UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE FARMACIA
CATEDRA DE MATEMATICA-FISICA

GUÍA N°4 : DERIVADAS

A. Utilizando la definición de la derivada, calcule las derivadas de las siguientes funciones reales de variable real:

1) $f(x) = 4 - ax^2$ Sol. $f'(x) = -2ax$

2) $f(x) = \dfrac{x+1}{x}$ Sol. $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$

3) $f(x) = \dfrac{x^3 - 1}{x}$ Sol. $f'(x) = \dfrac{2x^3 + 1}{x^2}$

4) $f(x) = \dfrac{a-x}{a+x}$ Sol. $f'(x) = -\dfrac{2a}{(a-x)^2}$

5) $f(x) = \dfrac{3x+2}{2x+3}$ Sol. $f'(x) = \dfrac{5}{(2x+3)^2}$

6) $f(x) = \sqrt{x-3}$ Sol. $f'(x) = \dfrac{\sqrt{x-3}}{2(x-3)}$

7) $f(x) = \sqrt{x^2 + a^2}$ Sol. $f'(x) = \dfrac{x\sqrt{x^2 + a^2}}{x^2 + a^2}$

8) $f(x) = \left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2$ Sol. $f'(x) = 2\left(x - \dfrac{1}{x^3}\right)$

B. Derivar y simplificar las siguientes funciones reales de variable real:

1) $f(x) = 10x^2 + 9x - 4$ Sol. $20x + 9$

2) $f(s) = 15 - s + 4s^2 - 5s^4$ Sol. $-1 + 8s - 20s^3$

3) $f(x) = (x^3 - 7)(2x^2 + 3)$ Sol. $10x^4 + 9x^2 - 28x$

4) $f(r) = r^2(3r^4 - 7r + 2)$ Sol. $18r^5 - 21r^2 + 4r$

5) $f(x) = \dfrac{4x-5}{3x+2}$ Sol. $\dfrac{23}{(3x+2)^2}$

6) $y = \dfrac{x}{b}\sqrt{(a-x)x}$ Sol. $\dfrac{(3a-4x)\sqrt{x(a-x)}}{2b(a-x)}$

7) $f(z) = \dfrac{3z^2 - z + 8}{2 - 9z}$ Sol. $\dfrac{-27z^2 + 12z + 90}{(2-9z)^2}$

8) $f(w)=(8w^2-5w)(13w^2+4)$ Sol. $416w^3-195w^2+64w-20$

9) $f(t)=\dfrac{t^3-1}{t^3+1}$ Sol. $\dfrac{6t^2}{\left(t^3+1\right)^2}$

10) $f(x)=\sqrt{2x}$ Sol. $\dfrac{\sqrt{2x}}{2x}$

11) $f(r)=\sqrt[3]{8r^3+27}$ Sol. $\dfrac{8r^2\sqrt[3]{8r^3+27}}{8r^3+27}$

12) $f(x)=4x\sqrt{x}$ Sol. $6\sqrt{x}$

13) $f(u)=\sqrt{\dfrac{3u+8}{2u+5}}$ Sol. $-\dfrac{1}{2(2u+5)\sqrt{(3u+8)(2u+5)}}$

14) $f(x)=x\sqrt{3-4x}$ Sol. $\dfrac{3(1-2x)\sqrt{3-4x}}{3-4x}$

15) $f(u)=\sqrt{u}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{u}}-\dfrac{1}{2}$ Sol. $\dfrac{\sqrt{u}}{2u}-\dfrac{\sqrt[3]{u^2}}{3u^2}$

16) $f(x)=\ln(9x+4)$ Sol. $\dfrac{9}{9x+4}$

17) $f(x)=\ln\left(\sqrt{7-2x^3}\right)$ Sol. $\dfrac{-3x^2}{7-2x^3}$

18) $f(x)=x\ln(x)$ Sol. $1+\ln(x)$

19) $f(x)=\ln\left(\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{(9x-4)^2}\right)$ Sol. $-\dfrac{9x^2+4x+18}{(x^2+1)(9x-4)}$

20) $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$ Sol. $\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x^2-1}$

21) $f(x)=e^{3x^2}$ Sol. $6xe^{3x^2}$

22) $f(x)=e^{\sqrt{x+1}}$ Sol. $\dfrac{\sqrt{x+1}\,e^{\sqrt{x+1}}}{2(x+1)}$

23) $f(x)=x^2e^{-2x}$ Sol. $2x(1-x)e^{-2x}$

24) $f(x)=\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x-1}\right)$ Sol. $-\dfrac{2e^x}{e^{2x}-1}$

25) $f(x)=\sqrt{\ln(e^{2x}+e^{-2x})}$ Sol. $\dfrac{(e^{2x}-e^{-2x})\sqrt{\ln(e^{2x}+e^{-2x})}}{(e^{2x}+e^{-2x})\ln(e^{2x}+e^{-2x})}$

26) $f(x)=x^{x+1}$ Sol. $\left[1+\dfrac{1}{x}+\ln(x)\right]x^{x+1}$

27) $f(x)=(\sqrt{x})^{\sqrt{x}}$ Sol. $\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}}(2+\ln x)\sqrt{x}^{\sqrt{x}}$

28) $f(x)=\ln\left(\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+1}+1}\right)$ Sol. $\dfrac{2\sqrt{x^2+1}}{x^3+x}$

29) $y=a^{x^x}$ Sol. $a^{x^x}\ln(a)\cdot x^x\cdot(\ln(x)+1)$

30) $f(x)=\sqrt{a^2+x^2}-a\ln\left(\dfrac{a+\sqrt{a^2+x^2}}{x}\right)$ Sol. $\dfrac{\sqrt{a^2+x^2}}{x}$

31) $f(x)=x^2\cos x$ Sol. $x(2\cos x-xsenx)$

32) $f(x)=senxtgx+\cos x$ Sol. $tgx\cdot senx$

33) $f(x)=\dfrac{\cos x}{1+\cos^2 x}$ Sol. $-\dfrac{sen^3x}{(1+\cos^2 x)^2}$

34) $f(x)=\dfrac{1}{3}tg^3x-tgx+x$ Sol. tg^4x

35) $f(x)=e^x sen^2x$ Sol. $e^x(sen^2x+sen2x)$

36) $f(x)=\cos^2\left(\dfrac{1}{4}\pi+x\right)$ Sol. $-sen(\dfrac{1}{2}\pi+2x)$

37) $f(x)=x+\ln\left(\cos(\dfrac{\pi}{4}-x)\right)$ Sol. $\dfrac{2}{1+tgx}$

38) $f(x)=\ln\left(tg(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{1}{2}x)\right)$ Sol. $-\sec x$

39) $f(x)=\dfrac{1}{8}\ln\left(\dfrac{1-\cos(2x)}{1+\cos(2x)}\right)$ Sol. $\dfrac{1}{2}\cos ec2x$

40) $f(x)=\dfrac{1}{2}sen^3\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)$ Sol. $\dfrac{3}{2}sen(4x-\pi)sen(2x-\dfrac{\pi}{2})$

C. Derivar implícitamente:

1) $3x-2y+4=2x^2+3y-7x$ Sol. $2-\dfrac{4}{5}x$

2) $x^2+y^2-16=0$ Sol. $-\dfrac{x}{y}$

3) $x^2-2xy+y^2=x$ Sol. $\dfrac{1+2(y-x)}{2(y-x)}$

4) $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$ Sol. $-\sqrt{\dfrac{y}{x}}$

5) $2x^3+x^2y+y^3=1$ Sol. $-\dfrac{6x^2+2xy}{x^2+3y^2}$

6) $x^2y^3+4xy+x-6y=2$ Sol. $-\dfrac{2xy^3+4y+1}{3x^2y^2+4x-6}$

7) $4\ln(x+y)-\ln(x-y)+2=0$ Sol. $\dfrac{-3x+5y}{5x-3y}$

8) $\ln(x-y)+e^{x-y}=2$ Sol.1

9) $e^{xy}+sen(xy)=0$ Sol. $\dfrac{y}{x}$

10) $arctg\left(\dfrac{x}{y}\right)=\ln(x^2+y^2)$ Sol. $\dfrac{2x+y}{x-2y}$

11) $\ln\left(\dfrac{x}{y}\right)+\cos(xy)=4$ Sol. $-\dfrac{y(xysenxy-1)}{x(xysenxy+1)}$

12) $e^{x+y}-e^{x-y}=2$ Sol. $-\dfrac{2}{e^{x+y}+e^{x-y}}$

D. Derivar y simplificar (funciones trigonométricas inversas):

1) $y=arctg\left(\dfrac{\sqrt{1-\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}}\right)$ Sol. $\dfrac{1}{2}$

2) $y=2xarctg(2x)-\ln(\sqrt{1+4x^2})$ Sol. $2arctg2x$

3) $y=x^2arctg\left(\dfrac{a}{x}\right)+a^2arc\cot g\left(\dfrac{x}{a}\right)+ax$ Sol. $2xarctg\left(\dfrac{a}{x}\right)$

4) $y=arcsen(x)+arcsen(\sqrt{1-x^2})$ Sol. 0

5) $y=\arccos\left(\dfrac{1-x^2}{1+x^2}\right)$ Sol. $\dfrac{2}{1+x^2}$

6) $y=\ln\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)-\arccos\left(\dfrac{1-x^2}{1+x^2}\right)$ Sol. $-\dfrac{4}{1-x^4}$

E. Miscelánea: Derivar y simplificar:

1) $\operatorname{arccos}ec(x^x)$ Sol. $-\dfrac{(1+\ln x)}{\sqrt{x^{2x}-1}}$

2) $arctg(e^{2x^2})$ Sol. $\dfrac{4xe^{2x^2}}{1+e^{4x^2}}$

3) $\ln\left(\dfrac{e^x+a^x}{e^x-a^x}\right)$ Sol. $\dfrac{2a^xe^x}{a^{2x}-e^{2x}}(1-\ln a)$

4) $x^2\cdot x^{x^2}$ Sol. $x^{x^2+1}\left[2+x^2(1+2\ln x)\right]$

5) $\ln\left(e^x+5senx-4arcsenx\right)$ Sol. $\dfrac{(e^x+5\cos x)\sqrt{1-x^2}-4}{(e^x+5senx-4arcsenx)\sqrt{1-x^2}}$

6) $5e^{-x^2}+arctg\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$ Sol. $-10xe^{-x^2}-\dfrac{1}{1+x^2}$