

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO.

**ESTUDIO DEL DAÑO ACUMULADO POR FATIGA EN
FLEXIÓN ROTATIVA EN EL ACERO AISI 4340 APLICANDO
ELEMENTOS DE MECÁNICA DE LA FRACTURA.**

Presentado ante la ilustre
Universidad Central de Venezuela
Por las bachilleres
Días G. Naholi A.,
Paz R. Carla C.,
Para optar por el Título de
Ingeniero Mecánico.

Caracas 2006

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO.

ESTUDIO DEL DAÑO ACUMULADO POR FATIGA EN FLEXIÓN ROTATIVA EN EL ACERO AISI 4340 APLICANDO ELEMENTOS DE MECÁNICA DE LA FRACTURA.

Tutor Académico:
Prof.: José A. Chitty

Presentado ante la ilustre
Universidad Central de Venezuela
Por las bachilleres
Días G. Naholi A.,
Paz R. Carla C.,
Para optar por el Título de
Ingeniero Mecánico.

Caracas 2006

ACTA

Los abajo firmantes, Miembros del Jurado designado por el Consejo de Escuela de Ingeniería Mecánica, para evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por los bachilleres *CARLA CRISTINA PAZ RODRIGUEZ* y *NAHOLI ALESSANDRA DIAS GARCIA*, y que lleva por título:

“ESTUDIO DEL DAÑO ACUMULADO POR FATIGA EN EL ACERO AISI 4340”

Consideran que el referido Trabajo, cumple con los requisitos exigidos por el Plan de Estudios conducente al Título de Ingenieros Mecánicos.

Acta que se firma en conformidad, en la Ciudad de Caracas, a los veintitrés días del mes de junio del año dos mil seis.


Prof. Alberto Pertuz
Jurado




Prof. Manuel Martínez
Jurado


Prof. José Chitty
Tutor-Coordinator



Los suscritos, Miembros del Jurado Examinador designado por el Consejo de la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela, para evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por las bachilleres CARLA CRISTINA PAZ RODRIGUEZ, portadora de la C.I.V.- 15.976.461 y NAHOLI ALESSANDRA DIAS GARCIA, portadora de la C.I.V.- 16.332.542, el cual lleva por título:

***“ESTUDIO DEL DAÑO ACUMULADO POR FATIGA EN
EL ACERO AISI 4340 INCORPORANDO ELEMENTOS
DE MECANICA DE FRACTURA”***

Decidimos otorgarle :

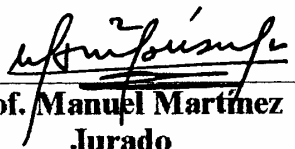
MENCION HONORIFICA

En reconocimiento al esfuerzo realizado como estímulo a la actividad creativa demostrada en el transcurso de la elaboración de este Trabajo Especial de Grado, el cual constituye un aporte importante.

En fe de lo cual, se levanta la presente Acta en la ciudad de Caracas, a los veintitrés días del mes de Junio del año dos mil seis, dejando constancia que, de acuerdo a la normativa vigente, actuó como Coordinador del Jurado Examinador el Prof. José Chitty.


Prof. Alberto Pertuz
Jurado




Prof. Manuel Martínez
Jurado


Prof. José Chitty
Tutor-Coordinador

Indice de Contenido

	Pág.
<i>Índice de Figuras.</i>	v
<i>Índice de Tablas.</i>	ix
<i>Abreviaturas y Símbolos.</i>	xii
 INTRODUCCIÓN.	 2
 CAPÍTULO I: Marco Teórico.	 5
1.1.- Acero AISI 4340.	6
1.2.- Fatiga.	7
1.2.1.- Etapas del Proceso de Falla por Fatiga.	9
1.2.2.- Curvas de Crecimiento de Grietas por Fatiga.	11
1.3.- Teorías de Daño Acumulado	12
1.4.- Mecánica de Fractura	25
1.4.1.- Teoría de la Energía de Griffith.	26
1.4.2.- Ecuación de Paris y Factor de Intensidad de Esfuerzo	29
1.4.3.- Análisis de Tensión de Grietas	31
1.4.4.- Teorías que Usan el Concepto de Crecimiento de Grieta.	35
1.5.- Determinación de los Esfuerzos en Probetas Cilíndricas Sometidas a Flexión Rotativa.	42
1.6.- Frente de Grieta en una Barra Cilíndrica Sometida a Flexión Rotativa.	43
 CAPÍTULO II: Procedimiento Experimental	 45
2.1.- Material Base.	46
2.2.- Maquinado y Preparación Superficial de las Probetas.	46
2.3.- Ensayos de Fatiga.	47
2.4.- Construcción de la Curva Whöler del Material.	50

INDICE DE CONTENIDO

2.5.- Ensayos de Daño Acumulado en Cuatro Niveles de Esfuerzo.	51
	Pág.
2.6.- Estimación del daño en el material.	53
CAPITULO III: Resultados y Análisis.	60
3.1.- Ensayos de Fatiga.	61
3.2.- Ensayos de daño.	62
3.3.- Comparación de las predicciones de vida entre los modelos aplicados.	93
CAPÍTULO IV: Conclusiones y Recomendaciones.	98
4.1.- Conclusiones.	99
4.2.- Recomendaciones.	100
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.	101
APENDICES.	108
A.1.- Cálculos tipo para la Teoría lineal de daño propuesta por Miner.	109
A.2.- Cálculos tipo para la Teoría no lineal de daño propuesta por Henry.	110
A.3.- Cálculos tipo para el modelo de daño basado en la Mecánica de fractura propuesto en el presente trabajo especial de grado.	113

Indice de figuras

	Pág.
Figura 1.1.- Esquema del Diagrama de Whöler.	8
Figura 1.2.- Características de la superficie de falla típica de un metal dúctil sometido a carga cíclica alternante.	11
Figura 1.3.- Diagrama de Tamaño de grieta vs. Ciclos transcurridos.	12
Figura 1.4.- Daño por fatiga como una función de la relación de ciclos.	15
Figura 1.5.- Representación esquemática del comportamiento a la fatiga por el método de rotación y por la regla de Miner para (a) Secuencia de carga ascendente y (b) Secuencia de carga descendente.	23
Figura 1.6.- Representación esquemática de una placa infinita con una grieta de tamaño $2a$.	26
Figura 1.7.- Representación del mismo valor de DK para distintas condiciones de ensayo.	31
Figura 1.8.- Representación esquemática de los tres modos básicos de fractura.	32
Figura 1.9.- Distribución de los esfuerzos en la punta de una grieta.	33
Figura 1.10.- Representación esquemática de la curva de daño acumulado basado en el modelo modificado de Ibrahim-Miller en un ensayo de 2 niveles de esfuerzo L-H.	39
Figura 1.11.- Síntesis del daño acumulado por fatiga a varios niveles de esfuerzo basado en la ley doble exponencial propuesta por Ibrahim y Millar.	40
Figura 1.12.- Diagrama modificado $\Delta\sigma$ -a de Kitagawa-Takahashi que muestra los límites entre las grietas del tipo GMC (grietas microestructuralmente cortas) y GFC (grietas físicamente cortas) y entre las grietas de la MFLE y la MFEP.	42
Figura 1.13.- Esfuerzo en un punto superficial de la probeta vs. Ángulo de recorrido.	42

Figura 1.14.-	Representación esquemática del crecimiento de una grieta en a) un material frágil y b) un material dúctil.	44
		Pág.
Figura 1.15.-	Esquema de superficies de fractura en barras cilíndricas sometidas a fatiga por flexión rotativa.	44
Figura 2.1.-	Dimensiones de las probetas de fatiga.	47
Figura 2.2.-	Equipo de la Fatigue Dynamics modelo RBF – 200.	48
Figura 2.3.-	Tamaño de grieta vs. Número de ciclos.	56
Figura 3.1.-	Curva S-N en escala doble logarítmica para condiciones de fatiga al aire del acero AISI 4340.	62
Figura 3.2.-	Gráfica comparativa entre los ciclos totales reales y los ciclos totales según la teoría lineal de Miner.	69
Figura 3.3.-	Gráfica comparativa entre los ciclos totales reales y los ciclos totales según la teoría no lineal de Henry.	74
Figura 3.4.-	Curvas S-N para el Ensayo 1 Según la Teoría no Lineal de Henry.	76
Figura 3.5.-	Curvas S-N para el Ensayo 3 Según la Teoría no Lineal de Henry.	77
Figura 3.6.-	Curvas S-N para el Ensayo 5 Según la Teoría no Lineal de Henry.	78
Figura 3.7.-	Curvas S-N para el Ensayo 7 Según la Teoría no Lineal de Henry.	79
Figura 3.8.-	Curvas S-N para el Ensayo 9 Según la Teoría no Lineal de Henry.	80
Figura 3.9.-	Curvas S-N para el Ensayo 11 Según la Teoría no Lineal de Henry.	81
Figura 3.10.-	Curvas S-N para el Ensayo 12 Según la Teoría no Lineal de Henry.	82

INDICE DE FIGURAS

Figura 3.11.-	Curvas S-N para el Ensayo 13 Según la Teoría no Lineal de Henry.	83
Figura 3.12.-	Curvas S-N para el Ensayo 14 Según la Teoría no Lineal de Henry.	84
Figura 3.13.-	Curvas S-N para el Ensayo 15 Según la Teoría no Lineal de Henry.	85
		Pág.
Figura 3.14.-	Gráfica de a^* vs. Esfuerzo.	87
Figura 3.15.-	Gráfica comparativa entre los ciclos totales reales y los ciclos totales según el modelo propuesto.	92
Figura 3.16.-	Gráfica comparativa de las predicciones de vida del material según las teorías de Miner y Henry y el modelo propuesto.	94

Indice de tablas

	Pág.
Tabla 1.1.- Intervalos de composición química del acero AISI 4340 (%peso).	6
Tabla 1.2.- Propiedades mecánicas en del acero AISI 4340	7
Tabla 2.1.- Propiedades mecánicas del acero AISI 4340 determinadas por Ochoa E. en su trabajo especial de grado.	46
Tabla 2.2.- Combinaciones de esfuerzo del primer tipo de ensayos.	51
Tabla 2.3.- Combinaciones de esfuerzo del segundo tipo de ensayos.	52
Tabla 2.4.- Combinaciones de esfuerzos del tercer tipo de ensayos.	52
Tabla 3.1.- Resultados de los ensayos de fatiga para el esfuerzo de 820 MPa.	61
Tabla 3.2.- Valores de vida a la fatiga para cada nivel de esfuerzo aplicado.	61
Tabla 3.3.- Obtención de la ecuación de Basquin para el acero AISI 4340.	62
Tabla 3.4.- Resultados obtenidos para el primer grupo de ensayos.	63
Tabla 3.5.- Resultados obtenidos para el segundo grupo de ensayos.	63
Tabla 3.6.- Resultados obtenidos para el tercer grupo de ensayos.	63
Tabla 3.7.- Valores de daño de acuerdo a la teoría de Miner.	65
Tabla 3.8.- Comparación entre la predicción de vida según la teoría lineal de Miner y la falla real para los dos primeros grupos de ensayos.	67
Tabla 3.9.- Comparación entre la predicción de vida según la teoría lineal de Miner y la falla real para el tercer grupo de ensayos.	68
Tabla 3.10.- Límites de Fatiga posteriores a la aplicación de los bloques de esfuerzos para los dos primeros grupos de ensayos.	70
Tabla 3.11.- Límites de Fatiga posteriores a la aplicación de los bloques de esfuerzos para el tercer grupo de ensayos.	70
Tabla 3.12.- Valores de la constante k del material, después del daño para los dos primeros grupos de ensayos.	71
Tabla 3.13.- Valores de la constante k del material, después del daño para el tercer grupo de ensayos.	71

	Pág.
Tabla 3.14.- Comparación entre la predicción de vida según la teoría no lineal de Henry y la falla real para los dos primeros grupos de ensayos.	72
Tabla 3.15.- Comparación entre la predicción de vida según la teoría no lineal de Henry y la falla real para el tercer grupo de ensayos.	73
Tabla 3.16.- Valores de a^* y a_c para el primer grupo de ensayos.	88
Tabla 3.17.- Valores de a^* y a_c para el segundo grupo de ensayos.	89
Tabla 3.18.- Valores de a^* y a_c para el tercer grupo de ensayos.	89
Tabla 3.19.- Comparación entre la predicción de vida del modelo propuesto y la falla real para los dos primeros grupos de ensayos.	90
Tabla 3.20.- Comparación entre la predicción de vida según el modelo propuesto y la falla real para el tercer grupo de ensayos.	91

Abreviaturas y Símbolos

ABREVIATURAS Y SÍMBOLOS

A	Constante de la ecuación de Brown-Hobson.
a	Tamaño de grieta.
2a	Longitud de la grieta según Griffith.
α	Constante del material.
a^*	Tamaño de la grieta en la etapa de transición.
a_c	Tamaño crítico de la grieta.
a_t	Longitud de la grieta correspondiente a la transición entre el crecimiento MCS y la propagación PSC.
β	Constante del material.
B	Constante del material.
b	Exponente de Basquin.
C	Constante del material.
C_i	Factor de retardo empírico.
D	Daño acumulado.
d	Tamaño de la barrera microestructural.
da/dN	Tasa de crecimiento de la amplitud de la grieta.
ΔK	Factor de intensidad de esfuerzo.
ΔK_{eff}	Factor de intensidad de carga efectiva en la punta de la grieta.
ΔK_i	Factor de intensidad de carga aplicado en la punta de la grieta.
ΔK_{rms}	Factor de intensidad de carga efectiva descrito en términos de la raíz cuadrada del valor promedio del rango de factor de intensidad de carga.
ΔS	Amplitud de esfuerzo.
ΔS_{eff}	Factor de intensidad de carga efectiva.
$\Delta \gamma_p$	Rango de deformación plástica.
Diam.	Diámetro de la probeta.
E	Modulo de elasticidad.
E_i	Límite de fatiga del acero AISI 4340 después del daño.
E_o	Límite de fatiga original de acero AISI 4340.

ABREVIATURAS Y SÍMBOLOS

F	Coeficiente de propagación determinado experimentalmente.
ϕ	Constante del material.
h	Parámetro empírico condicional dependiente de las propiedades del material y del umbral de carga.
I	Momento de inercia de la sección transversal.
j_i	Relación de exponentes en las ecuaciones de daño.
K_c	Propiedad del material.
K_i	Constante del material después del daño.
K_o	Constante del material.
L	Distancia desde el eje neutro de carga hasta la superficie de la probeta.
M	Momento flector.
m	Constante del material.
m_i	Exponente de la ecuación de daño asociado con el nivel de esfuerzo S_i .
μm	Micrómetros.
MPa	Megapascuales.
N	Número de ciclos a falla a una amplitud de esfuerzo S.
n	Número de ciclos aplicados a una amplitud de esfuerzo S
ν	Relación de Poisson.
N'	Número de ciclos para iniciar una grieta.
N/A	No aplica.
N_{fi}	Número de ciclos a falla correspondientes al esfuerzo S_i .
n_i	Número de ciclos aplicados correspondientes al esfuerzo S_i .
n_{ie}	Número de ciclos en operación bajo el nivel de esfuerzo de referencia S_1 para producir el daño equivalente a n_i ciclos bajo el nivel de esfuerzo S_i .
N_p	Número de ciclos para propagar una grieta hasta la falla luego de haber sido iniciada.

ABREVIATURAS Y SÍMBOLOS

N_r	Número de ciclos restantes para fractura al esfuerzo S .
N_{total}	Número de ciclos totales.
P	Exponente de propagación determinado experimentalmente.
Q	Constante del material.
q	Constante del material.
R	Relación entre el mínimo y el máximo esfuerzo.
R_i	Relaciones de daño correspondientes a la operación bajo cada nivel de esfuerzo.
r_i	Relación por ciclo correspondiente a cada nivel i de carga.
$r_{m\acute{a}x}$	Distancia desde la punta de la grieta actual hasta la zona elastoplástica más larga anterior creada por la sobrecarga
r_{pi}	Tamaño de la zona plástica asociado con el nivel i del ciclo de carga.
S	Amplitud de esfuerzo aplicado.
S_a	Resistencia a la fatiga del material.
S_f	Coefficiente de resistencia a la fatiga.
S_{op}	Esfuerzo de apertura en la punta de la grieta.
t	Espesor.
U	Energía potencial del cuerpo con grieta.
U_o	Energía potencial del cuerpo sin grieta.
Y	Factor geométrico del material.
Y_s	Energía superficial específica.

INTRODUCCIÓN

INTRODUCCIÓN

El 15 de enero de 1919, algo trágico ocurrió en la calle comercial de Boston. Un enorme tanque de 27 metros de diámetro y aproximadamente 20 metros de altura, fracturó catastróficamente derramando más de 7.5 millones de litros de melaza caliente en las calles de la ciudad. Sin previo aviso, el tanque estalló con la suficiente fuerza como para cortar las vigas del ferrocarril y levantar un tren de los carriles. La ola de melaza alcanzó 13 metros de altura y 56 km/h, dejando a su paso un gran número de víctimas⁽¹⁷⁾.

La falla dramática del tanque de melaza enfatiza la necesidad de entender los fenómenos que contribuyen a una fractura prematura de cualquier componente de ingeniería.

En el estudio de los materiales en servicio, como componentes de máquinas o estructuras, debe tenerse en cuenta que las sollicitaciones predominantes a que generalmente están sometidos no resultan estáticas ni cuasi estáticas, muy por el contrario, en la mayoría de los casos se encuentran afectados por cambios de tensiones, ya sean de tracción, compresión, flexión o torsión, que se repiten sistemáticamente y que producen la rotura del material para valores de esfuerzos mucho menores que los calculados en ensayos estáticos.

En la vida real se observa que repetidos ciclos de carga y descarga debilitan las piezas a lo largo del tiempo incluso cuando las cargas inducidas están considerablemente por debajo de la tensión de rotura estática e incluso del límite elástico del material. A este fenómeno se le conoce como **Fatiga**. Cada ciclo de fluctuación de la tensión deteriora o daña la pieza un poco. Tras un número de ciclos determinado, la pieza está tan debilitada que rompe por fatiga. Para complicar el tema también se observa en piezas metálicas que por debajo de un cierto valor de la tensión no se produce la rotura por elevado que sea el número de ciclos de trabajo de la pieza. Todo esto hace que la fatiga sea realmente compleja y, por desgracia para el ingeniero

de diseño, una de las primeras causas de falla en muchas piezas construidas con materiales férricos. Estas fallas por fatiga las encontramos comúnmente en máquinas rotativas, tornillos, alas de aviones, productos de consumo, ruedas de ferrocarril, plataformas marítimas, barcos, vehículos y puentes.

La estimación de la vida a la fatiga en una estructura es difícil ya que la práctica de la ingeniería convencional se basa en curvas S-N y alguna regla de acumulación de daño. En muchos casos, esto se traduce en el uso de la regla de Palmgren-Miner⁽¹²⁾, la cual proporciona información sobre el número de ciclos a falla, N_f , para una amplitud de esfuerzos determinada. Un defecto conocido de este método es el hecho observado de que el daño por fatiga no siempre crece en forma lineal con el número de ciclos aplicados. Además, la regla de Palmgren-Miner⁽¹²⁾ pronostica el mismo valor de daño acumulado sin tomar en cuenta el orden de aplicación de las diferentes amplitudes de esfuerzo.

La complejidad de los sucesos de fatiga ha llevado al desarrollo de innumerables modelos de degradación aunque, desafortunadamente, no existe ninguno que sea universalmente aceptado. De todo lo anterior nace la necesidad de desarrollar una aproximación totalmente nueva para la predicción del comportamiento a la fatiga de un material que englobe a todos los factores que intervienen en este fenómeno, como por ejemplo, la dependencia del nivel de carga, los múltiples estados de degradación, la evolución no lineal del daño, los efectos de la secuencia de aplicación de las cargas, los ciclos de pequeña amplitud inferiores al límite de fatiga y los efectos de la tensión media.

La intención de este trabajo especial de grado es presentar un modelo para estimar la evolución del daño por fatiga mediante la mecánica de fractura, la cual toma en cuenta las combinaciones críticas de tres variables relativas a un componente o estructura: la tensión aplicada, el tamaño de las discontinuidades que contiene y la tenacidad de fractura del material. De las consideraciones anteriores se desprende que la aplicación de la mecánica de la fractura resulta fundamental para el diseño de

INTRODUCCIÓN

componentes, la planificación de inspecciones en servicio y, en general, para una utilización segura de los materiales en ingeniería.

CAPÍTULO I
Marco Teórico

1.1.- Acero AISI 4340

El acero AISI 4340 pertenece al grupo de los aceros aleados, específicamente a la serie 43XX, también conocidos como los aceros Níquel-Cromo-Molibdeno por su composición característica, la cual se muestra a continuación:

Tabla 1.1.- Intervalos de composición química del acero AISI 4340 (%peso)⁽²⁾

%C	%Mn	%Si	%Ni	%Cr	%Mo	%S	%P
0,38- 0,43	0,60- 0,80	0,15- 0,35	1,65- 2,00	0,70- 0,90	0,20- 0,30	0,040 máx	0,035 máx

Como puede apreciarse en la tabla 1.1, cantidades de ciertos elementos que no están especificados en su nomenclatura o que no son requeridos en la aleación pueden también ser hallados en aceros aleados. Muchos de estos elementos son introducidos de forma automática en los diferentes procesos de refinación que sufre la aleación antes de llegar a su estado final y otros son introducidos intencionalmente para alcanzar alguna característica microestructural específica o para mejorar alguna propiedad en particular.

El acero AISI 4340 se caracteriza por su gran templabilidad, tenacidad y resistencia a la fatiga, porque es capaz de dar buenas propiedades en piezas de gran sección. No presenta fragilidad de revenido y posee maquinabilidad a dureza relativamente alta (400 Brinell). Es utilizado generalmente en la industria automotriz para la fabricación de piezas muy solicitadas que requieren una dureza y tenacidad elevada, tornillería de alta resistencia templada y revenida de gran sección, levas de mando, engranajes para máquinas templados por inducción, ejes para carros y camiones, discos para frenos, cardanes, bielas para motores, árboles para carros y ejes de transmisión de grandes dimensiones, etc.

Algunas de las propiedades mecánicas que posee este acero se expresan en la tabla 1.2:

Tabla 1.2.- Propiedades mecánicas en del acero AISI 4340

Temperatura de temple en aceite ⁽³⁾	Temperatura de revenido ⁽³⁾	Resistencia a la Tracción ⁽³⁾	Esfuerzo de fluencia ⁽³⁾	Dureza ⁽³⁾	Reducción de área ⁽⁵⁾	Módulo de Young ⁽⁵⁾
800-830 °C	455-650 °C	980-1373 MPa	930-1225 MPa	247-350 HB	56%	205 GPa

1.2.- Fatiga

El comportamiento de los materiales metálicos en régimen estático es ampliamente conocido y la totalidad de las propiedades necesarias para el diseño están perfectamente caracterizadas (por ejemplo: esfuerzos de fluencia, resistencia a la ruptura, elongación, módulo de Elasticidad, etc.). Desde el punto de vista de diseño estático es suficiente con estos datos de partida para realizar proyectos, ya que se conocen las características de los materiales. Sin embargo, cuando una pieza se somete a esfuerzos variables por efecto de que las fuerzas actuantes lo hagan, o por movimientos de la propia pieza, tanto los procedimientos de diseño estático como las propiedades estáticas del material pierden su valor, debido a que las piezas fallan por haber sufrido un determinado número de ciclos de trabajo. En general, las fallas se producen muy por debajo de los esfuerzos que se pueden considerar aceptables en diseño estático y de forma repentina, sin sufrir ninguna deformación que advierta acerca del fallo del material. Este fenómeno por el cual los materiales pierden resistencia cuando están sometidos a ciclos de esfuerzos variables en el tiempo, se denomina fatiga; la cual ocurre porque hay deformaciones plásticas cíclicas que provocan cambios irreversibles en el material, que van desde cambios en la estructura de dislocaciones de los materiales, hasta el agrietamiento y fractura.

En 1860, el ingeniero de ferrocarriles alemán Adolph Wöhler⁽⁴⁰⁾, desarrolló diversas máquinas de ensayo para el estudio sistemático del fenómeno. De los ensayos de Wöhler⁽⁴⁰⁾, se pueden extraer dos conclusiones:

- Los esfuerzos necesarios para provocar la ruptura con cargas dinámicas son inferiores a las necesarias en el caso estático.
- Existe un valor por debajo del cual no se produce la rotura, conocido como el límite de fatiga.

En la figura 1.1 se muestra un esquema del diagrama de Whöler, en donde se grafica la amplitud del esfuerzo aplicado S vs. El número de ciclos hasta la fractura N_f :

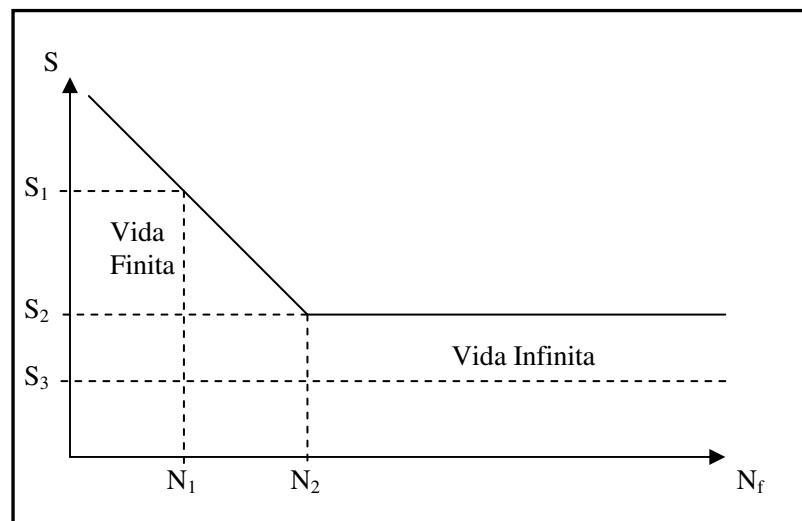


Figura 1.1.- Esquema del Diagrama de Whöler⁽¹⁶⁾

Para el nivel de esfuerzo S_1 se intercepta la curva obteniéndose una vida finita, es decir, que una pieza cualquiera sometida al mencionado nivel de esfuerzo, fallará por fatiga cuando el número de ciclos de aplicación alcance el valor de N_1 .

Para S_2 se produce la transición entre vida finita e infinita, lo cual se denomina “Límite de Fatiga”.

Finalmente, para el nivel de esfuerzo S_3 no se intercepta la curva, por lo que se dice que el material tendrá vida infinita (no fallará).

En los componentes de ingeniería elaborados con materiales comerciales, las zonas principales de nucleaciones heterogéneas por fatiga incluyen vacancias, escoria o gases atrapados, inclusiones, rasguños, abolladuras, defectos de fabricación, concentradores de esfuerzo macroscópicos y otros, así como también regiones de no uniformidad microestructural. Mientras que los granos de la superficie son las zonas más propensas a la iniciación de grietas en metales y aleaciones de alta pureza, la formación de grietas por fatiga en aceros comerciales es posible tanto cerca de la superficie como en zonas interiores.

1.2.1.- Etapas del Proceso de Falla por Fatiga

La historia de una grieta que se desarrolla en un componente sometido a fatiga tiene típicamente tres etapas: una de iniciación, una de propagación estable y finalmente una propagación acelerada que conduce a la falla del componente.

✱ *Etapas I:* Es la de iniciación de las grietas y su propagación a lo largo de planos de deslizamiento, extendiéndose desde la superficie hacia el centro a aproximadamente 45° del esfuerzo axial. En esta etapa, la grieta no se extiende normalmente por más de 2 a 5 granos alrededor del origen. En algunos casos, dependiendo del material, el ambiente y nivel de esfuerzo, la fractura de la etapa I puede que no sea perceptible, mientras que en otras, como el caso de algunas aleaciones de níquel, esta etapa puede incluso consumir toda la vida del material.

✱ *Etapas II:* se produce un cambio de dirección en el crecimiento de la grieta, que va desde los 45° hasta los 90° con respecto al eje de los esfuerzos principales aplicados al sistema. La superficie de fractura durante el crecimiento de la etapa II está caracterizada por la presencia de estriaciones y marcas de playa que pueden ser relacionadas, en su densidad y ancho, con el nivel del esfuerzo aplicado. La superficie de fractura producida durante el crecimiento en la etapa II es relativamente lisa.

✱ *Etapas III:* Ocurre durante el último ciclo de esfuerzo cuando la sección transversal no puede soportar la carga aplicada. La fractura final, la cual es el resultado de una sobre carga, puede ser frágil, dúctil, o una combinación de ambas, dependiendo básicamente de la naturaleza del material.

La duración de cada una de las etapas descritas anteriormente puede variar considerablemente en función del tipo de material, carga aplicada, geometría, temperatura e irregularidades. A menudo resulta difícil distinguir estas etapas antes mencionadas.

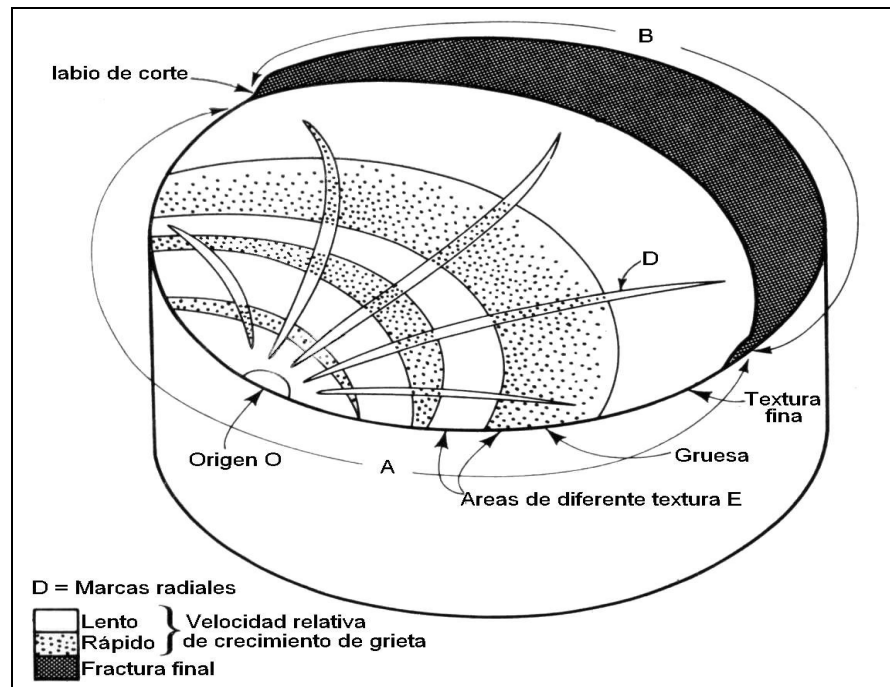


Figura 1.2. Características de la superficie de falla típica de un metal dúctil sometido a carga cíclica alternante⁽¹⁾

1.2.2.- Curvas de Crecimiento de Grietas por Fatiga.

Muchas pruebas de crecimiento de grietas por fatiga son realizadas en probetas estandarizadas que poseen entallas que permiten inducir el lugar para la nucleación de la grieta y así seguir su crecimiento. El incremento de la longitud de la grieta formada por fatiga es medido y se registra el número de ciclos aplicados correspondiente al crecimiento de la grieta.

Los resultados se presentan en un diagrama de Tamaño de Grieta a vs. Número de Ciclos Trascurridos N como se muestra en la figura 1.3.

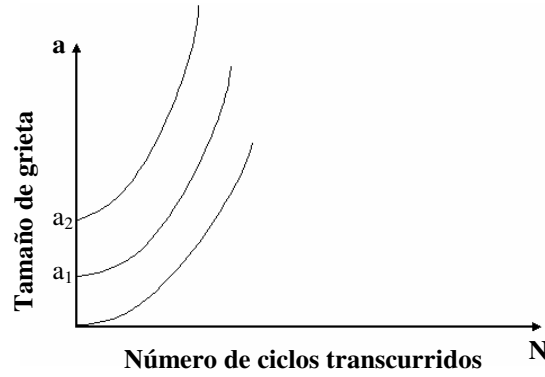


Figura 1.3.- Diagrama de Tamaño de grieta vs. Ciclos transcurridos

El incremento en la amplitud de la carga aplicada da como resultado el decremento de la vida a la fatiga de las probetas.

Las curvas anteriores pueden reducirse a una sola cuando los datos son representados en términos de la variación del crecimiento de grieta por ciclo de carga da/dN (velocidad de crecimiento) vs. la variación del factor de intensidad de esfuerzos ΔK que es el término que contiene el efecto de la longitud de grieta y el cambio de la amplitud de la carga cíclica:

$$\Delta K = f(a) = Y \cdot \Delta S \sqrt{\pi \cdot a} \quad (\text{Ec. 1.1})$$

1.3.- Teorías de Daño Acumulado

Miner (teoría de daño lineal)

Miner⁽¹²⁾ (1945) fue el primero en representar, el concepto de daño lineal sugerido previamente por Palmgren, de forma matemática como la teoría de daño lineal, representada por la siguiente ecuación:

$$D = \sum r_i = \sum \frac{n_i}{N_{fi}} \quad (\text{Ec. 1.2})$$

donde

r_i = relación por ciclo, correspondiente a cada nivel i de carga.

n_i = número de ciclos aplicados correspondientes al esfuerzo S_i .

N_{fi} = ciclos a falla correspondientes al esfuerzo S_i .

La Teoría de Daño Lineal, así como toda teoría de daño, se basa en asumir que el material acumula cierto daño por cada ciclo de carga el que a su vez produce una acumulación de energía en el material. La teoría asume que el daño producido en cada ciclo de carga es independiente de la historia previa por lo que conduce a una relación lineal, donde la falla o fractura se producirá cuando la $\sum r_i = 1$. El gráfico Daño vs. Relación de ciclo (curva de daño, o curva D-r, como es llamada usualmente) para esta teoría es simplemente una línea recta diagonal, independientemente del nivel de esfuerzo. En un diagrama S-N, las curvas de vida remanente correspondientes a diferentes fracciones de vida son “esencialmente” paralelas a la curva S-N original a la falla.

La principal deficiencia de esta teoría es la independencia de la secuencia de aplicación de los niveles de esfuerzo. Sin embargo, su gran virtud es la facilidad de aplicación y que es particularmente útil cuando existen cargas aleatorias.

Marco-Starkey

Una de las primeras teorías de daño acumulado no lineal fue propuesta por Marco y Starkey. La Teoría de Marco-Starkey⁽¹²⁾ (1954) se basa en los siguientes postulados:

✕ Las curvas de daño para cada nivel de esfuerzo puede ser definida por la relación:

$$D = \left(\frac{n}{N} \right)^{m_i} \quad (\text{Ec. 1.3})$$

donde

m_i es una función del nivel de esfuerzo.

n es el número de ciclos aplicados con $R=-1$.

N = número de ciclos antes de fractura.

D = daño acumulado.

✖ Un material sometido a cualquier secuencia de esfuerzos fallará cuando D alcance la unidad ($D=1$)

✖ La fractura, o 100% del daño, será logrado cuando $\sum \left(\frac{n}{N} \right)$ alcance un valor crítico, el cual puede ser aproximado por la expresión

$$\sum \frac{n}{N} \approx \int_0^1 \frac{\left[1 + \frac{N_1}{N_2} + \frac{N_1}{N_3} + \dots + \frac{N_1}{N_i} \right]}{\left[1 + \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^{j_2} D^{\left(\frac{j_2-1}{j_2} \right)} + \dots + \left(\frac{N_1}{N_i} \right)^{j_i} D^{\left(\frac{j_i-1}{j_i} \right)} \right]} * dD \quad (\text{Ec. 1.4})$$

donde

$N_1, N_2, \dots, N_i$ = número de ciclos de los esfuerzos $S_1, S_2, \dots, S_i$ para producir fractura, y los subíndices $1, 2, \dots, i$ corresponden al orden de aplicación de los niveles de esfuerzo.

D = daño

j_i = relación de exponentes m_i/m_1 en las ecuaciones de daño que representan los dos niveles de esfuerzo S_i y S_1 .

m_i = exponente en la ecuación de daño asociado con el nivel de esfuerzo i .

El uso de la ecuación 1.4 es muy complicado, y requiere de muchos datos experimentales para evaluar correctamente las constantes en la ecuación. Sin embargo, cualitativamente, el uso de esta teoría puede ser ilustrado por la figura 1.4 donde se grafica daño versus relación de ciclos n/N para tres niveles de esfuerzo diferentes.

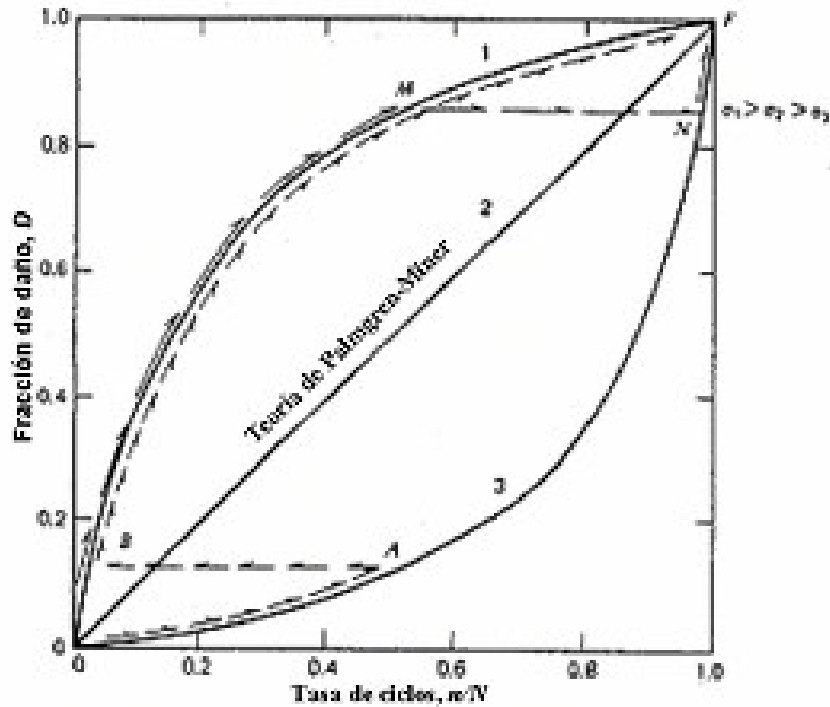


Figura 1.4.- Daño por fatiga como una función de la relación de ciclos.⁽¹²⁾

En esta figura una línea recta diagonal representa la teoría de Palmgren-Miner⁽¹²⁾, la cual es un caso especial de la ecuación $D = \sum \left(\frac{n}{N} \right)^{m_i}$ donde $m_i = 1$. Como se ilustra en la figura 1.4, los cálculos de vida basados en Marco-Starkey⁽¹²⁾ resultarían en $\sum \left(\frac{n}{N} \right) > 1$ para bloques de carga ascendentes y $\sum \left(\frac{n}{N} \right) < 1$ para bloques carga descendentes.

Henry

La teoría de daño acumulado propuesta por Henry⁽¹²⁾ está basada en el concepto de que la curva S-N cambia como resultado de la acumulación de daño por fatiga, el cual puede ser definido como la relación entre la reducción del límite de fatiga y el límite de fatiga original del material virgen; esto es:

$$D = \frac{E_0 - E_i}{E_0} \quad (\text{Ec. 1.5})$$

donde

D = daño

E_0 = límite de fatiga original

E_i = límite de fatiga después del daño

En el desarrollo de la Teoría de Henry⁽¹²⁾, se asume que la curva S-N del material virgen puede ser representada por la ecuación de una hipérbola equilátera referida al eje de esfuerzo y a una línea que pasa a través de E_0 paralela al eje de los ciclos como las asíntotas de la hipérbola. Así, la ecuación asumida para la curva S-N tiene la forma:

$$N = \frac{k_0}{S - E_0} \quad (\text{Ec. 1.6})$$

donde

N = número de ciclos a falla a una amplitud de esfuerzo S

S = amplitud completamente invertida del esfuerzo aplicado.

K_0 = constante del material

E_0 = límite de fatiga del material

En este desarrollo está implícito que el daño no aumenta por la operación a amplitudes de esfuerzos por debajo del límite de fatiga. Henry⁽¹²⁾ después asumió que la curva S-N posterior al daño podía estar también representada por la ecuación de una hipérbola equilátera, de la forma:

$$N_r = \frac{k}{S - E_1} \quad (\text{Ec. 1.7})$$

donde

S = amplitud del esfuerzo aplicado

N_r = número de ciclos restantes para fractura al esfuerzo S .

K = constante del material

E_1 = límite de fatiga del material dañado (reducido de E_o)

Luego del análisis de algunos datos, Henry asumió la relación:

$$\frac{k_i}{k_0} = \frac{E_i}{E_o} \quad (\text{Ec. 1.8})$$

Basado en suposiciones precedentes, la relación de daño propuesta por Henry⁽¹²⁾ fue desarrollada como sigue: Si n ciclos de amplitud de esfuerzo S son aplicados a un material, la vida remanente N_r para esta amplitud de esfuerzo viene dada por:

$$N_r = N - n \quad (\text{Ec. 1.9})$$

donde N es el número total de ciclos requeridos para producir la fractura del material virgen cuando es sometido a un esfuerzo de amplitud S .

Combinando las ecuaciones 1.9 y 1.7 se obtiene:

$$N - n = \frac{k}{S - E_1} \quad (\text{Ec. 1.10})$$

Luego, dividiendo entre N:

$$1 - \frac{n}{N} = \frac{1}{N} \left(\frac{k}{S - E_1} \right) \quad (\text{Ec. 1.11})$$

Ahora, sustituyendo la ecuación 1.6 en la ecuación 1.11 se consigue:

$$1 - \frac{n}{N} = \frac{S - E_o}{k_o} \left(\frac{k}{S - E_1} \right) \quad (\text{Ec. 1.12})$$

o

$$1 - \frac{n}{N} = \frac{k}{k_o} \frac{(S - E_o)}{(S - E_1)} \quad (\text{Ec. 1.13})$$

Luego, utilizando la suposición en la ecuación 1.7:

$$1 - \frac{n}{N} = \frac{E_1}{E_o} \frac{(S - E_o)}{(S - E_1)} \quad (\text{Ec. 1.14})$$

La cual puede ser resuelta para E logrando:

$$E_1 = \frac{S \left(1 - \frac{n}{N} \right)}{\left(\frac{S - E_o}{E_o} \right) + \left(1 - \frac{n}{N} \right)} \quad (\text{Ec. 1.15})$$

La ecuación 1.15 es una forma útil de la teoría de Henry⁽¹²⁾. Esta nos da una expresión para el nuevo valor del límite de fatiga E_1 después que han sido aplicados n ciclos de amplitud de esfuerzo S , donde el número total de ciclos para fractura es originalmente N para un nivel de esfuerzo S y el límite de fatiga original es E_o . La ecuación 1.15 puede ser convertida fácilmente a una ecuación de daño usando la ecuación 1.5 dando así:

$$D = \frac{E_o - E_1}{E_o} = 1 - \frac{E_1}{E_o} = 1 - \frac{S \left(1 - \frac{n}{N}\right)}{(S - E_o) + E_o \left(1 - \frac{n}{N}\right)} \quad (\text{Ec. 1.16})$$

donde

D = fracción de daño.

n = número de ciclos aplicados en una amplitud de esfuerzo S .

N = número de ciclos a falla.

E_o = límite de fatiga original.

E_1 = límite de fatiga después del daño (reducido de E_o).

S = amplitud de esfuerzo aplicado.

La teoría de Henry⁽¹²⁾ puede extenderse a una secuencia de diferentes niveles de esfuerzos aplicando las ecuaciones 1.15 ó 1.16 sucesivamente en el orden de los niveles de esfuerzos aplicados. En este procedimiento secuencial, el valor de E_o debe ser actualizado después de la aplicación de cada amplitud de esfuerzo. Así, se puede obtener una secuencia de valores para el límite de fatiga $E_o, E_1, E_2, \dots$, donde E_o es el límite de fatiga original, E_1 es el límite de fatiga luego de haber aplicado n_1 ciclos de nivel de esfuerzo S_1 , y así sucesivamente. Tal procedimiento permite estimar la disminución del límite de fatiga a medida que el daño se acumula, y se considera que la falla ocurre cuando E_i es igual a cero.

Marín

La teoría de daño acumulado propuesta por Marín⁽¹²⁾ se basa en una consideración de la relación entre el daño como una función del cociente de ciclos y los cambios producidos en la curva S-N debido a la acumulación de daño. El concepto de líneas de daño constante graficadas en la curva S-N conlleva a la observación de que el daño producido por n_i ciclos de operación a cualquier nivel de esfuerzo S_i es exactamente equivalente a n_1 ciclos al nivel de esfuerzo S_1 , donde $n_1, n_2, n_3, \dots, n_i$ son puntos sobre la línea de daño constante. Es posible, por lo tanto, encontrar un número equivalente de ciclos a un nivel de esfuerzo de referencia que producirá el mismo daño que n_i ciclos de operación al nivel actual de esfuerzos S_i . Utilizando este concepto y seleccionando el más alto nivel de esfuerzo como el nivel de esfuerzo de referencia S_1 , Marín⁽¹²⁾ escribe:

$$\begin{aligned} n_{2e} &= n_2 \cdot \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^y \\ n_{3e} &= n_3 \cdot \left(\frac{S_3}{S_1} \right)^y \\ n_{ie} &= n_i \cdot \left(\frac{S_i}{S_1} \right)^y \end{aligned} \quad (\text{Ec. 1.17})$$

donde:

n_{ie} = número de ciclos en operación bajo el nivel de esfuerzo de referencia S_1 para producir el daño equivalente a n_i ciclos bajo el nivel de esfuerzo S_i .

n_i = número de ciclos de operación bajo el nivel de esfuerzos S_i

S_i = Nivel de esfuerzo bajo el que se produce el daño.

Puede observarse en la ecuación, que si y es mayor o igual a 1, n_{ie} siempre será menor que n_i porque por definición, el nivel de esfuerzo de referencia S_1 , siempre será mayor que cualquier nivel de esfuerzo S_i . Basado en esto, Marín⁽¹²⁾ desarrolló

una secuencia de relaciones de daño correspondientes a la operación bajo cada nivel de esfuerzo como:

$$\begin{aligned}
 R_1 &= \frac{n_1}{N_1} \\
 R_2 &= \frac{n_{2e}}{N_1} \\
 R_3 &= \frac{n_{3e}}{N_1} \\
 R_i &= \frac{n_{ie}}{N_1}
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 1.18}$$

Entonces, se puede establecer que la sumatoria de estos cocientes de vida debe ser igual a la unidad al momento de la falla. Por lo tanto, la falla debe ocurrir cuando

$$R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_l = 1 \tag{Ec. 1.19}$$

La expresión de Marín⁽¹²⁾ fue desarrollada posteriormente asumiendo que la curva S-N podía aproximarse adecuadamente mediante una ecuación de la forma

$$S^x N = k \tag{Ec. 1.20}$$

Basado en estas suposiciones, se afirma que

$$\begin{aligned}
 S_2^x N_2 &= S_1^x N_1 \\
 S_i^x N_i &= S_1^x N_1
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 1.21}$$

Sustituyendo las ecuaciones 1.18 en 1.19, representando los valores de n_{ie} por sus expresiones dadas en la ecuación 1.17, resolviendo las expresiones 1.21 para los

valores de N_i y sustituyendo apropiadamente los resultados para los valores de N_I , se obtiene:

$$\left(\frac{n_1}{N_1}\right) + \left(\frac{n_2}{N_2}\right)\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^q + \left(\frac{n_3}{N_3}\right)\left(\frac{S_3}{S_1}\right)^q + \dots + \left(\frac{n_i}{N_i}\right)\left(\frac{S_i}{S_1}\right)^q = 1 \quad (\text{Ec. 1.22})$$

donde $q = y - x$.

A partir de la ecuación 1.22 se puede predecir la falla bajo condiciones de cargas si se conoce la constante q del material y la curva S-N original del material. Si se desea conocer la “vida remanente” a un nivel de esfuerzo dado S_I luego de haber operado bajo niveles de carga conocidos, se resuelve la ecuación 1.22 para n_i obteniendo:

$$n_{ir} = N_i \left[1 - \frac{n_1}{N_1} \left(\frac{S_1}{S_i} \right)^q - \left(\frac{n_2}{N_2} \right) \left(\frac{S_2}{S_i} \right)^q - \dots - \left(\frac{n_{i-1}}{N_{i-1}} \right) \left(\frac{S_{i-1}}{S_i} \right)^q \right] \quad (\text{Ec. 1.23})$$

Manson

Esta teoría se basa en la modificación del diagrama S-N mediante una rotación de la línea original S-N en sentido de las manecillas del reloj alrededor de un punto de referencia sobre la línea. Manson⁽¹²⁾ examinó este enfoque y sugirió que el punto correspondiente a una vida a la fatiga entre $10^2 - 10^3$ ciclos en la línea S-N originada, puede ser seleccionado como el punto de convergencia. Sus aproximaciones también proporcionaron un método para predecir la reducción en el límite de resistencia debido al daño precíclico, y es, por lo tanto, capaz de dar cuenta no sólo del efecto de la interacción de la carga, sino también para el daño a bajo ciclaje.

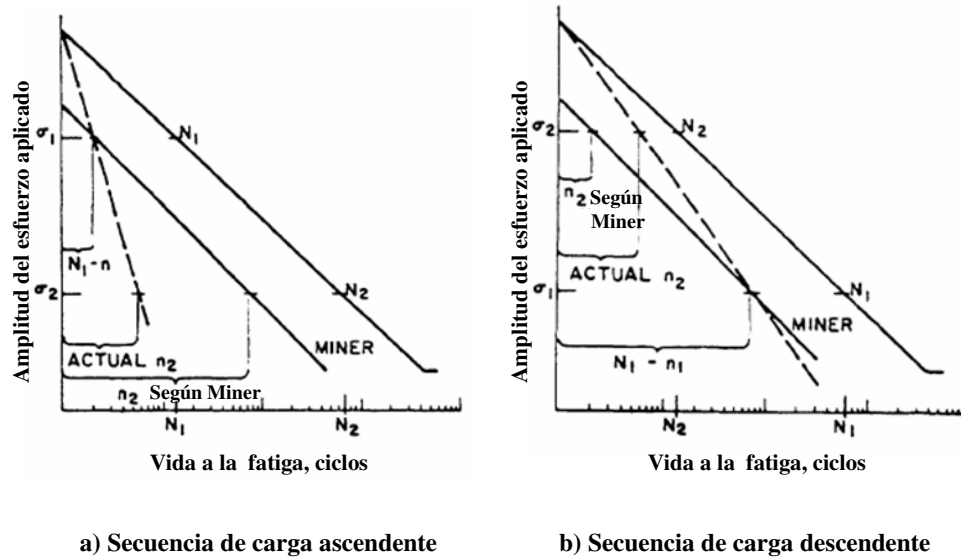


Figura 1.5.- Representación esquemática del comportamiento a la fatiga por el método de rotación y por la regla de Miner para (a) Secuencia de carga ascendente y (b) Secuencia de carga descendente.⁽¹²⁾

La figura 1.5 muestra una representación esquematizada de dos niveles de carga ascendente y descendente. En estas figuras, la teoría de Miner es representada por líneas continuas, las cuales son paralelas a las curvas S-N originales. Se puede apreciar que la teoría de daño lineal y la aproximación de la línea S-N rotada difieren en sus capacidades para mostrar los efectos de la interacción de la carga.

En 1960, Grover⁽¹²⁾ propuso que la estimación del daño acumulado podría mejorarse separando el proceso de fatiga en dos etapas: fase de iniciación de la grieta y fase de propagación de la grieta; para luego aplicar la teoría lineal de daño a cada una de ellas por separado. Manson⁽¹²⁾ sugirió que las fases podrían expresarse como:

$$1.- \text{ Fase de iniciación de la grieta: } N_I = N_f - N_p \quad (\text{Ec. 1.24})$$

$$2.- \text{ Fase de propagación de la grieta: } N_p = F \cdot N_f^p \quad (\text{Ec. 1.25})$$

donde:

N_p = número de ciclos para propagar una grieta hasta la falla luego de haber sido iniciada.

N_f = número total de ciclos a falla.

F = coeficiente de propagación determinado experimentalmente.

p = exponente de propagación determinado experimentalmente.

Manson⁽¹²⁾ (1966) seleccionó 0.6 como exponente de propagación basado en la integración de información de muchos materiales diferentes. El coeficiente de propagación P fue determinado experimentalmente para adaptarse de la mejor manera a la información experimental de ensayos a dos niveles de esfuerzos y se encontró que el valor apropiado era 14:

$$N_p = 14N_f^{0.6} \quad (\text{Ec. 1.26})$$

$$N' = N_f - 14N_f^{0.6} \quad (\text{Ec. 1.27})$$

Experimentos adicionales llevaron a Manson⁽¹²⁾ a restringir estas ecuaciones a un rango de vida a la fatiga, N_f , que excede los 730 ciclos. Para una vida un N_f menor de 730 ciclos, la iniciación de la grieta parecía ocurrir durante el primer ciclo de esfuerzo, y la vida entera N_f estaba asociada a la fase de propagación. En resumen:

$$\begin{aligned} N' &= N_f - 14N_f^{0.6} \\ N_p &= 14N_f^{0.6} \end{aligned} \quad \text{para } N_f > 730 \text{ ciclos}$$

y

$$\begin{aligned} N' &= 0 \\ N_p &= N_f \end{aligned} \quad \text{para } N_f \leq 730 \text{ ciclos}$$

donde

N' = número de ciclos para iniciar una grieta.

N_p = número de ciclos para propagar una grieta hasta la falla luego de haber sido iniciada.

N_f = número total de ciclos a falla.

Utilizando estas expresiones empíricas se aplica la regla lineal de daño a cada fase individualmente para obtener una predicción de la iniciación y falla como sigue:

Los núcleos de fatiga de tamaño crítico son iniciados cuando:

$$\sum_{i=1}^m \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (\text{Ec. 1.28})$$

Y las grietas de fatiga son propagadas hasta la falla si las grietas de tamaño crítico han sido iniciadas; y luego

$$\sum_{j=1}^q \frac{n_j}{(N_p)_j} = 1 \quad (\text{Ec. 1.29})$$

donde en cada caso n es el número de ciclos aplicados en el i -ésimo o j -ésimo nivel de esfuerzo.

1.4.- Mecánica de Fractura

La mecánica de fractura y particularmente la Mecánica de Fractura Lineal Elástica “MFLE”, es una técnica que estudia los mecanismos y procesos de propagación de grietas en sólidos, así como la distribución de tensiones que ocurren en un material agrietado o con discontinuidades, sometido a cierta tensión externa. Esta técnica surgió con los trabajos fundamentales de Griffith⁽¹⁷⁾ (1921- 1924) sobre criterios de propagación de grietas en sólidos basados en conceptos de transformación de energía elástica en energía de superficie; es por esta razón que la Teoría de Griffith⁽¹⁷⁾ se conoce como una formulación energética de la mecánica de fractura.

1.4.1.- Teoría de la Energía de Griffith.

Las relaciones cuantitativas que los ingenieros y científicos usan hoy en día para determinar la fractura de algunos sólidos agrietados fueron indicadas, inicialmente, hace unos 50 años por A.A. Griffith⁽¹⁷⁾. Griffith⁽¹⁷⁾ notó que cuando una grieta se introduce a una placa tensionada del material elástico, debe existir un equilibrio entre la disminución de la energía potencial (relacionado con la liberación de energía elástica almacenada y el trabajo hecho por el movimiento de las cargas externas) y el incremento en la energía superficial como resultado de la presencia de la grieta. Asimismo, una grieta existente crecería un cierto incremento si la energía superficial adicional necesaria fuera provista por el sistema. Esta “energía superficial” viene del hecho de que existe un desequilibrio en la configuración de los átomos vecinos más cercanos en cualquier superficie en un sólido.

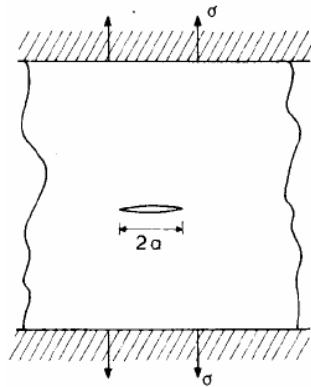


Figura 1.6.- Representación esquemática de una placa infinita con una grieta de tamaño $2a$ ⁽¹⁷⁾

Para la configuración vista en la figura 1.6 Griffith⁽¹⁷⁾ estimó el término superficial de la energía como el producto del área superficial de la grieta total ($2a \cdot 2 \cdot t$) y la energía superficial específica Y_s la cual tiene unidades de energía por unidad de área. Él luego usó el análisis de esfuerzos de Inglis⁽¹⁷⁾ para el caso de una placa larga infinita que contenía una grieta elíptica y computó la disminución de la

energía potencial de la placa agrietada como $(\pi.S^2 a^2 t)/E$. Por lo tanto, el cambio en la energía potencial de la placa asociada a la introducción de una grieta puede ser dada por:

$$U - U_o = \frac{-\pi.S^2 a^2 t}{E} + 4atY_s \quad (\text{Ec. 1.30})$$

donde:

U = Energía Potencial del Cuerpo con Grieta.

U_o = Energía Potencial del Cuerpo sin Grieta.

S = Esfuerzo Aplicado.

$2a$ = Longitud de la Grieta según la configuración utilizada por Griffith.

t = Espesor.

E = Modulo de Elasticidad.

Y_s = Energía Superficial Específica.

Reescribiendo la ecuación 1.30 en la forma

$$U = 4atY_s - \frac{\pi.S^2 a^2 t}{E} + U_o \quad (\text{Ec. 1.31})$$

y determinando la condición de equilibrio por diferenciación de la energía potencial U con respecto a la longitud de la grieta, e igualando a cero:

$$\frac{\delta U}{\delta a} = 4tY_s - \frac{2\pi.S^2 at}{E} = 0 \quad (\text{Ec. 1.32})$$

($\delta U_o / \delta a = 0$, ya que U_o considera la energía potencial del cuerpo sin grieta y no varía con la longitud de la grieta). Por lo tanto

$$2Y_s = \frac{\pi \cdot S^2 a}{E} \quad (\text{Ec. 1.33})$$

la cual representa la condición de equilibrio.

La naturaleza de la condición de equilibrio descrita por la ecuación 1.32 y 1.33 es determinada por el signo de la segunda derivada, $\frac{\partial^2 U}{\partial a^2} = -\frac{2\pi \cdot S^2 t}{E}$ ya que

$$\frac{\partial^2 U}{\partial a^2} = -\frac{2\pi \cdot S^2 t}{E} \quad (\text{Ec. 1.34})$$

Y es negativa, por lo que la condición de equilibrio descrita en la ecuación 1.32 es de inestabilidad, y la grieta siempre crecerá.

Griffth⁽¹⁷⁾ reescribió la ecuación 1.33 en la forma

$$S = \sqrt{\frac{2EY_s}{\pi a}} \quad (\text{Ec. 1.35})$$

para el caso de esfuerzos planos (condición de esfuerzo biaxial), y

$$S = \sqrt{\frac{2EY_s}{\pi a(1-\nu^2)}} \quad (\text{Ec. 1.36})$$

para el caso de deformación plana (condiciones de esfuerzo triaxial asociada con la supresión de deformaciones en una dirección).

En vista de que la relación de Poisson “ ν ” está aproximadamente entre los valores 0.25 a 0.35 para muchos materiales, la diferencia en el nivel de esfuerzo

aceptable de un material dado sujeto a una deformación plana o condiciones de esfuerzos planos no parece ser grande.

Es importante reconocer que la relación de Griffith⁽¹⁷⁾ fue obtenida para un material elástico sumamente frágil como lo es el vidrio. Así que, la relación de Griffith⁽¹⁴⁾ debe ser considerada necesaria pero no suficiente para fractura.

1.4.2.- Ecuación de Paris y Factor de Intensidad de Esfuerzo

Un problema en la aplicación de la MFLE es que, aunque muchos materiales de uso común en ingeniería poseen discontinuidades antes de su puesta en servicio, las exigencias son cada vez mayores y es posible encontrar componentes para ciertas aplicaciones virtualmente “libres de defectos”. Para este caso particular la mecánica de fractura conduce a sobrestimaciones en el diseño.

Otro de los problemas que ha presentado el uso de la MFLE para predecir la vida a la fatiga de componentes es el llamado “Efecto de Grieta Corta” (SCE, por sus siglas en inglés “Small Crack Effect”). Cuando el tamaño de las grietas es comparable con el tamaño de grano, con el distanciamiento entre partículas, o con cualquier otro parámetro micro-estructural del material, se ha encontrado que el concepto de similitud propuesto por la MFLE no se cumple. Además, la experiencia indica que las grietas cortas se propagan a una velocidad distinta (generalmente mayor) que las correspondientes grietas largas estando sometidas a la misma intensidad de esfuerzos.

Sabiendo que la vida de un material sometido a fatiga se puede clasificar en tres etapas, las cuales son: etapa de nucleación, etapa de crecimiento de grietas (cortas y posteriormente largas) y fractura final⁽¹¹⁾; vemos que la mayoría de las teorías de daño acumulado, mencionadas anteriormente, no discriminan entre estas tres etapas, sino que consideran el fenómeno de fatiga como un proceso global. Contrario a éstas,

la mecánica de fractura considera sólo las etapas de crecimiento de grietas largas y la fractura final.

Antes que la mecánica de fractura se estableciera, se conocían de manera experimental los principales factores que afectaban el crecimiento de grieta: el estado de esfuerzos sobre el material, la geometría del cuerpo cargado y geometría de la grieta, el tamaño de grieta, la asimetría de los ciclos de carga y algunos parámetros que dependen del material⁽¹¹⁾. Se formularon una gran cantidad de relaciones empíricas y teóricas, muchas de la forma $\frac{da}{dN} = f(S, a)$ las cuales expresaban la importancia del nivel de esfuerzos y del tamaño de la grieta en la tasa de propagación. Fue entonces, cuando en el año 1963 Paris⁽¹¹⁾, usando los principios de la mecánica de fractura, consideró que la velocidad de propagación o velocidad de crecimiento de grieta sólo debía depender del factor de intensidad de esfuerzos, el cual ciertamente toma en cuenta el estado de esfuerzos del material, la geometría de la pieza cargada y de la grieta y el tamaño de la grieta, mientras que las características del material debían presentarse como constantes o parámetros fijos.

Paris⁽¹¹⁾ apreció que si se graficaba la velocidad de crecimiento de grietas da/dN vs. el factor de intensidad de esfuerzos K en papel doble logarítmico, los datos tendían a una línea recta; por lo tanto, estos se expresaron mediante una ecuación conocida como la ecuación de Paris:

$$\frac{da}{dN} = C.(\Delta K)^\beta \quad (\text{Ec. 1.37})$$

donde C es la intersección de la recta con el eje da/dN y β es la pendiente de la recta. Paris además estableció que C y β eran constantes para cada material.

La ecuación de Paris⁽¹¹⁾ no resuelve el problema totalmente; para las dos condiciones de esfuerzos planteadas en la figura 1.7, la ecuación de Paris establece la

misma velocidad de crecimiento de grieta; sin embargo, esto no es lo que ocurre físicamente, ya que se producirá una mayor velocidad de crecimiento para la condición de mayor esfuerzo medio. El modelo de Paris⁽¹¹⁾ se hace aún más inaplicable para el caso de valores de R negativos, donde sobrestima el valor de ΔK .

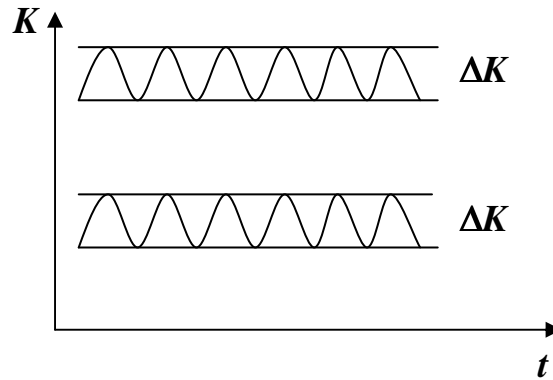


Figura 1.7.- Representación del mismo valor de ΔK para distintas condiciones de ensayo

La ecuación potencial planteada por Paris⁽¹¹⁾ concuerda con la curva encontrada experimentalmente en la zona de intensidades de esfuerzo intermedias, donde estos datos pueden ajustarse bien a una línea recta; sin embargo, para valores altos de ΔK la ecuación subestima el valor real de crecimiento, mientras que para valores bajos de ΔK la ecuación de Paris sobrestima el crecimiento de grieta.

1.4.3.- Análisis de Tensión de Grietas

La fractura de componentes dañados, puede ser estudiada a través de un análisis de esfuerzo fundamentado en conceptos de la teoría elástica. Asumiendo soluciones (funciones de tensión de Airy) con el equilibrio y los requerimientos de compatibilidad para varias configuraciones de las muestras y modelos de tensión, Westergaard⁽¹⁷⁾ pudo determinar la naturaleza de la distribución de esfuerzos en la punta de grieta.

Los campos de tensión que rodean la punta de grieta pueden ser divididos en tres modos de carga que involucran diferentes desplazamientos superficiales de la grieta, como se muestra en la figura 1.8:

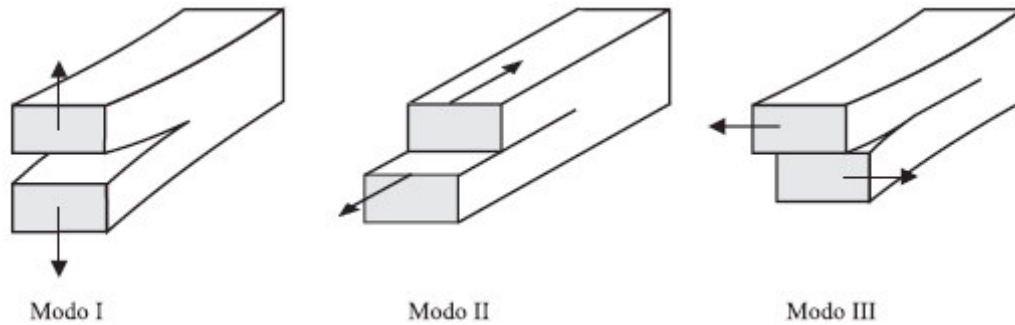


Figura 1.8.- Representación esquemática de los tres modos básicos de fractura⁽¹⁷⁾

✖ Modo I o modo normal: de separación de las caras de la grieta bajo la acción de tensiones al plano de la grieta y los desplazamientos de las paredes de la grieta son simétricos respecto a los planos X-Z y X-Y.

✖ Modo II o modo de deslizamiento: refiere al desplazamiento de las superficies de la grieta bajo la acción de tensiones de corte perpendiculares al frente de grieta.

✖ Modo III o modo de desgarre: se produce por deslizamiento y cizalladura de las superficies de la fisura, en una dirección paralela al frente de grieta.

Cualquier otro modo de carga puede ser establecido como uno de estos tres modos o una combinación de dos o tres de ellos. El modo I es el más importante, especialmente en los sólidos frágiles, ya que una grieta en un material de esta naturaleza tiene tendencia a buscar la orientación que minimiza la tensión de corte.

El modo I de carga se encuentra en la gran mayoría de las situaciones de ingeniería que involucran componentes agrietados. Consecuentemente, se ha prestado gran atención tanto a métodos analíticos como experimentales, diseñados para cuantificar las relaciones de longitud de las grietas de tensión del modo I. El modo II se encuentra menos frecuentemente. El modo III puede ser considerado como un problema de corte puro; un ejemplo sería una barra cilíndrica en torsión.

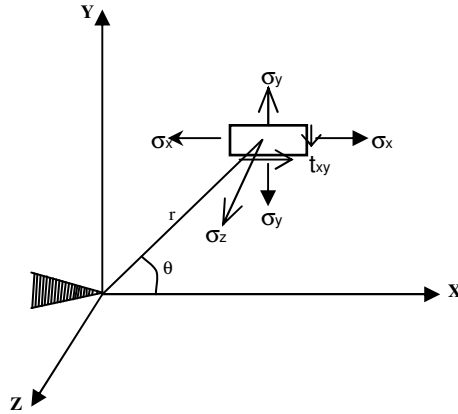


Figura 1.9.- Distribución de los esfuerzos en la punta de una grieta. ⁽¹⁷⁾

Para la notación que se muestra en la figura 1.9, los esfuerzos en la punta de la grieta se determinan mediante:

$$\begin{aligned}\sigma_y &= \frac{K}{\sqrt{2\pi.r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\ \sigma_x &= \frac{K}{\sqrt{2\pi.r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\ \tau_{xy} &= \frac{K}{\sqrt{2\pi.r}} \left[\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right]\end{aligned}\quad (\text{Ec. 1.38})$$

De la ecuación 1.38, se puede evidenciar que estos esfuerzos locales podrían elevarse a valores sumamente altos cuando r se aproxima a cero. Un importante rasgo de esta ecuación, es el hecho de que la distribución de esfuerzos alrededor de la grieta

en cualquier estructura es similar y depende únicamente de los parámetros r y θ . La diferencia entre dos componentes agrietados reside en la magnitud del parámetro K , definido como un factor de intensidad de esfuerzo. En esencia, K sirve como un factor de escala para definir la magnitud del campo de esfuerzo en la punta de la grieta. De los trabajos de Westergard⁽¹⁷⁾ se puede observar que

$$K = f(S, a) \quad (\text{Ec. 1.39})$$

donde la función depende de la configuración del componente agrietado y de la manera como se aplican las cargas. Se han determinado muchas funciones para varias configuraciones de especímenes, las cuales están disponibles en la mayoría de la literatura sobre mecánica de la fractura. En años recientes, se han determinado varias funciones del factor de intensidad de esfuerzo a partir de procedimientos matemáticos diferentes a los utilizados por Westergard⁽¹⁷⁾. Para el caso de estados planos, se usa con mucho éxito las funciones de esfuerzos introducidas por Airy. En consistencia con la ecuación 1.39, el factor de intensidad de esfuerzo se considera una función del esfuerzo y la longitud del esfuerzo.

Filosofía del Diseño

La interacción de las propiedades del material, como la resistencia a la fractura, con los esfuerzos de diseño y el tamaño de la grieta, controlan las condiciones de fractura en cualquier componente.

Por ejemplo, se observa de la figura 1.6, que la condición de fractura para una placa infinita agrietada viene dada por:

$$K = K_c = S\sqrt{\pi a} \quad (\text{Ec. 1.40})$$

donde

K_c = Propiedad del material

S = Esfuerzo de diseño

a = Tamaño de grieta permitido

Esta relación puede ser utilizada de muchas maneras para diseñar contra la falla de cualquier componente. Por ejemplo, conocido el material a ser utilizado en la construcción de algún componente o pieza, se ha fijado el valor de K_c . Adicionalmente, si se permite la presencia de una grieta estable y relativamente grande, el esfuerzo de diseño queda determinado y debe ser menor a $K_c / \sqrt{\pi \cdot a}$.

Un segundo ejemplo muestra otra faceta del diseño en el control de la fractura. Conocido el material se fija el valor de K_c , y conocido el esfuerzo al que será sometido, se determina el valor máximo permisible de la grieta a partir de la ecuación 1.40, quedando fuera del control de los diseñadores.

La importancia de la ecuación 1.40 radica en el hecho de que primero debe decirse cuál será la prioridad de diseño: ciertas propiedades del material, el nivel de esfuerzo de diseño o el tamaño de grieta que puede ser tolerado para garantizar la segura operación de la parte. Una vez que se establezca cualquier combinación de 2 de los 3 factores de diseño, el tercer factor queda definido automáticamente.

1.4.4.- Teorías que Usan el Concepto de Crecimiento de Grieta.

El concepto de crecimiento de grietas desarrollado principalmente entre los años 1950 y 1960 gozó de una gran aceptación desde que las grietas son directamente relacionadas con el daño, y desde que la tecnología moderna ha proporcionado herramientas y técnicas sofisticadas las cuales permiten mediciones de grietas muy pequeñas, incluso tan pequeñas como del orden de 1 μm . Varios modelos de crecimiento de macrogrieta en fatiga, basado en los conceptos de la Mecánica de Fractura Lineal Elástica (LEFM) fueron desarrollados a principios de los años setenta para dar cuenta de los efectos de interacción en la fase de propagación de grieta

(etapa II) del proceso de daño acumulado por fatiga. Estos modelos intentan explicar el retardo del crecimiento de la macrogrieta resultado de la sobrecarga bajo condiciones de amplitud de carga variable. Después de los principios de 1970, algunas de las nuevas teorías de daño por fatiga fueron desarrolladas basadas en el concepto de crecimiento de la microgrieta. Aunque varias son todavía fenomenológicas, estos nuevos modelos explican mucho mejor la parte física del daño que aquellos desarrollados antes de 1970.⁽¹²⁾

Modelos de crecimiento de la macrogrieta.

Un popular modelo de retardo del crecimiento de la macrogrieta por fatiga, es el modelo de Wheeler⁽¹²⁾. Este modelo asume que la tasa de crecimiento de la grieta está relacionada con la interacción de la zona plástica de la punta de la grieta bajo esfuerzos residuales compresivos originados por sobrecargas. Este modelo modifica la ecuación de la tasa del crecimiento de la amplitud de la grieta, $da/dN = C(\Delta k)^\beta$, por el factor de retardo empírico C_i .

$$\frac{da}{dN} = C_i [C(\Delta k)^\beta] \text{ donde } C_i = \left(\frac{r_{pi}}{r_{max}} \right)^h \quad (\text{Ec. 1.41})$$

Aquí r_{pi} , es el tamaño de la zona plástica asociado con el nivel i del ciclo de carga, r_{max} es la distancia desde la punta de grieta actual hasta la zona elasto-plástica más larga anterior creada por la sobrecarga, y p es un parámetro empírico condicional dependiente de la propiedades del material y del umbral de carga. Un modelo parecido de retardo basado en la plasticidad de la punta de la grieta es el modelo de Willenborg⁽¹²⁾. Este modelo usa un factor de intensidad de carga efectiva en la punta de la grieta, $(\Delta k_{eff})_i$ para reducir el factor de intensidad de carga aplicado en la punta de la grieta, Δk_i , debido al incremento de esfuerzos compresivos residuales en esta zona inducidos por las sobrecargas. La reducción en Δk aplicado es una función del

tamaño instantáneo de la zona plástica en el nivel i del ciclo de carga y del máximo tamaño de la zona plástica causado por la sobrecarga. Sin embargo, a diferencia del modelo de Wheeler⁽¹²⁾, el modelo de Willenborg⁽¹²⁾ no requiere de un parámetro condicional empírico.

Basado en sus observaciones experimentales, Elber⁽¹²⁾ sugirió que la grieta por fatiga puede cerrarse con esfuerzos de tensión aplicados remotamente, debido a la presencia de una zona de esfuerzos residuales compresivos en la estela de la punta de la grieta. Esto resulta en una reducción de la fuerza de empuje para el crecimiento de la grieta por fatiga, ya que se necesita una intensidad de esfuerzo adicional para abrir nuevamente la grieta. El factor de intensidad de carga que contiene la grieta se convierte en un factor de intensidad de carga efectiva basado en el rango de carga efectiva, $\Delta S_{eff} = S_{max} - S_{op}$, donde S_{op} es el esfuerzo de apertura de la punta de la grieta. Otros modelos de cierre de grieta también han sido desarrollados; estos incluyen los realizados por Newman⁽¹²⁾, Dill et al⁽¹²⁾, Fuhring y Seeger⁽¹²⁾ y de Koning⁽¹²⁾. La dificultad del uso de modelos de cierre de grieta está en la determinación del esfuerzo de apertura, S_{op} . El modelo de Newman⁽¹²⁾ predice el esfuerzo de apertura de la grieta por medio de un procedimiento de solución iterativa para el cálculo de cierre ciclo por ciclo, y usa la técnica del elemento finito detallado. Adicional a la plasticidad inducida en el cierre de la grieta, otras formas de cierre de grieta por fatiga pueden aparecer de la corrosión (cierre oxido inducido), rugosidad en la superficie de fractura (cierre de rugosidad inducida) y otros factores microestructurales y ambientales como los categorizados por Ritchie⁽¹²⁾ y Suresh⁽¹²⁾.

También han sido propuestos modelos estadísticos del crecimiento de la macrogrieta, en los cuales la tasa de aumento de la grieta está relacionada a un rango de factor de intensidad de carga efectiva basado en la curva característica probabilidad-densidad del umbral de carga. El rango de factor de intensidad de carga efectiva descrito en términos de la raíz cuadrada del valor promedio del rango de

factor de intensidad de carga, Δk_{rms} propuesto por Barson⁽¹²⁾ está dado por

$$\Delta k_{rms} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta K_i^2}{n}}, \text{ donde } \Delta k_i \text{ es el factor de intensidad de carga en el ciclo } i \text{ en una}$$

secuencia de n ciclos de carga. Estos modelos son empíricos y no consideran los efectos de secuencia de carga como es la tasa de retardo del crecimiento de grieta.

Ley doble exponencial.

Para la acumulación de daño en el inicio de la grieta y crecimiento en la etapa I, Miller y Sacarí⁽¹²⁾ introdujeron una relación exponencial entre la longitud de la grieta y la vida transcurrida por cada fase. El enfoque es hasta ahora llamado ley doble exponencial. En este modelo el daño es normalizado como: $D = a/a_f$ donde a y a_f son las longitudes instantáneas y final de la grieta, respectivamente. Luego Ibrahim y Miller⁽¹²⁾, modificaron significativamente este modelo. Basado en el mecanismo de crecimiento de grietas muy pequeñas, el comportamiento de propagación de la grieta en la Etapa I fue luego descrita matemáticamente en una forma similar a la expresada por la LEFM para el crecimiento en la etapa II como:

$$\frac{da}{dN} = \phi (\Delta \gamma_p)^\alpha a \quad (\text{Ec. 1.42})$$

donde ϕ y α , son constantes del material, y $\Delta \gamma_p$ es el rango de deformación plástica. De esta ecuación, puede ser encontrada una relación entre la tasa del ciclo inicial, r_1 , y la tasa del ciclo final, r_2 , en ciclo de 2 niveles, para r_1 por encima del límite de iniciación, $r_1 = N_{II}/N_{f1}$. Para determinar el límite de fase entre el comienzo y la propagación de la etapa I, son recolectados datos de una serie de pruebas por deformación controlada de dos niveles y graficados en el marco r_1 - r_2 . Un

ejemplo de este tipo de gráfico y su comparación con la teoría lineal se muestra en la figura 1.10.

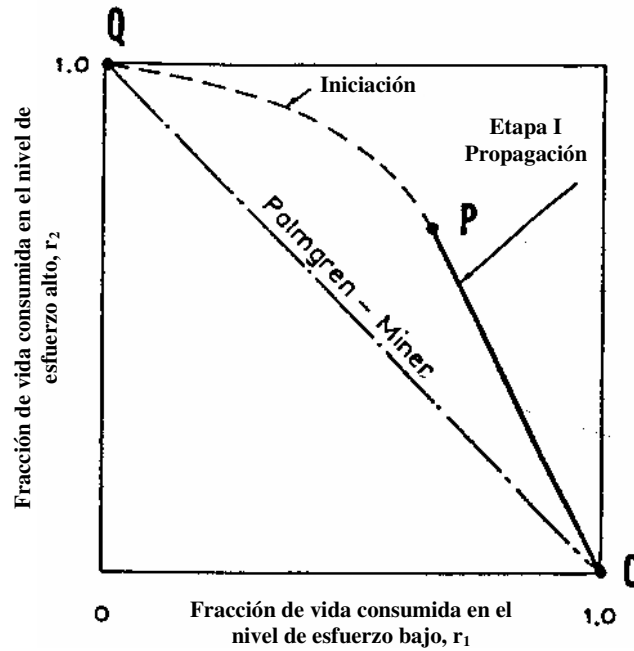


Figura 1.10.- Representación esquemática de la curva de daño acumulado basado en el modelo modificado de Ibrahim-Miller en un ensayo de 2 niveles de esfuerzo L-H.⁽¹²⁾

En un estudio posterior hecho por Miller e Ibrahim⁽¹²⁾, datos de N_i y a_i , fueron correlacionados con los valores correspondientes del rango de deformación plástica, $\Delta\gamma_p$, por medio de una función de potencia. El límite de fase en el marco D-r también está definido a través $\Delta\gamma_p$. La ecuación de daño para la propagación en la etapa I puede, de esta forma, ser descrita como

$$D = \frac{a}{a_f} = \left(\frac{a_I}{a_f} \right)^{\frac{1-r}{1-r_1}} \quad (\text{Ec. 1.43})$$

Como se sintetiza en la figura 1.11 para líneas de daño a varios rangos de niveles de deformación, la ecuación anterior representa una serie de segmentos de

rectas radiados desde el punto (1.0;1.0) y culminados en el límite de fase definido por $(N_f/N_f; a_f/a_f)$. Sin embargo, el modelo predictivo de acumulación de daño en la fase de iniciación aún no se ha establecido, pero se indica, sólo esquemáticamente, por curvas punteadas. Las dificultades de modelar esta fase del daño no podrán ser superadas, a menos que los mecanismos de daño de este régimen sean bien entendidos.

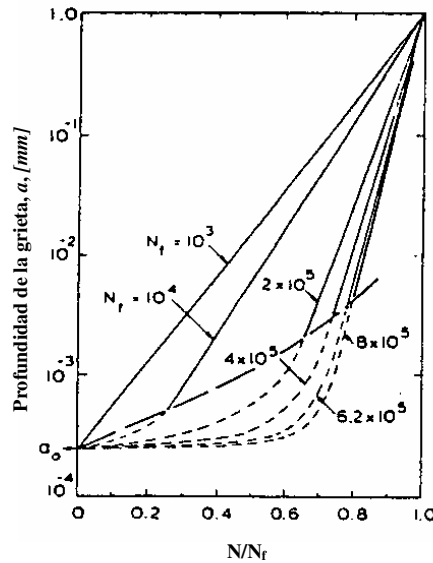


Figura 1.11.- Síntesis del daño acumulado por fatiga a varios niveles de esfuerzo basado en la ley doble exponencial propuesta por Ibrahim y Millar.⁽¹²⁾

Teoría de la grieta corta.

Miller y colaboradores⁽¹²⁾ investigaron el comportamiento de grietas cortas y propusieron que la iniciación de la grieta ocurre inmediatamente en metales sometidos a fatiga, y que la vida a la fatiga está enteramente determinada por el período de propagación de la grieta desde una entalla de tamaño inicial a_0 . Las dos primeras fases fueron renombradas como: crecimiento de grieta microestructuralmente corta (MSC) y crecimiento de grieta físicamente corta (PSC), en vez de iniciación y propagación en la etapa I. MSC y PSC, son ambas grietas a

modelar usando mecánica de fractura elasto-plástica (EPFM). El comportamiento de crecimiento en grietas MSC está significativamente influenciado por la microestructura, adicionalmente a las condiciones de carga. El límite de fase entre las grietas MSC y PSC y aquel entre EPFM y LEFM son representados sistemáticamente en la figura 1.12. Ésta es una modificación del diagrama $\Delta S - a$ de Kitagawa-Takahashi por Brown⁽¹²⁾. Basado en observaciones experimentales y análisis de datos, los modelos de crecimiento de grieta para MSC y PSC fueron establecidos y matemáticamente descritos como:

$$\frac{da}{dN} = B(\Delta\gamma)^m (d - a) \quad \text{para MSC}_s: \quad a_0 \leq a \leq a_t \quad (\text{Ec. 1.44.a})$$

$$\frac{da}{dN} = Q(\Delta\gamma)^\beta a - C \quad \text{para PSC}_s: \quad a_t \leq a \leq a_f \quad (\text{Ec. 1.44.b})$$

donde B , Q , α y β son constantes obtenidas por ajustes de datos experimentales; $\Delta\gamma$ es el rango de deformación, a_t es la longitud de la grieta correspondiente a la transición entre el crecimiento MCS y la propagación PSC, d representa el tamaño de barrera, y C es la tasa de crecimiento de grieta en la condición de umbral. La forma matemática de las ecuaciones 1.44.a y 1.44.b parecen convenientes para la aplicación en el análisis de la acumulación de daño por fatiga. Sin embargo, la física y validez de la teoría de la grieta corta todavía necesita bastantes evidencias experimentales.

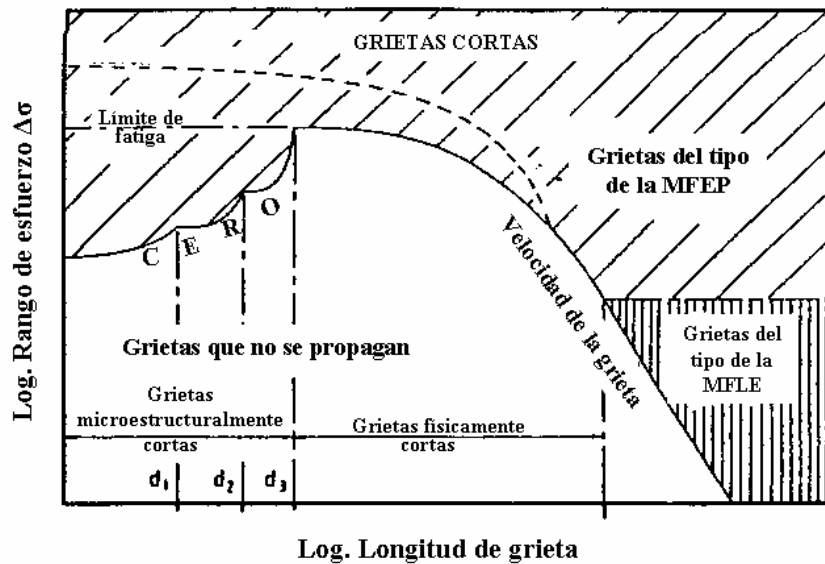


Figura 1.12.- Diagrama modificado $\Delta S-a$ de Kitagawa-Takahashi que muestra los límites entre las grietas del tipo GMC (grietas microestructuralmente cortas) y GFC (grietas físicamente cortas) y entre las grietas de la MFLE y la MFEP⁽¹²⁾

1.5.- Determinación de los Esfuerzos en Probetas Cilíndricas Sometidas a Flexión Rotativa.

Una probeta sometida a flexión rotativa presenta una condición de sollicitaciones internas mostradas en la figura 10 donde un punto x se encuentra cargado de la siguiente manera:

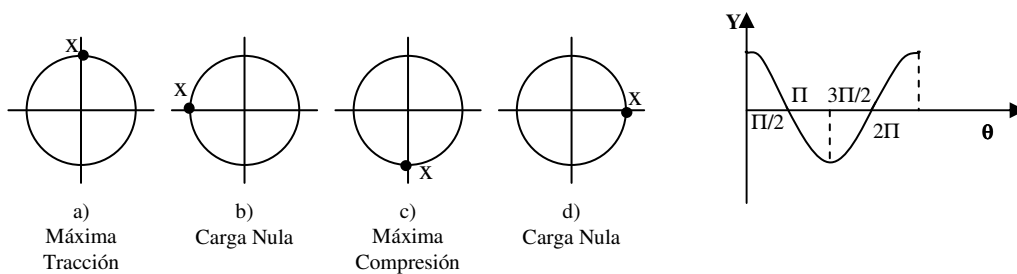


Figura 1.13.- Esfuerzo en un punto superficial de la probeta vs. Ángulo de recorrido.⁽¹⁶⁾

Como se puede apreciar, la carga sobre la probeta cilíndrica es sinusoidal. Generalmente en los ensayos de fatiga en los cuales se controla el nivel de esfuerzo, uno de los factores que no dependen del material que cobra mayor importancia es la relación entre el mínimo y el máximo esfuerzo R . Un factor $R=-1$ implica un ensayo de fatiga simétrico, es decir, con un esfuerzo medio igual a cero (como lo es el caso de flexión rotativa), mientras que para valores diferentes de $R=-1$, se refieren a ensayos con esfuerzo medio no nulo.

1.6.- Frente de Grieta en una Barra Cilíndrica Sometida a Flexión Rotativa.

Cuando una grieta por fatiga avanza hacia el interior de una pieza con sección circular, forma una curva característica que depende de la sensibilidad del material. Una grieta en un material frágil, tiende a crecer más rápidamente en la superficie altamente esforzada que hacia el interior de la pieza. Es por esto que las llamadas “marcas de playa” (las cuales constituyen el frente de grieta) tienen sus puntos más alejados del origen de la grieta que los puntos interiores de la probeta, originándose un patrón de curvas convexo. Por el contrario, en una grieta en un material dúctil, los puntos interiores de las marcas de playa están más alejados del origen de la grieta que los puntos de la periferia, creándose así un patrón cóncavo. Los dos tipos de crecimiento se presentan en la figura 1.14.

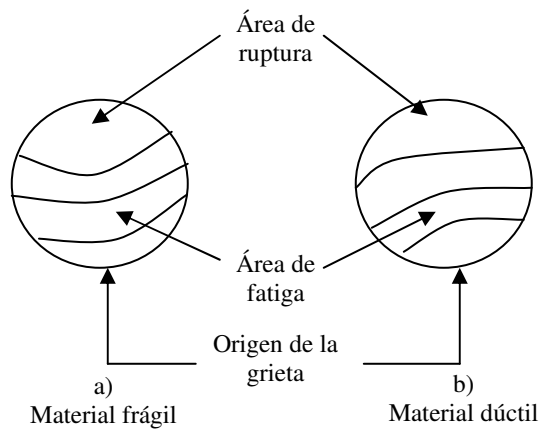


Figura 1.14.- Representación esquemática del crecimiento de una grieta en a) un material frágil y b) un material dúctil.⁽¹⁶⁾

En la figura 1.15 se muestra el efecto de los altos y bajos niveles de esfuerzo en el frente de grieta. La superficie sombreada representa el área final de fractura, también conocida como área de sobrecarga, y la zona clara representa el área de fractura por fatiga. Un esfuerzo nominal alto sugiere un área de fractura por sobrecarga grande y poco avance de la grieta por fatiga. Por el contrario, un material sometido a un esfuerzo nominal bajo presentará un área pequeña de fractura por sobrecarga y un gran avance de la grieta por fatiga. En la figura, las flechas punteadas representan la dirección del avance de la grieta.

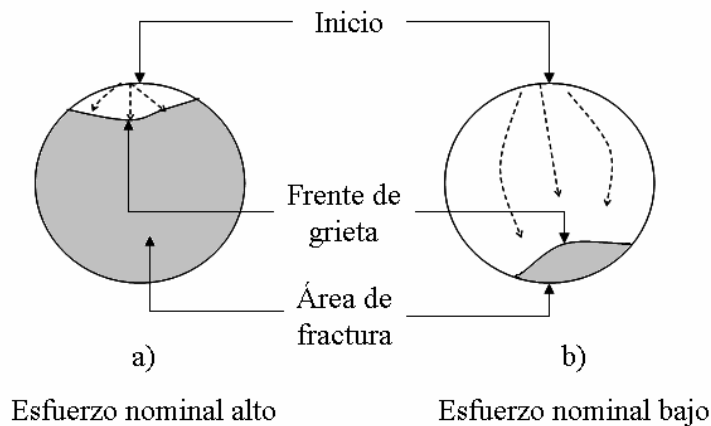


Figura 1.15.- Esquema de superficies de fractura en barras cilíndricas sometidas a fatiga por flexión rotativa.⁽¹⁶⁾

CAPÍTULO II

Procedimiento Experimental

2.1. Material Base

El material ensayado fue suministrado en forma de barras de 1¼ pulgadas de diámetro. Las mismas estaban constituidas de acero AISI 4340 templado y revenido, cuyas propiedades mecánicas fueron determinadas previamente por Ochoa E⁽²⁶⁾. las cuales están representadas en la siguiente tabla:

Tabla 2.1.- Propiedades mecánicas del acero AISI 4340 determinadas por Ochoa E. en su trabajo especial de grado

Resistencia a la Tracción	Esfuerzo de fluencia	% de reducción de área
1198 Mpa	1023 Mpa	56

2.2. Maquinado y Preparación Superficial de las Probetas.

Para la realización de los ensayos fue necesario el corte y maquinado de las probetas según la norma ASTM E606, los cuales se realizaron en el Taller de Mecanizado J.V. Luego de las operaciones de maquinado, se realizó la preparación superficial de las probetas de ensayo mediante el lijado y pulido con papeles abrasivos de SiC de granulometrías 400, 600, 1000 y 1200 y posteriormente con alúmina de 1 micra en un torno de baja velocidad marca MYFORD, modelo ML7-R perteneciente al Laboratorio de Ensayos Mecánicos de la Escuela de Ingeniería Metalúrgica y Ciencia de los Materiales. El proceso de pulido se realizó en forma paralela al eje longitudinal de los especímenes mientras giraban en el torno para lograr un acabado uniforme en toda la superficie y así eliminar la gran cantidad de marcas circunferenciales que dejan las operaciones de maquinado. Estas marcas pueden traducirse en concentradores de esfuerzos, actuar como una entalla y precipitar la fractura de la probeta. Como el objetivo de la investigación no es el estudio de especímenes bajo estas condiciones superficiales, se realizó la preparación superficial de los mismos a fin de minimizar la influencia de la condición superficial sobre la vida a fatiga de la probeta.

En lo referente a las dimensiones de las probetas para ambos ensayos, fatiga a carga constante y a carga variable, se establecieron los siguientes valores de acuerdo a lo especificado en la norma antes mencionada: el diámetro de los hombros de las muestras fue de 12,7 mm y de 101,6 mm de longitud. Las dimensiones de la sección calibrada son las siguientes: diámetro menor de la sección de ensayo (ϕ) igual a 6,35 mm y el radio continuo de la sección de ensayo (R) igual a 58,74 mm.

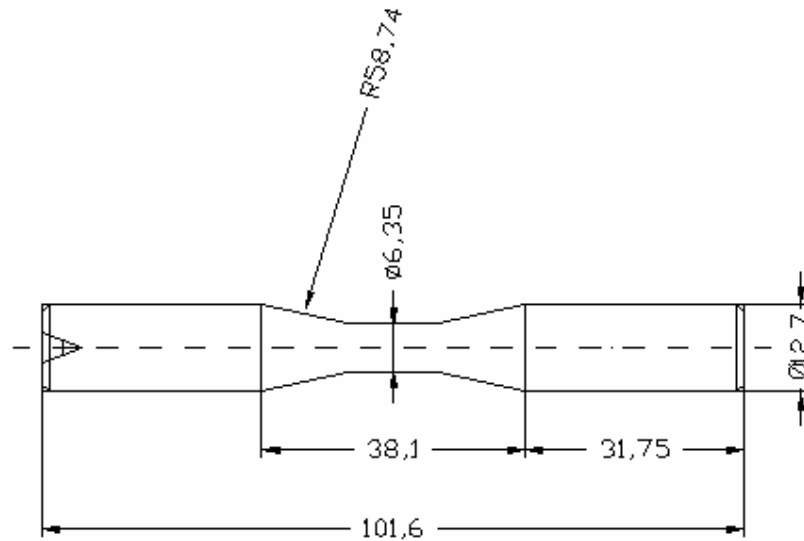


Figura 2.1. Dimensiones de las probetas de fatiga

2.3. Ensayos de Fatiga.

Los ensayos de fatiga fueron realizados en su totalidad en un equipo de flexión rotativa de la compañía Fatigue Dynamics modelo RBF – 200 (figura 2.2) perteneciente al Laboratorio de Ensayos Mecánicos de la Escuela de Ingeniería Metalúrgica y Ciencia de los Materiales U.C.V.



Figura 2.2.- Equipo Fatigue Dynamics modelo RBF – 200

Este equipo induce sobre la probeta una condición de flexión rotativa. Para lograr tal condición la probeta es sujeta por uno de sus extremos al eje de rotación fijo del equipo, mientras el otro extremo de la probeta es fijado a un brazo de carga cónico, por medio del cual se aplica la carga con la ayuda de una regleta metálica directamente conectada al brazo de carga, sobre la cual se desplaza una pesa calibrada para generar diferentes magnitudes de momento flector sobre la probeta de acuerdo con la carga que se desee aplicar a la misma.

Recientemente, se habían realizado 30 ensayos a cinco niveles distintos de esfuerzo (correspondientes a 50, 54, 60, 64 y 68% del esfuerzo de fluencia del material, determinados por Antonio Ramos⁽²⁷⁾ en su trabajo especial de grado) numéricamente estos esfuerzos corresponde a 550, 574, 614, 654 y 694 MPa., se utilizaron así 6 probetas para cada nivel de esfuerzo. Adicionalmente, se ensayaron 4 probetas a 820 MPa (80% del esfuerzo de fluencia del material) para obtener una extensión de la curva de Whöler hallada por Ramos⁽²⁷⁾.

El nivel de esfuerzo aplicado sobre la probeta es una función del momento flector que se genera en la regleta metálica del equipo y puede expresarse de la siguiente manera:

$$S = \frac{MxC}{I} \Rightarrow M = \frac{SxI}{L} \quad (\text{Ec. 2.1})$$

donde:

M es el momento flector dado en Nm.

S es el esfuerzo aplicado dado en MPa.

I es el momento de inercia de la sección transversal dado en mm^4 .

$L = Diam/2$, es la distancia desde el eje neutro de carga hasta la superficie de la probeta dado en mm.

$Diam$ = es el diámetro de la probeta dado en mm.

Sabiendo que para una barra de sección transversal circular se tiene que:

$$I = \frac{\pi.Diam^4}{64} \quad (Ec. 2.2)$$

Sustituyendo se tiene que:

$$M = \frac{S.\pi.Diam^3}{32} \quad (Ec. 2.3)$$

Simplificando, el momento flector de la máquina queda expresado, en Lbf.pulg, como:

$$M = 0,0982.S.Diam^3 \quad (Ec. 2.4)$$

Al realizar el cambio de unidades de Lbf a Newton y de pulgadas a mm, nos queda que la ecuación utilizada para calcular el momento flector del equipo en función del esfuerzo a aplicar es:

$$M = 0,00087.S.Diam^3 \quad (Ec. 2.5)$$

donde:

M es el momento flector en N.m

S es el esfuerzo a aplicar en MPa

$Diam$ es el diámetro de la probeta en mm.

De esta manera, luego de colocar el momento flector en el equipo, correspondiente al esfuerzo a aplicar sobre la probeta, se da inicio al ensayo en el cual se le induce, como se dijo anteriormente, una condición de flexión rotativa a la probeta hasta producirse la falla de la misma, momento en el cual el equipo se detiene automáticamente y con ayuda de un dispositivo contador adaptado al equipo, se conoce el número de ciclos de carga aplicados por el mismo hasta la fractura de la probeta (N_f). Es importante destacar que el equipo de la Fatigue Dynamics modelo RBF – 200 controla también la frecuencia de aplicación de la carga sobre la probeta, mediante un mando que nos permite variar las revoluciones de la probeta en el equipo desde 500 hasta 10.000 r.p.m según la frecuencia en que se desee trabajar. En nuestro caso la totalidad de los ensayos fueron realizados a 3.000 r.p.m (60 Hz), la cual se logró mediante la calibración de la máquina a través de una perilla rotativa.

2.4. Construcción de la Curva Wöhler del Material.

Los datos obtenidos en los ensayos de fatiga se representaron en una gráfica denominada Curva de Wöhler, en la cual se colocó la amplitud del esfuerzo aplicado (S) en el eje de las ordenadas y el número de ciclos a falla (N_f) en el eje de las abscisas.

Para obtener una mejor visualización de los resultados, la Curva de Wöhler se graficó en escala doble logarítmica; los puntos así generados se pueden aproximar mediante una línea recta y así se obtiene la ecuación de Basquin que es una ley potencial de la forma:

$$S_a = S_f (N)^b \quad (\text{Ec. 2.6})$$

donde:

S_a es la resistencia a la fatiga del material.

S_f es el coeficiente de resistencia a la fatiga.

N es el número de ciclos.

b es el exponente de Basquin.

Los parámetros de la ecuación de Basquin fueron determinados mediante el método de regresión lineal recomendado por la norma ASTM E-739.

2.5. Ensayos de Daño Acumulado en Cuatro Niveles de Esfuerzo.

Luego de evaluada la resistencia a la fatiga del material, se diseñaron los ensayos de daño acumulado a cuatro niveles de esfuerzos, a saber, 574, 614, 694 y 820 MPa, los cuales fueron utilizados para los ensayos de fatiga. Es importante destacar que el menor esfuerzo, 574 MPa, se eligió por debajo del límite de fatiga del material, que corresponde a 591,5 MPa, hallado anteriormente por Ochoa, E⁽²⁶⁾, en su trabajo especial de grado.

Se realizaron 3 tipos de ensayos de daño acumulado; en el primero de ellos se utilizaron combinaciones aleatorias de los cuatro niveles de esfuerzos antes mencionados. En estos ensayos se consumió una fracción de vida del material (X_c) de 0,25 (considerando que la acumulación de daño fuese lineal) en cada uno de los tres primeros niveles de esfuerzo, con excepción del esfuerzo de 574MPa para el que se decidió aplicar 83.500 ciclos, y luego se llevó la probeta a falla al último nivel de esfuerzo. Se utilizaron seis combinaciones diferentes, ensayando dos probetas para cada una de las cinco primeras combinaciones y una probeta para la última combinación, dando un total de 11 probetas. El orden de aplicación de los esfuerzos puede apreciarse en la tabla que se muestra a continuación:

Tabla 2.2.-.Combinaciones de esfuerzo del primer tipo de ensayos

Ensayo	S ₁ [Mpa]	S ₂ [Mpa]	S ₃ [Mpa]	S ₄ [Mpa]
1 y 2	614	574	694	820
3 y 4	820	614	574	694
5 y 6	574	694	820	614
7 y 8	820	694	614	574
9 y 10	694	820	574	614
11	694	574	614	820

Adicionalmente, se ensayaron dos probetas consumiendo una fracción de vida del material de 0,4 y una probeta consumiendo una fracción de vida del material de 0,3 para el primer nivel de esfuerzo, luego se consumió una fracción de vida de 0,25 para cada uno de los dos niveles siguientes, a excepción de 574Mpa. Para finalizar, se llevaron las probetas a falla en el último nivel de esfuerzo para un total de 3 probetas. El orden de aplicación de los esfuerzos en esta etapa de los ensayos se muestra a continuación:

Tabla 2.3.-. Combinaciones de esfuerzo del segundo tipo de ensayos

Ensayo	S ₁ [Mpa]	S ₂ [Mpa]	S ₃ [Mpa]	S ₄ [Mpa]
12	614	820	694	574
13	614	694	820	574
14	614	694	574	820

Seguidamente se ensayaron dos probetas en las que se consumió una fracción de vida del material de 0,1 por cada bloque de esfuerzo superior al límite de fatiga, repitiendo la secuencia hasta lograr la fractura. Para el esfuerzo de 574 MPa, se aplicaron 33.400 ciclos.

Tabla 2.4.-. Combinaciones de esfuerzos del tercer tipo de ensayos

Ensayo	S ₁ [Mpa]	S ₂ [Mpa]	S ₃ [Mpa]	S ₄ [Mpa]
15 y 16	614	820	694	574

Estos tres tipos de ensayo de daño acumulado dieron un total de 16 probetas ensayadas.

Una vez finalizadas estas tres etapas de daño acumulado, se procedió a realizar ensayos a un nivel de esfuerzo de 614 MPa para tomar réplicas plásticas sobre la superficie de las probetas y observarlas posteriormente en un microscopio marca LECO, modelo IA-3001 perteneciente al Laboratorio de Ciencia de Nuevos Materiales y Corrosión (CENMACOR) de la Escuela de Ingeniería Metalúrgica y Ciencia de los Materiales de la U.C.V, para así determinar el crecimiento de grietas. Este microscopio cuenta con un software para metalografía cuantitativa y tiene adaptado una cámara digital y un equipo de procesamiento de

imágenes que permite medir a escala deseada, cualquier parte del espécimen fotografiado. La toma de réplicas es una técnica que permite crear copias fieles de la superficie de un material para que luego puedan ser observadas bajo el microscopio. Para la obtención de las réplicas, las probetas montadas en la máquina de ensayos de fatiga se rociaban con acetona y luego se les colocaba encima una laminilla de acetato de 0,3mm de espesor aproximadamente, la cual, bajo la acción de la acetona, se ablanda y se adhiere completamente a la superficie de la probeta. Una vez que la laminilla se encontraba completamente seca, se retiraba de la probeta y se colocaba en un sobre de papel debidamente identificado.

Por último, se realizaron 3 ensayos a 614 MPa; dos de ellos tomando réplicas cada vez que un 10% de la vida del material se consumiera hasta alcanzar la fractura y el otro, tomando réplicas cada vez que la vida del material se consumiera en un 5% hasta alcanzar el 30% de la misma. A partir de allí, se tomaron réplicas cada 10% de la vida consumida hasta la fractura.

2.6. Estimación del daño en el material.

Para analizar los datos obtenidos en los ensayos de daño, se procedió a graficar los valores de Daño vs. Número de ensayo. Los valores de daño fueron obtenidos a través de las ecuaciones presentadas por tres teorías diferentes, a saber, la teoría lineal de daño propuesta por Miner⁽¹²⁾, la teoría no lineal de daño acumulado propuesta por Henry⁽¹²⁾ y la teoría de daño propuesta en este trabajo especial de grado basada en la ecuación de Paris⁽¹¹⁾ de la mecánica de fractura y la ecuación propuesta por Brown⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾ para grietas cortas usando la idea de barreras microestructurales.

La teoría de Miner⁽¹²⁾ se expresa por medio de la siguiente ecuación:

$$D = \sum r_i = \sum \frac{n_i}{N_{fi}} \quad (\text{Ec. 2.7})$$

donde

D = Daño

n_i = Ciclos aplicados para el valor de esfuerzo i

N_{fi} = Ciclos de falla para el valor de esfuerzo i .

El daño acumulado para cada ensayo según la teoría no lineal de Henry⁽¹²⁾, se calculó como sigue:

El valor de k_0 (valor constante para todos los ensayos) se halla intersectando la gráfica S-N en escala doble logarítmica con el eje de las abscisas. Esta gráfica se obtiene mediante la ecuación de la hipérbola equilátera descrita por Henry a través de la ecuación:

$$N = \frac{k_0}{S - E_0} \quad (\text{Ec. 2.8})$$

donde

N = número de ciclos a falla a una amplitud de esfuerzo S

S = amplitud del esfuerzo aplicado.

k_0 = constante del material

E_0 = límite de fatiga original del material

Una vez hallado el valor de K_0 , se procede a hallar el nuevo valor del límite de fatiga del material E , luego de aplicado el primer bloque de esfuerzo mediante la ecuación:

$$E_1 = \frac{S_1 \left(1 - \frac{n_1}{N_0} \right)}{\left(\frac{S_1 - E_0}{E_0} \right) + \left(1 - \frac{n_1}{N_0} \right)} \quad (\text{Ec. 2.9})$$

donde

E_1 = nuevo límite de fatiga del material luego de aplicado S_1

E_0 = límite de fatiga original del material.

S_1 = primer bloque de esfuerzo aplicado.

n_1 = número de ciclos aplicados a la amplitud de esfuerzo S_1

N_0 = número de ciclos a falla bajo el esfuerzo S_1 considerado para los ensayos de fatiga.

Seguidamente, se halla el nuevo valor de la constante k del material mediante la relación:

$$k_1 = \frac{k_0 E_1}{E_0} \quad (\text{Ec. 2.10})$$

Con los valores de k_1 y E_1 , se procede a obtener la nueva curva S-N del material que definirá el valor de N para el segundo bloque de esfuerzo aplicado:

$$N_1 = \frac{k_1}{S_2 - E_1} \quad (\text{Ec. 2.11})$$

Finalmente, se calcula el valor de daño luego de aplicado el primer bloque de esfuerzo mediante:

$$D_1 = 1 - \frac{E_1}{E_0} \quad (\text{Ec. 2.12})$$

Se repite la secuencia de ecuaciones desde la 2.9 hasta la 2.12 tantas veces como bloques de esfuerzo hayan o hasta que la teoría indique la fractura del material, lo cual ocurrirá cuando n_i sea mayor a N_{i-1} .

El cálculo del daño acumulado en el material, con base en el modelo propuesto en el presente trabajo especial de grado, fue obtenido como sigue:

Se consideran dos etapas de crecimiento de grietas, la etapa I que incluye tamaños de grietas desde 1 micra hasta a^* (grietas cortas) y la etapa II que incluye grietas desde a^* hasta la fractura a_c (grietas largas).

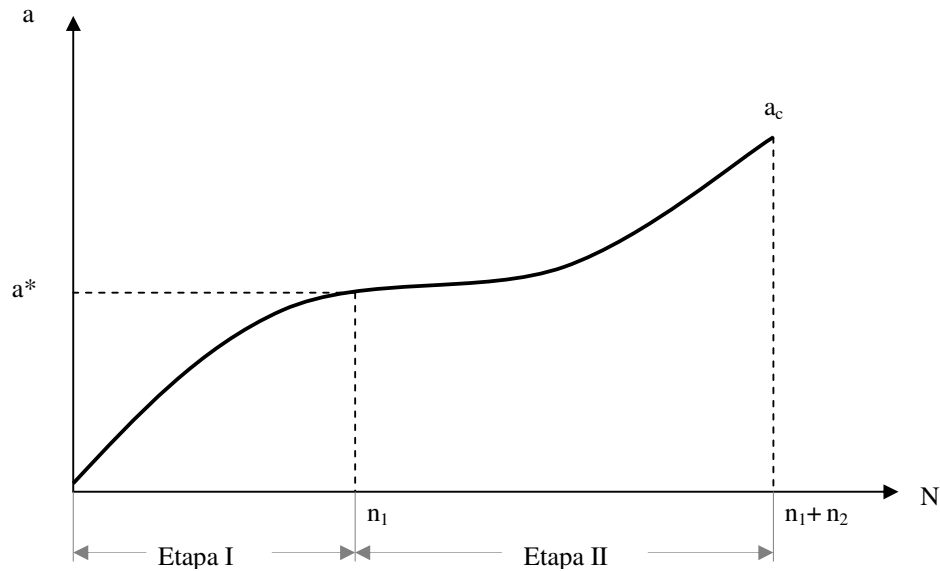


Figura 2.3.- Tamaño de grieta vs. Número de ciclos

Se toma el modelo de grieta corta de Brown-Hobson ⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾:

$$\frac{da}{dN} = B(\Delta\gamma)^m (d - a) \quad (\text{Ec. 2.13})$$

donde:

B y m = constantes del material

$\Delta\gamma$ = Variación en la deformación

d = tamaño de la barrera microestructural

Sin embargo, como se analiza en la zona elástica el modelo queda de la forma:

$$\frac{da}{dN} = A.(d - a) \quad (\text{Ec. 2.14})$$

donde

$$A = \text{cte.} (\Delta S)^m$$

$$\Delta S = S = \text{amplitud del esfuerzo} \quad \text{siendo } A = f(S)$$

Se integra sobre las grietas cortas y se tiene:

$$\int_0^{a^*} \frac{da}{d-a} = \int_0^{n_1} A.dN \quad \rightarrow \quad \ln\left(\frac{d}{d-a^*}\right) = A.n_1 \quad (\text{Ec. 2.15})$$

Se despeja n_1

$$n_1 = \frac{1}{A} \left(\ln \frac{d}{d-a^*} \right) \quad (\text{Ec. 2.16})$$

Por otro lado, la teoría de Paris⁽¹¹⁾ viene dada por

$$\frac{da}{dN} = C.(S.Y\sqrt{\pi.a})^n \quad (\text{Ec. 2.17})$$

donde

C = la intersección de la recta con el eje da/dN .

n = pendiente de la recta.

S = amplitud de esfuerzo aplicado.

Y = Factor geométrico del material.

a = tamaño de la grieta.

Las constantes C y n fueron obtenidas del trabajo especial de grado realizado por Ochoa. E⁽²⁶⁾. En esta investigación se asumió un frente de grieta con forma elíptica, por lo que el factor geométrico se obtuvo mediante la ecuación sugerida por Toribio et al⁽¹¹⁾:

$$Y = 0.821 - 0.486 \left(\frac{a}{Diam} \right) + 2.003 \left(\frac{a}{Diam} \right)^2 \quad (\text{Ec. 2.18})$$

donde

a = tamaño de la grieta.

$Diam$ = diámetro de la probeta.

Se igualan las velocidades de crecimiento de grieta corta (Modelo de Brown-Hobson⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾) y grieta larga (Ecuación de Paris⁽¹¹⁾) para el momento en el que $a = a^*$, logrando así colocar A en función de a^*

$$A = \frac{C.Y^{*n} S^n \pi^{n/2} a^{*n/2}}{d - a^*} \quad (\text{Ec. 2.19})$$

donde $Y^* = Y$ evaluado en a^*

Se buscan los valores de a_c para cada nivel de esfuerzo, haciendo uso del sistema de ecuaciones:

$$Y_c = 0.821 - 0.486 \left(\frac{a_c}{Diam} \right) + 2.003 \left(\frac{a_c}{Diam} \right)^2 \quad (\text{Ec. 2.20})$$

$$a_c = \frac{K_{ic}^2}{Y_c^2 S^2 \pi} \quad (\text{Ec. 2.21})$$

donde:

$Y_c = Y$ evaluado en a_c

a = tamaño de grieta

$Diam$ = diámetro de la probeta

K_{ic} = constante del material

S = amplitud del esfuerzo aplicado

La constante K_{ic} fue obtenida del trabajo especial de grado realizado por Ochoa. E⁽²⁶⁾.

De esta forma, se hallan los valores de a_c para cada nivel de esfuerzo y para cada ensayo.

Se integra la ecuación de Paris⁽¹¹⁾ y se consigue n_2

$$\int_{a^*}^{a_c} \frac{da}{a^{n/2} Y^n} = \int_0^{n_2} CS^n \pi^{n/2} \rightarrow n_2 = \frac{1}{CS^n \pi^{n/2}} \int_{a^*}^{a_c} \frac{da}{a^{n/2} Y^n} \quad (\text{Ec. 2.22})$$

Se suma $n_1 + n_2$, se iguala a N_f y se halla el valor de a^* para cada nivel de esfuerzo aplicado. Este procedimiento no es válido para el esfuerzo de 574 MPa, ya que está por debajo del límite de fatiga y el N_f es infinito. Para obtener el valor de a^* se grafica A vs. S en escala doble logarítmica partiendo de la ecuación 2.14 y una vez obtenida la ecuación de la recta, se halla el valor de A para el esfuerzo de 574 MPa mediante el método de regresión lineal. Se sustituye el valor encontrado en la ecuación 2.19 y se despeja el valor de a^* .

Posteriormente se aplican los modelos de Brown-Hobson⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾ y Paris⁽¹¹⁾ en los ensayos realizados, y se comparan los valores obtenidos de tamaño de grieta con los valores de a^* y a_c hallados para cada nivel de esfuerzo dentro de cada ensayo.

CAPÍTULO III

Resultados y Análisis

3.1.- Ensayos de Fatiga

En la tabla 3.1, se presentan los resultados obtenidos en los ensayos de fatiga para determinar el número de ciclos a falla promedio a un esfuerzo de 820 MPa. En la tabla se presentan los valores de diámetro, ciclos a falla y promedio para las cuatro probetas ensayadas.

Tabla 3.1.- Resultados de los ensayos de fatiga para el esfuerzo de 820 MPa.

Ensayo	Diámetro [mm]	N _f
1	6,5	28.400
2	6,2	17.400
3	6,41	17.300
4	6,43	36.000
Promedio		24.775

En la figura 3.2 se muestra la curva *S-N* en escala doble logarítmica realizada con los valores obtenidos para el esfuerzo de 820 MPa en este trabajo y los obtenidos por Antonio Ramos⁽²⁷⁾ en su trabajo especial de grado. En la tabla que se presenta a continuación se indican dichos valores de falla en función del nivel de esfuerzo aplicado.

Tabla 3.2.- Valores de vida a la fatiga para cada nivel de esfuerzo aplicado.

Esfuerzo aplicado [MPa]	574	614	694	820
N _f	∞	207.680	73.950	24.775

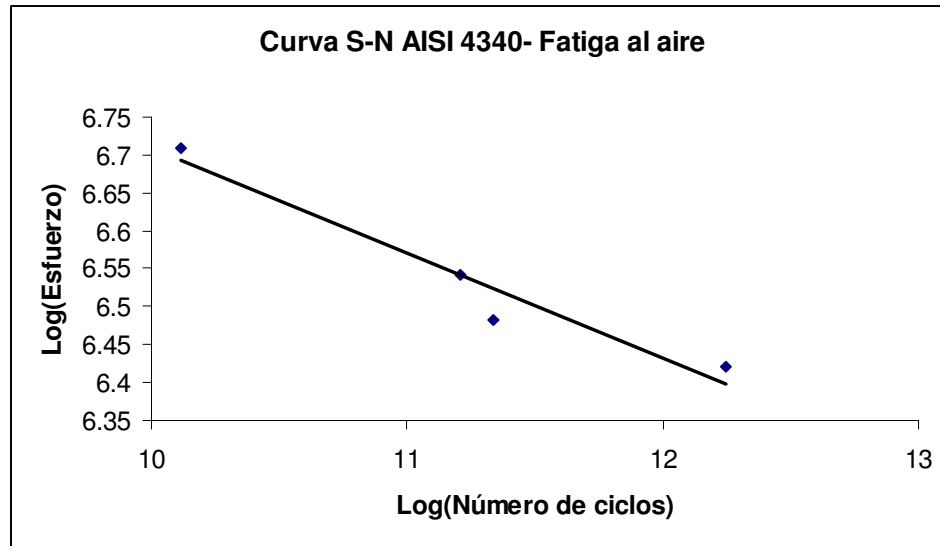


Figura 3.1.- Curva S-N en escala doble logarítmica para condiciones de fatiga al aire del acero AISI 4340.

A continuación se presenta la tabla resumen, en donde se reportan los valores de los parámetros involucrados en las expresiones tipo Basquin:

Tabla 3.3.- Obtención de la ecuación de Basquin para el acero AISI 4340

Datos de la curva		Parámetros de la ecuación de Basquin	
Pendiente	-0,14	b	-0,14
Intersección (eje Y)	8,1	Sf	3.288
R ²	0,9487	Ecuación de Basquin	
		$S_a = 3.288 \cdot N_f^{-0,14}$	

3.2.- Ensayos de daño

Tal como fue descrito en el procedimiento experimental, con la finalidad de estudiar el daño acumulado en el material, se realizaron tres tipos de ensayos a cuatro niveles de esfuerzo. En las tablas 3.4, 3.5 y 3.6 se presentan los resultados obtenidos para el primer, segundo y tercer grupo de ensayos, respectivamente, en las que se especifican el orden de esfuerzos aplicado S en MPa, el diámetro de la probeta D en

mm, el número de ciclos ensayado para cada nivel de esfuerzo n y el número total de ciclos N_{total} .

Tabla 3.4.- Resultados obtenidos para el primer grupo de ensayos

Ensayo	Diam	S ₁	n ₁	S ₂	n ₂	S ₃	n ₃	S ₄	n ₄	N _{total}
1	6,45	614	52.000	574	83.700	694	18.500	820	19.400	173.600
2	6,38	614	52.000	574	83.500	694	18.600	820	18.300	172.400
3	6,45	820	6.200	614	52.000	574	83.600	694	2.500	144.300
4	6,53	820	6.200	614	51.900	574	79.400	694	0	137.500
5	6,54	574	83.600	694	18.600	820	6.700	614	34.100	143.000
6	6,5	574	83.600	694	18.600	820	6.300	614	115.200	223.700
7	6,43	820	6.200	694	18.600	614	37.000	574	0	61.800
8	6,43	820	6.200	694	18.500	614	27.900	574	0	52.600
9	6,47	694	18.900	820	6.200	574	83.600	614	119.700	228.400
10	6,34	694	18.500	820	6.200	574	83.600	614	135.400	243.700
11	6,38	694	18.500	574	83.500	614	52.000	820	23.400	177.400

Tabla 3.5.- Resultados obtenidos para el segundo grupo de ensayos

Ensayo	Diam	S ₁	n ₁	S ₂	n ₂	S ₃	n ₃	S ₄	n ₄	N _{total}
12	6,15	614	83.600	820	6.200	694	18.500	574	235.700	344.000
13	6,38	614	83.100	694	18.500	820	6.200	574	16.100	123.900
14	6,4	614	62.400	694	18.500	574	83.600	820	20.000	184.500

Tabla 3.6.- Resultados obtenidos para el tercer grupo de ensayos

Ensayo	Diam	S ₁	N ₁	S ₂	n ₂	S ₃	n ₃	S ₄	n ₄	Ntotal
15	6,47	614	20.700	820	2.500	694	7.500	574	33.400	94.100
		S ₅	N ₅	S ₆	n ₆	S ₇	n ₇	S ₈	n ₈	
		614	20.800	820	2.500	694	6.700	-	-	
16	6,49	S ₁	N ₁	S ₂	n ₂	S ₃	n ₃	S ₄	n ₄	254.000
		614	20.700	820	2.700	694	7.500	574	33.400	
		S ₅	N ₅	S ₆	n ₆	S ₇	n ₇	S ₈	n ₈	
		614	21.500	820	2.500	694	7.600	574	33.400	
		S ₉	N ₉	S ₁₀	n ₁₀	S ₁₁	n ₁₁	S ₁₂	n ₁₂	
		614	20.700	820	2.700	694	7.500	574	33.400	
		S ₁₃	N ₁₃	S ₁₄	n ₁₄	S ₁₅	n ₁₅	S ₁₆	n ₁₆	
		614	20.700	820	2.500	694	7.500	574	29.700	

Podemos observar en la tabla 3.4 que cuando el mayor esfuerzo (820 MPa) es aplicado en el primer bloque S_I , el número de ciclos totales disminuye considerablemente respecto a la mayoría de los otros ensayos, pertenecientes al primer grupo, en los que el esfuerzo mencionado es aplicado en bloques intermedios.

Una vez finalizados los ensayos, se determinaron los valores de daño acumulado según tres teorías, la primera, la teoría de daño lineal propuesta por Miner⁽¹²⁾, la segunda, una regla no lineal propuesta por Henry⁽¹²⁾, y la tercera, la que se propone en el presente trabajo basada en mecánica de fractura y apoyada en los estudios realizados por Paris⁽¹¹⁾. Estos modelos han sido descritos en el capítulo I y reforzados en el capítulo II.

Estimación del daño según Miner

Para cada ensayo los valores de daño obtenidos aplicando la Teoría Lineal de Daño se presentan en la tabla 3.7.

Tabla 3.7.- Valores de daño de acuerdo a la Teoría de Miner

Ensayo	Diam (mm)	MINNER
1	6,45	1,284
2	6,38	1,241
3	6,45	0,534
4	6,53	0,500
5	6,54	0,686
6	6,5	1,061
7	6,43	0,680
8	6,43	0,635
9	6,47	1,082
10	6,34	1,152
11	6,38	1,445
12	6,15	0,903
13	6,38	0,901
14	6,4	1,358
15	6,47	0,594
16	6,49	1,229

Se puede observar en la tabla 3.7 que, en líneas generales, los menores valores de daño se obtienen cuando el mayor esfuerzo es aplicado en el primer bloque. Esto puede compararse con lo expresado por Fatemi y Yang⁽¹²⁾, quienes explican que cuando los esfuerzos son aplicados de forma descendente, el daño real en el material se desvía de forma negativa a lo expuesto por Miner, siendo así $\sum ri < 1$; y para la aplicación de esfuerzos de forma ascendente, el daño real difiere de forma positiva de lo expresado por Miner⁽¹²⁾, de esta forma se tiene $\sum ri > 1$.

A pesar de que los ensayos tengan bloques de esfuerzos aleatorios, que no son estrictamente ascendentes o descendentes, se observa cierta congruencia con Fatemi y Yang⁽¹²⁾ dado que los ensayos que fueron iniciados con el mayor esfuerzo presentan un valor de daño acumulado menor que 1, cuando teóricamente, el daño según la teoría lineal debería ser igual a 1 al momento de la fractura. Así mismo, en la mayoría de los ensayos donde el primer bloque de esfuerzo aplicado fue 574 MPa o 614 Mpa el valor de daño acumulado observado es mayor a 1.

Es importante recordar también que Miner⁽¹²⁾ no considera el orden de aplicación de los esfuerzos, por lo que para él, el esfuerzo de 574 MPa no produce ningún daño en el material por encontrarse por debajo del límite de fatiga, sin tomar en cuenta si fue aplicado en el material virgen (bloque 1) o si fue aplicado cuando el material contaba con un cierto daño acumulado producto de bloques anteriores.

A continuación se presenta una tabla comparativa entre la vida real del material y la predicción de vida según la teoría lineal de Miner⁽¹²⁾. Para ello se asumió que el daño era igual a 1 y se calculó el número de ciclos que debió haber durado la probeta en el último bloque.

Tabla 3.8.- Comparación entre la predicción de vida según la teoría lineal de Miner y la falla real para los dos primeros grupos de ensayos.¹

ENSAYO		n ₁	n ₂	n ₃	n ₄	N _{total}
1	Real	52.000	83.700	18.500	19.400	173.600
	Miner	52.000	-	18.500	12.374	82.874
2	Real	52.000	83.500	18.600	18.300	172.400
	Miner	52.000	-	18.600	12.340	82.940
3	Real	6.200	52.000	83.600	2.500	144.300
	Miner	6.200	52.000	-	36.928	95.128
4	Real	6.200	51.900	74.900	-	133.000
	Miner	6.200	51.900	-	36.963	95.063
5	Real	83.600	18.600	6.700	34.100	143.000
	Miner	-	18.600	6.700	99.280	124.580
6	Real	83.600	18.600	6.300	115.200	223.700
	Miner	-	18.600	6.300	102,633	127.533
7	Real	6.200	18.600	37.000	-	61.800
	Miner	6.200	18.600	103.472	-	128.272
8	Real	6.200	18.500	27.900	-	52.600
	Miner	6.200	18.500	103.753	-	128.453
9	Real	18.900	6.200	83.600	119.700	228.400
	Miner	18.900	6.200	-	102.629	127.729
10	Real	18.500	6.200	83.600	135.400	243.700
	Miner	18.900	6.200	-	103.753	128.853
11	Real	18.500	83.500	52.000	23.400	177.400
	Miner	18.500	-	52.000	12.374	82.874
12	Real	83.600	6.200	18.500	235.700	344.000
	Miner	83.600	6.200	25.676	-	115.476
13	Real	83.100	18.500	6.200	16.100	123.900
	Miner	83.100	18.500	8.664	-	110.264
14	Real	62.400	18.500	83.600	20.000	184.500
	Miner	62.400	18.500	-	11.133	92.033

¹ Los números resaltados en negrillas indican el bloque y ciclaje de falla de cada ensayo según la teoría correspondiente.

Tabla 3.9.- Comparación entre la predicción de vida según la teoría lineal de Miner y la falla real para el tercer grupo de ensayos.²

ENSAYO		n₁	n₂	n₃	n₄
15	Real	20.700	2.500	7.500	33.400
	Miner	20.700	2.500	7.500	-
		n₅	n₆	n₇	N_{total}
	Real	20.800	2.500	6.700	94.100
	Miner	20.800	2.500	36.748	90.748
16		n₁	n₂	n₃	n₄
	Real	20.700	2.700	7.500	33.400
	Miner	20.700	2.700	7.500	-
		n₅	n₆	n₇	n₈
	Real	21.500	2.500	7.600	33.400
	Miner	21.500	2.500	7.600	-
		n₉	n₁₀	n₁₁	n₁₂
	Real	20.700	2.700	7.500	33.400
	Miner	20.700	2.700	7.500	-
		n₁₃	n₁₄	n₁₅	n₁₆
	Real	20.700	2.500	7.500	29.700
	Miner	15.080	-	-	-
		N_{total}			
	Real	254.000			
	Miner	108.480			

Los resultados de N_{total} presentados en las tablas 3.8 y 3.9 se presentan en la figura 3.2:

² Los números resaltados en negrillas indican el bloque y ciclaje de falla de cada ensayo según la teoría correspondiente.

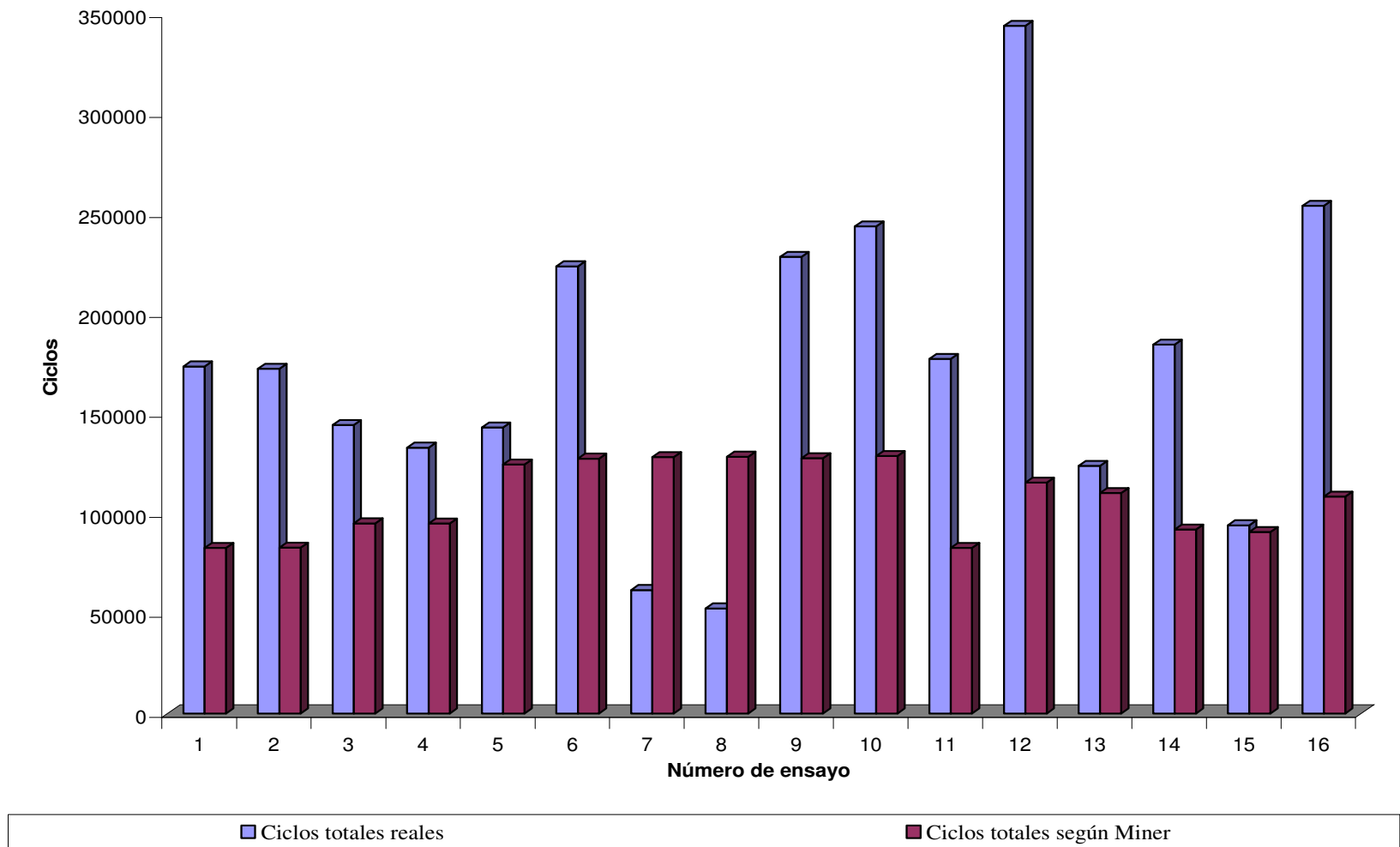


Figura 3.2.- Gráfica comparativa entre los ciclos totales reales y los ciclos totales según la teoría lineal de Miner.

Estimación del daño según Henry

Los valores conseguidos luego de aplicar la teoría de Henry⁽¹²⁾ se presentan en las tablas desde la 3.10 hasta la 3.13:

Tabla 3.10.- Límites de Fatiga posteriores a la aplicación de los bloques de esfuerzos para los dos primeros grupos de ensayos.

Ensayo	E₁	E₂	E₃	E₄
1	584,35	584,35	480,50	1.828,79
2	584,35	584,35	479,41	2.106,07
3	541,17	3.369,47	614,66	610,70
4	541,17	3.591,85	616,83	616,83
5	591,50	563,53	426,22	869,35
6	591,50	563,53	438,42	653,18
7	541,17	213,98	746,84	746,84
8	541,17	219,45	812,94	812,94
9	562,95	440,09	633,64	626,00
10	563,72	441,76	633,98	625,53
11	563,72	560,32	393,52	1236,01
12	577,25	470,50	-25.232,29	588,64
13	577,25	451,83	134,12	991,71
14	582,33	472,74	643,64	199,47

Tabla 3.11.- Límites de Fatiga posteriores a la aplicación de los bloques de esfuerzos para el tercer grupo de ensayos.

Ensayo	E₁	E₂	E₃	E₄	E₅	E₆	E₇
15	589,11	554,25	507,33	385,92	1412,35	1275,47	909,28
16	589,11	555,67	509,87	404,79	1569,16	1362,85	920,15

Tabla 3.12.- Valores de la constante K del material, después del daño para los dos primeros grupos de ensayos.

Ensayo	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄
1	3.511.660,97	3.511.660,97	2.887.610,06	10.990.204,85
2	3.511.660,97	3.511.660,97	2.881.008,48	12.656.520,53
3	3.252.157,01	20.248.967,11	3.693.834,11	3.670.026,83
4	3.252.157,01	21.585.345,23	3.706.852,23	3.706.852,23
5	3.554.644,02	3.386.562,93	2.561.378,30	5.224.390,21
6	3.554.644,02	3.386.562,93	2.634.676,29	3.925.292,10
7	3.252.157,01	1.285.941,69	4.488.194,31	4.488.194,31
8	3.252.157,01	1.318.765,07	4.885.368,00	4.885.368,00
9	3.383.096,94	2.644.733,61	3.807.872,48	3.761.947,86
10	3.387.711,48	2.654.799,48	3.809.905,70	3.759.128,91
11	3.387.711,48	3.367.255,29	2.364.882,24	7.427.879,88
12	3.468.995,02	2.827.515,59	-151.634.525,28	3.537.476,78
13	3.468.995,02	2.715.302,46	806.021,06	5.959.719,47
14	3.499.562,41	2.840.934,10	3.867.961,19	1.198.721,76

Tabla 3.13.- Valores de la constante K del material, después del daño para el tercer grupo de ensayos.

Ensayo	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄
15	3.540.281,62	3.330.759,23	3.048.830,27	2.319.221,14
	K ₅	K ₆	K ₇	
	8.487.567,66	7.665.009,98	5.464.384,66	
16	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄
	3.540.281,62	3.339.325,91	3064061,54	2.432.590,24
	K ₅	K ₆	K ₇	
	9.429.951,60	8.190.074,88	5.529.682,07	

Para cada ensayo, una tabla comparativa entre la vida real del material y la predicción de vida según la teoría no lineal de Henry se muestra a continuación:

Tabla 3.14.- Comparación entre la predicción de vida según la teoría no lineal de Henry y la falla real para los dos primeros grupos de ensayos.³

ENSAYO		n ₁	n ₂	n ₃	n ₄	N _{total}
1	Real	52.000	83.700	18.500	19.400	173.600
	Henry	52.000	83.700	18.500	8.506	162.706
2	Real	52.000	83.500	18.600	18.300	172.400
	Henry	52.000	85.500	18.600	8.459	164.559
3	Real	6.200	52.000	83.600	2.500	144.300
	Henry	6.200	44.651	-	-	50.851
4	Real	6.200	51.900	74.900	-	133.000
	Henry	6.200	44.651	-	-	50.851
5	Real	83.600	18.600	6.700	34.100	143.000
	Henry	83.600	18.600	6.700	13.640	122.540
6	Real	83.600	18.600	6.300	115.200	223.700
	Henry	83.600	18.600	6.300	15.005	123.505
7	Real	6.200	18.600	37.000	-	61.800
	Henry	6.200	18.600	3.215	-	28.015
8	Real	6.200	18.500	27.900	-	52.600
	Henry	6.200	18.500	3.342	-	28.042
9	Real	18.900	6.200	83.600	119.700	228.400
	Henry	18.900	6.200	19.750	-	44.850
10	Real	18.500	6.200	83.600	135.400	243.700
	Henry	18.500	6.200	20.076	-	44.776
11	Real	18.500	83.500	52.000	23.400	177.400
	Henry	18.500	83.500	52.000	5.545	159.545
12	Real	83.600	6.200	18.500	235.700	344.000
	Henry	18.500	6.200	12.651	-	37.351
13	Real	83.100	18.500	6.200	16.100	123.900
	Henry	83.100	18.500	6.200	1.869	109.669
14	Real	62.400	18.500	83.600	20.000	184.500
	Henry	62.400	18.500	28.055	-	108.955

³ Los números resaltados en negrillas indican el bloque y ciclaje de falla de cada ensayo según la teoría correspondiente.

Tabla 3.15.- Comparación entre la predicción de vida según la teoría no lineal de Henry y la falla real para el tercer grupo de ensayos.⁴

ENSAYO		n₁	n₂	n₃	n₄
15	Real	20.700	2.500	7.500	33.400
	Henry	20.700	2.500	7.500	33.400
		n₅	n₆	n₇	N_{total}
	Real	20.800	2.500	6.700	94.100
	Henry	10.169	-	-	74.269
16		n₁	n₂	n₃	n₄
	Real	20.700	2.700	7.500	33.400
	Henry	20.700	2.700	7.500	33.400
		n₅	n₆	n₇	n₈
	Real	21.500	2.500	7.600	33.400
	Henry	11.627	-	-	-
		n₉	n₁₀	n₁₁	n₁₂
	Real	20.700	2.700	7.500	33.400
	Henry	-	-	-	-
		n₁₃	n₁₄	n₁₅	n₁₆
	Real	20.700	2.500	7.500	29.700
	Henry	-	-	-	-
		N_{total}			
	Real	254.000			
	Henry	75.927			

Los resultados de N_{total} presentados en las tablas 3.14 y 3.15 se presentan en la figura 3.3 mostrada a continuación:

⁴ Los números resaltados en negrillas indican el bloque y ciclaje de falla de cada ensayo según la teoría correspondiente.

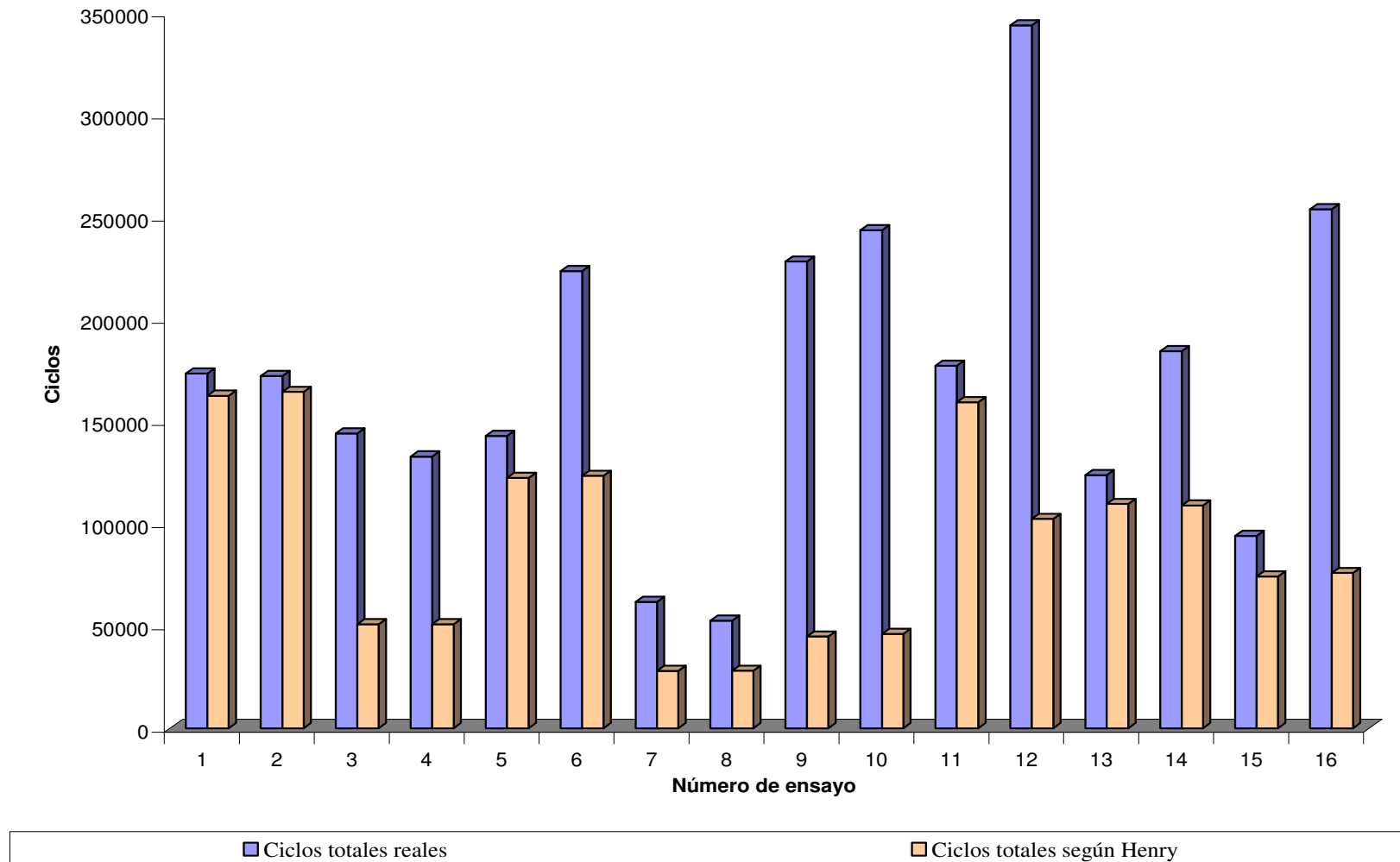


Figura 3.3.- Gráfica comparativa entre los ciclos totales reales y los ciclos totales según la teoría no lineal de Henry.

De acuerdo a los resultados obtenidos según el análisis de esta teoría, se observa que las curvas S-N se ven modificadas luego de que cualquier bloque de esfuerzo es aplicado. Esto trae como consecuencia que el valor de ciclos a falla para un esfuerzo determinado, el límite de fatiga y la constante del material se alteren.

En las tablas 3.10 y 3.11 se puede apreciar que el valor de E_i disminuye a medida que se aplican los bloques de esfuerzo, lo que confirma que el daño introducido al material lo hace menos resistente. Un aumento en el valor de E_i indica que el material debió haber fracturado en el bloque S_i .

Cuando el esfuerzo de 574 MPa es aplicado en el primer bloque, se observa que el límite de fatiga original no disminuye ($E_0 = E_1 = 591,5$ MPa), lo cual corrobora el postulado de Henry que dice que no se produce daño en un material virgen sometido a un esfuerzo por debajo de E_0 . A diferencia de Miner⁽¹²⁾, Henry⁽¹²⁾ toma en cuenta el orden de aplicación de los esfuerzos, quedando demostrado que a pesar de que 574 MPa está por debajo del límite de fatiga original del material, sí produce daño cuando se aplica en bloques intermedios donde E se ha reducido considerablemente, como por ejemplo en los ensayos 9 y 10, donde el segundo bloque aplicado redujo el valor de E a 440,09 Mpa, por lo que el esfuerzo de 574 Mpa, que es aplicado posteriormente, sí introduce daño.

A continuación se presentan las gráficas obtenidas para ciertos ensayos donde se evidencia la modificación de la curva S-N luego de aplicado un bloque de esfuerzo:

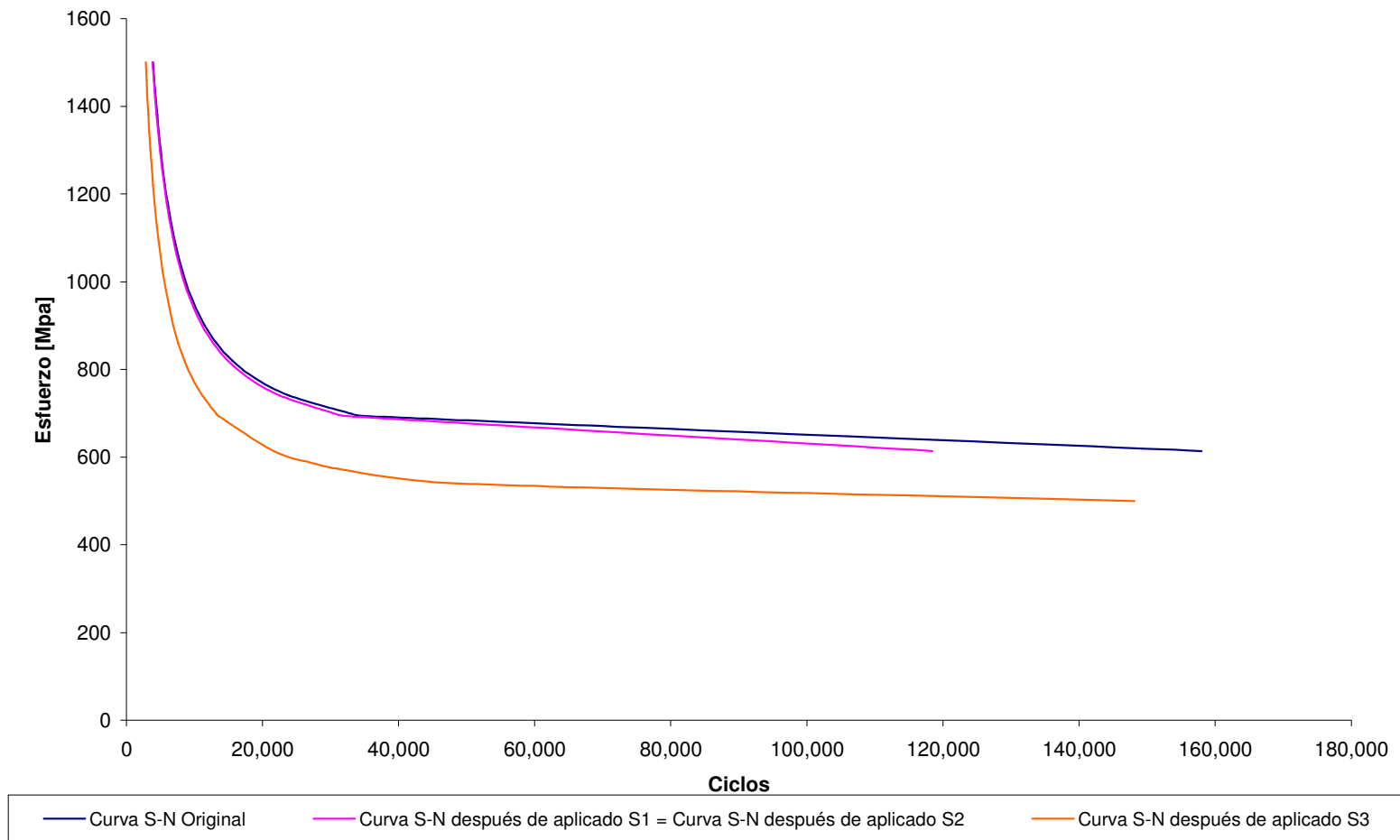


Figura 3.4.- Curvas S-N para el Ensayo 1 Según la Teoría no Lineal de Henry

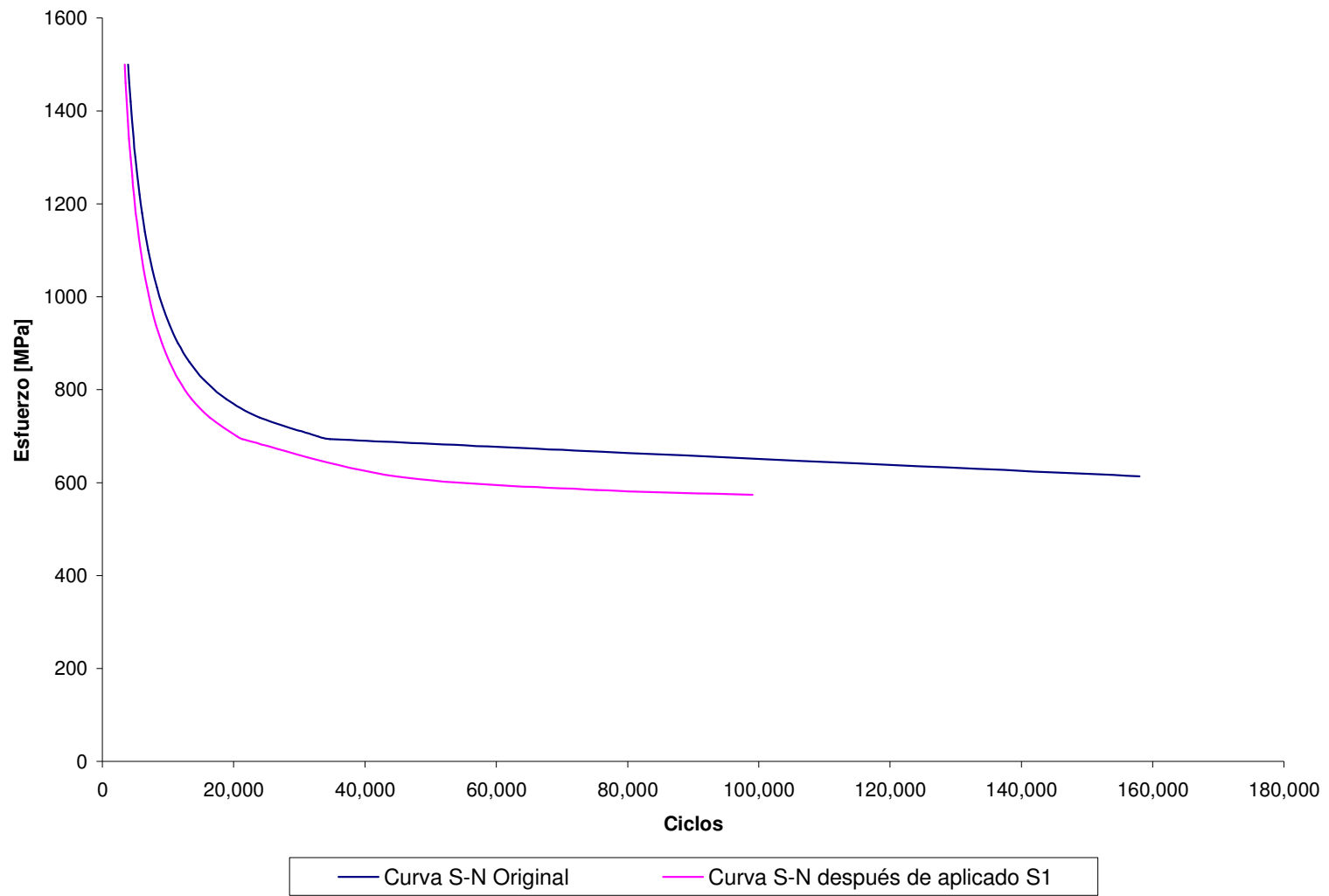


Fig. Figura 3.5.- Curvas S-N para el Ensayo 3 Según la Teoría no Lineal de Henry

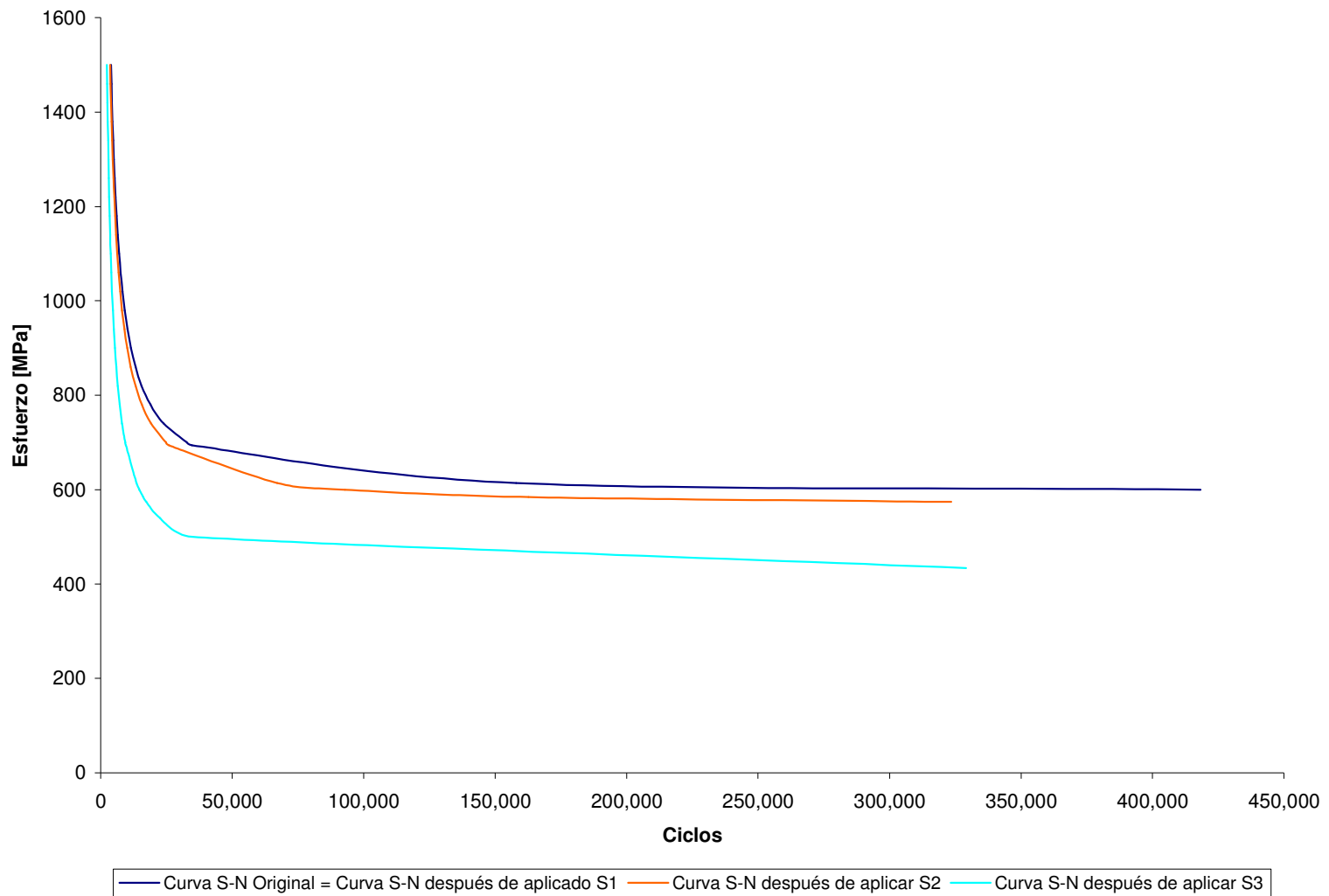


Figura 3.6.- Curvas S-N para el Ensayo 5 Según la Teoría no Lineal de Henry

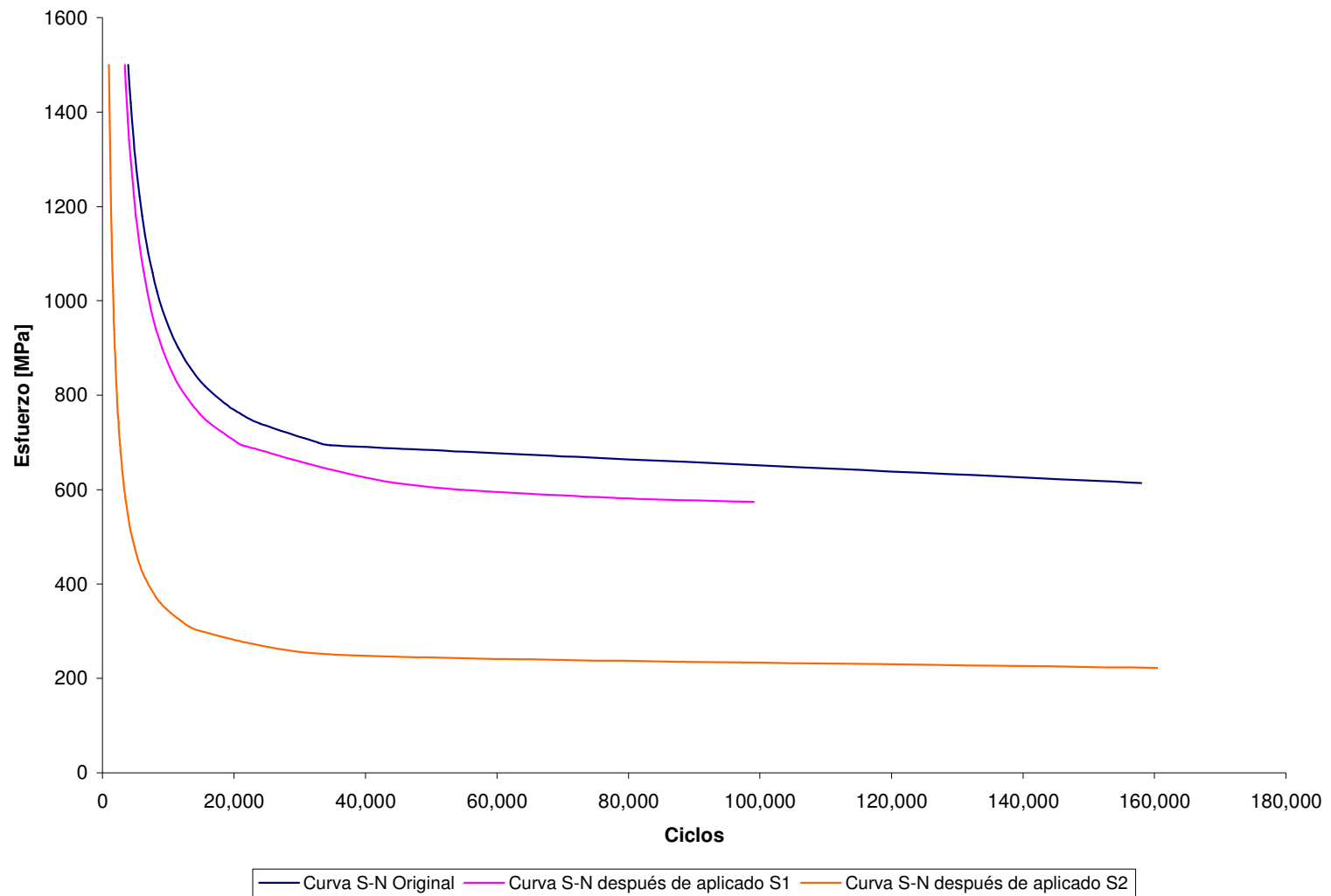


Figura 3.7.- Curvas S-N para el Ensayo 7 Según la Teoría no Lineal de Henry

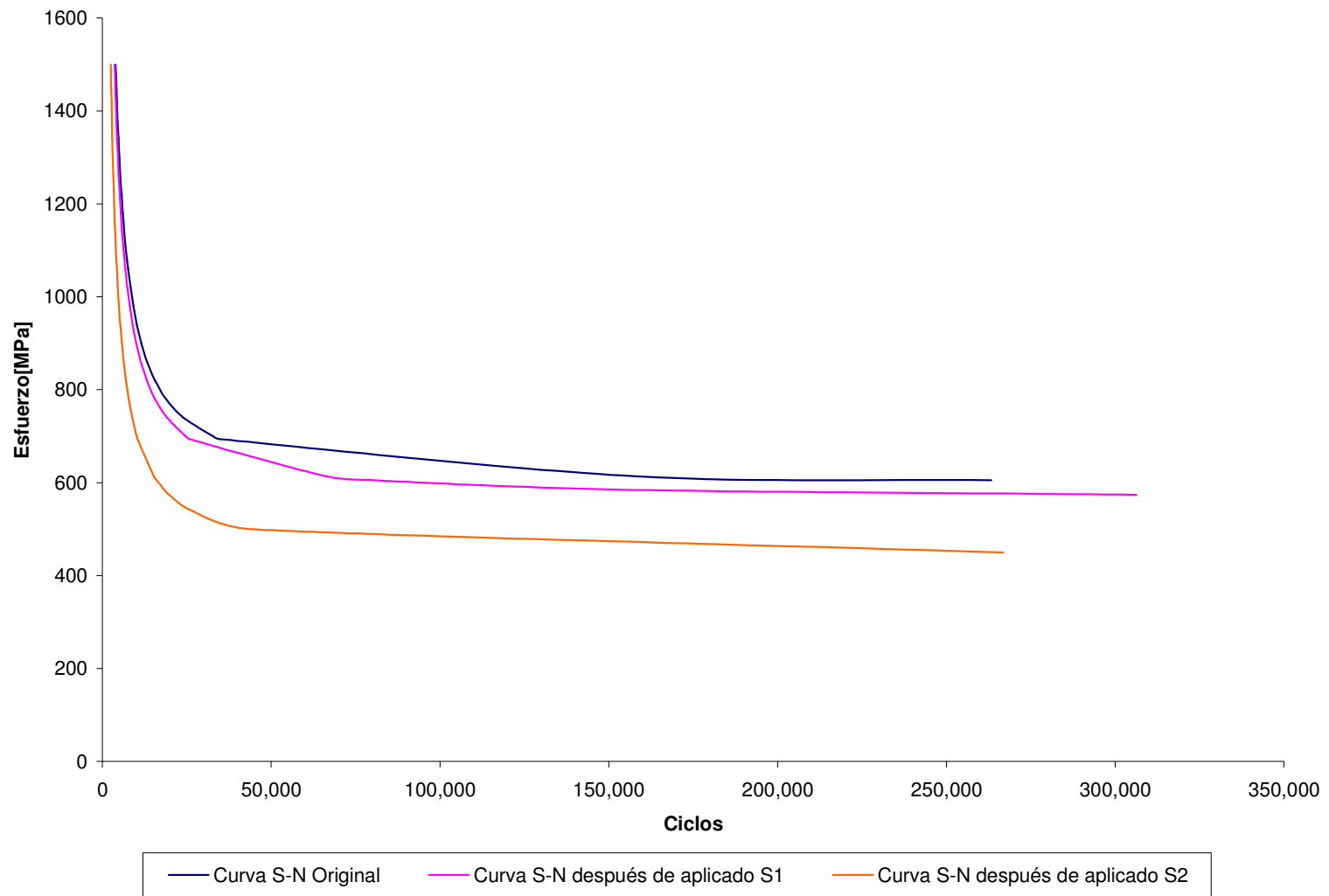


Figura 3.8.- Curvas S-N para el Ensayo 9 Según la Teoría no Lineal de Henry

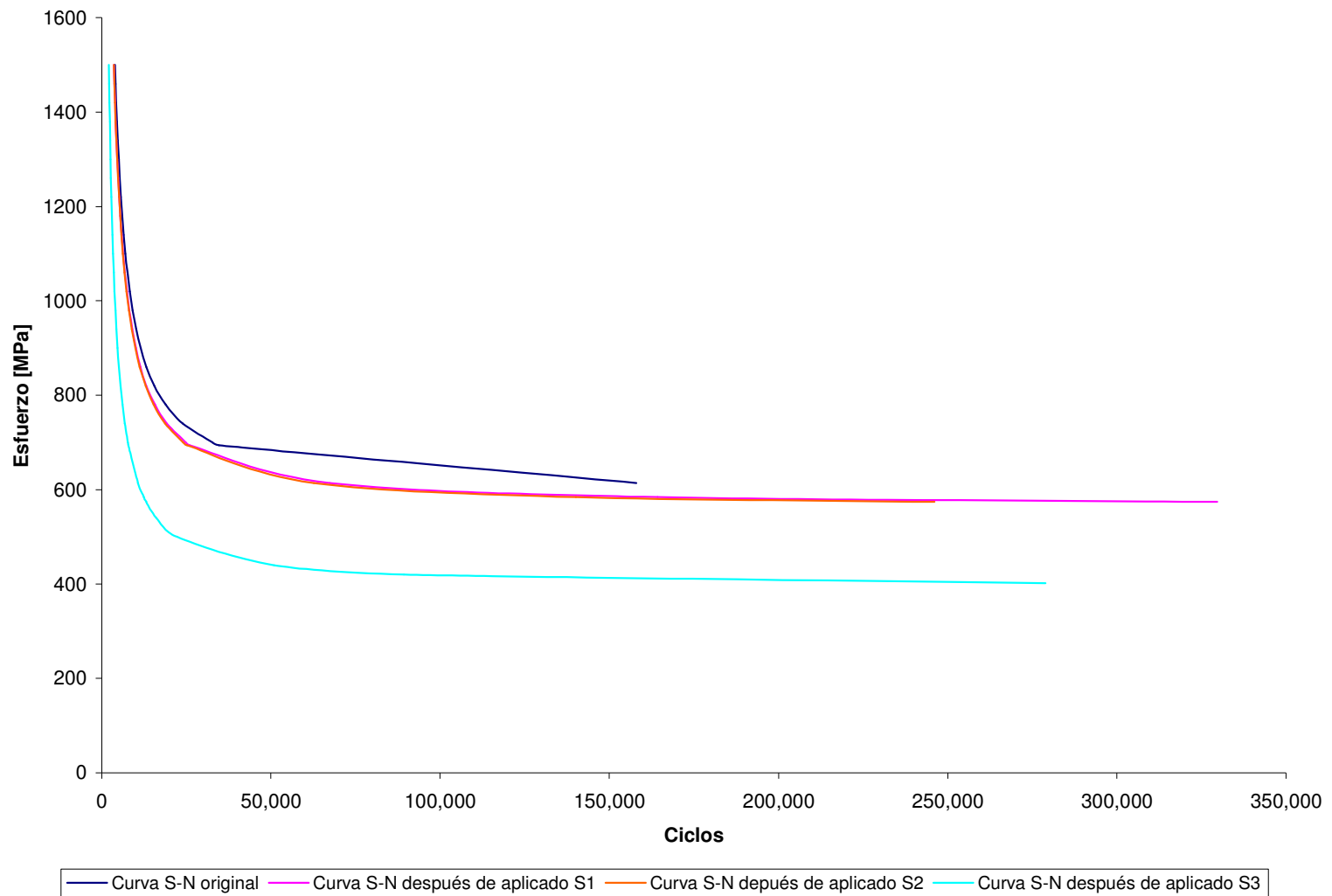


Figura 3.9.- Curvas S-N para el Ensayo 11 Según la Teoría no Lineal de Henry.

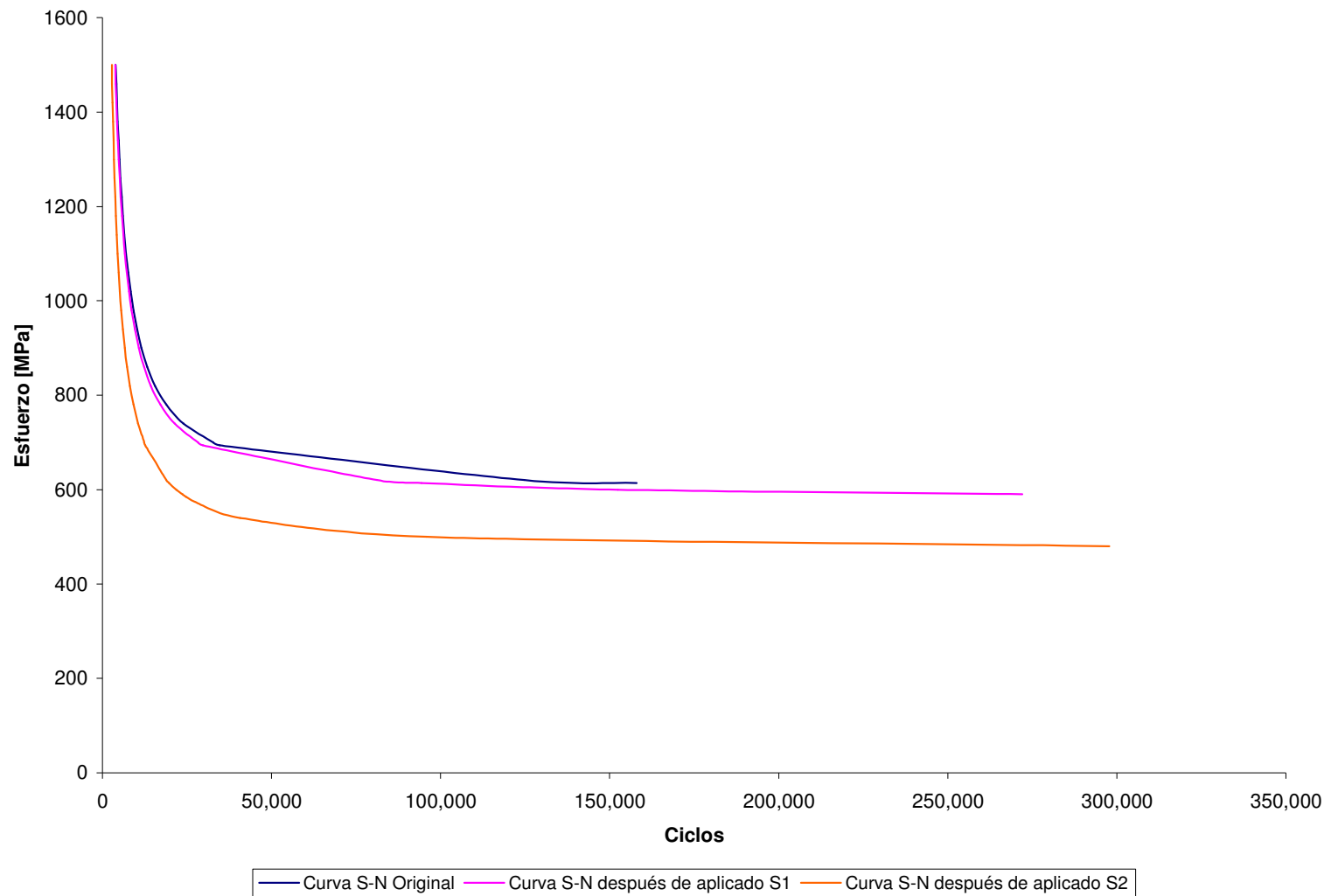


Figura 3.10.- Curvas S-N para el Ensayo 12 Según la Teoría no Lineal de Henry

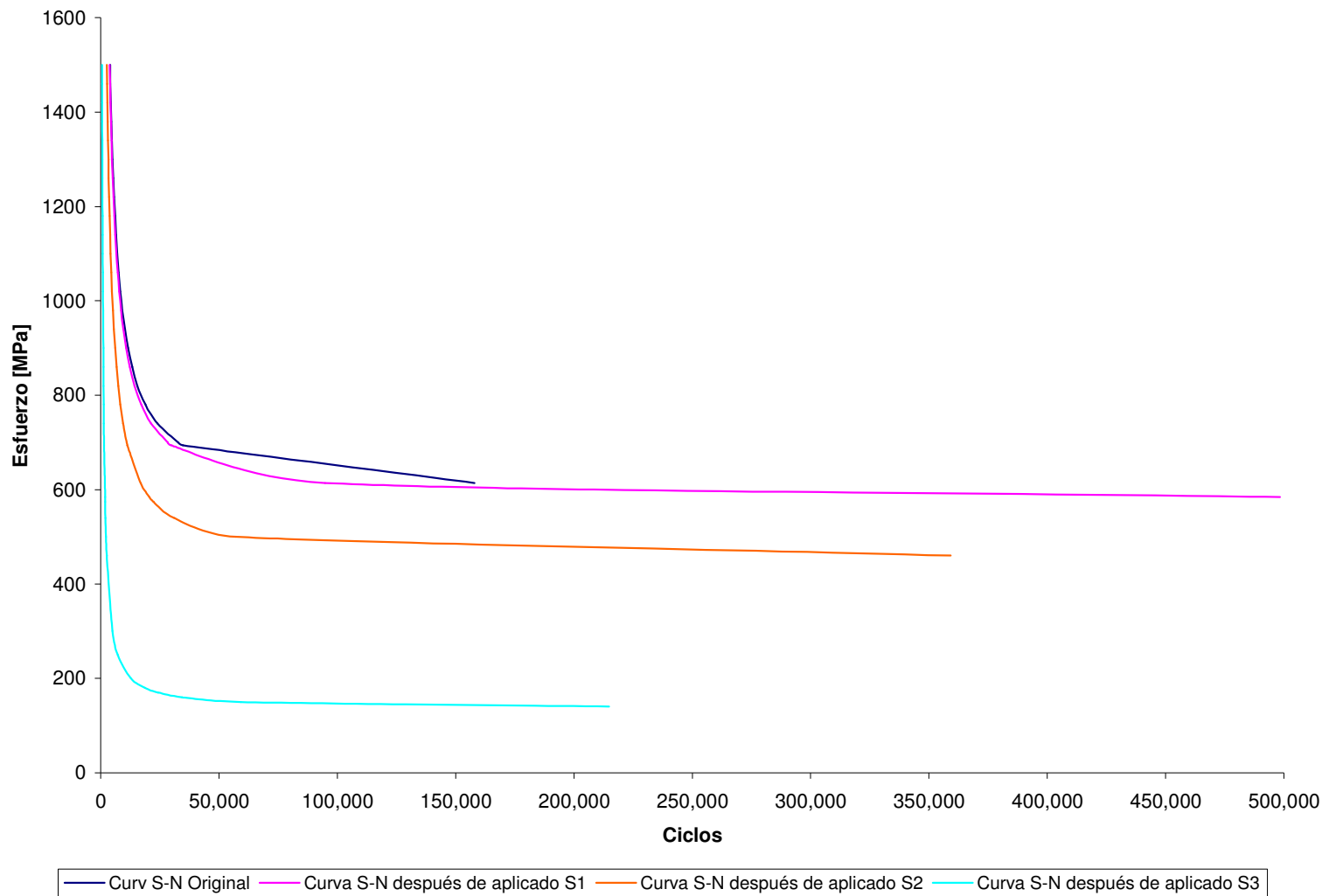


Figura 3.11.- Curvas S-N para el Ensayo 13 Según la Teoría no Lineal de Henry.

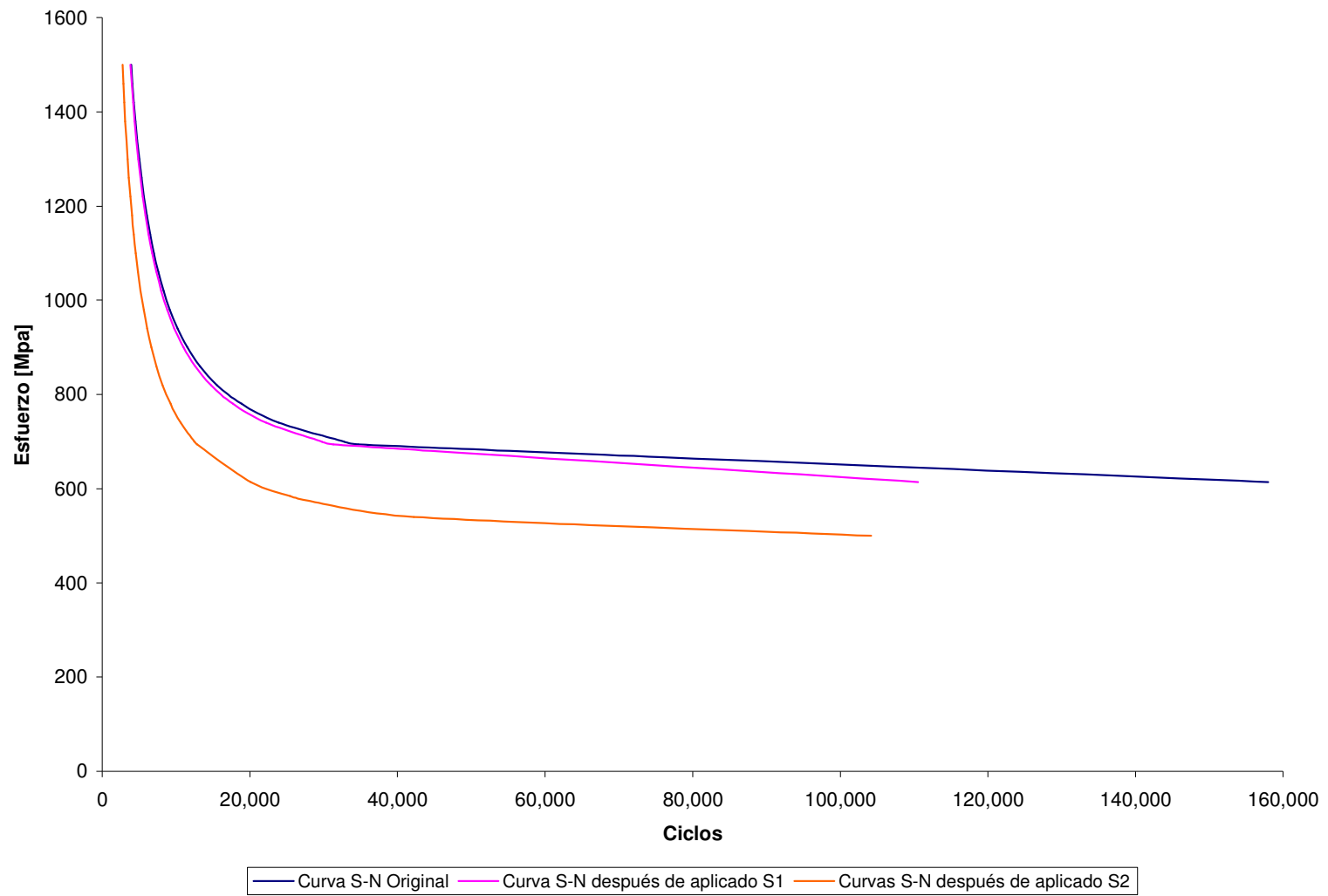


Figura 3.12.- Curvas S-N para el Ensayo 14 Según la Teoría no Lineal de Henry.

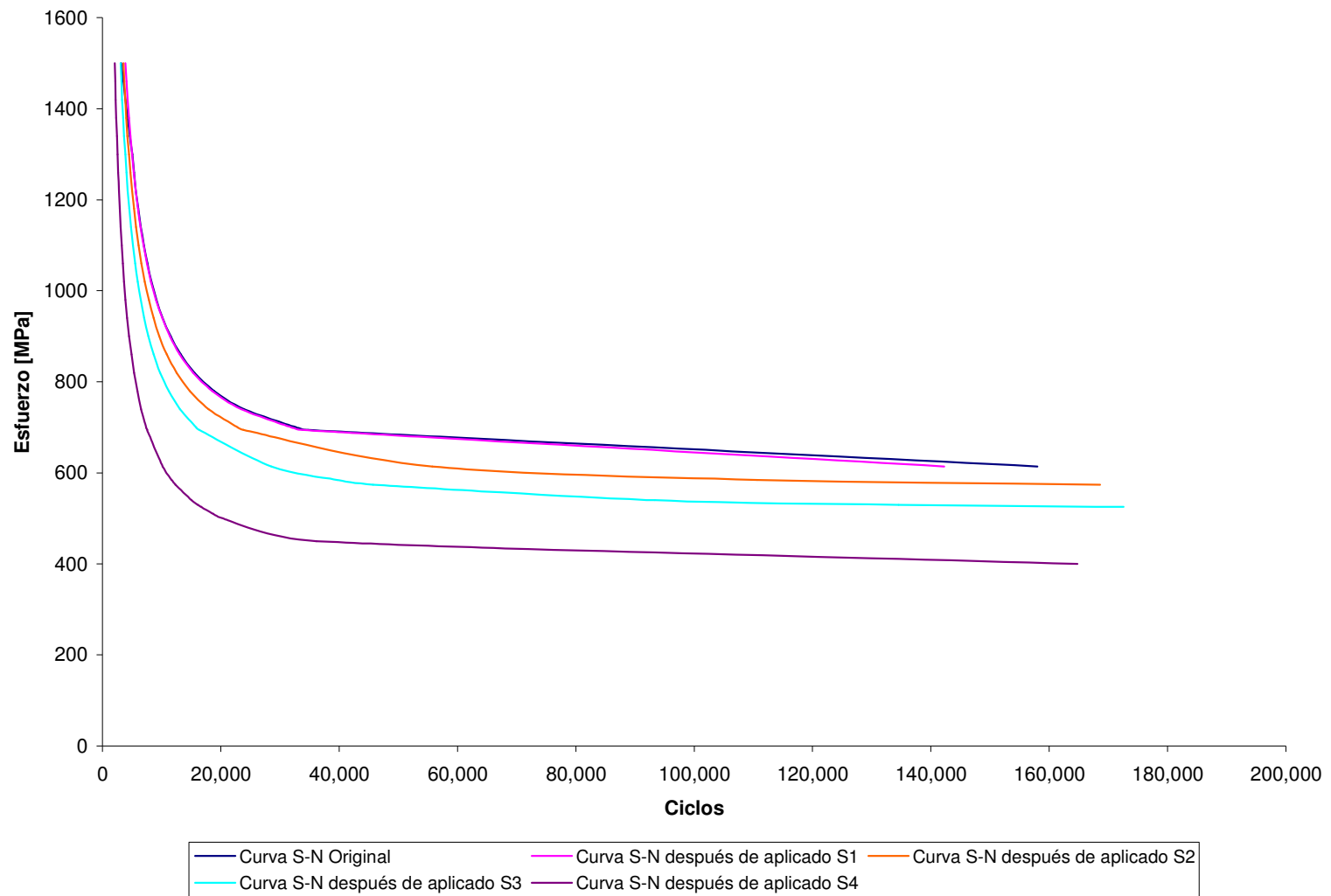


Figura 3.13.- Curvas S-N para el Ensayo 15 Según la Teoría no Lineal de Henry.

Estimación del daño según el modelo propuesto

Como se explicó en el procedimiento experimental, este modelo considera que la grieta crece en dos etapas: etapa I y etapa II. La primera de ellas toma en cuenta el crecimiento de grietas microestructuralmente cortas, mientras que la segunda estudia la propagación de grietas largas.

El crecimiento de grietas en la etapa I ocurre de una forma bastante singular. La grieta se inicia luego de que el material ha sido sometido a fatiga, y va creciendo a lo largo de un plano cristalográfico orientado favorablemente con una velocidad determinada, la cual disminuye a medida que se acerca el límite de grano o a cualquier otra barrera microestructural. Alcanzado este punto, debido a que los granos del material no están orientados en la misma dirección, la grieta requiere una energía adicional para superar este obstáculo y seguir propagándose a lo largo de un plano diferente en el grano contiguo. Una vez que la grieta ya ha pasado por varios granos y alcanza la barrera microestructural, se inicia la etapa II. Cuando la grieta pasa de etapa I a etapa II, su tamaño se denominó a^* , el cual dependerá del esfuerzo aplicado como se aprecia en la figura 3.14.

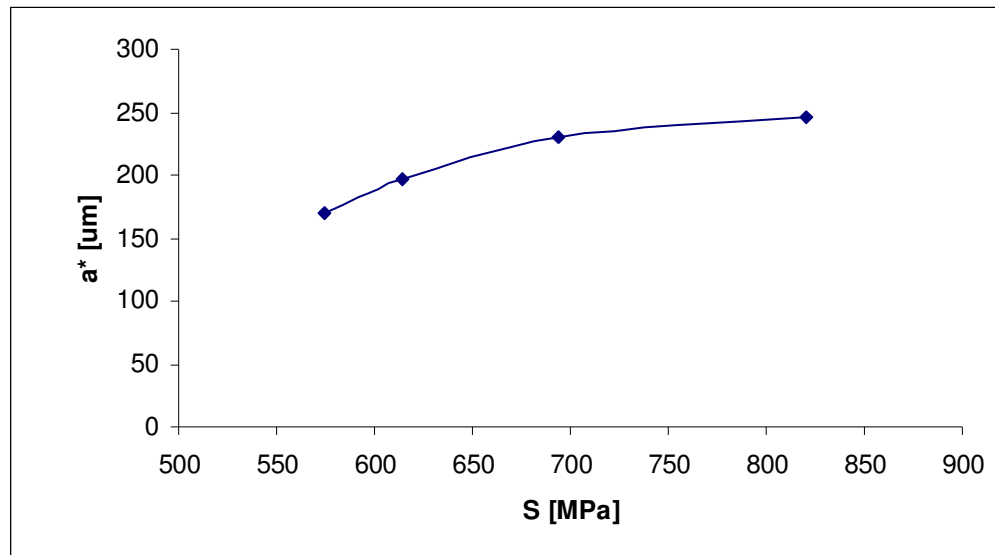


Figura 3.14.- Gráfica de a^* vs. Esfuerzo

Debido a que al aumentar la amplitud de la carga aumenta la intensidad del esfuerzo en la punta de la grieta, era de esperarse que el valor de a^* disminuyera a medida que aumentaba la carga. Sin embargo, en la gráfica 3.14 se observa que a medida que el esfuerzo aumenta, la pendiente de la curva disminuye, lo que presupone que a^* se mantiene constante luego de alcanzado un cierto valor o incluso podría llegar a disminuir.

Durante la etapa II la grieta sigue creciendo, hasta que el material fractura. El tamaño que alcanza al momento de la fractura se denominó a_c , valor que depende de la intensidad del esfuerzo y de la tenacidad de fractura del material.

Las tablas presentadas a continuación muestran los valores calculados de a^* y a_c para cada uno de los ensayos realizados:

Tabla 3.16.- Valores de a^* y a_c para el primer grupo de ensayos

Ensayo		S_1 [Mpa]	S_2 [Mpa]	S_3 [Mpa]	S_4 [Mpa]
1		614	574	694	820
	a^* [μm]	196,616	169,22	N/A	N/A
	a_c [μm]	4.840	4.990	4.590	4.266
2		614	574	694	820
	a^* [μm]	196,57	169,27	N/A	N/A
	a_c [μm]	4.800	4.947	4.556	4.230
3		820	614	574	694
	a^* [μm]	246,68	N/A	N/A	N/A
	a_c [μm]	4.266	4.840	4.990	4.590
4		820	614	574	694
	a^* [μm]	246,71	N/A	N/A	N/A
	a_c [μm]	4.300	4.894	4.990	4.639
5		574	694	820	614
	a^* [μm]	169,2	230,94	N/A	N/A
	a_c [μm]	5.000	4.645	4.312	4.900
6		574	694	820	614
	a^* [μm]	169,23	230,93	N/A	N/A
	a_c [μm]	5.000	4.623	4.290	4.876
7		820	694	614	574
	a^* [μm]	246,66	N/A	N/A	N/A
	a_c [μm]	4.256	4.584	4.835	4.978
8		820	694	614	574
	a^* [μm]	246,67	N/A	N/A	N/A
	a_c [μm]	4.256	4.584	4.835	4.978
9		694	820	574	614
	a^* [μm]	230,9	N/A	N/A	N/A
	a_c [μm]	4.606	4.276	3.060	4.859
10		694	820	574	614
	a^* [μm]	230,82	N/A	N/A	N/A
	a_c [μm]	4.534	4.209	4.900	4.859
11		694	574	614	820
	a^* [μm]	230,84	N/A	N/A	N/A
	a_c [μm]	4.556	4.940	4.806	4.230

Tabla 3.17.- Valores de a^* y a_c para el segundo grupo de ensayos

Ensayo		S_1 [Mpa]	S_2 [Mpa]	S_3 [Mpa]	S_4 [Mpa]
12		614	820	694	574
	a^* [μm]	196,41	N/A	N/A	N/A
	a_c [μm]	4.669	4.111	4.428	4.800
13		614	694	820	574
	a^* [μm]	195,57	N/A	N/A	N/A
	a_c [μm]	4.800	4.556	4.230	4.940
14		614	694	574	820
	a^* [μm]	196,59	230,85	N/A	N/A
	a_c [μm]	4.817	4.567	4.960	4.240

Tabla 3.18.- valores de a^* y a_c para el tercer grupo de ensayos.

Ensayo		S_1 [Mpa]	S_2 [Mpa]	S_3 [Mpa]	S_4 [Mpa]
15		614	820	694	574
	a^* [μm]	196,64	246,69	230,91	N/A
	a_c [μm]	4.859	4.276	4.606	5.000
16		614	820	694	574
	a^* [μm]	196,67	246,7	230,9	N/A
	a_c [μm]	4.871	4,280	4,617	5.000

Para todos los grupos de ensayos realizados, se presenta una tabla comparativa entre la vida real y la predicción de vida según el modelo propuesto en este trabajo especial de grado:

Tabla 3.19.- Comparación entre la predicción de vida según el modelo propuesto y la falla real para los dos primeros grupos de ensayos.⁵

ENSAYO		n ₁	n ₂	n ₃	n ₄	N _{total}
1	Real	52.000	83.700	18.500	19.400	173.600
	Modelo	52.000	83.700	18.500	13.025	167.225
2	Real	52.000	83.500	18.600	18.300	172.400
	Modelo	52.000	83.500	18.600	13.007	167.107
3	Real	6.200	52.000	83.600	2.500	144.300
	Modelo	6.200	52.000	21.689	-	79.889
4	Real	6.200	51.900	74.900	-	133.000
	Modelo	6.200	51.900	21.503	-	79.603
5	Real	83.600	18.600	6.700	34.100	143.000
	Modelo	83.600	18.600	6.700	58.631	167.531
6	Real	83.600	18.600	6.300	115.200	223.700
	Modelo	83.600	18.600	6.300	60.568	169.068
7	Real	6.200	18.600	37.000	-	61.800
	Modelo	6.200	18.600	35.082	-	59.882
8	Real	6.200	18.500	27.900	-	52.600
	Modelo	6.200	18.500	35.259	-	59.959
9	Real	18.900	6.200	83.600	119.700	228.400
	Modelo	18.900	6.200	83.600	3.160	111.860
10	Real	18.500	6.200	83.600	135.400	243.700
	Modelo	18.500	6.200	83.600	3.932	112.232
11	Real	18.500	83.500	52.000	23.400	177.400
	Modelo	18.500	83.500	30.240	-	132.240
12	Real	83.600	6.200	18.500	235.700	344.000
	Modelo	83.600	6.200	18.500	68.503	176.803
13	Real	83.100	18.500	6.200	16.100	123.900
	Modelo	83.100	18.500	6.200	68.518	176.318
14	Real	62.400	18.500	83.600	20.000	184.500
	Modelo	62.400	18.500	83.600	6.092	170.592

⁵ Los números resaltados en negrillas indican el bloque y ciclaje de falla de cada ensayo según la teoría correspondiente.

Tabla 3.20.- Comparación entre la predicción de vida según el modelo propuesto y la falla real para el tercer grupo de ensayos.⁶

ENSAYO		n₁	n₂	n₃	n₄
15	Real	20.700	2.500	7.500	33.400
	Modelo	20.700	2.500	7.500	33.400
		n₅	n₆	n₇	N_{total}
	Real	20.800	2.500	6.700	94.100
	Modelo	20.800	2.500	21.332	108.732
16		n₁	n₂	n₃	n₄
	Real	20.700	2.700	7.500	33.400
	Modelo	20.700	2.700	7.500	33.400
		n₅	n₆	n₇	n₈
	Real	21.500	2.500	7.600	33.400
	Modelo	21.500	2.500	7.600	28.111
		n₉	n₁₀	n₁₁	n₁₂
	Real	20.700	2.700	7.500	33.400
	Modelo	-	-	-	-
		n₁₃	n₁₄	n₁₅	n₁₆
	Real	20.700	2.500	7.500	29.700
	Modelo	-	-	-	-
		N_{total}			
	Real	254.000			
	Modelo	124.011			

Los resultados de N_{total} presentados en las tablas 3.19 y 3.20 se muestran a continuación en la figura 3.15:

⁶ Los números resaltados en negrillas indican el bloque y ciclaje de falla de cada ensayo según la teoría correspondiente.

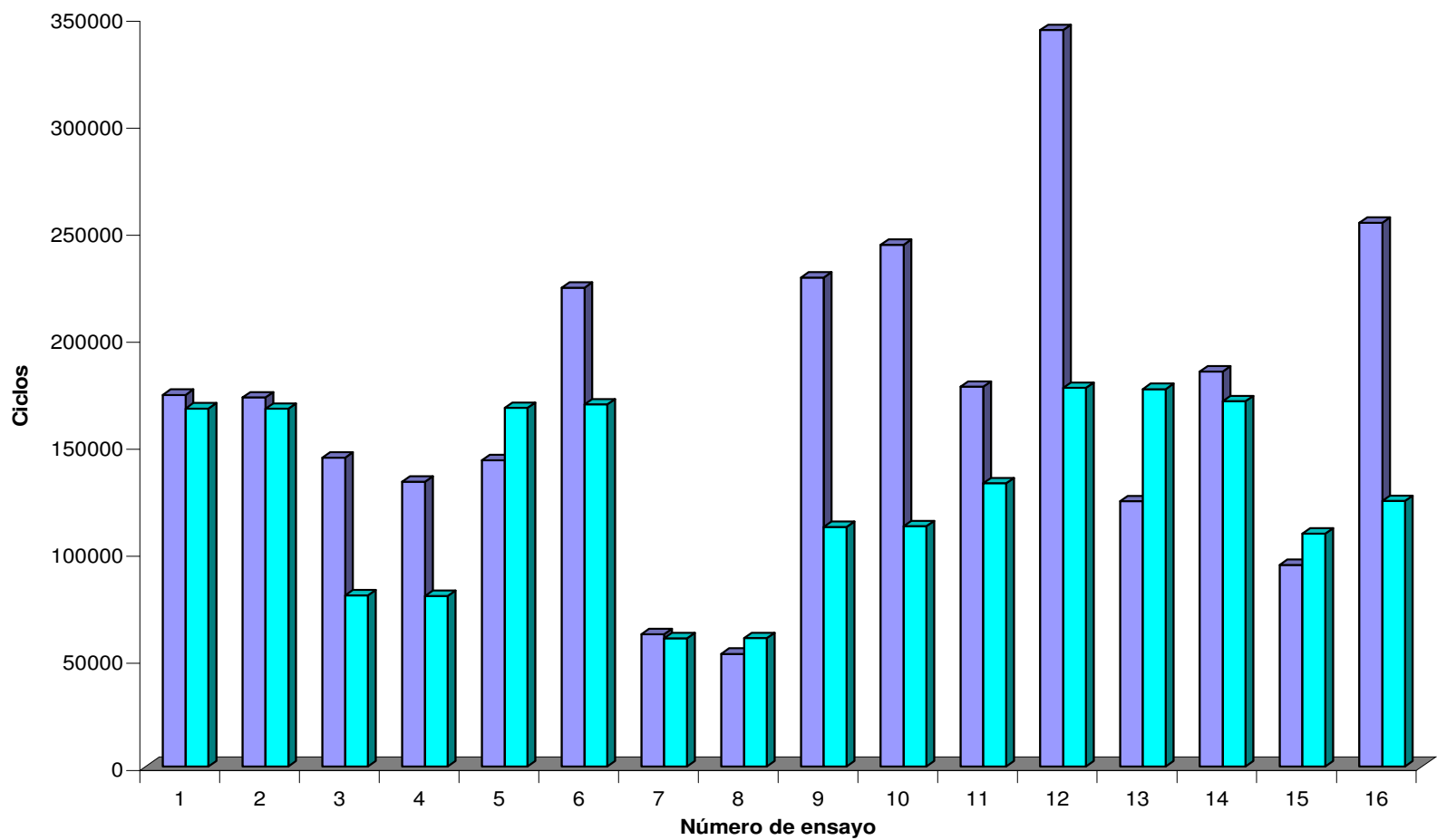


Figura 3.15.- Gráfica comparativa entre los ciclos totales reales y los ciclos totales según el modelo propuesto.

3.3. Comparación de las predicciones de vida entre los modelos aplicados.

Conociendo las diferencias que existen entre los tres modelos estudiados, se presenta una grafica comparativa entre la predicción de vida del material según cada teoría y los resultados experimentales obtenidos:

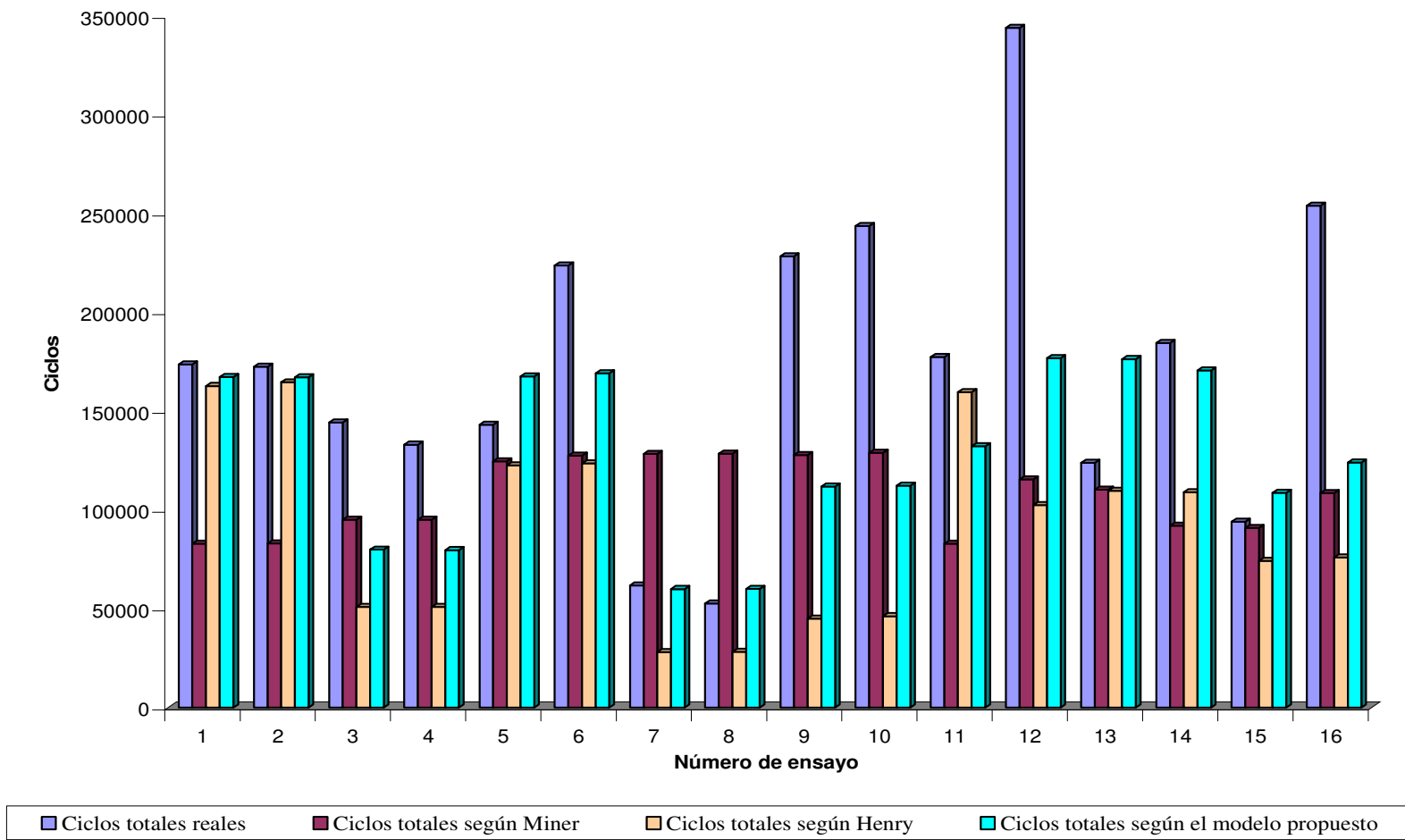


Fig. 3.16.- Gráfica comparativa entre los resultados reales obtenidos y las predicciones de vida del material según las teorías de Miner y Henry y el modelo propuesto.

Podemos observar que la teoría de Henry⁽¹²⁾ se aproxima mejor a los resultados reales en el ensayo 11, donde los esfuerzos aplicados descienden hasta el segundo bloque y luego ascienden a partir del tercero. Aquí, tanto Henry⁽¹²⁾ como Miner⁽¹²⁾ predicen la falla en el último bloque, siendo la teoría no lineal más próxima a la realidad que la lineal; mientras que el modelo propuesto pronostica la falla en el bloque anterior.

En los ensayos 7 y 8, donde los esfuerzos se aplican completamente descendentes, el modelo propuesto predice con gran exactitud el momento de la falla del material. Por otro lado, Miner⁽¹²⁾ pronostica una vida mucho mayor a la real debido a que no considera el daño que produce el esfuerzo de 574 MPa, siendo éste el que lleva el material hasta la fractura.

El modelo propuesto en este trabajo especial de grado asume que a pesar de que un esfuerzo esté por debajo del límite de fatiga del material, sí produce daño. Se ha observado experimentalmente, que cuando se aplica sobre un material virgen, genera grietas que eventualmente detendrán su crecimiento al encontrarse con alguna barrera microestructural, pero que podrían ser concentradores de esfuerzos para cargas futuras mayores al límite de fatiga; y cuando se aplica sobre un material al que ya se le ha introducido un cierto daño, contribuye en el crecimiento de grietas ya formadas. Esto se evidencia en los ensayos 1 y 2, donde el pronóstico de vida del modelo difiere en poco ciclos por debajo de la vida real.

La etapa I depende en gran parte de parámetros microestructurales difíciles de evaluar, por lo que sus cálculos presentan ciertos inconvenientes y son propensos a presentar un mayor margen de error experimental. La mayor parte del crecimiento de grieta en los ensayos 1, 2, 7 y 8 se produce en la etapa II. La exactitud de los resultados obtenidos en estos ensayos revela la confiabilidad del método cuando los esfuerzos aplicados en los primeros bloques corresponden a las mayores amplitudes, pues la intensidad del esfuerzo alcanzada en la punta de la grieta permite llegar a la

etapa II con mayor rapidez. En esta etapa la grieta crece sin influencia notable de la microestructura del material, y se estudia utilizando la MFLE, la cual ha sido ampliamente validada en estudios realizados por gran cantidad de investigadores.

Así mismo, se observa que también en los ensayos 6, 12, 14 y 16 el procedimiento aplicado arrojó una estimación de vida más aproximada que las otras teorías estudiadas, siendo conservativo en todos los casos.

Finalmente, la regla de Miner⁽¹²⁾ se aproxima de una mejor manera a los resultados obtenidos experimentalmente en los ensayos 3, 4, 5 y 13, donde los bloques de esfuerzo son descendentes o ascendentes hasta el tercer bloque, ascendiendo y descendiendo en el último bloque, respectivamente; y en los ensayos 9, 10 y 15, los cuales tienen las secuencias de esfuerzos más aleatorias.

En un material elasto-plástico, como lo es el acero utilizado en esta investigación, se produce una deformación plástica en la punta de la grieta, la cual es de mayor tamaño a medida que el esfuerzo es mayor. Cuando se aplica un esfuerzo menor seguido de uno mayor, se produce un tamaño de zona plástica asociado a cada nivel de esfuerzo. Sin embargo, cuando el esfuerzo aplicado es uno mayor seguido de uno menor, la zona plástica existente del primer esfuerzo será más grande que la zona plástica del segundo; esto provoca un retardo en el crecimiento de la grieta, el cual desaparecerá cuando ésta logre superar la zona plástica del mayor esfuerzo. El modelo de Wheeler⁽¹²⁾ sí considera el retardo en el crecimiento de la grieta, a diferencia del modelo propuesto.

Lo dicho anteriormente podría explicar lo ocurrido en los ensayos 3 y 4, donde después de aplicado el esfuerzo de 820 MPa se introduce un daño al esfuerzo de 614 MPa, por lo que la predicción de vida del modelo resulta ser muy conservativa.

En líneas generales, el modelo propuesto se ajusta mucho mejor que las otras teorías estudiadas.

La teoría lineal de daño propuesta por Miner⁽¹²⁾ sigue siendo la más utilizada, ya que es de fácil aplicación y sus resultados se ajustan muy bien a la realidad cuando las cargas varían sin un patrón fijo. A pesar de que con la aplicación del modelo propuesto no sólo se logra determinar el tamaño de grieta y su velocidad de crecimiento, sino también el tamaño de la barrera microestructural, y que además pronostica la falla del material de una manera muy exacta, los cálculos matemáticos son mucho más complejos; por lo que su aplicación deberá considerarse dependiendo del grado de exactitud que se requiera.

CAPÍTULO IV

Conclusiones y Recomendaciones

4.1.- Conclusiones

Después del análisis de los resultados obtenidos, se pudo concluir lo siguiente:

1. En líneas generales, el modelo propuesto arrojó resultados más satisfactorios que las otras teorías estudiadas.
2. El modelo propuesto se ajustó mejor a los resultados obtenidos en los ensayos donde los primeros bloques de esfuerzo aplicados corresponden a los de mayor magnitud, demostrando ser más preciso en la medida en que el valor de a^* se alcanza con mayor rapidez en los primeros bloques de carga.
3. Los resultados obtenidos no permitieron establecer una tendencia sistemática o patrón que sugiera alguna relación funcional entre la predicción de vida y la secuencia de aplicación de la carga.
4. La regla de Miner presentó un ajuste satisfactorio cuando la secuencia de cargas no tiene un patrón monotónico, es decir, ni ascendente ni descendente, por lo que sigue siendo un modelo válido para la predicción de daño en estos casos.
5. La teoría de Henry subestimó la vida del material en todos los ensayos, lo cual indica que ésta es una opción más conservadora que la regla de Miner y la propuesta en este trabajo especial de grado; pero sólo en uno de los dieciséis ensayos resultó ser la mejor aproximación, estando en algunos casos muy por debajo del valor real.
6. Las predicciones de vida revelan que las teorías que no consideran los esfuerzos por debajo del límite de fatiga del material, no pueden ser usadas en análisis de fallas que incluyen este tipo de cargas, porque pueden llevar a una estimación de vida errada.

4.2.- Recomendaciones

Una vez concluida la tesis, se considera interesante continuar las investigaciones relacionadas con el estudio del daño acumulado por fatiga aplicando elementos de mecánica de la fractura y se recomienda lo siguiente:

1. Afinar los cálculos del límite de fatiga del material utilizando un mayor número de probetas, ya que en el estudio del daño este valor es fundamental.
2. Incorporar al modelo propuesto el efecto de la deformación en la punta de la grieta.
3. Realizar ensayos sólo con dos bloques de esfuerzo para comparar el comportamiento en cargas ascendentes y descendentes.
4. Realizar ensayos con esfuerzos inferiores al límite de fatiga del material aplicando un mayor número de ciclos para observar el comportamiento de las teorías de daño.
5. Analizar los datos con otras teorías no lineales para comparar los resultados con los obtenidos en el presente trabajo especial de grado.
6. Calcular los tamaños de a^* y a_c de forma experimental mediante la toma de réplicas para corroborar los resultados obtenidos analíticamente en los cálculos de la etapa I.

Referencias
Bibliográficas

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ACERO, A., FERNANDEZ, D. (2004). Estudio del Daño Acumulado en el Comportamiento a la Fatiga de la Aleación de Aluminio 6063 Condición T-6, Recubierto con Depósito Autocatalítico de Níquel-Fósforo. Trabajo Especial de Grado no publicado. Escuela de Ingeniería Mecánica. U.C.V., Caracas.
- [2] ASM HANDBOOK (1990). Properties and Selection Irons, Steels and High Performance Alloys. Vol 1. 9th edition. Materials Information Society. USA
- [3] ASM HANDBOOK (1991). Heat Treating. Vol 4. Materials Information Society. USA.
- [4] ASM HANDBOOK. (1994). Metallography and Microstructures. Vol 9. 9th edition. Materials Information Society. USA
- [5] ASM HANDBOOK. (1996). Fatigue and Fracture. Vol 19. Materials Information Society. USA.
- [6] BLOCHWITZ, C., RICHTER, R. (1999) Plastic Strain Amplitude Dependent Surface Path of Microstructurally Short Fatigue Cracks in Face-Centred Cubic Metals. Revista Materials Science and Engineering. Vol 11. N° 3. pp. 120-129.
- [7] BLOCHWITZ, C., TIRSCHLER, W. (2002) Influence of Texture on Twin Boundary Cracks in Fatigued Austenitic Stainless Steel. Revista Materials Science and Engineering. Vol 26. N° 2. pp. 1-10.
- [8] BOLOTIN, V., BELOUSO, IL. (2001) Early Fatigue Crack Growth as the Damage Accumulation Process. Revista Probabilistic Engineering Mechanics. Vol 13. N° 6. pp. 279-283.

- [9] BROEK, D. (1984). Elementary Engineering Fracture Mechanics. 3^{ra} edición. Martinus Nijhoff Publishers, The Netherlands
- [10] CARTENSEN, J., MAGNIN, T. (2001) Characterization and Quantification of Multiple Crack Growth During Low Cycle Fatigue. Revista International Journal of Fatigue. Vol 23. N° 1. Great Britain. pp. 195-200.
- [11] CHITTY, J. (1997). Influencia de la Deposición Química de Aleaciones Ni-P (“electroless”) en la Fatiga Corrosión de probetas de acero AISI 1045 Entalladas y no Entalladas. Escuela de Ingeniería Metalúrgica y Ciencias de los Materiales. U.C.V., Caracas.
- [12] FATEMI, A., YANG, L. (1998). Cumulative Fatigue Damage and Life Prediction Theories: a Survey of the State of the Art for Homogeneous Materials. Revista International Journal Fatigue. Vol. 20. N° 1. Great Britain. pp. 9-34.
- [13] FEDELICH, B. (2001) A Stochastic Markovian Model for Fatigue Short Crack Growth. Serie II. Berlin, Germany. Pp. 741-746.
- [14] GAO, N., BROWN, M.W. (1995) Short Crack Coalescence and Growth in 316 Stainless Steel Subjected to Cyclic and Time Dependent Deformation. Fatigue Fract. Engineering Materials Structural. Vol. 18. pp. 1423-1441.
- [15] GAO, N., et al. (2006) An effective method to investigate short crack growth behaviour by reverse bending testing. Revista International Journal of Fatigue. Disponible: <http://www.sciencedirect.com/science/journal/01421123>.

- [16] GARRIDO, V., LUNA, J. (1997). Predicción de la Vida a la Fatiga Bajo Condiciones de Carga de Amplitud Variable, Aplicando Algunos Criterios de Daño Acumulado. Trabajo Especial de Grado no publicado. Escuela de Ingeniería metalúrgica y Ciencia de los Materiales. U.C.V., Caracas.
- [17] HERTZBERG, R. (1937). Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials. John Wiley & Sons, Inc., United States of America.
- [18] HOBSON, P.D., et al. (1986). Short Fatigue Cracks. EGF Publications 4 Mechanical Engineering Publications. London. pp 441-459.
- [19] HOBSON, P.D.(1985). The Growth of Short fatigue Cracks in a Medium Carbon Steel. Ph.D. Thesis, University of Sheffield.
- [20] KAYNAK, C., et al. (1996) A comparison of short and long fatigue crack growth in steel. Revista International Journal of Fatigue. Vol. 18. N° 1. Great Britain. pp. 17-23.
- [21] KAYNAK. C et all. (1996). Effects of Short Cracks on Fatigue Life Calculations. Revista International Journal of Fatigue. Vol 18. N°1. Great Britain. pp 25-31.
- [22] LAWSON, L., et al. (1997) Microstructural in Metal Fatigue. Revista International Journal of Fatigue. Vol. 19. N° 1. Great Britain. pp. 61-67
- [23] LI, W., ZHANG, P. (2001) Investigation of Initiation and Growth Behavior of Short Fatigue Cracks Emanating from a Single Edge Notch Specimen Using in-situ SEM. Revista Materials Science and Engineering. Vol 20. N° 7. pp. 129-136.

- [24] METALS HANDBOOK. (1972). Atlas of Microstructures and Industrial Alloys. Vol 7. 8th edition. USA
- [25] MILLER, K.J. (1993) Material Science Perspective of Metal Fatigue Resistance. Material Science and Technology. Vol. 9. pp. 453-462.
- [26] OCHOA, E. (2002). Estudio de la fatiga en un acero AISI 4340 templado y revenido, Entallado. Trabajo Especial de Grado no publicado. Escuela de Ingeniería Metalúrgica y Ciencia de los Materiales. U.C.V., Caracas.
- [27] RAMOS, A. (2004). Efecto del Daño Acumulado en el Comportamiento a la Fatiga del Acero SAE 4340 Templado y Revenido. Trabajo Especial de Grado no publicado. Escuela de Ingeniería Metalúrgica y Ciencia de los Materiales. U.C.V., Caracas.
- [28] ROLF, BARSON. (1977). Fracture and Fatigue Control in Structures. Prentice-Hall. USA.
- [29] RIEMELMOSER, FRANZ., et al. (2000). Plastic Deformation at Short Edge Cracks Under Fatigue Loading. Revista Engineering Fracture Mechanics. Elsevier Science Ltd. Vol 18. N° 4. Great Britain. pp 557-374.
- [30] RODOPOULOS, E.R.; DE LOS RIOS, E.R. (2002). Theoretical Analysis on the Behaviour of Short Fatigue Cracks. Revista Internacional Journal of Fatigue. Vol 12. N° 3. Elsevier Science Ltd. Great Britain. pp 719-724.
- [31] RUIZ, A., et al. (2003). Estimación del Daño por Fatiga Mediante Mecánica del Daño Continuo. Ingenierías. Disponible:
<http://ingenierias.uanl.mx/21/pdf/21estimaciondedanoporfatiga.pdf>

- [32] SADANANDA, K., VASUDEVAN†, A.K. (1997) Short Crack Growth and Internal Stresses Revista International Journal of Fatigue. Vol. 19. Nº 1. Great Britain. pp. 99-108.
- [33] SHANG, D., et al. (1998) A New Approach to the Determination of Fatigue Crack Initiation Size. Revista International Journal of Fatigue. Vol. 20. Nº 9. Great Britain. pp. 683-687.
- [34] SHIGLEY, J. (2001). Diseño en ingeniería mecánica. 5ta. edición. Editorial Mc Graw-Hill, México
- [35] SURESH, S. (1998). Fatigue of Materials. 2^{da} edición. CAMBRIDGE University Press, United Kingdom.
- [36] VASUDEVAN, A., et al. (2001) Critical Parameters for Fatigue Damage. Revista International Journal of Fatigue. Vol 15. Nº 4. Great Britain. pp. 39-53
- [37] X.D. LI, L. EDWARDS. (1995). Analysis of short crack growth from microscopic fatigue properties. Revista. Theoretical and Applied Fracture Mechanics. Vol 18. Nº 1. United Kingdom. pp 187-198.
- [38] Z. WU, X. SUN. (1998). Multiple Fatigue Crack Initiation, Coalescence and Growth in Blunt Notched Specimens. Revista Engineering Fracture Mechanics. Vol 59. Nº3. Elsevier Science Ltd. Great Britain. pp 353-359.
- [39] ZHEN ZHANG, J., et al. (2001). Elastic-plastic Finite Element Analysis and Experimental Study of Short and Long Fatigue Crack Growth. Revista Engineering Fracture Mechanics. Vol 30. Nº 2. pp. 1591-1605.
- [40] <http://www.iberisa.com/designstar/fatiga.htm>

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [41] <http://www.oni.escuelas.edu.ar/olimpi2000/santa-fe-sur/ensayodemateriales/Ensayos/fatiga.htm>

- [42] http://www.tdx.cesca.es/TESIS_UPC/AVAILABLE/TDX-0303105-162045//07Gaa07de11.pdf

- [43] http://en.wikipedia.org/wiki/Fracture_mechanics

APÉNDICES

Apéndice A.1.- Cálculo del Daño Acumulado Según la Teoría Lineal de Miner para el Ensayo Número 1.

Sabiendo que el daño se expresa como la sumatoria de las relaciones de ciclos:

$$D = \sum r_i = \sum \frac{n_i}{N_i}$$

Tenemos que el daño será igual a:

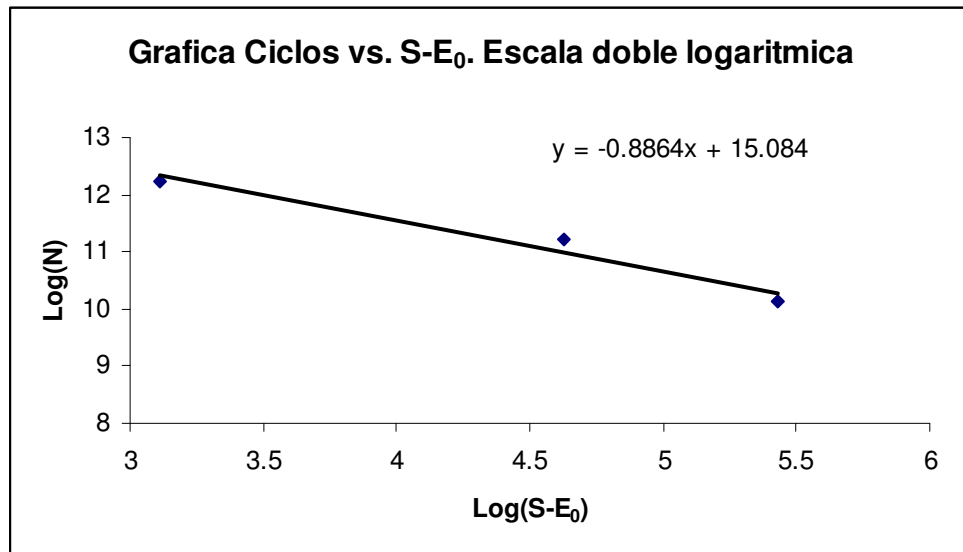
$$D = \frac{52.000}{207680} + \frac{83.700}{\infty} + \frac{18.500}{73.950} + \frac{19.400}{24.775} = 1,284$$

Apéndice A.2.- Cálculo del Daño Acumulado Según la Teoría no Lineal de Henry para el Ensayo Número 1.

Se determina el valor de k_0 :

$$N = \frac{k_0}{S - E_0} \rightarrow \ln(N) = \ln(S - E_0) - \ln(k_0)$$

Con $E_0 = 591,5$ MPa.



$$k_0 = e^{15.084} = 3.554.644$$

Una vez hallado el valor de K_0 , se procede a hallar el nuevo valor del límite de fatiga del material E_I , luego de aplicado el primer bloque de esfuerzo mediante la ecuación:

$$E_1 = \frac{S_1 \left(1 - \frac{n_1}{N_0}\right)}{\left(\frac{S_1 - E_o}{E_o}\right) + \left(1 - \frac{n_1}{N_0}\right)} = \frac{614 \left(1 - \frac{52.000}{207.680}\right)}{\left(\frac{614 - 591,5}{591,5}\right) + \left(1 - \frac{52.000}{207.680}\right)} = 584,35 MPa$$

Seguidamente, se halla el nuevo valor de la constante k del material mediante la relación:

$$k_1 = \frac{k_0 \cdot E_1}{E_o} = \frac{3.554.644 * 584,35}{591,5} = 3.511.661$$

Con los valores de k_1 y E_1 , se procede a obtener la nueva curva S-N del material que definirá el valor de N para el segundo bloque de esfuerzo aplicado:

Como el esfuerzo sigue estando por debajo del nuevo límite de fatiga E_1 , N_1 sigue siendo vida infinita. El límite de fatiga E_2 será igual a E_1 , k_2 será igual a k_1 y la vida remanente del material será la misma que para el bloque 1.

Con los valores de k_2 y E_2 , se procede a obtener la nueva curva S-N del material que definirá el valor de N_2 para el tercer bloque de esfuerzo aplicado:

$$N_2 = \frac{k_2}{S_3 - E_2} = \frac{3.511.661}{694 - 584,35} = 32.025 \text{ ciclos}$$

Luego de aplicado el tercer bloque de esfuerzo, se calcula el E_3 mediante la ecuación:

$$E_3 = \frac{S_3 \left(1 - \frac{n_3}{N_2}\right)}{\left(\frac{S_3 - E_2}{E_2}\right) + \left(1 - \frac{n_3}{N_1}\right)} = \frac{694 \left(1 - \frac{18.500}{32.025}\right)}{\left(\frac{694 - 584,35}{584,35}\right) + \left(1 - \frac{18.500}{32.025}\right)} = 480,5 MPa$$

Seguidamente, se halla el nuevo valor de la constante k del material mediante la relación:

$$k_3 = \frac{k_0 E_3}{E_0} = \frac{3.554.644 * 480,5}{591,5} = 2.887.610$$

Con los valores de k_3 y E_3 , se procede a obtener la nueva curva S-N del material que definirá el valor de N_3 para el cuarto bloque de esfuerzo aplicado:

$$N_3 = \frac{k_3}{S_4 - E_3} = \frac{2.887.610}{820 - 480,5} = 8.506 \text{ ciclos}$$

En el cuarto bloque, la probeta fue ensayada 19.400 ciclos. Como $n_4 > N_3$, la vida del especimen duró 10.894 ciclos más que lo pronosticado por la teoría no lineal de Henry.

Finalmente, se calcula el valor de daño para este ensayo mediante:

$$D_1 = 1 - \frac{E_3}{E_0} = \frac{480,5}{591,5} = 0,187$$

Apéndice A.3.- Cálculo del Daño Acumulado Según el Modelo Propuesto en este Trabajo Especial de Grado para el Ensayo Número 7. §§

Se determina el valor de a_c para cada esfuerzo resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$a_c = \frac{Kic^2}{Yc^2.S^2.\pi} = \frac{79.333}{Yc.574^2.\pi}$$

$$Y = 0.821 - 0.486 \left(\frac{a_c}{Diam} \right) + 2.003 \left(\frac{a_c}{Diam} \right)^2 = 0.821 - 0.486 \left(\frac{a_c}{0.00643} \right) + 2.003 \left(\frac{a_c}{0.00643} \right)^2$$

Multiplicando los resultados por 10^6 para llevarlos a micras se obtiene que:

$$a_c (574) = 4.978 \mu m.$$

$$a_c (614) = 4.835 \mu m.$$

$$a_c (694) = 4.584 \mu m.$$

$$a_c (820) = 4.256 \mu m.$$

Una vez que se tienen los tamaños de grietas críticas para cada esfuerzo, se calcula el valor de a^* para el esfuerzo de 820 MPa en principio, debido a que es el primer bloque aplicado.

Sabiendo que $n_1 + n_2 = N_f$, y que N_f para el esfuerzo de 820 MPa es 24.775 ciclos, sustituimos sus valores en las fórmulas descritas en el procedimiento experimental y despejamos a^* .

$$A = \frac{C.Y^{*n} S^n \pi^{n/2} a^{*n/2}}{d - a^*} = \frac{5,5476.10^{-15} (Y^*.820)^{4.8844} (\pi.a^*)^{2.4422}}{250.10^{-6} - a^*}$$

§§ Las integrales fueron resueltas en programas matemáticos (Maple y Mathcad) y en Excel.

$$Y = 0.821 - 0.486 \left(\frac{a^*}{0.00643} \right) + 2.003 \left(\frac{a^*}{0.00643} \right)^2$$

$$n_1 = \frac{1}{A} \left(\ln \frac{d}{d - a^*} \right) = \frac{1}{A} \left(\ln \frac{250.10^{-6}}{250.10^{-6} - a^*} \right)$$

$$n_2 = \frac{1}{CS^n \pi^{n/2}} \int_{a^*}^{ac} \frac{da}{a^{n/2} Y^n} = \frac{1}{5.5476 \cdot 10^{-15} \cdot 820^{4.8844} \cdot \pi^{2.4422}} \cdot \int_{a^*}^{ac} \frac{da}{a^{2.4422} Y^{4.8844}}$$

$$n_1 + n_2 = 24.775 \text{ entonces}$$

$$a^* (820) = 246,66 \mu\text{m}.$$

Una vez hallados estos valores se procede a aplicar el modelo propuesto en los ensayos:

$$\text{Esfuerzo } I = 820 \text{ MPa}$$

$$a_c = 4.256 \mu\text{m}.$$

$$a^* = 246,66 \mu\text{m}.$$

$$n = 6.200 \text{ ciclos}$$

Se Aplica el modelo de Brown

$$\int_0^a \frac{da}{250.10^{-6} - a} = \int_0^{6.200} A \cdot dN$$

Se despeja el valor de a

$$a = 249,9999 \mu\text{m}.$$

Como $a > a^*$, significa que el a^* fue alcanzado y superado en este bloque. Entonces se sustituye a^* en la integral y se despeja n para saber en cuántos ciclos se formó el a^* .

$$\int_0^{0.00024668a} \frac{da}{250.10^{-6} - a} = \int_0^n A.dN$$

n = 1.733,18 ciclos.

Una vez hecho esto, se aplica la ecuación de Paris para analizar la etapa II. Para ello, se restan los 1.733,18 ciclos que llevaron al grieta hasta a* a los 6.200 ciclos del bloque 1, y se integra para conseguir el tamaño final de la grieta en este bloque. El cual se denominó a₁.

6.200 ciclos – 1.733,18 ciclos = ciclos 4.466,82 $\cong$ 4.467 ciclos.

$$\int_{a^*}^{0.000249999} \frac{da}{a^{2.4422} Y^{4.8844}} = \int_0^{4.467} 5.5476.10^{-15} .820^{4.8844} \pi^{2.4422}$$

a₁ = 291,4 μ m.

Como a₁ < a_c, entonces el material no ha fracturado.

Este valor de a, será el nuevo tamaño de grieta para el siguiente esfuerzo.

Esfuerzo 2 = 694 MPa

a₁ = 291,4 μ m.

a_c = 4.584 μ m.

n = 18.600 ciclos

Se aplica la ecuación de Paris y se despeja el valor de a₂

a₂ = 463 μ m.

Como $a_2 < a_c$, entonces no ha fracturado.

Esfuerzo 3 = 614 MPa

$a_2 = 463 \mu\text{m}$.

$a_c = 4.835 \mu\text{m}$.

$n = 37.000$ ciclos.

Se aplica Paris y se despeja el valor de a_3

$a = 7,95 \text{ mm}$

Como $a_3 > a_c$ la probeta ya ha fracturado.

Se sustituye a_c (614 MPa) en la ecuación de Paris, y se despeja n para calcular el número de ciclos donde fractura (según el modelo aplicado).

Fractura en $N=35.082$ ciclos