma de estas integrales dan el efecto requerido. Se derivan los siguientes casos:

1. El prisma está completamente contenido en uno de los cuatro cuadrantes xy , entonces se usa el valor absoluto de los límites, y F_z toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
F_z / G\rho = & x_2 \ln(y_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}) - x_1 \ln(y_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}) \\
& + y_2 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}) - y_2 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}) \\
& + z_1 \arcsen \frac{z_1^2 + y_2^2 + y_2 \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2}}{(y_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_1^2})\sqrt{y_2^2 + z_1^2}} - z_1 \arcsen \frac{z_1^2 + y_2^2 + y_2 \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2}}{(y_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_1^2})\sqrt{y_2^2 + z_1^2}} \\
& - x_2 \ln(y_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}) + x_1 \ln(y_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}) \\
& - y_1 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}) + y_1 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}) \\
& - z_1 \arcsen \frac{z_1^2 + y_1^2 + y_1 \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2}}{(y_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_1^2})\sqrt{y_1^2 + z_1^2}} + z_1 \arcsen \frac{z_1^2 + y_1^2 + y_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}}{(y_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2})\sqrt{y_1^2 + z_1^2}} \\
& - x_2 \ln(y_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}) + x_1 \ln(y_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}) \\
& - y_2 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}) + y_2 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}) \\
& - z_2 \arcsen \frac{z_2^2 + y_2^2 + y_2 \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}{(y_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2})\sqrt{y_2^2 + z_2^2}} + z_2 \arcsen \frac{z_2^2 + y_2^2 + y_2 \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2}}{(y_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z_2^2})\sqrt{y_2^2 + z_2^2}} \\
& + x_2 \ln(y_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}) - x_1 \ln(y_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}) \\
& + y_1 \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}) - y_1 \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}) \\
& + z_2 \arcsen \frac{z_2^2 + y_1^2 + y_1 \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2}}{(y_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + z_2^2})\sqrt{y_1^2 + z_2^2}} - z_2 \arcsen \frac{z_2^2 + y_1^2 + y_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2}}{(y_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_2^2})\sqrt{y_1^2 + z_2^2}}
\end{aligned}$$

(Ec. A8)

Un caso especial de (A8), es cuando $z_1=0$ y $z_2=h$, que se obtiene lo siguiente (Ec. A9):

$$F_z / G\rho = x_2 \left\{ \ln \frac{y_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}{y_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + h^2}} - \ln \frac{y_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2}}{y_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + h^2}} \right\}$$

$$\begin{aligned}
& -x_1 \left\{ \ln \frac{y_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2}}{y_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + h^2}} - \ln \frac{y_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{y_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + h^2}} \right\} \\
& + y_2 \left\{ \ln \frac{x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}{x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + h^2}} - \ln \frac{x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2}}{x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + h^2}} \right\} \\
& - y_1 \left\{ \ln \frac{x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2}}{x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + h^2}} - \ln \frac{x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + h^2}} \right\} \\
& + h \left\{ \arcsen \frac{y_2^2 + h^2 + y_2 \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + h^2}}{(y_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + h^2}) \sqrt{y_2^2 + h^2}} - \arcsen \frac{y_2^2 + h^2 + y_2 \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + h^2}}{(y_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + h^2}) \sqrt{y_2^2 + h^2}} \right\} \\
& + h \left\{ -\arcsen \frac{y_1^2 + h^2 + y_1 \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + h^2}}{(y_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + h^2}) \sqrt{y_1^2 + h^2}} + \arcsen \frac{y_1^2 + h^2 + y_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + h^2}}{(y_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + h^2}) \sqrt{y_1^2 + h^2}} \right\}
\end{aligned}$$

Para obtener el caso dentro del pozo, se usan las ecuaciones (A8) y el campo $r'=0$, con las siguientes consideraciones. Vectorialmente queda expresado de la siguiente forma:

(Figura A2)

$$\mathbf{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{u} \quad (\text{Ec. A10a})$$

$$\mathbf{r}^1 = x\hat{i} + y\hat{j} + (z + \Delta z)\hat{u} \quad (\text{Ec. A10b})$$

$$\mathbf{r}^2 = x\hat{i} + y\hat{j} + (z + 2 \Delta z)\hat{u} \quad (\text{Ec. A10c})$$

$$\mathbf{r}^n = x\hat{i} + y\hat{j} + (z + 2 \Delta z)\hat{u} \quad (\text{Ec. A10d})$$

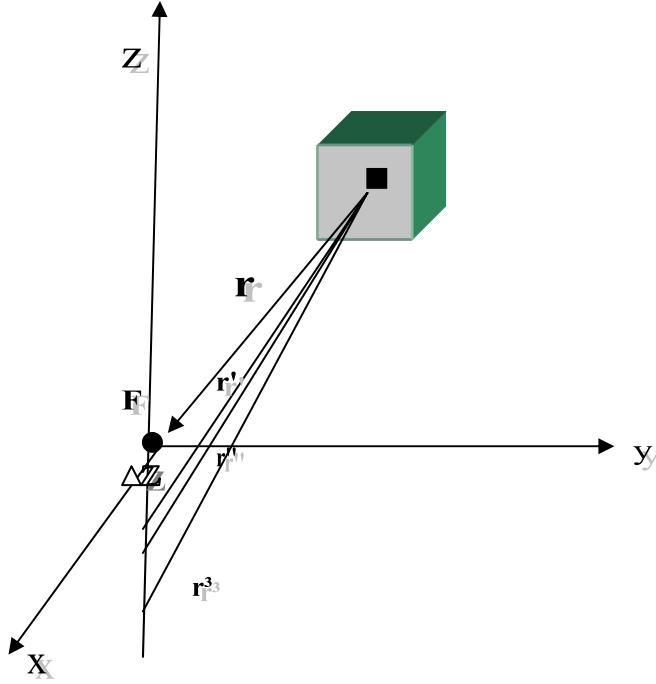


Figura A2. Representación del campo vectorial en el pozo.

Haciendo la diferencia entre A10a y A10b y luego entre A10b y A10c se obtiene respectivamente:

$$\mathbf{r}^1 - \mathbf{r} = \Delta z \hat{u} \quad \text{entonces} \quad \mathbf{r}^1 = \Delta z \hat{u} + \mathbf{r} \quad (\text{Ec. A11a})$$

$$\mathbf{r}^2 - \mathbf{r}^1 = \Delta z \hat{u} \quad \text{entonces} \quad \mathbf{r}^2 = 2 \Delta z \hat{u} + \mathbf{r} \quad (\text{Ec. A11b})$$

De manera general la ecuación A10d queda expresada como:

$$\mathbf{r}^n - \mathbf{r}^{n-1} = \Delta z \hat{u} \quad \text{entonces} \quad \mathbf{r}^n = n \Delta z \hat{u} + \mathbf{r} \quad (\text{Ec. A11c})$$

Reescribiendo la variable z , queda:

$$Z'_2 = Z_2 + n \Delta Z \quad (\text{Ec. A12a})$$

$$Z'_1 = Z_1 + n \Delta Z \quad (\text{Ec. A12b})$$

La altura del cubito viene dada por:

$$h = Z_2 - Z_1 \quad (\text{Ec. A13})$$

Haciendo $Z_1 = 0$ se obtiene de A12a y A12b considerando A13:

$$Z'_2 = Z_2 + n\Delta Z = h + n\Delta Z \quad (\text{Ec. A14a})$$

$$Z'_1 = n\Delta Z \quad (\text{Ec. A14b})$$

Donde:

- Z_1 y Z_2 representan la altura del cubito
- Z'_1 y Z'_2 representa el cambio con la profundidad en el pozo
- El eje y es atravesado, entonces los signos de x_1 y x_2 son diferentes. La componente vertical de la atracción de la masa y debajo del eje y es el mismo, la integral es evaluada desde 0 a x_2 y desde 0 a x_1 (valores absolutos):

$$\begin{aligned} P_1 = & x_2 \left\{ \ln \frac{y_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}{y_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + h^2}} - \ln \frac{y_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2}}{y_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + h^2}} \right\} - 0 \\ & + y_2 \left\{ \ln \frac{x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}{x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + h^2}} - \ln \frac{y_2}{\sqrt{y_2^2 + h^2}} \right\} - y_1 \left\{ \ln \frac{x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2}}{x_2 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + h^2}} - \ln \frac{y_1}{\sqrt{y_1^2 + h^2}} \right\} \\ & + h \left\{ \arcsen \frac{y_2^2 + h^2 + y_2 \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + h^2}}{(y_2 + \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + h^2}) \sqrt{y_2^2 + h^2}} - \arcsen \frac{y_2^2 + h^2 + y_2 \sqrt{y_2^2 + h^2}}{(y_2 + \sqrt{y_2^2 + h^2}) \sqrt{y_2^2 + h^2}} \right\} \\ & + h \left\{ - \arcsen \frac{y_1^2 + h^2 + y_1 \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + h^2}}{(y_1 + \sqrt{x_2^2 + y_1^2 + h^2}) \sqrt{y_1^2 + h^2}} + \arcsen \frac{y_1^2 + h^2 + y_1 \sqrt{y_1^2 + h^2}}{(y_1 + \sqrt{y_1^2 + h^2}) \sqrt{y_1^2 + h^2}} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_2 = & x_1 \left\{ \ln \frac{y_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2}}{y_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + h^2}} - \ln \frac{y_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{y_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + h^2}} \right\} - 0 \\ & + y_2 \left\{ \ln \frac{x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2}}{x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + h^2}} - \ln \frac{y_2}{\sqrt{y_2^2 + h^2}} \right\} - y_1 \left\{ \ln \frac{x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{x_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + h^2}} - \ln \frac{y_1}{\sqrt{y_1^2 + h^2}} \right\} \\ & + h \left\{ \arcsen \frac{y_2^2 + h^2 + y_2 \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + h^2}}{(y_2 + \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + h^2}) \sqrt{y_2^2 + h^2}} - \arcsen \frac{y_2^2 + h^2 + y_2 \sqrt{y_2^2 + h^2}}{(y_2 + \sqrt{y_2^2 + h^2}) \sqrt{y_2^2 + h^2}} \right\} \\ & + h \left\{ - \arcsen \frac{y_1^2 + h^2 + y_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + h^2}}{(y_1 + \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + h^2}) \sqrt{y_1^2 + h^2}} + \arcsen \frac{y_1^2 + h^2 + y_1 \sqrt{y_1^2 + h^2}}{(y_1 + \sqrt{y_1^2 + h^2}) \sqrt{y_1^2 + h^2}} \right\} \end{aligned}$$

Las ecuaciones del prisma obtenidas se usan para la corrección del terreno. El principio de este método es que el área local cuyo efecto del terreno se quiere determinar, es subdividida en prismas por un sistema de grid con intervalos dx y dy . Las bases de estos prismas son el nivel del mar, y el tope es definido por una altura estimada. La altura diferencial entre un compartimiento y la estación junto con la coordenada horizontal del compartimiento son calculados y encontrados con las ecuaciones del prisma, que da el efecto gravitacional exacto en la estación. La suma de los efectos de todos los compartimientos dan la corrección del terreno.