



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
ÁREA DE EDUCACIÓN
DOCTORADO EN EDUCACIÓN

LIBROS DE TEXTO VENEZOLANOS Y
FORMACIÓN ESTADÍSTICA DEL CIUDADANO
UN ANÁLISIS CRÍTICO DEL DISCURSO PEDAGÓGICO

Autor: Audy Salcedo

Tutor: Dr. Tulio Ramírez C.

Caracas, Febrero 2018

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
ÁREA DE EDUCACIÓN
DOCTORADO EN EDUCACIÓN

LIBROS DE TEXTO VENEZOLANOS Y
FORMACIÓN ESTADÍSTICA DEL CIUDADANO
UN ANÁLISIS CRÍTICO DEL DISCURSO PEDAGÓGICO

Autor: Audy Salcedo

Trabajo que se presenta
para optar al grado de
Doctor en Educación

Tutor:
Dr. Tulio Ramírez C.

Depósito Legal: DC2018001251



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
 FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
 COMISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



VEREDICTO


Quienes suscriben, miembros del jurado designado por el Consejo de la Facultad de Humanidades y Educación y el Consejo de Estudios de Postgrado de la Universidad Central de Venezuela, para examinar la **Tesis Doctoral** presentada por: **AUDY JOSÉ SALCEDO**, Cédula de Identidad N° V - 5702144 bajo el título **"LIBROS DE TEXTO VENEZOLANOS Y FORMACIÓN ESTADÍSTICA DEL CIUDADANO. UN ANÁLISIS CRÍTICO DEL DISCURSO PEDAGÓGICO"**, a fin de cumplir con el requisito legal para optar al grado académico de **DOCTOR EN EDUCACIÓN**, dejan constancia de lo siguiente:

1. Leído como fue dicho trabajo por cada uno de los miembros del jurado, se fijó el día 18 de Mayo de 2018 a las 09:00 AM., para que el autor lo defendiera en forma pública, lo que ésta hizo en la Sala de Usos Múltiples del piso 3 de la Comisión de Estudios de Postgrado de la Facultad de Humanidades y Educación, mediante un resumen oral de su contenido, luego de lo cual respondió satisfactoriamente a las preguntas que le fueron formuladas por el jurado, todo ello conforme con lo dispuesto en el Reglamento de Estudios de Postgrado.

2. Finalizada la defensa del trabajo, el jurado por unanimidad decidió **aprobarlo**, por considerar, sin hacerse solidario con la ideas expuestas por el autor, que se ajusta a lo dispuesto y exigido en el Reglamento de Estudios de Postgrado

Para dar este veredicto, el jurado estimó que el trabajo examinado es un aporte importante y novedoso para el estudio de la enseñanza de la estadística y la formación del ciudadano venezolano. Se advierte en la investigación el uso de estrategias metodológicas adecuadas para el logro de los objetivos planteados, así como un cuerpo teórico pertinente para el análisis de los resultados. Las conclusiones corroboran la precaria exigencia cognitiva en la enseñanza de la matemática y la estadística a través de los textos de la Colección Bicentenario, así como la transmisión de valores que intentan consolidar el proyecto político del socialismo del siglo XXI.

En fe de lo cual se levanta la presente ACTA, a los 18 días del mes de Mayo del año 2018. Conforme a lo dispuesto en el Reglamento de Estudios de Postgrado, actuó como Coordinador del jurado el Dr. Tulio Ramírez C. .



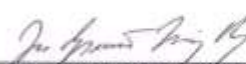
 Dr. Vidal Saez S.
 C.I. V- 6.082.712
 UCV



 Dr. José Marín D.
 C.I. V- 4.587.522
 UCV



 Dra. Carmen Arteaga M.
 C.I. V- 9.487.125
 USB



 Dr. José Francisco Jdárez P.
 C.I. V- 6.349.380
 UCAB



 Dr. Tulio Ramírez C.
 C.I. V- 6.271.137
 UCV
 Tutor



DEDICATORIA

A Flor, mi madre, eres única.

AGRADECIMIENTOS

Antes que nada, quiero expresar mi más profundo agradecimiento a mi tutor Dr. Tulio Ramírez por su orientación, consejo y crítica a lo largo de mi estudio. Tulio, gracias por la confianza y las palabras justas en los momentos precisos, fue un gran placer trabajar contigo.

A los profesores Amalio Sarco Lira y Jesús González. Sus sugerencias y observaciones contribuyeron mejorar este trabajo.

A los amigos, especialmente Ruth y Ramón, quienes me alentaron a seguir adelante con esta investigación.

A mis hermanos, todos son especiales. Por estar siempre pendiente de mí.

A Aquiles Sebastián, Augusto Antonio y Daniela Alejandra, mis motivos, mi fuente de inspiración y de aprendizaje permanente. Cada uno encontró la manera de apoyar este proyecto.

A Carmen, mi apoyo incondicional, sin ti todo sería más difícil.

A todos mi mayor y más sincero agradecimiento.

*No memorices lecciones
de dictaduras o encierros
La patria no la define
el que suprime a su pueblo*

Rubén Blades – Antecedentes (1988)

*Autoritätsdusel ist der größte Feind der Wahrheit.
El respeto irreflexivo por cualquier autoridad es el mejor enemigo de la verdad.*

Albert Einstein (1901)

*There may be people who have more talent than you, but there's no excuse for anyone to work harder
than you do - and I believe that.*

Derek Jeter

RESUMEN

LIBROS DE TEXTO VENEZOLANOS Y LA FORMACIÓN ESTADÍSTICA DEL CIUDADANO UN ANÁLISIS CRÍTICO DEL DISCURSO PEDAGÓGICO

Autor: Audy Salcedo

Tutor: Tulio Ramírez C.

Analizar críticamente la formación estadística para el ciudadano venezolano que subyace en los libros de texto de matemáticas de la Colección Bicentenario del Ministerio del Poder Popular para la Educación es el centro de la presente investigación. En años recientes, el Estado venezolano elaboró libros de matemáticas para los niveles de primaria y secundaria, por lo cual se puede suponer que en ellos se encuentra la formación matemática que se aspira alcance el ciudadano venezolano. Por lo tanto el análisis de las unidades de estadística y probabilidad de esos libros puede develar la formación estadística que se aspira que el ciudadano logre en esa área. Se trata de una investigación documental donde primero se caracterizó la formación estadística del ciudadano, sobre la base de las investigaciones realizadas en el área de la Educación Estadística. Posteriormente se analizaron las 11 unidades de estadísticas y las 10 de probabilidad que se encuentran en los libros de texto de matemática de la Colección Bicentenario. El análisis de dos partes diferenciadas: las lecciones y las actividades. La lección es la parte de la unidad dedicada a la explicación del contenido, el conjunto de conocimientos teóricos o prácticos que se considera que el estudiante debe trabajar en cada grado. Las actividades son enunciados que exigen que el estudiante realice alguna acción más allá de leer el libro, de acuerdo a diversos autores, ellas no sólo determinan qué es lo que aprende el estudiante, sino también cómo lo aprende, e influye en cómo llegan a pensar, desarrollar, utilizar y dar sentido a la matemática. Se encontró que los libros analizados no reflejan los resultados de las investigaciones realizadas en temas de educación estadística. Así mismo, se considera que la formación estadística que se ofrece por intermedio de esos libros de texto no es propia para un ciudadano del mundo democrático actual ya que lo hace vulnerable de ser engañado mediante el uso de la estadística y la probabilidad.

Palabras clave: Libros de texto, Formación estadística del ciudadano, estadística, probabilidad.

ABSTRACT

TEXTBOOKS OF VENEZUELAN AND THE CITIZEN'S STATISTICAL FORMATION A CRITICAL ANALYSIS OF PEDAGOGICAL DISCOURSE

Author: Audy Salcedo

Advisor: Tulio Ramírez C.

To critically analyze the statistical training for the Venezuelan citizen that is in the textbooks of mathematics of the Bicentennial Collection of the Ministry of the Popular Power for Education is the center of this investigation. In recent years, the Venezuelan State has developed mathematics books for the primary and secondary levels of school, so it can be assumed that the mathematical training that aspires to reach the Venezuelan citizen is found in them. Therefore, the analysis of the statistical and the probability units of these books can reveal the statistical training that the citizen is expected to achieve in this area. It is a documentary research in where the statistical formation of the citizen was first characterized, based on the research carried out in the area of Statistical Education. Subsequently, the 11 units of statistics and the 10 units of probability found in the textbooks of mathematics of the Bicentennial Collection were analyzed. The analysis of two differentiated parts: the lessons and the activities. The lesson is the part of the unit dedicated to the explanation of the content, the set of theoretical or practical knowledge that is considered that the student must work in each grade. The activities are statements that require the student to perform some action beyond reading the book, according to various authors, they not only determine what the student learns, but also how they learn, and influences how they come to think, develop, use and make sense of mathematics. It was found that the analyzed books do not reflect the results of the researches carried out on subjects of statistical education. Likewise, it was considered that the statistical training offered in these textbooks is not proper for a citizen of the current democratic world since it makes them vulnerable to being deceived through the use of statistics and probability.

Keywords: Textbooks, Citizen's statistical training, statistics, probability.

CONTENIDO

Dedicatoria	iii
Agradecimientos	iv
Resumen	vi
Abstract	vii
Lista de Figuras	xiii
Lista de Tablas	xvi
Introducción	19
Capítulo 1 El Problema	25
1.1 Planteamiento.....	25
1.2 Importancia – Justificación de la Investigación.....	31
1.3 Objetivos.....	35
1.3.1 Objetivo General.....	35
1.3.2 Objetivos Específicos.....	35
Capítulo 2 Ciudadano, Ciudadanía y Educación	37
2.1 Ciudadano, Ciudadanía.	38
2.1.1 Algunos aspectos históricos	38
2.2 Modelos de Ciudadanía.....	54

2.2.1	Ciudadanía liberal.....	55
2.2.2	Ciudadanía republicana	57
2.2.3	Ciudadanía comunitarista.....	59
2.2.4	Ciudadanía libertaria	61
2.2.5	¿Diferencias y semejanzas?	63
2.3	La Ciudadanía Venezolana	64
2.3.1	La ciudadanía en la Constitución de la República Bolivariana de Venezuela	64
2.3.2	La ciudadanía desde la perspectiva del ciudadano venezolano	69
2.4	Qué Define a la Ciudadanía	73
2.5	Educación y Ciudadanía.....	78
2.6	Ciudadanía y Educación Matemática	85
2.6.1	La matemática en la formación de ciudadanos.....	87
2.6.2	Qué aportan las matemáticas al ciudadano	94
2.6.3	Alfabetización matemática.....	99
Capítulo 3	Libro de Texto.....	107
3.1	Libros de Texto, Algunas Consideraciones	107
3.1.1	¿Qué es un libro de texto?	108
3.1.2	El Libro de texto ¿un recurso pedagógico?.....	113
3.1.3	Uso del libro de texto	118
3.2	Libro de Texto de Matemáticas	123
3.2.1	El libro de texto de matemáticas como objeto de investigación.....	125
3.3	Los Libros de Texto de Matemáticas de la Colección Bicentenario	140
3.3.1	Educación primaria.....	142

3.3.2	Educación media.....	149
3.4	Las Actividades en los Libros de Texto de Matemáticas	154
3.5	Posibles Conflictos Semióticos en los Libros de Texto	158
Capítulo 4	Formación Estadística del Ciudadano	162
4.1	Niveles de Compresión de la Estadística	162
4.1.1	Alfabetización estadística	163
4.1.2	Razonamiento estadístico	174
4.1.3	Pensamiento estadístico	178
4.1.4	Sentido estadístico.....	181
4.1.5	Diferencias entre alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico	183
4.2	Educación Estadística, Qué Dice la Investigación	187
4.2.1	Heurísticas y sesgos en la interpretación de la probabilidad.....	187
4.2.2	Problemas en el análisis de los datos estadísticos.....	190
4.2.3	La probabilidad.....	196
4.2.4	Ideas fundamentales de la estadística	199
4.2.5	Modelos de enseñanza de la estadística	202
4.2.6	Recomendaciones didácticas	208
4.3	La Estadística y la Probabilidad en el Currículo.....	210
4.3.1	Principios y estándares del NCTM (National Council of Teachers of Mathematics).....	213
4.3.2	Estándares comunes para las matemáticas (Common Core State Standard Initiative).....	221

4.3.3	Lineamientos para la enseñanza y evaluación en educación estadística (Proyecto GAISE)	227
4.3.4	Currículo de Singapur.....	230
4.3.5	Currículo de Chile	235
4.3.6	Currículo de Colombia.....	241
4.3.7	Currículo de Finlandia.....	247
4.3.8	Currículo de Japón.....	249
4.3.9	Currículo de Corea.....	252
4.3.10	Qué dicen los currículos.....	254
4.4	Estadística para el Ciudadano	256
4.4.1	Porqué formación estadística del ciudadano.....	257
4.4.2	Características de la formación estadística del ciudadano	262
Capítulo 5	Metodología	271
5.1	Caracterización de la Investigación	271
5.2	Población	272
5.2.1	Unidades de análisis.....	275
5.3	Procedimiento de Investigación	275
Capítulo 6	Resultados	281
6.1	Las Lecciones, Un Análisis Didáctico.....	281
6.1.1	Uso de datos reales	282
6.1.2	Comprender los conceptos por encima del manejo de procedimientos	285
6.1.3	Contextos que le den significado a las ideas estadísticas.....	286
6.1.4	Uso de tecnología como apoyo a la enseñanza	287

6.1.5	Énfasis en las ideas estadísticas fundamentales	289
6.1.6	Posibles conflictos semióticos.....	301
6.1.7	Resolución de problemas estadísticos en las lecciones.....	310
6.1.8	Valores al resolver problemas con estadística.....	313
6.2	Las Actividades	314
6.2.1	Ubicación de las actividades	318
6.2.2	Exigencia cognitiva de las actividades.....	320
6.2.3	Las ideas fundamentales de la estadística en las actividades	329
6.2.4	Resolución de problemas estadísticos en las actividades	367
6.2.5	Valores en las actividades.....	376
6.3	Sobre la Formación Estadística del Ciudadano.....	377
6.3.1	Las ideas estadísticas fundamentales	377
6.3.2	La resolución de problemas estadísticos.....	379
6.3.3	Valores en la formación estadística	380
Capítulo 7	Conclusiones	383
7.1	Un Punto Previo	¡Error! Marcador no definido.
7.2	Sobre los Resultados.....	387
7.3	Recomendaciones	396
Referencias	399

LISTA DE FIGURAS

Figura 3:1 Tetraedro del uso de libros de texto	124
Figura 4:1 Modelo de alfabetización estadística.....	165
Figura 4:2 Relación entre alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico	183
Figura 4:3 Relación entre alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico	184
Figura 4:4 Fases para promover la adquisición y desarrollo de la alfabetización probabilística en Educación Primaria	198
Figura 4:5 Ciclo de investigación PPDAC.....	203
Figura 4:6 Contenidos del currículo de matemáticas, área estadística y probabilidad.....	211
Figura 4:7 Marco de estudio de la matemática en Singapur.....	234
Figura 6:1 Ejemplo de datos no reales	283
Figura 6:2 Ejemplo representación gráfica incorrecta	303
Figura 6:3 Fórmula para cálculo de la desviación típica	304
Figura 6:4 Fórmula para cálculo de la desviación típica	305
Figura 6:5 Fórmula para cálculo de la media aritmética	305
Figura 6:6 Fórmula para cálculo de la media aritmética	305
Figura 6:7 Fórmula para cálculo de la media aritmética	306
Figura 6:8 Fórmulas para cálculo de la frecuencia relativa y la frecuencia porcentual	306
Figura 6:9 Ejemplo de gráfico con problema en la escala.....	307
Figura 6:10 Ejemplo de gráfico con problema en la escala.....	308

Figura 6:11 Ejemplo de actividad no relacionada con estadística	316
Figura 6:12 Ejemplo de información relacionada con estadística o matemática	317
Figura 6:13 Ejemplo de información no relacionada con estadística o matemática	318
Figura 6:14 Ejemplo de actividad de Memorización.....	321
Figura 6:15 Ejemplo de actividad de Memorización.....	322
Figura 6:16 Ejemplo de actividad de Tarea sin Conexión.....	322
Figura 6:17 Ejemplo de actividad de Tarea sin Conexión.....	323
Figura 6:18 Ejemplo de actividad de Tarea con Conexión	324
Figura 6:19 Ejemplo de actividad de Tarea con Conexión	324
Figura 6:20 Ejemplo de actividad de Tarea para Hacer Estadística.....	325
Figura 6:21 Ejemplo de actividad de Tarea para Hacer Estadística.....	326
Figura 6:22 Ejemplo de actividad vinculada con Datos	330
Figura 6:23 Ejemplo de actividad vinculada con Variabilidad.....	331
Figura 6:24 Ejemplo de actividad tabla estadística clasificada como Leer más allá los datos.....	339
Figura 6:25 Ejemplo de actividad de tabla estadística.....	340
Figura 6:26 Ejemplo de histograma.....	345
Figura 6:27 Ejemplo de actividad clasificada como Leer los datos.....	349
Figura 6:28 Ejemplo de actividad clasificada como Leer dentro los datos.....	350
Figura 6:29 Ejemplo de actividad clasificada como Leer más allá de los datos	351
Figura 6:30 Ejemplo de actividad de Distribución.....	353
Figura 6:31 Ejemplo de actividad de Distribución.....	354
Figura 6:32 Actividad de correlación.....	356

Lista de Figuras

Figura 6:33 Actividad de probabilidad por grados	358
Figura 6:34 Actividad de probabilidad según enfoque usado por grados	359
Figura 6:35 Actividades para diferenciar población y muestra	365
Figura 6:36 Ejemplo de actividad de población y muestra	366
Figura 6:37 Actividades de Resolución de Problemas Estadísticos por grado.....	368
Figura 6:38 Ejemplo de actividad de Resolución de Problemas Estadísticos	369
Figura 6:39 Ejemplo de actividad de Resolución de Problemas Estadísticos 4to grado	370
Figura 6:40 Ejemplo de actividad de Resolución de Problemas Estadísticos	371
Figura 6:41 Ejemplo de actividad de Resolución de Problemas Estadísticos	371
Figura 6:42 Ejemplo de actividad de Resolución de Problemas Estadísticos	373
Figura 6:43 Ejemplo de actividad de Resolución de Problemas Estadísticos	374

LISTA DE TABLAS

Tabla 4.1 Palabras Asociadas con la Evaluación de la Alfabetización, Razonamiento y Pensamiento Estadístico	185
Tabla 4.2 Comparación Alfabetización, Razonamiento y Pensamiento Estadístico.....	186
Tabla 4.3 Ideas Fundamentales de Estadística.....	201
Tabla 4.4 Estadística en Propuesta Estándares NCTM.....	215
Tabla 4.5 Probabilidad en Propuesta Estándares NCTM.....	219
Tabla 4.6 Estadística para Primaria en Propuesta Estándares Comunes para las Matemáticas	223
Tabla 4.7 Estadística para Secundaria en Propuesta Estándares Comunes para las Matemáticas	225
Tabla 4.8 Probabilidad para Secundaria en Propuesta Estándares Comunes para las Matemáticas	226
Tabla 4.9 Estadística en Propuesta GAISE.....	228
Tabla 4.10 Estadística en Currículo Primaria Singapur	231
Tabla 4.11 Estadística en Currículo Secundaria Singapur	232
Tabla 4.12 Probabilidad en Currículo Secundaria Singapur.....	233
Tabla 4.13 Estadística en Currículo Primaria Chile.....	236
Tabla 4.14 Probabilidad en Currículo Primaria Chile	237
Tabla 4.15 Estadística en Currículo Secundaria Chile.....	238
Tabla 4.16 Probabilidad en Currículo Secundaria Chile	240
Tabla 4.17 Estadística en Currículo Primaria Colombia.....	243
Tabla 4.18 Probabilidad en Currículo Primaria de Colombia.....	244

Tabla 4.19 Estadística en Currículo Secundaria de Colombia	245
Tabla 4.20 Probabilidad en Currículo Secundaria Colombia	246
Tabla 4.21 Estadística en Currículo Primaria y Secundaria Obligatoria de Finlandia.....	248
Tabla 4.22 Probabilidad en Currículo Primaria y Secundaria Obligatoria de Finlandia.....	249
Tabla 4.23 Estadística y Probabilidad en Currículo de Primaria y Secundaria Obligatoria de Japón	251
Tabla 4.24 Estadística en Currículo Primaria y Secundaria Obligatoria de Corea.....	253
Tabla 4.25 Probabilidad en Currículo Primaria y Secundaria Obligatoria de Corea	253
Tabla 5.1 Distribución de las unidades de estadística y probabilidad por grado	274
Tabla 6.1 Datos como idea fundamental de la estadística en las lecciones de los libros de la Colección Bicentenario.....	289
Tabla 6.2 Representación de datos como idea fundamental de la estadística en las lecciones de los libros de la Colección Bicentenario	292
Tabla 6.3 La distribución como idea fundamental de la estadística en las lecciones de los libros de la Colección Bicentenario	294
Tabla 6.4 Análisis de datos bivariantes como idea fundamental de la estadística en las lecciones de los libros de la Colección Bicentenario	297
Tabla 6.5 Modelos de probabilidad como idea fundamental de la estadística en las lecciones de los libros de la Colección Bicentenario.....	299
Tabla 6.6 Inferencia estadística como idea fundamental de la estadística en las lecciones de los libros de la Colección Bicentenario	300
Tabla 6.7 presencia de las fases de la resolución de problemas estadísticos en las lecciones de los libros de la Colección Bicentenario	310

Tabla 6.8 Clasificación de los enunciados de las unidades de estadística.....	315
Tabla 6.9 Ubicación de las actividades en las unidades de los libros.....	319
Tabla 6.10 Actividades sobre tablas estadísticas por grado.....	321
Tabla 6.11 Actividades sobre tablas estadísticas por grado.....	333
Tabla 6.12 Actividades sobre tablas estadísticas el tipo de tabla clasificadas por grado	334
Tabla 6.13 Tarea solicitada en las actividades sobre tablas estadísticas por grado	335
Tabla 6.14 Nivel de lectura exigido en las actividades sobre tablas estadísticas por grado	337
Tabla 6.15 Distribución de actividades sobre gráficos estadísticos por grado	341
Tabla 6.16 Tipos de gráficos solicitados en actividades estadísticos por grado	343
Tabla 6.17 Actividades de gráficos por grado y tipo de tarea solicitada.....	346
Tabla 6.18 Actividades sobre gráficos estadísticos por grado y nivel de lectura.....	348
Tabla 6.19 Las actividades de Distribución por grado.....	352
Tabla 6.20 Distribución de actividades modelos de probabilidad según tarea solicitada por grado	360
Tabla 6.21 Distribución de actividades ideas fundamentales de la probabilidad por grado.....	362

INTRODUCCIÓN

La *Sociedad de la Información*, este es una de las formas de identificar al mundo actual. Para algunos puede ser solo un rotulo, para otros es un concepto más profundo que alude a los enormes volúmenes de datos que se producen en la actualidad y a los cuales que están expuestos los ciudadanos. Pero, ¿es realmente importante el volumen de información? Hilbert y López (2011) publicaron, en la mítica revista *Science*, un artículo donde estiman la capacidad tecnológica del mundo para generar y almacenar información, considerando tecnologías analógicas y digitales durante el período de 1986 a 2007. Indican que para 2007, la humanidad tenía almacenado 295 exabytes y había comunicado 20 exabytes, comprimidos de forma óptima. Indican que el 99,9% de la información generada en el planeta se encontraba en formato digital, por lo tanto, solo el 0,007% de ella está en papel. Señalan además que la capacidad informática de propósito general de la humanidad creció, hasta ese momento, a una tasa anual del 58%.

Sin duda son cifras impresionantes, pero cuesta saber a qué tan grandes son. Por ejemplo, se estima que todas las palabras habladas por la humanidad en su existencia son aproximadamente 5 exabytes, el 25% de la comunicación generada hasta 2007. En términos generales, escribir una letra, un número o un signo de puntuación es equivalente a usar un byte, por lo tanto, cuando se escribe un documento en un procesador de palabras que tiene 18 kilobytes se está en presencia de unos 18 mil caracteres. La información almacenada hasta 2007 era de 2.95×10^{20} bytes, si se supone que toda esa información está en un procesador de palabras, eso es semejante a veintinueve mil quinientos trillones de caracteres.

Pero el mundo no para de producir información. En la página <http://www.worldometers.info/es/> se puede ver, en tiempo real, como varían los datos

de la humanidad. En un día cualquiera se envían más de cien mil millones de correos electrónicos, se publican más 500 millones de mensajes en la red social Twitter, se efectúan una cinco mil millones de búsquedas en Google. En esa página también se puede encontrar datos sobre los libros publicados en un día, los suicidios en el año, la cantidad de agua que se ha consumido en el año o la cantidad de energía usada en un día. Todo lo anterior parte del *Big Data*, un término usado para aludir a grandes cantidades de datos (estructurados, semiestructurados y no estructurados) que pueden ser procesados para obtener información.

Los datos tienen sentido si con ellos es posible generar información, producir conocimiento. En el caso del *Big Data*, el área de mayor aplicación hasta ahora es el marketing y las ventas, pero también en el área de la salud, el rendimiento deportivo, la política (se dice que la reelección de Obama fue gracias al Big data), la seguridad de los ciudadanos, el tránsito, etc. En todas esas áreas se toman decisiones sobre la base de datos para hacer estimaciones o predicciones. La estadística es una de los instrumentos que se utiliza para obtener la información que oculta en los datos y que ayuda a tomar decisiones en un mundo con grandes niveles de incertidumbre.

La sociedad conoce el valor de la estadística y sus posibilidades para hacer estimaciones y tomar decisiones, por lo que desde hace décadas la mayoría de los países incluyó la estadística en los planes de estudio de la primaria y secundaria. Hay personas que trabajan con los datos como profesional investigador, pero también hay personas que utilizan estadística en su profesión por lo tanto necesitan la formación que le permitan interpretar resultados estadísticos específicos de su área. Asimismo hay un grupo de personas que necesitan entender cómo utilizar datos e interpretar información estadística en la vida, es lo que comúnmente se identifica como un consumidor informado de datos y estadísticas. Este último es el nivel mínimo de formación que se supone debe tener el ciudadano común y que, en el caso venezolano, se aspira lograr durante su paso por la primaria y secundaria.

Un ciudadano puede recibir información sobre el alcalde de la localidad, o de un candidato a alcalde, sobre sus planes de construir nuevas Escuelas. En general, pocos ciudadanos estarían en contra de una medida como esa, pero una pregunta que deberían

hacerse es ¿qué tan necesarias son esas escuelas? ¿No hay suficientes en el municipio? Si no son suficientes, ¿dónde deberían construirse y por qué en esos lugares? Un alcalde, o candidato, responsable mostraría, por ejemplo, las cifras de nacimientos de niños en el municipio, las estimaciones de cupo en los distintos niveles de educación, la capacidad instalada de las escuela y la necesidad de nuevas escuelas. Esa necesidad no tiene que ser igual en todo el municipio, por lo que habrá sectores con mayor demanda que otros. Pero además debe tener un plan para proveer a las escuelas de los recursos humanos y materiales necesarios y tomar las previsiones presupuestarias, además de hacer contacto, por ejemplo, con las universidades que forman docentes en el municipio o el estado para saber si va a contar con suficientes docentes. Así se podría seguir ofreciendo información cuantitativa que soporta la necesidad de nuevas escuelas. Esa decisión, aparentemente simple y de consenso, puede tener o no soporte en la evidencia y el ciudadano debe tener la información y la formación que le permita discernir sobre el tema. La estadística puede ayudar a tomar decisiones sobre la base de la evidencia y no fundamentados en rumores o creencias.

Los libros de texto juegan un papel fundamental en la formación de los estudiantes venezolanos durante sus estudios de primaria y secundaria, muy particularmente en matemáticas, asignatura donde se encuentran los contenidos de probabilidad y estadística. En esta investigación se trabaja con los libros de texto de matemática elaborados por el Estado venezolano, como una forma de conocer y analizar la formación estadística que se propone para los ciudadanos venezolanos.

En el capítulo 1 se expone el problema a investigar, con las preguntas de investigación, los objetivos y justificación de la investigación. Al plantear el problema se exponen elementos de tipo teórico sobre necesidad de que todo ciudadano alcance niveles básicos de formación en estadística y el rol que juegan los libros de texto o textos escolares, como principal recurso didáctico de la escuela, en esa formación. En la justificación se destaca la necesidad de evaluar los textos escolares como una forma de identificar fortalezas y debilidades que ayuden a mejorar este importante recurso de maestros y estudiantes.

Dado que en este trabajo se examina la formación estadística del ciudadano que se propone en los libros de texto de la Colección Bicentenario de Venezuela, es inexorable la revisión de algunos referentes teóricos básicos sobre ciudadano, ciudadanía y su vinculación con la educación. Ese es el objeto del capítulo 2. Primero se expone una síntesis histórica del concepto de ciudadanía y lo que significaba ser ciudadano, siempre en clave pedagógica. Luego se exponen los modelos de ciudadanía, seguido de una revisión de lo que establece la Constitución Nacional sobre la ciudadanía en Venezuela, con una sección sobre cómo perciben los venezolanos la ciudadanía. Se sigue con un apartado donde se exponen algunos conceptos actuales de ciudadanía y sus características.

Una relación obvia, aunque en ocasiones es descuidada, es abordada al final del capítulo, ciudadanía y la educación. Primero se discute el papel que juega la educación en la formación del ciudadano sobre la base de lo que reportan las investigaciones y cómo debe llevarse a cabo en el aula y luego sobre el aporte particular que hace la matemática a esa formación.

El texto escolar es centro del tercer capítulo, aunque con particular énfasis en el libro de texto de matemáticas. Primero se exponen aspectos conceptuales del llamado texto escolar o libros de texto, una discusión sobre si es o no un recurso pedagógico, así como lo que sabe sobre su uso por parte del docente y del estudiante; por ser sus principales usuarios en el ambiente educativo. Inmediatamente se expone lo que reporta la investigación sobre el libro de texto de matemáticas, para posteriormente dar cuenta de los resultados encontrados en las investigaciones realizadas hasta ahora sobre los textos escolares de matemáticas de la Colección Bicentenario, centro de atención de esta investigación. El capítulo se cierra con dos puntos que se considera fundamental en el análisis de un libro de texto de matemáticas: las actividades y los posibles conflictos semióticos.

Investigadores, como Grevholm, Millman y Clarke (2009), consideran que las actividades definen no solo la matemática que aprenden los estudiantes sino también cómo la aprenden, por lo tanto redundan en sus posibles aplicaciones en la vida cotidiana. Las actividades hablan hacia donde los textos dirigen la enseñanza de la matemática. Los conflictos semióticos se refieren a la disparidad de significados que le pueden atribuir dos

sujetos a un mismo objeto matemático, por lo tanto, pueden ser fuentes de dificultades y limitaciones de los aprendizajes de los estudiantes. Este análisis puede ayudó a identificar posibles diferencias entre los significados que se atribuyen a conceptos estadísticos en los libros de la colección Bicentenario.

En el capítulo siguiente se discuten aspectos conceptuales sobre la formación estadística del ciudadano. Primero se discuten constructos básicos que se manejan en la bibliografía para describir los niveles de aprendizaje de la estadística: Alfabetización, Razonamiento y Pensamiento Estadístico; así como el Sentido Estadístico. Luego se exponen algunos de los resultados más importantes reportados en la investigación sobre la Educación Estadística, para continuar con la revisión de distintos currículos de educación primaria y secundaria de diferentes países que incluyen temas de probabilidad y estadística. Enseguida se discute la necesidad de la formación estadística del ciudadano, su especificidad dentro de la alfabetización matemática para resolver problemas que involucren análisis de datos o toma de decisiones en situación de incertidumbre. Se cierra el capítulo con las características de la formación estadística del ciudadano.

El capítulo 5 es la necesaria sección donde se exponen los procedimientos utilizados para el logro de cada uno de esos objetivos propuestos. Ese capítulo es seguido por el análisis de la formación estadística para el ciudadano del Estado venezolano desde los libros de texto de matemáticas de la Colección Bicentenario (capítulo 6). Este análisis se realizó considerando las características de la formación estadística para el ciudadano, definidas en el capítulo 4, así como las recomendaciones didácticas que se desprenden las investigaciones en Educación Estadística. Allí también se discuten los resultados encontrados. El capítulo 7 fue destinado a la presentación de las conclusiones del estudio, sobre la base de los resultados obtenidos y discutidos en el capítulo anterior.

La estadística y la probabilidad desde hace muchos años “vivieron un exilio dorado” en las carreras universitarias, así cuando los países comenzaron a incluirlas en la primaria y secundaria, surgieron las dudas sobre si era real la necesidad de estudiar esos temas en esos niveles de la educación. Hoy en día, la casi totalidad de los países considera que la estadística y la probabilidad son necesarias para la formación general del ciudadano, porque los ciudadanos son consumidores de estadística, por lo tanto, requieren de los

conocimientos que le permitan analizar datos y tomar decisiones. Además, estos momentos, los ciudadanos también son productores de datos, que se usan, aun sin ellos saberlo, para tomar decisiones que los involucran. En consecuencia, el ciudadano debe tener una formación estadística adecuada.

Capítulo 1 **EL PROBLEMA**

En este capítulo se desarrolla los elementos que permiten comprender la naturaleza y alcance del problema de esta investigación. Se comienza por el planteamiento de la investigación desarrollada, contextualizada en la realidad educativa de donde proviene, seguida de la justificación de la investigación, donde se argumenta la importancia del estudio propuesto, y se cierra con los objetivos que se aspiran lograr.

1.1 PLANTEAMIENTO

El objetivo de esta investigación es analizar críticamente el tipo de formación estadística para el ciudadano venezolano que subyace en los textos de matemáticas de la Colección Bicentenario (C.B.) del Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPPPE), lo cual incluye los 6 grados de primaria y los 5 años de educación media. Los contenidos de estadística y probabilidad se encuentran desde hace décadas en la educación formal, esto significa que la sociedad reconoce que el ciudadano necesita recibir formación estadística. Al leer un periódico o revista, mirar la televisión o navegar en internet, significa exponerse a información presentada mediante tablas, figuras y gráficos, pero también, se encuentran porcentajes, resultados de encuestas, promedios y otras medidas de estadística, además de probabilidades de diversos eventos. Estas informaciones no son exclusivas de un campo, aparecen en áreas tan disimiles como: economía, derecho o medicina. Todo ello es evidencia de la necesidad de formación en el área de estadística que tiene todo ciudadano, necesidad que la mayoría de los países ha reconocido y por lo cual han incluido de temas de estadística y probabilidad en los programas de estudio de primaria y la educación media.

Para Godino, Batanero y Cañizares (1987) las razones por las cuales se debe incluir la estadística y probabilidad en el currículo de Educación Básica son: (a) es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, es decir, es un componente de la cultura básica en nuestra sociedad. (b) es útil para la vida posterior, el trabajo y el uso del tiempo libre. (c) ayuda al desarrollo personal, fomentando el cultivo de las capacidades intelectuales y sociales. (d) ayuda a comprender otros temas del curriculum.

En el texto denominado *Principios y Estándares Curriculares del National Council of Teachers of Mathematic* (NCTM, 2000), se indica que los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar a los estudiantes para formular preguntas que puedan abordarse con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas; seleccionar y utilizar los métodos estadísticos apropiados para analizar los datos; desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos; comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad.

Asimismo, en el Proyecto Internacional para la Producción de Indicadores de Resultados Educativos de los Alumnos (Proyecto PISA) de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE, 2006) se señala:

La aportación de la estadística a la formación matemática tiene un carácter único y de gran importancia, pues abre la posibilidad de razonar partiendo de datos empíricos inciertos. Este tipo de pensamiento estadístico debería formar parte del bagaje intelectual de todo ciudadano inteligente (p. 97).

Razones como las anteriores soportan la inclusión de tópicos de estadística y probabilidad en los programas de matemáticas. Se considera que su enseñanza es imprescindible en un mundo donde el análisis de datos y la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre son comunes en la vida cotidiana.

En el caso de Venezuela, la inclusión de contenidos referentes al área de probabilidad y estadística en la educación primaria se ubica en la reforma curricular llevada a cabo en la década de los 80's, en lo que se denominada para ese momento Educación Básica, y fue ratificada en la reforma curricular realizada en 1996. La inclusión de temas de probabilidad y estadística en la Educación Básica fue el cambio más significativo en los programas de matemática, de la reforma realizada en esos años.

En Educación Media, la estadística se encuentra en los programas de matemáticas desde 1972 y se mantuvo en los llamados programas de ensayo del Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC) elaborados en 1990. En el rechazado Currículo Nacional Bolivariano, propuesto por el MPPPE en 2007, también se incluían temas de probabilidad y estadística en los programas de matemáticas. La incorporación de esos contenidos en diseños curriculares elaborados en distintos momentos es evidencia del reconocimiento de la importancia de que el ciudadano común posea conocimientos en esos tópicos.

Esa necesidad de que todo ciudadano alcance niveles básicos de formación en estadística y probabilidad, es lo que algunos autores han denominado *Alfabetización Estadística*¹. Garfield (1999) define la alfabetización estadística como la comprensión del lenguaje estadístico, sus palabras, símbolos y términos. Estar en capacidad de interpretar gráficos y tablas, de leer y dar sentido a las estadísticas que se encuentran en los medios de comunicación, o los resultados que se ofrecen en las encuestas, entre otros. Steen (2001) la define como el conjunto de conocimientos, creencias, disposiciones, hábitos mentales y habilidades de comunicación que las personas necesitan para hacer frente, con eficacia, a situaciones, de su vida y trabajo, que incluyen datos cuantitativos y cualitativos.

Gal (2002) señala que la alfabetización estadística como la capacidad que tiene todo ciudadano para comprender, interpretar y evaluar críticamente información estadística encontrada en distintos medios. Sheaffer (2001) considera que esta nueva alfabetización es uno de los principales objetivos de la educación en el nivel elemental, cree que se trata de un objetivo que supera la disciplina de las matemáticas y también debe ser asumida por otras disciplinas en la escuela.

Batanero, Díaz, Contreras y Roa (2013) prefieren hablar de *Sentido Estadístico*, como un concepto que engloba a otros como la alfabetización estadística y al razonamiento estadístico. El sentido estadístico es la unión de tres componentes: (a) comprensión adecuada de las ideas estadísticas fundamentales, (b) competencia de análisis de datos (c)

¹ Se ha traducido Statistical Literacy como Alfabetización Estadística, pero algunas personas lo traducen como Capacidad Estadística o Cultura Estadística.

el razonamiento estadístico. Considerando estos componentes, el sentido estadístico, debe construirse en forma progresiva desde la educación primaria, secundaria y hasta la universidad.

Se aspira entonces que la formación estadística del ciudadano se alcance con el estudio de los temas de estadística y probabilidad que se encuentra en los programas de matemáticas de la educación primaria y secundaria o media. Es indudable que el libro de texto o texto escolar es uno de los recursos didácticos de mayor utilización por parte de los docentes, es un apoyo tanto en la enseñanza como en el aprendizaje que mantiene un radio de acción dentro y fuera del aula. Chevallard (1997) indica que el libro de texto ofrece una concepción legitimada del saber a enseñar e institucionalizan una forma de progresión del conocimiento de los estudiantes. Rodríguez (2006) destaca el papel del libro de texto frente a otros materiales curriculares y afirma que se convierte incluso en el principal recurso para la enseñanza, utilizado por la mayoría de los docentes como plan de estudios.

En el caso de la matemática, el libro de texto es el principal documento curricular utilizado por el docente, por lo cual puede ser de gran ayuda tanto para el estudiante como para sus padres. Rico (1990), indica que el docente de matemática evidencia cierta “dependencia” hacia el libro de texto. Es probable que el docente considere que en el libro se encuentra el *saber institucional*, seleccionado y estructurado, listo para ser usado en el aula. No obstante, el libro de texto también puede ser el origen de inconsistencias, ambigüedades y otros conflictos, por la forma como presente el saber matemático (Kajander y Lovric, 2009). Esas cualidades lo convierten en un objeto de investigación fundamental para todos los interesados en indagar de forma sistemática en la educación matemática.

En años recientes, el Estado venezolano decidió distribuir de forma gratuita textos escolares para los estudiantes de primaria (2011) y media (2012). Especialistas en las diversas áreas trabajaron bajo los órdenes del MPPPE en la concepción, diseño y elaboración de los libros. Siempre que se elaboran textos escolares se parte de los planes y programas de estudios, pero las editoriales y autores toman decisiones en cuanto a los conceptos a presentar, su significado, la forma de exponerlo y la secuencia didáctica apropiada desde su perspectiva, además de cuáles problemas y ejemplos se usarán para

contextualizar los conocimientos. Entonces, los textos escolares son una interpretación de las editoriales y los autores a la propuesta de formación que el Estado formula por medio de los planes y programas de estudio. En el caso de la Colección Bicentenario, la elaboración de los libros estuvo bajo la responsabilidad directa del MPPPE, por lo que se puede suponer que, esos libros son el mejor reflejo de la formación que aspira el Estado para el ciudadano venezolano.

Si se analizan de forma transversal los textos escolares de la Colección Bicentenario de un área del conocimiento en particular, se puede lograr la visión concreta que tiene el Estado venezolano en cuanto a lo que quiere que sea la formación de sus ciudadanos en esa área de conocimiento. Se puede suponer que los libros de matemáticas de esa colección, son la mejor aproximación de la visión del Estado venezolano sobre la formación matemática que desean logren los ciudadanos, que estudien primaria y bachillerato en el país. Asimismo, con el análisis de todas las unidades dedicadas a un tema de matemáticas en los libros de matemáticas de primaria y secundaria de esa colección, se puede caracterizar la formación se aspira que logre un ciudadano venezolano mediante la educación formal del país. En este trabajo se evalúan todas las unidades de los libros de la Colección Bicentenario dedicadas al estudio de la estadística y la probabilidad, como una manera de analizar la formación estadística del ciudadano venezolano que subyace en los textos escolares de matemáticas de esa Colección.

Una mirada inicial a los libros de matemática de la colección Bicentenario permitió observar que tienen diferencias con los programas de estudio oficiales vigentes para el momento que se publicaron. Por ejemplo, en el libro de 5to año de bachillerato se encuentra el tema de correlación y regresión estadística, el cual nunca antes estuvo previsto en los programas venezolanos y no se encuentra en el programa vigente. En el ambiente educativo durante los últimos años las opiniones indicaron que los libros de esa colección presentan, por la vía de los hechos, un cambio de programa de estudio en matemáticas, sin modificar el diseño curricular de la educación primaria y media. Los cambios, por sí mismos, no tienen que ser inadecuados, pero sin duda, es necesario investigar cuáles son y cuál es la formación estadística que aspira el estado que logre el ciudadano venezolano, durante su paso por la educación formal.

De las investigaciones internacionales en didáctica que se desarrollan desde la Educación Estadística, se pueden extraer las metas a alcanzar en la educación primaria y secundaria para desarrollar la formación estadística. Autores como NCTM (2000), Gal (2002 y 2004), Ben-Zvi y Garfield (2004), Lopes y Carvalho (2005), delMas (2002), Garfield y Ben-Zvi (2004) y Martins y Ponte (2010), Alsina (2012), además del International Statistical Literacy Project, discuten sobre los aspectos de naturaleza epistémica (contenido matemático), cognitiva (conocimientos de los estudiantes y el aprendizaje) e instruccional (formas de organizar la enseñanza y el uso de recursos) que son necesarios para alcanzar la formación estadística del ciudadano. Asimismo, diversas investigaciones reportan errores y dificultades en la comprensión de ideas fundamentales de estadística por parte de los estudiantes. Trabajos como Shaughnessy (1992), Batanero, Godino, Green, Holmes, y Vallecillos (1994), Shaughnessy, Garfield y Greer (1996) y Garfield (2003) se pueden encontrar diversos ejemplos de razonamientos erróneos y dificultades que confrontan los estudiantes al trabajar las ideas estadísticas. Se aspira que en la educación primaria y media se estudien los conceptos necesarios para superar las intuiciones erróneas y formar un ciudadano estadísticamente culto.

Los textos de la Colección Bicentenario fueron elaborados por profesores e investigadores universitarios en el área de la enseñanza de las matemáticas, por lo que se puede suponer que conocen las tendencias internacionales en cuanto a la formación estadística del ciudadano, así como las investigaciones sobre los errores y dificultades que presentan los estudiantes, en la comprensión de ideas fundamentales de estadística y que todo ello fue considerado en la elaboración de los libros.

A partir de ese panorama surgen preguntas como: ¿Cuál es la propuesta didáctica para la enseñanza de la estadística que subyace en los textos escolares de matemáticas de la Colección Bicentenario del MPPPE? ¿Qué se debe enseñar sobre la estadística con el apoyo de los textos escolares de matemáticas de primaria y secundaria, de la Colección Bicentenario del MPPPE? ¿Se corresponde la propuesta de los textos escolares de matemáticas de la Colección Bicentenario del MPPPE con las tendencias internacionales, generadas a partir de las investigaciones en el área de la didáctica de la estadística y la probabilidad? En definitiva, ¿cuál es la formación estadística del ciudadano venezolano

que subyace en los textos escolares de matemáticas de primaria y secundaria, de la Colección Bicentenario del MPPPE?

En esta investigación se trabajó con las unidades de estadística y probabilidad de los libros de texto de matemáticas de la Colección Bicentenario del MPPPE con la finalidad de analizar críticamente la formación estadística que propone el Estado venezolano para sus ciudadanos en la educación primaria y secundaria por intermedio de esos los libros de textos. Sobre la base de lo anterior se puede suponer que:

- a. La formación estadística del ciudadano, planteada en los textos escolares de la colección Bicentenario en cuanto a contenidos y estrategias didácticas se corresponderá con los resultados de las investigaciones en didáctica desarrolladas desde la Educación Estadística.
- b. Las actividades previstas para los estudiantes en los libros de textos, para los temas de estadística y probabilidad, tienen un orden creciente de exigencia cognitiva; encontrándose en los grados superiores actividades de mayor exigencia. Todo ello para apoyar los conceptos estadísticos más complejos y ayudar a desarrollar un ciudadano crítico.

1.2 IMPORTANCIA – JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

Esta investigación toma como eje dos temas fundamentales:

Los textos escolares, que constituyen un recurso didáctico fundamental, no sólo para los estudiantes que lo usan, sino para el profesor que se apoya en ellos para desarrollar su acción docente.

La formación estadística. La inclusión de temas de probabilidad y estadística desde los niveles iniciales de la educación, es el reconocimiento de la necesidad que tiene el ciudadano común de formación estadística esencial para entender el entorno en el que se desempeña.

La importancia del análisis de los textos escolares radica en el hecho de que es uno de los recursos que más utiliza el docente en sus clases. Tal es su importancia que con frecuencia el libro sustituye a los programas, como punto de apoyo para que el docente

planifique sus clases, por lo tanto, es un factor influyente en la acción docente y en el sistema educativo en general. En el caso del libro de texto de matemáticas, Rezat (2012), indica que son utilizados por profesores de dos formas fundamentales: (a) como una fuente para las tareas y problemas (b) como una guía para la instrucción, entendiendo con ello, que es la base para tomar decisiones sobre qué enseñar, qué método de enseñanza debe seguir y cómo presentar el contenidos. A lo anterior hay que agregar que los maestros con frecuencia asignan los problemas que se encuentran en los textos escolares para sus alumnos y rara vez introducen otras fuentes de actividades distintas al libro (Braswell, Lutkus, Grigg, Santapau, Tay-Lim, y Johnson, 2001). En este trabajo se indagan dos de los aspectos señalados en las investigaciones citadas: las actividades previstas para el estudiante (ejercicios, problemas) y la propuesta didáctica para el trabajo del contenido estadística en el aula (posible guía de la enseñanza).

Törnroos (2005) estudió los textos escolares de Finlandia para los grados 5to, 6to y 7mo y los correlacionó con el desempeño de los estudiantes de 7mo grado en la prueba TIMSS 1999, encontrando una fuerte relación positiva entre la extensión de la cobertura del tema en los libros y el rendimiento en la prueba. Cuanto mayor era la cobertura del contenido del tema en los textos escolares, mejor era el rendimiento de los estudiantes en TIMSS. Otros estudios sugieren que si un concepto no se encuentra en el libro de texto, los estudiantes no tienen la oportunidad de aprender ese concepto y el factor más importante en el éxito de los estudiantes es la oportunidad de aprender (Hiebert y Grouws, 2007). Otro factor a considerar en los libros de matemáticas es el nivel de demanda cognitiva de las actividades para los estudiantes. De acuerdo con Henningsen y Stein (1997) el aprendizaje de los estudiantes es mayor cuando se dedican a tareas de nivel de demanda cognitivas superiores, tales como la búsqueda de patrones o tendencias, explicando las ideas matemáticas, o justificar las estrategias utilizadas en la construcción de conclusiones. En este trabajo los dos aspectos antes señalados se traducen en la investigación de los contenidos que se encuentra en los textos escolares (su comparación con las tendencias internacionales) y la estimación del nivel de exigencia cognitivas de las actividades propuestas al estudiante.

El libro de texto, además, no está exento de errores conceptuales o didácticos, por lo tanto, se convierte en un sujeto de investigación permanente, que permita evaluar su pertinencia desde el punto de vista de la disciplina y la didáctica. En el caso de la geometría, Barrantes y Zapata (2008) señalan que las definiciones de los textos escolares crean un problema en el aprendizaje y presentan el caso de la definición de triángulo isósceles en primaria que se suele indicar *como el triángulo que tiene solo dos lados iguales o también como el que tiene dos lados iguales y uno desigual*; con lo cual la clasificación de los triángulos se realiza por: escalenos, isósceles y equiláteros. Mientras que en los libros de bachillerato el triángulo isósceles se define *como el que tiene dos lados iguales al menos*, lo cual presupone una clasificación por inclusión en la que el triángulo equilátero es un subconjunto de los triángulos isósceles. Para Barrantes y Zapata (2008), en los libros se asume que los esquemas conceptuales se construyen a partir de las definiciones, y para la resolución de problemas y realización de actividades solo basta con que la definición se active la en la mente de los estudiantes. En el caso de la estadística y la probabilidad, investigadores señalan que la forma como se presenta la información en los textos escolares pueden convertirse en obstáculos para la comprensión de conceptos que se estudian en ese libro o en otros cursos (Serradó, Cardeñoso y Azcárate, 2005 y Gea, Batanero, Cañadas de la Fuente y Arteaga, 2013). Como ya se ha indicado, los libros se analizan desde la perspectiva didáctica, incluyendo el estudio de posibles conflictos semióticos.

Los libros de la Colección Bicentenario del MPPPE son distribuidos gratuitamente a todas las escuelas públicas y son de obligatorio uso, aunque Carvajal (Montilla, 2014) estima que solo entre 60% y 70% de los docentes del país usa esos libros de forma obligatoria. Eso le da características de texto único a los componentes de esta Colección, lo cual sin duda le da mayor relevancia a las investigaciones que sobre ella se realicen. Entonces, que esta investigación se centre en los textos escolares le confiere particular interés en el área de la educación, especialmente a la educación matemática de nuestro país.

La estadística y probabilidad es un área que ha recibido una atención, comparativamente, menor que otros temas del currículo de matemáticas, lo cual lo convierte en un área atractiva para la investigación en el campo de la educación. La

formación estadística es la que debe recibir cada ciudadano para entender el entorno en el que se desempeña, para evaluar críticamente la información estadística que confronta cada día y que lo puede ayudar a tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, sobre la base de la evidencia disponible. En los medios de comunicación o en la vida laboral el ciudadano se ve en la necesidad de interpretar tablas y gráficos o información numérica para comprender los conflictos salariales, índices de precios, tasas de desempleo, encuestas de opinión, estimaciones electorales, tasas de enfermedades, percentiles para evaluar el desarrollo de los niños, evolución de costos de bienes o servicios, etc. Todo esto se debe lograr con una adecuada formación en estadística y probabilidad, realizada con el propósito de lograr la formación estadística del ciudadano.

La importancia de este tipo de trabajo se encuentra en tratar de determinar si la Escuela prepara a los estudiantes para una sociedad donde se manejan grandes volúmenes de información y se deben tomar decisiones en medio de la incertidumbre, por lo que la estadística se transforma en un instrumento fundamental del ciudadano. La Escuela debe ayudar a desarrollar en los estudiantes la capacidad de evaluar críticamente la información estadística que se difunde, por ejemplo, a través de los medios de comunicación. Reconocida la necesidad de la formación estadística de todo ciudadano, es importante determinar cuál es la formación estadística que ofrece el estado venezolano, por intermedio de los textos escolares de matemáticas.

Este trabajo, además, podría ayudar a identificar fortalezas y debilidades de los libros de la colección Bicentenario, así como posibles conflictivos cognitivos y presentar sugerencia para realizar cambios con miras a mejorar la formación estadística del ciudadano venezolano. Asimismo, los resultados pueden ser de utilidad para los docentes que utilizan los libros de Colección Bicentenario como referente en sus clases. Es importante destacar que en la investigación bibliográfica realizada no fue posible encontrar trabajos que evaluaran la formación propuesta por el Estado venezolano para un área particular de la matemática, sobre la base del estudio de los textos escolares.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 OBJETIVO GENERAL

Analizar críticamente el tipo de formación estadística para el ciudadano venezolano que subyace en los libros de texto de matemáticas de la Colección Bicentenario del Ministerio del Poder Popular para la Educación.

1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Caracterizar la formación estadística de un ciudadano.
2. Analizar las lecciones de las unidades de estadística y probabilidad de los libros de texto de la de matemáticas de la Colección Bicentenario desde una perspectiva didáctica y de la formación estadística del ciudadano.
3. Analizar las actividades propuestas para los estudiantes en las unidades de estadística y probabilidad de los libros de texto de la de matemáticas de la Colección Bicentenario según su exigencia cognitivas y su contribución a la formación estadística del ciudadano.
4. Identificar la formación estadística para el ciudadano del Estado venezolano que se encuentra en los libros de texto de matemáticas de la Colección Bicentenario.

Capítulo 2 **CIUDADANO, CIUDADANÍA Y EDUCACIÓN**

“Education gives us a profound understanding that we are tied together as citizens of the global community, and that our challenges are interconnected.”

Ban Ki-moon, Secretario General de las Naciones Unidas

En este trabajo se examina la formación estadística del ciudadano que se propone en los libros de texto de la Colección Bicentenario de Venezuela, parece razonable entonces comenzar por revisar algunos referentes teóricos básicos sobre ciudadano, ciudadanía y su vinculación con la educación. Ese es el objetivo de este capítulo.

En la primera parte se hace una síntesis histórica del concepto de ciudadanía y lo que significaba ser ciudadano, con su vinculación la educación. Posteriormente se presentan los modelos más conocidos de ciudadanía, sus características, para luego seguir con un apartado sobre la ciudadanía en Venezuela, vista desde lo que establece la Constitución Nacional y cómo la perciben los venezolanos. Se sigue con un apartado que se ha titulado Qué define a la ciudadanía, donde se exponen algunos conceptos actuales de ciudadanía y sus características.

Se cierra con dos secciones dedicadas a la ciudadanía y su relación con la educación y la educación matemáticas. En la primera se discute el papel que juega la educación en la formación del ciudadano, una relación que parece obvia pero que en ocasiones se olvida en la práctica, tanto por el docente como por las instituciones que los forman. Luego se discute sobre el aporte que hace la matemática a la formación del ciudadano, punto necesario considerando que en esta investigación se trabaja sobre libros de texto de matemáticas.

2.1 CIUDADANO, CIUDADANÍA.

Cuando se busca en el DRAE la palabra *Ciudadano* se encuentran tres acepciones: (1) Natural o vecino de una ciudad. (2) Perteneciente o relativo a la ciudad o a los ciudadanos. (3) Habitante de las ciudades antiguas o de Estados modernos como sujeto de derechos políticos y que interviene, ejercitándolos, en el gobierno del país. (4) Hombre bueno. (5) Aquel que en el pueblo de su domicilio tenía un estado medio entre el caballero y el trabajador manual (Real Academia Española, 2014). Se observa que cuatro de los cinco significados que ofrece la DRAE para este vocablo están referidos a la pertenencia a una ciudad. Esto tiene que ver con la raíz latina de la palabra, ciudadano, de forma individual, era *civis* y *cives* en plural. En *Tesoro de la lengua castellana o española* se indica:

CIUDADANO. El que vive en la ciudad y come de su hacienda, renta o heredad. Es un estado medio entre caballeros o hidalgos, y entre oficiales mecánicos. Cuéntense entre los ciudadanos los letrados, y los que profesan letras y artes liberales; guardando en esto, para en razón de repartir los oficios y fueros del reino o tierra. (Covarrubias Orozco, 1611)

Se presenta como características del ciudadano que vive en la ciudad y tiene los medios para sostenerse de forma independiente, aunque no aislado, vive una ciudad, término que Covarrubias Orozco (1611) define como:

CIUDAD. Del nombre latino civitas a cives. De manera, que ciudad es multitud de hombres ciudadanos, que se han congregado a vivir en un mismo lugar, debajo de unas leyes y un gobierno.

La condición de vivir en un mismo lugar, bajo unas mismas normas y el poder tener medios para sostenerse es lo que definía su carácter de ciudadano, le otorgaba la ciudadanía. Nótese que no se restringe al solo hecho de pertenecer a un lugar o ser miembro de una comunidad determinada, como es la primera acepción del DREA. Es necesario algo más, poder mantenerse, en consecuencia, estaba obligado a cumplir con los impuestos que la ley establecía por el privilegio que significaba tener una propiedad u oficio. No obstante, la definición de ciudadanía ha cambiado a través de la historia.

2.1.1 ALGUNOS ASPECTOS HISTÓRICOS

En este apartado se exponen de manera sucinta el concepto de ciudadano en algunos momentos históricos.

2.1.1.1 El ciudadano en Grecia

Para Savater (2000), los primeros ciudadanos surgen en Grecia, cuando los cabezas de familia renuncian a defender exclusivamente los intereses de su familia o de su tribu e intentan buscar lo que tienen en común con los otros cabezas de familia con los que conviven. Es el momento en que cada cual renuncia a ser exclusivamente portaestandarte de su pequeño núcleo vital y lo abre para asumir aquello que está en la plaza pública, aquello que comparte con los otros, eso es el nacimiento de la ciudadanía, surgen los primeros ciudadanos.

Se pasó de los clanes familiares a la alianza de ellos en territorios definidos para formar comunidades, con lo cual se favoreció la creación de territorios independientes, con gobierno y ejércitos propios. En griego antiguo esas poblaciones eran llamadas *polis* (πόλις).

El concepto de *polis* es fundamental para Aristóteles ya que posibilita la existencia del *polítēs* (Ciudadano). Aristóteles dice que la *polis* es una comunidad de hogares, familias y aldeas, compuesta por personas divididas en un gran número de clases y colectivos sociales, asociadas en vista de un fin común: llevar una vida feliz y autosuficiente. Excluye de la *polis* a todos aquellos colectivos (como los metecos y los esclavos) cuya falta de virtud cívica les incapacita para la participación política y, en consecuencia, no pueden contribuir al logro del fin común. La *polis*, equivalente a Ciudad, no es un concepto geográfico o demográfico, es más amplio, es un conjunto de personas cuya finalidad es la vida buena y virtuosa; entonces pareciera más un concepto moral.

Dos de las *polis* de Grecia eran Atenas y Esparta. En sus inicios, en Atenas funcionaba un sistema jerárquico pero no era autoritario en sí, al contrario, los gobernantes estaban obligados a responder periódicamente ante los ciudadanos. Progresivamente la actividad de los ciudadanos fue creciendo y pasó de una posición de control al ejercicio directo del poder. Se pasó de la aristocracia a la timocracia, un régimen mixto que combinaba el tribunal aristocrático (*Areópago*) con el popular (*Heliea*), aunque todavía era favorable a la aristocracia. En el período de Pericles, la timocracia se transformó en la democracia, se anuló la división de poderes y la Asamblea Popular asumió las funciones

legislativas, ejecutivas y judiciales. Uno de los principios del gobierno de Pericles fue la igualdad (*isonomía*), como la base de la convivencia ciudadana, pero también se le dio mucha importancia a libertad y por ello se inventó la *parresía* (libertad de expresión), necesaria para que la Asamblea pudiera funcionar con un mínimo de democracia, pues gracias a ella todos sus miembros podían expresarse sin trabas (Horrach Miralles, 2009).

En este marco, Aristóteles ofrece una primera definición de ciudadano (*polítēs*). Indica que debe responder a tres criterios (a) la participación en un determinado régimen político, (b) la residencia en un mismo lugar y (c) la capacidad de entablar juicio y de ser juzgado. Pero al parecer esos criterios le parecieron insuficientes, por ejemplo, quien es *polítēs* en una democracia no puede serlo en una oligarquía. De este modo, define de nuevo al ciudadano como aquel que tiene el derecho de compartir los poderes deliberativo y judicial en cada *polis* (Megino, 2012). En esta definición se destaca que el ciudadano tiene derecho a participar en los poderes deliberativo y judicial, lo cual significaba, que cada ciudadano era importante para el funcionamiento de la comunidad. En el fondo, ser ciudadano implicaba no ser esclavo, ser hombre y tener medio para el sustento. Las mujeres y los niños eran considerados ciudadanos de hecho por cuanto habían nacido en la ciudad, pero no de derecho, no tenían ni voz ni voto en la asamblea.

Para Aristóteles la ciudadanía supone una cierta comunidad, vivir y compartir con otros, para lo cual se necesita de la ética y de la moral, únicas vías para poder conocer y desarrollar la virtud ciudadana (Horrach Miralles, 2009). Pero todo esto lo ubica en la polis, porque es ella la que le reconoce sus derechos a partir de su condición de ciudadano. Esta definición se elabora partiendo de aquellos aspectos que definen al ciudadano en una democracia, que es el régimen donde el derecho de ciudadanía está más extendido. Es importante destacar que aun en su momento de mayor esplendor la democracia en Atenas tenía fuertes limitaciones, solo los hombres libres mayores de edad tenían derecho a participar activamente en los asuntos públicos.

En Esparta había una timocracia pero con un fuerte sesgo militarista, por lo que las virtudes militares eran las más apreciadas y un factor fundamental para ser considerado ciudadano. Al comienzo tenían dos reyes, líderes militares y religiosos de la Esparta. Ellos provenían de dos familias, pero con una situación social igual a la de otros ciudadanos y

los demás podían destituirlos o pedirles responsabilidades. Luego los dos reyes fueron sustituidos por la Asamblea y Consejo de ancianos. Su modelo socioeconómico estaba basado en la opresión, particularmente de los *hilotas*, esclavos de la guerra que pertenecían al Estado, pero que eran asignados a familias donde estaban obligados a realizar todas las tareas, desde la producción de alimentos hasta las tareas domésticas.

Gracias a los *hilotas*, los hombres se dedicaban al entrenamiento militar y las mujeres espartanas a criar a sus hijos, especialmente los varones para que crecieran fuertes para que pudieran ingresar al ejército. Todo giraba en torno a lo militar, por lo que se crea una élite militar, que ostentaba el estatus de ciudadano y cuyas obligaciones eran: tareas de gobierno y defensa de la *polis*. La educación era para los varones y estaba dirigida por el Estado con la finalidad de formar militares. De esta manera, las virtudes que la *polis* promocionaba siempre tenían que ver con lo militar y la camaradería inherente a la casta guerrera.

Orden y estabilidad son cosas que todo sistema político pretende y necesita alcanzar, de una o de otra forma, pero en Esparta se vivía una obsesión muy fuerte con respecto a estos objetivos. No obstante, el sistema era fuertemente desigual, descansaba en los *hilotas*, los cuales llegaron a ser 30 veces o más la población de ciudadanos espartanos. Ese desnivel entre los privilegiados y los que no lo eran, colaboró para el desmoronamiento de Esparta (Horrach Miralles, 2009).

Ser ciudadano en Grecia era sinónimo de hombre libres iguales, pero solo aplicaba para varones nacidos en Grecia. No aplicaba para mujeres y niños, ni para extranjeros o esclavos. La libertad era para participar en asuntos de la comunidad ya que se entiende que lo público es aquello que también le es propio.

2.1.1.2 El ciudadano romano

Roma, al igual que las polis griegas, era una ciudad-estado, pero las conquistas de su ejército cambiaron rápidamente su naturaleza. El *civis* era todo hombre que vivía al amparo del derecho de ciudadanía romana, con lo cual se hacía referencia a un *status* integrado por un núcleo compacto e indivisible de derechos y deberes que definían la posición de las personas libres en la República. Entre sus derechos estaba negociar con otros ciudadanos,

votar a los miembros de las Asambleas y a los magistrados, poseer un escaño en la Asamblea y poder convertirse en magistrado. Entre sus obligaciones se encontraban: realizar el servicio militar y el pago de impuestos, aunque estos eran menores que los de aquellos considerados no ciudadanos. Más allá de esas obligaciones se encontraba el ideal de virtud cívica (*virtus*) que todo ciudadano debía cumplir.

En Roma la condición de *civis* no era solo para los que habitaba en una "Ciudad", sino que se trataba de un individuo libre, autónomo, perteneciente a una clase, a una posición social y económica concreta. La ciudadanía romana se transmitía por vía paterna, de modo que cualquier hijo de ciudadano obtenía nada más nacer, de forma automática, el *status* de ciudadanía. El emperador Augusto ordenó poner en práctica el “certificado de ciudadanía”, de manera que el ciudadano vivía bajo la esfera del derecho romano, tanto en la vida privada como en la pública. La ciudadanía romana era motivo de orgullo, entre otras cosas por las conquistas de otros pueblos, por lo que la ciudadanía imprimía en el individuo unos atributos más vinculados al reconocimiento social que una efectividad de ejercicio sociopolítico. Eran los tiempos cuando la ciudadanía romana era excluyente, solo los *patricios* gozaban de plenos derechos.

Para Horrach Miralles (2009), hubo tres momentos donde la ciudadanía romana aumentó en número. (a) cuando se le otorgó la ciudadanía a los soldados que, no siendo ciudadanos, finalizaban su actividad militar. Con ello se aumentó el censo electoral. (b) Al extender la ciudadanía a los no itálicos. Eso permitió que algunos de ellos ocuparan cargos públicos y entraron al senado. (c) Cuando mediante un edicto se le dio la ciudadanía sin importar límites geográficos y alcanzaba a la totalidad de los habitantes libres del Imperio. En este momento, la ciudadanía alcanza su máximo nivel de igualdad y amplitud, estaba al alcance de cualquiera; con lo cual perdió parte de su valor simbólico, ya no permitía defender planteamientos elitistas de ningún tipo por parte de quienes la ostentaban.

El ciudadano en Roma es aquel que tenía garantizado unos derechos, que actuaba de acuerdo con la ley y que se esperaba que esta le proteja, en consecuencia, la ciudadanía definía un *status* jurídico.

2.1.1.3 El ciudadano en la Edad Media

Luego de la caída del imperio romano los conceptos de ciudadano y ciudadanía como categoría política prácticamente desaparecen. En occidente, la forma de gobierno era la monárquica y la forma de organización económica y social era la feudal, por lo que se pierde progresivamente la idea de ciudadanía entendida como la pertenencia a una comunidad.

En las monarquías, sistema político que predomina bajo el sistema feudal, la mayoría de las personas adquieren la condición de súbditos, que proviene del latín *subditus*, que significa sometido. El nivel más bajo de los sometidos eran los siervos, estos eran campesinos que vivían en pequeñas aldeas en el lote de tierra llamado feudo. El feudo solía ser una extensión de tierra, que incluía un castillo y una serie de zonas para el cultivo. Los siervos trabajaban en la casa del señor feudal o cultivando la tierra. La relación era cercana a la esclavitud y los que trabajaban en las aldeas estaban obligados a pagar una renta al señor.

Un segundo nivel eran los vasallos, quienes eran señores que estaban al servicio de otros señores con más poder que ellos, generalmente ambos eran nobles pero con categorías distintas. Al vasallo se le entregaba un feudo a cambio de su fidelidad, particularmente en tiempos de guerra. El noble era aquel que tenía varios vasallos, pero sobre todo, era una condición adquirida por lazos de sangre (hereditaria) o ganada en el campo de batalla. En esos tiempos los mayores honores eran concedidos al hombre que manejaba la espada. Los nobles eran súbditos del rey o emperador y, por transitividad, los siervos y los vasallos también eran súbditos del rey.

En principio el Rey o Emperador tenía todos los poderes, pero estaba también el clero. Debido al poder espiritual, el Papa es el máximo representante de Dios en la tierra, por lo tanto, los siervos, vasallos y nobles eran súbditos del máximo pontífice. Esto creó ciertas querellas entre los Papas y los reyes, ya que no estaba claro quién estaba por encima o quién era el súbdito entre ellos.

Independientemente de la disputa entre Papas y reyes, la estructura social del feudalismo era piramidal, donde siervos mantenían una relación de dependencia con los

nobles. En teoría los siervos eran hombres libres pero estaban obligados a vivir en las tierras del señor feudal, sometidos a su autoridad política, judicial y fiscal. La servidumbre de la edad media era equivalente a la esclavitud de los sistemas grecorromanos, en ambos casos, el peso del trabajo productivo estaba sobre sus hombros, pero prácticamente sin ningún derecho.

Uno de los pocos avances que en materia de derechos que se dio en la Edad Media fue para beneficio de los nobles, cuando el rey Juan I, conocido como Juan Sin Tierra, de Inglaterra firmó la *Carta Magna* en 1215. Presionados por el clero y los nobles, el rey Juan Sin Tierra firma una cédula donde se comprometía, entre otras cosas, a respetar los fueros e inmunidades de la nobleza y a no disponer la muerte ni la prisión de ellos, ni la confiscación de sus bienes, mientras aquellos no fuesen juzgados por ‘sus iguales’. Por primera vez, un rey se comprometió a cumplir la ley y en caso contrario los nobles podían acusarlo (Artola, 1982).

Es importante destacar que el sistema feudal no es exclusivo del occidente, países como Rusia, China y Japón pasaron por sistemas similares. El concepto de ciudadano en la Edad Media prácticamente no existía. El sistema feudal implicaba la subordinación política a un señor o a un monarca (Rey, Emperador o Zar), muy lejos de la idea de participación política o ciudadana.

2.1.1.4 El ciudadano y las revoluciones

En el apartado anterior se presentaron algunos aspectos sobre el ciudadano en las llamadas ciudades estado de la antigüedad, donde se destaca, de manera general, la igualdad y la participación activa del ciudadano en las actividades de Atenas, el ciudadano militar en Esparta, el reconocimiento de deberes y derechos para los ciudadanos romanos, para concluir con sustitución del ciudadano por el súbdito en la Edad Media. A continuación se revisan de forma breve algunas revoluciones que se dieron en el mundo y que influyeron en la formación de los conceptos de ciudadano y ciudadanía.

2.1.1.4.1 Revolución inglesa

La revolución inglesa es una larga lucha contra el absolutismo y despotismo monárquico, en pro de los derechos de los ciudadanos. Sus antecedentes se pueden ubicar en la lucha que llevó a la firma de la *Carta Magna* en 1215, pero que solo fue un tímido intento por colocar límites al poder real. No obstante, el inicio de la revolución inglesa suele colocarse en 1628, con la *Petición de Derechos* presentada por el Parlamento ante el rey Carlos I.

La *Petición de Derechos* es un documento presentado por el parlamento donde se enumeraban las consagradas libertades inglesas y se destaca la función legislativa del parlamento. Este documento fue presentado cuando el rey convocó el parlamento para obtener los fondos necesarios para sostener el conflicto armado que mantenía Inglaterra con España y con Francia. Carlos I aprueba la *Petición de Derechos* a la fuerza, pero posteriormente, no la respeta. Los contundentes reclamos, llevaron a la Revolución Inglesa, una prolongada guerra civil que acabó con la victoria parlamentaria y la decapitación de Carlos I en 1649.

Luego de la muerte de Carlos I, Inglaterra se transformó en una República, sin rey y sin Cámara de Lores, con importantes disputas internas que se aplacaron con la autoproclamación de Oliver Cromwell, en 1653, como Lord Protector. Cromwell, líder militar y político, ejerció una dictadura militar hasta su muerte en 1658. La ineptitud del hijo de Cromwell, Lord Protector heredero, y diversos movimientos internos llevaron a restaurar la monarquía y la Cámara de los Lores en 1660. Carlos II, hijo de Carlos I, fue declarado rey. Debido a las convulsionadas características de este período fue poco lo que se avanzó en materia de derechos de los ciudadanos, no obstante, aparecen los escritos de Thomas Hobbes, donde se exponía la relación entre los ciudadanos y el Estado.

Hobbes niega el absolutismo de la escolástica medieval pero señala que el estado natural del hombre es la guerra de todos contra todos, en la cual cada uno está gobernado por su propia razón. Es por ello que se hace necesario un pacto entre todos los ciudadanos, donde renuncian a su capacidad de autogobierno, para que el Estado le garantice el derecho a la seguridad. En ese pacto, los ciudadanos mantienen el derecho a la

desobediencia, pero solo la pueden ejercer cuando el Estado no les garantice su seguridad (Artola, 1982).

Durante el período que funcionó el Parlamento en el reinado de Carlos II, este cuerpo redactó un conjunto de normas para protegerse de prácticas que vulneraban los derechos de los acusados y de los presos, conocida como *Acta de Habeas Corpus* que fue aprobada en 1679. Con esta norma se prohibía las detenciones sin orden judicial. En 1681, Carlos II disuelve el Parlamento y gobierna como monarca absoluto hasta su muerte en 1685, cuando lo sucede Jacobo II.

Con Jacobo II comienza otro período de disputas internas, donde se mezclan razones políticas con religiosas como en el pasado. Ese período culminó cuando el Parlamento declara la ausencia absoluta del rey y nombra reina a María II Estuardo y rey a su esposo Guillermo de Orange. El Parlamento impone a los nuevos reyes un conjunto de normas que se conocen como la *Declaración de Derechos* de 1689, donde consagraba los derechos recogidos en todos los textos anteriores y que sentó la bases para una monarquía parlamentaria. La *Declaración de Derechos* se trata de un verdadero contrato, establecido entre los soberanos y el pueblo, también soberano, que le colocaba límites a la monarquía y donde el parlamento tenía un papel fundamental.

Fue una victoria de los principios liberales, enunciados por John Locke, considerado el padre del liberalismo moderno. Aunque Locke reconocía la existencia del Estado, proponía que la soberanía emanaba del pueblo y consideraba que los ciudadanos poseen unos derechos a los que no pueden renunciar. Para disminuir el papel del Estado, Locke proponía dos recursos: el refuerzo de los derechos individuales y el establecimiento de la separación de los poderes legislativo y judicial. Por ello señala que ningún edicto u ordenanza, no importa quién lo haya redactado, tiene la fuerza y el apremio de una ley, si no ha sido aprobado por el poder legislativo elegido y nombrado por el pueblo. El poder legislativo no debe ni puede transferir la facultad de hacer leyes a ninguna otra persona; porque tiene que dejarla allí donde el pueblo la situó (Artola, 1982).

El liberalismo de Locke repetía la idea de los ciudadanos que convenían un contrato para formar el Estado, como lo hicieron los griegos y los romanos o el mismo Hobbes en

sus planteamientos. Solo que ahora no era una relación de ciudadano súbdito o del ciudadano sumiso ante el Estado despótico, sino ciudadano soberano que establecía relaciones con el poder soberano, mediante el Parlamento, el poder legislativo.

2.1.1.4.2 Revolución de Estados Unidos

Las diferencias y conflictos internos de Inglaterra no pasaron desapercibidos para sus colonias y en cierto modo facilitaron la independencia de los Estados Unidos. En 1775 se inició una guerra entre las trece colonias británicas originales en América del Norte contra el Reino de Gran Bretaña, que culminó en 1783 con la firma del Tratado de París. En 1776 se firmaron dos documentos de gran importancia: *Declaración de Derechos de Virginia* y la *Declaración de Independencia de los Estados Unidos*.

La *Declaración de Derechos de Virginia* indica en su primer artículo que todos los hombres son por naturaleza igualmente libres e independientes y tienen derechos inherentes como el gozo de la vida y la libertad, junto a los medios de adquirir y poseer propiedades; además de la búsqueda y obtención de la felicidad y la seguridad. Estos derechos no pueden ser privados o postergados. El artículo dos señala que todo el poder reside en el pueblo, en consecuencia, los magistrados son sus administradores y sirvientes, en todo momento responsables ante el pueblo. Esta es una clara referencia hacia la democracia.

En sus 16 artículos, la *Declaración de Derechos de Virginia* destaca aspectos esenciales de los derechos humanos: ser universales y encontrarse por encima de toda decisión del gobierno. Allí también se establecía todo hombre acusado de un delito tiene derecho a un juicio por medio de un jurado imparcial de su vecindad, sin cuyo consentimiento unánime, no puede ser declarado culpable. No obstante, estos avances en materia de derechos humanos, en Virginia, los esclavos y las mujeres se mantenían marginados.

El 4 de julio de 1776, el Congreso Continental firmó la *Declaración de Independencia de los Estados Unidos*, redactada por Thomas Jefferson sobre la base de la Declaración de Derechos de Virginia. En ella por primera vez un gobierno rechazó la idea de que un determinado pueblo tenía derecho a gobernar a otros. Si bien el propósito del documento era proclamar la independencia de la monarquía inglesa, Jefferson se preocupó destacar

“que todos los hombres son creados iguales; que son dotados por su Creador de ciertos derechos inalienables; que entre estos están la vida, la libertad y la búsqueda de la felicidad; que para garantizar estos derechos se instituyen entre los hombres los gobiernos, que derivan sus poderes legítimos del consentimiento de los gobernados” (Declaración de Independencia de los Estados Unidos citado por Artola, 1982).

Además de ese reconocimiento de las características del hombre, la Declaración de Independencia no tenía más referencias en materia de derechos ciudadanos. Hubo que esperar hasta 1791, cuando se promulgan las diez primeras enmiendas a la Constitución, conocidas como la Carta de Derechos, donde se limitan los poderes del gobierno federal de Estados Unidos y se protegen los derechos de todos los ciudadanos, no solo los residentes, sino también de los visitantes en territorio estadounidense. La Carta de Derechos protege la libertad de expresión, de reunirse, de culto religioso, el derecho de tener y portar armas y de formular peticiones al gobierno en caso de agravios. También prohíbe el castigo cruel e inusual y la autoincriminación obligada. Entre las protecciones legales se prohíbe al Congreso pasar ninguna ley respecto al establecimiento de religión y le prohíbe al gobierno federal privar a cualquier persona de la vida, libertad o propiedad sin el debido proceso legal. En casos criminales federales se requiere de una acusación por un gran jurado, por cualquier delito capital, o crimen reprobable, garantiza un juicio público rápido con un jurado imparcial en el distrito en el cual ocurrió el crimen y prohíbe el doble enjuiciamiento.

Sin duda, la llamada Carta de Derechos fue un avance importante en derechos ciudadanos, aunque, como en el caso señalado de Virginia, se debió cohabitar con limitaciones en los derechos de las mujeres y con la esclavitud. La enmienda que declaraba la libertad de todos los esclavos se promulgó en 1863 y entró en total vigencia en 1865. Las mujeres tenían derechos limitados y fue en 1920, con la ratificación de la 19 Enmienda a la Constitución de Estados Unidos, que la mujer estadounidense obtuvo el derecho al voto. Pero aún mantenía limitados sus derechos económicos y laborales. Luego de casadas las mujeres perdían el derecho a la propiedad, los cuales quedaban bajo el control de los maridos.

Un capítulo aparte es la lucha por derechos ciudadanos de los afroamericanos, la cual se extendió hasta 1964, cuando se promulgó la Ley de Derechos Civiles donde se prohíbe la discriminación en el empleo por la raza o el género, prohíbe la aplicación desigual de los requisitos de registro de votantes y la segregación racial en las escuelas en el lugar de trabajo e instalaciones que sirvan al público en general.

Con la revolución de los Estados Unidos se lograron importantes avances en materia de derechos ciudadanos, pero mantuvo limitados derechos de grupos como los esclavos, las mujeres y los afroamericanos en general.

2.1.1.4.3 Revolución francesa

Revolución francesa se denomina al proceso social y político ocurrido en Francia entre 1789 y 1799. Para el mundo occidental, la revolución francesa es la base para el paso a la sociedad moderna, a la sociedad de ciudadanos. Algunas de los aspectos que se señalan como causas de la revolución francesa son: la incapacidad de las clases gobernantes para hacer frente a los problemas de Estado. (b) Una monarquía corrupta y desgastada por distintos conflictos bélicos. (c) altos impuestos que recaían sobre el campesinado y el empobrecimiento de los trabajadores. (d) la agitación intelectual alentada por el Siglo de las Luces (e) la guerra de la independencia de Estados Unidos. También se afirma que la revolución francesa fue protagonizada por la burguesía en contra de la nobleza.

Los escritos de Montesquieu, Rousseau y Voltaire hablan de la libertad, del control del propio destino y de la igualdad, sin duda, fueron parte de la influencia que recibieron los líderes de la revolución. Montesquieu criticó severamente los abusos de la Iglesia y la monarquía, indica que cuando los poderes legislativo y ejecutivo se hallan reunidos en una misma persona o corporación, entonces no hay libertad. Por ello propone la separación de los tres poderes: legislativo, ejecutivo y judicial; como mecanismo de control recíproco entre ellos, con el propósito de acabar con la concentración del poder en una misma persona. La idea era limitar el poder del monarca sobre sus súbditos.

Rousseau defendió la idea de una sociedad basada en igualdad absoluta, en la que cada miembro, a la par que se somete a las decisiones del colectivo, con el objeto de alcanzar el bienestar para todos. Su ideal era la democracia directa. Para que el hombre

pueda vivir en comunidad es necesario un pacto social donde se cuiden los intereses comunes pero se preserve el interés individual. El propósito de la moral es enseñar los principios de esta convivencia fructífera.

La revolución francesa llevó al derrocamiento de Luis XVI, pero además se decidió la abolición de la monarquía en Francia y la creación de la primera República. El 26 de agosto de 1789 se promulga la *Declaración de los derechos del hombre y del ciudadano*, donde se indica que los hombres nacen y permanecen libres e iguales en derechos, se reconoce el derecho a la libertad, la propiedad, la seguridad y la resistencia a la opresión. Además, se señala que toda soberanía reside esencialmente en la Nación y ningún cuerpo, ningún individuo, pueden ejercer una autoridad que no emane expresamente de ella. Se establece la libertad de expresión y de culto, la presunción de inocencia y el fin de las detenciones discrecionales. Son 17 artículos que dieron inicio a la a los derechos humanos y a la sociedad moderna de ciudadanos (Asamblea Nacional Francesa, 1789).

En la *Declaración de los derechos del hombre y del ciudadano* los derechos están pensados en y para los hombres, por lo tanto, bosqueja un nuevo concepto de ciudadano y de Estado-nación pensado bajo las premisas de la revolución: libertad, igualdad y fraternidad.

En el Acta Constitucional de la República de Francia de 1793 se declara que es única e indivisible y que el pueblo es la universalidad de los ciudadanos franceses, entendiendo por estos todo hombre nacido y domiciliado en Francia de veintiún años cumplidos, así como todo extranjero de veintiún años cumplidos domiciliado en Francia por un año que viva de su trabajo o adquiera un propiedad, se case con una francesa, adopte un hijo o alimente a un anciano (Asamblea Nacional Francesa, 1793).

La democracia es para la nueva República una condición esencial de la realización de una sociedad en libertad. Se establece que el pueblo francés estaba distribuido para el ejercicio de su soberanía en Asambleas primarias de cantones, cuyos componentes eran ciudadanos franceses electos mediante el voto. *Le citoyen* (el ciudadano, etimológicamente, el habitante de la ciudad) se convierte en el depositario de la legitimidad del nuevo orden político, pero con ciertas limitaciones. Había ciudadanos con derechos civiles y otros que

además tenían derechos políticos, por ejemplo, las mujeres estaban fuera de los derechos políticos.

Los derechos de los hombres y los ciudadanos son ampliados en el Acta Constitucional de la Republica de Francia de 1793, entre los que destacan el derecho a la asistencia, el derecho al trabajo y el derecho a la instrucción. Paradójicamente, la Asamblea francesa impuso un régimen de violencia en defensa de la revolución y de las reformas que ella impulsaba. Robespierre diría que el principal instrumento del Gobierno popular en tiempos de paz es la virtud, pero la virtud sin el terror es funesto y el terror, sin la virtud es impotente. Es por ello que en tiempos de revolución deben ser a la vez tiempo de virtud y el terror. El terror no es otra cosa que la justicia rápida, severa e inflexible; emana, por lo tanto, de la virtud. Estas premisas soportaban un régimen judicial discrecional cuya pena común era la decapitación. Para imponer la revolución la Asamblea francesa ordenó decapitar a miles de franceses. Dos años más tarde, con la Declaración de 1795, se suprimieron todos los nuevos derechos de la Declaración de 1793 y luego de un tiempo, Francia quedaría de nuevo bajo el poder de un solo hombre, Napoleón Bonaparte.

Al partir de la Revolución francesa la ciudadanía consiste en ejercer la libertad en sociedad. El principio de libertad, igualdad y fraternidad de los seres humanos fue acompañado por la separación de los poderes legislativo, ejecutivo y judicial, la preponderancia del poder del pueblo. No obstante, no todos los ciudadanos tenían derechos civiles, como es el caso de las mujeres; pero sin duda, con la Revolución francesa se dio un paso adelante en materia de ciudadanía y democracia.

2.1.1.4.4 Revolución Rusa 1917

La Revolución rusa fue uno de los más importantes hechos ocurridos en el siglo XX. Fue un movimiento político, social y económico que estallo en el Imperio Ruso y concluyo en 1917 con la salida del poder del Zar Nicolás II. Se puede decir que se gestó en los ciudadanos, obreros y campesinos, apoyados por los soldados que regresaban derrotados de las guerras. Este movimiento logró su cometido en febrero de 1917, con la abolición del sistema absolutista hasta entonces imperante y el establecimiento de la República con Alejandro Kerensky como primer presidente, acompañado de un consejo

representativo de la clase trabajadora, denominada Soviet. Ese gobierno solo duró unos meses, se le criticó que realizaba pocos cambios y en el fondo mantenía el sistema de privilegios y desigualdades del sistema zarista.

Llega entonces la llamada revolución de octubre. Los Bolcheviques (socialistas radicales), encabezados por Lenin, exigían *Todo el poder para los Soviets* y prometían: Paz, tierra y pan. Un golpe militar logra deponer el gobierno de Kerensky y el Congreso de los soviets nombra a Lenin Primer Ministro de Rusia. Inspirado por las ideas de Marx, Lenin transforma el sistema político y económico de Rusia y establece un gobierno comunista dirigido por la clase proletaria bajo el sistema federal, denominado Unión de las Repúblicas Socialistas Soviéticas (U.R.S.S.). Las primeras medidas fueron la confiscación de las tierras, las cuales pasaron a manos de los campesinos y la abolición de la propiedad privada. Además las fábricas fueron entregadas a los obreros y los bancos y el comercio fueron también nacionalizados.

No fue un proceso sin oposición, se debió usar la fuerza para imponer el nuevo orden político, económico y social. En 1918 estalló la Guerra Civil Rusa que costó miles de vidas de ambos lados, pero que al final la revolución se impuso. Tras la muerte de Lenin, en 1924, asume el poder Stalin, quien impuso las ideas socialistas, aunque no pocos lo consideran un dictador.

El socialismo marxista-leninista, que guiaba a la Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas, coloca a los derechos económicos, sociales y culturales sobre los derechos civiles y políticos. Indican que solo cuando se logren los primero será posible hacer efectivos los demás. La Revolución Rusa se originó en un interesante movimiento de la ciudadanía en procura de mejoras, pero en la medida que avanzó, los ciudadanos cedieron autonomía en pro del colectivo, tal como lo proponía la dirigencia política soviética. En la práctica no funcionaron los mecanismos de ejercicio de la ciudadanía y el Estado se redujo a pequeño grupo al frente del partido único, quienes definían lo que era lo conveniente para la sociedad.

En 1985, Gorbachov inicia una serie de reformas que llevan a la completa desaparición de la U.R.S.S. en 1991, para dar paso a una nueva estructura del Estado. El

nuevo Estado parece trabajar en una doble perspectiva el ciudadano, individuo y miembro de la sociedad.

2.1.1.4.5 Revolución China

La Revolución China tiene un primer momento en 1912 cuando cae Pu Yi, último emperador de la dinastía Qing, que había gobernado China desde 1616 y mantenían una economía agraria, con la mayoría de las tierras en manos privadas, organizadas bajo el sistema feudal. El movimiento contra la china imperial fue liderado por Yuan Shikai y Sun Yat-sen, quien es considerado tanto por los comunistas, como por los nacionalistas, como el padre fundador de la China Moderna. Sun Yat-sen era un nacionalista cuya base ideológica estaba en los Tres Principios del Pueblo: nacionalismo, democracia y bienestar del pueblo.

La naciente República China debió confrontar diversos conflictos externos e internos y en 1927 debió enfrentar una guerra civil con el ejército del Partido Comunista Chino dirigido por Mao Zedong (o Mao Tsé Tung), quien finalmente resulta vencedor en 1949. En octubre de ese año, Mao proclama la creación de la República popular China, mientras que las tropas nacionalistas se refugian en la isla de Formosa (Taiwán) creando, con apoyo de los Estados Unidos, la República China.

En los primeros años de la Revolución, Mao siguió el modelo soviético. Todas las tierras y propiedades pasaron al Estado, un partido único, planificación y control de la actividad económica y una férrea mano dura contra los opositores de la revolución. A partir de 1958, Mao aplicó su Gran Salto Adelante, que era un programa de desarrollo simultáneo de la agricultura y la industria, pero que además significaba la ruptura con el modelo soviético. El Gran Salto Adelante derivó en una terrible hambruna y se estima que entre 1959 y 1962 murieron unos veinte millones de campesinos chinos por falta de comida. En años recientes, algunos historiadores, estiman que en realidad fueron unos 45 millones de personas las que murieron en china como consecuencia del Gran Salto Adelante. Mao reconocería luego su error y dijo que Confucio, Lenin y Marx también habían cometido errores. En ese caso el error de Mao había costado la vida a millones de seres humanos.

En 1964 se publica el Libro Rojo de Mao, donde se encontraban las bases de la ideología maoísta que se caracteriza por la fe en el partido comunista y el poder del campesinado. El libro Rojo debía ser leído por todos los chinos, en escuelas y centro de trabajo; incluso debía portarse de forma permanente, so pena de ser castigado con trabajos forzados.

En el Libro Rojo Mao indica, que en el seno del pueblo, no se puede prescindir de la libertad, ni tampoco de la disciplina; no se puede prescindir de la democracia, ni tampoco del centralismo. Esta unidad de democracia y centralismo, y de libertad y disciplina, constituye nuestro centralismo democrático. Según Mao, bajo este sistema, el pueblo disfruta de amplia democracia y libertad, pero al mismo tiempo debe mantenerse dentro de los límites de la disciplina socialista. Como en el caso soviético, lo individual quedaba supeditado a lo colectivo, el individuo solo era parte del pueblo. El Libro Rojo, como lectura obligatoria, era la forma de formar al ciudadano chino, pero también permitió crear *comités revolucionarios*, responsables de erradicar todo vestigio de capitalismo y liberalismo burgués. Estaban autorizados a juzgar y a condenar a los *contrarrevolucionarios* y las penas podrían ser desde el destierro hasta la muerte. La aplicación del Libro Rojo por parte de los *comités revolucionarios* provocó la muerte de varios millones de chinos.

En 1976 muere Mao y lo sucede Hua Guofeng, quién no realizó mayores cambios al modelo desarrollado por Mao. En el 1978, asciende al poder Deng Xiaoping quien desarrolló una política económica más pragmática que, lentamente, cambió hacia una economía de mercado, controlada por el Estado. Los cambios económicos de Deng vinieron acompañados con ciertos cambios políticos que se conocieron como la *Primavera de Pekín*, sin embargo, el gobierno chino todavía se caracteriza por el control sobre sus ciudadanos.

2.2 MODELOS DE CIUDADANÍA

La breve revisión histórica realizada indica que la categoría ciudadano, y en consecuencia ciudadanía, son constructos sociales que emergen de distintos momentos, con realidades que los condicionan. La evolución constante de esos conceptos ha llevado a los teóricos a generar los llamados modelos de ciudadanía, entre los cuales destacan: el

liberal, el republicano, el comunitaristas y el libertario. En esta sección se presentan las características básicas de dichos modelos.

2.2.1 CIUDADANÍA LIBERAL

Zapata-Barrero (2001) indica que John. Rawls (*A Theory of Justice*, 1979; *Political Liberalism*, 1993), es el principal referente del modelo de la Ciudadanía Liberal, el cual concibe a la sociedad sobre la base de la aplicación democrática de la justicia. El concepto de la justicia es fundamental. Una sociedad justa se entiende como un orden aceptable para todos porque a cada uno le permite realizar su propio modelo de vida buena. Otros componentes importantes del sistema son: el individualismo y la autonomía de la persona, la tolerancia hacia el pluralismo, el consenso moral. El Estado es neutral y solo interviene eventualmente con el fin de garantizar la estabilidad, la cooperación y la equidad y el civismo (Zapata-Barrero, 2001).

La ciudadanía es un estatus que poseen los miembros de pleno derecho de una comunidad, ello implica igualdad en cuanto a derechos y obligaciones. Con la ciudadanía se establece un vínculo que surge de la relación contractual (pacto social) y la adscripción libre de las personas con la sociedad y se divide en tres partes o elementos: civil, político, y social (Marshall y Bottomore, 1998).

1. Lo civil se compone de los derechos necesarios para la libertad individual: libertad de la persona, de expresión, de pensamiento y religión, derecho a la propiedad y a establecer contratos válidos y derecho a la justicia. Las instituciones directamente relacionadas con los derechos civiles son los tribunales de justicia.
2. Por lo político se entiende el derecho a participar en el ejercicio del poder político como miembro de un cuerpo investido de autoridad política, o como elector de sus miembros. Las instituciones correspondientes son el parlamento y las juntas del gobierno local.
3. Lo social incluye el derecho a la seguridad y al bienestar económico para alcanzar la vida de un ser civilizado, conforme a los estándares predominantes en la sociedad. Las instituciones directamente relacionadas son, en este caso, el sistema educativo y los servicios sociales (Marshall y Bottomore, 1998).

Entonces los ciudadanos son libres, iguales y autónomos. Se impulsa el individualismo para alcanzar la vida buena, pero con respeto a la norma y la tolerancia, además, de apreciar la colaboración. El Estado, por medio de las instituciones, no es más que un instrumento para que cada persona consiga desarrollar su plan de vida.

De acuerdo con Benítez Romero (2004), el modelo de ciudadanía liberal tiene tres elementos, que se relacionan y funcionan de manera conjunta:

1. Un estatus de igual ciudadanía. El conjunto de derechos y deberes se combinan con la libertad y la igualdad. Así la base en el estatus de igual ciudadanía es la libertad de la persona y los derechos que también posibilitan su igualdad. Los ciudadanos disfrutan de un esquema plenamente adecuado de libertades básicas iguales, son iguales y pueden acceder a bienes primarios poder alcanzar su modelo particular de vida. Además, todos pueden acceder a cargos y posiciones dentro de la sociedad donde vive. La libertad y la igualdad de éste estatus se encuentra en el esquema de las iguales libertades básicas.
2. Una concepción de la persona como ciudadano libre e igual. Los ciudadanos tienen derechos y deberes pero son libre e iguales. La libertad es el valor supremo. Los ciudadanos son libres en la medida que: tienen sentido de la justicia, una concepción del bien y un plan racional de vida. Tener una capacidad para un sentido de la justicia y actuar según marquen ciertos principios hace a las personas razonables. El sentido del bien y fijarse un plan racional de vida, hace a las personas racionales. El sentido de la justicia y la concepción del bien hacen a las personas ser iguales.
3. Un ideal de ciudadanía democrática. Todo ciudadano libre e igual tiene un deber moral, no legal, la civilidad. El ciudadano debe cooperar en la sociedad bien ordenada durante toda su vida y a explicar razonablemente sus decisiones políticas fundamentales al resto de los ciudadanos libres e iguales. Para ello se hace necesaria el desarrollo de ciertas virtudes políticas: civilidad, de tolerancia, de razonabilidad y del sentido de equidad. Esto solo es posible en democracia.

El ciudadano liberal:

1. Se reconoce como una persona moral, racional, justa y lógica, que tiene deberes y derechos.
2. Pertenencia a una comunidad política determinada, el Estado, su país.
3. Admite que el Estado es necesario para garantizar su coexistencia, así como la protección de los derechos y libertades individuales, pero sin invadir la esfera de la libertad de los individuos.
4. Reconoce que la libertad de cada una de las personas es fuente de reivindicaciones políticas.
5. Reconoce la coexistencia de la identidad privada y la pública, sin jerarquizar. En el ámbito público se debe actuar con civismo.
6. Entiende que los recursos del Estado no pueden ser usados para promover una concepción particular del bien.
7. Tiene la capacidad y la oportunidad de participar en la definición de la vida política, social y cultural de su comunidad (Ochman, 2007).

Benítez Romero (2004) señala que para los liberales un ciudadano es una persona libre e igual, que disfruta de un estatus de igual ciudadanía, y coopera a lo largo de su vida en una sociedad bien ordenada. Este ciudadano solo se puede desarrollar en una democracia constitucional, en un sistema de mercado o un régimen socialista liberal.

2.2.2 CIUDADANÍA REPUBLICANA

El modelo republicano es universalista e intervencionista, considera a las instituciones estatales determinantes para configurar una concepción de la persona, para lograr la “vida en común”. Ante eso el Estado tiene dos opciones: (1) la autonómica, que consiste en considerar a los grupos culturalmente diferentes un bien colectivo autónomo al que da su apoyo, o (2) la integracionista, que consiste en reducir las diferencias culturales, imponiendo criterios comunes y transformando la identidad cultural en una simple clasificación administrativa. La intervención estatal se puede hacer con el fin de frenar los posibles monopolios y hacer funcionar sus economías. El modelo republicano propone la introducción de elementos sociales en el ámbito político. En otras palabras: la socialización del estado del bienestar, que consiste en repartir el bienestar entre todos los ciudadanos y atender a sus particularidades (Zapata-Barrero, 2001).

En el modelo republicano es fundamental la participación activa en los asuntos comunes de todos los miembros de la comunidad política. El ciudadano participa en los procesos democráticos deliberativos y decide las condiciones de la convivencia en común. La sociedad se entiende como una asociación de ciudadanos libres e iguales que forman una comunidad jurídica que se gobierna a sí misma. Los destinatarios del derecho serán también sus autores. Los ciudadanos se reconocen mutuamente un sistema de derechos fundamentales que posibilita el ejercicio de la autonomía privada (libertades subjetivas de acción) y de la autonomía pública (libertades comunicativas). El poder político deriva del poder comunicativo de todos los ciudadanos, el cual, a través del medio que representa el derecho, se transforma en poder administrativo. La participación ciudadana es necesario que se produzca la institucionalización de la formación racional discursiva de la opinión y voluntad política de los ciudadanos libres e iguales de la comunidad jurídica. Para ellos se establecen diversos espacios públicos informales y formales propios de la democracia o política deliberativa (Benítez Romero, 2004).

Entonces los ciudadanos deben estar en capacidad de participar en las discusiones y deliberaciones públicas, pero también darle seguimiento a las decisiones, para así lograr el bien de la comunidad a la que pertenecen. Para ello es necesario que conozcan sus deberes cívicos y políticos, además de estar informados sobre los asuntos públicos. Según Zapata-Barrero (2001), el ciudadano republicano no sólo protesta sino que es también creador y transformador, mientras que el ciudadano liberal sólo protesta cuando se produce conflicto con las instituciones estatales.

Ochman (2007) indica que el pensamiento republicano se centra en el *bien común*, con lo que se refieren al conjunto de condiciones políticas, económicas y sociales que permite y favorece el desarrollo integral de todos los miembros de la comunidad. Es responsabilidad de todos definirlo y construirlo, por lo tanto, el ciudadano republicano:

1. Participa activamente en la organización y la dirección de su sociedad. El bien común exige que los ciudadanos se impliquen en los asuntos públicos, que participen y debatan.
2. Conoce y respeta los fundamentos constitucionales de su comunidad.

3. Participa, debate y se compromete con los asuntos públicos, con miras a lograr el bien común.
4. Es contrario a la privatización de la vida pública.
5. Busca solucionar el problema de la desigualdad social.
6. El debate cívico y la búsqueda del bien común exigen que no existan grandes diferencias sociales en el bienestar y las oportunidades de las personas (Ochman, 2007).

El ciudadano republicano, que es autónomo en un contexto colectivo igualitario y participativo, su libertad está en función de que el resto de los ciudadanos tengan las mismas facultades. La libertad está asociada a la garantía del orden normativo equitativo creado y mantenido por las instituciones políticas, que requieren de la participación y cumplimiento del deber cívico por parte de los ciudadanos (Peña, 2000).

Indica Benéitez Romero (2004) que el ciudadano, según este modelo, será el miembro libre e igual de la comunidad jurídica que decide discursivamente en común las condiciones de la convivencia social. Este ciudadano se desarrolla en un estado de derecho, una democracia deliberativa.

2.2.3 CIUDADANÍA COMUNITARISTA

Los comunitaristas ven al ciudadano unido con su comunidad. Esta relación produce vínculos sociales que lo define como sujeto, advierten que el ciudadano de las sociedades complejas no puede ser entendido al margen de las vinculaciones sociales que le constituyen como sujeto. La pertenencia a una comunidad brinda al ciudadano un referente ético político que ayuda a evitar la fragmentación de la sociedad, las creencias morales públicamente compartidas por un grupo son las que brindan la identidad de los sujetos. En este marco, el Estado deja su pretensión de neutralidad y asume la tarea de reorientar a los ciudadanos mediante normas que recuperen las virtudes perdidas. Es claro que el modelo comunitaristas es contrario al individualismo y el Estado neutral de la tradición liberal.

De acuerdo con Ochman (2007), en el modelo comunitarista la relación fundamental es entre la persona y la comunidad y se busca crear una *buena sociedad*, aquella

en donde las personas se tratan como miembros de una comunidad, unidos por lazos de solidaridad, afecto y compromiso mutuo. Por ello todos los ciudadanos gozan de derechos sociales, civiles y políticos; y deben cumplir con las obligaciones jurídicas de la ciudadanía.

El ciudadano comunitarista:

1. Reconoce que los deberes frente a la comunidad están por encima de los derechos individuales.
2. Asume responsabilidad sobre la conservación (evolución) de la comunidad histórica.
3. Reconoce la existencia de deberes especiales para con la comunidad inmediata.
4. La autorrealización individual no puede darse sino en condiciones comunitarias, su realización efectiva está ligada a una forma de vida, a la participación en la comunidad.
5. Promueve relaciones de amistad, amor, cuidado y buena vecindad.
6. Participa en labores del voluntariado y proyectos vecinales.
7. Es miembro activo de las asociaciones, clubes e iglesias.
8. Reconoce que los valores de la comunidad deben ser generados por sus miembros en un diálogo abierto.
9. Reconoce que la democracia está necesariamente ligada a la referencia de una comunidad concreta y éticamente integrada (Ochman, 2007).

La concepción comunitarista se reconocen los aspectos positivos del individualismo, como la posibilidad de construir un modo de vida mejor a partir de lo que cada uno debería desear, pero ese proceso no exige que el contenido de la decisión incluya únicamente los intereses egoístas de los sujetos. El proceso de construcción de la identidad individual se construye entonces en un proceso dialógico donde la mirada del otro determina el proceso de construcción de mi propia identidad (Taylor, 1993). Allí surge una de las principales críticas al modelo, los ciudadanos no gozan en sentido estricto de libertad individual para diseñar sus propias vidas.

Indica Benítez Romero (2004) que el ciudadano, según este modelo, es el miembro libre e igual de la sociedad política que se identifica y relaciona con ella como si fuera una

comunidad. Este ciudadano se desarrolla en un sistema federal, una democracia multicultural.

2.2.4 CIUDADANÍA LIBERTARIA

Fue preconizado por R. Nozick (*Anarchy, State and Utopía*, 1974) La sociedad es democrático pluralista y deben optimizarse las actitudes individuales, libres y voluntarias así como la cooperación voluntaria y el principio de reciprocidad. El papel del Estado es correctivo, protector y sirve de garante, además, debe promover pluralismo de los valores. Es neutral, pero en caso de conflictos puede intervenir y restringir de la actividad de un ciudadano. Según el modelo libertario, el ideal es que cada persona se imponga restricciones morales y respete al conjunto de la ciudadanía. La persona, actuando de manera autónoma, con la presencia inevitable de las restricciones debidas a la colectividad, actúa de manera responsable (Zapata-Barrero, 2001).

La ciudadanía libertaria desea garantizar fundamentalmente los derechos del hombre y para ello es necesario limitar toda acción a través de las restricciones morales, además, solo va ser legítimo un Estado mínimo. El ciudadano es individualista, anarquista y capitalista, solo tiene una relación interesada con el Estado. Las personas contratan servicios de protección de un Estado, con lo cual se convierten en sus clientes, incluso esta teoría libertaria va permitir permanecer ajeno a dicha formación política como independiente. Como toda relación clientelar, puede ser suprimida en cualquier momento por el cliente, el ciudadano. Este tipo de relación entre el Estado y sus clientes, es considerada como la mejor y única forma de proteger los derechos de las personas; y la protección de estos derechos es la base y principio de esta teoría libertaria. Los ciudadanos libres e iguales tienen que vivir en unas condiciones políticas que permitan sobre todo desarrollar y potenciar esa libertad, que es la esencia de toda persona; por lo tanto, el Estado va ser mínimo (Benítez Romero, 2004).

En el modelo libertario la ciudadanía sería la restricción necesaria y suficiente que debe aceptar la persona autónoma para vivir en colectividad, es un mal necesario para vivir en sociedad. Es fundamental el individualismo radical y la sociedad es un espacio compartido de visiones del mundo, marcada por el principio de divergencia. Para ello se

hace necesario la cesión de derechos mediante los cuales los individuos aceptan las prohibiciones y coacciones del Estado, pero que deje suficiente espacio social y moral para la experimentación y la innovación sin referencia a pautas directrices sobre la vida buena; por lo tanto, la acción del Estado debe ser mínima. Las personas son libres de unirse voluntariamente para tratar de realizar su propia concepción de la vida buena, sin imponer su propia visión utópica sobre los demás (Zapata-Barrero, 2001). En este marco la participación política activa y gobierno colectivo carecen de sentido.

Para el ciudadano libertario:

1. La libertad individual y los derechos que todos tenemos se garantizan si sólo somos clientes del Estado mínimo.
2. El estado de naturaleza nunca se abandona plenamente, siempre se puede romper el contrato de asociación política. Existencia de independientes del Estado mínimo.
3. Los individuos son fines, no simplemente medios, no pueden ser sacrificados o usados sin su consentimiento para alcanzar cualquier objetivo final.
4. Los rasgos de racionalidad, acción moral y libre albedrío que poseen las personas llevarán a la legitimación de un Estado mínimo, y, a la limitación de todas las acciones individuales y políticas.
5. Las pertenencias de las personas de deben a la aplicación de los tres principios de la justicia retributiva.
6. Personas diferentes y complejas que eligen voluntaria e individualmente seguir a lo largo de sus vidas una concepción general concreta (una comunidad ideal).
7. No reconocimiento de capital social acumulado que genere en las personas a nivel social o público ciertos compromisos con el Estado mínimo.
8. Los elementos de la teoría libertaria llevan a la configuración de una visión utópica de la realidad (Benítez Romero, 2004).

Los ciudadanos, según este modelo, son personas libres e inviolables se convierten en clientes de una agencia de protección o Estado mínimo que protege sus derechos individuales y pertenencias. Este ciudadano se desarrolla en un Estructura política federal, una Sociedad anarco-capitalista (Benítez Romero, 2004).

2.2.5 ¿DIFERENCIAS Y SEMEJANZAS?

Los modelos son distintos porque tienen concepciones distintas sobre la ciudadanía y el ciudadano. El modelo liberal presenta a la ciudadanía como una identidad política y pública, donde se ha logrado un consenso sobre las ideas del bien y una concepción de lo justo. El ciudadano actúa de forma diferente en el ámbito privado y en el público, en este último debe comportarse con civismo. En el modelo republicano, la ciudadanía es un concepto dinámico, donde la participación activa en los asuntos comunes de todos los miembros de la comunidad política es fundamental. Se busca articular lo político, con lo jurídico, lo social y lo cultural, en el marco de la democracia y el pluralismo. El ciudadano republicano es autónomo en un contexto colectivo igualitario y participativo, que intenta reducir las condiciones sociales que generan la dominación dentro de la sociedad pluricultural.

Para los comunitaristas, el ciudadano va unido con su comunidad. La ciudadanía comunitarista implica participación pero con la comunidad como referente ético - político que ayuda a evitar la fragmentación de la sociedad. Los valores de la comunidad son preponderantes, están por encima del individuo. El ciudadano comunitarista tiene una identidad individual que se construye bajo la mirada de la comunidad, precondition para la realización ciudadana. En el modelo libertario la ciudadanía se erige a partir de las nociones de propiedad y autonomía, planteada como una restricción necesaria y suficiente que debe aceptar la persona autónoma para vivir en colectividad. El ciudadano libertario son personas libres que comparten un Estado mínimo que protege sus derechos individuales y pertenencias.

En todos los modelos se destaca la participación, los derechos y la pertenencia. En todos, con sus diferencias, el ciudadano es sujeto que participa en la construcción de la sociedad; pero además, es sujeto de derechos y pertenece a una comunidad. También está presente en todos el estatus político, el conjunto de deberes. Todo ciudadano tiene deberes para con la sociedad donde vive. En todos los modelos, la idea de la democracia está presente, donde los ciudadanos participan en la toma de decisiones y en una vida pública. Las diferencias radican en cómo se conciben cada uno de esos aspectos y en las condiciones materiales y medios que proporcionan a los individuos su realización.

En la actualidad, la condición de ciudadano implica participación activa en defensa de sus derechos y en el cumplimiento de los deberes, además del conocimiento de su realidad, ya que con regularidad debe tomar decisiones sobre problemas de su entorno. La participación es cuestiones de la sociedad implica que el ciudadano debe ser capaz de conseguir la información necesaria sobre un problema planteado, evaluarla con prestancia y tomar su propia decisión. Si no se deviene en una nueva forma de súbdito.

2.3 LA CIUDADANÍA VENEZOLANA

En este apartado se analiza la ciudadanía desde dos puntos de vista: lo que establece la Constitución Nacional y cómo la perciben los venezolanos.

2.3.1 LA CIUDADANÍA EN LA CONSTITUCIÓN DE LA REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA

La Carta Magna venezolana dedica su capítulo II a la nacionalidad y de la ciudadanía. En la sección primera de ese capítulo se precisan distintos casos por los cuales a una persona se le considera de nacionalidad venezolana. En el artículo 32 se indica a quién se le confiere el derecho de ser venezolano por nacimiento, los cuales se pueden agrupar en cuatro casos: (a) a los nacidos en el territorio nacional, (b) los nacidos en territorio extranjero de hijo de padre y madre venezolanos por nacimiento, (c) hijos de padre o madre venezolanos por nacimiento, que establezcan su residencia en el territorio venezolano o declaren su voluntad de acogerse a la nacionalidad venezolana. (d) hijos de padre o madre venezolanos por naturalización que establezcan su residencia en el territorio venezolano o declaren su voluntad de acogerse a la nacionalidad venezolana. El artículo 33, establece quienes son venezolanos por naturalización. Desde el artículo 34 al 38 se establece la posibilidad de la doble nacionalidad y las condiciones para perder la nacionalidad. Obsérvese que esta sección primera no toca de manera directa el tema de la ciudadanía, pero al pertenecer al capítulo II, de denominado *De la nacionalidad y de la ciudadanía*, es clara la intención del legislador de vincular la nacionalidad con la ciudadanía.

La sección segunda del capítulo II se titula *de la ciudadanía*, y comienza con el artículo 39:

Los venezolanos y venezolanas que no estén sujetos o sujetas a inhabilitación política ni a interdicción civil, y en las condiciones de edad previstas en esta Constitución, ejercen la ciudadanía; en consecuencia, son titulares de derechos y deberes políticos de acuerdo con esta Constitución. (Constitución de la República Bolivariana de Venezuela, 1999)

En el artículo se encuentra la primera referencia directa en la Constitución Nacional al término ciudadanía, vinculándola con la nacionalidad y los derechos y deberes políticos. Se destacan varios elementos para ejercer la ciudadanía es necesario ser venezolano, no estar inhabilitado y tener cierta edad. Eso lo hace acreedor de derechos y deberes políticos, lo hace ciudadano. En este artículo no se vincula a la ciudadanía con derechos, civiles, culturales o económico, solo con derechos políticos.

Los otros artículos de la sección segunda del capítulo II son el 40, 41 y 42. En el primero de ellos se hace referencia a la igualdad de derechos a los venezolanos por nacimiento y por naturalización. Con lo cual se vincula nuevamente la ciudadanía con la nacionalidad. En el 41 se regula la posibilidad de ocupar altos cargos de la administración pública con la nacionalidad, se indica que para ocupar ciertos cargos, presidente por ejemplo, se debe ser venezolano por nacimiento y sin ninguna otra nacionalidad. Los venezolanos por naturalización pueden ejercer ciertos cargos, pero es necesario una residencia ininterrumpida en el país de al menos 15 años.

El artículo 42 de la Constitución Nacional se indica:

“Quien pierda o renuncie a la nacionalidad pierde la ciudadanía. El ejercicio de la ciudadanía o de alguno de los derechos políticos sólo puede ser suspendido por sentencia judicial firme en los casos que determine la ley. (Constitución de la República Bolivariana de Venezuela, 1999)”

Aquí se hace directa la relación nacionalidad y ciudadanía, quién pierde o renuncie a la nacionalidad, pierde la ciudadanía. Además, se especifica que se suspende el ejercicio de la ciudadanía cuando se tengan sentencia firme. Esto complementa lo señalado en el artículo 39, en cuanto a la inhabilitación política o interdicción civil, la cual solo ocurrirá cuando una persona tenga una sentencia definitiva, con lo cual se deja ver que el procesado no pierde sus derechos políticos. No dice nada sobre los deberes políticos que también mencionaba el artículo 39, en referencia al ejercicio de la ciudadanía.

Los artículos hasta aquí revisados relacionan a la ciudadanía con la nacionalidad, con ello se asumen postulados del modelo comunitarista, según la cual la ciudadanía está unido a la pertenencia a la comunidad en particular. Se ubica entonces en la tradición nacionalista herderiana, que define a la nación como entidad colectiva natural, dotada de espíritu propio. Pero en la Revolución francesa, al interpretarse la Nación con criterios políticos, también se dio una fuerte identificación entre ciudadanía y nacionalidad. De allí en adelante prácticamente todos los estados asocian desde la perspectiva legal eso dos conceptos.

También se enlaza a la ciudadanía con la edad, es necesario tener una cierta edad (no mencionada en los artículos revisados), para poder ejercer la ciudadanía. Esto se refiere a que las personas deben tener un mínimo de edad para ser considerados ciudadanos, lo cual es común de todos los modelos desde la ciudad estado de Atenas. Asimismo se hace corresponder a la ciudadanía con los deberes y derechos, esto también es común de prácticamente todos los modelos antes mencionados; aunque en la Constitución Nacional se hace específica que son deberes y derechos políticos, por lo cual se hace necesario una revisión de ese aspecto en particular.

El Capítulo IV de la Constitución Nacional trata *De los derechos políticos y del referendo popular*, en cuya sección primera trata *De los derechos políticos*. La sección inicia con el artículo 62, el cual establece:

Todos los ciudadanos y ciudadanas tienen el derecho de participar libremente en los asuntos públicos, directamente o por medio de sus representantes elegidos o elegidas.

La participación del pueblo en la formación, ejecución y control de la gestión pública es el medio necesario para lograr el protagonismo que garantice su completo desarrollo, tanto individual como colectivo. Es obligación del Estado y deber de la sociedad facilitar la generación de las condiciones más favorables para su práctica. (Constitución de la República Bolivariana de Venezuela, 1999)

El artículo establece que todos los ciudadanos pueden participar en asuntos públicos y lo pueden hacer de forma directa o mediante representantes elegidos. Luego se especifica a qué se refiere con esa participación: la formación, ejecución y control de la gestión pública, como un medio imperioso para lograr el protagonismo. El Estado y la sociedad deben facilitar las condiciones para que eso se logre. Es importante recordar que en el Preámbulo de la Constitución se indica que la República Bolivariana de Venezuela se

establece como “una sociedad democrática, participativa y protagónica”. De allí que en este artículo se destaque la necesidad de lograr el protagonismo, vinculándolo a la participación.

El artículo 63 establece que el sufragio es un derecho y las características de las votaciones. En el 64 se indica la edad mínima para ejercer el voto, así como reglamentar la participación de extranjeros en elecciones parroquiales, municipales y estatales. En el 65 se indica que los condenados en delitos cometidos durante el ejercicio de sus funciones no podrán optar a cargos de elección popular. El 66 establece el derecho que tienen los electores a que sus representantes rindan cuentas; mientras que el 67 les da derecho a los ciudadanos de asociarse libremente con fines políticos. El derecho a manifestar, de forma pacífica y sin armas, se protege en el artículo 68 y el 69 se reconoce el derecho al asilo y al refugio. En el artículo 70 se señalan las formas de participación de los ciudadanos en el ejercicio de su soberanía, lo dividen en dos grupos, las referidas a lo político y a lo social y económico.

Los derechos de los ciudadanos especificados en esta sección de la Constitución Nacional son: a participar libremente en asuntos públicos, al sufragio, a que sus representantes les rindan cuentas, a asociarse con fines políticos, a manifestar pacíficamente, a que se le conceda asilo o refugio. Obsérvese que tres de esos seis derechos están vinculados con elecciones. El último artículo de esta sección se indica las formas de participación de la ciudadanía en lo político, lo social y económico, de tal manera que haga efectivo el protagonismo que define a la República Bolivariana de Venezuela.

En el artículo 21 perteneciente al Capítulo I, *Disposiciones Generales*, es la primera vez que en la Constitución Nacional se usa el vocablo ciudadano.

Todas las personas son iguales ante la ley; en consecuencia:

- 1. No se permitirán discriminaciones fundadas en la raza, el sexo, el credo, la condición social o aquellas que, en general, tengan por objeto o por resultado anular o menoscabar el reconocimiento, goce o ejercicio en condiciones de igualdad, de los derechos y libertades de toda persona.*
- 2. La ley garantizará las condiciones jurídicas y administrativas para que la igualdad ante la ley sea real y efectiva; adoptará medidas positivas a favor de personas o grupos que puedan ser discriminados, marginados o vulnerables; protegerá especialmente a*

aquellas personas que por alguna de las condiciones antes especificadas, se encuentren en circunstancia de debilidad manifiesta y sancionará los abusos o maltratos que contra ellas se cometan.

3. *Sólo se dará el trato oficial de ciudadano o ciudadana, salvo las fórmulas diplomáticas.*
4. *No se reconocen títulos nobiliarios ni distinciones hereditarias. (Constitución de la República Bolivariana de Venezuela, 1999)*

Se destaca que Ciudadano es el trato oficial para todas las personas, las cuales son consideradas todas iguales sin distingo de raza, el sexo, el credo, la condición social, además de no permitir discriminaciones que puedan socavar el goce o ejercicio en condiciones de igualdad, de los derechos y libertades de toda persona. Esta igualdad entre las personas es partes de la conquista en materia de derechos humanos de distintas sociedades, comenzó con la revolución inglesa, siguió con la revolución Norteamericana y quedó plasmada en la *Declaración de los derechos del hombre y del ciudadano*, producto de la Revolución Francesa.

El Capítulo III de la Constitución Nacional se titula: *De los Derechos Civiles*. Aunque no se hace referencia directa a la ciudadanía o al ciudadano, se habla de los derechos que tiene toda persona, en consecuencia todo ciudadano, según lo expresado en el artículo 21. El primero de los derechos especificados es el de la inviolabilidad de la vida; luego continua con: (a) el derecho de toda persona a que se respete su integridad física, psíquica y moral (por lo tanto la prohibición de la tortura); (b) la inviolabilidad del hogar; (c) el derecho al debido proceso; (d) la garantiza el secreto e inviolabilidad de las comunicaciones privadas en todas sus formas; (e) el derecho a transitar libremente y por cualquier medio dentro y fuera del país, (f) el derecho a la propiedad privada; a asociarse libremente con fines lícitos; (g) el derecho de reunirse, pública o privadamente, sin permiso previo; (h) la prohibición de la esclavitud; (i) el derecho a la protección del Estado; (j) el derecho a tener un nombre propio y a conocer la identidad de los padres (j) derecho a expresar libremente sus pensamientos (k) el derecho a la comunicación y la información; (l) la libertad de religión y de culto; (m) derecho a la protección de su honor, vida privada, intimidad, propia imagen, confidencialidad y reputación; (n) el derecho a la libertad de conciencia y a manifestarla libremente.

El conjunto de artículos que conforman el Capítulo III de la Constitución Nacional, refleja en buena medida la *Declaración Universal de los Derechos Humanos*, aprobada en 1948 por la Organización de Naciones Unidas, que han complementado con una serie de convenios, convenciones y pactos firmados por Venezuela durante el período democrático iniciado en 1958.

2.3.2 LA CIUDADANÍA DESDE LA PERSPECTIVA DEL CIUDADANO VENEZOLANO

Comprender la construcción de la ciudadanía en la vida cotidiana en un grupo de estudiantes de educación de la Universidad Central de Venezuela es el objetivo del trabajo de Vásquez (2010). En la investigación, realizada mediante grupos focales y entrevistas a un total de 27 sujetos, se reportan tres concepciones de ciudadanía desde la perspectiva de los estudiantes entrevistados: (a) el estatus jurídico del ciudadano como sujeto de derechos y deberes, vinculado su comportamiento para la puesta en práctica de valores democráticos. (b) la pertenencia a la nación, la valoración de la cultura y responsable de contribuir con el desarrollo de la ciudadanía democrática, (c) la convivencia social entre los miembros de la comunidad. Además los estudiantes entrevistados consideran que hay un déficit de instituciones democráticas y educativas de calidad para propiciar la formación los ciudadanos, aspecto que creen fundamental para fomentar la participación ciudadana que contribuya con el fortalecimiento de la democracia.

Las tres concepciones de ciudadanía que reporta Vásquez (2010), en su investigación con estudiantes de la Escuela de Educación, se pueden resumir como: pertenencia, derechos y participación. El ciudadano pertenece plenamente a la comunidad (a una nación), en consecuencia tiene ciertos derechos (y deberes), y debe tomar parte en la vida pública (participación). Otro aspecto que se destaca en esta investigación es la insistencia en la democracia. En dos de las tres concepciones reportadas aparece la democracia como punto importante, pero además, los estudiantes consideran que no hay suficientes instituciones democráticas (y educativas) que contribuyan a la formación del ciudadano. En el fondo esto es la idea de T.H. Marshall sobre la ciudadanía en el marco de una democracia liberal: ciudadanía significa pertenecer a una comunidad política, lo que implica deberes y derechos políticos, económicos, sociales y culturales, pero también

conlleva compartir un ideal sobre los poderes públicos, una identidad política, una nacionalidad por lo tanto una cultura política con un componente histórico (Marshall y Bottomore, 1998).

Ovelar (2008) considera que el concepto de ciudadanía es un término complejo e históricamente signado por diferentes usos y significados. Por ello indaga sobre las representaciones sociales de un grupo de estudiantes de educación. La ciudadanía, de nuevo, se asocia con pertenencia a un país o sociedad, pero además se vincula con el respeto y la solidaridad. Aunque la mayoría se circunscribía a la pertenencia a un país, hubo algunas menciones a la ciudadanía entendida como un estatus universal, cuando se refieren a los seres humanos como ciudadanos del mundo. Esto muestra una arista que es de más reciente asociación con la ciudadanía pero que es de mucha importancia.

Resaltan que para el ejercicio de la ciudadanía son necesarias condiciones económicas, en particular, el derecho al empleo con un mejor nivel adquisitivo. El derecho a elegir y al voto son destacados como condiciones políticas, mientras que la necesidad de equidad como de participación son lo principal para ellos en lo social. No obstante, la casi totalidad de los sujetos de esta investigación declaran su escasa participación en actividades gremiales o comunitarias. Hubo pocas referencias a valores como la libertad, la justicia y la igualdad, trascendentales en los regímenes republicanos y de las democracias modernas.

Villarroel, Cedeño, Ledezma, Oropeza y D'Aubeterre (2011) realizaron una investigación sobre la ciudadanía en Venezuela, en particular observaron las creencias, comportamientos y valores que tienen los venezolanos respecto a la ciudadanía. Entrevistaron 1443 personas, distribuidos en seis ciudades distintas del país, todos venezolanos, por nacimiento o por naturalización, mayores de 18 años. El perfil sociodemográfico indica que los entrevistados son mujeres (59%), con edades comprendidas entre 35 – 65 años, que se no se consideran ni de izquierda ni de derecha, se ubican en la clase media y no declara preferencia por partido político alguno.

Sus resultados indican que la ciudadanía en Venezuela se entiende, principalmente, como observancia de la ley, entendiendo con ello votar, pagar impuestos, cumplir las normas. Luego aparecen aspectos como ser solidario y esforzarse por entender las ideas

de los demás. Obsérvese que en primera instancia se asocia la ciudadanía con el aspecto legal. En este punto se coincide con la investigación de Vázquez (2010), en cuanto la concepción de la ciudadanía como estatus jurídico, así como con la Constitución Nacional en relación que a ejercer la ciudadanía significa ser titular de derechos y deberes políticos.

De acuerdo a los entrevistados en Venezuela hay desigualdad legal de diferentes grupos sociales y consideran que los pobres, los indígenas y los inmigrantes son los grupos más vulnerables. Esta percepción es contraria a la señalada por García Guadilla (2003) cuando expresa: la Constitución de 1999 reconoció los derechos de los indígenas, los pobres y los extranjeros nacionalizados que habían sido excluidos del Pacto de Punto Fijo. Si bien es cierto que la Constitución Nacional declara la igualdad entre los venezolanos y el proceso político iniciado en 1999 declara que uno de sus principios es la igualdad, las respuestas logradas en esta investigación indican lo contrario. Que los entrevistados señalen la existencia de desigualdad legal sugiere que su concepción ciudadanía implica igualdad entre los ciudadanos, característica propia del modelo liberal.

De acuerdo con Villarroel et al. (2011), los venezolanos entienden que la ciudadanía comprende la provisión de ciertas condiciones sociales, como lo son: iguales oportunidades; educación y salud de calidad; bienestar económico mínimo, etc. También consideran que el Estado tiene responsabilidad en el desarrollo y protección de esos derechos y de las capacidades asociadas a ellos. En contraste, se encontraron muy bajos niveles de participación política y de pertenencia o activismo en organizaciones cívicas o políticas.

Los investigadores consideran que la visión de la ciudadanía de los entrevistados predominan las creencias asociadas con la experiencia democrática liberal vivida en Venezuela durante las cuatro últimas décadas del siglo pasado; pero son débiles la participación y el interés asociativo relacionado con la tradición republicana de la ciudadanía y el modelo político vigente.

En las investigaciones revisadas se destaca estatus jurídico lo que en términos generales se traduce en cumplimiento de los deberes y exigencia de los derechos. Rojas Toro (2006) indica que los ciudadanos valoran de forma positiva su participación en el

control fiscal en la gestión municipal, ya que ayuda a elevar su calidad de vida. No obstante, existe un marcado desconocimiento de la normativa legal que regula el deber – derecho de los ciudadanos para ejercer ese control fiscal. Además, los ciudadanos tienen poco interés en participar en el control fiscal porque cuando lo han hecho en el pasado no se han cubierto sus expectativas, al no producir resultados o corrección de los hechos denunciados.

De acuerdo con las investigaciones, en los venezolanos predomina la vinculación de la ciudadanía con aspectos legales, el llamado estatus jurídico, por lo que se le asocia en principio con deberes y derechos. En concordancia con lo expresado en la Constitución Nacional, los derechos políticos se consideran relevantes, el particular el voto. Los deberes y derechos provienen de la nacionalidad, la pertenencia a una comunidad. Otra vinculación importante que se desprenden de la revisión realizada es con la democracia y con la participación. Ser ciudadano implica vivir en democracia, tener instituciones que propicien su formación, su participación ya que con ellos se fortalece la propia democracia. En ello juega un papel importante el Estado, quien debe proveer ciertas condiciones para el desarrollo de la ciudadanía.

Estas investigaciones reportan pocas referencias a aspectos como libertad personal, justicia, libertad de expresión, de mucha importancia en la democracia moderna. También hay poca asociación de la ciudadanía como un derecho universal. Se habla de un mundo globalizado pero se sigue pensando en la ciudadanía como derechos provenientes de una nacionalidad, por la pertenencia a una nación en particular, lo cual puede llevar a la etnófobia o la xenófobia.

Aunque la igualdad también se identifica como uno de los principios de la ciudadanía, pareciera que está no se ha alcanzado y se identifican a pobres, indígenas e inmigrantes como los grupos más vulnerables. Los ciudadanos consideran que tienen bajos niveles de participación activa en asuntos públicos y en asociaciones civiles o políticas. Dos de los principios del proyecto político iniciado en 1999 son la igualdad y la participación, pero desde la perspectiva de la ciudadanía parecen no concretarse. En el caso de la participación podría estar asociado a aspectos como los reportados por Rojas

Toro (2006): decepción porque las veces que participaron no se llegaron a cubrir las expectativas de los ciudadanos.

2.4 QUÉ DEFINE A LA CIUDADANÍA

¿Qué es la ciudadanía? ¿Qué significa ser ciudadano? En los apartados anteriores se puede evidenciar que eso son categorías histórico – socio – políticas que están en permanente construcción y cambio; además, de diferentes concepciones o modelos teóricos. Es un constructo polisémico e histórico, posee múltiples significados que han cambiado con el paso del tiempo producto de la influencia de los cambios que surgen de la sociedad. Ovelar (2015) señala “como todo pensamiento, idea o representación que los seres humanos producimos en un determinado momento histórico, dichas concepciones así como las realidades o procesos sociales a los que se refieren, se encuentran impactadas por esa historicidad y por las condicionantes político-ideológicas y teórico-filosóficas de los agentes de esas concepciones” (p. 19).

Entonces, aproximarse a la definición de ciudadanía o de ciudadano tiene que ser en correspondencia con el momento histórico que se vive. Villarroel et al. (2011) señala que en una perspectiva contemporánea, son dos los modelos de ciudadanía que se reconocen: republicano y liberal. Para Ovelar (2015) las concepciones predominantes de ciudadanía en la actualidad son la *jurídica*, que se inclinan por destacar el carácter *social* y la reivindicación de los *derechos sociales*, además de los civiles y políticos y la que destaca la *dimensión económica* y proponen relaciones entre ciudadanía, libertad y desarrollo.

El Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD) (2009) reconoce la pluralidad dimensional que caracteriza al concepto de ciudadanía y propone retomar la división de derechos propuesta por Marshall en tres: ciudadanía civil, ciudadanía política y ciudadanía social. Considera que de esta manera se facilita el análisis y el trabajo en pro de políticas públicas que apunten a la expansión de la ciudadanía.

- ✓ La ciudadanía civil. Se compone de los derechos para la libertad individual: libertad de expresión, pensamiento y religión, derecho a la justicia y derecho a la propiedad y a establecer contratos válidos. Consta de cuatro

componentes: (a) la igualdad legal y la protección contra la discriminación; (b) el derecho a la vida, la integridad física y la seguridad; (c) la administración de la justicia; (d) la libertad de prensa y el derecho a la información.

- ✓ La ciudadanía política. Consiste en el derecho a participar en el ejercicio del poder político como miembro de un cuerpo investido de autoridad política o como elector de sus miembros. También comprende cuatro componentes: (a) el derecho al voto; (b) elecciones limpias; (c) elecciones libres; (d) elecciones como instrumento para acceder a cargos públicos.
- ✓ La ciudadanía social. Abarca todo el espectro, desde el derecho a un mínimo de bienestar económico al de compartir plenamente la herencia social y vivir conforme a los estándares predominantes en la sociedad. Es definida como el ejercicio efectivo de los derechos económicos y sociales de acuerdo con la legislación vigente en cada país. Eso significa que toda persona tiene derecho a un nivel de vida que le asegure educación, salud y bienestar, por lo tanto, derecho a acceder a los servicios sociales necesarios para que ello ocurra.

Es por ello que el PNUD (2004) define a la ciudadanía como:

Un tipo de igualdad básica asociada al concepto de pertenencia a una comunidad, que en términos modernos es equivalente a los derechos y obligaciones de los que todos los individuos están dotados en virtud de su pertenencia a un Estado nacional. (p. 60)

Una definición como esta, proveniente de un organismo multinacional como es PNUD, podría ser la apropiada para una investigación del campo educativo. No obstante se nota su sesgo hacia el modelo liberal, que lo precisa cuando indica la “pertenencia a un Estado nacional”; con lo cual se parece asociar la ciudadanía con nacionalidad y deja en el “limbo” a los migrantes, por ejemplo. Además, aunque en diversos documentos del PNUD se hace referencia a la participación, en esa definición no aparece de manera directa, como tampoco está visible el compromiso ciudadano.

Es por ello que en esta investigación se tendrá como referencia la definición de Villarroel et al. (2011):

... alude a una identidad cívica compartida, de alcance universal, que une a los miembros de una comunidad política con independencia de sus afiliaciones y por encima de sus diferencias, estableciendo el acceso a derechos (políticos, civiles y sociales) y responsabilidades respecto los deberes derivados de tal identidad. Los miembros de esa comunidad promueven el bienestar común y son considerados participantes activos en las instituciones políticas de la sociedad. (p. 7)

Esta definición tiene la virtud de ser formulada sobre perspectivas distintas como las de: Konttinen, Leydet, Cortina, PNUD, Kymlicka, Marshall, y Rawls. Lo primero a destacar en ella es que la ciudadanía es una identidad cívica compartida que implica la existencia de valores, intereses y motivaciones comunes que dan sustento al “nosotros”, significa inclusión por lo que se comparte más que por las diferencias. Eso es complementado con el “alcance universal”, los cubre a todos, no discrimina a nadie, todos son libre e iguales; sin discriminaciones asociadas al sexo, condición social, económica, raza o religión. Es sentirse miembro de una comunidad con ánimos de alcanzar la convivencia pacífica, sin importar “sus afiliaciones y por encima de sus diferencias” y donde todos tienen los mismos derechos y deberes. Es la ciudadanía de la sociedad global inspirada en los valores universales. Eso la pone en correspondencia con el mundo actual donde con frecuencia las personas se mueven en distintos países por distintas razones, como por ejemplo, por trabajo, conflictos bélicos en su país de origen o persecución política.

Bajo esta perspectiva el ciudadano tiene derechos pero también responsabilidades, aspecto que suele dejarse sobre entendido, pero que en este caso lo dejan explícito y unido a “los deberes derivados de tal identidad”; es decir, esas obligaciones que son propias de la comunidad política de la cual se es miembro. Lo anterior va unido a otro aspecto interesante de la definición, como lo es el compromiso de los miembros de la comunidad a promover el bienestar común. Esto significa ir más allá de la individualidad y pensar en el colectivo con la meta de generar bienestar, como el acceso a bienes y servicios, sin sacrificar su proyecto personal.

Por último, se destaca la participación como elemento importante de la ciudadanía. Ser ciudadano es hacerse parte de, es el existir con otros, el vivir con. Lo característico del ciudadano es su capacidad para ponerse en común, su forma de ser, su forma de pensar con los demás (Savater, 2005). El ciudadano tiene interés en la comunidad y lo muestra

mediante la participación en los mecanismos establecidos para ello. El coexistir implica solidarizarse con los otros y eso se manifiesta en el acto voluntario desde la toma de conciencia sobre el valor de la participación en la búsqueda de soluciones colectivas. La participación es la posibilidad de diálogo que debe existir entre las distintas instancias de la sociedad con miras al bien común.

En los últimos años, Unesco ha promovido el concepto de *Ciudadanía Mundial*. El soporte de este concepto está en la interdependencia e interrelación entre los países en lo económico, lo cultural y social, como consecuencia del aumento del comercio internacional, la migración, la comunicación, entre otros factores. Es claro que el concepto de Ciudadanía Mundial no es un estatus legal, sino una aspiración de pertenecer a una comunidad amplia y a una humanidad común, promoviendo la unión de lo local con lo mundial, lo nacional con lo internacional. Desde esta perspectiva, el ciudadano debe participar y asumir un rol activo, tanto local como global, para enfrentar y resolver los desafíos mundiales y, en última instancia, volverse contribuyentes, en una actitud proactiva, de un mundo más justo, pacífico, tolerante, inclusivo, seguro y sostenible (UNESCO, 2016).

La ciudadanía mundial es un sentido de pertenencia a la comunidad global y a una humanidad compartida, con integrantes que son solidarios y sienten una identidad colectiva, así como una responsabilidad común a nivel internacional. La ciudadanía mundial puede considerarse como una metáfora ética que produce acciones y participación de sus miembros por medio de actividades cívicas a nivel público, que tengan por objetivo promover un mundo y un futuro mejor. Es una forma de entender, actuar y relacionarse con los demás y con el medio ambiente en el espacio y en el tiempo, sobre la base del respeto de los valores universales como los derechos humanos, la democracia, la justicia, la no discriminación, la diversidad y la sostenibilidad, entre otros; a través del respeto a la diversidad y al pluralismo (UNESCO, 2013, 2016). Este concepto de *Ciudadanía Mundial* es otra referencia obligada para esta investigación.

El concepto identidad cívica compartida es fundamental para la participación. La identidad cívica indica un discurso compartido donde se ponen en juego los símbolos, aspiraciones y procedimientos legítimos que constituyen una cultura política, así como de

un sentimiento de pertenencia que brota del impulso básico de la solidaridad entre ciudadanos (Terrén, 2003). Entonces, si existe identidad cívica compartida, las personas participan en la esfera pública y, por ello, puede convertirse en una fuente invaluable de integración social y política (Villarroel et al., 2011).

La participación como un contrapeso de tendencias no democráticas, que se traduce en instrumentos de control sobre los poderes públicos y promueve el compromiso ciudadano en los procesos de generación de demandas sociales y respuestas desde el Estado y sus instituciones (Dahl, 1994). La participación es mejor si se hace desde la comprensión de los problemas, el manejo suficiente de información veraz y el discurrir entre de distintas alternativas de solución, para decidir cuál ha de ser la solución más plausible para el bien colectivo.

La participación exige que se cumpla un principio básico de la ciudadanía: la igualdad y la libertad de todas las personas. La igualdad es básica para la ciudadanía y la participación ya que no puede existir un ciudadano cuya opinión sea superior a la de otro al momento de tomar una decisión sobre la sociedad. Las personas son capaces de pensar, reflexionar, actuar y tomar decisiones y para ello los ciudadanos necesitan libertad. Si la decisión de una persona es quebrantada por otra no existe libertad y la igualdad es lesionada; por lo tanto, descalabra la participación y con ello a la ciudadanía.

Savater (2005) indica que los ciudadanos no obedecen más que a leyes, es decir, solo obedecen a los pactos entre ellos mismos, no hay decisión sobrehumana, sino la razón misma, la capacidad de entender, de escuchar, de argumentar, de intercambiar opiniones y de intercambiar motivos para tomar un camino u otro. Esto solo es posible en democracia. En las monarquías absolutas y en las dictaduras, civiles o militares, no existen ciudadanos, las personas son consideradas objeto de gobierno, son sustituidas por el *pueblo*. La democracia es el gobierno del pueblo para el pueblo, donde todas las personas son sujetos de derecho y los adultos son ciudadanos, son libres e iguales.

Hay una relación biunívoca entre democracia y ciudadanía. La democracia necesita de personas responsables de sus posiciones y acciones en la sociedad, que participen en la cosa pública. Pero a la vez los ciudadanos necesitan de la democracia, de las instituciones

que garantizan los derechos de las personas. La función de la democracia es redistribuir el poder para garantizar a todos los individuos el ejercicio de sus derechos, pero a su vez es el ciudadano, con su acción, quien hará efectivos esos derechos (PNUD, 2009).

En el caso venezolano, la Constitución Nacional acopla la ciudadanía a la democracia como sistema político, y como se observó antes, fundamentalmente a los asociados a derechos políticos. Esto no es muy distinto en el resto de Latinoamérica, incluso se puede hablar de una democracia electoral, donde el ciudadano es solo un votante. Por ello el PNUD (2014) propone una *democracia de ciudadanía*, que implica la interacción entre ciudadanos y representantes políticos para lograr que los derechos se expandan, se renueven, se actualicen según las necesidades contextuales. Para ello es importante por una parte escuchar a una ciudadanía empoderada y, por la otra, evaluar la manera en que funcionan las instituciones (p. 26).

Pero una ciudadanía que vaya más allá de los derechos políticos, que conquiste sus derechos sociales y civiles, no surge de manera espontánea, hace falta la educación. Sin democracia no es posible la ciudadanía, pero sin educación los ciudadanos no pueden comprender el valor de la democracia y desarrollar las competencias necesarias para vivir en ella.

2.5 EDUCACIÓN Y CIUDADANÍA

Si se parte de la premisa que no siendo posible la democracia sin ciudadanía y los ciudadanos necesitan de la democracia, entonces el Estado democrático está en el deber de formar ciudadanos para la democracia. Dice Savater (2000) que “Los griegos tenían claro que la *paideia* era una parte absolutamente imprescindible de la democracia; que precisamente, la democracia es, ante todo, una máquina de crear demócratas, si no está perdida. Para crear estos demócratas hay que formarlos, dar unos principios elementales, hay que aprender a discutir y discutir mientras se enseñan los principios” (p. 219).

El sistema escolar fue creado para formar personas que respondan a la conservación del orden político y social establecido. Eso lo tenía claro Condorcet, por ello, en medio de la Revolución Francesa, propone un sistema de instrucción para formar ciudadanos para

la naciente república y alejarlos de la ignorancia que los vuelve serviles, seguidores de pensamientos ajenos de aquellos que los quieren dominar. Propuso una instrucción laica, obligatoria y gratuita que ofrezca a todos los individuos los medios de proveer sus necesidades, asegurar su bienestar, conocer y ejercer sus derechos, comprender y cumplir sus deberes. La meta era lograr formar un ciudadano republicano, racional, crítico, capaz de cumplir las leyes pero también de impulsar su reforma cuando sea necesario para el bien común (Condorcet, 1792). En parte ese propósito quedó plasmado en el artículo 22 Constitución francesa 1793 donde se indica: “La instrucción es una necesidad para todos. La sociedad debe favorecer con todas sus fuerzas los progresos de la razón pública, y poner la instrucción al alcance de todos los ciudadanos” (Asamblea Nacional Francesa, 1793, p. 4).

Dewey (1982) establece que la educación es un proceso social y que la escuela, como institución, es una de las formas de vida en comunidad. La educación es el medio para transmitir los “hábitos de hacer, pensar y sentir de los más viejos a los más jóvenes. Sin esta comunicación de ideales, esperanzas, normas y opiniones de aquellos miembros de la sociedad que desaparecen de la vida del grupo a los que llegan a él, la vida social no podría sobrevivir.” (p. 11). La educación es el proceso de participación del individuo en la *conciencia social*, aproxima las nuevas generaciones a los avances de la humanidad. Entonces en la escuela deben llevarse a cabo experiencias para desarrollar esa conciencia social, con actividades que tengan significado para los niños. Dewey cree que la escuela es la principal institución para la formación de la vida democrática.

Así como en la dictadura la educación es para formar al militante, al sujeto que obedece al máximo líder; en democracia debe ser para desarrollar la capacidad de emitir juicios y realizar acciones autónomas, de escoger y de razonar los motivos por los que ha hecho una elección u otra. Hurtar a la humanidad el derecho a la educación es hurtarle la capacidad de deliberar, debatir, comprender y aceptar las razones ajenas. Pero para ello la educación no debe limitarse a preparar personas cultas, sino que debe, sobre todo, educar para la ciudadanía (Imbernón, 2002).

En 1792, Condorcet propone la estructura de la instrucción pública que comienza con una escuela primaria de cuatro años, donde, desde los seis años de edad, se enseñaría

lectura, escritura, las reglas de la aritmética y conocimientos básicos de medición de la tierra; además de primeras ideas morales y reglas de conducta, así como los principios del orden social que se pueden poner al alcance de los niños (Condorcet, 1792). Era lo que se consideraba la alfabetización de la población, necesaria para establecer los cimientos de la ciudadanía.

En años recientes diversos investigadores han abogado por la alfabetización científica de la ciudadanía como un componente básico de la educación ciudadana. Por ejemplo, Gil Pérez y Vilchez (2006) señalan tres razones para que la formación científica sea parte de las competencias que exhiba todo ciudadano: (a) la ciencia ayuda a desarrollar un espíritu crítico liberador (b) su contribución a la resolución de los problemas con que se enfrenta la humanidad (c) la ciencia es una fuente de placer para sorprender y maravillar. Sus contribuciones ayudan a comprender fenómenos aparentemente inexplicables y con ello la desaparición de prejuicios y transmitiendo la emoción de apasionantes desafíos. Estos ejemplos hablan de cómo pueden cambiar las competencias que se consideran necesarias para ejercer a plenitud la ciudadanía.

Pero en la mayoría de los países se incluye en la formación obligatoria espacios curriculares directamente relacionados con la ciudadanía. En la educación primaria venezolana los contenidos relacionados con ciudadanía están incluidos en las asignatura Ciencias Sociales; mientras que en el bachillerato ya se encuentran asignaturas dedicadas solo a esos tópicos como por ejemplo, Formación Moral y Cívica o Educación Familiar y Ciudadana. Incluso hay universidades que tienen unidades curriculares para la ciudadanía, es el caso de Formación Ciudadana del ciclo de Iniciación Universitaria de la Universidad Simón Bolívar o del Programa de Profesionalización de Docentes de la Universidad Rafael María Baralt. Asimismo el Consejo Moral Republicano de Venezuela tiene un Programa de Formación Ciudadana, abierto tanto para estudiantes como para comunidades, con el objetivo de afianzar y profundizar la formación ciudadana y el desarrollo de los valores éticos.

En el ámbito del Programa de Educación de la UNESCO se desarrolla la Educación para la Ciudadanía Mundial, la cual busca desarrollar a los estudiantes, de todas las edades, valores, conocimientos y competencias basados en los derechos humanos, la justicia social,

la diversidad, la igualdad entre los sexos y la sostenibilidad medioambiental. Además de fomentar el respeto hacia esos principios y ayudar a los estudiantes sean ciudadanos responsables. Busca también que los estudiantes desarrollen competencias y la oportunidad para hacer realidad esos derechos y obligaciones con miras a promover un mundo y un futuro mejores para todos (UNESCO; 2015).

La Educación para la Ciudadanía Mundial promueve objetivos de aprendizaje específicos: (a) Cognitivo: adquirir conocimientos, comprensión y pensamiento crítico acerca de cuestiones mundiales, regionales, nacionales y locales, así como de las interrelaciones y la interdependencia de diferentes países y grupos de población. (b) Socioemocional: desarrollar un sentido de pertenencia a una humanidad común, compartiendo valores y responsabilidades, empatía, solidaridad y respeto de las diferencias y la diversidad. (c) Conductual: actuar eficaz y responsablemente en el ámbito local, nacional y mundial con miras a un mundo más pacífico y sostenible (UNESCO; 2015). Que una organización como Unesco, preste atención a la educación como medio para fomentar la ciudadanía y desarrolle una guía para la Educación para la Ciudadanía Mundial, es evidencia inequívoca de la importancia del tema a nivel mundial.

En las universidades, de la mayoría de los países, desde hace algunos años ha ganado un espacio importante lo que se conoce como el Modelo Mundial de las Naciones Unidas (MUN por sus siglas en inglés). Grupos de estudiantes simulan las discusiones y negociaciones del tipo de problema que se aborda de forma ordinaria en la Organización de Naciones Unidas para debatir y resolver temas de tratamiento real en los órganos y comités de la ONU. Cada vez se organizan más competencias internacionales con este modelo y algunas universidades nacionales han ganado algunas ediciones de esas competencias. El éxito del MUN se ha irradiado hacia el bachillerato venezolano como actividad extra curricular, repitiendo la aceptación por parte de los estudiantes. En algunas universidades la actividad se mantiene como extra curricular, pero en otros casos se ofrece como parte de la oferta regular de asignaturas electivas; pero en todas, como en el caso de las asignaturas formales del bachillerato o la primaria, con ellas se busca dar oportunidad a que los estudiantes desarrollen las competencias fundamentales para ejercer la ciudadanía.

¿Significa eso que el tránsito por la educación formal transforma a toda persona en ciudadano? La UNESCO considera que la educación es el motor central de la participación política y la democracia, no obstante, la relación no parece ser directa. Granados (2017) reporta que aunque en Latinoamérica los años de escolaridad tienden al aumento, en 2016 el apoyo a la democracia alcanzó un discreto 54%, porcentaje nueve puntos más bajo que hace 21 años. Países como México, Chile; Brasil y Venezuela registran 10, 9,2, 7,2 y 6,2 grados de escolaridad, mientras su apoyo a la democracia es de 48%, 54%, 32% y 77%. Otra contradicción se puede encontrar en los países de Europa, donde los años de escolaridad son los más altos en el mundo. Los referéndums celebrados en los últimos cinco años han contado con una participación de 41%, mientras que los realizados en los años 90 contaron con 71% de participación. Pareciera que no es automática la relación educación con participación y democracia, dos de los valores de la ciudadanía según la propia UNESCO.

Por razones como las anteriores es que investigadores de diversas partes del mundo dedican sus esfuerzos a indagar sobre la relación entre educación y ciudadanía. Keating, Benton y Kerr (2012) reportan que el interés por ese tema ha crecido en los últimos años y que en su revisión bibliográfica sugiere que el impacto de la educación cívica en el medio escolar de la secundaria de Estados Unidos es importante pero modesto. Pareciera que las intervenciones en el aula son más eficaces si incluyen la discusión de eventos o temas controvertidos y actuales, así como la aplicación de simulaciones democráticas como elecciones o las actividades de las Naciones Unidas. Indican que otros investigadores han puesto su atención en el papel del aprendizaje fuera del aula, mediante actividades extracurriculares como el aprendizaje en servicio o actividades de servicio comunitario; o a través de la toma de decisiones en la escuela mediante procesos democráticos.

A pesar de eso hallazgos, Keating et al. (2012) plantean una pregunta fundamental: ¿cómo vamos a evaluar estos programas y medir su impacto? Por ello desarrollaron una investigación con estudiantes de educación media del Reino Unido, encontrando que los cursos de educación cívica producen mejores resultados si son parte de un programa semanal específicamente dedicado al tema, con intervalo de tiempo mayor de 45 minutos y que los cursos sean examinados externamente. Pero reconocen que los efectos

disminuyen si el tiempo para la educación ciudadanía no se sostiene en el transcurso de la carrera escolar del participante. Por ello recomienda que las iniciativas curriculares para la educación ciudadana deben continuar a lo largo de la escolarización.

En un ensayo, Kapai (2012) defiende el uso de la teoría deliberativa en educación ciudadana como eje fundamental para la creación de capacidades para una ciudadanía incluyente y cultivar la pertenencia y la inclusión en las distintas sociedades, particularmente en Estados multiculturales. Por su parte, Naval y Ugarte (2012) sostienen que el aprendizaje en servicio, o servicio comunitario, tiene el potencial para el desarrollo de competencias cívicas entre los estudiantes. Al contrastar las competencias cívicas que debe desarrollar el estudiante con respecto a las que se pueden alcanzar a llevar a cabo algunos proyectos específicos de aprendizaje en servicio, ellas identifican algunas competencias cívicas que claramente se pueden construir. Consideran que los programas de aprendizaje en servicio seleccionados podrían ayudar a los estudiantes a la adquisición de competencias cívicas.

Todo parece indicar que tanto el debate, la confrontación de ideas de forma respetuosa como el aprendizaje en servicio son dos estrategias que pueden ayudar al desarrollo de competencias ciudadanas en los estudiantes. Al ser dos estrategias fundamentadas en la actividad del estudiante, y no el aprender derechos y deberes de forma memorística, pueden ser potenciadores de un compromiso cívico más permanente. Esa diferencia es reportada por Otsu (2008) en el caso de la educación ciudadana de Japón. Las actividades especiales, como festivales escolares, excusiones o días de deportes, parecen tener éxito en las escuelas para apoyar el aprendizaje de los valores cívicos. Son actividades donde los estudiantes deben trabajar en forma cooperativa y asumir responsabilidades con sus compañeros y con la escuela. En contraste, cuando se estudia ciudadanía, en el marco de la asignatura Estudios Sociales, los estudiantes tienden a considerar que simplemente les obliga a memorizar una lista de hechos; a pesar de que el enfoque es ayudarlos a desarrollar cualidades cívicas básicas esenciales para vivir en una nación y una sociedad democrática y pacífica.

Más allá del trabajo de aula en sí mismo, la diferencia podría estar en la estrategia utilizada y la actitud del docente. Es difícil auspiciar la argumentación, la autonomía

personal y la reflexión crítica en el aula cuando el docente es el único que habla y el que impone como se trabaja. Muñoz Labraña y Martínez Rodríguez (2015) reporta que las prácticas pedagógicas en la enseñanza de la historia en Chile tiene a una excesiva verticalidad (a veces directa, en otras sutil, impositiva o amable), que coarta el funcionamiento exitoso de la comunicación en el aula. Esa verticalidad entorpece la participación de los estudiantes, que es el principio base de toda comunicación y que es el sustento de la vida paritaria en sociedad.

Algunas investigaciones sugieren que el problema podría estar en la formación del docente. Mrnjaus (2012) afirma que muy pocos profesores de Europa tienen formación específica para enseñar educación para la ciudadanía, por lo cual la educación de los estudiantes para convertirse en ciudadanos informados y activos es aún más problemático. Ruiz-Corbella y García-Blanco (2016) estudian la formación de docentes de secundaria para Educación para la Ciudadanía en España y concluyen que a “pesar de su enorme trascendencia e importancia, no sólo para el profesorado y los estudiantes, sino para toda la sociedad, sigue siendo un tema pendiente” (p. 193). Su investigación indica que es prácticamente inexistente la presencia de la Educación para la Ciudadanía en la formación inicial de los docentes de secundaria. Pareciera entonces que las instituciones de formación de docentes no están dando la suficiente importancia a la formación del docente en Educación para la ciudadanía, lo cual se refleja en sus prácticas pedagógicas y en consecuencia en la formación de los estudiantes. El trabajo de Salema (2012) señala que utilización de prácticas que promuevan la ciudadanía activa entre los estudiantes están vinculadas a las competencias del docente, de allí la importancia de dar el valor apropiado a la formación del docente para la educación ciudadana.

Otro punto importante de esta discusión son los libros de texto. Cuando el docente no tiene formación específica en los temas que trabaja tiende a apegarse de manera más rígida al libro de texto. Eso significa que la formación de los estudiantes pasa a depender de la calidad de los libros que tenga a disposición el docente. Por ejemplo, Escandell, Ceballos y Páramos (2008) analizan 19 libros de texto de la asignatura Educación para la Ciudadanía de España y encuentran que “son de una gran pobreza, con simplificaciones, errores e ignorancias de grueso calibre. Llegan a simplificaciones irritantes que no pueden

llevar sino a deformaciones en los alumnos, o a tedio y desinterés” (p. 9). Las actividades para el estudiante son inútiles pero efectistas.

En el caso venezolano, Arteaga (2009) ofrece un ejemplo de la situación de la representación de la ciudadanía en los libros de texto de la Colección Bicentenario. Se reporta que si bien los libros brindan la visión formal de la ciudadanía y los derechos de los ciudadanos, presenta balance asimétrico en su relación con el liderazgo político o instituciones del Estado, caracterizándolo como pasivo frente a la acción e iniciativa del liderazgo político. Se define al ciudadano venezolano como bolivariano, por lo cual lo apropiado es exaltar y emular la vida y obra del Libertador Simón Bolívar. Sin embargo, Bolívar es descrito como un ser sobrehumano, de rasgos divinos, por lo tanto coloca al ciudadano común en un plano de inferioridad. Esta misma relación es la que se trasmite con referencia a los actores políticos significativos en el escenario nacional. La formación de un ciudadano con un libro de estas características podría aportar poco a valores como la participación o la reflexión crítica.

Esta revisión, no exhaustiva, sugiere que la vinculación entre educación y ciudadanía es una aspiración permanente de la sociedad, un proceso en permanente construcción. Si bien el tránsito por la educación formal no transforma a toda persona en ciudadano, la exclusión del sistema educativo lo deja con pocas posibilidades de ejercer la ciudadanía a plenitud. Mata Benito y Gil Jaurena (2015) indican que las premisas de la educación para la ciudadanía activa y participativa son: coherencia, praxis y participación, relación, justicia, cuidado, diversidad, diálogo, crítica, transformación y creatividad. Pero esto no es solo problema de una o dos asignaturas o de conocer los derechos, se hace necesario que todo el sistema colabore en el mismo sentido; además del trabajo en el hogar y en la práctica diaria de la sociedad.

2.6 CIUDADANÍA Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA

La matemática es un referente permanente en la formación básica de los ciudadanos. Antes se señaló que Condorcet incluía la aritmética y los conocimientos básicos de medición de la tierra entre los conocimientos que deberían lograr los niños franceses en la primaria. Algo similar ocurre en la Constitución Política del Estado de Venezuela (1819),

donde en el apéndice sobre la Moral, se instaure la Cámara de Educación y una de sus atribuciones es establecer, organizar, y dirigir las escuelas primarias donde se debe enseñar las reglas más usuales de la Aritmética, además de los principios de la Gramática y los derechos y deberes del hombre y del ciudadano. Más adelante Guzmán Blanco establecería la obligatoriedad y gratuidad de la instrucción pública primaria, donde se enseñarían los principios generales de la aritmética, el sistema métrico, el idioma castellano, la moral ciudadana y los fundamentos de la Constitución Federal.

En 2005, UNESCO cambia su definición de alfabetismo. Ya no solo basta con ser capaz de leer y escribir para ser considerada una persona alfabetizada, sino que ahora es necesario que la persona tenga la habilidad de identificar, comprender, interpretar, crear, comunicar y calcular, utilizando materiales impresos y escritos asociados con diversos contextos. Se indica que el alfabetismo involucra un aprendizaje continuo que habilita a las personas a alcanzar sus objetivos, desarrollar sus conocimientos y potenciales y participar plenamente en la comunidad y en la sociedad ampliada (UNESCO, 2005). Con ello UNESCO reconoce la formación matemática como un aspecto básico de la alfabetización, necesario para el ciudadano.

Por iniciativa de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (siglas en inglés: OCDE) se inició el Programa para la Evaluación Internacional de las Competencias de los Adultos (PIAAC), con el objetivo de ayudar a los gobiernos a evaluar, monitorear y analizar el nivel de distribución de las competencias entre la población adulta, así como la aplicación de esas competencias en distintos contextos. Esta evaluación incluye cuatro elementos: Comprensión lectora, Componentes de lectura, Capacidad de cálculo y Resolución de problemas en ambientes informatizados (OCDE, 2012). Al estructurar la evaluación a partir de esos tres dominios cognitivos, la OCDE los reconoce como competencias esenciales para los ciudadanos en la vida cotidiana. La matemática, como Capacidad de cálculo, está incluida como una de esas competencias esenciales que tienen valor por sí misma y porque son base para el desarrollo de otras competencias.

Así se pueden encontrar distintas referencias, nacionales e internacionales, donde la matemática se incluye entre los conocimientos que debe tener un ciudadano.

2.6.1 LA MATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN DE CIUDADANOS

El dominio de la aritmética en la formación de los ciudadanos fue largo. Las habilidades de cálculo en las operaciones aritméticas eran muy apreciadas, por ello la enseñanza se basaba en la ejercitación. La geometría euclidiana y algunos elementos de álgebra completaban la formación que se recibía en primaria y bachillerato en el área de matemáticas. Sin embargo, hacia finales de los 40 se mostraron con más fuerzas unas críticas que tenían tiempo escuchándose: una matemática centrada en ejercicios de cálculo la mostraba como un conjunto de procedimientos sin relación entre ellos.

Cambiaban los tiempos, ya no solo se necesitaba un ciudadano, un trabajador, que realizara cálculos y con algunos conocimientos de geometría. Un primer cambio fue relacionar la aritmética con el contexto en que se vivía, relacionar la matemática con la vida diaria. Pero los impulsores del cambio aun no estaban convencidos, era necesario conseguir que los niños comprendieran el sustrato matemáticos de los conceptos, con un enfoque más conceptual se lograría un aprendizaje significativo. Fue así como al mundo occidental llegó la Matemática Moderna.

La Matemática Moderna llevaba consigo la enseñanza de las estructuras matemáticas. La matemática es estructurada y eso debe prevalecer en su enseñanza, cada procedimiento tiene un por qué y el estudiante debe conocerlo, que puedan asociar los conceptos con las operaciones.

Pero no todos se subieron al tren de la Matemática Moderna. En Holanda, Hans Freudenthal se oponía en enfoque conductista y mecanicista de la enseñanza de la matemática pero tampoco creía que la Matemática Moderna era el camino, por ello proponía Educación Matemática Realista, cuya ideas centrales son: (a) la matemática debe ser pensada como una actividad humana a la que todas las personas pueden acceder y la mejor forma de aprenderla es haciéndola. (b) Si la matemática surge como matematización (organización) de la realidad, el aprendizaje matemático debe originarse también en esa realidad, manteniéndola conectada a lo realizable, imaginable o razonable para los alumnos. (c) La comprensión matemática pasa por distintos niveles donde los contextos y los modelos poseen un papel relevante y que ese desarrollo se lleva a cabo por el proceso

didáctico denominado reinención guiada en un ambiente de heterogeneidad cognitiva. El enfoque de la matemática realista se mantuvo fundamentalmente en Holanda hasta los años 90. El énfasis en contextos reales para los problemas es también una característica del marco teórico del Programme for International Student Assessment (siglas en inglés PISA).

Guzmán (1993) indica que con la Matemática Moderna:

- a) Se subrayó en las estructuras abstractas en diversas áreas, especialmente en álgebra.
- b) Se buscó profundizar en el rigor lógico, en la comprensión, contraponiendo ésta a los aspectos operativos y manipulativos.
- c) Se hizo énfasis en la fundamentación a través de las nociones de la teoría de conjuntos y en el cultivo del álgebra, donde el rigor es fácilmente alcanzable.
- d) La geometría elemental y la intuición espacial sufrieron un gran detrimento.

Aunque se sabía que eran temas complejos, pero se confiaba que si se presentaban de forma adecuada el niño lograría comprenderlos. Al parecer no fue así. Guzmán (1993) señala, los inconvenientes surgidos superaron en mucho las cuestionables ventajas que se había pensado conseguir como el rigor en la fundamentación, la comprensión de las estructuras matemáticas, la modernidad y el acercamiento a la matemática contemporánea. En Estados Unidos surgió el *Back to Basic*.

En 1980, en Estados Unidos apareció *An agenda for action* como respuesta a las dificultades que provocó la reforma de la Matemática Moderna de las décadas anteriores, allí se abogaba por el retorno a la matemática básica pero con énfasis en la resolución de problemas. El norteamericano Allan Schoenfeld tomó como base el trabajo del húngaro George Pólya y dio un impulso a la resolución de problemas con su libro *Mathematical Problem Solving* (1985), luego Stanic y Kilpatrick publicarían *Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum* (1988), otro clásico sobre el tema.

Se parte del principio que la resolución de problemas es un medio natural para que los estudiantes aprendan matemáticas a través de la negociación de significados y la

interacción en el aula para alcanzar la comprensión de la matemática. Además, los problemas ofrecen formas de aplicación de la matemática, lo que facilita su aplicación y con ello aprendizajes significativos.

El planteamiento de la resolución de problemas fue asumido en los currículos de diversos países, entre ellos Japón, Corea y Singapur; muchos de los cuales todavía lo mantiene y son de los países que aparecen en los primeros lugares en pruebas internacionales como el TIMSS (Ruiz, 2013).

En 1989 el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM), de los Estados Unidos, publicó los Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemáticas. Este es un documento que responde a la situación particular de los EEUU, con diversidad de programas por estados, donde se describen las aspiraciones fundamentales de la educación matemática y define lo que los estudiantes deben conocer y poder hacer en cada nivel escolar. Sin embargo, tuvo gran repercusión en buena parte de los países del mundo. En el año 2000, el NCTM publicó los *Principios y estándares para la Educación Matemática*, también con gran repercusión en el resto del mundo, donde de nuevo se daban lineamientos para lograr mejores aprendizajes de la matemáticas sobre la base de la resolución de problemas en contextos reales, lo cual se correspondía a la modelización o la matematización que planteaba Freudenthal algunos años antes.

Los documentos del NCTM, de 1989 y 2000, son algo más que indicaciones sobre cómo enseñar matemáticas, son una propuesta de currículo de matemáticas desde preescolar hasta el bachillerato para la nueva “sociedad de la información”. Allí se encuentran los cambios curriculares que exigían los nuevos tiempos para lograr la alfabetización matemática para toda la población, preparada para ejercer la ciudadanía en una sociedad democrática. Se considera que alcanzar una formación matemática adecuada es condición para ser un ciudadano cabal (Goñi, 2010).

También en los Estados Unidos han aparecido los *Estándares Estatales de Base Común para las Matemáticas* (en inglés, Common Core State Standards for Mathematics, CCSSM), los cuales proponen “Estándares para la práctica matemática”, esto es: (a) dar sentido a problemas y perseverar en revolverlos; (b) razonar abstractamente y cuantitativamente; (c)

construir argumentos viables y criticar el razonamiento de otros, Modelizar con matemáticas; (d) usar herramientas apropiadas estratégicamente; (e) poner cuidado a la precisión; (f) buscar y usar la estructura; (g) buscar y expresar regularidad en razonamientos repetidos (National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers, 2012).

Esos planteamientos de CCSSM han sido respaldados por el influyente NCTM cuando indican que son la base para el desarrollo de un currículo, la enseñanza y la evaluación de las matemáticas más riguroso, focalizado y coherente, que promueva la comprensión conceptual y el razonamiento matemático. Además señalan que ayudará a los estudiantes a ingresar a la universidad o al trabajo, con la preparación adecuada para tomar su espacio como participantes completos y productivos en la sociedad (NCTM, 2015). Pareciera que el NCTM considera que el CCSSM ayudará a formar los ciudadanos que requiere la sociedad norteamericana.

La idea de los “estándares para la práctica matemática” del CCSSM es hacer menos énfasis en los contenidos y más en las capacidades. Esa idea también estaba presente en los “estándares de proceso” del NCTM, como en los “procesos clave” del Currículo Nacional de Matemáticas en el Reino Unido: representar, analizar, interpretar y evaluar. Así como en la resolución de problemas de Singapur: razonamiento, comunicación y conexiones, habilidades de pensamiento y heurísticas, y aplicación y modelización (Ruiz, 2013). Pero también está en la idea de “competencia matemática” de PISA y la Comunidad Económica Europea, quienes la consideran “una de las competencias clave necesarias para el desarrollo personal, la ciudadanía activa, la inclusión social y la empleabilidad en la sociedad del conocimiento” (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2012). De nuevo aparece la matemática como un elemento, en el caso de Europa una competencia, necesaria para el ciudadano.

En el caso de Venezuela, González (1999), señala que en el año de 1912 aparecen los primeros programas de Matemática para primaria y secundaria, manteniéndose prácticamente sin cambios hasta comienzo de los sesenta cuando se introduce la Matemática Moderna. Ese cambio se llevó a cabo desde el Ministerio de Educación con apoyo del Instituto Pedagógico de Caracas. El Centro Nacional para el Mejoramiento de

la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEEC) fue el encargado realizar las modificaciones para comenzar a salir de la Matemática Moderna con su proyecto MATCB-01 de 1975. El CENAMEEC también fue el líder en la modificación de los programas realizado a mediados de los 80, a raíz de la creación de la Educación Básica que establecía la Ley Orgánica de Educación aprobada en 1980. Esos programas se vinculan de forma importante al movimiento *Back to Basic* de los Estados Unidos y al enfoque de resolución de problemas que impulsaba en NCTM. Esta reforma tuvo la particularidad de modificar los programas desde 1er. grado hasta 9no. (3er año de bachillerato) pero dejando intactos los programas de Media Diversificada y Profesional.

A comienzo de los 90, el CENAMEEC presentó una modificación de los programas de 4to y 5to año de Media Diversificada y Profesional que se conoció como los “Programa de Articulación”. En la fundamentación de esos programas se señala que el pensamiento matemático constituye, un instrumento igualmente importante para la formación del pensamiento crítico, lógico, ordenado adecuadamente, que capacita al individuo para la toma de decisiones, de acuerdo con las exigencias actuales de la sociedad. Además se indica que ayuda a (a) valorar la verdad, la objetividad y la equidad; (b) valorar la importancia de ser crítico; (c) comprender la necesidad y la importancia de la formalidad científica y del desarrollo de la capacidad para discernir. Todos ellos vinculan la enseñanza de la matemática con la sociedad y los valores que se esperan desarrollen los estudiantes para su desenvolvimiento en ella (CENAMEEC, 1991)

A finales de los noventa se realiza desde el Ministerio de Educación el cambio de los programas de los seis primeros grados de la Educación Básica. Al igual que en otras oportunidades, se mantiene la influencia del NCTM en el enfoque que se plasma en los programas. No se modificaron los programas anteriores para los grados 7mo, 8vo y 9no. En el caso de la Educación Media Diversificada y Profesional, se da la coexistencia de los programas originales, elaborados en 1972, con el Programa de Articulación, los cuales nunca se les dio el carácter de oficial. Aun hoy los programas de 1972 no han sido sustituidos de manera oficial por nuevos programas.

En esos nuevos programas de 1ro a 6to grado se indica que la matemática es una forma de aproximación a la realidad y brinda elementos de importancia que permite a la

persona entender la vida y, más aún, transformarla. Es una herramienta para prepararnos para la vida en sociedad y poder generar riqueza (económica, social y humana). Ayuda a la formación de un individuo más proactivo y capacitado para la vida en sociedad (Ministerio de Educación, 1997). Se puede notar la vinculación que se hace de la formación matemática desde la primaria con la preparación para la vida ciudadana.

Durante el gobierno del presidente Chávez se hicieron al menos dos intentos de cambiar los programas sin que de manera oficial se aplicaran. El más reciente de esos intentos comenzó en 2015, con la publicación del documento *Proceso de Cambio Curricular en Educación Media* (MPPPE, 2015) donde establece que esa propuesta se desarrollará en un grupo de liceos bolivarianos de turno integral de modo de ensayo, pero con la previsión de que será aprobado en marzo-mayo de 2016, luego de una consulta. A mediados de 2016, aparece otro documento cuyo título también es *Proceso de Cambio Curricular en Educación Media* (MPPPE, 2016a) donde se indica que la propuesta se desarrolla en liceos bolivarianos seleccionados y luego de una amplia consulta, comenzó a desarrollarse para la modalidad de educación de jóvenes, adultas y adultos [Sic]. También se señala que el documento es para la orientación pero que está pensado para el debate, la reflexión y la discusión.

A comienzos del año escolar 2016-2017, se dio a conocer el documento *Orientaciones para el Proceso de Transformación Curricular en Educación Media General* (MPPPE, 2016b). Allí se indica:

Durante el año escolar 2015-2016, se desarrolló la propuesta de proceso de transformación curricular en 68 instituciones educativas de educación media general en las 24 regiones del país. Luego de un proceso de seguimiento y sistematización, para el año escolar 2016-2017, se inicia el proceso de transformación curricular del nivel de educación media en los centros educativos en todo el territorio nacional, con el fin de garantizar el pleno desarrollo de las potencialidades humanas, la formación de una ciudadanía protagónica, crítica y consciente, así como la preparación para estudios posteriores en el marco de la educación a lo largo de toda la vida. Se contempla un plan de estudios centrado en un conjunto de referentes éticos y procesos indispensables a través de las áreas de formación y los temas generadores en ellas.
(p. 1)

Ese párrafo resume el proceso iniciado en 2015 y ratifica que la llamada transformación curricular de la educación media se llevará a cabo, desde ese año escolar, en todos los centros educativos del territorio nacional. Obsérvese que se declara la

vinculación del cambio curricular con la formación de una ciudadanía, en ese caso protagónica, crítica y consciente.

Una de las críticas que se señalaron a este proceso fue que nunca se dio a conocer un informe del ensayo realizado durante el año escolar 2015-2016. Además sectores universitarios y gremiales señalaron que no fueron incluidos en la “amplia consulta”, donde solo el 10% de los consultados expresaron la necesidad de un cambio curricular (Rojas, 2017). Asimismo, aunque en este último documento se indica las áreas de formación y el número de horas de clases semanales para cada una de ellas y todos los años de la educación media, en el documento no hay programas por áreas de formación. Tampoco se incluyen las unidades de aprendizaje de los llamados temas generadores de las áreas de formación que se encontraban, con bastante detalle, en el documento inicial del proceso de cambio curricular. Esas unidades de aprendizaje podrían ser un apoyo a los docentes para el proceso de enseñanza, sobre todo ante la ausencia de programas de asignaturas o áreas de formación. Si bien en este último documento se indica que la transformación debía aplicarse en todas las instituciones de educación media, al final se anunció que solo las instituciones públicas deberían regirse por el “nuevo currículo”. Es importante destacar que este proceso de cambio dejaba intacta a la educación primaria con sus programas oficiales de la década de los 90.

Toda la transformación curricular, iniciada en 2015, culminó de forma abrupta en enero de 2017, con una escueta nota de prensa del Ministerio de Educación, donde se informaba decidió suspender el avance progresivo del plan de estudio propuesto en el artículo 8 de la Resolución 0143. Esa decisión la tomó el nuevo ministro luego de escuchar las demandas, observaciones y preocupaciones de sectores de la sociedad sobre la transformación curricular, además indicó la vigencia del actual plan de estudio (Jiménez, 2017). La nota de prensa fue la única información “oficial” respecto a la suspensión del cambio curricular lo cual provocó distintas interpretaciones, sin que el organismo que rige la educación se ocupe de dar las explicaciones necesarias.

En julio de 2017, El presidente Nicolás Maduro, ordenó al ministro de Educación Elías Jaua que las materias de ciencias básicas: matemáticas, física, química, biología se dicten de nuevo de forma separada en los currículos educativos. Indicó que asumía el error

de haber unificado esas asignaturas en una sola (Angarita, 2017). Pocos días después el ministro Jaua anunciaba una nueva malla curricular que regirá al sistema educativo para el nuevo año escolar 2017-2018, la cual tendrá que tendrá 14 “áreas de formación” y comprenderá 44 horas para los alumnos de primer y segundo año, mientras que los de 3ero, 4to y 5to año serán 46 horas de estudios (Suárez, 2017). No se localizaron documentos oficiales que expliquen estos nuevos cambios, solo artículos de prensa que daban cuenta de las declaraciones del ministro y las opiniones de algunos decentes, la mayoría con serias dudas sobre los cambios y su puesta en práctica.

El mayor cambio curricular efectuado en el gobierno bolivariano se realizó por la vía de los libros de texto de la Colección Bicentenario, los cuales, según dos de sus autores responden a una visión de la Educación Matemática Crítica (Duarte y Bustamante, 2013). Asimismo Azuaje (Davis, 2013, 2) indica que los libros responde a “una pedagogía crítica y liberadora, que significa tener la posibilidad de desarrollar en la ciudadanía unas potencialidades que le permitan empoderarse de la realidad y determinar qué es lo éticamente correcto, qué es lo humanamente justo, y qué es lo ecológicamente sustentable”. Aunque no se trata de un documento oficial, la visión de estos autores de los libros de texto de la Colección Bicentenario da cuenta de la formación que se aspira desarrollar ciudadanía en los educandos.

Esta mirada rasante de algunos de los cambios que se han dado en la enseñanza de la matemática es una muestra de la preocupación permanente que tiene la sociedad para que las nuevas generaciones reciban una formación matemática pertinente, acorde con el momento en que viven; pero que a la vez lo ayude en su desarrollo como ciudadano.

2.6.2 QUÉ APORTAN LAS MATEMÁTICAS AL CIUDADANO

La pregunta que cualquiera podría formular es ¿qué aportan las matemáticas al ciudadano? Es posible encontrar profesionales exitosos, en áreas no científicas, que preguntan para qué me enseñaron fracciones, qué importancia tiene la geometría o para qué me sirve la probabilidad.

Frente a la primera pregunta se podría contestar con el siguiente planteamiento, si los sistemas electorales son un factor que inciden en el tipo y en la calidad de la

representación política, en consecuencia, en la efectividad del gobierno y en la capacidad de control de los ciudadanos sobre los gobiernos, ¿es el sistema d'Hondt el más adecuado sistema electoral? El sistema d'Hondt es lo que se conoce como de la representación proporcional de las minorías e intentan asignar los escaños a las listas de manera proporcional al número de votos recibidos. Para comprenderlo se requiere de una mínima base matemática de uso de la aritmética, en particular de las fracciones, para poder juzgarlo. Los sistemas electorales son básicamente de dos tipos: mayoritarios o proporcionales. ¿Puede un ciudadano decidir cuál sistema electoral considera más adecuado para su país sin conocer la base matemática que lo soporta?

En cierta oportunidad el presidente Maduro afirmó "Son más de 5 mil árboles destruidos para hacer barricadas" (Peñaloza, 2014). ¿Cuál espacio de la ciudad tiene esa cantidad de árboles? ¿Qué área se necesita para alberga 5 mil árboles? Si los árboles no están todos en un mismo lugar, ¿Cuánto espacio hay que recorrer para talar esos árboles? ¿Cuáles son las dimensiones promedio de un árbol y qué espacio ocuparía? ¿Dónde están colocados los troncos? Esas son preguntas que debería hacerse un ciudadano cuando escucha una afirmación cuantitativa de un funcionario como la que se hace referencia. ¿Tiene algo que ver la geometría con estas preguntas? En un noticiero de TV, el hombre del tiempo dijo que la probabilidad de que lloviera el sábado era del 50% y también era del 50% la de que lloviera el domingo, por lo cual concluyó que la probabilidad de que lloviera durante el fin de semana era del 100% (Paulos, 2007). ¿Tiene razón el hombre del tiempo?

Estos son tres ejemplos simples donde se debe juzgar información cuantitativa, donde se tienen referencia directa a contenidos de la matemática escolar pero que también llevan implícito una actitud crítica. Pero si la matemática ayuda, por lo menos, a valorar información cuantitativa, por qué hay personas que consideran que estudiarlas les fue de poca utilidad. Valero (2004) piensa que la experiencia de aprendizaje de la mayoría de las personas les ha llevado a la construcción de una imagen de las matemáticas —escolares— como un área de conocimiento estático y poco relacionado con lo que sucede en el mundo.

Si se parte del criterio que la ciudadanía implica participación activa en la sociedad y ello conlleva a evaluar distintas opciones para la toma de decisiones, no hay duda que las matemáticas ofrece un conjunto de instrumentos necesarios para lograr esa meta. Alsin

(2010) señala 12 acciones básicas para las cuales las matemáticas pueden preparar: (a) aclarar conceptos; (b) entender alternativas, (c) argumentar; (d) razonar; (e) comparar modelos (f) resolver problemas; (g) tomar decisiones; (h) planificar a largo plazo; (i) interpretar informaciones; (j) dialogar inteligentemente; (k) defender principios; (l) desarrollar la creatividad.

Pero la matemática también puede ayudar a favorecer la dimensión ética del ciudadano. Las matemáticas son portadora de valores, las cuales en ocasiones no se hacen visibles por considerarlas solo como un lenguaje o una tecnología simbólica. Un planteamiento interesante en ese sentido está en el libro *Matemáticas para la Vida Cotidiana* (Consortium for Mathematics and Its Applications, COMAP, 1999), el cual no se estructura de la forma tradicional sobre la base de contenidos, sino en torno a problemas de la vida que llevan a la aplicación de la matemática en situaciones reales. Por ejemplo, en el capítulo Redes Viarias, se estudian los circuitos de Euler y los grafos y como estos pueden ser usados para determinar las vías de la recolección de basura en una ciudad y hacerla más eficiente o cómo puede ayudar a optimizar la lectura de contadores de electricidad de una ciudad.

No se trata de las matemáticas avanzadas que algunos tienen oportunidad de estudiar en la universidad, dependiendo de la carrera que cursen, sino de la que necesita la mayoría de los ciudadanos que paseen por los niveles previos al universitario. Aquellas matemáticas que necesitan usar en su vida cotidiana las personas de una sociedad democrática para ser ciudadanos activos, críticos y participativos, asumiendo el doble rol de sujetos independiente – autónomos y sujetos sociales, en posesión de derechos y responsable de sus deberes. Se trata de ciudadanos que puedan usar su conocimiento matemático para conocer y criticar la realidad, además de hacer propuestas de cambio para transformarla, en caso de ser necesario.

Un ciudadano necesita conocimientos básicos de matemáticas para actuar en democracia y poder comprender encuestas, resultados de sondeos, leyes lectorales, temas de financiamientos, impuestos, etc. Pero como consumidor también es un ciudadano, por lo tanto, deber estar preparado para tomar decisiones sobre precios de productos semejantes, ofertas, alternativas de pago, proveedores de servicios, etc. (Alsina, 2010). El

papel de los datos es fundamental en la sociedad de la información. Internet y las computadoras, en sus distintas versiones y tamaños, han colocado un “nuevo producto” a disposición del ciudadano: la información. El ciudadano debe ser capaz de interpretar y evaluar la validez de la información, cuantitativa y cualitativa, a la que accede. Las matemáticas brindan los conocimientos prácticos para ello pero también ayudan desarrollar el sentido crítico.

La matemática ayuda a formar ciudadanos críticos cuando es capaz de ayudar a desarrollar el pensamiento abstracto de los estudiantes, que les permita analizar y comprender la realidad que lo rodea, a resolver problemas de la vida cotidiana, a argumentar y discutir, de forma lógica, sobre la base de la evidencia y los resultados y no sobre opiniones sin fundamentos. Es importante que el estudiante comprenda que la matemática está detrás de todo desarrollo tecnológico, que es el lenguaje de la ciencia.

Para lograr ese tipo de formación para el ciudadano es necesario superar lo que Paulos (2007) denomina el anumerismo, para hacer referencia a las dificultades que tienen personas instruidas para usar números y funcionar de manera adecuada en situaciones de la vida diaria, o que no pueden establecer diferencias entre “inferir” e “implicar”. Parecieran necesarios cambios en la educación matemática para formar en ciudadanía.

2.6.2.1 Docentes de matemáticas, ¿formar en ciudadanía desde sus clases?

¿Están los docentes de matemáticas preparados para formar en ciudadanía desde sus clases? Anteriormente se hizo referencia a investigaciones que indican que los docentes en general no están preparados para formar en ciudadanía (Mrnjaus, 2012; Ruiz-Corbella y García-Blanco, 2016), la situación en matemáticas no es muy diferente. Quizá la clase tradicional de matemáticas es el mejor ejemplo de la clase antidemocrática y la que menos valores de ciudadanía ayuda a desarrollar. Esa suele ser una clase donde los estudiantes escucha y copian, las pocas oportunidades que tiene para participar es para comunicar resultados o pasar a la pizarra a resolver algún ejercicio. La clase tradicional de matemáticas está centrada en el contenido, el debate y la confrontación de ideas están ausentes, la meta es aprender algoritmos y procedimientos; por lo que suele estar desvinculada a la matemática de la vida cotidiana.

Para Vanegas (2013), docentes y estudiantes promueven la competencia ciudadana cuando establecen como objetivo el fomento de un conjunto de saberes y prácticas matemáticas reflexivas comprometidas, responsables y solidarias, gracias al desarrollo de un pensamiento matemático crítico y la toma de conciencia del papel ético de hacer matemáticas. En ellas el contenido matemático didáctico es una finalidad específica: aprender a reconocer el valor de construir matemáticas para interpretar hechos y cambios sociales, aprender a participar democráticamente en procesos de decisión en la comunidad.

De lo anterior se desprende la necesidad de hacer cambios en las clases de matemáticas y en la formación de los docentes. Vanegas, Giménez y Font (2015a) han considerado esa necesidad y por ello presentan una propuesta de formación de profesores de matemáticas para la formación de ciudadanía a través de las clases, como una competencia transversal.

La propuesta que incluye once tareas profesionales, se ha ensayado en un programa de formación de docentes de España y los autores reportan que las producciones de los estudiantes permiten concluir que prácticas desarrolladas en la implementación de las tareas del ciclo de formación como experimento de enseñanza, nos ha permitido constatar que los avances en las prácticas de análisis didáctico, producen cambios en la mirada de los futuros docentes frente a la idoneidad ecológica, en cuanto consideran aspectos de la formación matemática escolar relacionados con la ciudadanía (Vanegas et al., 2015a)

Pero en otro trabajo los mismo autores señalan que los análisis también se traslucen transformaciones superficiales, en el sentido que se reconoce el valor de las matemáticas para entender problemas sociales, pero no muestran el objetivo explícito de transformarlos, y una mayoría de los futuros docentes parecen tener posiciones de mantener el status del profesor que no cambia su forma de hacer (Vanegas, Giménez y Font, 2015b).

Gómez-Chacón (2010) considera que es necesario hacer cambios en la clase de matemáticas para propiciar valores que ayudan a la ciudadanía. Organiza en tres grupos valores que puede beneficiar la enseñanza de la matemática y portan a la dimensión ética de la ciudadanía.

- (a) Racionalismo – empirismo. El racionalismo lo vela el profesor cuando se desarrollan actividades que favorecen la argumentación, el razonamiento lógico y las demostraciones matemáticas. El uso de las ideas matemáticas, el simbolismo y la modelización ayudan a poner de manifiesto el empirismo.
- (b) Control – progreso. Cuando se desarrollan actividades que permitan apreciar la capacidad del estudiante para plantear rutinas y algoritmos, trabajar con precisión y explorar ideas matemáticas para predecir acontecimientos se ayuda al desarrollo del control. El progreso se relaciona con la libertad individual y la creatividad, las cuales pueden ser favorecidas en clases mediante el estímulo de explicaciones creativas.
- (c) Apertura – misterio y búsqueda de la verdad. La apertura está referida a la democratización del conocimiento, el cual se favorece cuando se estimula al estudiante para articular sus propias ideas mediante demostraciones, discusiones y expresar libremente su punto de vista. El misterio y búsqueda de la verdad

El reto que tiene los docentes es que el estudiante alcance una formación matemática para asumir los retos de la sociedad del siglo XXI, que pueda comprender el mundo que le rodea, plantear soluciones a los problemas de la vida cotidiana y a tomar decisiones con fundamento en el conocimiento. Que la matemática sea un instrumento más de su ciudadanía, entonces la meta pareciera ser la formación de ciudadanos que alcancen la alfabetización matemática.

2.6.3 ALFABETIZACIÓN MATEMÁTICA

Por intermedio de su Programa de Evaluación y Monitoreo de la Alfabetización (siglas en inglés LAMP), UNESCO evalúa las competencias que debe exhibir una persona para que se considere alfabetizada. Una de ellas la denomina *Numeracy*, traducida en los documentos oficiales como las *Competencias en la Utilización de Número*. Esta competencia se mide por un conjunto de tareas breves con contenido matemático inserto en contextos hipotéticos que simulan situaciones de la vida real. Los partes pueden utilizar calculadoras

para encontrar la solución a tareas implica realizar cálculos y estimaciones, comprender los conceptos de forma, largo, volumen, unidades monetarias, mediciones, ciertos conceptos estadísticos básicos y la interpretación de fórmulas simples (Instituto de Estadística UNESCO, 2009). Es claro entonces que para la UNESCO, las *Competencias en la Utilización de Número* va más allá la realización de las cuatro operaciones básicas. Además, el permitir que los participantes utilicen calculadoras sencillas durante la prueba hace suponer que las preguntas no son simple cuentas, sino situaciones donde se debe decidir cuál operación utilizar para encontrar la solución.

En el Programa para la Evaluación Internacional de las Competencias de los Adultos de la OCDE también incluye *Numeracy* como una de las competencias a evaluar, pero la traducen como la *Capacidad de cálculo*. Consideran que es una competencia fundamental en la sociedad donde vivimos ya que las personas encuentran cada vez más información cuantitativa y matemática en la vida cotidiana. La capacidad de cálculo es la habilidad para acceder, utilizar, interpretar y comunicar información matemática e ideas para involucrase con y gestionar las demandas matemáticas que se presentan en ciertas situaciones de la vida adulta (OCDE, 2013). Al igual que las *Competencias en la Utilización de Número* de la UNESCO, la *Capacidad de cálculo* vinculan la matemática con la vida como un medio para comprender la sociedad en la que se vive y la solución de problemas. En ninguno de los dos casos se le asocia de forma directa con la posibilidad de transformar o cambiar esa realidad, lo cual sería lo apropiado pensando que comunidades no perfectas que deben buscar la justicia social, por intermedio de la democracia.

En PISA se utiliza un término distinto: *Alfabetización Matemática*, que es la forma como traducen *Mathematical Literacy*, aunque hay autores que prefieren utilizar *Competencia Matemática*. Este constructo es definido por ellos como:

La alfabetización matemática es la capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. Incluye el razonar matemáticamente y el usar conceptos, procedimientos, hechos y herramientas matemáticas para describir, explicar, y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que juegan las matemáticas en el mundo y a realizar los juicios bien fundados y las decisiones que necesitan los ciudadanos reflexivos, constructivos y comprometidos (OECD 2013, p. 4)

Aunque la definición ha sufrido algunos cambios, en general, desde el comienzo se dejó claro que el conocimiento matemático y las destrezas, tal como están definidos en el currículo tradicional de matemáticas, no eran lo más importante. El énfasis se encuentra en el conocimiento matemático puesto en funcionamiento en multitud de contextos diferentes. Esto se establece en la primera oración donde además se precisa que el individuo debe (a) formular matemáticas se vincula con identificar oportunidades para aplicar y usar las matemáticas; (b) emplearlas matemáticas implica el uso del razonamiento matemático, sus conceptos procedimientos para lograr la solución de un problema en particular; (c) interpretar conlleva la reflexión sobre la solución encontrada y darle sentido en el contexto donde se encuentra. Según Caraballo, Rico y Lupiáñez (2013) estos procesos enfatizan el ciclo de la modelización y destacan la idea de acción y la solución activa de problemas.

Para PISA un ciudadano enfrenta situaciones que involucran matemáticas a diario, como cuando compra, hace turismo, se informa de problemas sociales, paga impuestos o planifica su tiempo. Es por ello que el centro de la evaluación es cómo los estudiantes pueden aplicar lo que han aprendido en la escuela a situaciones usuales de la vida cotidiana. Se supone que si son capaces de aplicarlos en las pruebas también lo harán en su vida normal. Esto en parte es cierto, porque se sabe que la situación de evaluación en la escuela es muy particular, pero además, según Alsina (2010) los resultados de PISA han dado evidencia de que no siempre los estudiantes saben aplicar en la práctica lo que han aprendido en la teoría.

Jablonka (2003) también prefiere usar *Mathematical Literacy*, aunque reconoce que existen otros términos semejantes como *Quantitative Literacy* y *Numeracy* y que este último es de uso frecuente en la literatura para referirse a programas educativos de matemáticas para adultos. Considera que *Numeracy* tiene una asociación muy fuerte con número y cálculo con números. En cambio *Alfabetización Matemática* denota un enfoque mucho más amplio de las matemáticas y sus conexiones con el mundo real, además considera que *Alfabetización Matemática* sugiere, metafóricamente, una persona matemáticamente educada y bien informada.

Para Jablonka (2003) la alfabetización matemática centrada en la ciudadanía debe referirse al objetivo de evaluar críticamente aspectos de la cultura circundante, una cultura que está más o menos colonizada por prácticas que involucran matemáticas. Por lo tanto, la capacidad de comprender y evaluar estas prácticas debe constituir un componente de la alfabetización matemática. No es posible promover una concepción de alfabetización matemática sin al mismo tiempo – implícita o explícitamente – promover una práctica social particular. Ella clasifica los distintos enfoques en cinco categorías:

Alfabetización Matemática para el Desarrollo del Capital Humano. Se centra en equipar a las personas con las herramientas matemáticas para interpretar y organizar sus vidas cotidianas. Se parte del supuesto que todo tipo de problemas puede ser modelado con matemáticas y posteriormente puede ser resuelto con técnicas matemáticas. Este es el enfoque de la OCDE, es el más frecuente y el que ha generado los cambios de planes de estudio en distintas épocas.

Alfabetización Matemática para la Identidad Cultural. Se parte de la idea que hay una gran discrepancia entre las matemáticas que los estudiantes tienen que aprender en la escuela y las que utilizan en su vida cotidiana. En este enfoque a las matemáticas informales se les da un lugar más importante en el plan de estudios. Desde esta perspectiva, que se suele denominar *Etnomatemática*, la alfabetización matemática no tiene que involucrar el mismo tipo de matemáticas en todo el mundo.

Alfabetización Matemática para el Cambio Social. Es la perspectiva pedagógica crítica, donde la alfabetización matemática es una capacidad para ver la realidad de manera diferente y cambiarla; debe formar a ciudadanos críticos. Según este enfoque la matemática escolar sólo conduce continuar la desigualdad en el conocimiento, las clases sociales y el sexo. Las matemáticas deben centrarse principalmente en la consideración crítica de cuestiones social y política significativas, especialmente si se asocian con estadísticas. Así como temas como los precios de la energía, la mortalidad infantil y la de esperanza de vida. En teoría este es el enfoque de los libros de texto de la colección Bicentenario.

Alfabetización Matemática para la Conciencia Ambiental. En este enfoque se señala que la matemática ha contribuido al mejoramiento de las condiciones de vida pero también

a la industria contaminante y la militar. Es por ello que sugieren que las matemáticas escolares desarrollen en formas alternativas, donde se haga más hincapié en la creatividad y en problemas mundiales como: los alimentos, los recursos hídricos, el crecimiento demográfico, la atmósfera, el clima, la escasez de energía y la contaminación. Parece interesante este enfoque porque se puede hacer de forma interdisciplinaria, la duda está en que si se puede lograr la alfabetización matemática. Además, este enfoque parece estar en contradicción con el de la Identidad Cultural, ya que los problemas mundiales no necesariamente son también problemas locales.

Alfabetización Matemática para la Evaluación de Matemáticas. Un componente importante de la alfabetización matemática es la capacidad para comprender y evaluar las diferentes prácticas que involucran las matemáticas. Un ciudadano alfabetizado matemáticamente debe conocer aplicaciones de las matemáticas tecnológicamente pertinentes, ser capaz de descodificar las matemáticas que contienen su cultura local, participar en los debates de temas sociales, políticos o ambientales que se basan en estadísticas y evaluar modelos matemáticos. Un adulto que alcance la alfabetización matemática es un ciudadano crítico y para ello es necesario que el estudiante confronte distintas prácticas durante su formación.

El planteamiento de Jablonka (2003) es que hay formas diferentes para analizar la relación entre la matemática que se enseña en las escuelas y la que se utilizan fuera de la escuela. Las diversas definiciones de alfabetización matemática giran en torno a esta relación porque se refieren a la capacidad del individuo para utilizar las matemáticas, la cual debe aprender en la escuela. Considera que si son muchas y variadas las ocasiones que tienen los ciudadanos para evidenciar la alfabetización matemática alcanzada, entonces, también deben ser variadas las situaciones de aplicación de la matemática que enfrente el estudiante en la escuela. Debe estudiar situaciones de distintos tipos para que pueda decidir cuáles de ellas pueden ser resueltas mediante el uso de la matemática y cuáles no. En aquellos casos que si se pueda, aprender a utilizar las ideas matemáticas para lograrlo. Eso también significa un docente preparado para formar en ciudadanía desde la matemática, con una clase donde se discute sobre el uso de la matemática en la sociedad, pero también se pueda criticar su uso.

Desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica, Mora (2001) define como

El conjunto de conocimientos, capacidades y habilidades que le permiten a los individuos de cada sociedad alcanzar los siguientes objetivos: resolver problemas en correspondencia con las necesidades individuales y colectivas, aumentar la argumentación, la demostración y la fundamentación de acuerdo con las situaciones planteadas dentro y fuera de la matemática; servir de vehículo de comunicación para el intercambio de informaciones y entendimiento de la realidad; crecer culturalmente como necesidad individual del ser humano; y apropiarse de un medio muy útil para la representación del conocimiento necesariamente matemático (p. 107)

Esta definición coincide en parte con las competencias matemáticas que plantea Alsina (2010) debería tener un ciudadano:

- (a) Pensar matemáticamente. Aplicar el pensamiento cuantitativo y lógico a la vida cotidiana. Aquí se destacan habilidades como entender conceptos, abstraerse, intuir, relacionar conceptos, generalizar y criticar.
- (b) Razonar y argumentar matemáticamente. En matemática se aprecia la necesidad de demostrar y entender mejor los conceptos a través de demostraciones, pero éstas son también aplicables a la vida cotidiana cuando el ciudadano se encuentra frente a una declaración o información que no está sustentada con argumentos válidos y demostrables.
- (c) Resolver Problemas. Esta es una actividad propia de la vida social y en la escuela permite vincular la matemática escolar con los problemas reales, ya sean con solución o no.
- (d) Saber hacer modelos. Ir del mundo real a los modelos, de los modelos a la realidad, obtener resultados e interpretarlos es parte del trabajo matemático que se debe desarrollar en la escuela; pero también es parte de los que se aspira pueda hacer un ciudadano.
- (e) Comunicación. La comunicación de las ideas matemáticas es fundamental. Se pueden usar distintos recursos expresivos (gráficos, cualitativos o cuantitativos) para explicar ideas y métodos, el ciudadano debe estar en capacidad de comunicar las ideas matemáticas, pero también comprenderlas cuando otros las comuniquen.

- (f) Representación. En matemática objetos o situaciones pueden ser representadas de distintas formas, esa habilidad debe ser usada por el ciudadano para comprender todo tipo de representaciones, tablas, gráficos, códigos, símbolos, números, etc.; así como el paso de una representación a otra. Esos mismos recursos pueden ser usados para engañar y el ciudadano debe estar en capacidad de interpretarlos correctamente.
- (g) Usar símbolos. Los símbolos forman parte de la sociedad de la información y su buen uso debería facilitar la resolución de problemas de matemática y de la vida.
- (h) Uso adecuado de instrumental. El ábaco, la calculadora y la computadora son tecnologías que se pueden usar en cases y en la vida, usarlos adecuadamente es parte de las competencias del ciudadano. Eso significa saber cuándo y cómo usar cada recurso del que se dispone.

Alsina no es precisamente un seguidor de la Educación Matemática Crítica como Mora, pero comparte con ellos ciertos aspectos de los que se supone debe aportar la matemática para la formación de ciudadanos críticos y reflexivos. Esta coincidencia también se va a dar con otras corrientes como las mencionadas por Jablonka (2003), lo cual es una evidencia de la importancia que tiene la matemática para la ciudadanía desde distintas perspectivas. Las diferencias se encuentran en cómo la lleva a cabo, lo cual dirá si ayuda al desarrollo de valores democráticos o colabora a afianzar un gobierno totalitario. Esto significa que todas esas corrientes convergen en un punto: su finalidad es mantener el sistema político dominante.

La alfabetización matemática es una parte de la preparación del ciudadano puesto que las ideas y conceptos matemáticos son herramientas para actuar sobre la realidad, lo que incluye su modificación en caso de ser necesario. ¿La alfabetización matemática es garantía de ciudadanos críticos? No, personas con formación matemáticas, incluso matemáticos profesionales, también pueden ser víctimas de razonamientos falaces, pero seguramente son menos que las personas sin esa formación. La alfabetización matemática puede ayudar a formar ciudadanos críticos, libres y mejor preparados para tomar decisiones.

Capítulo 3 **LIBRO DE TEXTO**

El libro de texto es el punto central de este capítulo. Se inicia con una revisión de aspectos conceptuales del llamado texto escolar o libros de texto, así como una discusión sobre su consideración como recurso pedagógico y su uso en la escuela. En un segundo punto se aborda lo que reportan las investigaciones sobre el libro de texto de matemáticas, para posteriormente exponer los resultados encontrados en la investigación en referencia a los libros de texto de matemáticas de la Colección Bicentenario. El capítulo se cierra con dos aspectos que se consideran fundamentales en el análisis de un libro de texto de matemáticas: las actividades propuestas para los estudiantes y los posibles conflictos semióticos.

3.1 LIBROS DE TEXTO, ALGUNAS CONSIDERACIONES

De acuerdo con Varela Iglesias (2010), el origen y difusión de los libros escolares está ligado a dos hechos fundamentales: (a) la aparición de la imprenta, a mediados del siglo XV, lo cual permitió la difusión y popularización de la cultura letrada (b) el surgimiento y extensión del método de enseñanza utilizado por los Hermanos de las Escuelas Cristianas de Juan Bautista de La Salle, a partir de las últimas décadas del siglo XVII en Francia. De acuerdo con este método, llamado simultáneo, los estudiantes se dividían por clases según edades y estados de aprendizaje. Esto exigía que los alumnos de un mismo grupo contaran con materiales de lectura idénticos para el trabajo simultáneo y homogéneo de toda la clase.

Lo anterior indica que el libro escolar tiene más de trescientos años de vida. Ramírez (2004) difiere y considera que fue a mediados del siglo XIX que el libro de texto se instaló como recurso fundamental de la enseñanza. Sean trescientos o cien años los que tiene el

libro de texto asociado a la enseñanza, aún, en pleno siglo XXI, continua vigente en el sistema escolar. El libro de texto es de amplio y generalizado uso en la educación mundial, lo cual lo ha convertido en un objeto permanente de investigación. En este apartado se realizan algunas consideraciones sobre el libro de texto, necesarias para este trabajo de investigación.

3.1.1 ¿QUÉ ES UN LIBRO DE TEXTO?

¿Qué es un libro de texto escolar? Esa pareciera la pregunta inicial a responder en forma cuando se trata de investigar sobre ese material, no obstante, existe una discusión, que algunos consideran previa, que se refiere al término a utilizar. Texto escolar, manual escolar, libro escolar, libro de texto y libro guía son algunos de los términos que se esgrimen para referirse al libro que se utiliza en un curso o grado en particular en la escuela. En países como España y Francia es más común el uso de manual escolar, mientras en países anglosajones y latinoamericanos es libro de texto (textbook). Algunos investigadores consideran que el manual escolar es género dentro de los libros de texto (Gómez, 2011).

Ramírez (2002) señala que no existe consenso sobre la denominación de este objeto de estudio, lo cual es parcialmente cierto. Si bien hay investigadores que usan algunas de las denominaciones antes mencionadas, en la mayoría de los tesauros de investigación en educación el término que aparece es libro de texto y su traducción al inglés. Es por ello que en este trabajo se usará *libro de texto*, pero se respetara la denominación que le da el autor que se cite.

Para Choppin (2001) hay una diferencia entre manual escolar y libros que devienen en escolares, la cual viene dada por la intencionalidad con la cual se crea y produce el libro. El manual escolar fue creado de manera explícita y manifiesta para ser utilizado en la escuela como parte del proceso enseñanza aprendizaje; entonces el carácter de escolar es independiente de su uso efectivo con finalidad escolar. En contraposición, los libros que devienen en escolares son aquellos que no fueron creados con fines escolares, pero que utilizan en forma regular en la escuela, entonces, el carácter escolar viene dado por su uso.

La categorización de Choppin brinda un criterio básico para definir el libro de texto, la finalidad exclusiva del uso escolar, su carácter de instrumento pedagógico.

Richaudeau (1981) indica que un libro de texto escolar es un material impreso, estructurado, destinado a utilizarse en un determinado proceso de aprendizaje y formación. En esta definición se destaca el propósito del libro de texto para ser utilizado en el ambiente escolar. Para este investigador son cuatro características que deben exhibir los libros para ser considerados como libro de texto:

- a. Valor de la información (cantidad y valor científico)
- b. Adaptación de la información al contexto ambiental, ideológico y cultural donde es insertado.
- c. Disponibilidad y diseño del material (existencia de esquemas y cuadros, legibilidad lingüística, inteligibilidad de la información, entre otras.)
- d. Coherencia pedagógica, en relación al modelo pedagógico utilizado para su estructuración, el cual debe considerar el nivel de los estudiantes y de los docentes. Además de una organización interna coherente: estructurado en lecciones, unidades; distribución equilibrada de información y actividades para el estudiante, etc.

De acuerdo con lo anterior, Richaudeau le da peso a la integración del libro con el proceso de enseñanza y aprendizaje, por lo tanto, esa denominación solo es aplicable a aquellos libros editados para su utilización específica como parte de ese proceso. En esa misma línea se encuentran Fernández y Sarramona (1984) quienes señalan que el texto escolar es todo libro planeado sistemáticamente para el aprendizaje de los contenidos de una determinada materia, a un cierto nivel, según la legislación o cultura vigente.

El relacionar el texto escolar con el proceso de enseñanza aprendizaje en la escuela, necesariamente lleva a pensarlo como adaptado al currículo oficial vigente. Esta es una característica que destaca Johnsen (1996) para quien el término libro de texto debe ser reservado para libros escritos, diseñados y producidos específicamente para su uso en la

enseñanza, por lo tanto debe responder al currículo escolar y presentar los contenidos en secuencia con criterio pedagógico.

Otro autor que recurre a la caracterización para definir qué es un libro de texto es Venegas (1993) quien señala:

- a. Es un instrumento básico del proceso de enseñanza-aprendizaje, tanto para el maestro como para el alumno.
- b. Es un medio para estimular y dirigir al niño en el trabajo libre y productivo. Debe plantearle problemas, inducirlo a realizar observaciones, reflexiones, experimentos.
- c. Debe partir del conocimiento inmediato del estudiante, su hogar, su comunidad, como un paso para comprender la nación y el mundo.
- d. Es una unidad integrada de materiales de aprendizaje que contribuyen al desarrollo y mejoramiento del currículo.
- e. No sustituye al maestro, de su acción directa, ni de la vinculación del escolar con la realidad.
- f. No es un material desvinculado de los avances de la ciencia y la tecnología ni del acontecer pedagógico.

La caracterización de Venegas permite saber que es y que no es el libro de texto. De acuerdo con esas características, si bien el libro de texto es para el estudiante y debe ser usado en su proceso de enseñanza-aprendizaje, no está previsto que sea un sustituto del maestro; debe ser visto como un instrumento de apoyo en ese proceso.

Cabero Almenara, Duarte Hueros y Romero Tena (1995) señalan algunas características que diferencian al libro de texto de otros materiales curriculares:

- a. Es un instrumento destinado a la enseñanza e instrucción con un fuerte sentido escolar.
- b. Incluye, teóricamente, la información que debe de ser procesada por el estudiante en un período de tiempo reglado.

- c. Posee una configuración de acuerdo a pautas de diseño específicas que persiguen presentar la información de una manera sistemática de acuerdo a principios didácticos y psicológicos.
- d. Busca facilitar la comprensión, dominio y recuerdo de la información por parte del estudiante
- e. Tiende a compartimentar los contenidos, tanto diacrónicamente como sincrónicamente.

De las características que le atribuyen Cabero Almenara et al. (1995) al libro de texto destaca la importancia que le da a la información. Debe contener la información necesaria para un período determinado, se presenta de forma sistemática y busca facilitar su comprensión o recuerdo por el estudiante. Todo eso le da el carácter didáctico que debe tener el libro de texto.

Para Gómez (2011), un libro de texto es una publicación especializada, reconocible por su contenido, que además indica de forma explícita la materia que trata y a quién va dirigido. Mientras que el manual “es un libro de texto que es utilizado en la escuela, que es recomendado por los profesores y que nace en respuesta a las necesidades del sistema de enseñanza. Además, es un libro de texto que tiene una estructura, un diseño editorial y un sistema de comercialización específico” (p. 51). Aunque este autor establece una diferencia entre manual escolar y libro de texto, su definición sigue destacando la intencionalidad y el diseño como características fundamentales del libro de texto, coincidiendo con Johnsen y Richaudeau, por ejemplo. Además destaca que requiere de la indicación de la “materia que trata y a quién va dirigido”, pero que debe ser recomendado por el maestro y es una respuesta al sistema de enseñanza, lo que recalca su uso en el sistema escolar.

Los investigadores del proyecto MANES (Manuales Escolares) de la Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED), Ossenbach y Rodríguez Somoza (2001), proponen la siguiente definición:

La denominación “manuales escolares” abarcaría, en principio, aquellas obras concebidas con la intención expresa de ser usadas en el proceso de enseñanza-aprendizaje, indicada por su título, por su asignatura, nivel o modalidad, por su estructura didáctica interna, y por su contenido, que contemplaría la exposición sistemática y secuencial de una disciplina. (p. 19)

Esta definición reúne la mayoría de los elementos que los distintos autores citados anteriormente han destacado: (a) intencionalidad evidente de que la obra será usada para la enseñanza para una asignatura y en nivel escolar específico; (b) organización responde a un criterio didáctico; (c) exposición sistemática y secuencial de los contenidos de una disciplina. Los investigadores indican que usan la categoría manual escolar porque desde el punto de vista lógico, es una categoría más restringida que la de libro escolar, pero es la más numerosa y representativa en el grupo de las publicaciones escolares, por lo cual parece oscilar entre el significado específico y el significado más general, por lo que tiende a dar su nombre a todo el conjunto.

Ramírez (2002) considera que el término *texto escolar* brinda mayor precisión para distinguir este género de otros y lo define de la siguiente manera:

Es un recurso didáctico, que puede ser de sustrato material o virtual, en el cual se materializa un discurso compuesto por palabras, palabras y símbolos o palabras, símbolos e ilustraciones, estructurado de manera secuencial y sistemática en atención a la maduración intelectual y emocional del lector, y creado con la intención expresa de ser utilizado como un recurso pedagógico en el proceso de enseñanza-aprendizaje del sistema escolar formal, con el fin de brindar información sobre algún área del conocimiento en atención a la oferta curricular establecida en los programas de estudio, elaborados por las autoridades educativas nacionales, quienes a su vez autorizan, supervisan y reglamentan sus contenidos, extensión y tratamiento. (p. 111)

Como el propio autor señala, esta definición contiene las características más recurrentes esgrimidas por los investigadores más connotados en el tema. Un primer punto a destacar de esta definición es la inclusión del sustrato virtual. En consonancia con los tiempos actuales, el autor va más allá del sustrato material e incluye los textos que se desarrollen de forma virtual. Este aspecto, que quizás se vio como un esnobismo en su momento, en los actuales momentos cobra mayor importancia dada la presencia de distintos administrículos tecnológicos donde es posible acceder a libros o material escolar. Tablet, teléfonos inteligentes, computadoras portátiles, son algunos de los utensilios que tienen los estudiantes y pueden usar en la escuela, incluso para acceder a un libro de texto escolar.

Otro aspecto que incluye esta definición es el hecho de que el texto escolar está compuesto por palabras, símbolos e ilustraciones, características propias de un texto

escolar y que lo diferencia de otros libros. Esto es un señalamiento interesante ya que el texto escolar no solo usa palabras en su tarea de acercar el conocimiento al estudiante. Además, recalca la relación del texto escolar con el programa oficial y la necesidad de que estén autorizados por los entes responsables, lo que lo relaciona directamente sistema escolar formal.

Los investigadores Alzate Piedrahita y Gómez Mendoza (2008) ofrecen una breve definición: “Un texto escolar puede ser definido como una herramienta impresa, intencionalmente estructurada para inscribirse en un proceso de aprendizaje, con miras a mejorar la eficacia, ya para lograr ese cometido el libro de texto escolar puede cumplir diferentes funciones asociadas a los aprendizajes” (p. 2). Indican que las características principales del texto escolar giran en torno al aprendizaje: (a) cumple distintas funciones asociadas a los aprendizajes; (b) proponer diferentes tipos de actividades para favorecer el aprendizaje; (c) se ocupan de diferentes objetos de aprendizaje. Consideran que incide directamente en la eficacia y la calidad de los aprendizajes ya que es una herramienta de acción para los procesos educativos, en particular en las aulas.

Hasta aquí se ha realizado una breve aproximación al concepto del libro de texto, obviamente, no se considera agotado este tema, sólo se presentan algunas consideraciones con el ánimo de ejemplificar lo denso que puede ser la conceptualización de este importante recurso didáctico, quizá, el más emblemáticos de la actividad educativa del pasado siglo y que aún continúa vigente.

3.1.2 EL LIBRO DE TEXTO ¿UN RECURSO PEDAGÓGICO?

El libro de texto cumple un papel fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que es el mediador entre el docente y el estudiante, por lo tanto un recurso pedagógico de singular relevancia (Ramírez, 2004). El texto escolar es un mediador entre los propósitos del docente y las demandas del aprendiz, entre el saber disciplinar propio de las ciencias y el saber natural y espontáneo del aprendiz (Gómez Mendoza et al., 2005). Dada la amplia presencia del libro de texto en las aulas, se le considera el mediador básico en los proceso de aprendizaje.

Pero la consideración del libro de texto como recurso pedagógico no es única. Algunos docentes opinan que presentan un saber universal, fragmentado y cerrado, aparentemente verdadero que no estimula ni el descubrimiento, ni la investigación, ni el análisis crítico en los alumnos; al contrario, obstaculiza el tratamiento de temas, la posibilidad de formular preguntas más relacionadas con la situación que rodea el estudiante. Además, la comunicación libro-alumno es unidireccional (Imberón y Casamayor, 1985; Torres Santome, 1989).

Los libros de texto no son simplemente sistemas de transmisión de datos, también son el resultado de actividades, conflictos y compromisos políticos, económicos y culturales; además, están concebidos, diseñados y escritos por personas reales con intereses reales (Apple, 1993). Los contenidos son presentados bajo una aparente neutralidad ideológica y los materiales exponen una determinada información, seleccionada de entre lo que es comunicable (Gimeno Sacristan, 1991).

El libro de texto puede servir para ayudar a formar una sociedad democrática o afianzar un gobierno totalitario. Puede servir para que los estudiantes comprendan el valor de los derechos humanos y por qué respetarlos o para que los estudiantes justifiquen su violación en ciertos momentos. Puede ser un medio para ayudar a formar un ciudadano comprometido con el bien común de la sociedad y a impulsar cambios en la sociedad o un fiel adepto al máximo líder. Entonces, el libro puede ser un vehículo para desarrollar habilidades y destrezas pero también es un medio para transmitir valores de la cultura predominante, eso significa que puede ser usado para la manipulación ideológica, para el control político, tergiversar la historia o como medio propagandístico de las obras del gobierno.

Este podría ser el caso de los libros de la Colección Bicentenario o al menos así lo piensan algunos investigadores. Por ejemplo, la Escuela de Educación de la Universidad Andrés Bello (2011) indica:

Se destaca el hecho que mientras aumenta el grado al que van dirigidos los textos, se hace más presente la información, imágenes y gráficos cercanos a la propaganda del gobierno del Presidente Chávez bajo la figura “Gobierno Bolivariano”. Al mismo tiempo, se incluyen como parte de las unidades de contenido programas específicos del actual gobierno, tales como Misión Árbol, Misión Mercal, PDVAL, Programa de Alimentación Escolar, Satélite

Simón Bolívar y democratización de las telecomunicación, Misión Barrio Adentro I, II y III, sesgándose la información y convirtiendo una importante herramienta didáctica en propaganda política. (p. 2)

Sobre la representación de la ciudadanía, Arteaga (2014) indica que en los libros de la colección Bicentenario se destaca el principio moderno de soberanía popular pero también

... se observa una representación del liderazgo político contemporáneo, encarnado en la figura de Hugo Chávez Frías, que le confiere a éste último rasgos divinos, y lo sitúan como un líder mesiánico que conducirá a la nación al destino histórico que le corresponde. En consecuencia, la representación de la ciudadanía, en la vertiente democrática que implica la potestad de la sociedad para exigir cuentas a los funcionarios gubernamentales, es precaria, ya que dentro de este escenario no existe la posibilidad de ejercer tal derecho. (p. 560)

En otro análisis Ramírez (2012) señala que en el libro de Ciencias Sociales de sexto grado de esa colección hay evidencias de sesgos, omisiones y tergiversaciones en los contenidos correspondientes a la historia de Venezuela desde 1958 hasta el período del presidente Chávez; incluso se hacen afirmaciones y se narran hechos que no han sido corroborados por ninguna investigación oficial. Para el investigador Mariano Herrera los libros de la Colección Bicentenario tienen tres características básicas: el culto a la personalidad del presidente Chávez, la propaganda política y la manipulación histórica. Por ello considera que no respetan las diferentes opciones ideológicas y políticas, lo que los convierte en antidemocráticos (Tabuas, 2013).

Frente a los resultados de esas investigaciones se encuentran las razones de los que creen que los libros representa un cambio positivo. Por ejemplo, la ministro de educación del momento indicó que los textos ofrecen una visión integral de la realidad, de conformidad con lo que se desea del Currículo Nacional Bolivariano y presentan al estudiante una visión integral de la realidad (Jiménez, 2013). Por su parte la viceministro de programas de desarrollo académico para la época, señaló que el modelo que se plantea en los libros no es el instructivo y tecnocrático de la escuela tradicional que impuso la memorización (Barrios, 2013).

Los autores también han defendido su trabajo, por ejemplo, el profesor Norberto Rebaño Ondarrosa, coautor de libros de matemáticas, señala que en ellos se reivindica la lucha social y se refieren las conquistas del pueblo como la red de mercados Mercal o al

Centro de Diagnóstico Integral (Barrios, 2013). Mientras que América Bracho y María Helena Hurtado, coautoras de textos de Ciencias Sociales sostienen que los libros se dicen las verdades que no se dicen en los otros; además que “todo Estado, toda época, todo gobierno tiene una política educativa que te da las pautas, no es que te estén manipulando, tienes que seguir el proyecto educativo” (Tabuas, 2013, p. 2). Posición semejante tiene la coautora Millán (libros de Matemáticas), quien defiende que los programas del gobierno sean el ejemplo para la enseñanza: “La política editorial no puede ser que vayas en contra de quien te financia” (Tabuas, 2013, p. 2).

Independientemente de la conceptualización, valoración o propósitos que se tenga del libro de texto como recurso, es indudable su presencia en la mayoría de las escuelas, particularmente las latinoamericanas. En la actualidad hay dos formas básicas de producción de libros de texto: (a) directa por organismo del Estado, generalmente esto conlleva a la distribución gratuita de los libros; (b) por editoriales, empresas privadas que se dedican al diseño, producción, promoción y venta del libro. En ambos casos el referente para la elaboración del libro es el diseño curricular oficial de la asignatura para el año específico, lo que lleva a considerar edad del estudiantes y sus las competencias desarrolladas hasta ese momento, así como su maduración psicológica. Entonces el libro de texto es un instrumento elaborado por otros, que el docente selecciona, en algunos casos, para que el estudiante lo use.

Al estar adaptado al currículo oficial, el libro de texto es un reflejo del saber institucionalizado en el sistema educativo, aquel conjunto de conocimientos que la sociedad, por intermedio de los organismos competentes, decidió que son los necesarios en la formación del ciudadano. ¿Puede un libro de texto no estar adaptado al currículo oficial? No, dejaría de corresponderse con las metas de la asignatura, por lo tanto, no podría utilizarse en la totalidad del curso, lo que implica que seguramente no sería autorizado por el organismo rector de la educación y, aún más grave, el docente no lo recomendaría. El texto escolar, además de ser un medio de apoyo a la enseñanza y el aprendizaje, pueden entenderse como una forma de desarrollo del currículo, por lo tanto, debe transmitir los principios y valores que se encuentran el currículo oficial vigente.

Que el libro de texto esté adaptado al currículo oficial y, generalmente, aprobado por el ente rector de la educación, le brinda el suficiente aval para que el maestro confíe en él. Lo constituye en un instrumento que les ofrece al educador y al estudiante una información sobre los diversos temas, o desarrollos que las disciplinas científicas tienen en un momento dado. Se puede decir de manera taxativa que el libro de texto se ha convertido en el depositario del conocimiento y en el instrumento didáctico que regula la actividad docente. Los textos escolares reflejan las tradiciones, las innovaciones e incluso las utopías pedagógicas de su época (Alzate Piedrahita, Gómez Mendoza y Romero, 1999; Choppin, 2001).

Por ejemplo, Alzate Piedrahita y Gómez Mendoza (2008) consideran que las funciones que cumplen los libros de texto se han ampliado y diversificado, para incluir el enfoque por competencias y hacer esfuerzos por la integración de conocimientos con relación a otras disciplinas. Además, la evaluación no se reduce a actividades sumativas, también se incluyen evaluaciones formativas y se realiza de forma continua. Asimismo buscan la contextualización significativa de los conocimientos, usos de otros documentos de referencia, así como la preparación para la vida social y comunitaria. Son ajustes que se han realizado en los textos para mantenerlo como uno de los principales recursos del aula.

El libro de texto es un material escrito, diseñado y producido específicamente para su uso en la enseñanza en el marco de la escuela, eso casi que obliga a que esté impregnado por los nuevos enfoques didácticos, los cambios culturales y los flujos comunicacionales (Romero, 2015). Esto lo hace un recurso pedagógico para los docentes, que lo usa para planificar, extraer actividades u organizar el trabajo en el aula o fuera de ella, pero siempre en la búsqueda de facilitar el aprendizaje a sus estudiantes. El libro también es una referencia sobre el tratamiento que se le puede dar a un tema y el nivel de exigencia de las actividades de aprendizaje. Por ejemplo, al analizar las actividades de lectura y escritura del libro para primer grado de la Colección Bicentenario, Barrios (2012) señala que no llegan a cubrir la mayoría de los aprendizajes esperados para ese nivel por lo cual sería necesario ampliar la propuesta de actividades para lograr un aprendizaje más profundo y así fortalecer la comprensión de la lectura y la vinculación del lenguaje escrito con la vida cotidiana. De acuerdo con esta investigadora, un docente que solo tenga como referencia

ese libro de texto puede terminar exigiendo a sus estudiantes aprendizajes por debajo del nivel esperado. Otra virtud que se le endosa al libro de texto es la posibilidad que el estudiante lo utilice en casa, eso puede favorecer el trabajo independiente pero también puede propiciar que la familia se involucre en su proceso de aprendizaje.

Como ya se ha señalado, hay investigadores que consideran que el libro de texto es un medio para ideologizar o que no ayuda a la reflexión ni al pensamiento crítico, pero aún es esos casos sería un recurso pedagógico. Un recurso pedagógico para reproducir ideología o en pro del pensamiento acrítico, pero un medio para los fines planteado por su autores o por los diseñadores.

El problema puede no ser el libro de texto en sí, sino el uso que se le da. Se puede tener un excelente libro pero si se le usa de forma inapropiada es poco lo que se puede conseguir. De igual forma, si se tiene un mal libro pero el docente es capaz de identificar sus debilidades puedes apoyarse en ellas para lograr aprendizajes en correspondencia con las metas del curso. De allí la importancia de que el docente pueda tener la formación adecuada para la selección del texto sobre la base de premisas del contenido y del conocimiento pedagógicas del contenido.

El docente debe analizar con cuidado los libros de texto, comparar las diferentes opciones que tiene, para realizar la mejor selección posible. En consecuencia el texto escolar es un “producto” que no es seleccionado por el “consumidor final” (el estudiante) sino por un intermediario (el docente). La sociedad le otorga esa tarea al docente confiando en su criterio pedagógico, aunque hay casos donde la misma sociedad le quita esa responsabilidad al docente, cuando le impone un libro único, con carácter obligatorio. En esos casos el docente, de nuevo tendrá la última palabra ya que es quien determinará como se usa.

3.1.3 USO DEL LIBRO DE TEXTO

El libro de texto tiene al menos tres posibles usuarios:

- El estudiante. Allí encuentra información organizada con un criterio pedagógico, acorde con su nivel de desarrollo y en un formato atractivo.

- El docente. Lo puede ayudar en los procesos de planeación, enseñanza y evaluación de los aprendizajes.
- La familia. Les da la oportunidad de conocer y acompañar el proceso de aprendizaje de sus hijos.

En este apartado se realiza una revisión sobre lo que reporta la investigación respecto el uso de los libros de texto por parte del docente y del estudiante; por ser sus principales usuarios en el ambiente educativo.

En manos del docente, el texto escolar lo ayuda a evolucionar su práctica pedagógica y en caso de contar con un texto escolar destinado al docente podrá permitir a este manejar mejor sus cursos, y proponer al mismo tiempo las formas de trabajo que permitirían al alumno integrar sus saberes (Alzate Piedrahita y Gómez Mendoza, 2008). No obstante, no siempre los docentes usan el libro de esa forma, al menos, así lo reporta Tabash Blanco (2015), quien afirma que los docentes observados tienen el libro como el recurso más importante que va a guiar los procesos de aprendizaje, pero hacen un uso rígido y monótono. En la práctica se reduce a una utilización individual y mecánica, como por ejemplo: (a) transcripción textual del libro al cuaderno; (b) responder cuestionarios cuyas respuestas aparecen en el libro de texto; (c) Subrayar contenido que el docente indica; (d) Resolución de ejercicios; (e) Evaluación unidireccional de los ejercicios presentes en el libro. Es poco frecuente la utilización de estrategias didácticas que involucren la participación colectiva del estudiantado.

En los últimos años países como Singapur y Finlandia han encabezado los resultados de evaluaciones internacionales en Ciencias y Matemáticas como *Trends in International Mathematics and Science Study* (siglas en inglés TIMSS) y el Programme for International Student Assessment (siglas en inglés PISA). En el éxito de ambos países en esas competencias se ha identificado el libro de texto como uno de los factores influyentes. Oates (2014) realizó una investigación sobre las razones por las que algunos países han mejorado sus sistemas de manera tan dramática y tan rápidamente. El estudio destaca que la buena enseñanza y un alto nivel académico están fuertemente asociados con la provisión adecuada y el uso generalizado de los libros de texto de alta calidad.

En ese estudio de Oates (2014) se señala que los países estudiados tienen distintos mecanismos para la evaluación y aprobación de los libros, pero en todos los libros se evalúan los factores vinculados a la forma y la calidad de la educación. En el caso de Singapur los libros son evaluados por el Estado mediante especialistas e investigadores de las universidades. Las escuelas no están legalmente obligadas a usar libros de texto, pero si lo hacen, deben ser los aprobados por el Estado. Señala además que los libros de texto de alta calidad no están reñidos con la alta calidad pedagógica, al contrario sirven para apoyar enfoques sensibles y eficaces de alto logro y el gran placer de aprender. El éxito de Singapur en las competencias internacionales ha provocado el uso de sus libros se estén extendiendo a varios países, particularmente los de matemáticas.

En muchas ocasiones el maestro entiende que en el libro de texto es el currículo oficial estructurado en lecciones o unidades, con un orden lógico y que fueron elaborados por especialistas que tienen acceso a los desarrollos más importantes en el conocimiento propio de la disciplina. Hay confianza en el libro y por eso se convierte en una guía para su trabajo, en el “currículo oficial”. Además, se pueden dar casos como el de Venezuela, donde es difícil que el maestro tenga acceso al programa oficial de cada asignatura de cada grado o que no esté claro cuál es el programa oficial, por lo que opta por seguir el libro, como si se tratara del propio programa oficial. Cuando el libro ha pasado por la revisión y aprobación de la instancia oficialmente responsable del Ministerio de Educación, que el docente tome el libro de texto como el programa oficial es un mal menor, el problema se presenta cuando el libro no lo ha revisado el ente responsable.

El uso exclusivo de los libros de texto por parte de los docentes no es el único problema. Hay casos donde hay un apego total al libro y la meta es que los estudiantes trabajen todos los temas del libro en el lapso previsto para la asignatura, hasta el otro extremo, docentes que prefieren prescindir del libro y elaborar su propio material de trabajo. La investigación identifica tres estilos de trabajo: (a) uso aferrado al texto escolar; (b) uso focalizado en los temas básicos del área a partir del texto escolar; y (c) un uso centrado en objetivos curriculares oficiales (Alzate Piedrahíta et al., 2005).

El uso también podría variar por nivel de educación y asignatura. Por ejemplo, Negrin (2009) señala que los profesores de Lengua y Literatura utilizan el libro de texto

para al menos cuatro funciones: (a) establecer y configurar los alcances de la asignatura escolar; (b) consolidar saberes provenientes de distintos campos disciplinares; (c) operar como antología de textos apropiados para el aula; (d) proporcionar conocimiento didáctico. Mientras que en el caso de la matemática se usa como (a) una fuente para las tareas y problemas (b) como una guía para la enseñanza, entendiendo con ello, que es la base para tomar decisiones sobre qué enseñar, qué método de enseñanza debe seguir y cómo presentar el contenido (Murillo, 2003; Rezat, 2012; Glasnović Gracin y Jukić Matić, 2016). En el caso de ciencias, los principales usos son como fuente: (a) de información para alumnos, especialmente de las “investigaciones” bibliográficas escolares; (b) para la planificación y preparación de clases (c) de ejercicios y tareas de clase; (d) material de consulta del profesor (e) de preguntas y ejercicios de evaluación. (Campanario, 2001; Occeli y Valeiras, 2013). Si bien se notan ciertas diferencias, también se encuentran puntos en común: los libros de texto son utilizados como fuente de actividades y para completar sus conocimientos.

El docente especifica la ruta didáctica que seguirá el estudiante para apropiarse del conocimiento y cómo integrará el libro en ese proceso, por lo tanto es un factor determinante sobre el uso que le da el estudiante al libro de texto. Puede optar por la memorización de la información que contiene el libro o puede ofrecer situaciones problemas o investigaciones para los cuales el libro es uno de los recursos que puede utilizar. Puede hacer que los estudiantes copien del libro o hacerlos leer y que produzcan sus propias preguntas, para luego clasificarlas. También puede llevar a los estudiantes a utilizar el libro de una forma autónoma (Alzate Piedrahíta et al., 2007, Campanario, 2001). Que pueda o no hacer algunas de esas actividades depende del tipo de libro con que cuente, pero a la vez, la forma cómo se plantee incorporar el libro de texto al proceso de enseñanza depende de sus concepción de la asignatura que dicta y de su aprendizaje. Esas concepciones serán referencias al momento de seleccionar el libro a utilizar, además de la formación que tenga para evaluar libros de texto.

La diferencia en el uso del libro de texto podría estar relacionada con la formación académica del docente. Gómez Mendoza, Alzate Piedrahíta y Gallego Cortez (2009) señalan que el docente tiene necesidad de textos escolares por dos razones: (a) su dominio

de los saberes de referencia, los saberes para enseñar, las actividades didáctico-pedagógicas es insuficiente; (b) sus tareas de enseñanza son muy pesadas para permitirle crear su enseñanza, para encontrar los materiales de los cuales tendrá necesidad, para mantenerse informado de la evolución de los saberes y las innovaciones, entre otros. La primera de las razones señaladas por Gómez Mendoza et al. (2009) aluden a la formación del docente, si no se siente preparado recurre al libro como su apoyo, para cubrir sus deficiencias pero también para orientar su práctica didáctica.

La segunda razón señalada está relacionada con sus condiciones de trabajo y su remuneración. Las condiciones de trabajo de los docentes pocas veces brindan espacio para la reflexión sobre práctica docente o para la investigación sobre ella. Lo usual es que esté muchas horas en aula con estudiantes y unas pocas para planificar, pero son pocos los espacios para discutir con sus colegas y reflexionar de forma individual sobre su labor. A esas condiciones de trabajo se le une unos sueldos que, por lo general, son bajos e insuficientes. Es por ello que el docente debe recurrir a otro trabajo, a veces también de docente, para poder cubrir sus necesidades. Eso limita el tiempo que le pueda dedicar a la creación o recopilación de materiales, apelando al libro de texto que es el recurso más próximo y cómodo para él.

El cambio de las condiciones de trabajo y la mejora en la remuneración es una lucha que deben dar los docentes y que la sociedad debería preocuparse en mejorar en reconocimiento a la labor que realizan. Ello debería permitir que el docente dedique más tiempo a la reflexión de su labor y probablemente lo haría menos dependiente del libro de texto. La preparación tiene que ver con el propio docente y con las instituciones de formación de docentes. ¿Se forma a los docentes sobre cómo usar los libros de texto en el aula? Si la elección del libro de texto es una de las decisiones que debe tomar el docente durante su ejercicio profesional, ¿por qué no prepararlo para ello?

El análisis de libros de texto puede ser una estrategia interesante en la formación de docentes, además de aprender a evaluar los libros, los estudiantes pueden identificar sus propias fortalezas y debilidades. Luego de algunas experiencias, Braga Blanco y Belver Domínguez (2014) consideran que el análisis de libros de texto obliga al docente en formación a poner en juego muchos de los conocimientos y competencias curriculares

necesarios para un futuro profesional de la educación. En su investigación los estudiantes indican que han aprendido que existen diferencias en la forma como las editoriales interpretan el currículum oficial y abordan temas conflictivos, además que la disciplinariedad no favorece el diseño de materiales innovadores o que el mayor acceso a recursos digitales no siempre significa innovación. Las evidencias les indican que con el análisis de los libros, sus estudiantes han aprendido a cuestionar los mensajes transmitidos en los libros de texto, no sólo de su contenido informativo, sino también de los posibles valores o estereotipos que transmiten. Por ello recomiendan seguir investigando sobre esta práctica en la formación universitaria de docentes.

Gómez Mendoza et al. (2009) también consideran que se debe formar a los docentes en la diversidad de usos posibles de los textos escolares. Ellos consideran que el libro de texto escolar tiene limitaciones que pueden ser superadas pero también reconoce su valor en la tradición pedagógica educativa y en la práctica pedagógica moderna y contemporánea. Una forma de ayudar a superar esas limitaciones es evaluarlos. Por ello proponen un instrumento para examinar y estudiar críticamente la diversidad de libros de texto escolar que se usan en las instituciones educativas. Esta rejilla tiene, reiteramos, como destinatarios docentes, directivos de la educación, editores de texto y padres de familia. Ese instrumento en el fondo es un medio para formar al docente en la evaluación y selección de los libros de texto escolar, lo cual debe ayudarlo a ganar autonomía en el uso de ese artefacto de acción y reflexión como es el libro de texto.

3.2 LIBRO DE TEXTO DE MATEMÁTICAS

El libro de texto es uno de recursos más utilizados en la enseñanza de la matemática en las instituciones escolares de la mayoría de los países. Para muchos docentes, el texto escolar es la representación del currículum en el aula; es el saber docto transformado en saber a enseñar, de allí que en muchas ocasiones es quien determina el currículum a ser enseñado, el currículum real. En sus páginas, se encuentran las nociones teóricas que se van a explicar y cómo se debe realizar esa explicación en el aula. Sus ejemplos son referencia sobre posibles aplicaciones de los conceptos estudiados; las actividades propuestas para el estudiante brindan la oportunidad para lograr destrezas y consolidar conocimientos.

Chevallard (1997) indica que el libro de texto ofrece una concepción legitimada del saber a enseñar e institucionalizan una forma de progresión del conocimiento de los estudiantes. En el caso de matemáticas, los libros de texto marcan la pauta en el proceso de enseñanza, llegando a determinar el currículo a ser enseñado; el libro es quien define qué y cómo se enseña, en la práctica es el currículo formal. Para Rico (1990), el libro de texto de matemáticas es el puente entre el estudiante y el maestro, ya que este último asume que en él se encuentra el saber institucionalizado, allí se encuentra el conocimiento que debe ser enseñado.

Rezat (2006) propuso cambiar el triángulo didáctico original (Estudiante – profesor – saber), propuesto por Chevallard (1997), por un tetraedro didáctico que incluía el libro de texto.

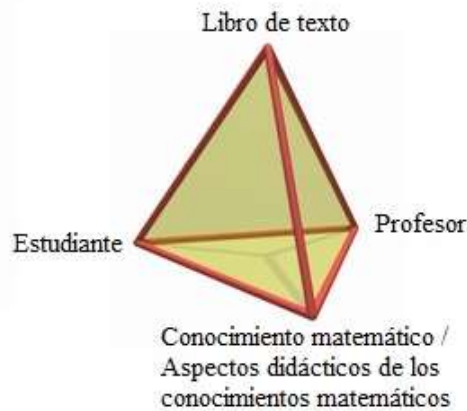


Figura 3:1 Tetraedro del uso de libros de texto

Fuente: Rezat; (2006)

El tetraedro de Rezat (2006) agrega tres triángulos al triángulo didáctico: (1) Estudiante – profesor – libro de texto. Aquí el estudiante es el sujeto que actúa sobre el objeto denominado libro de texto, el maestro es el mediador de esas actividad. El objeto de su actividad es el libro de texto. (2) Estudiante – libro de texto – conocimiento matemático. En este triángulo el libro de texto es el instrumento que utiliza el estudiante para acceder a los conocimientos matemáticos. El estudiante utiliza el libro de texto por propia iniciativa, sin la mediación del profesor, para aprender. El objeto de la actividad del estudiante es el conocimiento matemático. (3) Profesor – libro de texto – conocimiento

matemático (aspectos didácticos). Este triángulo describe el uso que da el profesor al libro de texto. El objeto de su actividad son los aspectos didácticos del conocimiento representado en el libro de texto. Los profesores utilizan los libros de texto en la lección y para preparar sus lecciones. El libro de texto de matemáticas tiene un impacto en la actividad de aprendizaje de las matemáticas en su conjunto que está representado por el triángulo didáctico en la parte inferior del tetraedro. Posteriormente, Rezat y Sträßer (2012) proponen el modelo de tetraedro de la situación didáctica, donde sustituyen el libro de texto por todos los materiales que median en la enseñanza y el aprendizaje; sin dejar de destacar la influencia del libro de texto, que en ocasiones es el único material curricular en la clase de matemáticas.

Los datos del Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE), de la UNESCO, indican que el libro de texto de matemáticas es el recurso didáctico de mayor presencia en las escuelas latinoamericanas. Más del 86% de las aulas de 3° y 6° de educación primaria en América Latina cuentan con libros de texto de matemáticas (LLECE, 2013). El libro de texto es tan influyente que hablar de él es hablar del paradigma del saber institucionalizado en el sistema educativo, del currículum realmente implementado y del modelo de organización y planificación de la enseñanza dominante. No obstante, a pesar de esa importancia e influencia no es hasta fechas recientes cuando investigadores en educación matemática le han dado la debida atención (Gómez Alfonso, 2000).

3.2.1 EL LIBRO DE TEXTO DE MATEMÁTICAS COMO OBJETO DE INVESTIGACIÓN

El trabajo de Fan, Zhu y Miao (2013) apoya las palabras de Gómez Alfonso (2000), el estado de la investigación sobre libros de texto en educación matemática ha cambiado considerablemente en los últimos treinta años. En esta sección se expone una muestra de los trabajos encontrados, con el objeto de dar una idea de hacia dónde se dirigen los esfuerzos de investigación en los últimos años.

De acuerdo a la revisión realizada, el análisis de libros es la principal vertiente de investigación y según Fan et al. (2013) abarca cerca del 65% de los trabajos en el área. Allí se incluyen todos los trabajos que lleve al análisis del libro en cualquiera de sus formas. Aquí se ha optado por una división más amplia, que lleva a disgregar esa categoría, para

una mejor descripción de distintos centros de interés en la investigación, aunque en el fondo todos implican el análisis de libros de textos.

3.2.1.1 Análisis de contenidos en los libros de texto de matemática

Aquí se incluyen trabajos de investigación que realizan análisis de un libro o una serie de libros, puede enfocarse en cómo un tema o temas que se tratan o cómo una determinada idea, aspecto de interés se refleja en ellos (Fan et al., 2013). Otro aspecto de estas investigaciones es el didáctico, cómo se enseña un determinado contenido. Las razones para realizar el análisis son muchas, una de las más frecuentes es que los libros de texto se utilizan ampliamente en las clases de matemáticas e influyen sobre lo qué y cómo pueden aprender los estudiantes. En consecuencia es necesario analizar las experiencias de aprendizaje que se les ofrecen a los estudiantes.

La investigación en este aspecto es una de las más amplias, se tocas distintos contenidos en los diferentes niveles de educación. A continuación se mencionan algunas de la investigaciones encontradas, clasificadas por nivel educativo y haciendo referencia al contenido tratado.

- **Primaria.** La introducción de los números decimales (Konic, Godino, y Rivas, 2010). Procedimientos probabilísticos en libros de texto de matemáticas en España (Gómez, Batanero y Contreras, 2014). El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria (Gómez, Batanero y Contreras, 2013). Análisis de gráficos estadísticos en libros de texto de educación primaria española (Díaz-Levicoy, Batanero, Arteaga y Gea, 2015). Gráficos estadísticos en libros de texto de Educación Primaria chilena (Díaz-Levicoy, Batanero, Arteaga y López-Martín, 2015).
- **Secundaria.** Razonamiento proporcional en libros de texto de octavo grado (Dole y Shield, 2008). Las actividades matemáticas y los libros de texto desde una perspectiva sociocultural (Serrano, 2010). Función lineal en el tercer año de educación media venezolana (Mayorga, 2013). Estudio de las situaciones-problema de correlación y regresión en libros de texto de Bachillerato (Gea, Batanero, Cañadas y Contreras, 2013). El análisis didáctico de textos

escolares (Espinoza, Pochulu y Jorge, (2013). Análisis del tema de trigonometría (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015). El lenguaje sobre la correlación y regresión en libros de texto de bachillerato (Gea, Batanero, Arteaga, Cañadas y Contreras, 2014). Variables y contextos en los problemas de correlación (Gea, M. Batanero, Contreras y Cañadas, 2013). La resolución de problemas en los libros de texto (López, Guerrero, Carrillo y Contreras, 2015).

El estudio del contenido de los libros de texto, desde la perspectiva matemática o didáctica, ha producido diversos resultados como si el contenido cubre los distintos significados, si se hace más énfasis en lo conceptual que en lo algorítmico, el tipo de conocimiento matemático que auspicia. Los resultados de las investigaciones pueden ser orientadores para el docente en cuanto pueda introducir las modificaciones necesarias para su clase. De igual forma pueden ser de ayuda a los autores y editores para modificar o mejorar los libros en futuras ediciones.

3.2.1.2 Libros de texto en contraste con programas o estándares

Los libros de texto también se analizan con relación a los programas o recomendaciones como los *Estándares Estatales de Base Común para las Matemáticas*. Polikoff (2015) analiza los libros de cuarto grado del Estados de la Florida en comparación a esos estándares comunes y encuentra que entre el 15 y el 20 por ciento de los libros de texto abarcan temas fuera de ellos y que entre el 10 a 15 por ciento de los estándares no están reflejados en los textos. Además, los libros no tenían preguntas o problemas que ayudaran a los estudiantes a alcanzar mayores niveles de demanda cognitiva, señala que no hay contenidos centrado en los dos niveles superiores de demanda cognitiva a pesar de ellos representan el 11 % en los estándares comunes. Indica que es estricto apego a los estándares, únicamente entre el 27 y el 38 por ciento del contenido de los libros de texto se corresponde con ellos. Aunque el autor pone en duda la alineación de los editores con respecto los Estándares considera que es necesaria más investigación.

Pickle (2012) analizó el tratamiento y el alcance de los conceptos estadísticos en cuatro series de libros de texto de matemáticas de EEUU y encontró que los libros no

siempre se corresponden con recomendaciones como los Estándares del NCTM y *Estándares Estatales de Base Común para las Matemáticas*. Que no haya correspondencia con las recomendaciones de esos organismos puede significar que no se haya incorporado a los libros el conocimiento producido por las investigaciones en Educación Matemática. Además, la mayoría de los ejercicios estadísticos requerían una baja demanda cognitiva por parte de los estudiantes para realizarlos, lo que potencialmente puede provocar una comprensión superficial de los conceptos estadísticos.

Las investigaciones de esta naturaleza dan indicio sobre el cumplimiento de los programas en los libros de texto en aquellos casos de los países con programas o de los Estándares para aquellos que no los tienen. Este tipo de investigación cobra mayor relevancia en países donde los libros no son evaluados o aprobados por el Ministerio de Educación respectivo. Este es el caso de nuestro país, donde la evaluación de texto fue suspendida y los libros están en circulación sin ninguna revisión que oriente al docente sobre la adaptación de los libros al programa vigente.

3.2.1.3 Errores en los libros de texto de matemáticas

Los errores también son objeto de la atención de los investigadores de libros de texto al realizar análisis. Beyer (2014) analiza un grupo de libros de primaria y secundaria identificando una variedad de errores y malentendidos en conceptos, el uso de símbolos, la utilización inapropiada del lenguaje matemático, realización de cálculos, entre otros. Indica que incorrecciones matemáticas identificadas tienen que ver posteriormente con la incompreensión matemática del alumno. Agrega que en los libros no se incorporan los avances producidos en la investigación en Educación Matemática. En este último punto parece coincidir con lo encontrado por Pickle (2012).

Los errores y malentendidos son analizados desde otra perspectiva por Godino, Font y Wilhelmi (2006). Ellos utilizan el enfoque ontosemiótico para evaluar la idoneidad didáctica de una lección de suma y resta para la educación primaria. Los resultados indican que la lección analizada tiene un grado de idoneidad epistémica moderadamente elevado, esto significa que expone diversas situaciones aditivas e incluye la justificación de los algoritmos. Sin embargo, la lección presenta idoneidad semiótica bastante discutible, al

identificarse en ella conflictos semióticos potenciales, algunos de ellos difícil solución. Un conflicto semiótico es cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones) en interacción comunicativa. Estos conflictos semióticos pueden ser semejantes a los errores y malentendidos referidos por Beyer (2014) en su trabajo, los cuales pueden generar incompreensión de las ideas matemáticas en los estudiantes.

En la misma línea del enfoque ontosemiótico está el trabajo de Gea, López-Martín y Roa (2015), donde se evalúan los temas de correlación y regresión en una muestra de 16 libros de texto de Bachillerato, ocho de la modalidad de Ciencia y Tecnología y ocho de la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales. Algunos de los conflictos semióticos potenciales identificados son: (a) ligados al lenguaje: representación gráfica incorrecta de una distribución bivariante, identificación de un concepto con su representación tabular y/o gráfica, lenguaje simbólico inapropiado o impreciso. (b) ligados a la definición de conceptos: independencia y correlación nula, dependencia y correlación, dependencia funcional. (c) ligados a las proposiciones: interpretación de resúmenes estadísticos en un análisis unidimensional, sentido de la correlación, correlación y causalidad. (d) ligados a los procedimientos: descripción confusa del cálculo de la covarianza o correlación, explicación confusa de la construcción de tablas bidimensionales.

Conocer los errores o potenciales conflictos semióticos es de ayuda tanto para docentes como para autores y editores de libros. El docente debe identificar los conflictos semióticos y realizar los ajustes necesarios en sus clases para evitar que ellos se manifiesten en el aprendizaje de los estudiantes. Los autores y editores pueden mejorar las obras.

3.2.1.4 Análisis histórico de los libros de texto de matemáticas

En análisis de libros de texto también se realizan investigaciones de tipo histórica, donde, por ejemplo, se puede buscar conocer cómo ha evolucionado o tratado uno o más concepto matemático en los libros. Un ejemplo de este tipo de investigación en Venezuela se encuentra en Beyer (2009), quien estudió la evolución de la enseñanza de las matemáticas elementales en Venezuela, desde la publicación de la primera obra didáctica de matemáticas (1826) hasta la reforma que introduce la Matemática Moderna (1969). Otro

ejemplo de este tipo de investigación es el realizado por Maz-Machado y Rico (2015), quienes identifican determinados criterios didácticos en la organización de los contenidos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX. En Xu (2013) se examinan los libros de matemáticas desde 1950, el año siguiente a la fundación de la República Popular y se identifican distintas etapas por las que han pasado los libros. Son tres investigaciones de países distintos, todos con la impronta de aprender del pasado para ayudar a mejorar los libros de la actualidad; lo cual es indicativo de la importancia de este tipo de investigación.

3.2.1.5 Comparación de libros de texto

Se refiere al análisis de diferentes series de libros de texto en el mismo país o de diferentes países con el propósito de identificar sus similitudes y diferencias. En ocasiones eso se realiza comparando el contenido matemático, su enfoque pedagógico o cualquier otro aspecto de los que se consideran en el análisis de libros de texto (Fan et al., 2013).

En la comparación de libros de distintos países se encuentran trabajos como lo de Zhu y Fan (2006) quienes cotejaron los problemas de libros de 7mo y 8vo grado de China y Estados Unidos. Sobre la base de la clasificación de los problemas como: rutinarios – no rutinarios, abiertos – cerrados y tradicionales – no tradicionales, se reveló que en ambos países, más del 96% de los problemas eran rutinarios y tradicionales, más del 93% eran problemas cerrados y más del 92% eran irrelevantes para situaciones del mundo real. Pero también se halló que, en general, los problemas en los libros de texto chinos involucraba un mayor número de pasos, por lo que se les considera más difíciles. En los libros estadounidenses había mayor proporción de problemas de aplicación auténticos, así como problemas con información visual.

De Venezuela se encontraron dos trabajos de comparación de libros de texto. El primero de ello es de León Gómez (2006), donde se revisan cuatro textos de Matemática de 7° grado de Educación Básica en los cuales se analizó: alcance de los contenidos, secuencia, ejemplos y problemas, enfoque de la probabilidad y uso del lenguaje del azar. Los resultados indican que aunque todos los libros se corresponden con el programa oficial tienen diferencias en cuanto al nivel de profundidad con que se trata el tema, el

alcance teórico, el lenguaje sobre el azar utilizado; pero coinciden en el bajo número de páginas dedicadas al tema y en la presencia de errores e inconsistencias.

El otro trabajo es de Sanoja de Ramírez (2011), quien comparan las unidades de estadísticas de los libros de texto de matemática de 4º, 5º y 6º grado para la educación primaria, producidos por tres editoriales diferentes. Los resultados muestran que los libros evaluados presentan una tendencia didáctica tradicional; se evidenció lo poco que le dedican dentro de todo el libro a los contenidos de estadística, los cuales son presentados al final del libro; le restan importancia al organizador curricular, a los errores y niveles de dificultad, así como al uso de la historia como recurso didáctico. En cuanto a los organizadores específicos, los libros no reflejan la relación entre estadística y probabilidad, así como tampoco las aplicaciones de los conceptos estadísticos para conjeturar y tomar decisiones.

Los resultados de pruebas internacionales, como PISA y TIMSS, parecen estar motivando estudios sobre las formas de enseñar matemáticas en distintos países, así como comparar libros de texto. A continuación se describen dos estudios donde se comparan libros de tres países distintos y donde uno de los criterios para su selección fue los distintos niveles de rendimiento en pruebas internacionales.

El primer caso es comparación libros de texto de matemáticas de Japón, Kuwait y Estados Unidos, como es el caso de la investigación de Alajmi (2012). Utilizó tres series de libros, una por cada país con la particularidad que los de Japón y Estados Unidos son comerciales, mientras los de Kuwait son distribuidos por el Ministerio de Educación y son los únicos que se usan en ese país. Se analizan las características físicas de los libros, la estructura de las lecciones y la naturaleza de los problemas matemáticos presentados en el tema de las fracciones. Los resultados indican que los libros de los Estados Unidos y Kuwait eran más grandes que los libros de texto japoneses. Los libros de Japón esperan hasta tercer grado para introducir las fracciones, utilizan modelos lineales y conectan fracciones con la medida. Los de Estados Unidos y Kuwait comienzan el estudio de las fracciones desde primer grado, pero el estadounidense utiliza material concreto para ayudar a los estudiantes a aprender los procedimientos de fracción, mientras los kuwaitíes

dependen de usar la representación pictórica del modelo de área para ilustrar ideas de fracción. Todos los libros se centran en algoritmos tradicionales de cálculo.

Boonlerts e Inprasitha (2013) analizan el tema de multiplicación en libros de texto elementales de Japón, Singapur y Tailandia, comparando la estructura general, secuencia de temas y cómo introducir el significado de la multiplicación. Identificamos similitudes y diferencias entre los tres países. Todos los libros analizados cuentan con la aprobación del Ministerio de Educación respectivo, pero los de Japón y Singapur son comerciales, mientras los de Tailandia son distribuidos de forma gratuita por el Estado. Los libros de Singapur comienzan la enseñanza de la multiplicación en el primer grado, mientras que los tailandeses y japoneses comienzan en el segundo grado. Los textos de Singapur y de Japón hacen énfasis en el significado de la multiplicación, la distinción entre el multiplicador y el multiplicando, así como en las tablas de multiplicar. Los libros tailandeses enfatizan en las operaciones y la manipulación de números. En los libros de Singapur se encuentra tres modelos o situaciones que llevan a la multiplicación, el de Japón usa dos y el texto tailandeses solo usa el de suma repetidas o grupos iguales. La investigación sobre enseñanza de la multiplicación indica que es crucial que los niños tengan experiencia con una amplia gama de situaciones de multiplicación cuando se inician en el tema. Obviamente los resultados de este estudio no permiten explicar las diferencias de rendimientos en los tres países, pero se encuentra que el país cuyos textos consideran más situaciones de multiplicación es también el de mejor rendimiento en esas pruebas.

La comparación de libros de texto, sean del mismo país o de diferentes países, significa la oportunidad de identificar fortalezas y debilidades de los libros textos, lo que puede ayudar a mejorarlos en futuras ediciones.

3.2.1.6 Instrumento para la evaluación del libro de texto

El diseño o aplicación de instrumentos para la evaluación del libro de texto de matemáticas es otra vertiente de la investigación en esta área. Básicamente se encuentra de dos tipos:

- Evaluación general del libro de matemática. Aquí se ubica el caso de Ruesga Ramos, Valls García y Rodríguez Armiño (2006) que proponen un

instrumento para seleccionar libros de texto de Matemáticas y hacen una aplicación para Geometría. Monterrubio y Ortega (2012) crearon y luego aplicaron un instrumento de evaluación de libros de texto para la Educación Secundaria. González Astudillo y Sierra Vázquez (2004) presentan un instrumento para el análisis de libros y se muestra cómo han evolucionado los conceptos considerados puntos críticos en los libros de texto españoles publicados a lo largo del siglo XX. En el caso venezolano se encuentra que el trabajo de Ferreira y Mayorga (2010) que contiene una propuesta para evaluar libros de texto de cualquier nivel.

- Evaluación de un contenido o tema de la matemática. Hay caso como los de Marmolejo Avenia y González Astudillo (2013) quienes presentan una metodología de análisis de textos escolares específicamente para la visualización en el área de regiones poligonales.

Este tipo de investigación es de mucha utilidad para el docente ya que lo pueden ayudar a valorar las características de los libros y seleccionar el más adecuado para sus clases y sus estudiantes. En cada una de esas propuestas se consideran los distintos elementos que deben tener los libros, pero un elemento común en la mayoría de los modelos para evaluar o seleccionar libros de matemática son las actividades para el estudiante.

3.2.1.7 Uso del libro de texto de matemática

Diversos estudios han arrojado evidencia sobre el uso de los libros de texto por parte de los profesores para planificar y preparar sus clases (Zhu y Fan, 2002; Johansson, 2006; Fan et al., 2013; Lepik, 2015). Ese uso varía en los estudios, en algunos casos es el único material curricular para esas tareas, en otros, el libro es el principal más no el único. Esa relación, en general, se traduce en una asociación directa del uso del libro de texto para planificar sobre el contenido de matemáticas que se enseña y aprende, pero también en cómo se enseña.

Los profesores además de usar el libro como una guía para la enseñanza, con frecuencia lo utilizan como una fuente para las actividades de los estudiantes (Rezat, 2012;

Matić y Gracin, 2015). Esto lo puede hacer pidiendo a los estudiantes que realicen los ejercicios de un libro seccionado por el docente o planteando a los estudiantes actividades seleccionadas de uno o más libros. En el primer caso, el docente decide plegarse a la decisión tomada por el autor del libro en cuando a cuáles son las actividades apropiadas para propiciar el aprendizaje. En el segundo, el docente decide cuáles son esas actividades a partir de la decisión de varios autores. Esas dos situaciones se corresponden con el triángulo profesor – libro – conocimiento matemático del tetraedro de Rezat (2012) y son formas de uso del libro por parte del docente para tomar decisiones sobre qué y cómo enseñar.

El docente es quien marca la pauta en todo lo referente al libro. Es él quien decide el libro a utilizar, cuándo y dónde usarlo, las unidades estudiar y los apartados a leer o trabajar, el orden de los temas, cómo los estudiantes lo usan. Por ejemplo, en el caso de la investigación de Lepik (2015), el libro de matemáticas tiene un uso intenso en las clases pero casi exclusivamente para realizar actividades, a los alumnos no se les da la oportunidad de aprender matemáticas del libro de texto sin la mediación del profesor. En estos casos, el uso del libro por parte del estudiante es limitado, por lo que no lo puede aprovechar en todas sus posibilidades, difícilmente se auspicie un aprendizaje autónomo.

El anterior podría ser uno de los casos que Rezat (2012) denomina de mediación directa, específica y obligatoria, la cual ocurre cuando el docente le indica a los estudiantes que realice una actividad específica o lea una sección determinada del libro en clase o como tarea. Este autor también identificó otras formas de mediación del docente: Directa, específica y voluntaria, cuando indica una sección específica en el libro de texto y el estudiante decide si realiza la actividad. Un ejemplo de este tipo de mediación es cuando se recomienda hacer una actividad para seguir practicando. Directa, general, obligatoria o voluntaria; no indica una sección específica a realizar pero señala que el estudiante use el libro. Este tipo de actividad puede ser obligatoria o voluntaria. Es obligatoria cuando se le pide al estudiante buscar, por ejemplo, los ejercicios sobre aplicaciones de derivadas, cuales deben traer para la próxima clase. Es voluntaria cuando se sugiere hacer los ejercicios si quieren seguir profundizando en el tema.

Rezat (2012) también identifico lo que llama la mediación indirecta, la cual está relacionada con el uso que hace el profesor del libro de texto en el aula. Este tipo de mediación suele pasar desapercibida porque el docente no indica a los estudiantes que usen el libro, sino que él lo usa y los estudiantes lo siguen. El uso del libro por parte de los estudiantes, bajo la mediación del docente, puede inferirse al reconstruir las secciones trabajadas por el grupo. Un ejemplo de esto ocurre cuando los estudiantes realizan solo las secciones del libro que fueron trabajadas por el docente en las clases, para ello es necesario cotejar las anotaciones en los cuadernos con las secciones trabajadas en el libro. Con lo cual se revela que el profesor tiene una gran influencia en la selección de secciones del libro, incluso cuando no hace referencia explícita a él. Las formas de mediación del docente antes mencionadas se corresponden con el triángulo estudiante – libro – profesor del tetraedro de Rezat (2012).

Es poca la investigación que se encuentra sobre el uso del libro del texto de matemática por parte del estudiante y sus implicaciones sobre el profesor y la clase. Los estudiantes no solo usan el libro cuando el docente se lo indica, también pueden usarlo por decisión propia para estudiar. Rezat (2009) reporta algunos usos que le da el estudiante al libro: resolver tareas y problemas, para actividades de consolidación, adquisición de conocimientos matemáticos y actividades relacionadas con el interés en las matemáticas. Resolver tareas y problemas está vinculado a la búsqueda de actividades semejantes a las asignadas por el docente. Los estudiantes usaron bloques específicos del libro como una ayuda para resolver tareas y problemas. También se observa que ellos leen en el libro hasta encontrar información útil para resolver la asignación del profesor. Parece que los estudiantes casi nunca quieren entender la matemática para luego aplicarla a la tarea.

Las actividades de consolidación se asocian con las que debe realizar el estudiante para mejorar sus habilidades matemáticas relacionadas con el contenido tratado en la clase de matemáticas. Busca en el libro ejercicios y problemas parecidos a los trabajados en la clase para realizarlos, bajo la premisa de que algo similar aparecerá en la próxima clase en las evaluaciones. La adquisición de conocimiento se asocia con el uso del libro para revisar actividades que no han sido tratadas en la clase, se basa en la presunción de que las clases llevan un orden cronológico semejante al de las lecciones del libro. Por último, los

estudiantes observados por Rezat (2009) también usaron partes de su libro de texto porque les parecían interesantes. Estas utilizaciones están asociadas con actividades relacionadas con el interés en las matemáticas. Ellos revisaban partes del libro (ilustraciones u otro elemento sobresaliente) que capturaban su atención, al parecer sin mayores pretensiones de aprender matemática sino por curiosidad.

Otra situación es cómo el uso del libro por parte de los estudiantes puede afectar la clase del profesor. En Rezat (2012) se documentaron situaciones en las que el uso de los libros de texto por los estudiantes interfirió con los planes del docente, en particular presenta un caso donde el estudiante ha leído previo a la clase e identifica discordancia entre lo que explica el profesor y lo indicado en el libro. La reacción del docente fue indicar que no le importaba lo que expresara el libro.

La mayoría de la investigación encontrada es de pequeña escala, de tipo exploratoria y centrada en el uso del texto por parte del docente. Esas investigaciones coinciden en reportar que los docentes suelen utilizar los libros de texto de matemáticas de dos maneras: como el eje vertebrador que marca la secuencia y el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje de la asignatura y como una fuente donde encontrar tareas y problemas (Pepin y Haggarty, 2001; Özgeldi y Çakiroğlu, 2011; Rezat, 2012; Fan et al., 2013; Matić y Gracin, 2015, Glasnović y Matić, 2016). Los usos por parte de los docentes varían desde plegarse totalmente al libro hasta solo tenerlos como referencia, realizando ajustes según su criterio. Priolet y Mounier (2017) advierten que esos ajustes pueden dar lugar a obstáculos didácticos si los maestros no tienen una formación epistemológica y didáctica adecuada. No se encontraron investigaciones sobre el uso de los libros por docentes en el ámbito venezolano, pero no hay razones para pensar que hagan un uso distinto al reportado en las investigaciones.

También parece estar claro el papel fundamental que desempeñan los maestros en el uso del libro de texto en las aulas y fuera de ellas. No obstante, la investigación sobre el triángulo estudiante – libro – conocimiento matemático, que implica el uso del libro por parte del estudiante sin previa indicación del docente, es poca y casi siempre sobre casos particulares, al igual que la referida a las influencias de ese uso sobre el docente y su clase.

3.2.1.8 Libro de texto de matemática y los resultados del aprendizaje

El libro de matemáticas es identificado como uno de los recursos directivos cuya disponibilidad en el aula tiene incidencia en el aprendizaje de los estudiantes. Murillo, Román y Atrio (2016), destacan que el caso de los estudiantes latinoamericanos de tercer grado, el disponer del libro hace que su rendimiento aumente más que con cualquier otro recurso didáctico. No ocurre igual con los estudiantes de sexto grado, pero continua en la lista de recurso que inciden. Es importante destacar que en esta investigación no se considera si usan o no el libro, ni cómo lo usan, sino que miden la incidencia de diversos factores en el rendimiento dada su disponibilidad.

Se ha encontrado una asociación positiva entre espacio dedicado por un libro en el tratamiento de tema y el tiempo dedicado por el docente a la enseñanza de ese tema. Törnroos (2005) correlacionó el desempeño de los estudiantes de 7mo grado en la prueba TIMSS 1999 con los textos escolares de Finlandia para los grados 5to, 6to y 7mo; encontró una fuerte relación positiva. Otros estudios sugieren que si el contenido matemático no se encuentra en el libro de texto, los estudiantes no tienen la oportunidad de aprenderlo y el factor más importante en el éxito de los estudiantes es la oportunidad de aprender (Hiebert y Grouws, 2007).

Aunque las investigaciones arrojan correlaciones positivas entre los libros de texto y los aprendizajes que los estudiantes alcanzan, consideran que la evidencia todavía es débil y no concluyente (Fan et al., 2013). A menudo esa investigación se basa en la comparación de los libros de texto seleccionados, comparación de libros de distintos países o comparación del desempeño de grupos de estudiantes; pero no está claro si esos libros son representativos o si los estudiantes, cuya actuación académica se compara, utilizaron realmente los libros analizados y en tal caso, cómo lo hicieron. Por lo tanto, hace falta más investigación confirmatoria sobre ese tema.

3.2.1.9 Otras vertientes de investigación

En los apartados anteriores se ha hecho referencia a las principales áreas de investigación sobre los libros de texto de matemática, no obstante, hay otros temas de interés para la comunidad. En esta sección se mencionaran algunos de esos temas

producto de haber encontrado información al respecto. No se trata de hacer un inventario sino de dar algunos ejemplos, una forma de destacar la importancia del libro de texto de matemática como objeto de investigación actual.

El impacto potencial del diseño de libros de texto en los usuarios y sus percepciones sobre el tema fue estudiado por Macintyre y Hamilton (2010). Comparado dos series de libros en cuatro grupos de secundaria. Se reveló que el compromiso de los estudiantes y el éxito en matemáticas fueron influenciados por la selección de contenidos y la presentación de libros de texto.

También se han realizado trabajos de comparación de diseños, como es el caso del trabajo de Erbaş, Alacaci y Bulut (2012). Allí se trabaja con libros de sexto grado de Turquía, Singapur y Estados Unidos para comparar su diseño visual, densidad de texto, organización interna, pesos de las líneas curriculares, temas cubiertos y presentación de contenido. Los resultados revelaron que los libros de Singapur reflejaban características simples de densidad de texto y uso enriquecido de elementos visuales, menos número de temas y una organización interna más fácil de seguir. Los libros americanos fueron diseñados principalmente como libros de referencia. Los libros turcos reflejaban un diseño que valoraba el aprendizaje activo de los estudiantes, aunque podría mejorar su diseño visual y la presentación de ciertos temas.

La relación entre los estilos de aprendizaje y los libros de texto también es objeto de investigación. Cuál es el tratamiento que reciben los distintos estilos de aprendizaje en los libros de texto de matemáticas (Santaolalla, 2012); construcción de un instrumento para valorar la capacidad que tienen los libros de texto de matemáticas para desarrollar los diferentes estilos de aprendizaje de los estudiantes (Santaolalla, Gallego, y Urosa, 2015) son dos ejemplos de los trabajos que se pueden encontrar en este tema. Los resultados de estos trabajos señalan que los libros no favorecen por igual a los estilos de aprendizaje y que el menos desarrollado es el activo, además de darle poco espacio al trabajo colaborativo en privilegio del individual.

En Brasil analizaron 48 libros (12 colecciones) de matemáticas de primaria, aprobados por el Programa Nacional del Libro Didáctico, para observar el uso de

calculadoras. Se observó que el uso de la calculadora se fomenta principalmente en los libros de texto de los últimos años de primaria, principalmente en los temas de multiplicación y división, y se distribuye en cuatro tipos de actividades: desarrollo conceptual, verificación de resultados, cálculo de resultados y cómo usar la calculadora. La mayoría de las actividades fueron clasificadas como desarrollo conceptual y verificación de resultados, lo cual significa que se ve a la calculadora como un dispositivo utilizado para encontrar resultados (Borba y Selva, 2013).

El avance de la tecnología ha traído consigo varios cambios, uno de ellos es el creciente desarrollo de libros para dispositivos electrónicos, área que también se encuentran los libros de texto de matemáticas. Uno de los trabajos en esta línea es un estudio sobre los gráficos estadísticos en una serie de libros de texto digitales para la Educación Primaria en Andalucía, España (Díaz-Levicoy, Giacomone, López-Martín y Piñeiro, 2016). Los resultados muestran el predominio del gráfico de barras, junto con las actividades de leer, calcular y construir; así como un gran porcentaje de actividades poco desafiantes y de carácter procedimental. Sin embargo, plantea instancias de trabajo autónomo a partir de las actividades virtuales, trabajo grupal e indagación sistemática en la actividad escolar lo cual es positivo. De forma global se puede decir que el libro cuenta con una adecuada idoneidad epistémica y cognitiva. Aunque cada día hay más libros de texto de matemáticas en versión electrónica para el uso en el aula, la investigación sobre ellos está todavía en una etapa preliminar.

La casi totalidad de los trabajos presentados en esta sección pueden considerarse estudios de casos, ya que fueron realizados con pocos libros y en grupos pequeños. Eso no desdeña de esas investigaciones, pero sí habla de la necesidad de seguir indagando.

A pesar de los avances logrados en la investigación sobre libros de texto de matemática no hay duda que todavía falta investigación, más aun en Venezuela donde todavía es un área de investigación de poca cobertura, aunque sin duda ha crecido en los últimos años. La mayor parte de la investigación se enfoca en el análisis de contenido, desde un punto de vista matemático o didáctico, hay áreas de importancia que se ha investigado poco como lo son el uso del libro de texto por los estudiantes o la relación del texto con los resultados del aprendizaje.

La mayor parte de la investigación sobre el libro de texto de matemática es focalizada, no ve al libro como una entidad global, no se realiza investigación confirmatoria ni relacionada con la producción del libro. La elevada presencia del libro texto de matemática en el aula obliga a mantenerlo como un objeto de investigación.

3.3 LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS DE LA COLECCIÓN BICENTENARIO

La Colección Bicentenario (CB) del Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPPPE) es un conjunto de texto escolares diseñados, producidos y distribuidos gratuitamente por el Estado venezolano en las escuelas públicas. La colección abarca las áreas de Lengua y Literatura, Ciencias Naturales, Ciencia Sociales y Matemática desde el primer hasta el sexto grado de la educación primaria. En la educación secundaria o media general se cubren las mismas áreas que en primaria pero se le agrega Educación Artística para 1er y 2do año de bachillerato.

Los libros de Primaria no cuentan con presentación dirigida a los docentes y los de Educación Media tienen una dirigida a los docentes y a la familia, así como una dirigida al estudiante. En ninguno de los dos niveles educativos hay versión del libro para el docente donde se incluyan recomendaciones para el uso del libro o sugerencias para el desarrollo de las clases, ya sea de forma general o por tema. Por ello se presume que los libros son solo para el estudiante y que el docente decide cómo usarlo.

En el documento *Orientaciones Educativas en el marco de los textos escolares de la Colección Bicentenario* (MPPPE, 2011) se proporciona información general sobre la Colección y especifican algunos lineamientos generales, sin especificar grado, para cada una de las áreas de conocimiento de la Primaria. No se localizó un documento semejante para la Educación Media.

De acuerdo con Duarte y Bustamante (2013), los libros responden a una concepción pedagógica y didáctica que hace referencia a una “educación productiva, intercultural e intracultural, disciplinaria, intradisciplinaria e interdisciplinaria, liberadora, emancipadora, revolucionaria, comunitaria, antiimperialista, participativa, colaborativa, investigativa,

activa” (p. 27). Señalan también que la base teórica de sustentación de los libros está en la Educación Matemática Crítica y el modelo seguido para la construcción de las lecciones es el siguiente:

- a) Tema Generador de Aprendizaje y Enseñanza. Se encuentra al inicio de cada unidad o lección y busca vincular el tema matemático con la realidad.
- b) Trabajo investigativo extradisciplinario (extramatemáticos, por ejemplo). Son actividades para realizar en el aula, el hogar y en la comunidad a partir de una situación problemática relacionada al tema generador.
- c) Análisis, Formalización conceptual. Es el proceso de formalización de conceptos y contenidos matemáticos. Se sigue el modelo de escalera.
- d) Desarrollo de actividades dentro y fuera de la matemática. Se diferencian de las del segundo momento puesto que están focalizadas más en situaciones específicas que permitan comprender hechos y relaciones de las respectivas disciplinas.
- e) Trabajo intramatemático (conceptualización y formalización). Trabajo con los conceptos y procedimientos matemáticos para la formación integral del estudiante.
- f) Trabajo de consolidación, ejercitación, ejemplificación y ampliación. Luego del trabajo con los conceptos y procedimientos matemáticos, así como su vinculación con otras disciplinas, sigue un proceso de profundización y consolidación de ellos, con el tratamiento de situaciones problemáticas similares a la inicial.

En general, los libros se corresponden con el modelo descrito por Van Dormolen (1986), en el cual se mezclan la teoría con actividades para el estudiante. Sin embargo, Duarte y Bustamante (2013) advierten que con esos libros se busca romper con la educación matemática tradicional, donde los ejercicios matemáticos que se resuelven en la clase carecen de relevancia y de contexto. Esta última afirmación le confiere un papel fundamental a las actividades, que también resaltan en partes del modelo utilizado para la

construcción de las lecciones como lo son: trabajo investigativo extradisciplinario, desarrollo de actividades dentro y fuera de la matemática, trabajo intramatemático y trabajo de consolidación, ejercitación, ejemplificación y ampliación. Las actividades aparecen en cuatro de las seis partes del modelo utilizado, lo que significa que se les concede un peso importante en el proceso de enseñanza pero además, se supone que no son simples ejercicios.

Los libros publicados son para el estudiante, en su edición inicial (2011) fueron criticados por su sesgo político y la promoción de programas del gobierno. Algunas de esas críticas “aceptadas” y “suavizadas” en la edición más reciente (2014). Por ejemplo, en la versión de 2011, en el libro de sexto grado, la unidad 7 llevaba por título Centro Diagnóstico Integral, exactamente el mismo nombre de uno de los programas de salud del gobierno. En la edición de 2014, la misma unidad se titula “Las pastillas de la abuela Lola”. A diferencia de la visión inicial, en esta se minimiza la explicación sobre los Centros Diagnóstico Integral, pero se mantiene la referencia a que son centros para garantizar la salud y que la abuela recibe allí sus pastillas.

A la par de la publicación de los libros de la Colección Bicentenario, el gobierno venezolano también ha desarrollado el Proyecto Educativo Canaima, que consiste en la dotación de una computadora portátil escolar con contenidos educativos para estudiantes de primaria y secundaria. Sin embargo, no se encontraron evidencias de la vinculación de los dos proyectos, como sería lo lógico al buscar ambos el desarrollo integral del estudiante.

En las siguientes secciones se realiza una descripción de los libros de primaria y secundaria por separado, así como una revisión de la investigación realizada sobre los libros de texto de matemática de la CB, que se pudo ubicar en la indagación realizada.

3.3.1 EDUCACIÓN PRIMARIA

En MPPPE (2011) se indica que dos premisas guiaron la elaboración de los libros para los estudiantes: (a) que estudien y reflexionen sobre conceptos matemáticos unidos a su contexto y a sus vivencias. (b) la reivindicación de la matemática como una disciplina cuyo aprendizaje y enseñanza permite la generación de valores que están ligados a la

conformación de ciudadanía y al desarrollo de una verdadera sociedad democrática. Con ello se aspira a avanzar en la sólida formación de ciudadanos que puedan comprender y transformar su realidad e ir desarrollando el instrumental matemático, tanto desde el aspecto cognitivo como ético, que les permitan formar parte activa en la construcción del país que queremos y merecemos.

Estas premisas coinciden en parte con la definición de *Alfabetización Matemática* que maneja PISA en aspectos como la necesidad de vincular la matemática a variados contextos y el papel que juega la matemática en la formación del ciudadano para realizar juicios bien fundamentados y tomar decisiones. Considerando que los libros abarcan la primaria y la secundaria pareciera claro que su meta es la *Alfabetización Matemática* del ciudadano venezolano.

Los libros de primaria están en dos bloques, el primero que cubre los tres grados iniciales y el segundo de 4to a 6to grado. En el primer bloque los niños “se acercarán a la matemática mediante un proceso lúdico de comprensión y reflexión”, mientras que “en los libros de cuarto, quinto y sexto grado continuamos con los bloques de información y reflexión” (MPPPE, 2011, p. 15). Esta división parece corresponderse con la edad de los niños a los cuales van dirigidos los libros.

En ese mismo documento se declara que el hilo conductor de los libros de primero a sexto el contexto local, nacional y latinoamericano, así como la construcción colectiva del conocimiento. Pero también se busca relacionar la disciplina con los sucesos de la cotidianidad de los estudiantes, la defensa del medio ambiente y el uso consciente de los recursos. Además se desarrolla valores como la responsabilidad, el aprecio y valor por nuestras tradiciones y costumbres. También se muestran nuestros billetes y monedas venezolanas, “el satélite Simón Bolívar, así como los programas estatales de alimentación como el PAE y los programas de salud” (MPPPE, 2011, p. 16). Esto es una evidencia de que son ciertos los señalamientos sobre el uso de los libros para hacer propaganda a los planes y programas del gobierno, aunque en ediciones más recientes se hayan modificado parcialmente.

Cada libro recibió un nombre el particular: *Contemos 1, 2, 3 y 4* (1er grado), *Triangulos, Rectángulos y algo más ...* (2do grado), *Aventuras de patacalientes* (3er grado), *Contando con los recursos* (4to grado), *La Patria Buena* (5to grado) y *Hecho en Venezuela* (6to grado). Hasta el momento se han realizado cuatro ediciones, 2011, 2012, 2013 y 2014. Ninguna de las ediciones cuenta con presentación o introducción dirigida a estudiantes, maestros, padres o representantes, donde se indique por ejemplo objetivos planteados u orientaciones para su uso; a pesar de que el MPPPE (2011) declara que se propicia el aprendizaje de la matemática “con observación y acción directa de los estudiantes, sus docentes, padres, representantes y comunidad educativa en general” (p. 16)

Los libros están organizados en unidades, cada una de las cuales comienza con una situación donde se trata de vincular a la matemática con el entorno del estudiante, luego se desarrollan los temas, colocando actividades para el estudiante a los largo de cada unidad. De 1ro a 3er grado el libro cuenta con cinco personajes, cuatro estudiantes y su maestra, por intermedio de ello en el libro se ofrecen explicaciones y se plantean actividades. De 4to a 6to grado los personajes desaparecen y las explicaciones se ofrecen en un diálogo de los autores con el estudiante. Las actividades se plantean mediante el uso de iconos que las identifican.

Los textos escolares de primaria presentan cinco secciones dirigidas a los estudiantes, las cuales se identifican bajo los títulos: *¡Algo para conversar!*, *¡Algo para pensar!*, *¡Algo para investigar!*, *¡Para saber más!* *Actividades*. La sección *¡Algo para conversar!* promueve el compartir y la reflexión grupal; *¡Algo para pensar!* busca propiciar la reflexión personal; *¡Algo para investigar!* intenta guiar a los estudiantes hacia la búsqueda del conocimiento. La sección *¡Para saber más!* es lo que en la edición de los textos de 2011 se denominaba *¡Algo para conocer!* y según MPPPE (2011) relaciona a los estudiantes con hechos importantes de Venezuela y Latinoamérica. En *Actividades* se plantean ejercicios, en el sentido clásico de los libros de matemática, tareas que debe realizar el estudiante sobre la base de lo estudiado en la unidad. Es de suponer que en estas secciones se encuentran los distintos tipos de actividades que hacen referencia Duarte y Bustamante (2013) al describir el modelo utilizado para la construcción de las unidades de los libros.

La sección *Actividades* no está definida en el libro ni en ningún documento del ministerio, al parecer se consideró que el icono que la identifica (un lápiz) era suficiente para comprender su objetivo y lo que se debe hacer. Las actividades de los estudiantes responden a un patrón específico, ya que una sección puede incluirse dos o tres veces en una misma unidad, como hay secciones que solo aparecen en cinco ocasiones en todo un grado.

Aunque las cinco secciones *¡Algo para conversar!*, *¡Algo para pensar!*, *¡Algo para investigar!*, *¡Para saber más!* tienen una definición precisa, en el libro algunas de ellas parecen no responder a esa definición. Por ejemplo, en la página 51 de tercer grado, la sección *¡Algo para conocer!* se plantea lo siguiente: “*Las líneas rectas, paralelas y perpendiculares y los ángulos rectos son muy importantes para las construcciones. Pregunta en tu casa dónde pueden observar este tipo de líneas y de ángulos*”. Según se indicó antes esta sección relaciona a los estudiantes con hechos importantes de Venezuela y Latinoamérica, pero en este caso presenta una información y una actividad que podría estar mejor ubicada en la sección *¡Algo para investigar!*, en la que se desea que el estudiante se relacione con la búsqueda del conocimiento. Otro caso se presenta en el mismo libro, en la página 168, donde se usa la sección *¡Algo para pensar* para presentar las definiciones de evento seguro, imposible y posible.

A pesar de la salida relativamente reciente de los libros de la Colección Bicentenario, en las revistas y memorias de congresos es posible encontrar algunas investigaciones realizadas sobre ellos. A continuación se resumen las investigaciones halladas.

La primera investigación que localizada es de Salcedo (2012) quien analiza las actividades planteadas para el estudiante en el libro *Aventuras de patacalientes. Matemática Tercer Grado* de Educación Primaria. Trabajó las 119 actividades propuestas para el estudiante en el texto, primero por su relación con el contenido matemático tratado en la unidad a la que pertenecen y luego por el nivel de exigencia cognitiva; utilizando el modelo de tareas matemáticas de Stein, Smith, Henningsen y Silver (2000). Los resultados indican que el 28% de las actividades no estaban relacionadas con el contenido tratado en cada unidad del libro, la mayoría de ellas referidas a actividades o programas del Gobierno. De las 86 actividades restantes el 92% pertenecen a las categorías de baja demanda cognitiva del modelo utilizado. Ese resultado indica que la casi totalidad de las actividades

son para que el estudiante reproduzca fórmulas, recuerde reglas o definiciones y realice procesos algorítmicos que le indican de forma clara en la instrucción de la actividad. Eso significa que en ese libro hay un claro predominio de las actividades de baja demanda cognitiva, que buscan solo la reproducción del conocimiento y se promueve una perspectiva mecanicista de la matemática.

Otra investigación sobre las actividades la presenta Míguez y Duarte (2014), dos de los autores de los libros de la CB, quienes trabajaron el tema de aritmética del libro de primer grado. Ellos realizaron un análisis de contenido, intensivo, temático por categorías de los ejercicios y problemas presentes en el libro, sobre la base del modelo de Situaciones de Producción de Alson (2000). Al clasificar las actividades los investigadores encuentran que el 66,67% de las actividades son situaciones Algorítmicas, 22,86% están en la categoría Significativas, 7,62% en Interpretación y 2,86% en Formalización; lo cual significa que el 89,53% de actividades de aritmética propuestas en el libro de primer grado son de baja demanda cognitiva (Algorítmicas y Significativas). Los autores consideran que esa distribución es adecuada ya que según el modelo de Situaciones de Producción, las “algorítmicas deberían ser, al menos, la mitad de las Situaciones de Producción propuestas en los libros, con el fin de que el estudiante comprenda el concepto y/o procedimiento enseñado por primera vez” (p. 78).

En un segundo trabajo sobre el mismo tema, Míguez y Duarte (2015) analizan las actividades primero, tercero y sexto grado y encuentra la preeminencia de las Situaciones de Producción Algorítmicas (1° 66,67%; 3° 71,60%; 6° 52,08%) así como un incremento paulatino de las Situaciones de Producción Significativas (1° 22,86%; 3° 16,04%; 6° 36,81%). De acuerdo con los investigadores esa distribución de las situaciones de producción coincide con lo “que describen diversos autores sobre la adquisición de un conocimientos en esta etapa de la infancia” (p. 151). En el trabajo no se realiza ningún comentario o análisis sobre la distribución de las Situaciones de Producción de Interpretación (1° 7,62%; 3° 12,34%; 6° 4,17%) ni de las Situaciones de Producción de Formalización (1° 2,86%; 3° 0%; 6° 6,94%). Tampoco se comenta la importancia de estos dos últimos tipos de Situaciones de Producción para el desarrollo del conocimiento en aritmética.

Aunque el análisis de estos autores coincide con el de Salcedo (2012) en cuanto a la presencia de una mayoría de actividades de baja demanda cognitiva, la perspectiva en cuanto a los beneficios para la formación matemática de los estudiantes es distinta, lo cual se puede deber a que utilizan modelos de análisis distintos. No obstante, una revisión del trabajo de Alson (2000) arrojó que este autor no indica un porcentaje mínimo o adecuado de situaciones de producción algorítmicas, ni para libros de texto ni para el aprendizaje en general.

Ante la aparente diferencia entre lo que exponen Míguez y Duarte (2014, 2015) respecto al planteamiento de Alson (2000), se consultó a este último autor, quien indicó: “La verdad es que me sorprende ese estudio cuantitativo de la distribución de situaciones. Pareciera que se está buscando la correcta proporción de situaciones para cada etapa del sistema educativo. Y realmente para eso no tengo respuesta. Ni tampoco sé si es la buena pregunta. ... La adquisición, por parte del estudiante, de la semiótica inicial, es un elemento ineludible del proceso de aprendizaje. Y esa adquisición se hace mediante situaciones algorítmicas. Por ello, en esa etapa debería haber casi tantas situaciones algorítmicas como significantes.” (P. Alson, Comunicación personal, 21/03/2017). Pareciera entonces que la interpretación Míguez y Duarte (2014, 2015) no es del todo precisa en cuanto a la conveniencia de que en los libros de la CB se privilegie las situaciones de producción algorítmicas.

Andonegui (2015) realiza un análisis de los seis libros de primaria desde la perspectiva didáctica integral, la cual incluye (a) el contenido matemático; (b) los procesos cognitivos; (c) el dominio afectivo; (d) las variables socioculturales; (e) la formación ético-política. El autor observa un desequilibrio en el peso presencial de las cinco dimensiones, reportando como aspectos positivos el tratamiento de las dimensiones de dominio afectivo y de variables socioculturales y como aspectos a mejorar las dimensiones de contenido matemático y de procesos cognitivos. En este último específicamente señala: los de clasificación, significatividad, pensamiento relacional, establecimiento de conjeturas, análisis-síntesis de regularidades, cálculo mental, estimaciones. En el aspecto de la formación ético-política se considera que hay cierto sesgo en algunos planteamientos

referentes a la realidad nacional que se relaciona con los conocimientos matemáticos presentados.

Además de los aspectos didácticos antes señalados, Andonegui (2015) reporta un sesgo ideológico que se manifiesta en más de 60 menciones bien diferenciadas: las referidas a instituciones, hechos y procesos relacionados con los dos Gobiernos de la revolución bolivariana, los cuales son todos positivos; mientras que las menciones a elementos no gubernamentales actuales son neutras o negativas.

Salcedo (2015) analiza las actividades de estadística propuesta en los textos de primaria de la C.B., para ello utiliza una adaptación del modelo de Stein et al. (2000) al área de la estadística. Encuentra 46 enunciados en los espacios dedicados actividades para los estudiantes, pero 13 de esos enunciados eran actividades no relacionadas con el contenido estadístico y 12 no eran actividades, razón por la cual fueron descartadas del análisis. De las 21 actividades restantes, 17 fueron clasificadas en las dos categorías de baja demanda cognitiva del modelo utilizado. El autor considera que se pueden formular actividades donde los estudiantes tengan oportunidad de confirmar conocimientos y procedimientos, pero no se pueden descuidar actividades que lo lleven a comprender la naturaleza de los conceptos estadísticos y sus relaciones; estas últimas tienen minúscula presencia en los libros analizados con lo cual se compromete la formación de los estudiantes.

En otro trabajo, Andonegui (2016) realiza una comparación de la ruta de aprendizaje de la Sustracción, desde la perspectiva del mismo autor, con la que subyace en los textos de primaria de Matemática de la CB. La primera parte del análisis se realiza con referencia al subtema de Conceptos y Representaciones y se indica que en los libros se privilegia las situaciones de “quitar” en desmedro de las de “cuánto falta para” y las de “comparación de cuánto se tiene de más o de menos”. Le sigue el subtema de Cálculo Mental y Estimación, el cual es inexistente en la CB. Hay debilidad en cuanto al subtema Algoritmos Escritos y Gráficos, cuando no se considera el significado del procedimiento para “quitar prestado” y se ignoran los algoritmos –gráficos y mentales– derivados de la conceptualización de la sustracción como “cuánto falta para”. En cuanto al subtema Resolución de Problemas, la propuesta de problemas a resolver es muy escasa al no tomar en cuenta la diversidad semántica de los enunciados de problemas aditivos (cambio,

comparación, combinación, igualdad). El investigador considera que la ruta de aprendizaje de la Sustracción subyacente en los libros de la CB se reduce a la más mínima y deficitaria expresión, que además desaparece como tal en los tres últimos Grados de Primaria. Es por ello que recomienda que se haga uso oportuno y meramente subsidiario de los libros en ese tema.

De acuerdo con la revisión realizada, los libros tienen puntos positivos como el uso de un tema generador en cada unidad o la inclusión del dominio afectivo y de variables socioculturales. Al parecer las actividades son de baja exigencia cognitiva, lo cual obligaría al docente a diseñar actividades extras. Esta situación se puede complicar ya que los libros no cuentan con lineamientos didácticos o de contenido, por lo que todo dependerá de la decisión que tome el docente para superar las posibles fallas que tenga el libro. Como ya se ha señalado, el docente no siempre está preparado para evaluar los libros de texto con lo que les corresponde trabajar, incluso, lo usual, es que lo tiene de referencia inmediata para sus clases.

3.3.2 EDUCACIÓN MEDIA

No se encontró un documento oficial que describiera los objetivos y propósitos de los libros de la Educación Media, pero cada libro cuenta con un “Mensaje a las estudiantes y los estudiantes”, así como un “Mensaje a las profesoras, los profesores y las familias”. Esto marca una deferencia con los libros de Educación primaria que no cuentan con ningún tipo de introducción, prologo o mensaje inicial a los posibles usuarios. En esos mensajes podría estar las orientaciones para estudiantes y docentes sobre el uso de los libros de texto, razón por la cual se hace una revisión.

A las dos premisas que señala MPPPE (2011) como el hilo conductor de los libros de primaria se le agrega una tercera para los libros de Educación Media: “propiciar que el aprendizaje de la matemática en nuestras aulas, plazas, comunidades y otros lugares de aprendizaje, desarrolle la comprensión de conceptos y procedimientos” (Renick H. et al., 2014, p. 3). Es de suponer que la concreción de esa premisa en los libros debe llevar a los estudiantes a aprender matemática en espacios no tradicionales o formales, por lo cual se deben pregonar actividades que así lo permitan.

En las palabras a los estudiantes el mensaje cambia en la medida que se avanza en la Educación Media, aunque todos tienen como punto en común la vinculación de la matemática con nuestra realidad y que los libros son para la formación de la ciudadanía. En los dos primeros años se hace hincapié en la construcción del país que queremos y merecemos, en la emancipación de cada sujeto y la sociedad en general, el desarrollo de habilidades y destrezas para “la construcción colectiva de un modelo político que garantice la mayor suma de felicidad posible” (Renick H. et al., 2014, p. 3). Todos estos mensajes, vistos en abstracto, parece difícil estar en contra de ellos, pero ubicados en la realidad nacional podrían vincularse con una parcialidad política.

Llama la atención que mientras en primer año se dice que se propone un aprendizaje crítico de la matemática, en segundo año se propone una educación crítica de la matemática; siempre “al servicio de la humanidad, que sirva para entender el universo, que acabe con los monopolios ideologizantes, que sea útil para la emancipación, para la autodeterminación de los pueblos, para la transformación social” (Renick H. et al., 2014, p. 3). Por qué se usa en un caso aprendizaje crítico de la matemática y en otro de educación crítica de la matemática es una pregunta que deberían responder los autores, cuando se habla de estudiantes con muy poca diferencia en edad y en habilidades cognitivas.

Para el logro de esas amplias metas los autores invitan a los estudiantes a “a modelar, conjeturar, contar, medir, estimar, diseñar, jugar, localizar y argumentar. Resolvamos problemas para la vida que nos inciten a descubrir quiénes somos en una sociedad que ha sido permeada para alejarse de nuestras raíces” (Renick H. et al., 2014, p. 3). Todas estas son ideas importantes en el estudio de la matemática que bien llevadas pueden ayudar a que el estudiante logre una adecuada formación, el problema podría estar en su concreción en los libros y si se vinculan con una parcialidad política.

A partir de tercer año en el mensaje al estudiante se le da espacio al contenido del libro, en particular de los temas generadores y su vinculación con contenidos específicos de la matemática. No obstante, al final del mensaje de tercer año se dice:

Esperamos pues que las actividades matemáticas que se desarrollen en el contexto del aula sean sólo el principio de una forma de vivir, de interrelacionarse con la comunidad y el mundo, que conlleve el pensamiento crítico y la acción necesaria para contribuir de manera

importante en la construcción de una sociedad justa y soberana. (Mariño et al., 2014a, p. 3).

¿Quién determina qué es y cómo se construye “una sociedad justa y soberana”? ¿Es una decisión del conjunto de ciudadanos o viene expresada en las ideas del “Comandante Supremo”, interpretadas por sus herederos políticos? Esa diferencia puede orientar si mensaje en paraciencia inocuo es para formar una sociedad democrática o no.

En estos mensajes no hay sugerencias sobre cómo estudiar matemáticas y solo en los dos primeros años se indican el significado de las viñetas que se utilizan en el libro, las cuales pueden ser de dos tipos: una para indicar una actividad que debe realizarse de forma colectivamente y otra que permite destacar algunas ideas del texto o algunas actividades propuestas. En los demás años, aunque también tiene actividades, en sus libros no se le explica al estudiante el significado de las viñetas ni cómo se realizarán las actividades. Pareciera que el mensaje a los estudiantes no tiene como objetivo orientarlos sobre cómo puede usarse el libro en el aula o fuera de ella y cómo puede estudiar matemática con él.

El “Mensaje a las profesoras, los profesores y las familias” tiene un tono similar al mensaje al estudiante, se mezclan ideas relacionadas con la educación o la educación matemáticas con ideas de corte social o político. Por ejemplo, en primer y segundo año se indica que el libro es un instrumento para la liberación y que la matemática constituye una poderosa herramienta para la descripción del mundo, sus fenómenos, relaciones y problemas. Estas ideas se muestran en contraposición de la matemática que tradicionalmente ha hecho énfasis en los algoritmos y las fórmulas, desconectada de la realidad, el mundo y sus problemas, y donde el trabajo individual como único modo de alcanzar el aprendizaje. No se profundiza sobre la forma como se logra en el libro superar esa tradición en matemática ni como profesores y familiares pueden apoyarse en el libro para contribuir en esa dirección.

En el mensaje de 1er y 2do año se indica que los libros, como parte de la CB, toman en cuenta grandes principios de la educación emancipadora: “los vínculos entre el saber y el trabajo; la praxis como constructo en el que no se concibe el divorcio entre teoría y práctica; la comunión con otras áreas de aprendizaje; su ejercicio centrado en valores

sociocomunitarios; y su acción en convivencia con la naturaleza” (Mariño et al., 2014a, p. 4). Estos principios no se vuelven a nombrar en los otros años.

En tercer año la matemática es vinculada con la investigación individual y colectiva que debe involucrar a otros miembros de la comunidad y se invita a los docentes a pensar en nuevas estrategias de evaluación para no concentrarse en la prueba y a valorar al error como recurso didáctico. Esta es la única mención que se hace en estos mensajes (y en los libros en general) a la evaluación. Asimismo, una interesante idea como es valorar al error como recurso didáctico se queda solo en una recomendación si ninguna otra referencia que le permita al docente profundizar al respecto.

La educación matemática o el libro también se vinculan con grandes cambios. Como en primer año donde se indica que la educación matemática debe constituirse en un medio para impulsar el desarrollo humano, social, cultural, político y económico de nuestros pueblos (refiriéndose al venezolano, latinoamericano y caribeño) tal como se proyecta en la Constitución de la República Bolivariana de Venezuela (Renick H. et al., 2014, p. 4). Otro ejemplo está en quinto año, donde se señala que las lecciones que comprende el libro serán el punto de partida para los cambios y transformaciones tangibles e intangibles que requiere nuestra sociedad para hacer de ésta la patria que todos soñamos (Duarte C. et al., 2014d, p. 4). De nuevos son esas ideas grandilocuentes que difícilmente se puede estar en contra pero que en una Venezuela políticamente polarizada, pueden vincularse con el discurso oficialista.

En este mensaje a los docentes y las familias no hay palabras sobre cómo los estudiantes pueden usar el libro para el estudio de la matemática o cómo profesores o padres y representante pueden ayudarlos en esa tarea. Llama la atención que el mensaje este dirigido a docentes y familiares aun cuando ambos grupos tengan responsabilidades distintas en el proceso enseñanza aprendizaje. Nunca se hace mención a las seis partes del modelo utilizado, según Duarte y Bustamante (2013), para la elaboración de las lecciones. En general, se considera de poca utilidad para el proceso educativo esos mensajes para profesores y familiares.

El esquema general del libro es comenzar con “un tema generador de aprendizaje y enseñanza, surgido de nuestra propia realidad” y luego las explicaciones se mezclan con actividades a lo largo de la unidad, para cerrar con otras actividades. A diferencia de los libros de primaria, en esos libros siempre hay actividades al final del capítulo, aunque en algunos caso se les denomina *Actividades* y en otros *Investiguemos*, sin que exista una real diferencia entre ellas y se trate de actividades de recapitulación de lo estudiado en la unidad.

Solo se localizaron dos investigaciones sobre los libros de texto de matemáticas para le Educación Media de la CB, ambas se resumen a continuación.

El modelo de Van Hiele, es utilizado por Díaz, Colmenarez y Rodríguez (2015) para analizar los contenidos geométricos, en lo que corresponde a presentación y su organización, de manera de conocer si estos libros pueden considerarse como una herramienta eficiente para potenciar el desarrollo geométrico. El trabajo se realizó con los libros de segundo y tercer año de Educación Media General y los resultados indican que la mayoría de los contenidos se desarrollan desde el nivel 1 (visualización) hasta el nivel 3 (deducción informal), por lo que los autores señalan que los libros “insisten solamente en llevar los contenidos parcialmente a un nivel de deducción informal manteniendo la enseñanza a un nivel elemental del pensamiento geométrico” (p 164). En el trabajo no se señala si ese nivel elemental es adecuado o no para los estudiantes de Educación Media.

El tema de Sucesiones y Series, perteneciente al 4to año de la Educación Media General, es analizado por Ramírez, Zambrano e Iglesias (2015) mediante un análisis de contenido respecto al modelo que, según Duarte y Bustamante (2013), fue utilizado para la estructuración de unidades de los libros de esa colección. Los autores consideran que en la unidad hay tareas que permitan al estudiante la conceptualización, la exploración y la verificación de propiedades, así como establecer relaciones del tema con otros tópicos de la matemática u otra área de conocimiento. No obstante, no se emite juicio sobre si la unidad cumple o no con el modelo usado para el análisis. De lo expuesto en el trabajo se deduce que la unidad analizada sigue el modelo pero no se encuentran elementos del “Desarrollo de trabajo dentro y fuera de la matemática” y del “Trabajo Intramatemático”.

Otra investigación que estudia un mismo tema en educación Primaria y Media es el trabajo de Salcedo y Ramírez (2016) donde se analizan las actividades de gráficos estadísticos propuestas para el estudiante en todos los libros de matemáticas de la Colección Bicentenario, con la finalidad de estimar potencial de esas actividades para ayudar a los estudiantes a desarrollar la comprensión gráfica durante su paso por educación. Los resultados indican que los libros presentan un bajo número de actividades, la mayoría de ellas dedicadas a la construcción de gráficos de barras, con muy pocas oportunidades para que los estudiantes interpreten gráficos. La mayoría de las actividades son de baja exigencia cognitiva, en consecuencia podrían contribuir poco al desarrollo de la comprensión de los gráficos por parte de los estudiantes. Los autores recomiendan la revisión de los libros en el tema analizado.

Al igual que en el caso de la Educación Primaria, la investigación realizada sobre los libros de matemáticas de la CB es exigua, por lo tanto, es poco lo que se puede concluir al respecto. No obstante, en el conjunto de investigaciones revisadas sugiere que en los libros hay una tendencia a hacia las actividades de bajo nivel de complejidad.

3.4 LAS ACTIVIDADES EN LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS

Señala Hsu (2013) que la enseñanza de las matemáticas en el aula se centra, fundamentalmente, en las tareas y que su ejecución normalmente implica la interacción profesor – alumno con el fin de facilitar el aprendizaje. Una de esas tareas son las actividades, las cuales ofrecen un espacio para que el estudiante trabaje sobre los contenidos estudiados o por estudiar, cuando la actividad se usa como motivadora o como una forma de introducción a nuevos contenidos.

Las actividades pueden ser problemas a resolver, ejercicios propuestos, preguntas que incentiven la investigación, entre otras. Son proposiciones que se usan para que el estudiante trabaje sobre los contenidos estudiados o por estudiar y con ellas se busca que el estudiante evoque definiciones, establezca diferencias entre conceptos o verifique su destreza para desarrollar procedimientos. También se utilizan para promover la síntesis conceptual y procedimental, la aplicación de las matemáticas en otras áreas y así profundizar los conocimientos.

Para Henningsen y Stein (1997) las actividades propuestas a los estudiantes en las clases de matemáticas tienen un impacto significativo en el tipo de conocimiento que pueden lograr, en la comprensión de las ideas matemáticas que podrían alcanzar. Esto también lo reconoce el National Council of Teachers of Mathematics (2000) cuando auspicia el uso de actividades donde el estudiante haga uso de conocimientos previos en situaciones nuevas y que provoquen el logro de nuevos conocimientos. Grevholm, Millman y Clarke (2009) afirman que lo que aprenden los estudiantes, en gran medida, es determinada por las actividades que se les proponen; incluso consideran que las destinadas a desarrollar el pensamiento de orden superior son más propensas a producir ese tipo de pensamiento que aquellas destinadas a ofrecer habilidades prácticas. Para Sullivan, Claker y Claker (2012) el pensamiento matemático del estudiante se desarrolla trabajando con problemas, al igual que con tareas, en lugar de seguir las instrucciones del profesor. Indican que el aprendizaje es el resultado de estudiantes trabajando con tareas, intencionalmente, seleccionadas por el profesor, que son la base para un diálogo permanente con el profesor y sus compañeros sobre sus estrategias y productos.

En las investigaciones sobre las características de los textos escolares de matemáticas se ha evidenciado que las actividades para los estudiantes es uno de sus elementos invariantes. (Monterrubio y Ortega, 2012). Al momento de plantear actividades para los estudiantes el libro de texto de matemáticas suele ser el principal recurso del profesor y pocas veces buscan en otros materiales curriculares. Es por ello que es importante estudiar las actividades de los libros de texto.

Las actividades pueden ubicarse al comienzo de una unidad del libro de texto, en este caso su objetivo es motivar el estudio del tema o como un problema del cual se deriven los conceptos y procedimientos a estudiar. También pueden hallarse en el desarrollo de la unidad para que el estudiante practique algoritmos o procedimientos previamente estudiados. Cuando se ubican al final de la unidad suelen ser de recapitulación, donde el estudiante pone a prueba lo estudiado en toda la unidad o para que enfrente situaciones de aplicación en nuevos contextos o enfrente nuevas exigencias cognitivas. Cuando se encuentran al final del libro las actividades también son de recapitulación pero en este caso de todo lo estudiando en el curso.

Unos de los modelos más conocidos para clasificar las actividades propuestas al estudiante según su *demanda cognitiva* es el planteado por Stein, Smith, Henningsen y Silver (2000). Este modelo entiende la exigencia cognitiva como el nivel de pensamiento que la actividad exige al estudiante para desarrollarla y resolverla con éxito. Los cuatro niveles de demanda cognitiva de las actividades que define el modelo de Stein et al. (2000) fue adaptado para actividades de estadística por Salcedo (2015):

- a) *Tareas de memorización*. Actividades para reproducir reglas, definiciones, fórmulas sin que implique la comprensión de los conceptos estadísticos involucrados. Resolver la actividad solo necesita del recuerdo de un conocimiento estadístico previamente estudiado, no la comprensión de un procedimiento o de los conceptos. La interpretación de gráficos se remite a la lectura literal: dónde hay más, dónde hay menos. No se trata de una real interpretación. La actividad es diáfana y directa, no hay duda en lo que se debe realizar y cómo hacerlo, tampoco hay conexión con los conceptos.
- b) *Tareas de procedimiento sin conexión*. Son actividades algorítmicas, buscan el uso de procesos rutinarios. La utilización del procedimiento estadístico es evidente, descrito por la instrucción de la actividad, no hay duda sobre lo que hay que hacer y cómo hacerlo. Exige una limitada demanda cognitiva para completar con éxito la actividad. Se utilizan los instrumentos de la estadística sin mayor comprensión de los conceptos. Aunque utilice el lenguaje estadístico, no lo hace con propiedad; no hay conexión con los conceptos estadísticos o significados que subyacen en la idea o el procedimiento. No se necesitan explicaciones sobre el procedimiento que se utiliza para dar respuesta a la actividad. Se centran en la producción de respuestas correctas en lugar del desarrollo de la comprensión de los conceptos estadísticos. En la interpretación de gráficos, se compara los datos para elaborar conclusiones simples, directas. Suelen ser actividades sin contexto.
- c) *Tareas de procedimiento con conexión*. Exigen la atención de los estudiantes sobre el uso de procedimientos con el fin de desarrollar niveles más profundos de

la comprensión de ideas y conceptos estadísticos. Los enunciados sugieren, explícita o implícitamente, el procedimiento a seguir, pero son procedimientos generales que requiere cerrar las conexiones con los conceptos estadísticos. El estudiante debe utilizar las ideas y conceptos estadísticos para determinar cuál procedimiento se ajusta mejor a la situación y poder culminarla con éxito. Por lo general, estas tareas se presentan en varias formas, como diagramas, procedimientos, símbolos y situaciones problemáticas, ya que se considera que las conexiones entre varias representaciones ayudan a desarrollar el significado. Requieren de cierto grado de esfuerzo cognitivo. Las actividades se enmarcan en un contexto particular donde el estudiante debe utilizar las ideas estadísticas y desarrollar la comprensión. La interpretación de gráficos exige la extracción de información a partir de los datos en su contexto.

- d) *Tareas para hacer estadística.* Son actividades que requieren de un pensamiento complejo y no algorítmico. La actividad exige comprender los conceptos, los procedimientos y las relaciones estadísticas. Las instrucciones de la actividad no sugieren explícitamente la vía por la cual se puede encontrar la solución, por lo cual exige del estudiante explorar y comprender la naturaleza de los conceptos estadísticos, procesos o relaciones. Requieren un considerable esfuerzo cognitivo. En el trabajo con gráficos, el estudiante debe hacer inferencia, a partir de los datos y el contexto, y analizarlo de forma crítica.

De acuerdo con el modelo, los dos primeros niveles son de baja demanda cognitiva y los otros dos de alta demanda, por lo tanto, entre el segundo y el tercer nivel se da el salto cualitativo en las exigencias cognitivas. En los dos primeros niveles se requiere incremento de conocimiento, se pasa de la memorización de información a la reproducción de procesos, en la búsqueda de afianzarlos. Mientras en los dos últimos niveles se exige profundización y amplitud en la comprensión, se logra el significado de los conceptos matemáticos y el desarrollo de competencias matemáticas.

Los resultados de Stein, Grover, y Henningsen (1996) indican que el nivel de exigencia cognitiva de las actividades planteadas por los profesores en sus clases suele ser similar o menor a las que se encuentra en los libros de matemáticas. Los hallazgos de Son y Kim (2015) indican que de la identificación del docente con el libro de texto depende que proponga actividades de un nivel semejante o menor al formulado en el libro. Cuando el docente tiene al libro en buen concepto, propone a sus estudiantes actividades de un nivel de exigencia semejante, pero casi nunca de un mayor nivel. Cuando no se identifica con el libro tiende a colocar actividades de un nivel de exigencia menor a las que están en el texto. Pareciera entonces que las actividades que propone el docente en clases tienen como referente las que se encuentran en el libro de texto pero están permeadas por lo que Shulman (1987) denomina el conocimiento pedagógico del contenido.

Indistintamente si las actividades propuestas en el aula son tomadas por el maestro de forma literal de los libros de texto o son modificaciones, no hay duda que están asociadas a las oportunidades de aprendizaje que se le brinda a los estudiantes: el énfasis en las competencias a desarrollar, las ideas matemáticas a explorar, el tipo de problema a resolver, las conexiones entre ideas matemáticas, así como su aplicación a nuevas situaciones. Eso significa que ofrecen una perspectiva de la puesta en práctica del currículo de matemáticas.

3.5 POSIBLES CONFLICTOS SEMIÓTICOS EN LOS LIBROS DE TEXTO

Antes se señaló que una de las áreas de interés en la investigación sobre libros de texto de matemáticas es la identificación de posibles conflictos semióticos sobre los objetos matemáticos.

Los objetos matemáticos surgen de las prácticas matemáticas (acciones u operaciones) como respuesta a situaciones problemáticas que se producen dentro o fuera de la matemática. El término *objetos matemático* tiene distintos significados que incluye: situación-problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos (Godino, Batanero y Font, 2007). Esos objetos matemáticos tienen significados que pueden ser institucionales (una institución de enseñanza) o personal (del estudiante) y pueden variar en cada institución o persona.

La actividad matemática se basa en la interacción entre los significados institucionales y personales, por medio de las funciones semióticas: las “correspondencias (relaciones de dependencia o función) entre un antecedente (expresión significante) y un consecuente (contenido o significado) establecidas por un sujeto (persona o institución) de acuerdo con un cierto criterio o código de correspondencia” (Godino, 2002, p. 252). Los estudiantes desarrollan actividades matemáticas sobre la base de los significados que le atribuyen a los objetos matemáticos involucrados (significado personal), ellas serán correctas si concuerdan con las establecidas por la institución (significado institucional). “La comparación entre los significados atribuidos a los objetos matemáticos por dos instituciones o por una persona y un referente institucional nos permite identificar conflictos semióticos entre dichos agentes” (Godino, 2002, p. 42).

Un conflicto semiótico se define como “toda disparidad o desajuste entre los significados atribuidos a una misma expresión por dos sujetos (personas o instituciones) en interacción comunicativa” (Godino, 2002, p. 42). Si la disparidad se produce entre significados institucionales hablamos de conflictos semióticos de tipo epistémico. En cambio, cuando la discordancia se produce entre prácticas que forman el significado personal de un mismo sujeto se trata de un conflicto semiótico cognitivo. Si la disparidad se produce entre las prácticas (discursivas y operativas) de dos sujetos diferentes en interacción comunicativa (alumno-alumno o alumno-profesor) se habla de conflicto semiótico interaccionales (Godino, Batanero y Font, 2009). Los conflictos semióticos pueden explicar las dificultades y limitaciones de los aprendizajes y las enseñanzas ejecutadas.

Por ejemplo, la “suma” puede ser presentada como una acción (reunir, juntar, etc.), como el cardinal del conjunto unión, como “seguir contando” y como operación; además, que ella involucra diferentes registros: verbal, simbólico y gráfico. Esta complejidad semiótica podría ser la causa de numerosos conflictos semióticos en los estudiantes y por lo tanto, de posibles problemas en el aprendizaje (Godino, Font y Wilhelmi, 2006). Que el estudiante trabaje uno o dos de los significados de la suma puede crear problemas de aprendizaje. Al creer, por ejemplo, que la suma “siempre agrega” puede generar dificultades para comprender la suma de números enteros.

Los libros de texto son identificados por muchos docentes como el saber institucionalizado, indica no solo lo qué se debe aprender, sino también cómo se debe enseñar. Entonces, los libros son un instrumento importante para construcción del significado que le otorgará el estudiante a los objetos matemáticos que estudie. Pero los libros no están exento de ser fuentes de posibles conflictos semióticos por la forma cómo describan y apliquen los objetos matemáticos.

En Venezuela, los libros ya no son evaluados por el ministerio de Educación, por lo que se hace más necesario que los docentes analicen los libros de texto que utilizan, con la finalidad de evaluarlos. Una de los focos de atención de ese análisis deben ser los conflictos semióticos potenciales de tal manera de identificarlos y tomar decisiones sobre cómo tratarlos en clases y resolverlos frente a los estudiantes. Obviamente, eso requiere de un docente bien formado que no considere al libro como el poseedor de la palabra final en el proceso enseñanza aprendizaje.

Para la identificación de posibles conflictos semióticos en libros de texto se hace mediante un análisis de contenido. Primero se identifican los capítulos o unidades de interés, luego en cada capítulo se analizan las situaciones problemáticas, el lenguaje, los conceptos, las propiedades, los procedimientos y los argumentos. Cada uno de los objetos se estudia considerando su presentación, los ejemplos propuestos y el uso que se hace de ellos durante el capítulo o en el libro. El propósito es identificar los posibles conflictos semióticos, los cuales son clasificados en categorías mediante un proceso cíclico e inductivo. Se parte del principio que un texto puede dividirse en unidades que pueden clasificarse en un número reducido de categorías en función de variables subyacentes, lo cual permite hacer inferencias sobre su contenido (Noguero, 2002).

Como se señaló antes, el posible conflicto semiótico ocurre cuando hay divergencia entre el significado atribuido a un objeto matemático entre dos sujetos, en el caso de los libros, entre lo indicado por ellos y la institución. Los autores de los libros de texto, como toda persona que realiza actividad matemática, reflejan en los libros sus propias funciones semióticas, que serán correctas si se conforman a la institución; en otro caso, se considera que existe un conflicto semiótico (Godino, 2002). Cuando en el libro se asigna un significado a un objeto matemático que no concuerda con significado institucional se está

en presencia de un conflicto semiótico explícito. Mientras si el significado asignado es impreciso o incompleto, aunque no incorrecto, se le considera un conflicto semiótico implícito. En ambos casos, por estar en los libros, pueden transmitirse a los estudiantes, en consecuencia, provocar dificultades y limitaciones en los aprendizajes.

El análisis de los posibles conflictos semióticos es fundamental si se desea mejorar la enseñanza y evitar limitaciones en el aprendizaje de los estudiantes. En el caso de los libros de texto permite mejorar la obra y hacerla un mejor apoyo al proceso enseñanza aprendizaje. De existir posibles conflictos semióticos en un texto y no corregirse en breve tiempo, todas las generaciones que estudien con ese libro corren el riesgo de aprender conceptos o procedimientos de forma limitada o errónea; salvo que el docente lo corrija en sus clases.

Capítulo 4 **FORMACIÓN ESTADÍSTICA**

DEL CIUDADANO

“No se trata de conocer a fondo las teorías respectivas, cosa reservada a especialistas, sino de educar la intuición para que no parezcan cosas caprichosas ni milagrosas. Tal vez muchos de los inconvenientes del comportamiento global de grandes sectores de la población provengan de que la gran mayoría de los ciudadanos no han sido nunca educados en probabilidad y estadística.”

Luis Santaló, 1977

En este capítulo se discuten aspectos conceptuales vinculados a la Formación Estadística del Ciudadano. Al inicio se trabajan constructos básicos que se manejan en la bibliografía para describir los niveles de aprendizaje de la estadística: Alfabetización, Razonamiento y Pensamiento Estadístico; así como el Sentido Estadístico, que es de más reciente aparición. Luego se presentan algunos de los resultados de la investigación realizada en el marco de la Educación Estadística, para luego revisar la presencia de la estadística y la probabilidad en distintos currículos de educación primaria y secundaria de diferentes países. Se culmina con la caracterización de la formación estadística del ciudadano.

4.1 NIVELES DE COMPRESIÓN DE LA ESTADÍSTICA

La expresión *Pensamiento Estadístico* aparece desde hace algún tiempo en muchas publicaciones de Estadística, Psicología o Educación. Estadísticos, educadores, psicólogos, educadores matemáticos, educadores estadísticos son algunos de los que hacen mención a esta expresión para referirse a la necesidad de comprender las ideas estadísticas y su aplicación, para ir más allá de la “aritmética estadística”, entendida esta como el

énfasis excesivo que se le ha dado tradicionalmente en la enseñanza de la estadística a la manipulación numérica.

Cuando se habla de *Pensamiento Estadístico* también se hace referencia a los constructos de *Razonamiento Estadístico* (Statistical Reasoning) y *Alfabetización Estadística* (Statistical Literacy²). Aunque delMas (2002) señala que a menudo se utilizan esos términos de forma indiferente, también son señalados como distintos niveles de comprensión de la estadística. Uno de los retos de la investigación en Educación Estadística es ayudar a responder preguntas como: ¿cuáles son las diferencias entre *Alfabetización*, *Razonamiento* y *Pensamiento Estadístico*? Es por ello que no se pretende en esta sección dar respuesta a esa pregunta, pero sí dar cuenta de los avances que se han logrado hasta ahora en ese sentido, incluyendo un constructo de reciente aparición como lo es *Sentido Estadístico*.

4.1.1 ALFABETIZACIÓN ESTADÍSTICA

Cuando se revisa el constructo *Alfabetización Estadística* (AE) en la literatura especializada se encuentran que son varios los intentos por definirlo. Schield (2017), contabilizó que entre 1951 y 2000, al menos, 11 libros y 78 artículos que tocaron el tema de la AE; parte de ellos con el propósito de ofrecer una definición. Las definiciones de AE se pueden agrupar en tres grandes conjuntos: (a) en general o en adultos (b) en estudiantes universitarios (c) en estudiantes de primaria o media. A continuación se hace una revisión de las definiciones en cada grupo.

4.1.1.1 Alfabetización estadística en general o en adultos

Uno de las primeras definiciones de *Alfabetización Estadística* (AE) la ofreció Wallman (1993) cuando señaló que es la capacidad de comprender y evaluar críticamente los resultados estadísticos que impregnan nuestra vida cotidiana, junto con la habilidad para reconocer las contribuciones que puede hacer el pensamiento estadístico a lo público y lo privado, en las decisiones personales y profesionales. Esta definición parte de que en la vida cotidiana las personas están expuestas a resultados estadísticos, por lo tanto debe

² Se ha traducido Statistical Literacy como alfabetización estadística, pero algunas personas lo traducen como capacidad estadística o cultura estadística.

poseer las habilidades necesarias para comprenderlos y evaluarlos de forma crítica. Obsérvese que aunque se trata de definir AE, de inmediato se introduce otro constructo como lo es el pensamiento estadístico. Esto ocurre con cierta frecuencia al tratar cualquiera de los constructos que buscan explicar la necesidad de formación estadística de las personas. Aunque Wallman no lo señala implícitamente se refiere al adulto, al ciudadano.

Watson (1997) quien indicó que la AE implica comprender el significado y las implicaciones de la información estadística en el contexto del tema al cual pertenece, lo cual implica: (a) el conocimiento de la terminología básica de la estadística (b) la comprensión del lenguaje y los conceptos estadísticos integrados a un contexto social más amplio, (c) el desarrollo de una actitud crítica, que permita la aplicación de los conceptos estadísticos y la identificación usos inadecuados de la estadística. Por su parte, Snell (1999) la define como la capacidad de entender conceptos estadísticos y razonar en el nivel más básico. Estas definiciones se ubican en el grupo que define la AE en general, sin ubicarla en sujetos o niveles educativos particulares.

La AE para Garfield y Gal (1999) envuelve la comprensión del lenguaje de la estadística, la interpretación de gráficos y tablas, la evaluación del sentido de la información estadística que aparece en las noticias, los medios de comunicación, entre otros. En estas tres definiciones tienen al lenguaje y los conocimientos básicos de estadística como punto en común. Esto es comprensible porque solo se puede avanzar en el conocimiento de un área al apropiarse de sus códigos básicos, que le permitan leer, escribir y comprender esa área. Watson destaca la necesidad de una actitud crítica, que puede ser semejante al “razonar en el nivel más básico” de Snell y a la “evaluación del sentido de la información” de Garfield y Gal. Watson es el único que señala la importancia del contexto, punto fundamental para darle sentido a la información estadística.

Gal (2002) define la *Alfabetización Estadística* para adultos, indicando que es la capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, así como la habilidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante. Se destaca aquí la evaluación crítica de la información

estadística pero se le agrega un elemento nuevo, la comunicación. Para este autor no solo es necesaria la evaluación crítica de la información estadística, sino que también es importante comunicar la información que se derive de esa evaluación. Gal fue de los primero en definir la AE para adultos, en personas que ya realizaron el tránsito por el sistema educativo pero sin ligarlo a alguna etapa en particular de la educación.

La *Alfabetización Estadística* requiere de algo más que el conocimiento formal de la estadística. Por ello su modelo se fundamenta sobre las bases del conocimiento y la disposición personal, que se muestran en la siguiente tabla.

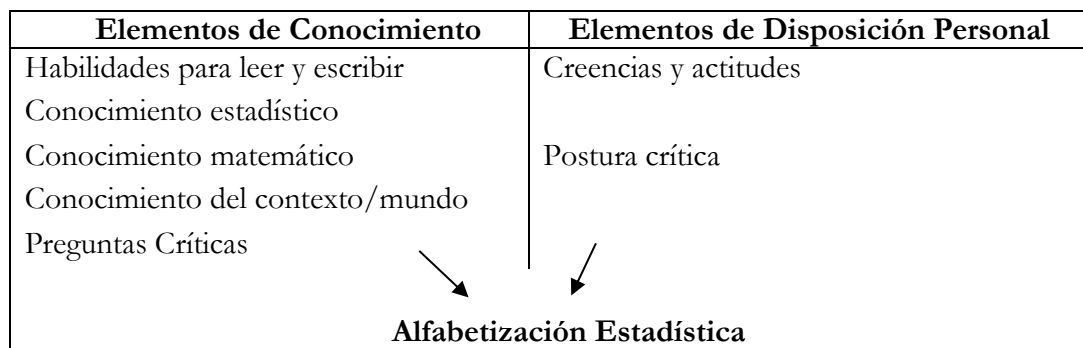


Figura 4:1 Modelo de alfabetización estadística

Fuente: Gal (2002)

Elementos de conocimiento. La AE de una persona se basa en la activación conjunta de cinco elementos interrelacionados: habilidad para leer y escribir, conocimiento estadístico, conocimiento matemático, conocimiento del contexto y preguntas críticas. A continuación se presenta una descripción de cada uno de ellos:

Habilidades para leer y escribir. Las habilidades para leer y escribir son críticas para la AE porque virtualmente todos los mensajes estadísticos se transmiten por texto escrito (por ejemplo, en periódicos) o texto oral (por ejemplo, en la televisión).

Conocimiento estadístico. Obviamente el conocimiento estadístico y los conceptos probabilísticos se requieren para la AE. Los cinco componentes básicos de este conocimiento son: (a) por qué son necesarios los datos y de cómo se pueden producir; (b) familiaridad con los términos e ideas básicos relacionados con la estadística descriptiva; (c) familiaridad con términos e ideas básicas relacionados a presentaciones gráficas y

tabulares; (d) comprensión de las nociones básicas de probabilidad; (e) cómo se llega a conclusiones o inferencias estadísticas.

Conocimiento matemático. La estadística no es matemática pero requiere de ella para la producción de indicadores estadísticos comunes, como el porcentaje, la media, la mediana, la probabilidad. Asimismo, la comprensión de resultados estadísticos básicos requiere de una dosis de familiaridad, intuitiva y hasta cierto punto formal, con los procedimientos o cálculos matemáticos básicos que se utilizan para generar estas estadísticas.

Conocimiento del contexto/mundo. Interpretar correctamente mensajes estadísticos requiere de la capacidad para ubicar el mensaje en el contexto apropiado de la vida real, de tener acceso a su conocimiento del mundo. Este tipo de conocimiento también apoya los procesos del conocimiento general y es fundamental para permitir “darle sentido” a cualquier mensaje.

Preguntas críticas. Los mensajes estadísticos son producidos por fuentes diferentes, con diferentes intereses, con necesidades distintas y objetivos diversos; por lo que no necesariamente presentan un informe imparcial de los hallazgos o interpretaciones. Es importante, que el consumidor de esa información se haga preguntas que le permitan evaluarla críticamente.

Elementos de Disposición Personal: la AE no solo necesita de los conocimientos y habilidades, también es necesario que la persona sea capaz de tomar una postura crítica con respecto a la información estadística, además de poseer ciertas actitudes y creencias, para motivar y sostener sus acciones. Ciertas creencias y actitudes influyen en las posturas de los individuos y la habilidad para tomar medidas en respuesta a la información estadística. Se debe desarrollar una actitud positiva de sí mismos como individuos con AE, sentirse que son críticos de los mensajes estadísticos.

Para Gal (2002), un ciudadano alcanza la alfabetización estadística cuando es capaz de:

- (a) Entender con propiedad los resultados de encuestas, muestras y experimentos, divulgados en diversos medios de comunicación.

- (b) Comprender aspectos probabilísticos en afirmaciones sobre riesgo y efectos secundarios.
- (c) Formular preguntas críticas ante la presencia de información estadística.
- (d) Discutir la utilidad de investigaciones estadísticas y su legitimidad, ser crítico de mensajes de fuentes diversas, desarrollar creencias y actitudes positivas hacia la estadística, pero también ser crítico de los mensajes estadísticos que se encuentran en diversos contextos.

Kaplan y Thorpe (2010) también centran su atención en la definición de AE en adultos e indican que son habilidades y conocimientos necesarios para ejercer la ciudadanía. Esas habilidades y conocimientos se pueden reunir en cinco temas:

- (a) Los datos y el diseño experimental. ¿De dónde proceden los datos? ¿Qué tipo de estudio era? ¿Los datos son apropiados para el estudio? ¿Se utilizó una muestra? ¿Cómo se obtuvo la muestra? ¿Cuántos sujetos la componen? ¿Hubo sesgo? ¿Cuán fiables son los instrumentos utilizados?
- (b) La probabilidad. ¿Cuál es la forma de la distribución subyacente de los datos brutos? ¿Cómo se derivó esa distribución?
- (c) La variabilidad. ¿Las medidas reportan variabilidad? ¿Las pequeñas diferencias “son importantes”? ¿Existen valores inusuales que distorsionan los resultados?
- (d) La estadística descriptiva. ¿Las medidas estadísticas presentadas son apropiadas para este tipo de datos? ¿El gráfico es adecuado? ¿Las estadísticas descriptivas son suficientes para responder a la pregunta de interés?
- (e) Las conclusiones y deducciones. ¿Las afirmaciones son sensatas y apoyada por los datos? ¿Están disponibles información adicional o los procedimientos utilizados que permitan evaluar la sensibilidad del argumento? ¿Existen interpretaciones alternativas que no fueron discutidas?

A partir de los temas anteriores y sobre la base del modelo jerárquico Watson y Callingham (2003), Kaplan y Thorpe (2010) presentan una forma de evaluar la alfabetización estadística alcanzada por el adulto:

- (a) Idiosincrático. Relación idiosincrásica con el contexto. Uso tautológico de la terminología. Habilidades matemáticas básicas asociadas con conteos uno a uno y lectura de valores de celdas en tablas. Decisiones incorrectas y posiblemente perjudiciales. Uso de la terminología sin indicación de comprensión. Dominan las creencias y experiencias personales. Poco dispuesto a hacer predicciones.
- (b) Informal. Uso coloquial o informal del contexto que a menudo refleja creencias intuitivas no estadísticas. Uso único de terminología. Cálculos sencillos de tabla, gráfico y probabilidad. Uso de historias para las interpretaciones.
- (c) Inconsistente. Compromiso selectivo con el contexto. Reconocimiento adecuado de las conclusiones pero sin justificación. Uso de las ideas estadísticas de forma cualitativa más que cuantitativa. Uso de datos sin justificaciones. Priva el enfoque periférico sobre las características más destacadas. Aborda los términos estadísticos, discute el diseño experimental, puede mencionar el valor-p con un uso correcto.
- (d) Consistente / No crítico. Compromiso apropiado, pero no crítico, con el contexto. Uso de múltiples aspectos de la terminología. Reconocimiento de la variabilidad. Muestra algunas habilidades estadísticas asociadas con la media, la probabilidad simple y los gráficos. Cuestiona la recopilación de datos. Reconocimiento parcial de las características destacadas. Discusión del diseño se trata de forma correcta, la discusión del valor-p es más cercano a la correcta, reconoce las justificaciones.
- (e) Crítico. Compromiso crítico y cuestionamiento en contextos familiares y no familiares, aunque no implican razonamiento proporcional. Uso apropiado de la terminología, la apreciación de la variabilidad. Toma decisiones estadísticas

apropiadas y puede justificarlas. Se centran en las características más destacadas. Define claramente los términos, discute su funcionamiento y limitaciones, defiende el valor p .

- (f) Crítico matemático. Interacción crítica y cuestionadora del contexto. Usa el razonamiento proporcional particularmente en medios. Destaca la necesidad de la incertidumbre en hacer predicciones y la interpretación de los aspectos sutiles de la lengua. Reconoce las sutilezas probabilísticas en las conclusiones estadísticas. Formula preguntas sobre las relaciones sobresalientes.

El objetivo general de la descripción de los distintos niveles de la alfabetización estadística de adultos ofrecido por Kaplan y Thorpe (2010) es poder utilizarla en la orientación de la enseñanza de la estadística en la educación formal, con miras a fijar las metas para lograr consumidores expertos de estadística, ciudadanos con suficiente comprensión estadística que le permita evaluar la información que encuentran diariamente. No obstante, también pueden dar una idea de lo que estos autores consideran es la Alfabetización Estadística, en particular el nivel *Crítico matemático*, el cual describe lo que se espera alcance un adulto para considerar que alcanzó el mayor nivel de alfabetización estadística.

4.1.1.2 Alfabetización estadística en estudiantes universitarios

Luego de estudiar distintas definiciones de AE para la educación universitaria, Rumsey (2002) considera que son amplias y de poco significado para establecer lo que se desea lograr en los cursos de introducción a la estadística en la universidad. Por ello propone dos constructos distintos: *competencia estadística* y *ciudadanía estadística*. El primero se refiere a los conocimientos que deben lograr, en un curso introductorio de estadística en la universidad, antes de ser capaz de razonar y pensar estadísticamente. La *competencia estadística* se caracteriza por: (a) el conocimiento de datos, (b) la comprensión de ciertos conceptos estadísticos básicos y terminología (c) el conocimiento de los fundamentos de la recolección de datos y generar estadísticas descriptivas, (d) la capacidad para realizar interpretaciones básicas (describir lo que significan los resultados en el contexto del problema), (e) la habilidad básicas para comunicar información estadística (explicar los

resultados a alguien). En cambio la *ciudadanía estadística* es la capacidad de una persona para recibir, criticar y tomar decisiones basadas en información estadística. Pareciera que, en el fondo, Rumsey define dos tipos de *Alfabetización Estadística*, una para la educación universitaria, en particular para cursos introductorios de estadística universitaria (*competencia estadística*), y otra para adultos (*ciudadanía estadística*).

Garfield, delMas, y Chance (2003) señalan que la *Alfabetización Estadística* incluye las habilidades básicas que se utilizan para la comprensión de la información estadística presentados en reportes de investigaciones. Estas habilidades incluyen: organizar datos, construir y presentar tablas y trabajar con distintas representaciones de datos; así como, la comprensión conceptos, vocabulario, símbolos y de la probabilidad como una medida de la incertidumbre. Aquí se destacan dos partes, en la primera se vincula la AE con las habilidades necesarias para comprender la información estadística presentados en reportes de investigaciones, lo cual necesariamente lleva al manejo y comprensión del lenguaje y conocimientos básicos. De allí que en la segunda parte de esta definición se incluya una lista de las habilidades que se necesitan para comprender la información estadística. Esto es un punto importante porque son partes de lo que posteriormente se encontrará como las ideas o conocimientos fundamentales de la estadística.

En los *Lineamientos para la Enseñanza y Evaluación en Educación Estadística* (siglas en inglés GAISE) para cursos universitarios, de la Asociación Americana de Estadística (siglas en inglés ASA), la AE implica tres aspectos esenciales: (a) conocimiento básico de términos y símbolos estadísticos, (b) habilidad para leer gráficos (c) comprender ideas fundamentales de estadística. Recomienda: (1) hacer énfasis en la alfabetización estadística y desarrollar pensamiento estadístico; (2) usar datos reales; (3) privilegiar la comprensión conceptual por encima del aprendizaje de procedimientos; (4) promover el aprendizaje activo en el aula; (5) usar tecnología para desarrollar comprensión conceptual y analizar datos, no solamente para realizar cálculos; (6) usar la evaluación para mejorar el aprendizaje (Aliaga et al., 2005). Al igual que Rumsey (2002) indica que el énfasis del curso debe estar en la AE pero la meta es el desarrollo del Pensamiento Estadístico.

En la versión 2016 de esos lineamientos, se evita definir AE pero distingue dos tipos de cursos introductorios: (a) los centrados en los métodos estadísticos, dirigidos a

productores de estadísticas, (b) los que hacen énfasis en la AE, pensados para consumidores de estadística (Carver et al., 2016). Si se toma en cuenta que estos lineamientos son para cursos universitarios, se puede pensar que la idea es formar estudiantes capaces de comprender la información estadística que se encuentre en su futuro ámbito personal y profesional.

Esa diferencia entre consumidores y productores de estadística también la había asomado Schield (2010) al definir AE como es la habilidad de leer e interpretar resúmenes estadísticos en los medios cotidianos: en gráficos, tablas, afirmaciones y ensayos. Indica que la AE es la necesaria para los consumidores de datos, mientras que los productores deben desarrollar la habilidad de producir, analizar y resumir estadísticas detalladas en estadísticas y estudios; que la denomina Competencia Estadística. La distinción de Schield (2010) es semejante a la de Rumsey (2002) pero son denominaciones distintas.

En la edición 2016 de GAISE también se realiza algunos ajustes a las seis recomendaciones de la edición 2005. La primera recomendación ya no es *Hacer énfasis en la alfabetización estadística y desarrollar pensamiento estadístico*, sino *Enseñar el pensamiento estadístico*. La razón del cambio parece estar en que el curso introductorio de estadística en la universidad suele ser también el único curso a ese nivel para muchos estudiantes. Es esencial trabajar en el desarrollo de habilidades que permitan a los estudiantes pensar críticamente sobre temas estadísticos y reconocer la necesidad de datos, la importancia de la producción de datos, la omnipresencia de la variabilidad, así como que es posible la cuantificar y explicar la variabilidad. En otras palabras, el énfasis debe estar en el pensamiento estadístico.

Aunque indican que el centro es desarrollar el pensamiento estadístico, Carver et al. (2016) señalan que para ello es necesario que los estudiantes sean estadísticamente alfabetizados, eso significa ayudarlos a ser mejor consumidores educados de información estadística que los rodea. Para ello es necesario que conozcan lenguaje básico y las ideas fundamentales de la estadística, haciendo hincapié en el uso e interpretación de las estadísticas en la vida cotidiana vida.

4.1.1.3 Alfabetización estadística para estudiantes del pre universitario

La Asociación Americana de Estadística también elaboró lineamientos sobre educación estadística desde preescolar hasta la educación media. Allí se indica que todos los días los ciudadanos encuentran en los medios de comunicación información estadística sobre temas diversos. Por ello, consideran que el egresado de bachillerato debería ser capaz de hacer frente de forma inteligente y sólida a las exigencias de la ciudadanía, el empleo y la familia; además de estar preparado para una vida sana, feliz y productiva.

La *Alfabetización Estadística* ayuda formar ciudadanos que comprendan el lenguaje básico de la estadística (específicamente conocer el significado de términos y símbolos estadísticos y ser capaz de leer gráficos estadísticos), así como comprender las ideas fundamentales de estadística presentes en los medios de comunicación. La AE ayuda a que los ciudadanos empleen la información estadística que les rodea, para su participación ciudadana, la toma de decisiones personales, su profesión y trabajo (Franklin et al., 2007).

Para desarrollar la AE, Franklin et al. (2007) propone un modelo de dos dimensiones. La primera, la resolución de problemas estadísticos es un proceso de investigación que incluye: (a) formular preguntas, (b) recolectar datos, (c) analizar los datos (d) interpretar resultados. La segunda dimensión está comprendida en los tres niveles de desarrollo, los cuales se basan en la alfabetización de estadística alcanzada, no la edad. Así, un estudiante de la escuela secundaria que no ha tenido experiencia previa con estadísticas tendrá que empezar el nivel A (conceptos y procedimientos) antes de pasar al nivel B. El aprendizaje en el nivel A es impulsado por el docente, pero en los siguientes niveles debe pasar a ser conducidos por los estudiantes. Un punto importante para el modelo es el estudio de la variabilidad y su naturaleza, por eso lo incluye en cada nivel.

Considerando que las dos dimensiones del modelo de alfabetización estadística del proyecto GAISE deben trabajarse desde preescolar hasta finalizar el bachillerato, se supone que la meta es dar oportunidades de aprendizaje que permitan los estudiantes alcancen el nivel C en todos los procesos.

Los niveles A y B introducen a los estudiantes a la estadística como un proceso de investigación, la importancia de utilizar los datos para contestar preguntas debidamente

formuladas, el manejo los conceptos e ideas fundamentales que le permitan comenzar a analizar datos. En el nivel C, los estudiantes desarrollan estrategias adicionales para producir, interpretar y analizar datos, que les ayuden a contestar las preguntas de su interés. Se espera que los estudiantes sean capaces de

- ✓ Formular preguntas que pueden ser contestadas con datos.
- ✓ Diseñar un plan razonable para recabar los datos pertinentes a través de la observación, el muestreo o la experimentación.
- ✓ Seleccionar y usar métodos estadísticos apropiados para analizar datos.
- ✓ Sacar conclusiones y utilizar datos para apoyar estas conclusiones.
- ✓ Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones que están basadas en datos.
- ✓ Comprender el papel que juega la variación al azar en el proceso de inferencia.

Watson (2006) es una investigadora que ha dedicado tiempo a la Alfabetización Estadística en los niveles preuniversitarios. La define como el punto de reunión de los datos, el currículo y el mundo cotidiano. Este encuentro implica la toma de decisiones en contextos no preparados y espontánea sobre la base de la capacidad de aplicar las herramientas estadísticas, el conocimiento general del contexto y habilidades críticas de lectura y escritura.

La AE para Watson incluye todo el proceso de una investigación con datos y poder hacer inferencia acerca de una población basándose en la muestra. Eso significa el formularse la pregunta de la investigación, la recopilación de datos, la elaboración de gráficos, hacer cálculos y análisis estadístico para elaborar conclusiones en contextos significativos.

Luego de diversas investigaciones Watson y Callingham (2003) describieron seis niveles de AE, los cuales fueron descritos en párrafos precedentes. Luego Watson (2006) caracteriza cada nivel en función de las metas a alcanzar en cuanto a: (a) contexto, (b) muestreo, (c) representación, (d) promedio (e) probabilidad (f) inferencia (g) variabilidad (h) habilidades matemáticas y estadísticas. La meta es que los estudiantes alcancen el nivel

6 al culminar la escolaridad obligatoria, pero con frecuencia muchos estudiantes no lo logran.

Identifica como factores para avanzar en los niveles de la AE a la comprensión del contexto, dominio de los conocimientos básicos de aritmética, el mayor reconocimiento de la variabilidad y la apreciación más profunda del significado de la terminología asociada con la aplicación de los conceptos estadísticos (por ejemplo, muestra, promedio, y aleatorias). Destaca sobre todo la influencia del contexto en la determinación de los niveles de comprensión. En los primeros dos niveles, los estudiantes tienen problemas interpretando cualquier contextos, exceptuando los más sencillos. En los niveles 3 y 4, aprenden a lidiar con tareas que requieren la comprensión de conceptos en distintos contextos, pero no critican argumentos cuestionables. En los dos niveles superiores, los estudiantes aprecian la sutileza del contexto y muestran inclinaciones a cuestionar la mayoría de los enunciados que han sido contruidos sin la justificación estadística apropiada.

A pesar de las diferencias que se pueden encontrar en las distintas definiciones de *alfabetización estadística*, la mayoría de ellas tiene un punto común: pareciera ser la etapa inicial de la formación estadística, lo mínimo que se espera alcance un ciudadano durante sus estudios formales. Lograr la *alfabetización estadística* pareciera una condición necesaria para desarrollar niveles superiores como el razonamiento y el pensamiento estadístico. La AE que es algo suficientemente complejo y multifacético, que requiere la atención de los interesados en mejorar la habilidad de los ciudadanos para enfrentarse y entender la información cuantitativa del mundo que se encuentra alrededor de ellos.

4.1.2 RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO

Investigaciones como las de Tversky y Kahneman, (1973, 1974), Konold (1995), Lecoutre, (1992), Estepa y Batanero (1995), Vallecillos y Batanero (1997), Lecoutre y Fischbein (1998) y Lipson, Francis y Kokonis (2006), muestran como diversos tipos de sujetos tienen problemas con la interpretación o la toma de decisiones cuando se encuentran frente a información estadística, aun luego de haber culminado cursos de estadística.

Esos resultados parecieran evidenciar una separación entre los conceptos estudiados en un curso y la interconexión que hace el estudiante de ellos, por ejemplo, entre saber cómo se hace una prueba de hipótesis y lo que ella significa. En muchas ocasiones los estudiantes son capaces de “sacar las cuentas”, pero no pueden argumentar sobre las ideas estadísticas que subyacen en el procedimiento seguido, tienen dificultades para interpretar un resultado a partir de un resumen estadístico de datos.

Las diferencias encontradas en las investigaciones parecen no estar asociadas con los resultados individuales de los estudiantes en los cursos. Garfield (2002) señala que los docentes podrían estar pensando que si ellos han realizado una buena enseñanza y los estudiantes han realizado buenos exámenes, son capaces de razonar correctamente acerca de información estadística. Sin embargo, muchos de ellos tienen dificultades para interpretar información estadística, particularmente en contextos aplicados, no tienen una comprensión integrada, necesaria para hacer los juicios e interpretaciones correctas. Es probable que ellos apenas estén en las etapas iniciales del *Razonamiento Estadístico*.

Para Ben-Zvi y Garfield (2004) el *Razonamiento Estadístico* (RE) se puede definir como la forma como la persona razona sobre las ideas estadísticas y le dan sentido a la información estadística. Esto involucra aspectos como las interpretaciones que hacen a partir de conjuntos de datos, de las representaciones gráficas o resúmenes estadísticos de los datos. Para ello es necesario hacer conexiones entre ideas estadísticas distintas como promedio y variabilidad, aleatoriedad y muestreo, datos y probabilidad. *Razonamiento Estadístico* significa ser capaz comprender y explicar los procesos estadísticos, de interpretar plenamente los resultados estadísticos.

El RE para Álvarez y Vallecillos (2002) tiene que ver con: (a) la comprensión de las hipótesis subyacentes a los diversos procedimientos y de los efectos de su no cumplimiento; (b) la interpretación de los problemas generales y la derivación de los problemas particulares; (c) la capacidad de elección del análisis más adecuado; y (d) el análisis de los resultados y aceptación de las limitaciones respecto a las conclusiones, entre otras.

El RE es algo más que el hacer uso de las técnicas estadísticas y emitir conclusiones. Una evidencia del RE es explicar por qué un determinado resultado es el esperado o ha ocurrido, por qué una conclusión se justifica, por qué es conveniente seleccionar un modelo determinado. Este tipo de explicación normalmente requiere de la comprensión de los procesos que generan los datos (delMas, 2004). Cuando los estudiantes logran establecer las relaciones entre la idea de promedio, su relación con la variabilidad y emitir conclusiones para un contexto en particular está razonando estadísticamente.

Garfield (2002) presenta las diferentes etapas de lo que ella considera el RE:

- El razonamiento elemental. El estudiante sabe algunas palabras y símbolos estadísticos, los usa sin entenderlos completamente, a menudo los utiliza en forma inadecuada.
- El razonamiento verbal. El estudiante solo tiene una comprensión verbal de algunos conceptos. Puede escoger o proporcionar una definición correcta, pero no los comprende completamente.
- El razonamiento en transición. El estudiante es capaz de identificar correctamente una o dos dimensiones de un proceso estadístico sin integrar completamente las dimensiones que identifica.
- El razonamiento en proceso. El estudiante identifica correctamente las dimensiones de un concepto o el proceso estadístico, pero no los integra completamente o no entiende el proceso.
- El proceso integrado de razonamiento. El estudiante tiene una comprensión completa de un proceso estadístico, coordina las reglas y la conducta. Puede explicar el proceso con sus propias palabras.

Según Jones, Langrall, Mooney y Thornton (2004) el razonamiento estadístico de los estudiantes de primaria y secundaria se puede describir mediante cuatro procesos estadísticos: describir datos, organizar y reducir datos, representar datos y analizar e interpretar datos. El primero de ellos implica la lectura explícita de datos presentados en tablas, gráficos, es la etapa inicial de interpretación y análisis de datos. Organizar y reducir

datos envuelve arreglar, categorizar o consolidar datos de forma resumida, así como la utilización de medidas de centralización y de dispersión para comparar grupos. La visualización de datos en una forma gráfica es fundamental en el proceso de representar datos. Eso involucra la selección del gráfico adecuado para los datos, su construcción e interpretación. El análisis e interpretación de datos es el núcleo del razonamiento estadístico. Implica reconocer patrones y tendencias en los datos, hacer inferencias y predicciones a partir del análisis.

Estos procesos alcanzan distintos niveles en el tiempo, los cuales reflejan cambios en la complejidad de su razonamiento, que se pueden denominar: idiosincráticos, transicionales, cuantitativos y analíticos. En el nivel idiosincrático, los estudiantes se centran en experiencias personales o creencias subjetivas. Aspectos irrelevantes de una situación problemática pueden llamar la atención de los estudiantes. En el nivel de transición, los estudiantes generalmente se enfocan en sólo un aspecto de la situación del problema. En el nivel cuantitativo, los estudiantes son más consistentes en sus razonamientos, pueden identificar las ideas de la situación del problema y desechan aspectos irrelevantes. Pero no necesariamente integran estas ideas relevantes cuando participan en la tarea. En el nivel analítico, los estudiantes hacen conexiones entre los múltiples aspectos de una situación problemática, además integrar los aspectos relevantes de una tarea en una estructura significativa (Jones et al., 2004). Los trabajos de Garfield (2002) y Jones et al. (2004) coinciden en indicar que el constructo razonamiento estadístico está en construcción y se compone de fases jerárquicas.

La otra forma de acercarse a este constructo es mediante el estudio del razonamiento en conceptos estadísticos determinados, específicamente sobre lo que se denomina las grandes ideas de la estadística: los datos, los modelos estadísticos, las distribuciones, el centro de distribución de datos, la variabilidad, la comparación de grupos, la muestra y el muestreo, la inferencia estadística y la covariación.

Garfield y Ben-Zvi (2008) amplían la definición ofrecida por Garfield (2002) y Ben-Zvi y Garfield (2004) e indican que el razonamiento estadístico son las "representaciones mentales y las conexiones que tienen los estudiantes sobre conceptos estadísticos" (p. 34). Esto significa que el razonamiento estadístico necesita de la comprensión conceptual de

las ideas estadísticas fundamentales: variabilidad, distribución, centro, asociación, incertidumbre, muestreo, inferencia y probabilidad. De allí que algunos investigadores hayan optado por el estudio del razonamiento estadístico en esas ideas, tal es el caso, por ejemplo, de Lehrer y Schauble (2007) para la variabilidad o de Bakker, Derry y Konold (2006) para el centro.

Si bien la investigación ha permitido avanzar en la comprensión de cómo razonan los estudiantes, coinciden en que se necesita más investigación para conocer cómo puede desarrollarse en las estadísticas de los cursos, así como las estrategias y materiales adecuados para que los estudiantes desarrollen el razonamiento estadístico. El razonamiento estadístico tiene la particularidad que con frecuencia se usa como sinónimo de pensamiento estadístico e incluso de alfabetización estadística. Así mismo, en la bibliografía se encuentra un menor número de citas este constructo en comparación con alfabetización y pensamiento estadístico, además, como se verá más adelante, también se usan menor números de características para definirlo. Todo ello habla de lo difícil que ha sido para la investigación el trabajo con el razonamiento estadístico.

4.1.3 PENSAMIENTO ESTADÍSTICO

El *Pensamiento Estadístico* (PE) es para algunos investigadores la gran meta de aprendizaje para los estudiantes de estadísticas. Fue definido por Snee (1990) como el proceso que permite identificar, caracterizar, cuantificar y controlar la variación que está en todas partes, en todo lo que se hace en el mundo actual.

Para Garfield y Chance (2000), es la manera como las personas discurren frente a las ideas estadísticas y les dan sentido a la información estadística. Moore (1997) dice que es una forma de pensamiento general en el ámbito de la investigación y que está compuesta por cinco elementos: (a) la necesidad para los datos, (b) la importancia de la producción de los datos, (c) la medición, (d) la modelación, (e) importancia de la variabilidad.

A partir de la revisión de la literatura existente sobre el PE y de entrevistas exhaustivas realizadas a estudiantes de estadística y a estadísticos, Wild y Pfannkuch (1999) identifican cuatro dimensiones que pretenden organizar algunos de los elementos del PE que se producen durante la investigación. Esos elementos son:

1. Dimensión uno: *El ciclo investigativo*. Se refiere a la manera como el sujeto piensa y actúa al realizar el análisis estadístico. Esta dimensión se compone de cinco fases de investigación: Problema, plan de datos, análisis y conclusiones. Además de cómo se trata la abstracción y resolución de un problema estadístico, basado en un problema real mayor y pretende alcanzar cada meta del aprendizaje.
2. Dimensión dos: *Tipos de pensamiento*. Comprende dos tipos de pensamiento: general y aplicada a la estadística. El pensamiento general incluye: pensamiento estratégico, exigir explicaciones, modelación y aplicar técnicas. En el pensamiento estadístico incluyen: reconocer la necesidad de datos, transnumeración, variabilidad, razonar con los modelos estadísticos, integrar el contexto al análisis estadístico.
3. Dimensión tres: *El ciclo interrogativo*. Es un proceso de pensamiento genérico que se usa al resolver un problema: la generación, la búsqueda, la interpretación, la crítica y el juicio.
4. Dimensión cuatro: *Disposiciones*. Incluye las cualidades personales. Se componen de ocho disposiciones de pensamiento: escepticismo, imaginación, curiosidad, conocimiento, franqueza, propensión a buscar un significado más profundo, sentido lógico y perseverancia. Estos elementos son genéricos, pero parecen importantes en el contexto de la solución de problemas estadísticos. En relación con la EE surge una pregunta esencial ¿Pueden enseñarse las “disposiciones”?

Wild y Pfannkuch (1999) consideran que si se logra entender los patrones y estrategias de pensamiento que utilizan los estadísticos para solucionar problemas del mundo real, y cómo son integrados, se podrá mejorar las habilidades de nuestros estudiantes en la solución de problemas estadísticos. Con ello se podrá comenzar a desarrollar el PE de los estudiantes.

Uno de los problemas que ellos señalan es el relativo a las disposiciones. Para ellos los estadísticos experimentados:

1. Son capaces de hacer las preguntas necesarias para extraer los datos apropiados para dirigir el problema de interés
2. Comprenden el proceso estadístico como una totalidad. Conocen los diferentes pasos de la investigación Estadística y cómo deben intervenir en ellos. Saben que el proceso es interactivo.
3. Son escépticos, preguntan por aspectos como el diseño de la investigación y la forma como se logró la muestra.
4. Siempre piensan en las variables: ¿son las correctas? ¿Cómo se comportarán? ¿Hay otras variables de la importancia? Estas son algunas de las preguntas que se hacen constantemente.
5. Relacionan los datos con el contexto. Saben que el contexto es importante en Estadística, un cambio de contexto puede generar variaciones, por lo tanto relacionan los datos con el contexto.
6. Creen en la Estadística y su aplicabilidad.

El trabajo de Wild y Pfannkuch (1999) es de mucha influencia en todo lo referente a *Pensamiento Estadístico*. Muchas definiciones y propuesta de enseñanza se basan en aportado por estos autores, por ejemplo, Garfield y Ben-Zvi (2008) construyen la definición sobre la base de lo indicado por ellos.

Pensamiento Estadístico es la manera cómo piensa el estadísticos profesionales (Wild y Pfannkuch, 1999). Incluye saber cómo y por qué utilizar un método particular, medir, diseño o modelo estadístico; una comprensión profunda de las teorías subyacentes de los procesos estadísticos y métodos; así como comprender las limitaciones de estadística y la inferencia estadística. Pensamiento estadístico también es acerca de la comprensión de cómo los modelos estadísticos son utilizados para simular fenómenos aleatorios, la comprensión de cómo los datos son producidos para estimar las probabilidades, reconociendo cómo, cuándo y por qué las herramientas inferenciales existente puede utilizarse y ser capaz de comprender y utilizar el contexto del problema para planificar y evaluar las investigaciones y sacar conclusiones (Chance, 2002). Por último, consideramos pensamiento estadístico como el uso normativo de modelos estadísticos, métodos y aplicaciones en considerar o resolver problemas de estadística. (p. 34

Se pueden encontrar otras definiciones sobre pensamiento estadístico, pero al igual que en el caso de la Alfabetización y el Razonamiento, hay acuerdo en que son definiciones

en construcción y que aún falta investigación; aunque se reconoce que en algunos caso hay solapamientos en las forma de definirlos.

A la Alfabetización, el Razonamiento y el Pensamiento Estadístico se le unió recientemente el Sentido Estadístico, el cual también trata de explicar el conocimiento estadístico y proviene del grupo de investigación de Educación Estadística de la Universidad de Granada, España.

4.1.4 SENTIDO ESTADÍSTICO

Batanero (2013) introduce un nuevo constructo para la didáctica de la estadística: *sentido estadístico*. Inicialmente asumió que engloba a la cultura estadística y el pensamiento o razonamiento estadístico, pero luego indicó que lo concibe como unión de la cultura estadística y el razonamiento estadístico. Por un símil con la acepción dada a *sentido numérico*, señala que el sentido estadístico debiera tener un doble componente de conocimiento (o cultura) y razonamiento. (Batanero, Díaz, Contreras y Roa, 2013).

El *Sentido Estadístico* está compuesto por:

- a) la comprensión adecuada de las ideas estadísticas fundamentales, como los son: datos, gráficos, variabilidad aleatoria, distribución, asociación y correlación, probabilidad, muestreo e inferencia. Esas son las aparecen en la mayoría de las situaciones en que hay que aplicar la estadística, por tanto son necesarias para enfrentarse con éxito a dichas situaciones y pueden ser enseñadas en varios niveles educativos.
- b) un razonamiento específico, el razonamiento estadístico que permite tomar decisiones adecuadas o efectuar predicciones a partir de datos y en presencia de incertidumbre.
- c) la competencia de análisis de datos, que hoy día se ve facilitada por la abundancia de software, tanto para el almacenamiento y transmisión de datos, como para el cálculo y graficación.

Para desarrollar el Sentido Estadístico de los estudiantes se recomienda usar como estrategia metodológica el trabajo con proyectos e investigaciones estadísticas. En la clase

clásica de estadística, el profesor define conceptos y explica técnicas estadísticas aplicadas a problemas tipo, muy diferentes de los que puede encontrar en la vida cotidiana el estudiante, para luego resolver algunos ejercicios, tan distante de la realidad como los ejemplos usados en las explicaciones. Partiendo de la premisa que la estadística no se puede separar de sus aplicaciones, se recomienda trabajar con proyectos estadísticos, planteados por el profesor o por los propios estudiantes, donde se utilicen las diferentes fases de una investigación estadística: planteamiento de un problema, decisión sobre los datos a recoger, recogida y análisis de datos y obtención de conclusiones sobre el problema planteado (Batanero et al., 2013).

El proyecto de estadística no se trata de un trabajo de aplicación, donde el docente proporciona unos datos o el estudiante los recoge y luego responde unas preguntas que lo llevan elaborar gráficos o calcular medidas estadísticas. Lo que se busca es darle oportunidad al estudiante de resolver un problema mediante la utilización de la estadística, que pueda experimentar con datos reales para lograr una mejor comprensión de las ideas estadísticas. Con el proyecto no solo se busca que los estudiantes desarrollen sus conocimientos estadísticos, Batanero et al. (2013) indican que ayudan a comprensión de los objetos estadísticos y los involucra en ciclo de investigación y modos de razonamiento estadístico, además de desarrollar la creatividad, su espíritu crítico e iniciativa personal.

Pareciera que el Sentido Estadística está a medio camino entre la Alfabetización y el Razonamiento Estadística. Se asemeja a la AE en cuanto que parte de la comprensión de las ideas fundamentales de la estadística, pero esto parece insuficiente para manejarse con prestancia en una sociedad con altos niveles de información estadística, por lo que agrega el uso de esas ideas básicas para la comprensión de la información y tomar decisiones. En esta última parte parece ser común con el razonamiento estadístico, sin llegar a establecer una clara diferencia. Son pocos los trabajos de los proponentes de este nuevo constructo y en consecuencia falta información para evaluarlo y diferenciarlo de los otros constructos que tratan de explicar los niveles de aprendizaje de la estadística.

Como ya se mencionó los términos alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico en ocasiones se usan de forma indistinta, aunque la tendencia general es que aluden a aspectos diferentes. En el próximo apartado se resume parte de la discusión que

tienen al respecto. De esa discusión se ha excluido al Sentido Estadístico por ser un constructo muy reciente y aun poco conocido en la comunidad.

4.1.5 DIFERENCIAS ENTRE ALFABETIZACIÓN, RAZONAMIENTO Y PENSAMIENTO ESTADÍSTICO

Para delMas (2002) existen por lo menos dos alternativas para ilustrar la relación entre *Alfabetización*, *Razonamiento* y *Pensamiento Estadístico*. La primera de ellas es:



Figura 4:2 Relación entre alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico

Fuente: delMas (2002)

Desde este punto de vista, cada constructo tiene algún contenido que es independiente de los otros dos, pero también hay ciertos puntos en común. Desde esta perspectiva, el docente puede desarrollar algunos aspectos de un dominio independientemente de los otros dos, pero podría suceder que algunas actividades ayudaran a desarrollar al menos uno de los otros dos. La segunda relación para este autor es:

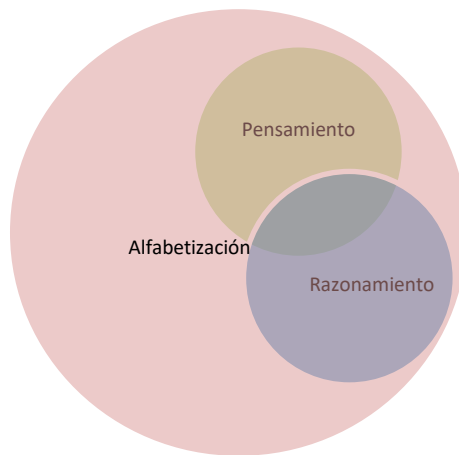


Figura 4:3 Relación entre alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico

Fuente: delMas (2002)

La *Alfabetización Estadística* en este esquema se percibe como la gran meta que abarca de la enseñanza, es la base del conocimiento estadístico, por lo tanto el razonamiento y el pensamiento estadístico necesitan de ella para su desarrollo. Según delMas (2002), esta es una relación interesante que puede estar más allá de la meta de un primer curso en estadística. Otra objeción a esta relación es que esquemas similares se pueden presentar, donde, por ejemplo, en un curso avanzado de estadística se podría colocar al pensamiento estadístico cubriendo a los otros dos dominios.

Podrían ser muchas las formas de representar la relación entre esos tres constructos, pero hay una tendencia a considerar que entre ellos hay una jerarquía, que se inicia con la alfabetización y tiene en el extremo más alto al pensamiento. En esta posición se encuentra Garfield, delMas y Zieffler (2010) quienes proponen algunas palabras para orientar la evaluación de los aprendizajes como una forma de diferenciar los tres conceptos.

Tabla 4.1 Palabras Asociadas con la Evaluación de la Alfabetización, Razonamiento y Pensamiento Estadístico

Alfabetización	Razonamiento	Pensamiento
Identificar	Explicar por qué	Aplicar
Describir	Explicar cómo	Criticar
Traducir		Evaluar
Interpretar		Generalizar
Leer		
Calcular		

Fuente: Garfield, delMas y Zieffler (2010)

Se puede apreciar que el razonamiento estadístico implica la comprensión de conceptos en un nivel más profundo que la alfabetización estadística, mientras que el pensamiento incluye el saber cómo y por qué se utilizan los métodos y modelos estadísticos. Si se compara con la taxonomía de Bloom, la alfabetización estaría entre el conocer y el comprender; mientras que el razonamiento tendría elementos de la comprensión, la aplicación y el análisis. El pensamiento involucraría las categorías de análisis, síntesis y evaluación.

Otra forma de aproximarse a las diferencias entre estos tres conceptos es mediante las características que le atribuyen distintos autores. Ziegler (2014) estudió distintas definiciones y de ellas extrajo las características utilizadas para delimitarlas. Con esa información se elaboró la tabla siguiente, donde el número de definiciones que utiliza cada característica aparece en el cuerpo de la tabla.

Tabla 4.2 Comparación Alfabetización, Razonamiento y Pensamiento Estadístico

Característica que lo definen	Alfabetización	Razonamiento	Pensamiento
Entender y comprender	15	3	4
Comunicar e interpretar	13	5	4
Hacer inferencia	10	5	4
Planificar y ejecutar procedimientos	4	3	4
Utilizar la lógica y la razón	11	5	4
Aplicar a situaciones de la vida real	15	5	5
Cuestionar y criticar	10	0	4
Estudiar cómo y por qué	4	0	3
Valorar contribuciones de estadística	1	0	1
Pensar como un estadístico	0	0	3

Fuente: Ziegler (2014)

Alfabetización estadística es el constructo con mayor número de definiciones en el trabajo Ziegler (2014) y las características que más veces se ha utilizado para ello son: *Entender y comprender (los conceptos básicos de la estadística)*, *aplicar la estadística a situaciones de la vida real* y *Comunicar e interpretar (resultados estadísticos)*. En el caso del razonamiento estadístico las cinco definiciones estudiadas prácticamente contienen los mismos elementos. Si extraña que no aparezca *Estudiar cómo y por qué*, un elemento que Garfield et al. (2010) debe considerarse al momento de evaluar el razonamiento estadístico.

En PE, la característica *Aplicar a situaciones de la vida real* es la única que aparece en las cinco definiciones consideradas. El resto de las características tiene un número semejante de apariciones, salvo *Valorar contribuciones de estadística*, que solo aparece una vez, aunque podría esperarse una mayor presencia ya que se considera que el PE es el máximo nivel de formación que se espera. De acuerdo con la tabla anterior, el solapamiento entre los tres constructos es clara, aunque se manifiesta de forma más evidente entre AE y PE, las cuales solo parecieran distinguirse en una característica: *Pensar como un estadístico*.

En términos de este trabajo la Alfabetización Estadística pareciera ajustarse mejor a lo que se espera se logre en la formación estadística del ciudadano. Eso se discutirá en los próximos apartados.

4.2 EDUCACIÓN ESTADÍSTICA, QUÉ DICE LA INVESTIGACIÓN

En este apartado se presentan algunos de los resultados de la investigación realizada en el marco de la Educación Estadística. Es importante destacar que la mayoría de los estudios relacionados con el conocimiento de los estudiantes de nivel universitario, solo en las últimas décadas se ha prestado mayor atención a la primaria y secundaria. Así mismo, varios investigadores (por ejemplo, Shaughnessy, 2007; Eichler y Zapata-Cardona, 2016) indican que todavía falta mucho por investigar en Educación Estadística. La división que se le ha dado al punto es personal y busca ofrecer una visión amplia de la investigación en esta área.

4.2.1 HEURÍSTICAS Y SESGOS EN LA INTERPRETACIÓN DE LA PROBABILIDAD

En ocasiones se considera que los conceptos erróneos que manifiestan los estudiantes en clases o sus evaluaciones sólo ocurren por la falta de estudio, de práctica o atención. No obstante, la investigación indica que personas con formación en un área determinada pueden incurrir en errores en conceptos relacionados con su formación. Por ejemplo, en el caso de la probabilidad, las investigaciones realizadas por los psicólogos Kahneman y Tversky (Kahneman y Tversky, 1972; Tversky y Kahneman, 1974), centraron su atención en el estudio de errores en el pensamiento probabilístico en adultos. Estudiaron las falsas ideas tanto en la estadística como en la probabilidad, abriendo una interesante área de investigación.

Al inicio, centraron su interés en cómo se producen juicios y toma de decisiones en contextos donde sólo existe información probabilística, como puede ser el caso de médicos, jueces, jurados, asesores financieros, expertos militares, asesores políticos. Consideran que en este tipo de situaciones en ocasiones las personas realizan razonamientos incorrectos que denominaron sesgos, por ser conjuntos de respuestas

incorrectas que tienen un origen común. Para estos autores los sesgos surgen al utilizar heurísticas de juicio.

Las heurísticas de juicio le permiten al sujeto resumir cantidades grandes de información y ofrecer una conclusión, aunque a menudo, también dan lugar a ideas falsas, particularmente con relación a la probabilidad. La hipótesis original de estos investigadores era que cuando las personas tienen pocos conocimientos de probabilidad hacen uso de estas heurísticas, para interpretar y tomar decisiones en situaciones donde la probabilidad está presente. Las investigaciones indicaron que no sólo las personas sin formación en estadística y probabilidad incurren en errores producto del uso de heurísticas, sino que también investigadores con estudios en esas áreas hacen uso de ellas, provocando sesgos en la interpretación de situaciones probabilísticas, incluyendo aquellas relacionadas con su área laboral.

Dos de las heurísticas que según estos autores usan con frecuencia las personas son:

Representatividad. Es la tendencia a estimar la probabilidad de un evento o suceso, basado en su representatividad respecto a la población de la que proviene. Las investigaciones indican que las personas jerarquizan la probabilidad evaluando qué tan representativo es el sujeto u objeto X de pertenecer a la población Y, descrito del estereotipo de la profesión considerada. Parecen preguntarse, ¿qué probabilidad tiene el objeto X de pertenecer a los objetos de tipo Y? La aplicación inadecuada de esta heurística puede producir serios errores, ya que se considera que ciertos objetos, sujetos o eventos son más representativos que otros. Esto lleva, por ejemplo, a asociar evento más probable con el más representativo y el menos probable al que consideran el menos representativo.

Disponibilidad. Las personas que utilizan esta heurística se guían sólo por la información que se tiene sobre hechos semejantes, por valoración de la información disponible. Juzgan la probabilidad de ocurrencia de un evento de acuerdo con la facilidad que tienen para construir hechos similares de ese evento. La disponibilidad causa un sesgo sistemático en la estimación de la probabilidad, porque la gente tiende a creer que los resultados que puede recordar fácilmente son más probables que ocurran. Fischbein y

Schnarch (1997) reportan que el uso de la disponibilidad aumenta con la edad, desde estudiantes de 5to grado hasta universitarios.

El uso de estas heurísticas puede llevar a incurrir en sesgos no solo para juzgar información probabilística sino también estadística, alguno de ellos son (Kahneman, Slovic, y Tversky, 1982):

- (a) Falacia del índice base. Sacrificio de la información probabilística, sobre la posible ocurrencia de un fenómeno, en beneficio de información cualitativa por la supuesta representatividad de ésta.
- (b) Insensibilidad al tamaño de la muestra. Confianza excesiva en la muestra, siempre que el estadístico sea similar al valor considerado como parámetro, sin considerar la cantidad de elementos que la conforma.
- (c) Insensibilidad a la previsibilidad. Los sujetos realizan predicciones numéricas basadas en su intuición o en la representatividad de la información que se tiene. Ellos desestiman la fiabilidad de la evidencia que se le presenta.
- (d) Ilusión de validez. Confianza injustificada que se produce entre un evento predicho y un resultado favorable. Esta ilusión persiste aun cuando la persona está consciente de los factores que limitan la exactitud de sus predicciones.
- (e) Conceptos erróneos de regresión. Es el fracaso para reconocer la importancia del fenómeno de regresión a la media. Ellos no esperan la regresión en muchos contextos donde ocurre y cuando lo hace la asocian con creencias causales.
- (f) Conceptos erróneos sobre secuencias aleatorias. Las personas esperan que las secuencias aleatorias representen las características básicas de ese proceso, aun en situaciones cortas. Una consecuencia de este sesgo es la llamada falacia del jugador donde el azar se ve como un proceso auto corrector, en el que una desviación en una dirección induce otra contraria para restablecer el equilibrio.
- (g) Correlación ilusoria. En este caso se trata de eventos que ocurren conjuntamente, lo cual es juzgado sobre la base del peso de su asociación. Las personas tienen expectativas y creencias sobre las relaciones entre variables que los lleva a sobrestimar la asociación entre las variables y pensar que existe una relación causa efecto entre ellas.

- (h) Sesgo de la disponibilidad. Evaluar la probabilidad de un evento de acuerdo con la facilidad o disponibilidad para generar ocurrencia del mismo. También es llamado sesgo de la imaginación.

Distintos autores han seguido los trabajos sobre la interpretación de la probabilidad (por ejemplo, Konold, 1995; Lecoutre y Fischbein, 1998; Serrano, Batanero y Ortiz de Haro, 1998; Guisáosla y Barragués, 2002; Serradó, Cardeñoso y Azcárate, 2005), aunque no desde el enfoque psicológico de Tversky y Kahneman, sino desde la perspectiva del educador estadístico. Desde ese ámbito, Konold (1989) presenta el sesgo del *enfoque en el resultado aislado*, indica que en ocasiones las personas tienen dificultad de interpretar un experimento como parte de una serie de experimentos repetidos. Entonces, al evaluar una probabilidad no buscan establecer la probabilidad de ocurrencia, sino predecir con éxito el resultado de un ensayo simple. Esto significa que la probabilidad se interpreta de forma no probabilística. Lecoutre (1992) expone el sesgo de *equiprobabilidad*, según el cual los individuos realizan una asociación azar – equiprobabilidad, en consecuencia cada vez que hay una situación de azar se creen que todos los resultados son igualmente probables.

Algunas recomendaciones que han surgido de las investigaciones en educación para el aprendizaje de conceptos probabilísticos son: presentar problemas reales que obliguen a la recolección de datos, contrastar las creencias personales con evidencia experimental, realizar experiencia con simuladores para la solución de problemas. Los investigadores (por ejemplo, Konold, 1989) indican que un proceso como este es necesario para que las personas superen las nociones intuitivas que se forman a partir de sus experiencias cotidianas.

4.2.2 PROBLEMAS EN EL ANÁLISIS DE LOS DATOS ESTADÍSTICOS

En esta sección se presenta algunos resultados de la investigación en relación a conceptos vinculados al análisis de datos estadísticos. Se han seleccionado algunos tópicos de acuerdo con su relevancia para la estadística sin llegar a ser exhaustivo ni ser la única forma de presentarlos.

4.2.2.1 Gráficos

Las representaciones gráficas son fundamentales en estadística, además, es la forma más común y conveniente de presentar los datos recolectados, de tal manera que sea comprensible para un público heterogéneo. La constante aparición de gráficos en los medios de comunicación exige que el ciudadano sea capaz de leer e interpretar correctamente la información allí presentada, así como valorar la evidencia presentada. No obstante, las investigaciones (por ejemplo, Curcio, 1989; Friel, Curcio y Bright, 2001; Aoyama, 2007) indican que los estudiantes suelen quedarse en la lectura de los gráficos, cuando lo apropiado es que puedan extraer información de ellos. Pareciera que los profesores suponen que la elaboración e interpretación de tablas y gráficos es muy sencilla, por lo que dedican poco tiempo a su enseñanza; aunque Monteiro y Ainley (2010), con frecuencia el énfasis pedagógico está más orientado hacia la construcción del gráfico que en su interpretación.

4.2.2.2 Medidas de descripción numérica

Algunas investigaciones presentan evidencias sobre dificultades, que tienen estudiantes respecto las medidas estadísticas usadas para describir conjuntos de datos como las de tendencia central o de dispersión. Las evidencias indican que para muchos estudiantes enfrentarse a esas medidas es más un acto de cálculo que conceptual. Por ejemplo, Mayén, Díaz y Batanero (2009) trabajaron con la mediana y hallaron que los estudiantes tenían conflictos para calcularla y decidir si era la medida apropiada para describir el centro. El trabajo de Hjalmarson, Moore y delMas (2011) reveló errores conceptuales de los estudiantes acerca de las medidas del centro y variabilidad. Yoclu y Haser (2013) encontraron que los estudiantes eran capaces de tratar con conceptos específicos de promedios y variabilidad, pero tenían dificultades en interpretar su valor. Mayén y Díaz (2014) reportan que el grupo de estudiantes con los que trabajaron tienen problema de comprensión de la media y la mediana. El origen de estos problemas parece estar en el énfasis que hacen los docentes en el cálculo de las medidas, dando poco espacio para la aplicación en contextos reales y su interpretación; lo cual no permite a los alumnos comprender el significado integral del concepto.

4.2.2.3 Correlación y regresión

Al parecer los estudiantes tienen escasa capacidad para estimar la correlación, salvo cuando ésta es muy fuerte y está de acuerdo con sus intuiciones. Cuando las intuiciones o conocimientos previos contradicen los datos presentados, aparece la correlación ilusoria, ya mencionada antes. Estepa y Sánchez Cobo (2003) presentan una clasificación para los conceptos erróneos más comunes de los estudiantes sobre la correlación: (a) Causal. Confunden asociación con causalidad y creen que la correlación siempre se puede atribuir a una relación causal. (b) Determinista. Esperan que las variables correlacionadas estén vinculadas por una función matemática como una proporción, considera una relación uno a uno entre los valores de la variable independiente y los de la variable dependiente. (c) Local. El juicio de la asociación lo hace basándose en parte de los datos presentados y no en todos. Si la parte de los datos considerada presenta un tipo de asociación, adopta este tipo para todo el conjunto de datos. (d) Unidireccional. Perciben la asociación sólo cuando el signo es positivo y consideran una correlación negativa como independencia. En ocasiones esos conceptos erróneos persisten después de la enseñanza tradicional del tema en la escuela.

Castro-Sotos, Vanhoof, Van Den Noortgate y Onghena (2009) indican que las concepciones erróneas se encuentran tanto en docentes como en estudiantes y presentan una nueva concepción errónea encontrada en los estudiantes de sus investigaciones: el error de transitividad de la correlación. Con ello se refieren a la creencia de que la correlación posee la propiedad de la transitividad. Esta creencia podría tener su origen en la enseñanza ya que con frecuencia las relaciones binarias presentadas en el ámbito escolar, en su mayoría, son transitivas. Consideran que lo adecuado sería presentar a los estudiantes ejemplos de situaciones de la vida real donde la no transitividad se haga evidente. Es importante destacar que algunas de las concepciones erróneas de los estudiantes podrían tener su origen en los libros de texto. Estepa y Batanero (1995) indican que algunas de las concepciones erróneas de los estudiantes podrían tener su origen en los libros de texto, en este sentido coincidirían con Castro-Soto et al. (2009) en que la enseñanza es en parte responsable de las concepciones erróneas.

4.2.2.4 Inferencia estadística

La idea de inferencia estadística es fundamental para la investigación cuantitativa y prueba de ello es su presencia en casi todos los planes de estudios en carreras universitarias. No obstante, los trabajos como los de Tversky y Kahneman (1974) han demostrado que personas con formación estadística pueden incurrir en errores en la interpretación de información estadística. Eso ha llevado a que en algunos países se incluyan temas de inferencia en los niveles de educación previos a la universidad y la investigación ha dado evidencias de que esos conceptos pueden ser comprendidos por los estudiantes.

Reportes de Watson y Moritz (2000) y Watson (2004) indican que estudiantes de primaria y secundaria pueden comprender el concepto de muestra estadística. Estos investigadores realizaron un estudio longitudinal con estudiantes de 3er a 11vo grado durante tres años. A los estudiantes les hicieron las mismas preguntas dos años más tarde y nuevamente 4 años, luego de culminada la instrucción, encontrando que eran capaces de ofrecer ejemplos personales donde señalan que una muestra debe ser una pieza representativa de algo más grande.

Pfannkuch, Arnold y Wild (2015) reportan que trabajaron el razonamiento acerca de la variabilidad del muestreo con estudiantes de 11 años. Mientras que los estudiantes no fueron capaces de describir la relación entre las muestras y población en un pre-test, los autores mostraron que una enseñanza experimento podría ser suficiente para que los estudiantes desarrollaran el pensamiento estadístico acerca de las muestras y la variabilidad del muestreo en un proceso.

En trabajos como los de Garfield y Ben-Zvi (2008) y Makar, Bakker y Ben-Zvi (2011) también se encuentran evidencias de las posibilidades que tiene los estudiantes de primaria y secundaria de comprender las nociones elementales de la inferencia estadística.

4.2.2.5 Uso de tecnología

Las computadoras y los programas que se han desarrollado han facilitado el uso de la estadística. El software existente facilita el análisis de un mayor número de datos y el

acceso a diversas técnicas estadísticas, desde una simple media aritmética a complejos análisis multivariante, pasando por amplias posibilidades de graficación.

Todo lo antes señalado también ha provocado cambios en la enseñanza, ahora se hace un mayor énfasis en los métodos gráficos y el análisis de datos. El acceso a la computadora permite realizar gráficos en muy poco tiempo y cambiarlos rápidamente sin mayor problema, si es necesario. Esto es una gran ventaja en la enseñanza, ya que posibilita que el estudiante pueda evaluar los cambios que ocurren al suprimir uno o más datos. Así mismo puede realizar los cálculos nuevamente sobre la base de los datos modificados. Todo ello en conjunto puede ayudar al estudiante a comprender mejor conceptos de estadística y probabilidad.

La investigación sobre el uso de tecnología para la enseñanza de la estadística y la probabilidad se ha centrado en dos puntos: como facilitador del aprendizaje y como apoyo del aprendizaje conceptual por intermedio de las simulaciones. En el primer caso, el uso de la tecnología permite a los estudiantes a analizar datos, realizar experimentos o investigar modelos estadísticos. Diversos trabajos (por ejemplo, Ben-Zvi, Aridor, Makar, y Bakker, 2012; Frischemeier y Biehler, 2015) han mostrado considerable crecimiento en la capacidad de razonamiento estadístico al usar tecnología en cursos de estadística, en oposición con aquellos que no lo utilizaron.

En ocasiones, los experimentos aleatorios no pueden ser reproducidos en el aula (observar el sexo de un recién nacido, el clima que se registrará en un tiempo determinado, las respuestas posibles a una encuesta de interés social) por lo que se hace necesario recurrir a la simulación. Batanero (2001) indica que en la simulación se ponen en correspondencia dos experimentos aleatorios diferentes, de tal manera que a cada suceso elemental del primer experimento le corresponda uno y sólo un suceso elemental del segundo. Así se realiza un experimento aleatorio y sus resultados indican la ocurrencia o no de los sucesos del experimento aleatorio de interés. Una forma de hacer simulaciones es mediante materiales manipulables (por ejemplo, lanzar un dado o una moneda), pero debido a que se requiere una gran cantidad de información, lo usual es repetir el experimento un gran número de veces, por lo cual se invierte un tiempo importante en esta actividad, con la posibilidad de que los estudiantes pierdan interés en la actividad o se

distraigan del objetivo inicial. El computador es una herramienta que proporciona mayor potencia en la realización de simulaciones, construcción de modelos y análisis de ellos; invirtiendo menos tiempo y centrando la atención en los conceptos e ideas estudiadas. Los resultados de las simulaciones pueden confrontarse con sus intuiciones y con los resultados de los modelos estadísticos; facilitando con ello la comprensión de los conceptos e superando ideas erróneas que pudieran tener.

Aunque Eichler y Zapata-Cardona (2016) consideran que se ha adquirido una gran cantidad de conocimientos sobre el papel que puede desempeñar la tecnología en el aprendizaje de la estadística, creen que todavía la investigación en este campo no ha proporcionado suficiente evidencia estadística que muestre su eficacia. Por su parte, Petocz et al. (2018) señalan que el aumento en el uso de subprogramas especializados y software dedicado para enseñanza de la estadística plantea nuevas preguntas acerca de las relaciones profesor-estudiante, estudiante-estudiante y estudiante-tecnología. Cómo son esas interacciones y cómo entenderlas y mejorarlas es parte de lo que se debe investigar.

4.2.2.6 Otros problemas de investigación

Son diversas las áreas de interés en la investigación en educación estadística, además de las nombradas en los puntos anteriores. Por ejemplo, Wroughton, McGowan, Weiss, y Cope (2013) estudiaron el papel del contexto en la comprensión del muestreo por parte de estudiantes universitarios y encontraron que ellos ignoran los contextos y preferían apoyarse en opiniones. En estadística el contexto es fundamental para darle sentido a la información que proporcionan los datos, de allí la importancia de estudiar ese tema.

El desarrollo de instrumentos de evaluación es otro de los puntos de interés en la investigación. Los trabajos del equipo liderado por Garfield y delMas (2010) son pioneros en el desarrollo de instrumentos confiables, válidos y accesibles que permitan evaluar los conocimientos del estudiante en estadística, para los niveles de alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico. Así mismo, otros investigadores han desarrollado o validado instrumentos de evaluación de los aprendizajes en estadística (por ejemplo, Baglin, 2014).

Los resultados de algunas investigaciones sugieren que la relación afectiva de los estudiantes con la estadística es un factor importante en el logro de los aprendizajes y a largo plazo podría ser el de mayor influencia. No obstante, los resultados que se tienen hasta ahora pertenecen casi exclusivamente al sector universitario, por lo que hace falta más investigación sobre actitudes, creencias y motivaciones de los estudiantes de primaria y secundaria (Eichler y Zapata-Cardona, 2016).

4.2.3 LA PROBABILIDAD

La estadística se encarga de recoger y analizar datos para la toma de decisiones, la estadística descriptiva cubre los dos primeros puntos y con la información que proporciona se pueden tomar decisiones, pero la inferencia estadística permite ir más allá de los datos que se analizan en la estadística descriptiva. Se trata de generalizar los resultados, de hacer inferencias sobre la población a partir del estudio de una muestra. La probabilidad es un punto de apoyo fundamental, toma el papel de un mediador y proporciona una justificación para una generalización más allá de los datos iniciales. Es por ello que previo al estudio de la inferencia estadística se suelen abordar conceptos de probabilidad y los modelos probabilísticos que permiten comprender el proceso de generalización que se realiza con la inferencia estadística.

Además de la vinculación de la estadística inferencial con la probabilidad hay que tener en cuenta que la incertidumbre está presente en la vida cotidiana. Fenómenos no determinísticos están en lo económico, social, político, deportivo, entre otros; lo cual hace necesario que las personas estudien y comprendan los fenómenos aleatorios, evitando así que su formación cuantitativa en la escuela no se remita exclusivamente a modelos determinísticos. Es por ello que la casi totalidad de los países han incluido temas de probabilidad desde la educación primaria. No obstante, como ya se indicó en el apartado *Heurísticas y sesgos en la interpretación de la probabilidad*, el tema no es sencillo para los estudiantes, aunque tampoco es imposible que superen los obstáculos.

El trabajo de Green (1983) expone evidencia de que los niños (11-16 años) comprenden de probabilidad, que su razonamiento probabilístico y combinatorio progresa con la edad pero no son buenos en discriminar secuencias aleatoria de las no aleatoria.

Más recientemente, Nikiforidou y Pange (2011) presentan un estudio sobre la capacidad de niños de preescolar para tomar decisiones en situaciones de incertidumbre. Sobre la base de una variedad de muestras, los autores indican que los niños fueron capaces de hacer frente a las probabilidades cuando se le colocaron las tareas apropiadas. Schnell y Prediger (2012) trabajaron con estudiantes de sexto grado en el proceso de obtener un concepto adecuado de probabilidad como una estrategia para estimar las frecuencias en series cortas y largas de experimentos aleatorios. Con los datos obtenidos, los investigadores construyeron un modelo para explicar el razonamiento de los estudiantes acerca de la incertidumbre. Trabajos como estos indican que es posible que los estudiantes de primaria y secundaria comprendan el tema de probabilidad, que lo adecuado es tener en cuenta el razonamiento de los estudiantes para mejorar la enseñanza. Lo apropiado es que los docentes conozcan los sesgos en los que pueden incurrir sus estudiantes al trabajar la probabilidad y sus posibles orígenes, para programar actividades de aprendizaje que permita superarlas.

Por ejemplo, uno de los sesgos señalados antes es el denominado de la equiprobabilidad, el cual podría tener su origen en un excesivo énfasis en la definición clásica de la probabilidad en detrimento de otras definiciones como la frecuentista y la subjetiva.

Vásquez (2018), al igual que otros investigadores, considera que la probabilidad involucra conceptos complejos que exigen un alto grado de abstracción, razón por la cual recomienda las siguientes fases para promover la adquisición y desarrollo de la alfabetización probabilística en educación primaria.

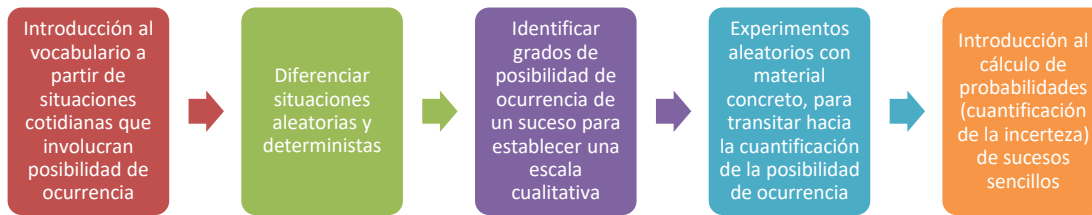


Figura 4:4 Fases para promover la adquisición y desarrollo de la alfabetización probabilística en Educación Primaria

Fuente: Vásquez (2018)

El punto inicial es la introducción del lenguaje de la probabilidad sobre la base de la posibilidad de ocurrencia de un evento, para luego ir avanzando de manera gradual hacia la comprensión de la probabilidad como una forma de cuantificar la incertidumbre en procesos aleatorios sencillos. Obsérvese que en solo al final de este proceso es cuando se introduce al cálculo de la probabilidad. Los programas de matemáticas de la educación venezolana de 1987 y 1997 seguían, aproximadamente, las fases propuestas por Vásquez (2018).

Otra de las recomendaciones para la enseñanza es brindar a los estudiantes una visión plural de la probabilidad para que puedan desarrollar las intuiciones sobre toda la complejidad del concepto de probabilidad (Batanero y Borovcnik, 2016). Las actividades de aprendizaje que se desarrollen deben permitir que el estudiante confronte sus ideas e intuiciones con la evidencia empírica, de manera tal que pueda identificar cuáles son falaces (Konold, 1995). La experimentación y el uso de simulaciones, mediante dispositivos concretos o con apoyo de computadoras, es una de formas que se pueden usar para que el estudiante realice esa confrontación. Batanero, Chernoff, Engel, Lee y Sánchez (2016), indican que como herramienta didáctica, la simulación, puede servir para mejorar la intuición probabilística de los estudiantes, adquirir experiencia en el trabajo de modelado y ayudar a los estudiantes a discriminar entre el modelo y la realidad.

Investigaciones más reciente sobre la enseñanza de la probabilidad centran su atención en la necesidad de hacer mayor énfasis en la modelación. El uso de modelos parece tener el potencial para facilitar para que los docentes puedan aplicar

recomendaciones como las señaladas antes y que los estudiantes puedan establecer conexiones entre los datos y la probabilidad de manera significativa para así ayudar a apreciar el poder de la probabilidad en el mundo actual. Enfoques de modelización tienden a hacer hincapié simultáneamente en los datos y la incertidumbre, con un papel importante de la tecnología como apoyo. Los modelos pueden ser desarrollados para colocar datos reales, pero el ajuste no será exacto, requiriendo un elemento probabilístico al modelo para tener en cuenta la variación en los datos. De este modo los estudiantes se ven en la necesidad de dejar atrás la frontera artificial que los programas imponen entre probabilidad y estadística. Además la modelación pueden ayudar a comprender las concepciones clásica, frecuentista y subjetiva de la probabilidad. No obstante, las investigaciones desde esta perspectiva son todavía recientes, falta mucho por aprender (Pratt y Kazak, 2018).

Si bien todavía hay necesidad de estudios exploratorios, como en el caso del uso de la modelación, Bryant y Nunes (2012) indican que se requieren muchos más estudios transversales y longitudinales, así como proyectos de intervención que puedan ayudar a establecer los factores que intervienen en el aprendizaje de la probabilidad. Todavía hay mucho espacio para la investigación.

4.2.4 IDEAS FUNDAMENTALES DE LA ESTADÍSTICA

Los distintos resultados de la investigación en educación estadística ha llamado la atención de los educadores sobre cómo usar esos resultados para superar los problemas en la enseñanza y en el aprendizaje. Una de las tendencias más recientes en enfocarse en las ideas fundamentales de la estadística.

Centrar la enseñanza en las ideas fundamentales no es nuevo, en el caso de la matemática se puede señalar que el movimiento de la matemática moderna impulsaron que la escuela primaria debía agruparse alrededor de las ideas más potentes de la teoría de conjuntos, como una forma de proporcionar bases sólidas y coherentes a la aritmética.

Para Heymann (2003) las *ideas fundamentales en matemáticas* deberían hacer perceptible la relación entre la cultura matemática y la no matemática, que se exprese de manera comprensible para los estudiantes y describa ideas que son significativas para las matemáticas. Carraher y Schliemann (2016) definen las *ideas poderosas* o *ideas fundamentales*

como aquellas que facilitan el aprendizaje profundo, la comprensión y la enseñanza de áreas clave de contenido matemático y promueven desarrollos clave a largo plazo. Estos autores indican que calificar una idea como poderosa depende de la medida en que contribuyen al aprendizaje de los estudiantes, así como de las habilidades y conceptos que se espera logren fomentar.

En el caso de la estadística, son varios los investigadores que recomiendan que la enseñanza se centre en las grandes ideas o las ideas fundamentales. Garfield y Ben-Zvi (2008), por ejemplo, abogan por un enfoque sobre las ideas claves y las interrelaciones entre ellas. Sugieren presentar esas ideas a lo largo del curso, revisarlas en diferentes contextos, ilustrar sus múltiples representaciones y relaciones, todo esto para ayudar a los estudiantes a reconocer cómo se forman la estructura de apoyo de conocimientos estadísticos.

No obstante, aunque los investigadores resaltan la importancia de las ideas estadísticas para la enseñanza no siempre indican cuáles son esas ideas. Por ejemplo, Shaughnessy (2007) señala que las descripciones del pensamiento estudiantil, obtenidas a partir de modelos de razonamiento estadístico, pueden señalar oportunidades para el andamiaje de ideas estadísticas en la enseñanza de la estadística. Pareciera entonces que para este autor las ideas estadísticas son relevantes para la enseñanza, sin embargo en ningún momento de ese trabajo señala cuáles son.

Otro aspecto es que no siempre las ideas fundamentales parecen ser las mismas para todos los autores. La tabla siguiente expone las ideas fundamentales que distintos autores consideran debe ser el centro de la enseñanza de la estadística.

Tabla 4.3 Ideas Fundamentales de Estadística

Autor	Estadística	Probabilidad
National Research Council. (2001)	<ul style="list-style-type: none"> Describir los datos Organizar los datos Representar los datos Analizar los datos 	<ul style="list-style-type: none"> Espacio Muestral Probabilidad de un evento Probabilidad de comparaciones a través de espacios de muestra Probabilidad condicional Independencia
Watson (2006)	<ul style="list-style-type: none"> Colección de datos Representación gráfica Reducción de datos Variabilidad Inferencia 	<ul style="list-style-type: none"> Muestreo Chance
Garfield y Ben-Zvi (2008)	<ul style="list-style-type: none"> Datos Distribución Variabilidad Centro Modelos estadísticos Covariación Inferencia 	<ul style="list-style-type: none"> Aleatoriedad Muestreo
Burrill y Biehler (2011)	<ul style="list-style-type: none"> Datos Variabilidad Distribución Representación Gráfica Asociación y modelación de relación entre dos variables Muestreo e inferencia 	<ul style="list-style-type: none"> Modelos de probabilidad
Batanero y Borovcnik (2016)	<ul style="list-style-type: none"> Análisis exploratorio de datos Exploración y modelación de la asociación Muestreo e inferencia 	<ul style="list-style-type: none"> Modelando información por probabilidades

Algunas de las diferencias se deben al nivel educativo al que se refieren, por ejemplo, las señaladas por el National Research Council. (2001) y Watson (2006) están referidas a la primaria y la secundaria baja (hasta 8vo grado), mientras que las indicadas por Garfield y Ben-Zvi (2008) aluden a un primer curso de estadística en la universidad. En el caso de Burrill y Biehler (2011) y Batanero y Borovcnik (2016) las ideas mencionadas son las que debe manejar un egresado de bachillerato. Es importante señalar que para Batanero y Borovcnik (2016) las ideas estadísticas fundamentales pueden ser enseñadas en distintos

niveles de formalización, en función de las edades y de los conocimientos previos que tengan los estudiantes.

En ocasiones las diferencias se deben a la denominación que cada autor decide darle a las ideas fundamentales, por ejemplo, el *Análisis Exploratorio de Datos* de Batanero y Borovcnik (2016) incluye los conceptos de dato, representación de datos, variación y distribución de datos; exactamente las mismas ideas que indican Burrill y Biehler (2011), con la diferencia estos últimos lo hacen en forma separada.

4.2.5 MODELOS DE ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA

La estadística es inseparable de sus aplicaciones. No es posible pensar en estadística sin asociarla a su aplicación a una situación particular, a la resolución de un problema. No se hace estadística cuando se da un conjunto de números y se le pide al estudiante que calcule la media. Con esos solo se hace aritmética, se practica la suma y la división pero no se hace estadística. Algunos de los problemas señalados en la investigación es que, con frecuencia, los estudiantes logran aprender a realizar los cálculos en estadística sin comprender lo que significan esos números. De allí que la recomendación es enseñar estadística vinculada a su aplicación a situaciones problemática reales.

Los estudiantes deben tener oportunidad de utilizar la estadística para resolver problemas que les permitan tomar decisiones sobre qué datos recoger, recogerlos, organizarlos, analizarlos y presentar sus conclusiones respecto a un problema planteado. Para ello es que los trabajos de investigación o proyectos de investigación surgen como una alternativa apropiada.

Cuando se habla de trabajo o proyecto de investigación se piensa en actividades que están diseñadas para plantear la necesidad de utilizar técnicas y conceptos estadísticos. Son distintos a los trabajos de aplicación, donde a los estudiantes se le enseña estadística de la forma tradicional y luego se le proporciona o se le pide que recolecte un conjunto de datos para que aplique los conceptos y procedimientos aprendidos en clases. Los proyectos son investigaciones abiertas, con datos y contextos reales, que proporcionan a los estudiantes experiencias interesantes en la formación de preguntas, recopilación, representación,

análisis, modelación de datos y formulación de inferencias. A continuación se presentan los principales modelos que reporta la investigación para la enseñanza de la estadística.

4.2.5.1 Análisis exploratorio de datos

En el Análisis Exploratorio de Datos, EDA (por sus siglas en inglés), los niños recolectan datos para hacer inferencias sin referirse de forma explícita a una población mayor. Se les anima a convertirse en “detectives” de datos usando el ciclo: problema, plan, datos, análisis y conclusiones (PPDAC, por sus siglas en inglés) a fin de dar sentido a los datos.



Figura 4:5 Ciclo de investigación PPDAC

Fuente: Ben-Zvi (2016)

El modelo PPDAC es considerado por Wild y Pfannkuch (1999) como el adecuado para cubrir la primera de las cuatro dimensiones necesarias para el desarrollo del pensamiento estadístico: el ciclo investigativo. En esa dimensión el estudiante debe identificar las etapas, los momentos y las decisiones sobre la manera a cómo se actúa y en qué se piensa durante el desarrollo de una investigación estadística. Ellos consideran que seguir el ciclo Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusiones, debe ser la primera

aproximación que debe tener el estudiante antes de enfrentarse a aspectos más complejos como la formulación del problema y la medición de las variables.

Los principales desafíos identificados en los estudiantes al trabajar con el EDA fueron: (a) la diferencia entre lo global y lo local; (b) ver lo convencional (c) establecer la distribución como una entidad.

4.2.5.2 Ambiente de aprendizaje de razonamiento estadístico

El Ambiente de aprendizaje de razonamiento estadístico (SRLE, por sus siglas en inglés), es un modelo propuesto por Garfield y Ben-Zvi (2008) para promover la comprensión significativa de la estadística en los estudiantes. Lo denominan ambiente de aprendizaje, como una forma de hacer hincapié en que es algo más que clases, lecturas de libro de texto o actividades para los estudiantes. Es la combinación de materiales de texto, actividades de la clase y de la cultura, el debate, la tecnología, la pedagogía y la evaluación.

Las características del modelo son:

1. Se centra en el desarrollo de ideas fundamentales de la estadística en lugar de presentar un conjunto de técnica y procedimientos. Se busca el desarrollo de razonamiento y pensamiento estadístico.
2. Utiliza conjuntos de datos reales para motivar a los estudiantes a realizar pruebas y conjeturas. Conjuntos de datos son generados por los estudiantes mediante el uso de la técnica de la encuesta y la realización de experimentos, no solo pequeños grupos de datos usados para ilustrar y practicar procedimientos.
3. Utiliza las actividades en el aula para apoyar el desarrollo del razonamiento de los estudiantes.
4. Integra el uso de las herramientas tecnológicas apropiadas que permitan a los estudiantes poner a prueba sus conjeturas, explorar y analizar los datos, así como desarrollar su razonamiento estadístico.
5. Promueve la discusión en el aula que incluye argumentos estadísticos y constantes intercambios centrados en ideas estadísticas significativas. El

profesor plantea preguntas y guía una discusión. Los estudiantes presentan argumentos y responden las preguntas de otros estudiantes.

6. La evaluación se utiliza para aprender lo que saben los alumnos y supervisar el desarrollo de las estadísticas con el aprendizaje, así como para evaluar los progresos y planes de instrucción. Usa una variedad de métodos, evalúa el razonamiento y el pensamiento.

El rol del profesor en el SRLE es facilitar el desarrollo del conocimiento a través de la discusión y las actividades, no “proporcionar conocimientos” por intermedio de la explicación.

El docente organiza el trabajo en clase, la discusión y proporciona información oportuna, no directiva como un representante de la estadística en el aula. Este tipo de enseñanza requiere que el docente no sólo esté consciente de la complejidad y la dificultad de los conceptos, sino también de los objetivos de aprendizaje deseados, de manera que las evaluaciones se correspondan con las metas propuestas. El libro de texto juega un papel interesante, se utiliza para leer y tomar notas para preparar la clase, no como una fuente de ejercicios. Eso le da características de aula invertida al modelo.

Los seis principios esbozados antes son fundamentales en el desarrollo de una clase en la que los estudiantes se dedican a hacer y probar conjeturas usando datos, discutiendo y explicando el razonamiento estadístico, centrándose en las grandes ideas de la estadística.

4.2.5.3 Inferencia estadística informal

En la Inferencia Estadística Informal (ISI por sus siglas en inglés) los niños deben hacer inferencias informalmente acerca de una población a partir de la muestra que tienen a la mano. Una inferencia estadística es una generalización probabilista, sobre la base de datos, sobre un fenómeno que se investiga, o más específicamente, es una declaración acerca de una población o proceso que se infiere a partir de una muestra, junto con un nivel de confianza explícito.

En la ISI la palabra informal se usa por dos motivos: (a) para indicar que la inferencia estadística es un concepto más amplio que lo que típicamente se presenta como prueba de

hipótesis o estimación en un curso introductorio de estadística; (b) para hacer énfasis en que no se espera que los estudiantes dependan de medidas y procedimientos estadísticos formales para formular su inferencia (Makar et al. 2011). Una inferencia informal debe cumplir con tres características: (1) una generalización más allá de los datos, (2) el uso de los datos disponibles como evidencia para apoyar la generalización y (3) uso del lenguaje probabilístico para expresar cierta incertidumbre sobre la generalización .

De acuerdo con Makar et al. (2011), esas tres características permiten superar la noción de inferencia estadística formal e identificar rasgos claros que puedan aplicarse ampliamente en todos los niveles de escolaridad, incluso en niños pequeños. Estos autores presentan un ejemplo de niños de 12 años a los que se les preguntó ¿Qué tan lejos pueden saltar los alumnos de sexto y séptimo grado? A ellos se les proporcionaron varios gráficos de muestras aleatorias tomadas de una población desconocida con la longitud de saltos realizados por niños de sexto y séptimo grado. Una inferencia informal típica que hicieron los estudiantes fue “basándose en estas muestras, es posible inferir que la aptitud física en sexto grado es probablemente mejor que en séptimo grado”,

En esa actividad los estudiantes no tienen que depender de medidas y procedimientos estadísticos formales para formular su inferencia. Formulan una afirmación general sobre la aptitud física de los estudiantes de sexto y séptimo grado que se extiende más allá de sus datos de muestra (generalización). La afirmación se basa en la evidencia de las dos muestras aleatorias que los niños están usando, no recurren a experiencia anecdótica (uso de los datos disponibles como evidencia para apoyar la generalización). Cuando indican “es probablemente mejor” incluyen en su afirmación cierta incertidumbre (uso del lenguaje probabilístico) (Makar et al., 2011).

Ben-Zvi (2016) indica que los investigadores en educación estadística han estado estudiando los fundamentos del razonamiento de los estudiantes sobre la inferencia estadística durante varios años y que en los últimos años se han centrado en la inferencia estadística informal para estudiar la conformación de esos fundamentos. Sin embargo, los estudiantes enfrentan muchos desafíos en el estudio de la ISI: (a) la integración de los datos y la idea azar; (b) cuantificar la incertidumbre utilizando lenguaje probabilístico; (c) la comprensión de la relación población – muestra.

4.2.5.4 Enfoque del modelaje integrado

En el Enfoque del Modelaje Integrado (IMA, siglas en inglés) los niños utilizan las herramientas informáticas para modelar el fenómeno que estudian, simulan muchas muestras aleatorias para el estudio de las ideas estadísticas. Se puede decir que este enfoque surge sobre la base de lo aprendido en los otros dos modelos, en particular para guiar el diseño y el análisis de una trayectoria de aprendizaje de los estudiantes en el razonamiento inferencial informal. Con IMA los estudiantes construyen un modelo (una distribución de probabilidad) para explorar una población (hipotética) y producen datos (muestras), generados de forma aleatorias de su modelo, usando TinkerPlots, un software diseñado para estudiantes 4to a 8vo grado para el aprendizaje de la estadística. Los estudiantes realizan investigaciones de modelado estadístico y de datos a través de la colaboración con sus compañeros, además de establecer discusiones en el aula, apoyados por los datos y su manejo a través del TinkerPlots, el cual los ayuda a aprender nuevas formas de representar datos y desarrollar razonamiento estadístico. Mediante el análisis de muestras aleatorias generadas y compararlas con el modelo propuesto, los alumnos pueden aprender acerca de las relaciones entre las muestras y las poblaciones (Ben-Zvi, 2016).

Los modelos presentados exponen los progresos que se han conseguido en investigaciones sobre cómo lograr el desarrollo de la alfabetización, el razonamiento o el pensamiento estadístico de los estudiantes. Algunos de los puntos en común de esos modelos son: el énfasis en las ideas fundamentales de la estadística, el uso de datos reales, la aplicación de las técnicas estadísticas en contextos particulares, el uso de tecnologías y la introducción de cambios en la evaluación.

Todo esto parte de la perspectiva de que el aprendizaje de la estadística se produce cuando las ideas estadísticas se colocan en un contexto. En clases de estadística el manejo de datos deben ir precedidos por la formulación de un problema, la recogida y análisis de la información, así como de su interpretación; todo ello enmarcado dentro de una pedagogía de la investigación estadística como método de enseñanza. Pareciera que el trabajar de esta forma produce un mayor impacto en el aprendizaje a largo plazo de los estudiantes, por lo menos, eso es lo que reportan Gil y Ben-Zvi (2014).

Esos autores compararon dos grupos de estudiantes (a) los que participaron en programas de enseñanza de la estadística con preguntas de investigación de datos abiertos y se estimulaba el razonamiento estadístico, (b) los que no participaron en esos programas. Los estudiantes que participaron en programas con preguntas de investigación de datos abiertos lo hicieron con Análisis Exploratorio de Datos (4to grado) como con la Inferencia Estadística Informal (5to y 6to grado), en todos los casos con trabajos de cinco semanas. Tres años después de esas intervenciones didácticas (9no grado) se evaluó, mediante tres actividades de investigación y una prueba, el conocimiento estadístico y sus habilidades de pensamiento. Los estudiantes que siguieron programas de enseñanza de la estadística con preguntas de investigación de datos abiertos superaron a los estudiantes que no siguieron esos programas en los siguientes aspectos: (1) comprensión conceptual, (2) inferencia estadística informal y (3) visión agregada de una distribución. Los mismos investigadores señalan que los resultados son limitados pero es una evidencia del posible impacto a largo plazo de la enseñanza de la estadística por estos métodos.

4.2.6 RECOMENDACIONES DIDÁCTICAS

Son varias las recomendaciones didácticas que reporta la investigación sobre la enseñanza de la estadística pero se considera que las más relevantes para los niveles de la educación primaria y secundaria son:

Uso de datos reales. Con frecuencia al enseñar estadística se recurre a conjuntos de números inventados por el docente o los autores de los libros, cuando es mucho más rico para el aprendizaje usar datos reales. Los datos reales pueden ayudar a los estudiantes comprender mejor el uso de la estadística en situaciones de la vida cotidiana. En internet, por ejemplo, se encuentran datos de diversos tipos que han sido recolectados de forma adecuada y con los cuales se pueden presentar situaciones de investigación atractivas para los estudiantes. Asimismo es importante que los estudiantes puedan recolectar datos para que comprendan las distintas dificultades que eso involucra, conocer cómo se producen los datos y consustanciarse con el contexto donde se encuentran.

Comprender los conceptos y los procedimientos. Los cursos tradicionales de la estadística se centran en los procedimientos, dejando a los conceptos como una mera referencia. Al centrar la enseñanza en los procedimientos los estudiantes, en el mejor de los casos, aprenden muchas técnicas, cómo procesar números, pero no cuándo utilizarlos. Si se comprenden los conceptos que soportan los procedimientos el estudiante puede aprender estadística y su aplicación en el mundo real, además de estar mejor preparado para interpretar la información de reportes de investigación. Las ideas fundamentales de la estadística son las bases de los conceptos y procedimientos a utilizar.

Apoyarse en contextos que se den significado a las ideas estadísticas. Cómo ya se ha indicado el contexto permite a los estudiantes darle sentido a los resultados encontrados en términos de la situación o problema que se desea resolver. Los conceptos y procedimientos estadísticos se deben dar en el marco de un contexto plausible para el uso de la estadística, con suficiente información para dar respuesta al problema plantado.

Fomentar el aprendizaje activo o colaborativo en el aula. El aprendizaje activo ayuda a los estudiantes descubrir, construir y comprender las ideas estadísticas fundamentales. En el aprendizaje activo los estudiantes se comunican, discuten puntos de vista, todo eso ayuda que aprendan unos de otros y no solo escuchen y acepten lo indicado por el profesor. La resolución de problemas estadísticos se hace más llevadera si se ejecuta en equipo, tan como lo hacen los grupos de investigación. La participación de todos al resolver problemas estadísticos promueve el aprendizaje colaborativo.

Usar tecnología como apoyo a la enseñanza. El uso de tecnología automatiza procesos para los cuales en la clase tradicional se invierte mucho tiempo, dejando más tiempo para la discusión de las ideas y comprensión de los conceptos. Pero el uso más importante de la tecnología en la clase de estadística no es como instrumento de cálculo, sino como apoyo a la enseñanza. Con apoyo de la tecnología se pueden hacer acercamientos informales y empíricos a los conceptos mediante procesos como la modelización o la simulación. La tecnología puede ayudar a crear un ambiente de enseñanza de la estadística dinámico y de múltiples representaciones, lo cual puede ayudar a los

estudiantes a la construcción de conceptos, establecer sus relaciones y verificar sus propiedades.

Énfasis en las ideas estadísticas fundamentales. Las ideas fundamentales de la estadística son la base para su aplicación en distintos ambientes, de allí su importancia para la formación del ciudadano. Lo adecuado es que se presenten en un currículo en espiral, eso permitiría que las ideas fundamentales puedan ser estudiadas en todos los grados con distintos niveles de profundidad, avanzando en la formalización en la medida que se avanza en la educación.

Resolución de problemas estadísticos. La estadística es un instrumento para conocer la realidad en situación de variabilidad o incertidumbre, por lo tanto, la formación estadística del ciudadano debe incluir la posibilidad de aprender a solucionar problemas mediante el uso de la estadística. La solución de problemas reales, que se correspondan con el nivel de desarrollo y las capacidades de los estudiantes, debe ser el centro de la enseñanza de la estadística. Al comienzo puede ser que los estudiantes resuelvan los problemas de manera intuitiva y con poco instrumental estadístico, pero a medida que avanzan deben ir ampliando la variedad de los instrumentos que puede usar y los niveles de formalización, pero siempre favoreciendo los niveles de comprensión. Si se hace de forma adecuada la resolución de problemas estadísticos incluirá todas las demás recomendaciones didácticas aquí señaladas.

La evaluación como parte del aprendizaje. Las evaluaciones deben ser una parte del aprendizaje y no un proceso aparte que se usa para decidir si se promueve o no un estudiante. Las evaluaciones deben estar en correspondencia con las metas de aprendizaje, por lo tanto deben centrarse en la comprensión de las ideas fundamentales de la estadística y en la resolución de problemas mediante la estadística.

4.3 LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD EN EL CURRÍCULO

Desde la reforma educativa de 1975, existe en el currículo de la educación media venezolana una unidad sobre los conceptos de estadística y probabilidad, aspecto que fue ampliado posteriormente, en la reforma de la educación Básica de 1985, cuando se incluyó

desde el primer grado temas de estadística y desde segundo grado temas de probabilidad. Más o menos en tiempos similares se incluyeron esos tópicos en la mayoría de los países, lo cual es una evidencia de que la sociedad reconoce la necesidad de formar a los estudiantes en esos temas. Cuando se trata el tema de las grandes ideas matemáticas a las que deben tener acceso los estudiantes durante la primaria y la secundaria, la estadística y la probabilidad está presente.

Como un ejemplo de la presencia de temas de estadística y probabilidad en los currículos, la siguiente figura muestra la situación en la educación primaria (CINE 1) y secundaria inferior (CINE 2) en Europa.



Figura 4:6 Contenidos del currículo de matemáticas, área estadística y probabilidad

Fuente: EACEA; Eurydice (2011)

En esta gráfica se consideran cuatro competencias básicas en esos niveles educativos, tres referidas a estadísticas y una a probabilidad. La competencia *Leer datos de tablas, pictogramas, diagramas de barras, gráficos circulares y gráficos de líneas* se encuentra en prácticamente todos los países y casi siempre en la educación primaria. Algo semejante ocurre con la competencia *Utilizar, interpretar y comparar grupos de datos*, mientras que la competencia *organizar y representar datos mediante tablas, pictogramas, diagramas de barras, gráficos circulares y gráficos de líneas*, se ubica en la secundaria inferior de la mayoría de los países europeos. Calcular probabilidades y predecir la probabilidad de resultados futuros utilizando resultados empíricos es una competencia básicamente de secundaria inferior, aunque hay algunos países donde se trabaja desde la primaria y hay un grupo de países donde no se trabaja la probabilidad “dentro de los contenidos obligatorios del currículo

de matemáticas, si bien dichos contenidos se trabajan como parte de otros temas” (EACEA; Eurydice, 2011, p. 44).

Para dar una aproximación de la situación de la estadística y la probabilidad en el currículo se han seleccionado las recomendaciones de tres organismos de Estados Unidos: *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000) y *Common Core State Standards for Mathematics* (CCSSI, 2010) y *A Curriculum Framework for K-12 Statistics Education*, (Franklin et al., 2007). Los dos primeros provienen de la educación matemática y se han seleccionado por su influencia en la enseñanza de la matemática en el mundo occidental. El tercero es un documento auspiciado por el Asociación de Estadísticos Norteamericanos y es el único documento localizado que se podría decir proviene del campo de la estadística.

Además se revisaron los currículos de varios países. Se comienza por Singapur, seleccionado por ser uno de los países con mayor éxito en los últimos años en pruebas internacionales. Singapur es, según Transparencia Internacional (2016), uno de los estados menos corruptos del mundo, lo cual podría tomarse como un indicador de un elevado sentido de ciudadanía. Luego está Chile, por ser el país latinoamericano con mejor figuración en las pruebas PISA y es el segundo país menos corrupto de América Latina (Transparencia Internacional, 2016). El currículo de Colombia es el siguiente a describir en relación con los contenidos de estadística y probabilidad. Fue seleccionado por ser una propuesta fundamentada en las orientaciones realizadas desde las universidades colombianas por investigadores de la educación matemática. También se incluye a Finlandia por ser uno de los países que con frecuencia se le incluye entre los mejores sistemas educativos del mundo, además es tercer país menos corrupto del mundo (Transparencia Internacional, 2016). Japón se incluye por uno de los países líderes en el registro de patentes del mundo y a Corea por ser el país con mejor desempeño en el área de estadística y probabilidad de las pruebas TIMSS, aunque en la edición de 2015 bajó su puntuación en esa área.

Es importante acotar que a pesar de la presencia de la estadística y la probabilidad en la mayoría de los currículos oficiales de matemáticas de los países del mundo, con frecuencia es de los temas menos tratados en la escuela, incluso tiende de a omitirse. Tarr, Chávez Reys, y Reys (2006) reportan que el tema *Análisis de Datos y Probabilidad* representó

entre el 29-38% de los contenidos omitidos por un grupo de maestros de 7mo y 8vo grado de matemáticas de 11 escuelas, pertenecientes a seis estados. Asimismo, el área de Datos y Probabilidad es señalada en los informes TIMSS como la de menor cobertura en la enseñanza entre los países participantes. Por ejemplo, en el informe 2015 se indica que para 8vo grado solo fue trabajada con el 60% de los estudiantes, mientras que todas las demás áreas se encuentran por encima del 70% (Mullis, Martin, Foy, y Hooper, 2016b).

4.3.1 PRINCIPIOS Y ESTÁNDARES DEL NCTM (NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS)

Los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2000) es una publicación del Consejo de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos y, como se señaló en apartados anteriores, es de gran influencia en la Educación Matemática en el mundo occidental. Con ese documento se busca:

- a) Exponer un conjunto amplio y coherente de objetivos para las matemáticas, desde Prekindergarten hasta el Grado 12 (Bachillerato).
- b) Servir como recurso a los profesores, responsables educativos y políticos, para analizar y mejorar la calidad de los programas de instrucción matemática.
- c) Guiar el desarrollo de marcos curriculares, evaluaciones y materiales de enseñanza.
- d) Estimular ideas y conversaciones continuas respecto a cómo ayudar a los estudiantes para que consigan una profunda comprensión de las matemáticas.

Estos son los principios curriculares que propone el NCTM:

- ✓ Igualdad: La buena educación matemática requiere igualdad, es decir, altas expectativas y una base potente para todos los estudiantes.

- ✓ **Curriculum:** Un currículo es más que una colección de actividades: debe ser coherente, centrado en matemáticas importantes, y bien articulado en grados.
- ✓ **Enseñanza:** La enseñanza efectiva de las matemáticas requiere comprender que los estudiantes saben y necesitan aprender y, entonces, retándolos y desafiándolos aprenderán bien.
- ✓ **Aprendizaje:** Los estudiantes deben aprender matemáticas, comprendiéndolas, construyendo activamente nuevo conocimiento desde la experiencia y el conocimiento previo.
- ✓ **Evaluación:** La evaluación debería apoyar el aprendizaje de las matemáticas importantes y aprovechar esta información poderosa para ambos, alumnos y profesores.
- ✓ **Tecnología:** La tecnología es esencial en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; influye en las matemáticas que se enseñan y refuerza el aprendizaje de los estudiantes.

Los estándares curriculares tratan de dar respuesta a la pregunta ¿qué contenidos y procesos matemáticos deberían los estudiantes aprender a conocer y a ser capaces de usar cuando avancen en su educación? Se estructuran en estándares de contenido y de proceso. Los contenidos se agrupan en áreas: Números y Operaciones, Álgebra, Geometría, Medida y Análisis de datos y Probabilidad. Los estándares de procesos son: Resolución de Problemas, Razonamiento y Demostración, Comunicación, Conexiones y Representación. Mediante ellos se presentan modos destacados de adquirir y usar el conocimiento.

A continuación se resumen las metas definidas para el área de contenido Análisis de datos y Probabilidad.

Tabla 4.4 Estadística en Propuesta Estándares NCTM

Grado	Metas
Pre K – 2do (5 a 7 años)	<p>Plantear preguntas y reunir datos sobre sí mismos y su entorno.</p> <p>Ordenar y clasificar objetos según sus atributos y organizar datos sobre los objetos.</p> <p>Representar datos utilizando objetos concretos, dibujos y gráficas (tablas, gráficos de barra, de línea y pictograma)</p> <p>Describir partes de los datos y todo el conjunto de ellos para determinar qué muestran.</p> <p>Identificar aspectos individuales de los datos (sobre la base de frecuencia)</p>
3ro – 5to (8 a 10 años)	<p>Plantear preguntas y recolectar datos sobre sí mismo y el ambiente donde se desenvuelven. Preguntas de su escuela, su comunidad y contenidos estudiados en otras áreas.</p> <p>Diseñar investigaciones para abordar una pregunta y considerar cómo los métodos de recolección de datos afectan la naturaleza del conjunto de datos.</p> <p>Recopilar datos usando observaciones, encuestas y experimentos.</p> <p>Presentar datos utilizando tablas y gráficas tales como trazos de línea, gráficos de barras y gráficos de líneas.</p> <p>Reconocer las diferencias en la representación de los datos categóricos y numéricos.</p> <p>Describir la forma y las características importantes de un conjunto de datos y comparar conjuntos de datos relacionados, con un énfasis en cómo se distribuyen los datos.</p> <p>Utilizar medidas de tendencia central, con énfasis en la mediana, y entender lo que cada uno nos indica sobre el conjunto de datos.</p> <p>Comparar diferentes representaciones de los mismos datos y evaluar el funcionamiento de cada representación muestra aspectos importantes de los datos.</p> <p>Descripción y análisis de un conjunto de datos, realizar comparaciones que involucren dos o más conjunto de datos.</p> <p>Proponer y justificar conclusiones y predicciones basadas en datos y estudios de diseño para investigar más a fondo las conclusiones y predicciones.</p> <p>Comenzar a comprender que muchos conjuntos de datos son muestras de poblaciones, pensar sobre los factores que afectan la representatividad de una muestra.</p> <p>Usar software para organizar y representar sus datos.</p>
6to – 8vo (11 a 13 años)	<p>Formular preguntas, concebir estudios y recolectar datos acerca de una característica particular para dos poblaciones diferentes o diferentes características dentro de una misma población.</p> <p>Seleccionar, crear y utilizar representaciones gráficas de apropiados para los datos que se maneja, incluido el histograma, los gráficos de caja y bigote y diagramas de dispersión</p>

<p>9no – 12mo (14 a 17 años)</p>	<p>Encontrar, usar e interpretar medidas de tendencia central y de dispersión, incluyendo la media y la amplitud intercuartilica.</p> <p>Discutir y comprender la correspondencia entre conjuntos de datos y sus representaciones gráficas, especialmente histograma, gráficos de tallo y hoja, gráficos de caja y bigote y diagrama de dispersión (analizar la simetría y asimetría de los gráficos)</p> <p>Utilizar instrumentos para investigar relaciones y tendencias en datos bivariados, incluidos gráficos de dispersión y recta de regresión.</p> <p>Utilizar observaciones acerca de las diferencias entre una o más muestras para formular conjeturas acerca de las poblaciones de donde se tomaron las muestras.</p> <p>Formular conjeturas acerca de posibles relaciones entre dos características de una muestra con base en diagramas de dispersión y la recta de regresión.</p> <p>Usar conjeturas para formular nuevas preguntas y plantear nuevos estudios para responderlas</p> <p>Usar tecnologías para investigar propiedades de las medidas estudiadas.</p>
	<p>Comprender las diferencias entre los distintos tipos de estudios y qué tipos de inferencias legítimamente se puede sacar de cada uno.</p>
	<p>Conocer las características de los estudios bien diseñados, incluida la función de asignación al azar en las encuestas y experimentos.</p>
	<p>Entender el significado de los datos de medición y los datos categóricos, de datos univariados y bivariados, y del término variable.</p>
	<p>Comprender diferentes gráficos como circulares, barras, histogramas, diagramas de caja (individuales y paralelos), de tallo y hoja y diagramas de dispersión, su uso para mostrar los datos.</p>
	<p>Calcular las estadísticas básicas y entender la diferencia entre un estadístico y un parámetro.</p>
	<p>Concebir investigaciones, estudios de observaciones y experiencias considerando aspectos como: población en estudio, muestra, selección y tamaño de la muestra</p>
	<p>Para los datos de medición univariantes, ser capaz de mostrar la distribución, describir su forma, y seleccionar y calcular las estadísticas de resumen.</p>
	<p>Para los datos de medición bivariados, ser capaz de mostrar un diagrama de dispersión, describir su forma, y determinar los coeficientes de regresión, las ecuaciones de regresión y coeficientes de correlación utilizando herramientas tecnológicas.</p>
	<p>Visualizar y analizar datos de dos variables en la que al menos una variable es categórica.</p>
	<p>Reconocer cómo las transformaciones lineales de datos univariantes afectan a la forma, el centro y la dispersión.</p> <p>Identificar tendencias en los datos bivariados y encontrar las funciones que el modelo de los datos o transformar los datos para que puedan ser modelados.</p> <p>Examinar las características de los gráficos, ser capaz de explicar las diferencias en las medidas de tendencia central (media y mediana) y de dispersión (desviación típica y amplitud intercuartil)</p>

Comprender que los coeficientes de correlación informan sobre: los modos como los datos están asociados a la recta de regresión, la intensidad de la relación entre dos variables.

Utilizar simulaciones para explorar la variabilidad de las estadísticas de muestra de una población conocida y construir distribuciones de muestreo.

Comprender cómo las estadísticas de la muestra reflejan los valores de los parámetros de población y el uso de distribuciones de muestreo como base para la inferencia informal.

Evaluar los informes publicados que se basan en los datos por examinar el diseño del estudio, la idoneidad del análisis de datos, y la validez de las conclusiones.

Entender cómo técnicas estadísticas básicas se utilizan para controlar las características del proceso en el lugar de trabajo.

Usar tecnologías para calcular medidas estudiadas e investigar sus propiedades.

Fuente: NCTM (2000)

El NCTM (2000) propone desde los primeros grados estudiar la estadística como parte del proceso de investigación. Desde el nivel inicial debe formular preguntas, recolectar datos que permitan responder esas preguntas, organizar y representar datos. Este proceso recolección de datos se va profundizando desde los datos personales al inicio de la primaria hasta la secundaria, donde realizan encuestas, observaciones o experimentos con muestras extraídas de forma aleatoria de poblaciones; siempre bajo la óptica de la resolución de problemas.

La representación de datos también va en el proceso gradual de complejidad que comienza con los pictogramas y diagramas de barras para culminar con los gráficos caja y bigotes, los diagramas de tallo y hoja y de dispersión. El uso de tecnología permita dejar en el segundo plano la elaboración de los gráficos y concentrarse en la información que se puede extraer de ellos.

En cuanto al análisis de datos en sí, se propone que durante la etapa inicial el estudiante describa el conjunto de datos como un todo e identifique la moda, para que en la fase siguiente el énfasis se haga en la descripción y análisis del conjunto de datos y la comparación de dos o más conjuntos de datos; acompañado de la comprensión de las nociones de amplitud, moda, mediana y media. En el siguiente nivel se deben determinar e interpretar las medidas de tendencia central y de dispersión, para luego ser capaz de explicar las diferencias entre las diferentes medidas, incluyendo la desviación típica. En

esta última etapa también debe trabajar datos bivariados, lo cual significa el estudio de la asociación de variables mediante coeficientes de correlación y las ecuaciones de rectas de regresión con el apoyo de calculadoras y software.

El desarrollo de la inferencia estadística requiere que se trabaje con muestras, lo cual comienza en el nivel 3ro a 5to grado; aunque el nivel precedente se discute si estudiantes de otras clases llegarían o no a las mismas conclusiones que ellos al trabajar un tema. En el nivel 3ro a 5to grado, deben comenzar a comprender que muchos conjuntos de datos son muestras de la misma población y discutir el concepto de representatividad de una muestra. También empiezan a desarrollar nociones de inferencia estadística al formular conjeturas, sacar conclusiones basadas en los datos y utilizarlas para plantear nuevas preguntas y diseñar nuevos estudios. Todo esto se profundiza en los siguientes niveles hasta que desarrollen ideas acerca de los modos de elegir muestras y las posibilidades de hacer inferencia estadística. Además, también deben evaluar informes publicados, examinando la concepción del estudio, la adecuación del análisis de los datos y la validez de las conclusiones.

El área de contenidos Análisis de Datos y Probabilidad enfatiza el aprendizaje de métodos estadísticos apropiados para analizar datos, hacer inferencias y predicciones basadas en datos; con lo cual se le proporcionaría una formación estadística adecuada para un ciudadano de la sociedad actual.

La propuesta del NCTM es iniciar a los estudiantes en las ideas de la probabilidad desde los primeros grados de la educación primaria, para que al egresar de la secundaria sea capaz de comprender y aplicar nociones básicas de probabilidad. Se comienza con experiencias informales, como el uso del vocabulario básico para la descripción la posibilidad de ocurrencia o no de un evento (Pre K a 2do grado), para luego aprender a cuantificar la probabilidad de resultados de experiencias simples y comprender que la probabilidad de acontecimientos varía de 0 a 1 (3ro a 5to grado).

Tabla 4.5 Probabilidad en Propuesta Estándares NCTM

Grado	Metas
Pre K – 2do (5 a 7 años)	<p>Discutir sucesos probables e improbables relacionados con las experiencias de los alumnos.</p> <p>Describir sucesos como probables o no probables, y discutir su grado de probabilidad usando expresiones como seguro, igualmente probable e improbable.</p>
3ro – 5to (8 a 10 años)	<p>Predecir la probabilidad de resultados de experimentos sencillos, y someter a prueba tales predicciones.</p> <p>Comprender que la medida de la probabilidad de un suceso puede representarse por un número comprendido entre 0 y 1.</p>
6to – 8vo (11 a 13 años)	<p>Comprender y utilizar la terminología apropiada para describir sucesos complementarios y mutuamente excluyentes.</p> <p>Utilizar la proporcionalidad y una comprensión básica de la probabilidad para formular y comprobar conjeturas sobre los resultados de experimentos y simulaciones.</p> <p>Calcular probabilidades de sucesos compuestos sencillos, utilizando métodos como listas organizadas, diagramas de árbol y modelos de área.</p> <p>Comprender los conceptos de espacio muestral y distribución de probabilidad, y construir espacios muestrales y distribuciones en casos sencillos.</p> <p>Utilizar simulaciones para construir distribuciones de probabilidad empíricas.</p>
9no – 12mo (14 a 17 años)	<p>Calcular e interpretar el valor esperado de variables aleatorias en casos sencillos.</p> <p>Comprender los conceptos de probabilidad condicionada y sucesos independientes.</p> <p>Comprender cómo se calcula la probabilidad de un suceso compuesto.</p> <p>Identificar sucesos mutuamente excluyentes o condicionados utilizando los conocimientos de combinaciones, permutaciones y conteo para el cálculo de probabilidades asociadas a tales sucesos.</p>

Fuente: NCTM (2000)

En la educación secundaria se profundiza en la comprensión, cálculo de probabilidad y uso de terminología de los distintos tipos de eventos, además de utilizar la probabilidad de formular y probar conjeturas acerca de los resultados de las experiencias y las simulaciones. Finalmente aparecen las distribuciones de probabilidad para espacios muestrales simples.

Aunque se le da peso al cálculo de probabilidades, no se descuida la comprensión de las ideas y su significado para poder lograr la adecuada interpretación de los resultados logrado. La experimentación y el uso de simulaciones debe ayudar al estudio de la probabilidad con suficiente evidencia para contrastar con ideas alternas que tengas los estudiantes sobre este tópico. El estudio de conceptos como distribuciones de probabilidad, valor esperado y espacio muestral permiten hacer la conexión entre la probabilidad y la estadística con miras hacer inferencias. Todo este proceso debe ser apoyado con los estándares de procesos, como, por ejemplo, el razonamiento y la demostración, la comunicación e información, además de la resolución de problemas.

El NCTM (2000) presenta algunas indicaciones metodológicas sobre cómo llevar adelante la enseñanza de la estadística, por ejemplo:

- a) Nivel Pre-K a 2do grado. Utilizar experiencias informales tales como separar artículos de tienda de comestibles para aprender a recoger y organizar datos, desarrollar experiencias en la clase tales como recoger votos sobre la preferencia respecto a paseos a realizar.
- b) Nivel 3ro a 5to grado. Recolectar información sobre preguntas acerca de sí mismos, de su entorno o de contenidos estudiados en otras áreas.
- c) Nivel 6to a 8vo grado. Realizar trabajos interdisciplinarios, elaborando experiencias de laboratorio que involucren recogida de datos, en conjunto con los profesores de ciencias.
- d) Nivel 9no a 12mo grado. Establecer conexiones entre la Estadística y el Álgebra y que se realicen actividades experimentales tales como el lanzamiento de dados o algún otro dispositivo, para luego discutir si un juego es justo o no.

En el fondo plantea que el estudio de la estadística y la probabilidad debe hacerse a partir de datos recolectados por el estudiante en ambientes reales para realizar estudios sobre los propios alumnos, sus intereses, su ambiente, etc. Ello debe ayudar a que establezcan conexiones con otras áreas y con la propia Matemática, además, de llevar a cabo experiencias que pueden utilizarse en la exploración y comprensión de determinados fenómenos.

El uso de la tecnología es fundamental para la representación, ordenación y representación gráfica de conjuntos de datos, además de ayudar en la comprensión de cambios provocados por la modificación de valores en los datos y en las simulaciones que ayudan al aprendizaje de las probabilidades; así como la recolección de datos relevantes en Internet.

En los principios y estándares del NCTM, el área de Análisis de Datos y Probabilidad se presenta como un instrumento para que los estudiantes puedan realizar trabajos y proyectos de investigación. Lo que se busca es que todos los estudiantes puedan: (a) formular preguntas que pueden abordarse con datos. Recopilar, organizar y mostrar los datos de manera pertinente para responder las preguntas; (b) seleccionar y utilizar los métodos estadísticos apropiados para analizar los datos; (c) desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos; (d) comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad. El conjunto planteado guarda importantes similitudes con programas universitarios de estadística para no especialistas en Venezuela, tal como es el caso de la Escuela de Educación de la UCV. Lograr una formación como la planteada permitiría que a nivel universitario se avanzara en el manejo de las ideas estadísticas para un profesional.

4.3.2 ESTÁNDARES COMUNES PARA LAS MATEMÁTICAS (COMMON CORE STATE STANDARD INITIATIVE)

Los Estándares Estatales Básicos Comunes (CCSS por sus siglas en inglés) describen las expectativas de aprendizaje para inglés y matemáticas desde Kinder hasta el 12do grado, diseñadas para preparar a estudiantes para la universidad y para tener éxito en sus carreras. Los CCSS señalan lo que se espera de los estudiantes en cada grado escolar, poniendo a los estudiantes, padres, maestros y administradores de la escuela trabajando para lograr metas comunes.

Los Estándares Comunes para las Matemáticas de la *Common Core State Standards Initiative* (CCSSI, 2010) describen los conocimientos y habilidades que se espera que los estudiantes aprendan y sean capaces de hacer y que los educadores de matemáticas deben buscar desarrollar en sus estudiantes; con el objeto de lograr una educación de alta calidad necesaria para la universidad o en el mundo laboral. (CCSSI, 2010).

Estas metas descansan en procesos definidos en los estándares del NCTM (resolución de problemas, razonamiento y demostración, comunicación, conexiones y representación) y los estándares descritas en el informe *Adding it up: Helping children learn mathematics* del *National Council Research* (2001): razonamiento adaptativo, competencia estratégica, entendimiento conceptual (comprensión de conceptos matemáticos, operaciones y relaciones), fluidez en los procedimientos (destrezas para la realización de procedimientos de manera flexible, exacta, eficiente y apropiada), y una disposición productiva (la propensión a considerar que las matemáticas son sensatas, útiles e importantes, aunadas con la creencia en la rapidez y la eficacia propia). Esta combinación produce los ocho estándares para la práctica de la matemática:

1. Entienden problemas y perseveran en resolverlos.
2. Razonan de manera abstracta y cuantitativa.
3. Construyen argumentos viables y critican el razonamiento de otros.
4. Realizan modelos matemáticos.
5. Utilizan estratégicamente las herramientas apropiadas.
6. Pretan atención a la precisión.
7. Buscan y utilizan estructuras.
8. Buscan y expresan regularidad en razonamientos repetitivos.

El área de contenido que involucra a la estadística y la probabilidad hasta 5to grado se denomina Medición y Datos, la cual incluye contenidos de geometría referidos a medición. A partir de 6to grado se denomina Estadística y Probabilidad, desligándose de la medición en geometría. A continuación se resumen las metas definidas para ambas áreas de contenidos, clasificadas por grados.

En los Estándares Comunes para las Matemáticas para la educación primaria hay un claro énfasis en la representación de datos mediante gráficos. En los cinco grados iniciales todo gira alrededor de la recolección de datos, representación mediante gráficos y su interpretación. Durante esos grados se trabajan con pictogramas, gráficos de barras y gráficos de puntos; que son complementados con histogramas y los diagramas de caja en sexto grado.

Tabla 4.6 Estadística para Primaria en Propuesta Estándares Comunes para las Matemáticas

Grado	Metas
Primero	Organizar, representar e interpretar los datos hasta con tres categorías.
Segundo	Generar datos mediante la medición de longitudes de distintos objetos. Dibujar pictogramas y gráficos de barras (con escala de una sola unidad) para representar conjunto de datos con hasta cuatro categorías. Interpretar los gráficos.
Tercero	Dibujar pictogramas y gráficos de barras con escala para representar conjunto de datos con varias categorías. Interpretar los gráficos. Generar datos de medición mediante la medición de longitudes usando reglas marcadas con mitades y cuartos de pulgada.
Cuarto	Hacer diagramas de puntos para mostrar conjunto de datos de mediciones en fracciones de una unidad. Resolver problemas que impliquen adición y sustracción de fracciones mediante información presentada en el gráfico.
Quinto	Hacer diagramas de puntos para mostrar conjunto de datos de mediciones en fracciones de una unidad. Resolver problemas que impliquen adición y sustracción de fracciones mediante información presentada en el gráfico. Interpretar los gráficos.
Sexto	Reconocen la pregunta estadística como una pregunta que anticipa la variabilidad de los datos relacionados a la pregunta y la justifica en las respuestas. Entienden que un conjunto de datos reunidos para contestar una pregunta estadística tiene una distribución que puede describirse según su centro, su dispersión, y su forma general. Reconocen que una medida de tendencia central de un conjunto de datos numéricos sirve para resumir todos sus valores con un número único, mientras que una medida de variabilidad usa un número único para describir cómo varían esos valores. Representan datos numéricos en diagramas sobre una recta numérica, incluyendo los diagramas de punto, los histogramas y los diagramas de caja. Resumen conjuntos de datos numéricos en relación a su contexto, mediante: número de observaciones, naturaleza y medida del atributo investigado, medidas de tendencia central (media, mediana), variabilidad (rango intercuartil, desviación media), patrón general, desviaciones con respecto al patrón general y con referencia al contexto.

Fuente: Common Core State Standards Initiative (2010)

Llama la atención que los diagramas de puntos se estudien después de los gráficos de barras, cuando normalmente se hace al contrario (ver, por ejemplo, Friel et al., 2001);

suponemos que tiene relación con la complejidad del diagrama de puntos que se aspire que trabaje. Tal parecer no está previsto el estudio de las tablas *per se*, ya que no se mencionan en ninguno de los grados de primaria. Podría suceder que las tablas se vean solo como un punto por el cual se deben basar para elaborar el gráfico, pero no se tiene previsto su elaboración e interpretación.

En sexto grado se comienza a desarrollar la comprensión de la variabilidad estadística, para ello se estudian las medidas de tendencia central, de dispersión y la forma general de la distribución, prestando atención a desviaciones del patrón general con referencia al contexto de donde provienen los datos. El énfasis en las medidas parece estar en lo conceptual y su uso en la descripción de datos ya que no se encuentran referencias sobre su cálculo. Aunque se aspira a trabajar con el rango intercuartil y los diagramas de caja no se señalan que se trabaje con los cuartiles, medidas básicas para este gráfico y esa medida de dispersión. Una posible explicación es que tanto las medidas de tendencia central y de dispersión, como el diagrama de caja, esté previsto trabajarlo con tecnología. En ninguno de los documentos revisados se pudo aclarar este aspecto.

Llama la atención el aumento del peso de la estadística en 6to grado. De aspectos muy puntuales, referidos a la representación de datos, en los cinco primeros grados, se pasa al estudio de las medidas de tendencia central, de dispersión y la forma general de la distribución. Este cambio debe implicar un aumento en el tiempo dedicado a la estadística en 6to grado con relación a los grados anteriores, con la consecuente disminución del tiempo dedicado a otros contenidos.

Los Estándares Comunes para las Matemáticas no tienen previsto el estudio de la probabilidad durante la primaria como lo recomienda algunos investigadores (por ejemplo Fischbein, 1975). En este nivel tampoco se inicia la inferencia estadística, como si lo hace el NCTM al introducir desde 3er grado la noción de muestra y la formulación de inferencias informales a partir de los datos. Suponemos que esas decisiones tienen que ver con la complejidad de los temas y el nivel de desarrollo del niño. Lamentablemente, en los documentos revisados no se encontró argumentos que avalara estas decisiones.

Tabla 4.7 Estadística para Secundaria en Propuesta Estándares Comunes para las Matemáticas

Grado	Metas
Séptimo	Utilizar un muestreo aleatorio para extraer inferencias acerca de una población. Hacer inferencias comparativas informales sobre dos poblaciones.
Octavo	Investigar los patrones de asociación de datos bivariantes.
Noveno a Duodécimo	Resumir, representar e interpretar datos sobre una variable. Resumir, representar e interpretar datos sobre dos variables cuantitativas y categóricas. Interpretar modelos lineales. Comprender y evaluar procesos aleatorios en experimentos de estadística básica. Hacer inferencias y justificar las conclusiones de encuestas por muestreo, experimentos y estudios observacionales.

Fuente: Common Core State Standards Initiative (2010)

Son tres los focos de atención de la estadística en la secundaria, según los Estándares Comunes de matemáticas, estadística descriptiva, inferencia estadística y los datos bivariantes. El estudio de la inferencia se hace en dos partes, una primera en séptimo grado, donde se trabaja el muestreo y se busca que se comprenda que la estadística puede ser usada para obtener información de la población mediante el análisis de una muestra, si es representativa de la población origen. En ese mismo grado se utilizan medidas de tendencia central y variabilidad tomadas de muestras aleatorias para hacer inferencias informales.

El segundo bloque de trabajo con la inferencia estadística se hace a partir de noveno grado. Primero se prosigue el trabajo iniciado en sexto grado sobre la descripción de poblaciones a partir de la tendencia central, la dispersión (se incluye desviación típica) y la forma de la distribución, todo con apoyo de calculadora y hojas de cálculo (estadística descriptiva). Además se estudia el modelo de la distribución normal. Todo eso, junto al estudio de la probabilidad, deja el camino preparado para comprender que la estadística puede ayudar a hacer inferencias sobre los parámetros de la población basándose en una muestra aleatoria de esa población. Los estudiantes deben hacer inferencias, justificar las conclusiones y finalmente evaluar informes de investigación basados en datos.

El análisis bivariado se inicia en octavo grado con una introducción tanto para datos cuantitativos como para cualitativos, trabajo que se intensificará a partir de noveno grado con el estudio del modelo lineal. Se usa tecnología para graficar los datos y para calcular el coeficiente de correlación lineal y los valores que definen la recta de regresión. Eso permite concentrarse en la interpretación de los resultados y aspectos conceptuales como por ejemplo, distinguir entre la correlación y la causalidad.

Al igual que la inferencia estadística, la formación en probabilidad se reparte en dos bloques: 7mo grado y de 9no a 12mo grado, con ello se rompe el tradicional modelo de estudiar en grados consecutivos contenidos semejantes.

Tabla 4.8 Probabilidad para Secundaria en Propuesta Estándares Comunes para las Matemáticas

Grado	Metas
Séptimo	Investigar procesos de probabilidad, desarrollar, utilizar y evaluar los modelos de probabilidad.
Octavo	Comprender la independencia y la probabilidad condicional y utilizarlos para interpretar datos.
Noveno a Duodécimo	Utilizar las reglas de probabilidad para calcular probabilidades de eventos compuestos en un modelo de probabilidad uniforme. Calcular los valores esperados y utilizarlos para resolver problemas. Utilizar la probabilidad para evaluar los resultados de las decisiones.

Fuente: Common Core State Standards Initiative (2010)

No es casual que la probabilidad y la inferencia estadística se estudien en los mismos grados. En consonancia con el estudio del muestreo en séptimo grado, en ese mismo grado también se debe iniciar el estudio de la probabilidad, primero trabajando los conceptos básicos y luego se introduce a al modelo de probabilidad uniforme. A partir de 9no grado se busca comprender los eventos independientes y condicionados para utilizarlos en la interpretación de datos, así como el cálculo de probabilidades de eventos compuestos en un modelo de probabilidad uniforme. Todo ello debe redundar en la comprensión de conceptos como muestra aleatoria, variable aleatoria, valor esperado, para usar probabilidades para tomar las decisiones. Todos los tópicos de probabilidad estudiados

son fundamentales para la comprensión de los fundamentos de la inferencia estadística que se estudian en los mismos grados.

No se encontraron sugerencias metodológicas específicas para la estadística y probabilidad, pero algunas indicaciones presentadas en los grados indican que la enseñanza debe girar en torno a la recolección de datos reales, que sean de interés para los estudiantes. Por ejemplo, en cuarto grado se sugiere que “al utilizar un diagrama de puntos, hallar e interpretan la diferencia de longitud entre los ejemplares más largos y más cortos en una colección de insectos” (CCSSI, 2010, p. 31). Mientras en octavo grado se sugiere recolectar datos para responder a la pregunta “¿Hay alguna evidencia que indique que los estudiantes que tienen un toque de queda también tienen quehaceres asignados en sus hogares?” (CCSSI, 2010, p. 31). Sugerencias similares se encuentran en cada grado, lo cual indica que la aspiración es que se trabajen el tema de estadística y probabilidad asociado a datos reales para resolver preguntas de interés para los estudiantes.

En resumen, el énfasis en la primaria son los gráficos y su interpretación, además de sentar las bases para el análisis descriptivo de datos. En secundaria se complementa la formación en estadística descriptiva, el análisis bivariado y la inferencia estadística. En cuanto a la probabilidad, pareciera que el propósito de los Estándares Comunes de Matemáticas es que se estudie solo los puntos de la probabilidad indispensables para que se pueda comprender la inferencia estadística.

4.3.3 LINEAMIENTOS PARA LA ENSEÑANZA Y EVALUACIÓN EN EDUCACIÓN ESTADÍSTICA (PROYECTO GAISE)

Los Lineamientos para la Enseñanza y Evaluación en Educación Estadística (GAISE por sus siglas en inglés) es una iniciativa de la Asociación de Estadísticos Americanos y el NCTM y su objetivo es proporcionar un marco que oriente el diseño de programas educativos para ayudar a los futuros egresados de la educación media a ser un ciudadano estadísticamente alfabetizado. Para ello se presentan orientaciones sobre el qué enseñar y el cómo hacerlo. No es entonces exactamente una propuesta curricular pero por sus características y por ser una iniciativa de los estadísticos es conveniente revisarla.

Tal como se indicó en el apartado *Alfabetización Estadística para estudiantes del pre universitario*, los Lineamientos para la Enseñanza y Evaluación en Educación Estadística se basan en dos dimensiones: (a) las fases de la resolución de problemas estadísticos en el proceso de investigación (b) los tres niveles de desarrollo de la alfabetización de estadística alcanzada. Esos tres niveles son los que pueden ser de ayuda para definir qué enseñar.

Tabla 4.9 Estadística en Propuesta GAISE

Grado	Metas
Nivel A	<p>Comienza la distinción de preguntas estadísticas. Todavía no diseñan recolección de datos para establecer diferencias. Usan propiedades particulares de distribuciones en el contexto de un caso específico para analizar datos. Al interpretar resultados no ven más allá de los datos Reconoce la variabilidad dentro de un grupo</p>
Nivel B	<p>Incrementa su conocimiento para la distinción de preguntas estadísticas. Comienza el conocimiento del diseño de recolección de datos para establecer diferencias. Aprende a usar propiedades particulares de distribuciones como herramientas de análisis de datos. Al interpretar resultados reconoce que mirar más allá de los datos es factible Capaz de reconocer la variabilidad dentro de un grupo y entre grupos</p>
Nivel C	<p>Pueden distinguir preguntas estadísticas. Hacen diseños de recolección de datos para establecer diferencias Comprende y usa distribuciones en análisis de datos como un concepto global. Al interpretar resultados es capaz de mirar más allá de los datos en algunos contextos Reconoce la variabilidad en el ajuste del modelo</p>

Fuente: Franklin et al. (2007)

Es importante recalcar que los niveles no están directamente asociados a la edad del estudiante, pero al estar vinculados con los estándares del NCTM puede asociarse el nivel A con los grados K a 5to, el B con los grados 6to a 8vo-y el C del 9no a 12do grados.

En cada uno de los tres niveles se encuentran elementos de las fases de la resolución de problemas estadísticos en el proceso de investigación: formular preguntas, recolectar

datos, analizar datos, interpretar resultados, además de tener a la variabilidad como foco permanente de estudio. Por ejemplo, en el caso de la interpretación se inicia con la lectura de los datos (nivel A), luego en el B se comienza a reconocer que se puede ir más allá de los datos (comparación de datos) y en el nivel C, se pueden interpretar resultados mirando más allá de los datos.

Las fases de la resolución de problemas estadísticos en el proceso de investigación definen cómo se espera que se conduzca el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística según este proyecto. Es de suponer que los estudiantes deben formular preguntas susceptibles de ser respondidas mediante la estadística para luego recolectar los datos apropiados y analizarlos. Esto es una metodología activa basada en la resolución de problemas reales y de interés para los estudiantes.

Aunque GAISE (Franklin et al., 2007) reconoce que la probabilidad juega un papel importante en el análisis estadístico, considera que debe tener su propio lugar en el currículo. Por ello no la incluye como un conjunto de contenidos o aspectos a tratar sino que propone que se utilice en formas pensamiento estadístico; para lo cual una comprensión intuitiva será suficiente. En el nivel A los estudiantes deben comprender que la probabilidad es una medida de certidumbre o incertidumbre, los sucesos deben ser clasificados de forma cualitativa con palabras como: seguro, menos probable, más probable, imposible, etc. Aprenden informalmente asignar números a la probabilidad de que algo va a ocurrir.

En los otros niveles se deben estudiar solo los conceptos de probabilidad necesarios para la introducción de la estadística (con énfasis en el análisis de los datos) como: la frecuencia relativa para la interpretación de datos, distribuciones de probabilidad como modelos de poblaciones, una introducción a la distribución normal como un modelo para las distribuciones de muestreo y las ideas básicas del valor esperado y la varianza para variables aleatorias. El propósito es usar lo mínimo necesario de la probabilidad pero siempre como un instrumento de la estadística.

Esta visión de la probabilidad solo como un instrumento de la estadística es similar a expresada en los Estándares Comunes para las Matemáticas (CCSSI, 2010) y rompe con

el planteamiento del NCTM (2000). Aunque en GAISE (Franklin et al., 2007) se da un poco más información que en los Estándares Comunes, no queda claro el motivo de esa decisión y si se tomaron en consideración las investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad.

4.3.4 CURRÍCULO DE SINGAPUR

El sistema escolar de Singapur ha ganado prestigio internacional debido a los resultados en competencias internacionales como PISA y TIMSS, llevando a distintas instancias a fijarse en sus métodos de trabajo en la escuela y en sus libros, los cuales son motivos de estudio, por ejemplo, en Estados Unidos, Inglaterra y España. La escolarización obligatoria empieza en el preescolar, de los 4 a los 6 años, sigue con los seis años de la primaria y termina con la secundaria, que dura cuatro años.

El sistema educativo de Singapur se basa en un modelo meritocrático y de alta competitividad. Para pasar de la primaria a la secundaria es necesario presentar el examen denominado Primary School Leaving Examination, dependiendo de los resultados los estudiantes pasan a una de las tres modalidades: Express, Normal Academic o Normal Technical. El sistema permite la movilidad entre modalidades, dependiendo del rendimiento del estudiante. Al culminar la secundaria deben presentar un nuevo examen que determina el ingreso al Junior College, el Polytechnic School o el Institute of Technical Education. Al culminar ese periodo de formación, los estudiantes deben presentar un nuevo examen para el ingreso a la universidad, los requisitos de admisión no son iguales para todas las universidades y cambia según la modalidad de donde provenga el aspirante.

Para ellos el aprendizaje de las matemáticas es un punto clave en todo sistema educativo y tiene como objetivo preparar a sus ciudadanos para una vida productiva en el siglo XXI. Consideran que los estudiantes tienen diferentes intereses y habilidades naturales para aprender matemáticas, para algunos será agradable, para otros un reto; pero la meta es asegurar que todos alcancen un nivel de dominio que le servirá en su vida cotidiana. Para ello tienen previstos tres bloques de contenidos en primaria: número y álgebra, medición y geometría y estadística; los cuales se mantienen iguales para secundaria, salvo por el bloque de estadística que pasa a ser estadística y probabilidad (Ministry of

Education, 2012). La tabla siguiente resume las metas del bloque de estadística para primaria:

Tabla 4.10 Estadística en Currículo Primaria Singapur

Grado	Metas
Primero	Leer e interpretación los datos en pictogramas
Segundo	Leer e interpretar datos en pictogramas con escalas
Tercero	Leer e interpretar datos en gráficos de barras
Cuarto	Leer e interpretar datos en tablas y gráficos de línea
Quinto	Analizar significado del promedio en situaciones de vida real
Sexto	Leer e interpretar datos en gráficos circulares

Fuente: Ministry of Education (2012)

En primaria, el bloque de estadística se enfoca fundamentalmente a la lectura e interpretación de los datos en gráficos, en cinco de los seis grados se estudian los gráficos. El estudio de los gráficos incluye la recolección de datos y la construcción de gráficos, la cual está previsto hacerla desde tercer grado con hojas de cálculo. Las tablas aparecen puntualmente en el cuarto grado y al igual que los gráficos se enfoca a la lectura e interpretación. Se puede suponer que al trabajar con apoyo de la tecnología, los estudiantes pasan de los datos originales a las tablas o gráficos, según sea su interés. Como se señaló antes, el uso de la tecnología evita invertir tiempo en la elaboración de tablas o gráficos y enfocar la atención en la lectura e interpretación.

Solo en quinto grado se estudia un tema distinto a los gráficos; el promedio o media aritmética, esa es la única medida estadística prevista estudiar durante la primaria para la descripción de datos. Parece claro que el principal propósito de la formación estadística en la primaria de Singapur es la lectura e interpretación de gráficos. No está previsto el inicio en la inferencia estadística ni el estudio de nociones elementales de la probabilidad.

La siguiente tabla muestra las metas de aprendizaje de la educación secundaria de Singapur para la estadística.

Tabla 4.11 Estadística en Currículo Secundaria Singapur

Año	Metas
Primero	Analizar e interpretar tablas, pictogramas, gráficos de barra, de líneas y circulares
Segundo	Analizar e interpretar diagramas de puntos, histogramas y diagramas de tallo y hoja
Tercero y Cuarto	Analizar e interpretar diagramas de frecuencia acumulada y de caja y bigote Comparar dos conjuntos de datos utilizando la media y la desviación estándar

Fuente: Ministry of Education (2012)

De nuevo el principal acento está en las tablas y los gráficos, esta vez para analizar e interpretar. En el primer año se trabajan las tablas y todos los gráficos estudiados en la primaria, mientras que en segundo, tercer y cuarto año se introducen cinco nuevos gráficos. La formación en gráficos se complementa con el estudio de medidas descriptivas como la media y la desviación estándar para comparar grupos. A diferencia con planteamientos, como los del NCTM (2000) o los Estándares Comunes de Matemáticas (CCSSI, 2010), el currículo de Singapur no incluye el estudio de nociones de inferencia estadística ni de medidas estadísticas para la descripción numérica de datos.

La probabilidad está remitida totalmente a la educación secundaria, comienza en segundo año (aproximadamente 13 o 14 años de edad) con el estudio de los conceptos básicos y la comprensión de la idea probabilidad al comparar valores teóricos con experimentales, lo cual involucra los conceptos de probabilidad clásica y frecuencial. En tercer y cuarto año, se trabajan los principales tipos de eventos, eso incluye el cálculo e interpretación de probabilidades.

La ubicación de la probabilidad en los programas de Singapur es muy diferentes a la mayoría de los currículos internacionales, donde la tendencia es a incluirla desde los primeros grados.

Tabla 4.12 Probabilidad en Currículo Secundaria Singapur

Año	Metas
Primero	
Segundo	Examinar el concepto de probabilidad con acontecimientos cotidianos Comparar y discutir los valores teóricos y experimentales de probabilidad mediante simulaciones
Tercero y Cuarto	Discutir y diferenciar entre eventos mutuamente excluyentes y no excluyentes, eventos dependientes e independientes.

Fuente: Ministry of Education (2012)

Incluir la probabilidad solo en secundaria podría deberse a una razón sobre las posibilidades de comprensión de esas ideas desde los primeros años, plegándose al planteamiento de Piaget e Inhelder (1975), según el cual durante el período de las operaciones formales (11 a 15 años, último paso del desarrollo intelectual) cuando se logran comprender el razonamiento combinatorio, la proporción y la probabilidad. Aunque entrarían en contradicción con los trabajos de Fischbein (1975), los cuales indican que los niños tienen ideas correctas parcialmente formadas sobre los conceptos probabilísticos y la enseñanza puede ayudar a mejorar de esas intuiciones. Es conveniente destacar que pruebas internacionales como PISA y TIMSS solo examinan probabilidad en estudiantes de secundaria, por lo que la razón podría ser ajustarse a lo que se evalúa en esas pruebas. No se encontró ningún documento donde se justificara la inclusión de la probabilidad solo en secundaria.

En los programas de matemáticas no hay recomendaciones parciales por tópicos, sino para todo el área de la matemática. El foco central de la educación matemática en Singapur es la resolución de problemas, usar las matemáticas para resolver problemas. Este es el mismo foco desde 1990 y orienta los procesos de enseñanza, aprendizaje y evaluación de matemáticas a todos los niveles, desde el nivel primario hasta el pre-universitario.

En el marco de estudios de la matemática en Singapur enfatiza la comprensión conceptual, la habilidad y los procesos matemáticos, y da énfasis a las actitudes y a la metacognición. Son cinco componentes interrelacionados, donde cada uno produce un

aprendizaje en sí mismo pero juntos, buscan ayudar a los estudiantes a ser mejores solucionadores de problemas.

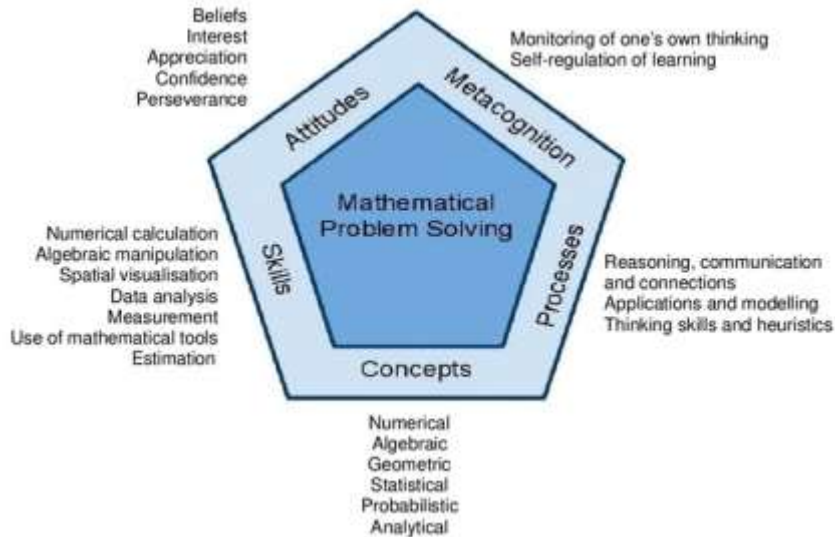


Figura 4:7 Marco de estudio de la matemática en Singapur

Fuente: Ministry of Education (2012)

El Ministerio de Educación de Singapur plantea que los cinco componentes del marco de estudios son partes integrales del aprendizaje de matemáticas y la solución de problemas. El programa contiene directrices para ayudar a los profesores a centrarse en estos componentes en su práctica docente a fin de ofrecer un servicio más atractivo, centrados en el estudiante, habilitados con la tecnología y el medio ambiente de aprendizaje, y promover una mayor diversidad y creatividad en el aprendizaje.

El punto focal de la formación estadística en Singapur está en el análisis e interpretación de las tablas y los gráficos, complementado con el uso de la media y la desviación estándar para comparar dos conjuntos de datos, aspecto este que se hace a finales de la educación secundaria. Los aspectos de probabilidad que se tratan, solo en secundaria, son también una introducción al tema, particularmente al concepto de probabilidad y los tipos de eventos. Todo esto es una formación básica, de utilidad en la sociedad actual en lo referente al manejo de tablas y gráficos, que seguramente se complementa en el Junior College ya que es la opción que toman los mejores estudiantes del competitivo sistema educativo de Singapur.

4.3.5 CURRÍCULO DE CHILE

La educación en Chile es de carácter obligatoria desde el último año de preescolar (6 años) hasta la secundaria o media (17 años) y se estructura en cuatro etapas: (a) Preescolar. (b) Básica. Son seis años y se debe culminar aproximadamente a los 13 años de edad. (c) Media. Son cuatro años y culmina a los 17 años aproximadamente (d) Superior. Es de carácter opcional.

Si bien Chile es el país latinoamericano con mejores resultados en PISA, también es de los que tiene una mayor proporción de centros privados, superior al promedio de la OCDE, y donde se encuentran diferencias importantes entre los resultados de los estudiantes provenientes de sectores público y privado.

En Chile, durante la educación básica se busca desarrollar el pensamiento matemático, lo cual involucra cuatro habilidades interrelacionadas: resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar. Se indica que cada una de ellas tiene un rol importante en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos y en la aplicación de conocimientos para resolver los problemas propios de la matemática (rutinarios y no rutinarios) y de otros ámbitos.

Los conceptos en el currículo de la educación básica chilena se organiza en cinco ejes: números y operaciones, patrones y algebra, geometría, medición y datos y probabilidades. Las habilidades y los conceptos propios de la asignatura deben desarrollarse con actitudes como: (a) manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico, (b) abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas, (c) manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas, (d) manifestar una actitud positiva frente a sí mismo y sus capacidades, (e) demostrar una actitud de esfuerzo y perseverancia y (f) expresar y escuchar ideas de forma respetuosa. Con ello se busca promover la formación integral de los estudiantes en la asignatura.

El eje *Datos y probabilidades* de la educación básica responde a la necesidad de que todos los estudiantes registren, clasifiquen y lean información dispuesta en tablas y gráficos, y que se inicien en temas relacionados con las probabilidades.

Tabla 4.13 Estadística en Currículo Primaria Chile

Grado	Metas
Primero	Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre sí mismo y el entorno, usando bloques, tablas de conteo y pictogramas. Construir, leer e interpretar pictogramas.
Segundo	Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre juegos con monedas y dados, usando bloques y tablas de conteo y pictogramas. Registrar en tablas y gráficos de barra simple, resultados de juegos aleatorios con dados y monedas. Construir, leer e interpretar pictogramas con escala y gráficos de barra simple.
Tercero	Realizar encuestas (Sic), clasificar y organizar los datos obtenidos en tablas y visualizarlos en gráficos de barra. Registrar y ordenar datos obtenidos de juegos aleatorios con dados y monedas, encontrando el menor, el mayor y estimando el punto medio entre ambos. Construir, leer e interpretar pictogramas y gráficos de barra simple con escala, de acuerdo a información recolectada o dada. Representar datos usando diagramas de puntos.
Cuarto	Realizar encuestas (Sic), analizar los datos y comparar con los resultados de muestras aleatorias, usando tablas y gráficos. Realizar experimentos aleatorios lúdicos y cotidianos, y tabular y representar mediante gráficos de manera manual y/o con software educativo. Leer e interpretar pictogramas y gráficos de barra simple con escala y comunicar sus conclusiones.
Quinto	Calcular el promedio de datos e interpretarlo en su contexto. Leer, interpretar y completar tablas, gráficos de barra simple y gráficos de línea y comunicar sus conclusiones. Utilizar diagramas de tallo y hojas para representar datos provenientes de muestras aleatorias.
Sexto	Comparar distribuciones de dos grupos, provenientes de muestras aleatorias, usando diagramas de puntos y de tallo y hojas. Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, de manera manual y/o usando software educativo. Leer e interpretar gráficos de barra doble y circulares y comunicar sus conclusiones.

Fuente: Matemáticas. Bases Curriculares (2012)

La formación estadística de los estudiantes chilenos de la educación básica se centra en el trabajo con gráficos y tablas en su vida cotidiana. Para lograr este aprendizaje, se

plantean que recolectar datos por medio de la formulación de preguntas relevantes, basadas en sus experiencias e intereses, para luego registrar lo obtenido y hagan predicciones a partir de ellos. También se incluye el uso de juegos aleatorios, como dados y monedas, como una forma de generar datos que puedan ser usados para representarlos en forma tabular o gráfica; no se estudian desde la perspectiva probabilística. Un aspecto interesante es que desde cuarto grado se espera que el estudiante comunique las conclusiones a las que llega a partir del análisis de tablas y gráficos. La única medida estadística que se estudia es el promedio (5to grado), no se tiene previsto el inicio en la formulación de inferencias estadísticas. Son claras las coincidencias entre la educación de Chile y Singapur en cuanto al estudio de la estadística en este nivel.

El único contacto de los estudiantes chilenos con la probabilidad, durante la educación básica, se da en quinto grado. Allí se estudia un nivel elemental como lo es el uso de términos para describir la posibilidad de ocurrencia de un evento y la comparación probabilidades de eventos. Este tipo de manejo inicial de la probabilidad suele estar en los primeros grados de la primaria.

Tabla 4.14 Probabilidad en Currículo Primaria Chile

Grado	Metas
Quinto	<p>Describir la posibilidad de ocurrencia de un evento por sobre la base de un experimento aleatorio, empleando los términos seguro – posible - poco posible - imposible.</p> <p>Comparar probabilidades de distintos eventos sin calcularlas.</p>

Fuente: Bases Curriculares (2012)

En la educación media chilena se mantienen las habilidades y los ejes de contenidos definidos para la educación básica, solo hay cambios en las actitudes a desarrollar, a las ya indicadas se le agrega el uso de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información. A continuación las metas para estadística y probabilidad, diferenciadas por grados.

Tabla 4.15 Estadística en Currículo Secundaria Chile

Grado	Metas
Séptimo	<p>Estimar el porcentaje de algunas características de una población desconocida por medio del muestreo.</p> <p>Representar datos obtenidos en una muestra mediante tablas de frecuencias absolutas y relativas, utilizando gráficos apropiados, de manera manual y/o con software educativo.</p> <p>Mostrar que comprenden las medidas de tendencia central y el rango.</p>
Octavo	<p>Mostrar que comprenden las medidas de posición, percentiles y cuartiles. Identificando la población que está sobre o bajo el percentil. Representándolas con diagramas, incluyendo el diagrama de caja, de manera manual y/o con software educativo. Utilizándolas para comparar poblaciones.</p> <p>Evaluar la forma en que los datos están presentados. Comparando la información de los mismos datos representada en distintos tipos de gráficos para determinar fortalezas y debilidades de cada uno. Justificando la elección del gráfico para una determinada situación y su correspondiente conjunto de datos. Detectando manipulaciones de gráficos para representar datos.</p>
Primero	<p>Registrar distribuciones de dos características distintas, de una misma población, en una tabla de doble entrada y en una nube de puntos.</p> <p>Comparar poblaciones mediante la confección de gráficos “xy” para dos atributos de muestras, de manera concreta y pictórica. Utilizando nubes de puntos en dos colores. Separando la nube por medio de una recta trazada de manera intuitiva.</p>
Segundo	<p>Determinar el rango, la varianza y la desviación estándar de conjuntos de datos. Comparar características de dos o más conjuntos de datos, utilizando medidas de tendencia central, posición y dispersión.</p> <p>Emplear elementos del muestreo aleatorio simple para inferir sobre la media de una población.</p> <p>Calcular medias muestrales.</p> <p>Verificar que, a medida que el número de pruebas crece, la media muestral se aproxima a la media de la población.</p>

Fuente: Bases Curriculares 7mo. Básico a 2do Medio (2015)

En secundaria se continúa el estudio de gráficos pero se combinan con distintas medidas para la descripción numérica de conjuntos de datos: tendencia central, posición y dispersión. Estas medidas son utilizadas tanto para describir un grupo como para comparar dos o más grupos. El tema del análisis bivalente aparece con el estudio de las tablas de doble entrada y los gráficos (de dispersión); según el programa, no está previsto

estudiar la asociación de variables mediante coeficientes de correlación y las ecuaciones de rectas de regresión. La inferencia estadística aparece en el último año de secundaria con el uso de la media muestral para inferir sobre la media poblacional. Se trabaja el Teorema del Límite Central, al parecer de forma práctica, para verificar que la media muestral se aproxima a la media de la población, cuando el número de pruebas aumenta. Hay un cierto contraste ente el estudio que se hace de la estadística en la primaria y secundaria. En primaria se hace un estudio de las tablas y gráficos de forma progresiva, haciendo hincapié lectura e interpretación. En secundaria se dedican los dos grados a completar formación en gráficos y el estudio de medidas de descripción numérica, que se culmina en el último año. Mientras que los dos últimos años se estudia al análisis bivariado y la introducción de la inferencia estadística, el primero omitiendo la medición de la asociación de variables y en el segundo la formulación y análisis de inferencias. Ambos temas parecen quedarse cortos para que los estudiantes “aprendan a realizar análisis, inferencias y obtengan información a partir de datos estadísticos” (Bases Curriculares 7mo. Básico a 2do Medio, 2015, p. 100).

En la secundaria chilena se hace un detallado estudio de la probabilidad. Comienza con las probabilidades de eventos, comparando resultados de experimentos manuales con los producidos por software, así como los de frecuencias relativas con probabilidades teóricas. Esto debe favorecer la comprensión de la probabilidad y ayudar a superar posibles sesgos en la interpretación de las probabilidades. Luego se pasa al estudio los principios combinatorios y las reglas del cálculo de probabilidades, utilizando cálculo manual y software educativo, para la resolución de problemas. Finalmente, en el último año, se trabaja el concepto de variable aleatoria y su aplicación en situaciones que involucran experimentos aleatorios; en correspondencia con el inicio de la inferencia estadística en ese mismo año.

En los programas no hay recomendaciones metodológicas particulares para ninguno de los cinco ejes de contenido en los que se organiza el currículo chileno. Se supone que estos ejes, junto con las habilidades y actitudes deben ayudar que los estudiantes al egresar de secundaria sean capaces de aplicar sus conceptos y procedimientos matemáticos a la resolución de problemas reales.

Tabla 4.16 Probabilidad en Currículo Secundaria Chile

Grado	Metas
Séptimo	Explicar las probabilidades de eventos obtenidos por medio de experimentos de manera manual y/o con software educativo Comparar las frecuencias relativas de un evento obtenidas al repetir un experimento de forma manual y/o con software educativo, con la probabilidad obtenida de manera teórica, usando diagramas de árbol, tablas o gráficos.
Octavo	Explicar el principio combinatorio multiplicativo. A partir de situaciones concretas. Representándolo con tablas y árboles regulares, de manera manual y/o con software educativo. Utilizándolo para calcular la probabilidad de un evento compuesto.
Primero	Desarrollar las reglas de las probabilidades, la regla aditiva, la regla multiplicativa y la combinación de ambas, de manera concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo, en el contexto de la resolución de problemas. Mostrar que comprenden el concepto de azar. Experimentando con la tabla de Galton y con paseos aleatorios sencillos de manera manual y/o con software educativo. Realizando análisis estadísticos, empezando por frecuencias relativas. Utilizando probabilidades para describir el comportamiento azaroso. Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.
Segundo	Comprender el concepto de variable aleatoria y aplicarlo en diversas situaciones que involucran experimentos aleatorios. Resolver problemas en contextos diversos, aplicando las propiedades de la suma y el producto de probabilidades.

Fuente: Bases Curriculares 7mo. Básico a 2do Medio (2015)

De la descripción del eje *Datos y Probabilidades*, de educación primaria, se deduce que durante su estudio se debe usar datos reales en la solución de problemas de interés para los estudiantes. Igual ocurre en secundaria, donde en el eje *Probabilidad y Estadística*, por ejemplo se señala “El enfoque de este eje radica en la interpretación y visualización de datos estadísticos, en las medidas que permitan comparar características de poblaciones, y en la realización, la simulación y el estudio de experimentos aleatorios sencillos, para construir desde ellos la teoría y modelos probabilísticos” (Bases Curriculares 7mo. Básico a 2do Medio, 2015, p. 100).

La formación en primaria está claramente dirigida a que los estudiantes registren, clasifiquen y lean información dispuesta en tablas y gráficos, con un inicio básico en la

probabilidad. En secundaria, parece inclinado completar la formación en la interpretación de gráficos y la descripción numérica de datos y comparación de grupos, combinado con un detallado estudio de la probabilidad. El estudio del análisis bivariado y la inferencia estadística aparece en un nivel básico.

4.3.6 CURRÍCULO DE COLOMBIA

El sistema educativo colombiano está conformado por la educación inicial, preescolar, básica, media y superior. La educación básica consta de educación primaria de cinco grados y la secundaria de cuatro grados, mientras que la educación media es de dos grados y sus egresados reciben título de bachiller.

La educación matemática colombiana ha experimentado cambios con la publicación de los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998), luego los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) y más recientemente con los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2015 y 2017). En los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas se reconoce que la comunidad colombiana de educadores matemáticos ha investigado, reflexionado y debatido durante las últimas décadas sobre la formación matemática de los niños y jóvenes y cómo ésta puede contribuir más eficazmente a las grandes metas y propósitos de la educación actual. Entonces partiendo de la base de la investigación en educación matemática se consultaron distintos especialistas para la elaboración de los documentos antes mencionados.

En los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (MEN, 2006) se indica que son cinco procesos generales de la actividad matemática: (1) la formulación, tratamiento y resolución de problemas, (2) la modelación, (3) la comunicación, (4) el razonamiento y (5) la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos. Estos procesos deben ayudar al desarrollo del “pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el cual se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos en los Lineamientos Curriculares: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional” (MEN, 2006, p. 56). Obsérvese que los tópicos de estadística y probabilidad están contenidos en el pensamiento aleatorio o probabilístico, lo cual puede demarcar una orientación en su enseñanza.

En ese mismo documento se indica que “la enseñanza de las matemáticas supone un conjunto de variados procesos mediante los cual el docente planea, gestiona y propone situaciones de aprendizaje matemático significativo y comprensivo –y en particular situaciones problema– para sus alumnos y así permitir que ellos desarrollen su actividad matemática e interactúen con sus compañeros, profesores y materiales para reconstruir y validar personal y colectivamente el saber matemático” (p. 72). Para lograr esto consideran que es necesario:

- a) Partir de situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo de las matemáticas.
- b) Diseñar procesos de aprendizaje mediados por escenarios culturales y sociales.
- c) Fomentar en los estudiantes actitudes de aprecio, seguridad y confianza hacia las matemáticas.
- d) Vencer la estabilidad e inercia de las prácticas de la enseñanza.
- e) Aprovechar la variedad y eficacia de los recursos didácticos.
- f) Refinar los procesos de evaluación.

Todo ello debe permitir la formación de un ciudadano *matemáticamente competente*, que es la gran meta de la formación matemática colombiana.

Posterior a los Estándares, se publicaron los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), la primera versión en 2015 y la segunda, una revisión de la primera, en 2017. “Los DBA, en su conjunto, explicitan los aprendizajes estructurantes para un grado y un área particular. Se entienden los aprendizajes como la conjunción de unos conocimientos, habilidades y actitudes que otorgan un contexto cultural e histórico a quien aprende” (MEN, 2017, p. 6). En este documento se plantean los elementos para construir rutas de enseñanza que promuevan la consecución de aprendizajes en cada año para que, como de un proceso, los estudiantes alcancen los Estándares Básicos de Competencias previstos para cada grado. De los DBA se extrajo los aspectos referentes al pensamiento aleatorio o probabilístico, que como se indicó antes, incluye los tópicos de estadística y probabilidad.

Tabla 4.17 Estadística en Currículo Primaria Colombia

Grado	Metas
Primero	Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo y pictogramas sin escalas, y comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas.
Segundo	Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo, pictogramas con escalas y gráficos de puntos, comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas.
Tercero	Lee e interpreta información contenida en tablas de frecuencia, gráficos de barras y/o pictogramas con escala, para formular y resolver preguntas de situaciones de su entorno.
Cuarto	Recopila y organiza datos en tablas de doble entrada y los representa en gráficos de barras agrupadas o gráficos de líneas, para dar respuesta a una pregunta planteada. Interpreta la información y comunica sus conclusiones.
Quinto	Formula preguntas que requieren comparar dos grupos de datos, para lo cual recolecta, organiza y usa tablas de frecuencia, gráficos de barras, circulares, de línea, entre otros. Analiza la información presentada y comunica los resultados. Utiliza la media y la mediana para resolver problemas en los que se requiere presentar o resumir el comportamiento de un conjunto de datos.

Fuente: Ministerio de Educación Nacional (2017)

El planteamiento de currículo colombiano para estadística durante la primaria se centra en la recolección, organización y representación de datos para dar respuesta a preguntas formuladas por el estudiante con relación a él y su entorno. Eso incluye el uso de tablas y gráficos para representar los datos y extraer información. En correspondencia con investigaciones (por ejemplo, Friel et al., 2001) se comienza por el pictograma (durante los dos primeros grados), para luego trabajar con gráficos de barras, de líneas, circulares; todo esto de forma progresiva al pasar de un grado a otro. Las medidas estadísticas aparecen en el quinto grado con el uso de la mediana y la media para resolver problemas que requieran resumir datos. El planteamiento colombiano tiene similitudes con el NCTM (2000).

Tabla 4.18 Probabilidad en Currículo Primaria de Colombia

Grado	Metas
Primero	
Segundo	
Tercero	Plantea y resuelve preguntas sobre la posibilidad de ocurrencia de situaciones aleatorias cotidianas y cuantifica la posibilidad de ocurrencia de eventos simples en una escala cualitativa (mayor, menor e igual).
Cuarto	Comprende y explica, usando vocabulario adecuado, la diferencia entre una situación aleatoria y una determinística y predice, en una situación de la vida cotidiana, la presencia o no del azar
Quinto	Predice la posibilidad de ocurrencia de un evento simple a partir de la relación entre los elementos del espacio muestral y los elementos del evento definido.

Fuente: Ministerio de Educación Nacional (2017)

La probabilidad comienza en tercer grado con la posibilidad de ocurrencia o no de situaciones aleatorias cotidianas, así como conjeturar sobre su posibilidad de ocurrencia sobre la base de la definición clásica de la probabilidad. Es una introducción a nociones básicas de la probabilidad.

Durante los tres primeros años de la educación secundaria colombiana se continúa el trabajo iniciado en primaria con la estadística descriptiva. Los estudiantes deben plantear preguntas que puedan ser respondidas mediante estudios estadísticos y recolectar los datos para ello. El análisis de información estadística, de diversas fuentes, puede ser utilizado para motivar la formulación de preguntas. Se continúa el estudio de las medidas de tendencia central pero ahora acompañado con el rango como medida de dispersión. En el siguiente año se amplía la gama de gráficos que pueden usar para representar e interpretar los datos: histogramas, polígonos de frecuencia y diagramas de caja. Se completa el estudio de las medidas de tendencia central, de variación y se introduce las de localización. Todo ello para describir y comparar distribuciones de datos, siempre con el propósito de resolver problemas. Los temas de inferencia estadística y asociación de variables, ubicados en los dos últimos años, parecen estar previstos solo como introducción, aunque hay que destacar que la inferencia estadística se vincula a la interpretación, valoración y análisis crítico de resultados presentados en estudios

estadísticos, lo cual puede redundar en la comprensión de la inferencia estadística y tener utilidad práctica en la vida cotidiana.

Tabla 4.19 Estadística en Currículo Secundaria de Colombia

Grado	Metas
Sexto	<p>Interpreta información estadística presentada en diversas fuentes de información, la analiza y la usa para plantear y resolver preguntas que sean de su interés.</p> <p>Compara características compartidas por dos o más poblaciones o características diferentes dentro de una misma población para lo cual seleccionan muestras, utiliza representaciones gráficas adecuadas y analiza los resultados obtenidos usando conjuntamente las medidas de tendencia central y el rango.</p>
Séptimo	<p>Plantea preguntas para realizar estudios estadísticos en los que representa información mediante histogramas, polígonos de frecuencia, gráficos de línea entre otros; identifica variaciones, relaciones o tendencias para dar respuesta a las preguntas planteadas.</p>
Octavo	<p>Interpreta información presentada en tablas de frecuencia y gráficos cuyos datos están agrupados en intervalos y decide cuál es la medida de tendencia central que mejor representa el comportamiento de dicho conjunto.</p>
Noveno	<p>Propone un diseño estadístico adecuado para resolver una pregunta que indaga por la comparación sobre las distribuciones de dos grupos de datos, para lo cual usa comprensivamente diagramas de caja, medidas de tendencia central, de variación y de localización.</p>
Décimo	<p>Selecciona muestras aleatorias en poblaciones grandes para inferir el comportamiento de las variables en estudio. Interpreta, valora y analiza críticamente los resultados y las inferencias presentadas en estudios estadísticos.</p> <p>Comprende y explica el carácter relativo de las medidas de tendencias central y de dispersión, junto con algunas de sus propiedades, y la necesidad de complementar una medida con otra para obtener mejores lecturas de los datos.</p>
Undécimo	<p>Plantea y resuelve situaciones problemáticas del contexto real y/o matemático que implican la exploración de posibles asociaciones o correlaciones entre las variables estudiadas.</p>

Fuente: Ministerio de Educación Nacional (2017)

La probabilidad en secundaria se inicia con la definición frecuencial y se comparan frecuencias esperadas y observadas. Las técnicas de conteo de eventos sencillos en situaciones aleatorias deben marcar el inicio de la probabilidad en la educación secundaria

colombiana, para luego pasar a la predicción de la probabilidad de ocurrencia de eventos compuestos; sin olvidar el cálculo e interpretar de la probabilidad. Cada año se va profundizando en el estudio de la probabilidad, siempre ligada a la resolución de problemas pero al parecer desvinculada de la inferencia estadística ya que no se consideran conceptos como la esperanza matemática, la varianza aleatoria y las distribuciones de probabilidad.

Tabla 4.20 Probabilidad en Currículo Secundaria Colombia

Grado	Metas
Sexto	A partir de la información previamente obtenida en repeticiones de experimentos aleatorios sencillos, compara las frecuencias esperadas con las frecuencias observadas.
Séptimo	Usa el principio multiplicativo en situaciones aleatorias sencillas y lo representa con tablas o diagramas de árbol. Asigna probabilidades a eventos compuestos y los interpreta a partir de propiedades básicas de la probabilidad.
Octavo	Hace predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un evento compuesto e interpreta la predicción a partir del uso de propiedades básicas de la probabilidad.
Noveno	Encuentra el número de posibles resultados de experimentos aleatorios, con reemplazo y sin reemplazo, usando técnicas de conteo adecuadas, y argumenta la selección realizada en el contexto de la situación abordada. Encuentra la probabilidad de eventos aleatorios compuestos.
Décimo	Propone y realiza experimentos aleatorios en contextos de las ciencias naturales o sociales y predice la ocurrencia de eventos, en casos para los cuales el espacio muestral es indeterminado.
Undécimo	Plantea y resuelve problemas en los que se reconoce cuando dos eventos son o no independientes y usa la probabilidad condicional para comprobarlo.

Fuente: Ministerio de Educación Nacional (2017)

Como es común en los programas de matemáticas, las recomendaciones son presentadas de manera general para todos los tópicos, sin referencia exclusiva para la estadística y la probabilidad. Es de suponer que el trabajo en esta área se debe orientar por los cinco procesos generales de la actividad matemática y los principios de la enseñanza aprendizaje y evaluación de las matemáticas, que se indicaron al comienzo de esta sección.

El énfasis en el currículo colombiano en estadística es hacia la resolución de problemas que requieran datos estadísticos para su solución, con tendencia a apoyarse en el análisis e interpretación de gráficos y el uso de medidas estadísticas para describir y comparar conjuntos de datos. En probabilidad parece que se aspira a proporcionar los conocimientos básicos para comprensión de fenómenos aleatorios y manejar apropiadamente la incertidumbre de la vida cotidiana. La probabilidad pareciera estar vinculada al desarrollo del pensamiento probabilístico pero con poca conexión con la inferencia estadística. La interpretación, valoración y análisis crítico de resultados presentados en estudios estadísticos parece el principal objetivo en relación con la inferencia estadística.

4.3.7 CURRÍCULO DE FINLANDIA

En Finlandia la educación es gratuita y se considera uno de los derechos fundamentales de ciudadano, por lo que todos deben recibir educación en igualdad de oportunidades, independientemente de su edad, nacionalidad, lugar de residencia, situación financiera o lengua materna.

La educación se estructura en guardería, básica, secundaria y superior; la primaria, de nueve grados (entre 7 y 16 años) la única obligatoria, en ese nivel los estudiantes no pagan por ningún material escolar y los municipios garantizan el transporte. La secundaria es de tres años y comprende la educación general y la formación profesional; allí los estudiantes deben pagar por los materiales. Al culminar ese nivel deben presentar un examen de matriculación que determina la elegibilidad de los estudios de educación superior (Mullis et al., 2016).

El sistema de evaluación evita los números, además no se realizan exámenes ni se otorgan calificaciones hasta que los niños alcanzan quinto grado con 11 años, hasta esa edad el rendimiento escolar se le reporta a los padre de forma descriptiva. Con ello se busca desalentar la competencia sin sentido entre alumnos.

Según el currículo básico nacional de educación básica, el propósito de la enseñanza de las matemáticas es ofrecer oportunidades para desarrollar el pensamiento matemático mediante el aprendizaje de conceptos y métodos matemáticos para la solución de

problemas. Las situaciones cotidianas son la fuente de los problemas que puede ser resuelto con la ayuda del pensamiento matemático y el apoyo de las tecnologías de la información y comunicaciones.

Para el desarrollo del pensamiento matemático se establece metas por grupos de grados. En el primer y segundo grado, la enseñanza de las matemáticas se centra en el desarrollo de las habilidades de concentración, escuchar y comunicación, proporcionando una base para la formulación de los conceptos matemáticos y sus estructuras. De tercer a quinto grado se introducen los modelos matemáticos, se fortalecen las habilidades básicas de cálculo, refuerza el concepto de número y se proporcionar una base para asimilar los conceptos y estructuras de la matemática. De sexto a noveno grado se profundiza en la comprensión de los conceptos matemáticos y en el desarrollo de habilidades de modelación, con énfasis en los problemas matemáticos cotidianos, se proporcionar experiencias que animan a los estudiantes a pensar matemáticamente y desarrollar la capacidad de expresar ideas matemáticas con precisión.

Los tópicos de estadística y probabilidad se encuentran en *Procesamiento de datos y estadística* (1er y 2do grado), *Procesamiento de datos, estadística y probabilidad* (3er a 5 grado), *Probabilidad y estadística* (6to a 9no grado).

Tabla 4.21 Estadística en Currículo Primaria y Secundaria Obligatoria de Finlandia

Año	Metas
1ro y 2do	Recopilar, organizar y representar datos. Lectura de tablas simples y diagramas. Presentar datos recopilados en gráficos.
3ro a 5to.	Recopilar, organizar y representar datos. Sistema de coordenadas cartesiano. Lectura de tablas y diagramas sencillos. Concepto y cálculo de la media aritmética. Clasificación y organización de datos. Introducción de los conceptos de modo y mediana.
6to a 9no	Determinar promedio, modo y mediana. Concepto de dispersión. Interpretación de gráficos. Recopilar, organizar y representar datos en un formato adecuado.

Fuente: Mullis et al. (2016)

De acuerdo a la información recopilada, el currículo de Finlandia en la educación básica para tópicos de estadística se centra en la estadística descriptiva. Esto incluye la

recopilación, organización y presentación de datos mediante tabla y gráficos; así como el uso de medidas de tendencia central y de dispersión para la descripción de conjuntos de datos.

Tabla 4.22 Probabilidad en Currículo Primaria y Secundaria Obligatoria de Finlandia

Año	Metas
1ro y 2do	
3ro a 5to.	Experiencias con la probabilidad clásica y estadística.
6to a 9no	Concepto de probabilidad. Frecuencia y frecuencia relativa.

Fuente: Mullis et al. (2016)

El estudio de la probabilidad se remite a la definición clásica y frecuentista, primero como experiencias y luego la formalización de los conceptos. Por otra parte, las metas establecidas por grupos de grados para el desarrollo del pensamiento matemático le dan prioridad a la comprensión de los conceptos matemáticos y al desarrollo de las habilidades de modelación, lo cual permiten suponer que la enseñanza de la estadística y la probabilidad debe hacerse desde el enfoque de sus aplicaciones en la realidad. Esto significaría el uso de la estadística y la probabilidad para la solución de problemas cotidianos.

Sin duda la información localizada es escueta, pero aun así permite dar una idea de hacia dónde se dirige la formación estadística básica en Finlandia: estadística descriptiva con algunos elementos de probabilidad.

4.3.8 CURRÍCULO DE JAPÓN

La Ley Fundamental de Educación establece los principios básicos de la educación japonesa y ofrece a los estudiantes igualdad de oportunidades para recibir una educación gratuita y obligatoria durante nueve años. Tiene los niveles de preescolar, primaria (seis años), secundaria inferior (tres años), secundaria superior (tres años) y educación superior. Aunque la educación es obligatoria hasta la secundaria inferior, la casi totalidad de los estudiantes continúan estudios en la secundaria superior. En el 2014, el 98,4% de esa

cohorte siguió estudios en la escuela secundaria superior y el 51,5% entró en una universidad (Mullis et al., 2016).

Desde la revisión de los planes de estudios realizada en 2008, los contenidos de matemáticas para la educación primaria se dividen en cuatro áreas: Números y cálculos, Cantidades y mediciones, Figuras geométricas y Relaciones matemáticas. El objetivo en ese nivel es utilizar las actividades matemáticas para (a) ayudar a los estudiantes a adquirir conocimientos básicos y desarrollar habilidades relacionadas con los números, las cantidades y figuras geométricas; (b) fomentar la capacidad de los alumnos para pensar de manera lógica y expresarse claramente acerca de los asuntos cotidianos; (c) ayudar a los estudiantes a encontrar placer en actividades matemáticas y a apreciar el valor de los métodos matemáticos; (d) animar a los estudiantes a utilizar las matemáticas en su vida diaria y su aprendizaje.

En la primaria los contenidos de estadística y probabilidad se encuentran en Relaciones Matemáticas, un área creada por la importancia que tiene el pensar y expresarse matemáticamente en la educación primaria de Japón. Allí se encuentran las relaciones cuantitativas usando palabras, números, expresiones algebraicas, tablas y gráficos (Isoda, 2010a).

En el nivel secundaria inferior los contenidos también se dice en cuatro áreas: Números y expresiones algebraicas, Figuras geométricas, Funciones y Haciendo uso de datos. En este nivel se busca utilizar actividades matemáticas para ayudar a los estudiantes a: (a) profundizar su comprensión de los conceptos fundamentales, los principios y las normas relativas a los números, las cantidades, y figuras geométricas; (b) adquirir habilidades de procesamiento y representación matemática para que puedan desarrollar su capacidad para analizar y representar fenómenos matemáticamente; (c) disfrutar las matemáticas y a apreciar su valor; (d) aplicar su conocimiento y capacidad matemática cuando piensan y evaluar problemas (Isoda, 2010b).

De acuerdo con la información recabada, los cinco primeros grados se dedican a trabajo con tablas y gráficos, iniciando con gráficos sencillo y aumentando la complejidad hasta llegar a gráficos circulares en quinto grado. Las medidas de descripción de

distribuciones se inician en sexto grado, siguiendo el trabajo en séptimo. En octavo aparece la probabilidad, al parecer de forma sencilla, cerrando en noveno con una introducción a la inferencia estadística. Considerando el grado y la poca información disponible, se puede suponer que los estudiantes harán pequeños estudios por muestreos sin mayores nociones sobre el muestreo, con nociones muy básicas de probabilidad; por lo cual se puede considerar una primera aproximación a la inferencia estadística. El énfasis está entonces en estadística descriptiva, por intermedio de las tablas y gráficos, junto a las medidas de descripción de números. No se encontró información sobre sugerencias didácticas para el trabajo de los temas de estadística y probabilidad. No obstante, al considerar que parte de la meta de la educación primaria es utilizar las matemáticas en su vida diaria y su aprendizaje, mientras que en secundaria es aplicar su conocimiento y capacidad matemática cuando piensan y evaluar problemas; permite suponer que se al enseñar esos tópicos será harán énfasis en la resolución de problemas de la realidad del estudiante.

Tabla 4.23 Estadística y Probabilidad en Currículo de Primaria y Secundaria Obligatoria de Japón

Grado	Contenido
Primero	Representa el número de objetos usando pictogramas o figuras
Segundo	Cuadros y gráficos sencillos
Tercero	Tablas y gráficos de barras
Cuarto	Recopilación y organización de datos. Tabla de doble entrada. Gráfico de línea
Quinto	Gráficos circulares y de barras
Sexto	Media aritmética. Distribuciones de frecuencia.
Séptimo	Necesidad y significado de histogramas y valores representativos. Uso de histogramas y valores representativos
Octavo	Necesidad y significado de la probabilidad y la búsqueda de la probabilidad. Utilizando probabilidades
Noveno	Necesidad y significado de una encuesta por muestreo. Hacer estudios de encuestas por muestreo

Fuente: Isoda (2010a y 2010b)

4.3.9 CURRÍCULO DE COREA

El sistema educativo de Corea del Sur incluye preescolar (opcional), primaria (seis años, obligatoria), secundaria inferior (tres años, obligatoria), secundaria superior (tres años y opcional) y superior (cuatro años, opcional). El sistema tiene como principio que todos los estudiantes tienen acceso a la educación sin discriminación y según sus habilidades. Además de obligatoria, la escolarización de primaria y secundaria inferior es gratuita, durante este período, el currículo es nacional.

En la educación coreana, los estudiantes deben presentar evaluaciones especiales para pasar de un nivel a otro. Esto toca su punto más alto al momento de ingresar en la educación superior: los estudiantes hacen todo lo posible por ingresar a instituciones de alto prestigio. La educación tiene una elevada valoración en Corea, fue uno de los primeros países en dar acceso de banda ancha a todas las escuelas de primaria y secundaria, los docentes se cuentan entre los profesionales mejor pagados y más respetados del país, es uno de los países que destina mayor porcentaje de su PIB a la educación. El lado oscuro de la competitividad en educación es que 11 de cada 100 jóvenes de entre 13 y 34 años han pensado alguna vez en suicidarse y ocho de cada 100.000 ejecutan ese propósito (Castillo, 2015).

Los objetivos curriculares de matemáticas buscan ayudar a los estudiantes a adquirir las siguientes competencias:

- a) Desarrollar la habilidad para entender matemáticas básicas, conceptos, principios, leyes y sus interrelaciones, a través de experiencias de observación, análisis, organización y representación de los fenómenos naturales y sociales cotidianas con apoyo de la matemática.
- b) Mejorar la capacidad de pensar y comunicarse matemáticamente, usar esos conocimientos para desarrollar la capacidad de resolver problemas matemáticos y lógicos en formas creativas.
- c) Entender el valor de la matemática, desarrollar la motivación intrínseca e interés hacia las matemáticas, desarrollar una actitud positiva hacia las matemáticas y características personales positivas.

Se enfatiza en la resolución de problemas matemáticos, la comunicación y el razonamiento, así como en la comprensión del contenido matemático. Las matemáticas para la escuela primaria comprende cinco dominios de contenido: Números y operaciones, Figuras, Medición, Patrones y Probabilidad y estadística. Para la educación media también son cinco dominios de contenido: Números y operaciones, Variables y expresiones, Funciones, Probabilidad y estadística y Geometría (Mullis et al., 2016).

Tabla 4.24 Estadística en Currículo Primaria y Secundaria Obligatoria de Corea

Año	Contenidos
1ro y 2do	Clasificar datos. Representar datos en tablas y gráficos.
3ro a 4to.	Organizar y representar datos. Gráficos de barras y de líneas.
5to a 6no	Promedio. Gráficos de bandas y circulares.
7mo a 9no	Gráficos de tallo y hoja, Distribución de frecuencias, frecuencia relativa. Histogramas y polígonos de frecuencia. Promedio en distribuciones de frecuencia. Mediana, Moda y Media. La varianza y la desviación estándar.

Fuente: Mullis et al. (2016)

Al parecer el currículo coreano prevé un progresivo trabajo con representación de datos mediante tablas y gráficos. En los primeros años se espera clasificar y representar, para pasar luego a la organización y representación. Asimismo, se supone que se trabaja al comienzo con gráficos sencillo, hasta estudiar los últimos grados gráficos como tallo y hoja, histogramas y polígonos de frecuencia. Las medidas de tendencia central y de dispersión se estudian en el tres últimos años, con los cual se completa los principales instrumentos para la descripción de distribuciones de datos.

Tabla 4.25 Probabilidad en Currículo Primaria y Secundaria Obligatoria de Corea

Año	Contenidos
5to a 6no	Azar y probabilidad.
7mo a 9no	Número de eventos. Concepto y propiedades de la probabilidad. Cálculo de probabilidades.

Fuente: Mullis et al. (2016)

Aunque está previsto que la probabilidad se estudie durante cinco de los nueve grados de la educación obligatoria coreana, la información encontrada indica que solo se estudian conceptos básicos. No se encontró información específica sobre orientaciones didácticas para los temas de estadística y probabilidad, pero al declarar énfasis en la resolución de problemas matemáticos, la comunicación y el razonamiento del estudiante hace suponer que se trabajaran esos tópicos mediante la solución de problemas cercanos al estudiante.

Al igual que en el caso de Japón, Finlandia y Singapur, el énfasis está en la estadística descriptiva, con particular interés en las tablas y gráficos, acompañado por la medidas de descripción numérica. Lo previsto en probabilidad es apenas una introducción.

4.3.10 QUÉ DICEN LOS CURRÍCULOS

Esta revisión exploratoria de distintos planteamientos sobre la enseñanza de la estadística y la probabilidad en distintos documentos curriculares de diversos países permite tener una visión de hacia dónde se dirige la formación de los estudiantes en esos temas durante la primaria y la secundaria.

De manera global, es claro que el punto principal es el uso de la estadística descriptiva como un instrumento para comprender el medio donde se vive o resolver problemas. La estadística inferencia solo aparece en educación secundaria y en algunos de los currículos examinados, al igual que el caso del tratamiento de los datos bivariados. Durante la primaria el mayor énfasis se hace en el estudio de las tablas y gráficos, probablemente por ser dos de la formas de organizar y presentar datos que más se usan en los medios de comunicación, por lo tanto, de las que con más frecuencia tendrán en enfrentar los estudiantes.

La otra parte de estadística descriptiva común a la mayoría de los currículos considerados son las medidas de tendencia central y de dispersión. Estas medidas están previstas para describir conjuntos de datos o compararlos. El uso de tecnología es importante para estas medidas como para el trabajo con las tablas y gráficos, ya que permiten dejar de un lado la atención de cálculo de medidas o de construcción de gráficos, para centrarse en el análisis. Ese es otro punto común de los casos analizados, el interés

está en que el estudiante desarrolle competencias en el análisis de datos, que pueda extraer información a partir de los resultados encontrados.

La probabilidad es el punto de mayor discordancia en los currículos estudiados, particularmente sobre su inclusión en primaria. En algunos casos solo se encuentra como una introducción al tema, mientras que en otros casos se desarrolla con mayor detalle vinculando al muestreo y la inferencia estadística. Es importante destacar que casi siempre se vincula a la acepción clásica y frecuentista, dejando de lado la subjetiva. Como ya se ha señalado en este punto se encuentra la posición de Piaget e Inhelder (1975) quienes abogan por la postergación de la enseñanza de las nociones probabilísticas hasta que los niños hayan alcanzado su pensamiento lógico o al menos nociones como la de proporcionalidad; frente a Fischbein (1975) quien señala la conveniencia de desarrollar la intuición probabilística como una manera de caracterizar grados de incertidumbre que permitan comparar predicciones y extrapolaciones particulares con lo que realmente sucede.

En apoyo a la posición de iniciar el estudio de la probabilidad desde la primaria están los trabajos sobre sesgos en la interpretación de la probabilidad, los cuales destacan los errores en los que incurren las personas al evaluar información probabilística. Más aun, investigadores como Konold (1989) y Díaz (2003) señalan que la simple instrucción en probabilidad no es suficiente para superar las nociones erróneas, por lo que recomienda la confrontación de las nociones intuitivas de los estudiantes con la realidad mediante evidencia experimental y simulaciones. Entonces, pareciera necesario no solo la inclusión de los contenidos de probabilidad en la educación formal, sino también brindar a los estudiantes experiencias probabilísticas que les permitan superar los razonamientos intuitivos que los llevan a incurrir en sesgos en la interpretación de la probabilidad.

En cuanto a la didáctica, en todos los casos considerados se auspicia la aplicación de la estadística para resolver problemas de la realidad que circunda al estudiante. Eso significa que el docente o los estudiantes planteen problemas susceptibles de ser resueltos mediante la estadística. La resolución de problemas debe llevar a que en clases se formulen preguntas, se recolecten datos, para luego organizarlos, representarlos y por último analizarlos. Un esquema como ese hace pensar en el modelo de Análisis Exploratorio de Datos presentados antes, sin embargo, ninguno de los currículos estudiados hace mención

directa a ese modelo, ni a ninguno de los modelos presentados. No obstante, en el caso del NCTM se una mención a las partes del esquema Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusiones. Para el proyecto Gaise el proceso de investigación estadística involucra: formular preguntas, recolectar datos, analizar datos e interpretar resultados. Estos dos casos muestran una clara vinculación con el modelo de Análisis Exploratorio de Datos.

4.4 ESTADÍSTICA PARA EL CIUDADANO

Como se indicó en el capítulo anterior, aproximarse a la definición de ciudadanía o de ciudadano tiene que ser en correspondencia con el momento histórico que se vive. En este momento la idea de ciudadano como un grupo humano que pertenece a un Estado-nacional con una vida cultural común, que los ayuda a identificarse y sentirse parte de ella, solo es un referente histórico.

La ciudadanía en este momento alude a una identidad cívica compartida, que no se restringe a la nación donde se nació, tiene alcance universal y que une a los miembros de una comunidad política con independencia de sus afiliaciones y por encima de sus diferencias. Cada miembro de esa comunidad, cada ciudadano, tiene derechos civiles, políticos y sociales, pero además tiene responsabilidad hacia sus congéneres para lograr entre todos el bien común. Para ello es necesario que los ciudadanos participen de forma activa en las instituciones políticas de la sociedad, para lo cual las personas deben tener libertad para actuar, pensar y tomar decisiones, pero también debe existir la igualdad entre los ciudadanos. Esto es solo posible en democracia, no se puede participar en la sociedad si los ciudadanos solo deben cumplir la voluntad de un líder único, quien es el depositario de la verdad.

Para Condorcet (1792) todo ciudadano debía saber leer, escribir, conocer las reglas de la aritmética y de la medición de la tierra, además de tener claras ideas morales y reglas de conducta. Eran los inicios de la ciudadanía y ya se reconocía el valor de la formación cuantitativa en la aritmética y la agrimensura. UNESCO, después de pasar muchos años definiendo la alfabetización sobre la base de saber leer y en escribir, en 2005 cambió su definición y ahora es necesario que la persona tenga la habilidad de identificar, comprender, interpretar, crear, comunicar y calcular, utilizando materiales impresos y

escritos asociados con diversos contextos para que sea considerada alfabetizada. La alfabetización es la condición mínima de un ciudadano, pero la sociedad actual requiere de muchos más.

En apartados anteriores se discutió la importancia de la matemática en la formación del ciudadano y la necesidad de una alfabetización matemática, por lo que toca discutir lo concerniente a la formación estadística del ciudadano.

4.4.1 PORQUÉ FORMACIÓN ESTADÍSTICA DEL CIUDADANO

Un primer punto es que la formación estadística del ciudadano es parte de la alfabetización matemática que debe recibir todo ciudadano, la cual en el caso venezolano se remite a la formación en la educación formal durante la primaria y la secundaria. La formación que se recibe luego de egresar de la educación media, tiene que ver con la profesión que elija o la actividad laboral que decida emprender, esa es distinta y allí puede complementar o desarrollar las competencias logradas en los años de la primaria y secundaria. Además, la formación estadística del ciudadano venezolano forma parte de su alfabetización matemática porque en la educación venezolana la estadística está dentro de los programas de matemática de primaria y la secundaria, solo en la educación superior la estadística es una asignatura distinta a la matemática.

Podría pensarse entonces que no hay necesidad de diferencias entre formación estadística y formación matemática. Aunque se puede argumentar a favor de esa posición si se considera necesario establecer diferencia de la estadística con respecto a la matemática. En estadística los problemas involucran dos puntos que no siempre se consideran en matemáticas: la incertidumbre y el contexto. El razonamiento matemático es fundamentalmente determinista, mientras que el estadístico incorpora la incertidumbre, se preocupa por la variación debida al azar y utiliza modelos probabilísticos para predecirla y controlarla. Por ejemplo, en matemática, al trabajar con la ecuación de la recta cada valor de la variable independiente determina un único valor de la variable dependiente. Mientras que en la recta de regresión lineal es un modelo que se utiliza para estimar valores de la variable dependiente, a partir de la variable independiente, con un cierto margen de error.

La inclusión de la estadística en los programas de matemáticas ayuda a establecer la diferencia entre el pensamiento determinístico (matemático) y estocástico (estadístico).

Los conceptos matemáticos son necesarios para la estadística pero no son suficientes, por ejemplo, Watson y Nathan (2010) enfrentaron a un grupo de docentes con una tabla de doble entrada que mostraba, mediante proporciones, la relación entre el cáncer pulmonar y el tabaquismo y fue visto por la mayoría de ellos como un problema matemático de comparación de proporciones más que como un problema de asociación estadística de dos variables. Esto sugiere que los docentes examinaron el problema con una visión matemática en lugar de una perspectiva estadística.

El contexto es un componente crítico para la estadística, un mismo promedio, por ejemplo, tiene distintas interpretaciones según el contexto donde se han extraído los datos. En matemática no siempre el contexto interfiere en los resultados obtenidos, el área de un terreno se calcula con la misma manera ya sea que la información sea necesaria para sembrar o construir en ese terreno. En el caso de la estadística, el contexto tiene que ver con el tipo de datos que se tiene y por lo tanto incide en el método a utilizar, además que como se señaló antes, el contexto le da sentido a los números y en consecuencia a la interpretación que se puede hacer de ellos. Para Moore (1991) la estadística es la ciencia que trata sobre la obtención de información a partir de datos numéricos, indica que el objeto de la estadística es el razonamiento a partir de datos empíricos, destacando que los datos son números en contexto. En matemáticas los contextos pueden ser referenciales, incluso imaginarios, eso en estadística tiene poco sentido, el contexto es fundamental.

Por razones como las anteriores, Batanero y Borovcnik (2016) indican que las peculiaridades de la estadística y probabilidad requieren especial atención por parte de los docentes y de los diseñadores curriculares en relación a la selección de contenidos y la mejor manera de hacer que los estudiantes comprendan las ideas de estadística.

Goñi Zabala (2010) clasifica los contenidos de la matemática de la secundaria de España por su transferibilidad a contexto de la ciudadanía y considera que la estadística y la probabilidad es el único bloque de contenidos que tiene un nivel alto durante toda secundaria. Esto contrasta, por ejemplo, con el bloque de Número y Álgebra, el cual los

considera de alta transferibilidad en los años iniciales de la secundaria pero baja en los años finales de ese nivel educativo. En cambio los contenidos de estadística y la probabilidad siempre los ubica como contenidos de alta transferibilidad al contexto de la ciudadanía. Si bien el mismo autor señala que su clasificación es personal y subjetiva no queda duda que da un indicio de la importancia de la estadística para la ciudadanía y de una característica particular, distinta a los otros bloques de contenidos de la matemática escolar.

En el ámbito de la formación estadística, Forbes y Pfannkuch (2009) afirman que no se enseña una rama de las matemáticas, sino una disciplina que tiene su propio método intelectual independiente. Tradicionalmente, la aritmética, el álgebra y la geometría han sido los pilares de la matemática escolar. Pero en la actualidad la creciente importancia de los datos en la sociedad de la información exige la capacidad de obtener información a partir de los datos, así como de comprender y evaluar la información que se presenta mediante tablas y gráficos, además de usar la estadística para resolver problemas en la vida real.

¿El uso intensivo de teléfonos celulares lo hace más susceptible a contraer cáncer cerebral? ¿Es real el calentamiento global o son hechos aislados? ¿No consumir carbohidratos en la cena ayuda a bajar de peso? Las redes sociales te sugieren comprar artículos que son de tu interés, ¿cómo saben que quiero esos artículos? ¿Cuál es la probabilidad de que mi declaración de impuestos sea auditada? ¿Los hombres tienen siempre mejores sueldos que las mujeres? ¿Qué información se necesita para mejorar la infraestructura vial y el tránsito en la ciudad donde vivo? ¿Se puede predecir el éxito en la universidad de los estudiantes? ¿Hay discriminación de los empleadores por la edad de los trabajadores? Todas estas preguntas tienen en común que pueden ser respondidas mediante la estadística. En todos los casos se necesita una recolección de datos y luego examinarlos en su contexto para ofrecer una respuesta no determinística, una respuesta que dibuja una tendencia con un cierto margen de error, que va más allá de los casos individuales.

Podría pensarse que ese tipo de preguntas deben ser respondidas por especialistas y poco tiene que ver con la gente común, pero ese es el tipo de información que aparece en los medios de comunicación a las cuales el ciudadano está expuesto. La estadística está

presente en campos tan disímiles como farmacia, educación, agricultura, políticas públicas, epidemiología, computación, publicidad, psicología, comercialización, economía, deportes. Eso significa que la estadística está en la vida de los ciudadanos aunque nunca la use de forma consiente. ¿Cómo saber qué discernir entre la información de importancia y la que debe ignorar? Una comprensión del razonamiento estadístico y de conceptos erróneos de estadística presentes en la información difundida en los medios será de gran ayuda.

No es suficiente que el ciudadano maneje de forma adecuada la noción de proporción presente en índices estadísticos, como tasas de crecimiento poblacional, de inflación o desempleo. Es necesario que sea capaz de analizar y relacionar críticamente esos datos, interpretarlos, criticarlos y de ser necesario producir nueva información. Es necesario que el ciudadano, además del razonamiento lógico matemático, pueda comprender y evaluar información estadística.

Para que un ciudadano evalúe críticamente, por ejemplo, un sondeo de opinión es necesario comprender la diferencia entre población y muestra, tipos de muestreos adecuados según la heterogeneidad de la población, el margen de error y los intervalos de confianza. Comprender que la mayoría de las informaciones procedentes de encuestas estadísticas, son para estimar tendencias, que se basan en una o más muestras y con la información encontrada se estiman los parámetros, pero que las inferencias obtenidas están sujetas a errores provenientes del propio muestreo.

El ciudadano necesita distinguir entre los estudios observacionales y los experimentales, por qué experimentos comparativos aleatorizados son de gran importancia para las pruebas de causalidad. Esa distinción es de importancia para que no se emitan conclusiones de forma incompleta, descontextualizada y distorsionada que pueden inducir a las personas a tomar decisiones equivocadas. Benjamin (2009) considera que si se desea darle un cambio a la educación todo egresado de la educación media debería saber de estadística. Afirma que si el ciudadano estadounidense comprendiera de estadística y probabilidad su nación no estaría en medio de un desastre económico. La estadística es riesgo, es aleatoriedad, analizar datos, comprender los datos, descubrir tendencias, predecir el futuro.

Las palabras de Benjamín (2009) parecen ser respaldadas por los registros de LinkedIn, una de las grandes redes sociales para profesionales, quien cada año reporta las habilidades más solicitadas entre los empleadores. Cuando finaliza un año la empresa revisa más de 300 millones de perfiles de sus miembros para generar el ranking de las habilidades máspreciadas entre los empleadores y durante los tres últimos años el “Análisis Estadístico y Minería de Datos” ha estado de primer o segundo lugar, superando habilidades como: seguridad en la red o desarrollo de aplicaciones móviles. No se está hablando de profesionales de la estadística sino de profesionales en general que además pueden hacer análisis estadístico. Aquellos que son capaces de trabajar con la *Big Data*, para transformar datos en conocimiento para la toma de decisiones. El mundo actual genera una gran cantidad de información que siempre, de uno u otra manera, va a tocar a la puerta del ciudadano.

Que los ciudadanos comprendan el razonamiento estadístico los coloca en mejores condiciones para entender las informaciones que confronta cada día y los ayuda a extraer conclusiones con más seguridad para poder tomar decisiones en situaciones de incertidumbre. La estadística ayuda a evaluar la información sobre la base de la evidencia y no sobre argumentos de tipo subjetivos o personales. En términos de Kahneman (2012), se trata de darle más soporte al sistema 2, el más lento, pero el deliberativo y lógico, en desmedro del sistema 1, el rápido, pero intuitivo y emocional. Parte importante de la ciudadanía es el bien común, por lo que hay que dejar de ver las situaciones como fenómenos individuales y evaluarlos desde una perspectiva colectiva. Las personas que poseen algún conocimiento estadístico pueden hacer un buen ejercicio de la ciudadanía, de sus derechos y deberes democráticos, pues están conscientes de sus posibilidades de participar activamente de la vida de su país, al brindarle herramientas para la toma de decisiones.

Que comprenda como los datos de calidad pueden ayudar a tomar decisiones sobre la base de la evidencia o a evaluar el progreso de una medida gubernamental en lo ambiental, lo social, lo económico o lo demográfico; y que eso lo involucra a él y a los otros ciudadanos. Además de trata de que comprenda el valor y peso de sus respuestas en un estudio estadístico que se lleve a cabo en su comunidad. Pero que sus respuestas son

una más entre cientos o miles que recogerán y ellas interesan en la medida que forman parte de un colectivo, por lo que no debe temer que será juzgado o menospreciado.

La inclusión de estadísticas en el currículo de matemática refleja la creciente importancia de usar e interpretar datos como parte de la ciudadanía crítica. Ser ciudadano implica enfrentar nuevas situaciones y tomar decisiones sobre ellas teniendo como norte el bien común. Toda toma de decisiones lleva consigo la incertidumbre y la estadística es una herramienta ineludible para tratar de cuantificarla. La estadística es uno de los requisitos básicos de alfabetización matemática para los ciudadanos en la sociedad moderna, de allí la importancia de la formación estadística del ciudadano.

4.4.2 CARACTERÍSTICAS DE LA FORMACIÓN ESTADÍSTICA DEL CIUDADANO

Considerando la importancia que la estadística tiene en la sociedad actual el nivel de formación adecuado para un ciudadano es la alfabetización estadística y la definición de Gal (2002) parece la más apropiada por ser la más completa. Para este autor ese constructo se refiere a dos componentes interrelacionados: (a) la capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, (b) la capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante” (Gal, 2002, p. 2).

Entonces, al egresar de educación media todo ciudadano debe estar en capacidad de:

- (a) Reconocer que estamos rodeados de datos y que ellos proporcionan información.
- (b) Reconocer la omnipresencia de la variabilidad.
- (c) Comprender las ideas estadísticas fundamentales.
- (d) Interpretar y evaluar de forma crítica la información estadística presentes en medio de comunicación y reportes de investigación y de ser necesario tomar decisiones sobre la base de la evidencia que los datos proporcionan.

- (e) Comunicar las conclusiones de los análisis estadísticos de forma clara y eficaz.
- (f) Ayudar a producir datos que pueden proporcionar respuestas a problemas de interés para la sociedad.
- (g) Usar los datos proporcionados en estudios estadísticos de forma confidencial.

Desde esa perspectiva, la formación estadística que se aspira que alcance todo ciudadano podría definirse como es el conjunto de conocimientos, habilidades y valores que se necesita un ciudadano para comprender, interpretar, evaluar y comunicar información estadística al culminar la educación secundaria. Debe ser capaz de identificar problemas que se pueden solucionar mediante el uso de la estadística y la probabilidad, resolver esos problemas e interpretar los resultados encontrados en el marco del contexto de la situación. Pero también debe poder evaluar y criticar información estadística que a la que tenga acceso.

Los conocimientos necesarios para la formación estadística del ciudadano son las ideas fundamentales de la estadística. Las ideas fundamentales son las bases sobre la cual se aspira construir el edificio del conocimiento estadístico, de allí la propuesta de Garfield y Ben-Zvi (2008) de centrar la enseñanza de la estadística en ellas, sus interrelaciones, así como presentarlas en diferentes contextos e ilustrar con sus múltiples representaciones. En conjunto las ideas fundamentales son el componente conceptual de la formación estadística del ciudadano.

Diversos autores han definido las ideas fundamentales de estadística pero una de las más aceptadas es la proporcionada por Burrill y Biehler (2011), quienes hicieron revisiones de diversos currículos y marcos teóricos educativos. Las ideas que a continuación aparecen son fundamentales para comprender y ser capaz de utilizar las estadísticas en el lugar de trabajo, en la vida personal y como ciudadanos.

Datos. Para varios investigadores (por ejemplo, Moore, 1991) la estadística es una disciplina científica autónoma, que tiene sus métodos específicos de razonamiento, los cuales se producen a partir de los datos obtenidos de la realidad y que permite a las personas tomar decisiones. Los datos son números en contextos. Entonces saber por qué son necesarios los datos y cómo se producen son dos aspectos que deben

desarrollarse a los largo de la educación primaria y secundaria, si se desea formar ciudadanos que puedan comprender, interpretar y criticar la información estadística.

Variación. La variabilidad es un concepto fundamental en estadística, son varios los investigadores (por ejemplo, Wild y Pfannkuch, 1999) que lo consideran básico para el pensamiento estadístico. Sin variabilidad no hay estadística, pero además, la variabilidad está presente en cualquier fenómeno, con la estadística se busca identificar, describir, medir, explicar o predice la variabilidad. En consecuencia, el estudio de la variabilidad es necesario para la formación estadística del ciudadano. Eso incluye no solo la medición sino también la percepción de la variabilidad de los datos.

Representaciones. Para Wild y Pfannkuch (1999) la transnumeración implica el cambio de representación de los datos para obtener una mayor comprensión del fenómeno que se investiga. Las tablas y gráficos estadísticos son instrumentos de transnumeración. Si bien son conocidos como medios de comunicación de los datos, también son poderosos instrumentos de análisis, con ellos se pueden descubrir y destacar características del conjunto de datos. Los medios de comunicación usan con frecuencia tablas y gráficos para comunicar resultados estadísticos, los ciudadanos deben estar en capacidad de comprenderlos y evaluarlos.

Distribución. Batanero y Borovcnik (2016) indican que una distribución es una colección de propiedades de un conjunto de datos como un todo, no de un determinado valor en el conjunto de datos. La distribución permite describir un conjunto de datos, en consecuencia observar y analizar la variación presente en ellos. Una distribución teórica es la descripción de un patrón de variación de una variable aleatoria. En las distribuciones empíricas se vinculan las medidas de tendencia central, la de dispersión y otras medidas estadísticas con el contexto de donde provienen los datos. Aquí también se incluye el estudio de distribuciones teóricas y las del muestreo.

Análisis de datos bivariantes. La variación conjunta de variables es un tema de interés en la ciencia que con mucha frecuencia se presenta en la vida cotidiana. La estadística proporciona dos instrumentos para el análisis de datos bivariantes: la correlación y la

regresión. Además los ciudadanos deben poder identificar relaciones espurias y comprender que la correlación no es causalidad.

Modelos de Probabilidad. La incertidumbre está presente en la vida cotidiana, la probabilidad ofrece la posibilidad de medirla y describirla. Además, la probabilidad le brinda soporte a la estadística inferencial para generalizar los resultados encontrados en una muestra. Cualquier resultado en estadística inferencia lleva implícita un factor de incertidumbre, con los modelos de probabilidad se mide y describe esa incertidumbre. A menudo las personas tienen intuiciones incorrectas acerca del significado de la probabilidad o la usan en forma inadecuada en su vida, por lo que el ciudadano necesita comprender los conceptos asociados a la probabilidad.

Inferencia estadística. Un ciudadano está expuesto a resultados de investigaciones estadísticas mediante el estudio de muestras, por lo tanto, debería estar en capacidad de saber de qué se le habla y decodificar la información para generar su propia opinión. Comprender cómo se pueden hacer afirmaciones con cierto grado de certeza acerca de una población con base en el análisis de una muestra debe ser una competencia de todo ciudadano.

Hacer énfasis en las ideas fundamentales de la estadística se vincula con la recomendación didáctica de dar prioridad a lo conceptual sobre los procedimientos y fórmulas. Los procedimientos y el uso de fórmulas están al alcance de cualquier persona que pueda buscar, comprender, evaluar, aplicar y criticar información, de allí que sea poco útil y formativo invertir el mayor esfuerzo de la escuela en aprender procedimientos. Hacer hincapié en los conceptos ayuda a privilegiar la resolución de problemas.

La estadística es indisoluble de su aplicación, de allí que las ideas estadísticas deben ir vinculadas con la habilidad de resolver problemas mediante la estadística. La resolución de problemas es un instrumento de la enseñanza de la estadística pero también es un medio para que el estudiante comprenda *cómo, cuándo y por qué* aplicar la estadística. La resolución de problemas estadísticos es el componente esencial en la formación estadística del ciudadano, ya que enlaza de lo conceptual con lo procedimental para dar respuesta a situaciones concretas con datos que provienen de contextos reales. Con ello se apuntala el

pensamiento lógico, el análisis crítico, la perseverancia en el trabajo intelectual y la capacidad de buscar ideas para hallar soluciones.

Para la resolución de problemas estadísticos Wild y Pfannkuch (1999) proponen el llamado ciclo investigativo: Problema, Plan, Datos, Análisis, Conclusiones (PPDAC), el cual también se puede usar en la enseñanza. El PPDAC también es reportado por Ben-Zvi (2016) como adecuada para la enseñanza. Batanero et al. (2013) recomienda usar como estrategia metodológica el trabajo con proyectos en investigaciones estadísticas. No obstante, se considera que la más adecuada para usar durante los niveles de primaria y secundaria es la propuesta por Franklin et al. (2007), que incluye fases o etapas: formular preguntas, recopilar datos, analizar datos e interpretar datos. Estas cuatro fases se superponen a modelos como el PPDAC pero puede ser de ejecución más sencilla para estudiantes de primaria y posteriormente se le pueden hacer ajustes en secundaria.

A las cuatro fases de Franklin et al. (2007) se le ha agregado una quinta, que se considera de importancia para la formación estadística del ciudadano, comunicar resultados, por haber acogido la definición de Alfabetización Estadística de Gal (2002). A continuación se definen cada una de fases.

Formular preguntas. Plantear una pregunta en principio implica establecer la diferencia entre una interrogante cuya respuesta es determinista o donde existe incertidumbre, variabilidad, por lo que se necesita de la recolección de datos para responderla. La previsión de la existencia de la variabilidad es la base para la distinción de los problemas que se pueden resolver son estadística. El punto de partida para un estudio estadístico es un problema, el cual conduce a algunas preguntas que requieren de datos estadísticos a fin de ser respondidas. La pregunta ayuda a aclarar el problema planteado, implica establecer ¿qué se desea conocer? En los grados iniciales las preguntas normalmente las propone el docente (o el libro), pero se debe llevar un proceso de tal manera que sea el estudiante quien proponga la pregunta.

Recopilar datos. Establecida la necesidad de datos para dar respuesta a la pregunta formulada se hace necesario diseñar un plan para recopilar los datos apropiados. El diseño del plan para recolectar datos lleva implícita la variabilidad, en un caso para

indicarla (diseño de un experimento) en otros para reducirla (muestreo aleatorio para reducir diferencia entre población y muestra), en otros para medirla (estudio censal). Una vez que se establece el diseño de recolección de datos es necesario ejecutarlo. La planificación cuidadosa de la recolección de datos es necesaria a fin de obtener información útil acerca de la pregunta formulada, para mantener la información libre de efectos de confusión. Franklin et al. (2007) sugieren que se comience con la recolección de datos mediante censos en el aula o la realización de experimentos sencillo, hasta llegar al diseño para establecer diferencias como el diseño por muestreo mediante selección aleatorio y diseños experimentales con asignación aleatoria.

Analizar los datos. Con el análisis se intenta explicar la variabilidad de los datos. Para ello se debe seleccionar los métodos apropiados, sean gráficos o numéricos, lo cual involucra considerar los distintos tipos de variables. ¿Cuál es el gráfico apropiado para describir un grupo respecto a una variable cualitativa? ¿Se podrá usar el mismo tipo de gráfico para comparar dos grupos? ¿Cuál es la mejor manera de medir la variabilidad dentro de un grupo? ¿Y entre grupos? Un ciudadano con formación estadística puede enumerar los supuestos que justifican el uso de un determinado procedimiento, pero más importante aún es que pueda decidir o argumentar cuándo el procedimiento puede utilizarse de manera correcta en la práctica.

Interpretar los resultados. Los resultados del análisis deben ser interpretados, deben ubicarse en el contexto de donde provienen los datos y darle sentido. La interpretación no es dar el resultado, en términos de Freil et al. (2001), es ir “más allá de los datos”, es producir una información a partir de los datos; información que debe estar relacionada con la pregunta formulada, que trata de dar respuesta al problema planteado. El objetivo de la estadística no es hacer gráficos o cálculo, es lograr la comprensión de los datos, convertir los datos en conocimientos para comprender mejor el mundo que nos rodea, por ello los resultados encontrados deben tener un significado en el contexto de los datos, de la situación planteada. La interpretación de los datos es una parte fundamental de la estadística que marca diferencia con la matemática. Al comienzo el estudiante puede “leer los datos”, pero poco a poco debe ser capaz de comprender que se pueden hacer generalizaciones; para que luego, como

ciudadano, pueda predecir o inferir a partir de los datos, reconociendo las condiciones necesarias para poder realizar las generalizaciones.

Comunicar los resultados. Para Gal (2002) una parte fundamental de la Alfabetización Estadística es la habilidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a las informaciones estadísticas. Es una etapa de socialización de los resultados, de entregar a la comunidad los resultados logrados para que se pueda discutir, mejorar y apreciar su valor. La comunicación de los resultados también es un proceso de introspección para mirar lo que se hizo y cómo se hizo, evaluar lo realizado. Todo eso puede llevar a reconocer errores y aprender de ellos. El ciudadano necesita comunicar los resultados estadísticos, así como comprender aquellos que le comuniquen de forma escrita u oral. Al comienzo la comunicación puede hacerse en el aula y a partir de resultados sencillos, luego puede comunicar resultados en la escuela o en la comunidad.

Los estudios estadísticos requieren de datos que son recolectados en la sociedad, por lo tanto involucra ciertos valores. En principio, cuando las personas que acceden a formar parte del estudio deben proporcionar datos reales, responder de forma sincera sin falsear la realidad. De la veracidad de la respuesta depende en buena medida el éxito de los estudios estadísticos. En los últimos tiempos se ha señalado que las encuestas de opinión son ineficaces porque no se corresponden con los resultados de la realidad (por ejemplo, Brexit, referéndum acuerdo de paz en Colombia, triunfo de Trump en EEUU), parte de las explicaciones que han dado giran entorno de la discreción de la personas al momento de responder.

Datos confiables no solo afectan a las encuestas de orden político, también pueden perturbar la toma de decisiones importante en una colectividad. Por ejemplo, en 2015, los países miembros de las Naciones Unidas se comprometieron con la *Agenda 2030 sobre el Desarrollo Sostenible*, la cual, entre otras cosas, tiene como metas: erradicar la pobreza extrema, combatir la desigualdad y la injusticia, y encontrar soluciones al cambio climático. Conscientes de la importancia de la metas propuesta el organismo creó el Grupo Interagencial y de Expertos sobre Indicadores ODS (IAEG-SDG por sus siglas en inglés), con ello se busca asegurar información de calidad, de amplia cobertura, que pueda ayudar a la medición del progreso y a la toma de decisiones basadas en evidencia. Por ello durante

la Reunión de la Conferencia Estadística de las Américas de la Comisión Económica para América Latina (2015) se reafirmó el compromiso con la generación de estadísticas de calidad, que sirvan para el seguimiento de las agendas nacionales de la Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible (Américas, 2015). Sin estadísticas confiables es imposible saber cuánto se ha avanzado en la solución de un problema de orden social ni tomar las decisiones necesarias.

Quien recolecta los datos debe advertir a los sujetos para qué se usará la información y que la confidencialidad está garantizada, de tal manera que la persona dé su consentimiento de participar en el estudio. Además, debe informar sobre el uso que se le dará a los datos proporcionados él y las decisiones que se pueden tomar a partir de sus opiniones; de allí la importancia de aportar información real, proporcionar respuestas honestas. Así mismo, el bienestar de los sujetos que participan en el estudio siempre debe estar por encima de los beneficios que este pueda brindar a la sociedad. Entonces durante la formación estadística del ciudadano se debe auspiciar valores como: la honestidad, la responsabilidad y el respeto. Cuando un estudiante aplica las ideas fundamentales de la estadística para solucionar un problema debe también poner en práctica estos valores.

El nivel de profundidad de la formación estadística del ciudadano es otro aspecto a considerar. La formación estadística del ciudadano debe verse como un proceso continuo cuyo desarrollo culmina una etapa al egresar de la educación media, aunque el ciudadano puede continuar profundizando en el conocimiento estadístico durante sus estudios en la educación superior o las actividades que realice a diario.

Como todo proceso, la formación estadística del ciudadano pasa por distintos niveles y si se hace un símil con los niveles de comprensión gráfica propuestos por Friel et al. (2001) lo adecuado es aspirar que se alcance el nivel de “Leer más allá de los datos”, esto significaría que el estudiante entiende el proceso resolución de problema con estadística y es capaz de producir conclusiones más allá de la lectura o comparación de los datos. Significa que es capaz de ubicar los datos en el contexto y criticar, por ejemplo, la forma como fueron recolectados o las conclusiones que se le presentan. Para ello es necesario que puedan trabajar con situaciones problemas reales con niveles de complejidad creciente. Pero también es importante que se trabajen diversos temas, que permitan al

estudiante reflexionar y evaluar la calidad de la información proveniente de distintos contextos en que la estadística se puede usar. Al comienzo el estudiante de primaria puede enfrentar datos recolectados en el salón de clases pero luego debe ir pasando a otros niveles hasta llegar a diseños mediante muestreos. Sus conclusiones podrán pasar de la lectura de resultados de los datos del aula a la inferencia informal sobre características de la población.

Es importante entonces que el estudiante enfrente actividades de aprendizaje que le permitan ir más allá de lo algorítmico, de la repetición de definiciones y pueda avanzar a la comprensión de los conceptos, al logro de significado, al análisis e interpretación de los datos para producir información, pero además pueda evaluar y criticar información. Para ello es necesario que se trabajen actividades de altos niveles de exigencias cognitivas.

La estadística es reconocida como un instrumento vital para la investigación, tanto en Ciencias Sociales como en Ciencias Naturales, pero también lo es para las situaciones de la vida cotidiana, donde puede ser usado para argumentar a favor o en contra de alguna situación en particular. Eso hace vulnerables a los ciudadanos sin formación estadística, convirtiéndolos en sujetos que pueden ser manipulados; de allí la importancia de que todo ciudadano sea capaz de juzgar información estadística.

Capítulo 5 **METODOLOGÍA**

El objetivo planteado es analizar la formación estadística del ciudadano venezolano que subyace en los libros de texto de matemáticas, de la Colección Bicentenario del Ministerio del Poder Popular para la Educación. Para ello es necesario partir del análisis de documentos, por una parte las unidades de los libros dedicadas a los contenidos de probabilidad y estadística y por otra los referentes a la formación estadística, razón por la cual se trata de una investigación documental. Para abordar el trabajo investigativo, la metodología se orientó a partir de los objetivos formulados para el estudio, en este sentido, a continuación se describe los procedimientos utilizados para el logro de cada uno de esos objetivos propuestos.

5.1 CARACTERIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

El diseño de la investigación, los datos que se recolectan, la manera de obtenerlos, el muestreo y otros componentes del proceso de investigación dependen, según Hernández, Fernández y Baptista (2003), del tipo de investigación seleccionado. Para Ramírez (1999), los tipos de investigación son: *documental*, *de campo* y *experimental*. La primera se basa en la obtención y análisis de datos provenientes de materiales impresos u otros tipos de documentos. La investigación de campo consiste en la recolección de datos directamente de la realidad donde ocurren los hechos, sin manipular o controlar variable alguna. Mientras que la experimental consiste en someter a un objeto o grupo de individuos a determinadas condiciones o estímulos (variable independiente), para observar los efectos que se producen (variable dependiente).

La investigación a realizar es de tipo no experimental, documental y transaccional. Es una investigación no experimental por cuanto para su realización no fue necesaria la

manipulación de variables, lo que se pretende realizar es un análisis crítico de los libros de texto, lo que implica observar el fenómeno de interés tal y como se dan en su contexto natural, para después analizarlos. En el análisis de los libros en ningún momento se construye una situación nueva provocada intencionalmente, se observan una situación ya existente, los libros publicados por el Ministerio del Poder Popular para la Educación. Las investigaciones no experimentales pueden ser de dos tipos: transaccionales y longitudinales. En la investigación transaccional los datos se recolectan en un solo momento, en un tiempo único y su propósito es describir variables y analizar su incidencia e interrelación en un momento dado (Hernández et al., 2003, p .270). Los libros de texto se analizan con miras a establecer la propuesta de formación estadística para el ciudadano que presenta el Estado venezolano por intermedio de esos libros, este trabajo se realiza en un único momento, por ello es una investigación es transaccional.

Con el propósito de caracterizar la formación estadística del ciudadano se revisaron investigaciones en el campo de la educación estadística y para conocer propuesta de formación estadística que subyace en los libros de texto de matemáticas se analizaron las unidades de estadística y probabilidad de dichos textos. En ambos casos el trabajo se hace sobre la base del análisis, crítica e interpretación de documentos por lo que es una investigación documental. Se trata entonces de una investigación de naturaleza cualitativa en la que, no obstante, se efectuó una cuantificación de elementos o categorías dentro de los libros ya que el proceso de trabajo empírico así lo exigió.

5.2 POBLACIÓN

Según Azorín y Sánchez Crespo (1986) el universo o población es el grupo de sujetos u objetos de interés para el estudio que se realiza. De esta forma, la población en estudio son todas las unidades dedicadas a la estadística y la probabilidad en los libros de matemáticas de la colección Bicentenario, desde 1er grado de primaria hasta 5to año de bachillerado. Si se considera que el libro de texto es una parte autorizada del currículo y también un mediador entre la intención de la política curricular y la enseñanza que se da en las aulas, entonces, estudiar todas las unidades de estadística y la probabilidad permitirá conocer la propuesta de formación estadística del estado venezolano para sus ciudadanos.

Se analizaron todas las unidades de estadística y probabilidad en los libros de matemáticas de la colección Bicentenario, desde 1er grado de primaria hasta 5to año de secundaria, por consiguiente se trabajó con toda la población. Se trata entonces de un estudio poblacional para lograr capturar con la mayor riqueza posible de la realidad analizada. La escogencia de los libros de texto de la Colección Bicentenario (CB) se debe a que, después de mucho tiempo, en 2011, el Estado venezolano decidió producir, publicar y distribuir, de forma gratuita, textos escolares para los estudiantes de educación primaria y media.

La CB para el área de Matemáticas está conformada por 11 volúmenes, 6 correspondientes a la Educación Primaria y 5 a la Educación Media. Cada volumen está estructurado en lecciones o unidades, como una forma de organizar el contenido que debe estudiar el alumno. Los nombres de las unidades no están asociados de forma directa con el contenido matemático que se trabaja, tienen títulos que buscan atraer la atención del estudiante. Al final de cada libro se encuentra información relevante de cada unidad, como el tema matemático principal, los contenidos que se trabajan y el Área o temáticas relacionadas. Esto último se debe a que cada unidad gira en torno a un tema en específico, como por ejemplo, Soberanía alimentaria o Educación ambiental: Reciclaje.

Los libros de Educación Primaria, publicados en primera edición en 2011, no tienen presentación ni introducción, pero los libros de 1er, 2do y 3er grado dedican las páginas iniciales a presentar unos niños, personajes que se encuentran presentes en todos los libros y que cuentan aventuras, dentro y fuera de la escuela; todo ello con el propósito de acercar la matemática mediante un proceso lúdico de comprensión y reflexión (MPPPE, 2011). Los libros de 4to, 5to y 6to grado, dejan de lado los personajes y se le da prioridad a la “responsabilidad de hacer un uso apropiado de nuestros recursos y el amor por Venezuela y Latinoamérica toda” (MPPPE, 2011, p.15).

En 2012 se publican los libros de Matemáticas de la Educación Media, también estructurados en lecciones o unidades. Estos libros si cuentan con prolegómenos, tienen una página con palabras dirigidas a los estudiantes y otra para los docentes, padres y representantes. Al igual que en el caso de los libros de Primaria, las unidades tienen títulos que buscan captar la atención de los estudiantes, sin asociarlos a contenidos matemáticos.

Todos los libros de la Colección son a todo color y con papel adecuado para textos escolares. Para esta investigación se trabajó con la edición de 2014, la tercera y la más reciente en circulación. Se consideró que lo apropiado era trabajar con la más reciente ya que es de suponer que en ella se han afinado detalles que pudieron escaparse en las dos primeras ediciones, así como corregir errores involuntarios.

El siguiente cuadro muestra las unidades dedicadas a contenidos de estadística y probabilidad en los libros de matemáticas de la CB.

Tabla 5.1 Distribución de las unidades de estadística y probabilidad por grado

Nivel	Grado o año	Unidad	Título	Tópico
Primaria	Primero	18	Datos, datos y más datos	Estadística
		Segundo	16	¿Cómo los organizo?
	17		¿Posible, imposible o seguro?	Probabilidad
	Tercero	15	¡Para los juegos interescolares!	Estadística
		16	Piedra, Papel o Tijera	Probabilidad
	Cuarto	14	¡No agotemos los recursos naturales!	Estadística
		15	Las ramas del árbol	Probabilidad
	Quinto	15	¿Dónde trabaja tu mamá?	Estadística
		16	Los equipos de cuatro	Probabilidad
	Sexto	13	Todos tenemos derecho a estudiar	Estadística
		14	Por pura suerte	Probabilidad
	Secundaria	Primero	12	Programa de Alimentación Escolar
13			Las hallacas y el sabor	Probabilidad
Segundo		11	¿Que estas bebiendo?	Estadística
		12	¿Y si me toca a mí?	Probabilidad
Tercero		12	Nuestro tiempo libre	Estadística
		13	Ocio digno	Probabilidad
Cuarto		1	Pensando en el futuro inmediato	Estadística
		2	Un factor de riesgo	Probabilidad
Quinto		1	¡Internet para tod@s!	Estadística
		2	Un factor de riesgo	Probabilidad

Como se puede observar, la estadística se encuentra en todos los grados, mientras que la probabilidad está presente a partir de segundo grado de educación primaria. El conjunto de todos los contenidos, expone el conocimiento que el Estado venezolano aspira que aprenda un ciudadano formado en nuestra educación y, se supone, que los libros exponen la forma como desean que lo aprendan.

5.2.1 UNIDADES DE ANÁLISIS

Cada uno de los capítulos o unidades de estadística y probabilidad, que se encuentran en los 11 libros de texto de matemática de la colección Bicentenario, constituyen las unidades a análisis. En total son 21 capítulos, 11 de estadística y 10 de probabilidad, distribuidas en 230 páginas, de las cuales 148 se encuentran en los libros de secundaria y 82 en los seis grados de primaria.

5.3 PROCEDIMIENTO DE INVESTIGACIÓN

Para caracterizar la formación estadística del ciudadano se realizó una investigación documental que incluye la revisión de investigaciones en el marco de la Educación Estadística en cuanto los niveles de aprendizaje de la estadística, los modelos de enseñanza y las recomendaciones didácticas, así como currículos escolares de otros países.

Sobre los textos se realizó un análisis de contenido. Identificadas las unidades de estadística y probabilidad de cada libro, se realizó el análisis de dos partes claramente diferenciadas: las lecciones y las actividades. La lección es la parte de la unidad dedicada a la explicación del contenido, donde los autores exponen, en forma organizada, el conjunto de conocimientos teóricos o prácticos que se considera que el estudiante debe trabajar en cada grado según el plan fijado para el libro. Las actividades son enunciados que exigen que el estudiante realice alguna acción más allá de leer el libro y puede realizarse dentro o fuera del aula. Como se indicó antes, las actividades son fundamentales si se desea conocer la comprensión conceptual de las ideas matemáticas que se desea el estudiante logre.

El análisis de las lecciones da evidencias de la orientación didáctica que seleccionaron los autores de los libros. Si se considera además que los libros analizados fueron producidos por el Ministerio del poder popular para la Educación, en las lecciones

se debe encontrar la orientación didáctica que aspira el Estado venezolano que dé a la enseñanza de la estadística y la probabilidad. Para el análisis de las lecciones se usaron las recomendaciones didácticas que se desprende de las investigaciones en educación estadística y que se adaptan al análisis de libros de texto, como lo son:

- a) Uso de datos reales. El uso de datos reales permite a los estudiantes aproximarse mejor al empleo de la estadística en situaciones como la que se encontrará en la vida cotidiana cuando egrese de la escuela. Cuando se habla del uso de datos reales necesariamente lleva a datos que son productos de un estudio o una investigación que se ha incorporado en las lecciones para que el estudiante comprenda mejor los conceptos y el uso de la estadística. En el análisis de los libros no solo se deseaba conocer si se usaban datos reales, sino también cómo se usaban en el proceso de enseñanza aprendizaje.
- b) Comprender los conceptos y los procedimientos. El equilibrio necesario entre los conceptos y los procedimientos favorece la formación estadística del ciudadano. Cada lección fue analizada para conocer si los conceptos se presentan de manera que brinden sustento a los procedimientos o por el contrario el desarrollo de la enseñanza se hace para apuntalar solo la comprensión de procedimientos.
- c) Apoyarse en contextos que le den significado a las ideas estadísticas. El contexto permite a los estudiantes darle sentido a los resultados encontrados en términos de la situación o problema que se desea resolver. Las lecciones se analizaron para identificar si los conceptos y procedimientos estadísticos se hace en el marco de un contexto plausible del uso de la estadística, suficiente para producir información al interpretar resultados.
- d) Usar tecnología como apoyo a la enseñanza. El uso de tecnología permite automatizar cálculos y procesos de gráficación en pro del desarrollo de las ideas estadística en los estudiantes. En este caso se buscaba identificar si se usaba tecnología y cómo se acoplaba al proceso de enseñanza. Los libros actuales pueden hacer uso de computadoras, calculadoras, tener

complementos en CD o en la web. Todo ello con la finalidad de facilitar el aprendizaje de la estadística.

- e) Énfasis en las ideas estadísticas fundamentales. Las ideas fundamentales de la estadística son las base para su aplicación en distintos ambientes, de allí su importancia para la formación del ciudadano. La presencia o ausencia de las ideas estadísticas fundamentales y cómo son desarrolladas en las lecciones permiten conocer los libros analizados facilitan la comprensión de esas ideas.
- f) Resolución de problemas estadísticos. La estadística es un instrumento para conocer la realidad en situación de incertidumbre por lo tanto la formación estadística del ciudadano debe incluir la posibilidad de aprender a solucionar problemas mediante la estadística. Al analizar las lecciones se buscó si ellas favorecen la comprensión de cada uno de los procesos de la resolución de problemas estadísticos, tanto por separado como una unidad.

Además de analizar los libros desde la perspectiva de las recomendaciones didácticas surgidas de las investigaciones en educación estadística, también se estudiaron las lecciones con miras a la identificación de posibles conflictos semióticos. Los conflictos semióticos llevan a los estudiantes a comprender las ideas estadísticas de forma incorrecta y pueden llevar a una formación inadecuada del ciudadano en el conocimiento estadístico. Es por ello que se consideró necesario verificar su posible presencia en los libros de texto.

Para ello se analizaron situaciones problemáticas, conceptos, propiedades, lenguaje, procedimientos y argumentos en cada uno de las unidades. Con ellos se busca identificar posibles divergencias entre lo plantado por el libro y la trama semiótica del investigador. Luego los posibles conflictos semióticos fueron clasificados en categorías mediante un proceso cíclico e inductivo. Este proceso, al igual que todas las clasificaciones que se presentan en esta investigación, fue validado con dos profesores colaboradores como se explica más adelante.

Las actividades tienen un impacto significativo en el tipo de formación que se les ofrece a los estudiantes. Se realizó una primera clasificación que permitió identificar las actividades de estadística y probabilidad ya que en las unidades se encontraron enunciados

que estaban en los espacios previstos para actividades pero no exigían ninguna acción de parte del estudiante, no eran actividades. Luego las actividades se clasificaron según:

- a) Su ubicación en el libro de texto. La ubicación de las actividades ofrece una idea del propósito de la actividad en la unidad. Se clasificaron como: (i) Al comienzo, si se encuentran en las dos primeras páginas (ii) En el desarrollo de la unidad, si están ubicadas en las páginas intermedias (iii) Al final, si se encuentran en las dos últimas páginas.
- b) Exigencia cognitiva. Para ello se utilizó la adaptación para estadística del modelo de Stein et al. (2000) realizada por Salcedo (2015). El análisis del nivel de exigencia cognitivo de las actividades ayuda a conocer el tipo y nivel de aprendizaje que auspicia el texto analizado.
- c) Ideas estadísticas fundamentales. Las actividades de los libros de matemática marcan las oportunidades de aprendizaje que auspicia el libro de texto, evaluar la presencia o ausencia de actividades relacionadas con las ideas fundamentales de la estadística permite conocer si ellas son de importancia para la propuesta de formación estadística del ciudadano que subyace en los textos analizados.
- d) Resolución de problemas estadísticos. Lo adecuado que es que los libros de texto propongan actividades, de distinto nivel, que permitan que el estudiante aprenda a aplicar la estadística ante situaciones o problemas de la realidad.

Las lecciones y las actividades de los libros fueron analizadas y clasificadas por el investigador de acuerdo con las definiciones expuestas en capítulos anteriores. Luego se solicitó la colaboración a dos profesores, con amplia experiencia en la formación estadística de futuros docentes, para que hicieran, de forma independiente, un trabajo similar. A ellos se les facilitó copia de las unidades de estadística y probabilidad de los libros, además de las definiciones necesarias para el análisis de las lecciones y las actividades. Los resultados de las tres clasificaciones fueron comparados con la finalidad de identificar acuerdos y divergencias. Las divergencias fueron discutidas y solucionadas,

mediante consensos, en una reunión donde participaron los dos profesores colaboradores y el investigador. Este procedimiento se siguió para dar validez a los resultados que se presentan en el capítulo siguiente.

Capítulo 6 **RESULTADOS**

En este capítulo se presenta el análisis de la formación estadística para el ciudadano del Estado venezolano que se encuentra en los libros de los textos escolares de matemáticas de la Colección Bicentenario. Para este análisis se tomaron en cuenta las características de la formación estadística para el ciudadano definidas en el capítulo anterior, así como las recomendaciones didácticas que se desprenden las investigaciones en Educación Estadística.

El análisis pedagógico de las unidades se ha dividido en dos partes, primero se examinan las lecciones, la parte de la unidad dedicada a la explicación del contenidos y luego se trabaja con las actividades para el estudiante que están en las unidades. Al examinar las lecciones se tiene una visión didáctica de los libros y permite caracterizar el contenido conceptual, mientras que la labor con las actividades permite aproximarse a potencial para que los estudiantes logren la formación estadística adecuada para un ciudadano del mundo actual. Estas dos perspectivas permitirán describir y analizar la propuesta del Estado venezolano para la formación estadística para el ciudadano por intermedio de los libros de texto.

6.1 LAS LECCIONES, UN ANÁLISIS DIDÁCTICO

Las unidades de estadística de los libros de texto de matemáticas de la Colección Bicentenario se encuentran en los once grados de la educación primaria y secundaria, mientras que la probabilidad tiene diez unidades, solo en primer grado no se encuentra ese tópico. Todas las unidades tienen nombres o títulos, los cuales no están asociados de forma directa con el contenido matemático que se trabaja en ellas, los títulos buscan atraer la atención del estudiante y están vinculados con el contexto que utilizan los autores para

exponer los contenidos. El título de la unidad aparece en la primera página, la cual se utiliza para presentar el tema, en la primaria con un dibujo y en secundaria con una fotografía. En ambos casos, la ilustración se acompaña con un escrito referido al tema seleccionado por los autores para esa unidad.

Las unidades de estadística y probabilidad son las dos últimos capítulos de los libros, salvo en los casos de cuarto y quinto año de secundaria donde fueron ubicadas como las dos primeras. En los programas oficiales las unidades de estadísticas y probabilidad son las últimas de cada grado, por lo que suelen ser los temas sacrificados si por alguna razón el tiempo escolar se ve limitado. Su ubicación como las dos primeras en cuarto y quinto año constituye un cambio respecto a los programas oficiales, pero podría favorecer que esos temas no se sacrifiquen por razones de tiempo.

En total son 21 unidades, 11 de estadística y 10 de probabilidad, distribuidas en 230 páginas, de las cuales 82 se encuentran en los libros de primaria y 148 en los cinco años de secundaria.

6.1.1 USO DE DATOS REALES

El uso de datos reales en la enseñanza de las estadísticas ayuda a abonar en una idea estadística fundamental como lo es *Datos*. Puede facilitar que el estudiante comprenda por qué son necesarios los datos y cómo se producen o de donde salen. Los datos reales también pueden coadyuvar a despertar el interés de los estudiantes e involucrarlo en la reflexión sobre la información y el uso de conceptos estadísticos pertinentes. Además, usar datos reales los ubica en un contexto, en una situación o problema particular, lo que puede facilitar que el análisis sea pertinente y que el estudiante produzca o genere nueva información.

En la revisión de las unidades se determinó que el uso de datos reales es escaso. Durante toda la primaria no hay uso de datos reales para las exposiciones de contenido ni en las unidades de estadística ni en las de probabilidad. Si bien las explicaciones se ubican en contextos más o menos plausibles, los datos que se usan son números que no provienen de investigaciones, revistas, artículos de periódico, páginas web de organismos oficiales nacionales o internacionales. Manteniendo el contexto que decidieron usar los autores hay

casos en los que se pudo usar información del propio Ministerio de Educación, tal es el caso de un cuadro que se utiliza en la página 152 de sexto grado (Rojas et al, 2014b) que se muestra a continuación.

Variable	Frecuencias			Encabezado
	Personas	fr	fr %	
Nivel educativo				Cuerpo del cuadro Filas
Inicial o Preescolar	34	0,15	15	
Primaria	123	0,55	55	
Bachillerato	41	0,18	18	
Universidad	26	0,12	12	
Total	224	1,00	100	Título del cuadro

Cuadro 1. Nivel educativo de los que estudian actualmente en la comunidad

Figura 6:1 Ejemplo de datos no reales

Fuente: Rojas et al. (2014b)

De acuerdo a la información que se expone en el libro en la comunidad donde vive Rafael (un personaje del texto) se recolectaron datos sobre las personas que se encuentran estudiando, los que no terminaron sus estudios y otras que ya terminaron. En el cuadro se muestra la información de los que actualmente estudian. Se trata entonces de una comunidad ficticia, sin nombre, con unos datos probablemente inventados por los autores. ¿No se podría hacer seleccionado un municipio venezolano cualquiera y presentar una información semejante? En lugar de suponer algunos números se podría haber usado la información que tiene el propio Ministerio de Educación, editor de los libros.

El uso de datos reales en los libros de secundaria poco cambia, solo en cuarto y quinto año se usan datos provenientes de fuentes reales. En cuarto año se utiliza la matrícula de educación universitaria en Venezuela (pregrado-postgrado) para el período 2000 – 2008; así como información del último censo de población y vivienda, discriminado por entidad federal, población total y población de 19 a 23 años. En ambos caso se cita la fuente y los datos presentados son utilizados para calcular medidas y plantear actividades. En ese mismo año hay una tabla con información sobre las carreras universitarias preferidas en cinco países distintos, sobre ellos se hace un breve análisis por lo que se puede considerar que hay uso de datos reales.

En quinto año se menciona un trabajo de investigación sobre las ventajas y riesgos del uso de internet según la opinión de las niñas, niños y adolescentes, desde la perspectiva de sus derechos y desarrollo integral. De este trabajo se ofrece información sobre la cobertura de internet según la Comisión Nacional de Telecomunicaciones de Venezuela y se le pide a los estudiantes que revisen el informe (se proporciona la dirección web) y “discutan tanto en sus clases de Matemática como en las de otras asignaturas, dado que es un tema de interés y de mucha actualidad” (Duarte C. et al., 2014d, p. 9). De este trabajo solo se ofrecen las explicaciones sobre correlación a partir de las variables edad del estudiante (en años) y tiempo promedio diario de conexión a internet en horas. Al final de la unidad se le pide que compararen los resultados encontrados en una “muestra” con los del trabajo de investigación mencionado al inicio.

Si bien son dos casos de usos de datos reales, el uso en cuarto año parece más eficaz de que el de quinto. En cuarto año los datos reales están en el libro y se utilizan tanto para las explicaciones como para las actividades. En el caso de quinto año, los datos reales son solo una referencia, no son utilizados en el texto; además, único uso directo que se hace de esos datos podría llevar a errores conceptuales a los estudiantes. Al pedir que comparen los datos del estudio con los recolectados por ellos en su liceo, los estudiantes podrían pensar que cualquier grupo de sujetos es comparable con un estudio, lo cual, por ejemplo, podría ayudar a la formación del sesgo de la disponibilidad de información o la insensibilidad al tamaño de la muestra en los estudiantes.

Llama la atención que en ninguna de las unidades de probabilidad se haga uso de datos reales, ni se realicen simulaciones o experimentos tal como lo recomiendan las investigaciones. Las unidades de probabilidad, salvo algunos contextos que podrían ser de interés para los estudiantes, no presentan mayor novedad en la exposición de los contenidos. En términos globales, el uso de datos reales en las unidades de estadística y probabilidad de los libros de texto de la colección Bicentenario es escaso y poco eficiente.

6.1.2 COMPRENDER LOS CONCEPTOS POR ENCIMA DEL MANEJO DE PROCEDIMIENTOS

Una recomendación frecuente en la enseñanza de la estadística es dar prioridad a los conceptos. Los procedimientos son importantes pero son de poco valor si los estudiantes no comprenden los conceptos que le sirven de base. La exclusiva comprensión de los procedimientos se convierte en un saber qué hacer, pero no cuándo hacerlo ni qué utilidad o ventajas tiene su uso. Es necesaria la comprensión de los conceptos y los procedimientos para que el aprendizaje de la estadística sea real.

La tendencia en las unidades de estadística y probabilidad es a dar prioridad a los procedimientos, la mayoría de las explicaciones se centra en los pasos que hay que seguir para completar un resultado pero pocas veces va unido a una explicación del concepto y finalidad. Aunque la mayoría ubica las explicaciones en contextos plausibles, no se hace énfasis en explicar los motivos de la elección de una técnica, en el análisis de los resultados, en el por qué los resultados son importantes o su vinculación con la situación donde se ubican.

En tercer año de secundaria, en la unidad de estadística, se trata el tema de las medidas de tendencia central y de dispersión. Toda la unidad se invierte en cómo calcular las medidas para un grupo de datos en particular, primero de forma “manual” y luego con apoyo de la computadora. Por ejemplo, en el caso de la desviación típica, nunca se presenta alguna situación que amerite conocerla, solo se indica que se va a mostrar cómo se calcula una medida de variabilidad que considera en su cálculo todos los datos, esto en contraste con la Amplitud que únicamente utiliza el mayor y el menor de los datos. Solo hay una referencia sobre cuándo usar las medidas, al indicar que cuando se analizan datos cuantitativos se recomienda acompañar la media aritmética con la desviación estándar, pero sin dar explicación del porqué.

En la unidad de Análisis de Correlación Simple, de quinto año, se encuentra un intento de vincular los procedimientos con los conceptos. Aunque el desarrollo de la unidad se centra en calcular el coeficiente de correlación de Pearson, luego de conocer el resultado se ofrece una interpretación, tanto de lo que significa el número encontrado

como en relación a la situación que se trata. Además, se indica que el Análisis de Correlación Simple debe hacerse cuando dos variables puedan tener alguna relación lógica o teórica. Lamentablemente no se hace relación a la necesidad que las variables sean de tipo cuantitativo ni el resultado se relaciona con el diagrama de dispersión, expuestos unas hojas antes, porque este queda como una mera ilustración de la posible relación. En todo caso, la vinculación de concepto y procedimientos que se da en esta unidad es una excepción y no la regla.

En las unidades de probabilidad de primaria es más evidente la prioridad que se le da a los procedimientos. Por ejemplo, las seis páginas de la unidad de probabilidad de cuarto grado son para explicar cómo realizar un diagrama de árbol y plantear unas actividades. Igual pasa en sexto grado, donde se explica cómo calcular probabilidades de acuerdo con la definición clásica y frecuentista. El cuestionado esquema, por la educación matemática crítica, de teoría – ejemplo – ejercicio, está presente en esas unidades.

6.1.3 CONTEXTOS QUE LE DEN SIGNIFICADO A LAS IDEAS ESTADÍSTICAS

La estadística no se puede separar de sus aplicaciones y eso necesariamente lleva a utilizarla en situaciones particulares, los cuales le dan significado a las medidas encontradas. El contexto es fundamental al hacer estadística y al enseñarla. Que las unidades se centren en un tema en particular ayuda al estudiante a ubicar las medidas estadísticas y de probabilidad en situaciones específicas lo cual puede facilitar su comprensión. Este es un aspecto que cumplen todas las unidades de estadística y probabilidad los libros analizados. Cada unidad se estructura a partir de un tema, sobre el cual giran las explicaciones y, casi siempre, la totalidad de las actividades. Esto es un punto positivo ya que da la oportunidad de darle significado estadístico a las medidas desarrolladas.

Otro aspecto importante en cuanto al contexto es que la enseñanza debe facilitar la transferencia de lo aprendido en esas unidades a otros contextos. La transferencia del aprendizaje ocurre cuando los estudiantes aprenden algo en un contexto y lo aplican en otro significativamente diferente. No se aprende estadística para analizar el gusto por las frutas de los estudiantes o para conocer si los vecinos de una comunidad usan bombillos ahorradores. Se aprende estadística para analizar la opinión de los ciudadanos respecto a

los cambios del medio ambiente o discutir un informe que presente la alcaldía sobre hacia donde se deben invertir los recursos.

En los libros de texto de la colección Bicentenario los cambios de contextos ocurren de un año a otro y no siempre se trabajan las mismas técnicas estadísticas, lo cual puede dificultar la transferencia de lo aprendido. Sin embargo, en algunas unidades, mayoritariamente de primaria, se le proponen al estudiante experiencias similares al contexto donde se produjo la explicación, con lo cual sí se favorece la transferencia. Por ejemplo, en segundo grado se explica el diagrama de barras sobre la base del color preferido por los estudiantes, luego se le pide hacer un diagrama de barras con la información del animal o mascota preferida. En cuarto grado la explicación se centra en la cantidad de bombillos ahorradores que hay en la casa de los estudiantes, luego deben reproducir la actividad pero con la información recolectada entre familiares y vecinos.

Aunque básicas, esas son maneras de facilitar la transferencia de los aprendido aplicándolo en contextos similares. Lamentablemente, este tipo de cambio de contexto disminuye su presencia en secundaria, dejando en manos de los docentes la organización de actividades que faciliten la transferencia o que sean los propios estudiantes quienes por su cuenta hagan ese proceso.

Otro aspecto a destacar respecto a los contextos es las referencias a programas o instituciones del Estado. En las unidades de estadística y probabilidad se encontraron al menos 13 menciones a programas o instituciones del Estado, casi todas en secundaria. Las menciones a esas instancias son exclusivamente positivas y en la mayoría de los casos sirve como propaganda gubernamental, como por ejemplo, cuando en cuarto año de bachillerato se habla de las transformaciones educativas que permitan “La Suprema Felicidad Social” de las venezolanas y los venezolanos (Duarte C. et al., 2014c, p. 8). Este tipo de información puede considerarse un sesgo ideológico, que poco contribuye en lo didáctico y en la formación de ciudadanos.

6.1.4 USO DE TECNOLOGÍA COMO APOYO A LA ENSEÑANZA

La tecnología cambió la forma de hacer estadística. Las calculadoras y las computadoras con su capacidad gráfica y de cálculo potenciaron la aplicación de la

estadística tradicional como de las técnicas de análisis multivariante, las cuales habían quedado reservadas para expertos. Los instrumentos tecnológicos también han impulsado cambios en la enseñanza de la estadística. Los instrumentos de cálculo y de graficación permiten a los docentes centrarse más en los conceptos y menos en los procedimientos, más en la estadística y menos en la matemática, eso se puede ver, por ejemplo, en el currículo de Singapur, donde en primaria está previsto el uso de tecnología para todo lo referente a gráficos.

En las unidades de estadística de la colección Bicentenario el uso de la tecnología es escaso, casi que simbólico, solo aparece en el tercer y quinto años de secundaria. En tercer año se incluye en la unidad de estadística con explicaciones de cómo usar la hoja de cálculo para hallar las medidas de tendencia central. Solo queda en la explicación, no hay ninguna actividad para que el estudiante realice algún tipo de práctica de lo expuesto en la explicación o investigue otros aspectos del uso de la tecnología. En la unidad de probabilidad de tercer año hay una invitación a revisar las calculadoras científicas para verificar que existen teclas para calcular el factorial de un número, combinaciones y permutaciones. Además, hay una actividad donde se pide que verifique con su calculadora los cálculos realizados durante la unidad y comprobar que hay “una ganancias en término de tiempo y comprensión matemática”. En quinto año en la unidad de estadística se explica cómo se puede hacer los cálculos y gráficos del análisis de correlación lineal con la hoja de cálculo. Mientras que en la unidad de probabilidad se señala que las calculadoras científicas pueden usarse para hacer cálculos de combinatoria.

Los libros parecen desvinculados del Proyecto Canaima, mediante el cual estudiantes de primaria y secundaria tiene acceso a computadoras y tabletas. Al menos en las unidades analizadas no se encontró ninguna referencia al uso de computadoras o tabletas del proyecto Canaima, a pesar de que este se inició antes (2009) que el proyecto de los libros (2011). Tampoco hay referencias a uso de software estadístico para trabajar con los datos, a pesar de que existe, por ejemplo, el PSPP (software libre equivalente al SPSS) si no se quería utilizar o mencionar software propietario.

Entonces, el uso de tecnología en las unidades de estadística y probabilidad de los libros de texto de la colección Bicentenario es solo cálculo, no de apoyo para el desarrollo

de conceptos y para realizar simulaciones para producir datos que permitan a los estudiantes construir modelos o analizar datos centrando la atención en los conceptos e ideas estudiadas y no en el cálculo. Tampoco se apoya en la tecnología para que el estudiante confronte sus intuiciones y con los resultados de los modelos estadísticos con miras a ayudarlo a superar ideas erróneas que pudieran tener. El uso de tecnología en las unidades analizadas no se corresponde con las recomendaciones producto de las investigaciones en educación estadística.

6.1.5 ÉNFASIS EN LAS IDEAS ESTADÍSTICAS FUNDAMENTALES

En este apartado examinamos cómo se discuten las ideas fundamentales de la estadística en las lecciones de las unidades de estadística y probabilidad de los libros de texto de la colección Bicentenario (C.B.).

6.1.5.1 Datos

¿Por qué son necesarios los datos? ¿Cómo se producen? Son dos aspectos que deben desarrollarse a los largo de la educación primaria y secundaria, si se desea formar ciudadanos que puedan comprender, interpretar y criticar la información estadística. La siguiente tabla muestra aspectos relacionados con la necesidad y producción de los datos.

Tabla 6.1 Datos como idea fundamental de la estadística en las lecciones de los libros de la Colección Bicentenario

Nivel	Grado	Aspectos
Primaria	Segundo	Recolección de datos. Formular pregunta.
	Tercero	Medición.
	Cuarto	Formular pregunta.
	Quinto	Recolección de datos.
Secundaria	Primero	Formular pregunta. Definiciones de variable nominal y ordinal.
	Segundo	Formular pregunta. Recolección de datos. Métodos de recolección. Cuestionario. Entrevista. Selección al azar.
	Tercero	Formular pregunta. Recolección de datos
	Cuarto	Ejemplo de recolección de datos con tecnología

La noción de dato que se deben estudiar durante la primaria y secundaria incluye los tipos de datos, métodos de recolección de datos y los procesos de medición. Como se puede observar en el cuadro, los tipos de datos no son abordados en los libros de texto de la colección Bicentenario y la medición como proceso solo es tratado en tercer grado, y como es lógico se hace a un nivel elemental, en una referencia en cuanto a que se puede establecer la estatura y masa corporal de una persona.

Se puede observar que aunque *Formular pregunta*, fundamental para comprender porque son necesarios los datos, aparece en varios grados no lo hace de forma continua como es lo típico de los currículos en espiral, lo cual permite profundizar en los conceptos aumentando progresivamente los niveles de conocimiento y de exigencia. Además en muchos casos solo hay un acercamiento al concepto de manera informal. Por ejemplo, en segundo grado de primaria ese acercamiento se da en la página 162 cuando se expone la pregunta: “¿Ya sabemos cuál es el sitio preferido de la clase?” (Duarte C. et al., 2014a). A partir de allí se da la oportunidad de recolectar datos. Algo semejante pasa en tercer año de secundaria cuando se plantea una situación y se insinúa que se está interesado en conocer en qué usan los adolescentes el tiempo libre. Con sus diferencias, las dos situaciones están más o menos al mismo nivel de exigencia. Igual ocurre con los otros conceptos, solo se da una aproximación general y no hay un seguimiento a lo largo de la primaria y secundaria.

Segundo año de secundaria es el único donde en un mismo nivel se tratan varios aspectos de los datos y además se hace para explicar el proceso. Ese es el único grado donde se trabajan las ideas desde la perspectiva conceptual, se establecen las etapas de recolección, procesamiento, presentación y análisis de datos y se habla con cierto detalle de ellas. Después de eso se podría pensar que habría una continuidad para los tres años restantes, sin embargo no es así, en tercer y cuarto año se vuelven a las referencias generales.

De acuerdo con esta información la noción de la idea de *Datos* que brindan los libros de la colección Bicentenario es incompleta y fragmentada. Queda de parte del docente hacer los ajustes necesarios.

6.1.5.2 Variación

No se identificó en las unidades analizadas una referencia conceptual a la variabilidad, ni, por ejemplo, la producida al medir, ni como la que se puede observar de forma natural. La primera vez que en las unidades de estadística y probabilidad se habla de variabilidad, heterogeneidad (u homogeneidad) o alguna otra idea que aproxime a la variabilidad de los datos, es en segundo año de secundaria, cuando se indica: “Ahora si la media aritmética es el valor alrededor del cual giran todos los demás datos, convendría ver y medir qué tan parecidos o no son los datos.” (Mariño et al., 2014a, p. 208). Estas palabras son la introducción de la explicación del cálculo de la Amplitud.

El otro momento en el cual se trata el tema de la variabilidad es en tercer año de secundaria en la sección “Midiendo y analizando la variabilidad de los datos”, donde luego de recordar la definición de Amplitud y calcularla, se indica que “mostraremos cómo calcular una medida de variabilidad que toma en cuenta todos los valores y todos los casos” (Mariño et al., 2014b, p. 215), e inmediatamente pasa a explicar cómo se calcula la Desviación Típica.

Los autores parecen olvidar que la estadística surge a partir de la *omnipresencia de variabilidad* (Cobb y Moore, 1997). En la estadística se parte de los datos y entre ellos debe existir variabilidad, porque de lo contrario, si todos son iguales, esa situación pierde interés desde la perspectiva estadística. Para Moore (1998) “la estadística es un método intelectual general que se aplica donde quiera que haya datos, variación y azar. Es un método fundamental porque los datos, la variación y el azar son omnipresentes en la vida moderna” (p. 134). Wild y Pfannkuch (1999), señalan que la comprensión y la determinación de sus fuentes (medida, datos, muestreo, análisis, variación debida a factores, variación aleatoria), son fundamentales para la estadística ya que con ella es posible hacer predicciones en el marco de esa variabilidad.

Entonces no es trivial que en los textos de la colección Bicentenario se halla dejado de lado la discusión que le permitiera a los estudiantes aproximarse a la variabilidad desde lo conceptual y no solo desde el cálculo de medidas.

6.1.5.3 Representaciones

La representación de datos mediante tablas y gráficos es quizás la idea estadística sobre la cual hay más acuerdo en cuanto a su necesidad para el ciudadano de hoy. La razón es simple, las tablas y los gráficos son los preferidos para exponer información en investigaciones especializadas o en medio de comunicación.

Tabla 6.2 Representación de datos como idea fundamental de la estadística en las lecciones de los libros de la Colección Bicentenario

Nivel	Grado	Aspectos
Primaria	Primero	Gráficos barras y pictogramas
	Segundo	Gráficos de barras.
	Tercero	Tablas. Gráficos de barras.
	Cuarto	Tablas. Gráficos de barras.
	Quinto	Tablas. Histograma.
	Sexto	Tablas. Gráficos de barras.
Secundaria	Primero	Tablas
	Segundo	Tablas
	Tercero	
	Cuarto	Tablas.
	Quinto	Diagrama de dispersión.

En las unidades de estadística y probabilidad de los textos de la colección Bicentenario los gráficos se tratan casi exclusivamente en la primaria, los únicos gráficos que están en la secundaria, son los diagramas de dispersión que se usan al tratar el tema del análisis de datos bivariados. Además, durante la primaria hay un gráfico dominante, el de barras. El pictograma y el histograma aparecen puntualmente en primer y quinto grado respectivamente.

Pareciera entonces que los autores decidieron que lo adecuado era que los estudiantes aprendieran solo un tipo de gráfico, contradiciendo a investigaciones como las de Friel et al. (2001) quienes recomienda trabajar progresivamente, desde preescolar y hasta el 8vo grado, con: pictogramas, gráficos de puntos, gráficos de barras, gráficos de

sectores circulares, histogramas, gráfico de caja y bigote, gráficos de líneas. Ninguno de los currículos expuestos en el capítulo cuatro se concentra en un único tipo de gráfico. Singapur le dedica prácticamente toda la primaria al estudio de gráficos, comienza por los pictogramas, luego pasa a los pictogramas con escalas, diagrama de barra, gráfico de línea y por último de sectores; todo en correspondencia con el nivel de desarrollo del estudiante.

En general, todos los currículos internacionales siguen las recomendaciones de las investigaciones y presentan tres o cuatro tipos de gráficos en la primaria y continúan el trabajo en secundaria. Eso incluye los programas venezolanos vigentes para el momento de la elaboración de los libros, la secuencia era similar a la propuesta por el NCTM y que aplican países como Singapur, Chile o Colombia que son de más reciente publicación.

En el caso de las unidades analizadas, los gráficos desaparecen en la secundaria, solo aparece un gráfico de sectores circulares en segundo año pero como una ilustración. Incluso, en segundo año en el texto se dice que los datos pueden ser presentados mediante textos, tablas y gráficos pero nunca dicen cuáles gráficos ni las condiciones para usarlos. Solamente se indica que los gráficos “es una manera más artística y atractiva de presentar los datos tanto cualitativos como cuantitativos” (Mariño et al., 2014a, p. 204).

Otro aspecto es el uso que se le da a los gráficos, la tendencia en las lecciones es a ubicarlos como instrumentos para exponer información y no para extraer información. La evidencia indica que los autores consideran que un ciudadano solo necesita conocer el gráfico de barras, con énfasis en su construcción como se verá en el análisis de las actividades.

Las tablas aparecen tanto en primaria como en secundaria, pero en general, y al igual que los gráficos, las presentan como medios para exponer información. En cuarto año es el único nivel donde una tabla es analizada para extraer cierta información. La forma como se presenta la representación de datos en las unidades de los libros de texto de la C.B. no se corresponde con las necesidades del ciudadano actual, el cual constantemente se ve en la necesidad de sacar conclusiones a partir de diversos tipos de gráficos y tablas.

6.1.5.4 Distribución

La idea de *Distribución* está presente tanto en estadística como en probabilidad, en este apartado solo se discute lo relativo a estadística porque la visión probabilística se tiene una sección dedicada a la probabilidad (Modelos de Probabilidad). La distribución se refiere a la colección de propiedades de un conjunto de datos visto como un todo. Con ello se refieren a la distribución de frecuencias y las medidas estadísticas usadas para describirla, como por ejemplo las medidas de tendencia central y de variabilidad.

Tabla 6.3 La distribución como idea fundamental de la estadística en las lecciones de los libros de la Colección Bicentenario

Nivel	Grado	Aspectos
Primaria	Cuarto	Distribución de frecuencia.
	Quinto	Distribución de frecuencia.
	Sexto	Distribución de frecuencia.
Secundaria	Primero	Distribución de frecuencia. Media aritmética.
	Segundo	Distribución de frecuencia. Media, mediana, modo y amplitud.
	Tercero	Media, mediana, modo. Amplitud. Desviación típica.
	Cuarto	Media, mediana, modo. Amplitud. Desviación típica. Índices. Coeficiente de variación.

En las lecciones analizadas sorprende la ausencia de las medidas de tendencia central en la primaria, cuando ese tema se encuentra en los programas oficiales de ese nivel de educación, pero además por la posibilidad de por ejemplo usar la idea de promedio para las calificaciones escolares. La primaria se concentra en la distribución de frecuencia vista como una tabla que se usa para desplegar los datos recolectados de manera organizada. Igual sucede con la única vez que se usa en secundaria, no es una fuente de información sino una forma de mostrar los datos.

Cobo y Batanero (2004) reportan cuatro tipos distintos de problemas que llevan a la media aritmética:

- a. Estimar una medida a partir de diversas mediciones realizadas, en presencia de errores.

- b. Obtener una cantidad equitativa al hacer un reparto para conseguir una distribución uniforme.
- c. Obtener un elemento representativo de un conjunto de valores dados cuya distribución es aproximadamente simétrica.
- d. Estimar el valor que se obtendrá con mayor probabilidad al tomar un elemento al azar de una población cuando la variable es aproximadamente simétrica.

De ellos el único tipo de problema que se presenta en los libros de la colección Bicentenario son los de la categoría b: Obtener una cantidad equitativa al hacer un reparto para conseguir una distribución uniforme. Esta clase de problema se presenta en primer año para el cálculo del tiempo promedio logrado por los estudiantes en la prueba de resistencia y condición física (Renick H. et al., 2014, p. 216). En segundo año, se presenta una situación similar pero con edades de estudiantes, al igual que en tercer año; mientras que en cuarto año de nuevo solo hay un cambio de variable, esta vez matrícula, pero se mantiene el tipo de situación problema. Al optar por esta vía, los autores brindan una visión limitada sobre el uso de la media aritmética y dejan de lado situaciones que podrían ser de interés para ellos como es el caso de las otras categorías.

Similar al caso de la media, en la mediana y el modo se muestra una única forma de uso, conseguir el valor que divide a la distribución de datos ordenados en dos partes y el valor que más se repite. Se obvia, por ejemplo, en el caso de la mediana que puede ser un valor representativo de la distribución si en ella existen valores atípicos que distorsionen el valor de la media.

La variabilidad, como ya se indicó, no es trabajada de forma conceptual y solo es vista como un número que “informa” sobre la heterogeneidad de los datos, con el agravante que el punto de atención es el cálculo de la medida y no la interpretación. Es probable que los estudiantes puedan darle más sentido al coeficiente de variación, estudiado en cuarto año, ya que le permite comparar dos o más grupos a “los que se les haya medido la misma variable pero que tengan distintos tamaños, o grupos a los que se

les hayan medido distintas variables, con igual o distintos tamaños” (Duarte C. et al., 2014c, p. 17).

Estas unidades tienen una novedad en cuanto a los temas de distribución: los índices. “Un Índice es una medida de los cambios ocurridos en el tiempo para una variable, tomando como base uno de los datos de un año o período base” (Duarte C. et al., 2014c, p. 21). Este es un tema que no está en los programas vigentes para el momento en que se publicaron los libros, pero tampoco se encontró en algún otro currículo de matemática de secundaria del ámbito internacional. Se trata entonces de una novedad en el currículo de matemática venezolano y muy probablemente a nivel mundial. Lamentablemente, no se halló en los documentos oficiales sobre los libros de texto algún tipo de argumentación que sustentara la inclusión de ese tema en la secundaria venezolana. De haber encontrado la argumentación se ha podido discernir cuál es el propósito de su inclusión en la formación estadística del ciudadano venezolano. Los índices son usados en cuarto año para el análisis de la matrícula de pre y postgrado en Venezuela, la cual según los dos últimos gobiernos, es de las más altas del mundo. Queda la duda si es necesario

En cuanto a estrategia didáctica, lo adecuado es usar datos reales provenientes de contextos que puedan ser significativos para el estudiante de tal manera que le puedan dar significado a las medidas calculadas. Como ya se señaló el uso de datos reales no es una característica a destacar en los libros de la C.B. en las unidades de estadística y probabilidad.

6.1.5.5 Análisis de datos bivariantes

El análisis de datos bivariantes incluye el análisis de correlación lineal y el análisis de regresión lineal. Este tema nunca antes se había incluido en la educación secundaria venezolana, una novedad que se corresponde con la tendencia internacional de la formación estadística del ciudadano.

Tabla 6.4 Análisis de datos bivariantes como idea fundamental de la estadística en las lecciones de los libros de la Colección Bicentenario

Nivel	Grado	Aspectos abordado
Secundaria	Quinto	Análisis de Correlación Simple. Análisis de Regresión simple.

Para Gea, Batanero, Cañadas y Contreras (2013) tres son los campos de problemas que caracterizan a la correlación y regresión lineal: (a) Organización/Reducción de datos, (b) Analizar la existencia de relación entre variables y (c) Predecir una variable en función de otra. Todos ellos están presentes en la unidad de correlación de los libros de la C.B: La primera es el primer paso de estudio de correlación y regresión y se presenta en el libro de quinto año mediante al diagrama de dispersión. El paso incluye el análisis de la posible presencia de una relación entre las variables consideradas, determinar la intensidad y sentido de la relación. Todo constituye el análisis de correlación lineal simple en el libro de texto. Mientras que la predicción de una variable en función de otra está incluida en el análisis de regresión, que incluso incorpora el error de estimación.

En el tratamiento de regresión lineal hay aspectos que se dejan fuera del texto, por ejemplo, se omite que son dos rectas de regresión y no se menciona el coeficiente de determinación. Nunca se menciona que son dos rectas de regresión distintas, la de Y sobre X y la de X sobre Y. Al mencionar solo una recta de regresión, el estudiante puede quedarse con la idea de que si necesita estimar la variable X, solo tiene que hacer el despeje de la recta de Y sobre X. El coeficiente de determinación informa de la fiabilidad del ajuste lineal, pero también puede ser interpretado en relación con la proporción de varianza explicada. En los libros de la colección Bicentenario se omiten ambas interpretaciones al no mencionar dicho coeficiente.

Como en otras oportunidades, el manejo del coeficiente de correlación y la recta de regresión lineal se hace con pocos datos, además se hace con un único ejemplo, lo cual dificulta que los estudiantes puedan apreciar la influencia del tamaño de la muestra tanto en el coeficiente de correlación como en el cálculo de los parámetros de las rectas.

Tampoco se indica que las estimaciones obtenidas a partir de alguna de las rectas de regresión son aproximaciones al valor real en términos de probabilidad; perdiendo una vez más la oportunidad de vincular conceptos estadísticos con probabilidad.

Al igual que otras ideas estadísticas, el análisis de datos bivariantes se descuida lo conceptual, así como el uso de datos reales. En el caso del uso de la tecnología está incorporado al cálculo de las medidas pero no al proceso didáctico, solo se le enseña cómo calcular las medidas usando el computador. En el libro no se hace mención a que la correlación no implica causalidad, dejando abierta la posibilidad de que surja esa confusión entre los estudiantes. Otra limitante de esta unidad son las actividades, las cuales se analizan más adelante.

6.1.5.6 Modelos de probabilidad

La inclusión de la probabilidad en la primaria es un punto donde se encuentra posiciones distintas en este momento. Se encuentran casos como el de Japón o de los Estándares comunes para las matemáticas (EEUU) donde la probabilidad no está prevista en la primaria y que se contraponen al caso de NCTM o Colombia que sí la contemplan para ese nivel. Donde sí parece haber acuerdo es que en caso de incluirla el propósito no es el estudio de la probabilidad para el cálculo, exactamente la visión que se trasmite en los libros analizados.

En las lecciones de segundo y tercer grado se trabaja el lenguaje básico de la probabilidad, en cuarto grado solo se estudia el diagrama de árbol como método de conteo y el resto de las lecciones están enfocadas al cálculo de probabilidades. En quinto grado se calculan probabilidades, a partir de la selección al azar de palitos. En sexto grado, el lanzamiento de dados y la lotería se utilizan para calcular probabilidades mediante la definición clásica y la frecuentista respectivamente.

Esa misma tónica se mantiene en secundaria, todo gira en torno al cálculo de probabilidades, incluso el único modelo probabilístico que se estudia, la distribución binomial, nada de esto ayuda a que la probabilidad se vea como un instrumento para la comprensión de la incertidumbre que está presente en el mundo actual o como apoyo de la

inferencia estadística. Con esto no se desea indicar que se debe desdeñar del cálculo de probabilidades, sino que no deben ser el centro del trabajo.

Tabla 6.5 Modelos de probabilidad como idea fundamental de la estadística en las lecciones de los libros de la Colección Bicentenario

Nivel	Grado	Aspectos
Primaria	Primero	
	Segundo	Lenguaje probabilidad
	Tercero	Lenguaje probabilidad
	Cuarto	Diagrama árbol. Espacio muestral
	Quinto	Probabilidad clásica. Probabilidad frecuencial.
	Sexto	Probabilidad clásica. Probabilidad frecuencial.
Secundaria	Primero	Probabilidad clásica. Probabilidad condicional
	Segundo	Probabilidad clásica. Probabilidad condicional. Permutaciones.
	Tercero	Variaciones. Combinaciones. Probabilidad axiomática.
	Cuarto	Distribución binomial.
	Quinto	Combinaciones. Distribución binomial.

La incorporación de la probabilidad desde los niveles iniciales es debida a su aplicabilidad en diversos ámbitos (científico, profesional y personal), que conlleva la necesidad de contar con ciudadanos formados en el uso y aplicación de la probabilidad en los contextos que lo rodean. El ciudadano debe estar en capacidad “de hacer frente a una amplia gama de situaciones del mundo real que implican la interpretación o la generación de mensajes probabilísticos, así como la toma de decisiones” (Gal, 2005, p. 40).

Un punto positivo en las unidades examinadas es la presencia de tres diferentes definiciones de probabilidad: clásica, frecuencial y axiomática. La probabilidad subjetiva se menciona en cuarto año pero no se trabaja. También está ausente el significado intuitivo de la probabilidad, fundamental en los primeros años y pero más aún en los años de la secundaria para contrastar las intuiciones con los resultados empíricos. Otro aspecto positivo es dedicar las lecciones iniciales (segundo y tercer grado) a acercar a los estudiantes al lenguaje probabilístico.

La inclusión del diagrama de árbol en cuarto grado podría ser no adecuado, según los trabajos de Inhelder y Piaget (1955) y Fischbein (1975). Inhelder y Piaget (1955) señalan que la capacidad combinatoria es un componente de las operaciones formales (12 años en adelante) porque es cuando el niño logra la capacidad necesaria para obtener todas las combinaciones posibles de n elementos tomados de dos en dos. Las investigaciones de Fischbein (1975) indican que el aprendizaje de la combinatoria ocurre a partir de los 12 años aproximadamente, con la sugerencia de que se trabaje con material manipulable. En los programas oficiales ese contenido estaba en sexto grado, momento en el cual los niños tendrían aproximadamente los 12 años.

Las simulaciones, la experimentación, el uso de material concreto o la tecnología como apoyo de la enseñanza están ausentes en las lecciones de probabilidad de los libros de la C.B. Los autores parecen haber omitido más de 60 años de investigaciones sobre intuiciones probabilísticas, nociones informales de probabilidad, cognición, conceptos erróneos, heurísticas, entre otras. Su esquema de trabajo es similar a la de cualquier libro de la década de los setenta.

6.1.5.7 Inferencia estadística

La siguiente tabla muestra los temas de inferencia estadística desarrollados en las lecciones de los libros de texto analizados.

Tabla 6.6 Inferencia estadística como idea fundamental de la estadística en las lecciones de los libros de la Colección Bicentenario

Nivel	Grado	Aspectos abordado
Secundaria	Primero	Ejemplo para ilustrar categorías, variables, tamaño muestra. Definiciones de universo, población y muestra
	Tercero	Definición Población Muestra

Como se puede apreciar solo se tocan puntos básicos: universo, población, muestra, tamaño de muestra. Los tres primeros son definidos en los libros donde aparecen, mientras que “tamaño de muestra”, solo es mencionado para referirse a la cantidad de elementos

que conforman un grupo. Ellos se abordan más para ampliar el lenguaje estadístico que como para estudiar los conceptos o fundamentos de la inferencia estadística ya que no pasan de menciones en casos particulares o definiciones. Sorprende por ejemplo, que aunque se habla de población y muestra no se hable de parámetro y estadístico, así como la única mención que se hace del vocablo “censo” es para señalar la fuente de donde proviene el número de habitantes de Venezuela. Entonces la inferencia estadística en los libros de matemáticas de la Colección Bicentenario se limita al manejo a nivel más básico de los conceptos de universo, población, muestra y tamaño de muestra.

Al no abordar la inferencia estadística como un proceso para estimar características de una población a partir de una muestra, no se estudian situaciones problemas o procedimientos para hacer inferencias de manera formal o informal. Si bien es cierto que la inferencia estadística no está en los programas, las evidencias indican que los autores no necesariamente estaban siguiendo esos documentos para la elaboración de los libros, por lo que pudo ser incluido como uno de los temas a trabajar. El trabajo de Makar et al. (2011) indica que los estudiantes pueden manejar las ideas de inferencia estadística, incluso desde la primaria.

6.1.6 POSIBLES CONFLICTOS SEMIÓTICOS

Para Godino, Batanero y Font (2007) los objetos matemáticos surgen de las prácticas matemáticas (acciones u operaciones) como respuesta a situaciones problemáticas extra o intra matemáticas. El significado del “objeto matemático” pueden ser institucionales (una institución de enseñanza) o personal (de cada persona) y pueden variar en cada institución o persona. Al comparar los significados que atribuye dos sujetos (instituciones o personas) permite identificar conflictos semióticos. La interacción comunicativa entre estudiante-libro o docente-libro puede ser fuente de posibles conflictos semióticos. Se habla de posibles conflictos y no de conflictos semióticos porque no se tiene certeza del significado que le atribuirán los estudiantes y si eso son discordantes con los del docente.

En el análisis de los textos se identificaron algunos posibles conflictos semióticos, los cuales se comentan a continuación.

Uso limitado de los conceptos y sus aplicaciones. Alaminos (1993) define cuatro tipos de pictogramas: (a) donde cada símbolo representa un valor uniforme y definido, (b) donde el tamaño de los símbolos es proporcional a los valores representados, (c) donde un gráfico estándar (línea, barras, sectores, etc.) es decorado con elementos figurativos o donde un gráfico estándar es presentado como de un cuadro más amplio y (d) donde la composición figurativa refleja una relación multivariable. En la página 170 de primer grado se presenta el único ejemplo de pictograma que contienen los libros de matemática de la C.B. que se corresponde con el tipo **a** de la categorización de Alaminos (1993). Eso significa que solo se presenta el pictograma más básico, donde cada figura utilizada representa un valor uniforme y definido. El limitar los ejemplos de pictograma a un solo tipo podría ser un conflicto semiótico por cuanto los estudiantes pueden pensar que los pictogramas son solo como los del ejemplo mostrado, causando problemas de comprensión cuando se le presentes pictogramas de los otros tipos.

Este tipo de posible conflicto semiótico también se aplica al caso antes comentado de la media aritmética, ya que en los libros solo se presenta uno de los cuatro tipos distintos de problemas que llevan a la media aritmética. Presentar esta medida solo como una cantidad equitativa al hacer un reparto para conseguir una distribución uniforme, se limita las posibilidades de comprensión del concepto, lo cual, a sus vez, podría generar un conflicto semiótico al encontrarse con otras concepciones de ella; además de limitar la aplicación de ese objeto matemático en otras situaciones problemas.

Definiciones que pueden inducir confusiones. En la revisión de las unidades se identificaron tres referencias al concepto muestra estadística que podrían generar confusiones en los estudiantes. Las primeras en el libro de primer año: “Les proponemos trabajar en esta situación: ¿En su liceo hay comedor escolar? En el caso de que sí lo haya, ¿consideran que los resultados de la opinión sobre la calidad de los alimentos que se sirven sea la misma de las de esta lección? ¿Por qué? Tomen una muestra de estudiantes de su liceo y pregúntenles su opinión sobre la calidad de los alimentos del comedor” (Renick H. et al., 2014, 210).

La segunda “Cuando una población estadística es muy numerosa, se hace difícil analizar a todos los elementos con sus características. En ese caso se seleccionan algunos

elementos representativos de la población para hacer el estudio estadístico y se les miden sus características. El grupo de características de los objetos o individuos seleccionados se denomina muestra estadística” (Renick H. et al., 2014, 210).

La última en el libro de tercer año: “Para el caso del tamaño de una muestra estadística, o subconjunto de la población, utilizaremos la letra n ” (Mariño et al., 2014, 211).

En el primer caso se le pide a los estudiantes tomar una muestra, para ese momento no se ha definido qué es una muestra ni cómo se selecciona, ni en ese grado ni en los precedentes. Luego, se indica que son “algunos elementos representativos de la población para hacer el estudio estadístico”, mientras que en la tercera mención (dos años después) se reduce a un “subconjunto de la población”, omitiendo, una característica fundamental de la muestra estadística como lo es la representatividad. ¿Es posible que esto genere confusión a los estudiantes? Considerando que la última referencia a la muestra ocurre en tercer año, ¿es posible que el estudiante se quede con la idea de muestra como un “subconjunto de la población”?

En ocasiones el posible conflicto semiótico puede surgir cuando se usa una ilustración que no se corresponde con el concepto que se define. Tal es el caso del histograma que se presenta en quinto grado.

Se acostumbra representar este tipo de agrupamiento de datos, en un gráfico denominado **HISTOGRAMA**, que se diferencia de un diagrama de barra en que los rectángulos que lo forman están pegados uno del otro, como se puede apreciar a continuación.



Figura 6:2 Ejemplo representación gráfica incorrecta

Fuente: Duarte C. et al. (2014b, pág. 163) 5to grado

A la izquierda de la figura se ofrece una definición de histograma y en la ilustración se pretenden mostrar un ejemplo de este tipo de gráfico. El histograma es un gráfico que se utiliza con variables cuantitativas continuas, la continuidad en los valores de la variable

es lo que genera la continuidad en la barras. En la gráfica se muestra tres barras o rectángulos “pegados uno de otros” pero la variable que efectivamente representa (nivel educativo) es de tipo cualitativo, por lo que técnicamente no es un histograma.

Lenguaje simbólico inapropiado o impreciso. Este tipo de conflicto semiótico se genera al haber discordancia entre los significados (personales o institucionales) por el uso inadecuado del lenguaje simbólico o que se use con impresiones. El uso descuidado del lenguaje simbólico podría generar un conflicto semiótico en la interpretación de la notación, por lo tanto en el aprendizaje de los conceptos y procesos algorítmicos involucrados.

En el libro de tercer año, luego de mostrar mediante un ejemplo cómo se calcula la desviación típica, se ofrece la fórmula para calcular esa medida estadística.

Esta medida se conoce como la **Desviación Estándar o Típica** y su nomenclatura es una S .

$$S = \sqrt{\frac{\text{suma } (x_i - \text{media aritmética})^2}{n}}$$

Figura 6:3 Fórmula para cálculo de la desviación típica

Fuente: Mariño et al. (2014b, pág. 217) 3er Año

En esa expresión matemática se mezcla el lenguaje natural con símbolos matemáticos. No se entiende por qué no se usa el símbolo de media aritmética, el cual se presentó en primer año (págs. 216 y 217). Tampoco se usa el símbolo de sumatoria y en su lugar se escribe “suma” con lo cual pierde sentido la utilización de la expresión x_i , donde el subíndice i es una variable que tomará valores enteros cuyos límites (inferior y superior) se especifican en la sumatoria. En cuarto año de secundaria se presenta de nuevo la fórmula de la desviación típica, esta vez como expresión algebraica pero con la omisión del símbolo de la raíz cuadrada:

La fórmula de la *Desviación estándar (S)* es:

$$S = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Figura 6:4 Fórmula para cálculo de la desviación típica

Fuente: Duarte C. et al. (2014c, pág. 16) 4to Año

Inmediatamente después de escribir esa fórmula se presenta un ejemplo donde sí se incluye la raíz cuadrada, por lo que no cabe duda que se trata de un error atribuible al diseño gráfico; no obstante, no se justifica ese error más aun tratándose de la tercera edición (2014) de los libros. Este “descuido” en la fórmula de la desviación típica implica que los estudiantes nunca tendrán en los libros de la C.B. la expresión correcta que permite calcular esa medida de dispersión; a menos que el docente perciba el error y lo enmiende.

Otro ejemplo del uso inapropiado de símbolos se encuentra en primer año, en el caso de la media aritmética.

$$\bar{x} = \frac{\text{suma de los tiempos de la prueba de resistencia y condición física}}{\text{total de tiempos}}$$

Figura 6:5 Fórmula para cálculo de la media aritmética

Fuente: Renick H. et al. (2014b, pág. 216) 1er Año

$$\bar{x} = \frac{\text{suma de los factores en que se repite el "tiempo" (frecuencia) por el "tiempo" (dato)}}{\text{total de tiempos}}$$

Figura 6:6 Fórmula para cálculo de la media aritmética

Fuente: Renick H. et al. (2014b, pág. 217) 1er Año

Luego de exponer un ejemplo de cómo se calcula la media aritmética, se escribe la expresión que resume lo realizado (página 216), inmediatamente después se ofrece otro ejemplo del cálculo de la media y de nuevo se cierra la explicación con la expresión que muestra lo realizado. De nuevo se mezcla el lenguaje natural con simbología matemática. Se podría comprender que se desea dar primero casos particulares para luego escribir la

expresión matemática de la media, pero eso no ocurre. Al igual que el caso de la desviación estándar, la fórmula general de la media se presenta dos años más tarde, en cuarto año.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

Figura 6:7 Fórmula para cálculo de la media aritmética

Fuente: Duarte C. et al. (2014c, pág. 16) 4to Año

En el mismo primer año también se encuentran otros dos casos de imprecisión o uso inapropiado del lenguaje simbólico.

$$fr = \frac{\text{cada frecuencia simple}}{\text{total de datos}}$$

$$fr\% = \frac{\text{cada frecuencia simple}}{\text{total de datos}} \cdot 100$$

Figura 6:8 Fórmulas para cálculo de la frecuencia relativa y la frecuencia porcentual

Fuente: Renick H. et al. (2014b, pág. 209) 1er Año

Al igual que en los casos precedentes, en las expresiones se mezcla el lenguaje natural con el simbólico. Las formulas antes señaladas se presentaron exactamente iguales en sexto grado (págs. 153 y 154), eso podría indicar que esa es la manera que los autores consideran que se debe señalar esas frecuencias. Es curioso que los autores indiquen de manera simbólica la frecuencia relativa y porcentual pero no así de la frecuencia absoluta o simple, la cual es manejada en un caso particular en ese año con el nombre de la variable tratada, “estudiantes” en primer año (p. 208), “personas” en sexto grado (p. 152) y que en quinto grado fue señalada con lenguaje natural “frecuencia simple” en quinto grado (p. 163).

A diferencia de los casos precedentes, en los libros de colección Bicentenario nunca se escribe de manera correcta las expresiones matemáticas de la frecuencia relativa y porcentual, así como tampoco se utilizan símbolos para representar la frecuencia simple; quedando el estudiante con una visión distorsionada de estos conceptos en cuanto al lenguaje simbólico.

En general, pareciera que los autores optaron por sacrificar en parte la precisión del lenguaje simbólico en aras de la comprensión de los procesos de cálculo (como antes se señaló, los procesos por encima de los conceptos). No obstante, ese “sacrificio” del lenguaje simbólico podría generar conflictos semióticos que a la larga lleven a la incomprensión de los procesos algorítmicos que, al parecer, los autores pretendían favorecer.

Problemas con gráficos estadísticos. En los libros se identificaron detalles en los gráficos estadísticos que se presentan como ejemplo y que podrían ser fuente de conflictos semióticos para los estudiantes. Los posibles conflictos semióticos identificados pueden provocar respuestas de los estudiantes que difieran del significado institucional esperado, aunque estén en correspondencia con lo expuesto en el libro.

Ausencia de título. Los gráficos estadísticos deben ser identificados con un título que, con la menor cantidad de palabras posible, ofrezca la mayor información posible sobre lo que se representa en el gráfico. Ninguno de los gráficos de los libros de primer a tercer grado es identificado con su título, solo a partir de cuarto grado los gráficos son identificados con éste.

Errores en la escala del gráfico. La escala de un gráfico estadístico se refiere a la división que se realiza en los ejes (en ocasiones uno solo de ellos) para facilitar la representación de los datos. La escala debe guardar proporcionalidad. En los textos de la colección Bicentenario se encontraron gráficos con problemas en la construcción de las escalas.

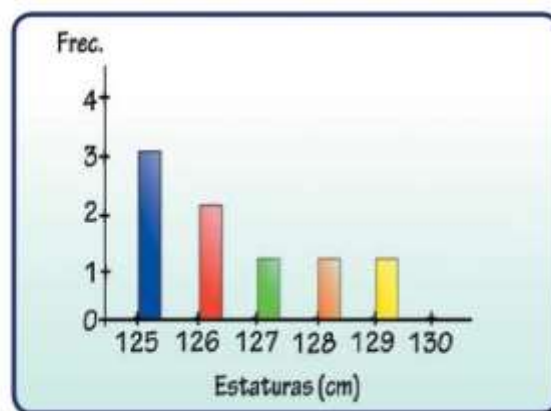


Figura 6:9 Ejemplo de gráfico con problema en la escala

Fuente: Moya et al. (2014b, pág. 163) 3er. Grado

De acuerdo con el gráfico, la barra azul comienza en 125 cm y la roja en 126 cm, ¿en cuál número termina la barra azul? ¿Cuáles números abarca el espacio entre el final de la barra azul y el comienzo de la roja? ¿Se trata de una escala continua o discreta? En este caso, parece que la variable Estatura (cm) se está manejando de forma discreta. Entonces, la línea que está al comienzo de la barra azul debería estar en el medio de ella, justo debajo el 125 y así con los demás números, de tal forma de vincular el valor con la barra. Si la variable Estatura se graficó como discreta el número al comienzo de la barra tiene poco sentido. Si la variable se pensó como continua, se debió romper el eje entre 0 y 125 para indicar que no está a escala. El eje comienza en cero, la distancia que hay de 0 a 125 es menor que entre 125 y 126 (o cualquiera de las otras medidas), pero la primera representa 125 unidades mientras que la segunda una unidad. Se debía indicar que la primera parte no estaba a escala. El gráfico deja dudas sobre cómo se trató la variable para graficarla por lo tanto se convierte en un potencial conflicto semántico.

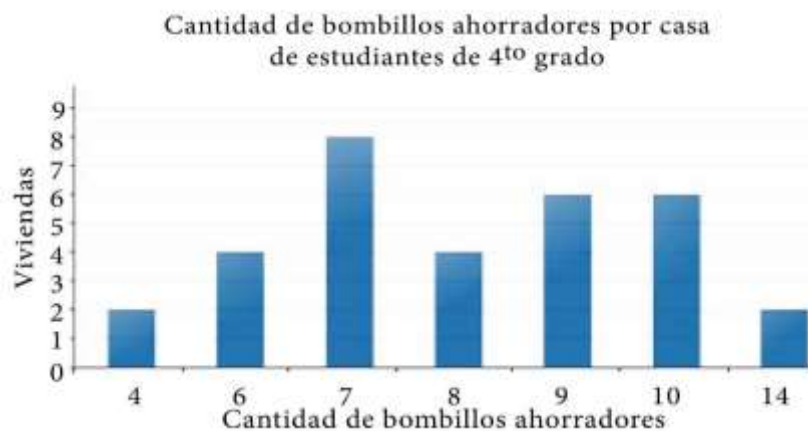


Figura 6:10 Ejemplo de gráfico con problema en la escala

Fuente: Rojas et al. (2014a, pág. 164) 4to. Grado

¿La escala de este gráfico es de 1 en 1, de 2 en 2 o de 4 en 4? Aunque el eje x está dividido en partes iguales los números no cambian en una proporción constante. El error que muestra en la escala de ese gráfico es común en estudiantes, si el libro incurre en ese error pueden potenciar las dificultades de los estudiantes para comprender la construcción de las escalas.

Asociación de conceptos no equivalentes. La asociación de conceptos no equivalentes pueden ser fuentes de conflictos semióticos entre los estudiantes. En ocasiones los libros de texto presentan dos conceptos de tal manera que los estudiantes los perciben como semejantes, provocando dificultades en el aprendizaje de esos conceptos y al momento de resolver actividades donde están inmersos. A continuación se presentan algunos ejemplos encontrados en los libros de texto de la colección Bicentenario de las unidades analizadas.

En el libro de quinto año al referirse a los posibles valores del coeficiente de correlación se indica: “De manera que si el resultado es cero, se dirá que la relación lineal es nula o inexistente entre esas dos variables” (Duarte C. et al., 2014d, p. 14). Si bien la oración no está errada la forma como está redactada podría llevar a los estudiantes a pensar que al existir un coeficiente de correlación cero las variables son independiente por no existir relación entre ellas, sobre todo porque no se aclara que podrían existir una relación no lineal (por ejemplo, parabólica) entre las variables.

Otro caso de asociación de conceptos no equivalentes se presenta con el sentido de la correlación. En todos los ejemplos de correlación que se manejan en el texto el sentido de la relaciones es positiva, eso podrían llevar a estudiantes a creer que la correlación siempre es positiva.

En la unidad de correlación nunca se indica que correlación no implica causalidad, lo cual puede ser un posible error semiótico. Con mucha frecuencia las personas que estudian correlación creen que una alta correlación es indicativo de una relación causa – efecto entre las variables consideradas. Por ello se recomienda que se aclare y se proporcione ejemplos y contraejemplos que ayuden a evitar ese tipo de relación. En los libros de la colección Bicentenario no se dedica ni una línea a tratar de evitar esa confusión.

En el caso de la regresión, el libro de texto de quinto año deja abierta la posibilidad que el estudiante confunda la recta de regresión con la función lineal. Esto ocurre cuando no se aclara que son dos rectas de regresión y cuando no se trabaja que la estimación de los valores de la variable dependiente en términos de probabilidad.

Cuando un estudiante asocia conceptos no equivalentes y aplica esa relación al resolver actividades lo hace pensando que está en correspondencia con lo indicado en el libro de texto, entonces puede ocurrir que se genere el conflicto semiótico con el saber institucional (el docente, al corregir la actividad), provocando en el estudiante la confusión entre lo indicado por el docente y lo que dice el texto. También puede ser que el docente tome como saber institucional lo señalado en el texto y, en principio, no se genere conflicto semiótico ya que hay correspondencia entre expresado por el estudiante, el libro y el docente. En este último caso el estudiante habrá aprendido que los conceptos de forma inapropiada y el conflicto semiótico se generarán más adelante, cuando en otra situación use la equivalencia de conceptos.

6.1.7 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ESTADÍSTICOS EN LAS LECCIONES

En este apartado se examina la presencia de las fases de la resolución de problemas estadísticos en las explicaciones que se ofrecen en las unidades de estadística y probabilidad.

Tabla 6.7 presencia de las fases de la resolución de problemas estadísticos en las lecciones de los libros de la Colección Bicentenario

Comunicar resultados											√
Interpretar datos				√	√		√	√	√		√
Analizar datos	√		√	√	√	√	√	√	√	√	√
Recolectar datos	√	√	√		√		√	√	√	√	
Formular preguntas		√		√			√	√	√		
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
	Primaria						Secundaria				

Los resultados muestran que las distintas etapas de la resolución de problemas estadísticos (RPE) se trabajan en todos los grados de los libros de la CB., no obstante, hay diferencias tanto por grado como por etapas de resolución.

Durante la primaria, las fases de la RPE aparecen y desaparecen sin que se pudiera identificar un patrón del cual se pueda deducir una secuencia para la enseñanza. Se puede notar que sexto grado tiene la menor cantidad de etapas de la RPE en las lecciones. Solo se ofrece el *Análisis de Datos*; en particular al cálculo de las frecuencias relativas y porcentuales, vinculándolas con la elaboración de gráficos (págs. 153 y 154). En ese caso, aunque contextualizan los procedimientos lo hace sobre la base de datos al parecer inventados por los autores, sin la finalidad de dar respuesta a una situación planteada previamente, es más un ejercicio de cálculo aritmético que una actividad de estadística. Podría pensarse que por ser sexto el último grado de ese nivel, donde los estudiantes tienen mayor capacidad cognitiva, se podrían dar varias de las etapas de la RPE, pero extrañamente solo se trabaja una de ellas.

En la primaria el énfasis se encuentra en el *Análisis de Datos* (presente en cinco grados), seguido por *Recolectar datos* (en cuatro grados), esto significa mayor hincapié en procesos de recoger datos y de procedimientos de representación o cálculo de medidas. En los tres primeros grados de la secundaria en las lecciones se presentan la formulación de problemas, recolección de datos, analizar datos e interpretación de datos; pero no todas esas fases se trabajan en los dos últimos años de ese nivel. Las investigaciones (por ejemplo, Franklin et al., 2007) siguieron que la RPE se trabaje durante la primaria y secundaria en todas sus fases, pero con distintos niveles de cognitivos y lingüísticos, de tal manera que el estudiante tenga oportunidad de comprenderlo de manera progresiva. Ni en la primaria ni en la secundaria ni en el conjunto de los dos niveles vistos en forma global, se observa esa progresión al exponer los procesos que facilitarían la comprensión de la RPE.

La fase o proceso de la RPE con mayor presencia en los textos de la CB es el *Análisis de Datos*, se encuentra en todos los grados menos en segundo de primaria. El enfoque usado en los textos para el *Análisis de Datos* es de presentar las técnicas estadísticas, con casi ningún énfasis en su selección, son casos directos donde se expone la técnica a utilizar

y no se discute cuándo ni cómo usar, con lo cual se deja muy poco espacio para el desarrollo de la formación estadística del estudiante y lo enfoca hacia la aplicación sin criterio de las técnicas estadísticas. Las fases que le siguen al *Análisis de Datos*, debido a su presencia en varios grados, son *Recolectar Datos* e *Interpretar Datos*. La poca presencia de la *Formulación de Preguntas* sugiere que los otros procesos se realizan sin vincularlos con un problema o situación a la que se desea investigar, contribuyendo a brindar una visión incompleta de la RPE. Así mismo, la presencia de la *Comunicación de resultados* en quinto año de secundaria (pág. 17) hace pensar que el estudiante tendrá pocas oportunidades de desarrollar esa importante habilidad como lo es exponer y discutir los resultados encontrados.

Al tocar el punto de *Recolectar datos* en segundo año de educación secundaria es la única vez en toda la serie que se hace mención a la selección mediante el azar en el marco de la estadística. La primera vez se dice: “Les proponemos que se escoja al azar a qué [Sic] equipo le va a tocar recolectar los datos en 1er año, en 2do, 3er, 4to y 5to año. Si tu liceo tiene 6to año, también lo incluyen” (Mariño et al., 2014a, p. 199). En este caso no se relaciona con la selección de los elementos de la muestra al azar sino de la selección a azar de los equipos que recolectarán la información.

La segunda vez que se menciona, si tiene que ver con la selección de los elementos de la muestra: “Para realizar una selección al azar, debemos procurar que todos los cursos que tenga el liceo así como los sectores vecinos estén identificados, sean posibles de ser seleccionados y que la forma de escogerlos no sea con alguna intención” (Mariño et al., 2014a, p. 199). Tal como se presenta, se trataría de un muestreo por conglomerado, se estarían seleccionando secciones del liceo o sectores vecinos, es de suponer que los estudiantes encuestarían a todos los estudiantes de la sección que le corresponda o a todos los vecinos. Ni en el primer caso si en este segundo se les da a los estudiantes una explicación del porqué se debe hacer al azar, solo en el segundo caso se indica que “sean posibles de ser seleccionados y que la forma de escogerlos no sea con alguna intención”. Ahora, por qué es importante que todos sean posibles de ser seleccionados o por qué no debe ser con intención no se dice.

En esa misma sección hay una tercera mención a la selección al azar, esta vez para explicar un proceso mediante el cual a cada grupo de estudiantes le corresponderá una sección o grupo de vecinos. Es importante destacar que en ninguna de esas tres oportunidades se vinculó la selección al azar con la probabilidad.

Un problema que se presenta en casi todas las unidades es que no hay un cierre del proceso de RPE, casi nunca se vinculan los análisis realizados con la pregunta formulada o el problema de investigación considerado. En las unidades se va pasando de la recolección de datos al análisis y en ocasiones a la interpretación, sin embargo, casi siempre se hace de forma parcial, solo en el caso de segundo año se dedican algunos párrafos a tratar de dar un respuesta global a la situación planteada (ver página 209 de Mariño et al., 2014a). Cazorla y Santana (2006) y Sánchez (2013) presentan ejemplos completos para los estudiantes de primaria y secundaria donde se pasa por todas las fases de la RPE, incluyendo el cierre con la interpretación de los resultados en función de la pregunta o problema planteado. Eso indica que si es posible hacer ese tipo de desarrollo en los niveles que anteceden a la Universidad.

En el caso de los libros de texto analizados, que no se vinculen los resultados de los análisis de datos con una situación problema es una seria limitante para que el estudiante comprenda el proceso de resolución de problemas estadísticos. El análisis parcial de resultados en parte explica el poco énfasis en la comunicación de resultados. Pareciera entonces que el estudiante tiene poca oportunidad de comprender la verdadera dimensión de resolver un problema con el apoyo de la estadística, comprometiendo su formación como ciudadano.

6.1.8 VALORES AL RESOLVER PROBLEMAS CON ESTADÍSTICA

En ninguna de las lecciones se encontró menciones o referencia a aspectos como la responsabilidad en el manejo de la información recolectada, el respeto a las personas consultadas y sus respuestas, la honestidad al responder las preguntas de un cuestionario, al procesar los datos o comunicar resultados. Tampoco se halló alguna indicación sobre la libertad que tiene la persona para responder o no las preguntas que se le hacen en una encuesta. No se menciona la confidencialidad de la información que proporcionan los

sujetos, ni que el centro de interés debe ser el análisis de las respuestas del colectivo, nunca de la respuesta de un individuo. Al aparecer los autores dan por sentado que los estudiantes tienen todos estos valores por lo tanto no es necesario mencionarlo ni trabajarlos.

6.2 LAS ACTIVIDADES

Se examinó todas las unidades de estadística y probabilidad de los once grados de educación primaria y secundaria, son once unidades de estadística, una por cada grado o año, y diez de probabilidad, ya que este tema se comienza en segundo grado de primaria. El examen de las unidades permitió identificar secciones destinadas al planteamiento de actividades, pero también se registraron actividades para los estudiantes no que estaba en esas secciones.

Los libros de texto de primaria presentan actividades a los estudiantes en cuatro secciones identificadas con un nombre: *¡Algo para conversar!*, *¡Algo para pensar!*, *¡Algo para investigar!*, *¡Algo para conocer!* La sección *¡Algo para conversar!* promueve el compartir y la reflexión grupal; *¡Algo para pensar!* busca propiciar la reflexión personal; *¡Algo para investigar!* intenta guiar a los estudiantes hacia la búsqueda del conocimiento; y *¡Algo para conocer!* relaciona a los estudiantes con hechos importantes de Venezuela y Latinoamérica (MPPE, 2011). La sección *¡Algo para conocer!* cambió de nombre para la edición de los libros del año 2014 y se denominó *¡Para saber más!* En la sección *Actividades*, identificada con un dibujo de un lápiz, se encuentra los ejercicios en el sentido clásico de los libros de matemática: tareas que debe realizar el estudiante sobre la base de lo estudiado en la unidad. Además, se encontraron actividades que debe realizar el estudiante y que aparecen sin identificar en medio de las explicaciones que ofrece el libro en cada unidad.

Las actividades en secundaria se encuentran en la sección *Actividades*, la cual tiene, en algunos años, la subsección *Investigación*, que no es más que otra forma de presentar actividades. Todas las unidades cierran con la sección *Actividades*, aunque, al igual que los libros de primaria, también se encuentran actividades en medio de las explicaciones de la unidad. Estas actividades no siempre tienen la viñeta utilizada en el libro para destacar una tarea que debe realizar el estudiante. Tanto para primaria como para secundaria se descartaron las preguntas o tareas que se le plantean al estudiante en el texto e

inmediatamente son resueltas por el autor ya que no son actividades propiamente dichas, sino que son parte de la explicación de la unidad.

En las secciones dedicadas a actividades se hallaron enunciados que no eran actividades o que no estaban relacionadas con los contenidos de estadística o probabilidad, esto ocurrió con mayor frecuencia en los libros de primaria. Por ello fue necesario la clasificación de los enunciados. La siguiente tabla expone la clasificación generada.

Tabla 6.8 Clasificación de los enunciados de las unidades de estadística

Tipo	Cantidad
Actividad de estadística	140
Actividad no relacionada con estadística	19
Información relacionada con estadística	22
Información no relacionada con estadística o matemática	12
Total	193

Como se puede observar 53 enunciados no fueron catalogados como actividades de estadística o probabilidad. Eso representa un 27% del total de enunciados que se encuentra en esas unidades, un espacio en los libros que los autores decidieron dedicar a temas que en esta investigación se han agrupado en tres categorías que se explican a continuación.

Actividad no relacionada con estadística. Son aquellas tareas cuyo contenido no involucra conceptos de estadística o probabilidad estudiados en el grado donde se ubican o algún otro grado de primaria o secundaria. Por ejemplo,



Figura 6:11 Ejemplo de actividad no relacionada con estadística

Fuente: Moya et al. (2014b, pág. 165) 3er grado

La actividad plantea dos partes: preguntarle a la familia si ahora está mejor alimentado que hace diez años y si la alimentación influye en la masa corporal y la salud. El centro de la actividad es la alimentación y la salud, sin duda temas de mucha importancia, pero que en este caso no se vincula la estadística y el contenido tratado en ese grado; recolección y presentación de datos. Además, el planteamiento inicial puede parecer ingenuo, pero también podría entenderse como una comparación antes y después de la revolución. En la primera edición (2012) de los libros la pregunta que se planteaba era: ¿Habrá alguna bodega Mercal, un PDVal o un Abasto Bicentenario cerca de tu casa?, lo cual era una clara alusión a los programas de alimentación del gobierno venezolano. Las críticas que se hicieron en el momento sobre el uso de los libros para hacer propaganda política parecen haber provocado el cambio en la pregunta por una un poco más ajustada a la formación del estudiante pero aun desvinculada de la estadística. A continuación un ejemplo de los enunciados catalogados como de *Información relacionada con estadística o matemática*.

Información relacionada con estadística. Se trata de información sobre el contenido de estadística o probabilidad que se encuentra en espacios del libro que inicialmente fueron pensados para actividades. Al tratarse de información se debe descartar para el análisis que aquí se realiza ya que no se le solicita al estudiante que realice algo en particular, no es una actividad. A continuación un ejemplo.



El uso de las ramificaciones es conocido en matemática como **DIAGRAMA DE ÁRBOL**. Es muy útil cuando nos interesa conocer todos los resultados posibles en los que participan más de un evento, o saber cuántas son las posibles respuestas de problemas como los presentados. Al conjunto de todos los resultados posibles lo llamaremos **ESPACIO MUESTRAL**.

Figura 6:12 Ejemplo de información relacionada con estadística o matemática

Fuente: Rojas et al. (2014a, pág. 165) 4to grado

El enunciado que se ubica en la sección *¡Algo para conversar!*, que de acuerdo a la información ofrecida por el Ministerio de Educación (MPPE, 2011), se supone debe ser utilizada para promover el compartir y la reflexión grupal. En este caso no se cumple esa premisa, ya que sólo expone información sobre el diagrama de árbol y el espacio muestral, no da indicaciones para que el estudiante realice alguna actividad con esa información o reflexione de manera grupal sobre ella.

Información no relacionada con estadística o matemática. Son enunciados que proporcionaban información sobre temas no relacionados con estadística, probabilidad o matemática. El ítem que a continuación se presenta ilustra el tipo de enunciado que se ubicó en esta categoría.



Un hospital público es una institución de salud de tecnología médica moderna y efectiva, que cuenta con un personal de trabajo formado por médicos, enfermeros y técnicos que brindan calidad de salud de manera gratuita e integral.

La salud es un derecho social fundamental y forma parte del derecho a la vida. Los hospitales como en donde trabaja la mamá de Carlos forman parte del Sistema Público Nacional de Salud. Anímate a investigar cuáles otros centros forman parte de este sistema.

Figura 6:13 Ejemplo de información no relacionada con estadística o matemática

Fuente: Duarte C. et al. (2014b, pág. 165) 5to grado

Este enunciado brinda información sobre lo que es un hospital público, la cual no tiene relación con la estadística más allá que los datos que se presentan en esa unidad se dice que fueron recolectados en el hospital público. La información no agrega nada ni al contenido ni al contexto para que el estudiante pueda analizar los datos. La versión original (edición 2012) de los libros, esta actividad estaba referida a los Centro de Diagnóstico Integral (CDI), un programa de salud del gobierno nacional. Al parecer, de nuevo, las críticas sobre promoción de los programas del gobierno provocaron un cierto cambio en la información.

De los 193 enunciados identificados inicialmente como actividades quedaron 140, los cuales se analizan en las páginas siguientes.

6.2.1 UBICACIÓN DE LAS ACTIVIDADES

La ubicación de las actividades ofrece una idea del propósito de la actividad en la unidad. Las que se encuentran al comienzo de la unidad suelen ser para motivar el estudio del contenido o para presentar una situación problemática que se resolverá en la unidad. Las que se encuentran en el desarrollo de la unidad suelen ser para que el estudiante practique algoritmos o procedimientos explicados en páginas previas, mientras que los que

se encuentran al final suelen ser de recapitulación, donde el estudiante pone a prueba lo estudiado en toda la unidad o para que enfrente situaciones de aplicación en nuevos contextos. La tabla siguiente presenta la ubicación de las actividades en las unidades de estadística y probabilidad de los libros de texto de la C.B.

Tabla 6.9 Ubicación de las actividades en las unidades de los libros

Ubicación	Primaria	Secundaria	Total
Al comienzo	2	0	2
Desarrollo de la unidad	24	37	61
Al final de la unidad	27	50	77
Total	53	87	140

Solo dos (1,43%) actividades se encuentran al comienzo de una unidad, una está en la unidad de estadística de primer grado y la otra en la unidad de probabilidad de segundo grado. En ambos casos se trata de actividades que se hallan en la segunda página de la unidad y se refieren a un planteamiento motivacional expuesto en la primera página de cada una de esas unidades.

El resto de las actividades se ubican en el desarrollo de la unidad (43,57%) o al final de ella (55%), esto significa que el conjunto de las actividades de estadística y probabilidad de los textos de la C.B., tienden a estar ubicadas al final de la unidad. Esa distribución es semejante en primaria y secundaria, con la leve diferencia que este último nivel no hay actividades al comienzo de la unidad.

La revisión de las actividades que se ubican al final indica que son de recapitulación, tareas que buscan que el estudiante ponga a prueba lo estudiado en la unidad. Asimismo, las que se encuentran en el desarrollo de la unidad son actividades que forman parte de la explicación del contenido. Pareciera entonces que las unidades de estadística y probabilidad respondieran a lo que Alrø y Skovsmose (2012) definen como el paradigma del ejercicio. De acuerdo a estos autores, impulsores de la educación matemática crítica,

las clases de matemáticas tradicionales siguen un esquema donde el profesor presenta algunas ideas y técnicas matemáticas, generalmente de acuerdo con un libro de texto, y luego los estudiantes realizan algunos ejercicios, de forma individual, en parejas o en grupo, para la aplicación directa de las técnicas presentadas. Ese pareciera ser el tipo de trabajo que favorecen las unidades de estadística y probabilidad de los libros de texto analizados.

La casi totalidad de las actividades de estadística y probabilidad son de una y solo una respuesta correcta a una pregunta matemática, pero además se indica con precisión que se debe hacer, por ejemplo: “Construyan una distribución de probabilidades para la misma composición de la familia hasta ahora estudiada, en la que se extraerá una muestra aleatoria con $n = 3$ miembros de la familia. Utilicen tanto el procedimiento en extenso como la fórmula de la Distribución Binomial” (Duarte C. et al., 2014c, p. 36). Además, con frecuencia las actividades son ejercicios de reproducción de procedimientos estudiados en la unidad, por ejemplo: “Guíate por el gráfico que aquí se presenta” (Rojas et al., 2014, p. 158); “Construyan una tabla como la tabla 5 pero para presentar la Variación anual de la matrícula de Pregrado” (Duarte C. et al., 2014c, p. 23). Este es el tipo de enseñanza tradicional que Skovsmose (2012) cuestiona desde la educación matemática crítica.

6.2.2 EXIGENCIA COGNITIVA DE LAS ACTIVIDADES


Las 140 actividades de estadística y probabilidad se clasificaron por grados y nivel de exigencia cognitiva, el resumen se muestra en la tabla siguiente. En ella se observa la tendencia a favorecer las actividades de los dos primeros niveles de la taxonomía utilizada.

Tabla 6.10 Actividades sobre tablas estadísticas por grado

Nivel	Grado o año	Tarea			Totales	
		Memorización	sin conexión	con conexión		para hacer estadística
Primaria	Primero	6	1		7	
	Segundo	5	2		7	
	Tercero	4	5		9	
	Cuarto	2	5	2	9	
	Quinto		4	2	6	
	Sexto	2	4	7	2	15
Secundaria	Primero		5	3	8	
	Segundo	2	12		1	15
	Tercero	5	5	2		12
	Cuarto	4	11	8	4	27
	Quinto		16	7	2	25
Totales		30	70	31	9	140

Las actividades de *Memorización* son aquellas que se utilizan para que el estudiante reproduzca reglas, definiciones, fórmulas sin que implique la comprensión de los conceptos estadísticos o de probabilidad involucrados. A continuación dos ejemplos.

En el frasco hay **TRES** dulces de coco rojos y **DOS** blancos. A Antonio José se le ocurrió hacer una actividad: si Juan toma un dulce sin mirar, usando sólo alguna de estas palabras "**SEGURO, POSIBLE O IMPOSIBLE**" y clasifica las siguientes afirmaciones:

- El dulce que Juan tomó es amarillo: _____
- El dulce que Juan tomó es de coco: _____

Figura 6:14 Ejemplo de actividad de Memorización

Fuente: Duarte C. et al. (2014a, pág. 167) 2do grado

¿Es correcto plantear que esta variable es bimodal y que uno de sus modos es la edad de 15 años?

Figura 6:15 Ejemplo de actividad de Memorización

Fuente: Mariño et al. (2014b, pág. 212) 3er año

En el primer ejemplo, los estudiantes deben responder la pregunta contando los dulces que se le informa contiene el frasco e identificar si el suceso señalado es seguro, posible o imposible. En el enunciado de la actividad se indica la cantidad de dulces y su color y eso se acompaña con una ilustración. Es una actividad sencilla que busca introducir términos básicos de la probabilidad. El segundo ejemplo es una actividad referida al modo y se le pregunta si es correcto señalar que la variable que se trabaja en el texto es bimodal. En el párrafo previo a esa pregunta se ha indicado que si una variable “tiene dos modos es bimodal” por lo que la pregunta se remite a verificar si se cumple esa condición.

Por su parte, las actividades de *Tarea sin conexión* son para la aplicación de algoritmos, buscan el uso de procesos rutinarios. La actividad involucra la utilización de un procedimiento estadístico o de probabilidad es evidente, descrito de forma directa en el enunciado de la actividad. Luego de leer la actividad el estudiante no debe tener duda sobre lo que hay que hacer y cómo hacerlo. Por ejemplo,

3 Si ahora se toma una muestra al azar de 10 personas de una comunidad en la que el consumo de tabaco lo hace apenas el 20% de sus pobladores, construyan la distribución de probabilidad para la variable aleatoria número de personas que consumen tabaco. Examinen si es posible en este caso aplicar la Distribución Binomial, para obtener las probabilidades. Recuerden, $n = 10$, los valores de x son 0, 1, 2, 3, ..., 10; $p = 0,2$ y $q = 1 - p$.

- ¿Qué número de integrantes de la muestra es el más probable que consuma tabaco?
- ¿Cuál es la probabilidad de $x = 5$ integrantes que consuman tabaco?
- ¿Cuál es la $P(x \leq 4)$ de personas que consuman tabaco?
- ¿Cuál es la $P(x \geq 7)$ de personas que consuman tabaco?
- ¿Cuál es la $P(x > 8)$ de personas que consuman tabaco?
- ¿Cuál es la $P(4 \leq x \leq 7)$ de personas que consumen tabaco?

Figura 6:16 Ejemplo de actividad de Tarea sin Conexión

Fuente: Duarte C. et al. (2014c, pág. 36) 4to año

— Continuando con la indagación que se inició durante la explicación del Análisis de Correlación Lineal en esta lección, se recomienda que:

- Calculen los coeficientes de regresión lineal para sus datos.
- Establezcan la ecuación de regresión.
- Calculen el error cuadrático de ajuste de este modelo de regresión.

Figura 6:17 Ejemplo de actividad de Tarea sin Conexión

Fuente: Duarte C. et al. (2014d, pág. 23) 5to año

La actividad del primer ejemplo trata el tema de probabilidad, específicamente de la distribución de probabilidad binomial. En ella lo que se requiere es el cálculo de diversas probabilidades apoyados en las explicaciones previas y en la información que se expone en el enunciado. Toda la información necesaria para hacer los cálculos está en el enunciado, en la unidad se ha explicado un caso de construcción de la distribución de probabilidad con el mismo tema (fumadores) pero con parámetros de p y q distintos, además, al final del enunciado se le recuerda al estudiante: “Recuerden, $n=10$, los valores de x son $0, 1, 2, 3, \dots, 10$; $p = 0,2$ y $q = 1 - p$.”. Por lo tanto, con esta actividad se busca que el estudiante reproduzca lo explicado en las páginas anteriores, se busca la ejercitación y consolidación de los algoritmos enseñados; cálculo de probabilidades sin que necesariamente se comprendan los conceptos involucrados.

El segundo ejemplo, las instrucciones son precisas: Calculen los coeficientes de regresión lineal, establezca la recta de regresión y calcule el error cuadrático. El estudiante no debe tener duda sobre lo que debe hacer, se le indica de forma precisa y se le indican todas las actividades a realizar con sus fórmulas y algoritmos explicados en las páginas anteriores a la actividad. Es el clásico ejercicio que se coloca al final de una unidad para que el estudiante realice ejercicios similares a los explicados en la unidad, reproducción de procedimientos sin vinculación con los conceptos estadísticos.

Las actividades de mayor demanda cognitiva son las de *Tarea con conexión* y de *Tarea para hacer estadística*, en las de primer tipo el enunciado de la actividad sugiere, explícita o implícitamente, el procedimiento a seguir, pero de forma general, el estudiante debe establecer las conexiones con los conceptos estadísticos o de probabilidad para decidir qué debe hacer. Por ejemplo,

Para cada uno de los diagramas de dispersión que se presentan a continuación, analicen su comportamiento bivariante, planteen dos variables que puedan tener esa tendencia. Recuerden considerar el sentido y la dispersión de la nube de puntos.

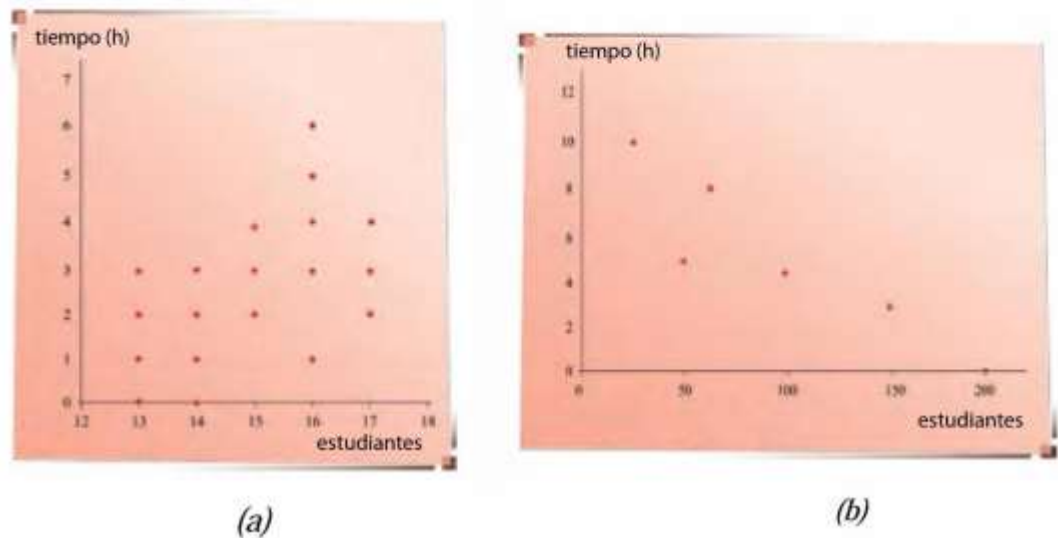


Figura 6:18 Ejemplo de actividad de Tarea con Conexión

Fuente: Duarte C. et al. (2014d, pág. 15) 5to año



Algunas personas juegan para distraerse y compartir con sus amistades; otras, intentan aumentar su ingreso familiar mensual comprando números en la lotería, creyendo en la suerte. Si conociese tanto de matemática como tú, sabrías que al calcular la probabilidad de que salga el número que a él le gusta en uno de los sorteos, ésta sería muy baja, dado que el numerador será muy pequeño comparado con el denominador, que está formado por todos los resultados posibles de ese experimento.

¿Te parece provechoso que una persona gaste su dinero en un juego en el que es más probable que pierda?

Figura 6:19 Ejemplo de actividad de Tarea con Conexión

Fuente: Rojas et al. (2014b, pág. 171) 6to grado

El ejemplo de los diagramas de dispersión no sería de *Tarea con Conexión* si solo se le pidiera al estudiante identificar la tendencia de cada diagrama, ya que eso se explicó antes

de la actividad; pero en este caso se le solicita “analicen su comportamiento bivalente, planteen dos variables que puedan tener esa tendencia”. El estudiante debe indicar dos variables que podrían tener un comportamiento como el que se expone en el gráfico. Si bien el estudiante sabe que tiene que hacer, la actividad requiere que él haga la vinculación entre la tendencia que muestra el gráfico y dos variables, eso puede llevarlo a establecer conexiones entre los conceptos de covariación, asociación de variables y el gráfico. Un aspecto que crea una duda es que en los ejes de los gráficos se indican las variables tiempo (h) y estudiante, lo cual puede desviar la atención del estudiante y desvirtuar el aparente propósito de la actividad para que él busque situaciones donde las variables observen ese comportamiento.

En el segundo ejemplo, el estudiante debe emitir un juicio sobre si le parece provechoso que las personas dediquen parte de sus recursos para los juegos de azar. Aunque en el fondo lo que se le pide al estudiante es su opinión, se consideró que era una *Tarea con Conexión* porque requiere que establezca la relación entre la probabilidad y la comprensión de su significado en un contexto particular para emitir el juicio.

Las actividades de *Tarea para hacer estadística* exigen comprender los conceptos, los procedimientos y las relaciones estadísticas. El estudiante debe emitir conclusiones, hacer inferencia, a partir de los datos y el contexto, por ejemplo.



El estudio de la probabilidad se inició por el año 1650 en Europa por una consulta que hizo el caballero De Meré, apasionado jugador de la época, al famoso filósofo y matemático Blaise Pascal, por el auge que había tomado para esa época el juego de azar.

Conversa con tus compañeros cómo crees que podemos contribuir con nuestro conocimiento matemático sobre la probabilidad, en hacer entender a la comunidad, a nuestros familiares y amigos que no es tanto la suerte lo que hace que ganemos o perdamos en un juego. Y que con una probabilidad tan baja de ganar, al apostar se afecta el patrimonio de las personas y de sus familias, tratando de buscar una salida fácil de ingreso económico.

Figura 6:20 Ejemplo de actividad de Tarea para Hacer Estadística

Fuente: Rojas et al. (2014b, pág. 171) 6to grado

- D** ¿En qué zonas geopolíticas del país podríamos decir que había las mayores concentraciones de ese grupo etario de la población?
- E** ¿A qué creen que se deba esta concentración en esas zonas? ¿Podríamos decir que si en pocos años estas personas estuvieran formadas y se quedaran en esas entidades federales habría posibilidad de un desarrollo equitativo de las fuerzas laborales de nuestro país?

Figura 6:21 Ejemplo de actividad de Tarea para Hacer Estadística

Fuente: Duarte C. et al. (2014c, pág. 24) 4to año.

En la actividad de la página 171 del texto de sexto grado al estudiante se le solicita que converse con sus compañeros e indique cómo pueden contribuir con su conocimiento sobre la probabilidad para hacer entender a la comunidad y familiares que ganar en el juego no depende de la suerte y cómo participar en esos juegos afecta el patrimonio familiar. Sin duda, una gran responsabilidad que se les coloca a unos niños de 11 o 12 años. Ellos, que apenas inician sus estudios sobre la probabilidad, deben tratar de conseguir argumentos para que sus familiares entiendan que el juego puede afectar en forma negativa su patrimonio. Se podría suponer que los autores aspiran a que los estudiantes expliquen a sus familiares que la probabilidad de ganar a la lotería es muy baja, considerando que es la unidad de probabilidad donde se formula la pregunta. Sería poco probable aspirar a que se den argumentos como que la lotería es estadísticamente injusta y desde la perspectiva económica la utilidad esperada es negativa. Entonces los argumentos de los estudiantes deben estar basados en la probabilidad, lo cual exige comprender la probabilidad, interpretarla correctamente y aplicarla a una situación particular, desconocida. No hay en el texto de sexto grado un referente que los estudiantes puedan utilizar para construir esa respuesta. Por todo ello se consideró que esta actividad es de las *Tareas para Hacer Estadística*.

Si bien es plausible que el Estado venezolano busque, por intermedio de los libros editados por el MPPE, crear conciencia sobre lo peligroso que pueden ser los juegos de azar para el patrimonio de una familia; también resulta paradójico, ya que todas las loterías legales en Venezuela pertenecen al Estado. Además, desde el punto de vista didáctico, Serradó, Cardenoso y Azcárate (2005) indican que la asociación del azar con la suerte y la

aleatoriedad con la incertidumbre del suceso son insuficientes para comprender adecuadamente el significado de las nociones probabilísticas.

En el segundo ejemplo de este tipo de actividades, el estudiante (esta vez de cuarto año) debe emitir una conclusión a partir del análisis de la distribución geográfica de la población total de Venezuela y de jóvenes entre los 18 y 23 años. Debe indicar a que se debe esta concentración de la población de jóvenes en esas zonas y si se quedan en esas entidades federales le preguntan si había la posibilidad de un desarrollo equitativo de las fuerzas laborales de nuestro país. Una actividad interesante y nada sencilla donde se vinculan los datos estadísticos con la geografía. El enunciado no le brinda información al estudiante sobre los pasos que debe seguir para resolver con éxito esta actividad, él debe establecer las conexiones de los conocimientos estadísticos con el contexto para hacer la “inferencia” que se le solicita.

Que la mayoría (100 de 140, 71,4%) de las actividades propuestas en las unidades de estadística y probabilidad se ubique en las categorías de *Memorización* y *Tareas sin Conexión* significa que en los libros se auspicia la repetición de definiciones, seguir algoritmos y procedimientos estudiados previamente., sin establecer conexiones con los conceptos de estadística y probabilidad involucrados en esas actividades. La fuerte presencia de este tipo de actividades va en detrimento de las actividades de mayor demanda cognitiva, que son las que precisamente permiten una mayor comprensión de la estadística y sus usos en la sociedad actual.

Andonegui (Pérez Terán, 2014) señala que en los libros de matemáticas de la C.B. se han reducido considerablemente los niveles de complejidad para el estudiante y no hay actividades propuestas para la resolución de los problemas, uno de los procesos cognitivos más fructíferos. Considera que al niño hay que ponerle retos a través de problemas más complejos y no ejercicios de simple aplicación. Las actividades de *Memorización* y *Tareas sin Conexión* caen en los que este investigador califica como ejercicios de simple aplicación.

Respecto a la resolución de problemas, Díaz-Levico y Roa (2014) indican que permite a los estudiantes comprender la potencialidad de la matemática, poner en juego la reflexión, búsqueda y definición de estrategias, además de profundizar en los contenidos

y valorar diferentes formas de abordar y resolver una situación matemática que no tiene solución a simple vista. Como se indicó antes, países como Japón, Finlandia y Singapur centra su currículo de matemática en la resolución de problemas y al parecer les da buenos resultados, al menos en las competencias internacionales. Las actividades de las categorías *Tareas con Conexión* y *Tareas para hacer Estadística* involucran la resolución de problemas.

Serrano (2005) critica que las pruebas del SINEA, aplicadas a finales de los noventas por el Ministerio de Educación, evaluaban fundamentalmente competencias de cálculos con operaciones básicas y aplicar algoritmos y el reconocer o evocar conceptos, términos o símbolos. Indica que si bien esas competencias son importantes para la educación matemática, no son el objetivo de una Educación Matemática Crítica ni de una Alfabetización Matemática. Entonces, que en las unidades de estadística y probabilidad de la CB la mayoría de las actividades sean dedicadas a la aplicación de algoritmos y a recordar definiciones significa, que al menos esas unidades, no responden a los lineamientos de la Educación Matemática Crítica, con lo cual se entraría en contradicción con lo afirmado por Duarte y Bustamante (2013), coautoras de los libros, quienes señalan que responden a esa corriente de la Educación Matemática.

Además, el planteamiento de Serrano (2005) sugiere que las actividades de estadística y probabilidad, que se encuentran en los libros de la CB, podrían no favorecer la Alfabetización Matemática de los estudiantes venezolanos. Que se haga énfasis fundamentalmente en enseñar a usar algoritmos y recordar definiciones no parece la vía adecuada para preparar un ciudadano que pueda interpretar el mundo que lo rodea aplicando conocimientos de matemáticos (en este caso de estadística y probabilidad), pueda plantear soluciones o discutir planteamientos que involucren información de tipo estadística. Que la mayoría de las actividades se dedique a beneficiar las competencias de baja exigencia cognitiva en matemática también es contrario a las definiciones de Alfabetización Matemática de Jablonka (2003), Alsina (2010), OCDE (2013) e incluso la de Mora (2001), quien también la formula desde la Educación Matemática Crítica. Son actividades que poco ayudarían a la formación estadística del ciudadano en particular para interpretar y evaluar críticamente la información estadística. Tal como están, las actividades

de estadística y probabilidad de los libros de la CB parecen más un camino hacia la sumisión que para ejercer la ciudadanía con propiedad en una sociedad democrática.

De acuerdo con estos resultados, los docentes deberán complementar las actividades propuestas en el libro tanto en número como en nivel de exigencia, de tal manera que los estudiantes puedan lograr una adecuada comprensión de la estadística y la probabilidad. No obstante, Stein, Grover, y Henningsen (1996) indican que con frecuencia los docentes utilizan en sus clases las actividades que encuentran en los materiales curriculares y las planteadas por ellos son de un nivel de demanda cognitiva igual o menor a las que se hallan en esos materiales. Entonces, se podría estar frente a un problema grave, podría ocurrir que las actividades suplementarias de los docentes sean, en el mejor de los casos, semejantes a las que se hallan en los textos, en consecuencia, se favorecería la reproducción de conocimiento y no la comprensión de los conceptos.

6.2.3 LAS IDEAS FUNDAMENTALES DE LA ESTADÍSTICA EN LAS ACTIVIDADES

En este apartado se realiza el análisis de las actividades utilizando como ordenador las ideas fundamentales de la estadística.

6.2.3.1 Datos

Para Moore (1997), la estadística es una disciplina científica autónoma, que tiene sus métodos específicos de razonamiento, los cuales se producen a partir de los datos obtenidos de la realidad y que permite a las personas tomar decisiones. Los datos son números en contextos. Entonces saber por qué son necesarios los datos y cómo se producen son dos aspectos que deben desarrollarse a lo largo de la educación primaria y secundaria, si se desea formar ciudadanos que puedan comprender, interpretar y criticar la información estadística.

La noción de dato que se deben estudiar incluye los tipos de datos, métodos de recolección de datos y los procesos de medición. En los libros de texto de la CB solo se encontraron actividades referidas a la recolección de datos. Se identificaron ocho actividades que explícitamente se indica al estudiante que debe recolectar datos, seis se ubican en primaria (una por cada grado) y dos en tercer año de secundaria. Las seis

actividades de primaria están vinculadas a la presentación de datos, ya sea en tablas o gráficos, mientras que las dos de secundaria se asocian con el cálculo de medidas de tendencia central o de dispersión.

De las actividades de recolección de datos de primaria, cuatro de ellas las deben realizar en su aula de clases (1ro, 3ro y 6to grado), una en otra clase de la escuela (2do grado), una en su casa (5to grado) y otra con los vecinos (4to grado). Las dos actividades de 3er año de secundaria requieren que los estudiantes busquen información sobre los vecinos. Los lugares donde deben buscar información los estudiantes en las actividades de recolección los introduce fundamentalmente a la variabilidad dentro de un grupo, ellos mismo, con lo cual se ubican en el nivel más bajo en cuanto este aspecto. Pareciera que faltan oportunidades de aprendizaje que le permita apreciar la variabilidad entre grupos.

En todas las actividades al estudiante se le indica qué información buscar y dónde buscarla, además que todas están referidas a encuestas censales con lo cual se excluye, por ejemplo, las encuestas por muestreo. En ninguna actividad se trabajan los métodos de recolección, solo en una actividad se menciona la construcción de un instrumento.

D Queda entonces de su parte, construir el instrumento apropiado para la recolección de datos ligados a la distribución del tiempo diario que hacen las personas que se planteó al inicio de esta lección, calcular y analizar las medidas de Tendencia Central (como el Modo, la Mediana y la Media aritmética) y obtener y analizar la Amplitud y la Desviación estándar (como medidas de la variabilidad de los datos).

Figura 6:22 Ejemplo de actividad vinculada con Datos

Fuente: Mariño et al. (2014b, pág. 233) 3er año

En la actividad se solicita construir el instrumento apropiado para la recolección de datos pero inmediatamente se le indica que está vinculado a distribución de tiempo diario, tema sobre lo que versa esa unidad. Es conveniente destacar que en ningún momento de esa unidad habla de la construcción de instrumentos, ese tema se trató en segundo año de bachillerato, pero en ese grado no se plantearon actividades de construcción de instrumentos o recolección de datos. Que al estudiante se le indique siempre qué información buscar y dónde buscarla ubica de nuevo a las actividades en el nivel más bajo de exigencia para la idea estadística Dato.

No se encontraron actividades que abordaran los tipos de datos, a pesar de su importancia, por ejemplo, para decir que el gráfico utilizar para representar los datos o la medida de tendencia central a emplear; a pesar de tener actividades donde el estudiante debe representar datos o calcular medidas. Pareciera que no se considera necesario vincular el tipo de datos con su procesamiento. Tampoco se ubicaron actividades que estén relacionados con el proceso de medición, aspecto que usualmente se vincula a la recolección de datos y es fundamental para comprender cómo se producen los datos. Tampoco se encontraron actividades que auspiciaran el uso de datos que se encuentra en la red o el uso de tecnología para la recolección de datos, aun cuando el Ministerio de Educación venezolano tiene un programa para proporcionar computadoras personales y tabletas a los estudiantes de primaria y secundaria.

Pareciera que el conjunto de actividades sobre la idea estadística de *Dato* apunta a cubrir solo los aspectos más elementales de la recolección, dejando a un lado aspectos fundamentales como los tipos de datos y el proceso de medición. Todo ello poco contribuye a que los estudiantes comprendan por qué son necesarios los datos y cómo se producen, en consecuencia, la contribución de estas actividades para la formación estadística del ciudadano es baja.

6.2.3.2 Variabilidad

Solo se encontraron tres actividades referidas a la variabilidad, una en 3er año y dos en 4to año de secundaria. Dos de esas actividades se basan en el cálculo de la desviación típica y la otra en el coeficiente de variación, la siguiente es la actividad propuesta en tercer año de secundaria.

Ahora, basados en esta explicación, en sus cuadernos calculen y analicen el grado de variabilidad o heterogeneidad de la variable "edad de los vecinos del liceo estudiado". Además, respondan en forma argumentada estas interrogantes:

- ¿El valor de esta nueva desviación estándar es mucho mayor o mucho menor a la de la edad de los estudiantes de ese liceo que fue 1,65 años? ¿A qué se debe esa diferencia?
- ¿Por qué estos resultados no son iguales a los de la Amplitud, siendo que ambas medidas son de variabilidad?

Figura 6:23 Ejemplo de actividad vinculada con Variabilidad

Fuente: Mariño et al. (2014b, pág. 233) 3er año

En esta actividad el estudiante debe calcular y analizar la variabilidad de la variable edad. Aunque no se le dice que debe hacer, en la pregunta que se le formula a continuación se le inquiriere sobre la “nueva desviación estándar”, es claro entonces que lo que se le solicitaba antes era la desviación estándar de la variable edad. En esa primera parte debe “analizarla”, debe dar su significado dentro del grupo, pero luego la debe comparar con la calculada para los estudiantes, variabilidad entre grupos. Esos son los dos aspectos básicos de la naturaleza de la variabilidad.

En la primera actividad sobre variabilidad de cuarto año de secundaria se le pide al estudiante, que junto a sus compañeros, interprete el intervalo construido a partir de la media \pm una desviación estándar (Desigualdad de Tchebycheff). De nuevo se trata de la variabilidad dentro del grupo. Mientras que la segunda actividad gira en torno al coeficiente de variación y a su valor para la comparación entre grupos, es la variabilidad dentro de los grupos.

Todo lo anterior indica que actividades propuestas para la variabilidad están referidas a su medición, dentro del grupo y entre grupos, como se apuntó los dos puntos básicos de la variabilidad pero no los únicos. Un nivel mayor es el estudio de la variabilidad inducida que se puede hacer mediante, por ejemplo, el estudio del crecimiento de una planta con y sin exposición a la luz. Posteriormente se puede introducir a los estudiantes en la variabilidad del muestreo, al observar dos muestras diferentes de observaciones pertenecientes a una misma población (Franklin et al., 2007). Lamentablemente, en los libros solo se quedan con los dos niveles iniciales de la variabilidad pero además lo hacen sólo respecto a su medición.

La variabilidad es un concepto fundamental en estadística, sin variabilidad no hay estadística, en consecuencia es de gran importancia para la formación estadística del ciudadano. Al centrarse en la medición, las actividades planteadas en los textos de la CB poco ayudan a la formación y comprensión del concepto de variabilidad, poco agregan a la comprensión de la estadística.

La noción de variabilidad estadística se encuentra presente desde el momento que el estudiante recolecta un conjunto de datos y se ve la necesidad de organizarlos en tablas

y presentarlos en gráficas, así como también cuando se calcula una medida de tendencia central. Es necesario hacer una tabla, un gráfico o calcular un promedio porque hay variabilidad en la característica que se considera. Pero en ninguna de las actividades de esa naturaleza se vinculan con la variabilidad.

Si bien la variabilidad se encuentra en los libros de segundo y tercer año, solo es en este último donde se da una noción de variabilidad al indicar “Cuando estamos en presencia de variables cuantitativas además de medir y analizar su tendencia central, también es sumamente importante conocer y analizar qué tan parecidos o no son los datos entre sí” (Mariño et al., 2014a, p. 214). Obsérvese que se vincula directamente al cálculo de la medida, el mismo que se le hace énfasis en las actividades.

Pareciera que es poco el tratamiento que se le da a la variabilidad en las actividades propuestas al estudiante y que estas solo contribuirían a dar la visión de la medición de la dispersión por intermedio de la desviación típica y el coeficiente de variación. Entonces, es probable que su impacto en la formación estadística del ciudadano sea baja.

6.2.3.3 Representación de datos

6.2.3.3.1 Tablas estadísticas

Las actividades que involucran tablas se encuentran diseminadas en seis de los once grados que significan toda la primaria y secundaria pero no en todos los grados.

Tabla 6.11 Actividades sobre tablas estadísticas por grado

Nivel	Grado o año	Actividades
Primaria	Primero	1
	Tercero	3
	Cuarto	2
	Sexto	3
Secundaria	Cuarto	7
	Quinto	1
	Totales	17

Como se puede apreciar, las actividades de tablas estadísticas comienzan desde Primer grado y se encuentran en cuatro de los seis grados de la primaria, pero en solo dos de los cinco grados de la secundaria. El mayor número de actividades se encuentra en cuarto año de secundaria con siete, un poco más del doble de actividades que el otro grado con mayor cantidad de actividades. El número de actividades es irregular, no se aprecia continuidad ni en el número de actividades ni en los grados donde se ubican, por lo que no parece denotar un estudio progresivo de las tablas estadísticas a lo largo de la educación venezolana. En la tabla siguiente las actividades se clasifican según el tipo de tabla que involucran.

Tabla 6.12 Actividades sobre tablas estadísticas el tipo de tabla clasificadas por grado

Nivel	Grado o año	Frecuencia	Doble entrada
Primaria	Primero	1	
	Tercero	3	
	Cuarto	1	
	Sexto	2	
Secundaria	Cuarto		7
	Quinto		1
Totales		7	8

La distribución de las actividades indica que las tablas de frecuencia se utilizan en la primaria y las de doble entrada en la secundaria. Esa división se corresponde con los niveles de dificultad de las tablas tanto para su interpretación como para su construcción, aunque investigaciones como las de Martí, García-Mila, Gabucio y Konstantinidou (2010) indican que estudiantes de secundaria suelen presentar problemas para la construcción de las tablas de doble entrada.

Las tablas de frecuencias son tablas donde se asocia con las categorías de la variable las veces que aparece o se repite (frecuencia). Aunque son tablas que se usan en los grados iniciales de la primaria, por lo general, se trabaja previamente con tablas de conteo, donde se incluyen celdas para que el estudiante registre, mediante marcas, las veces que se repite

un valor o categoría, para luego escribir el número que indica el total de marcas. Las tablas de conteo manejan en el fondo la idea de distribución que involucra las tablas de frecuencias. De igual forma, antes de usar las tablas de frecuencias su suele hacer trabajo con las tablas de datos, donde se muestran valores aislados, sin trabajar la idea de distribución.

La siguiente tabla muestra la tarea solicitada en las actividades de tablas estadísticas.

Tabla 6.13 Tarea solicitada en las actividades sobre tablas estadísticas por grado

Nivel	Grado o año	Completar o Construir	Construir e interpretar	Interpretar	Conceptual
Primaria	Primero	1			
	Tercero	3			
	Cuarto	2			
	Sexto	1	1		1
Secundaria	Cuarto	1	1	5	
	Quinto	1			
	Totales	9	2	5	1

La mayor cantidad de actividades solicitan que el estudiante complete o construya una tabla y se encuentra en todos los grados donde hay actividades con tablas estadísticas, caso contrario al de interpretación de tablas que se ubican solo en cuarto año de secundaria. Hay otras dos actividades donde se solicita construir la tabla e interpretar la información que allí se encuentra, una de ellas está en sexto grado y la otra en cuarto año de secundaria. Eso significa que solo en el último año de la primaria se le pide al estudiante que interpreten los datos de una tabla y luego pasan tres años escolares para que se le solicite de nuevo hacer ese tipo de tarea. Entonces el énfasis en la primaria en construir o completar tablas y la interpretación se concentra en el cuarto año de secundaria. Es importante destacar que ninguna de las actividades involucra o sugiere el uso de tecnología para la elaboración de las tablas.

La insistencia en construir tablas estadísticas en todos los grados considerados sugiere que se le da prioridad a ese tipo de tarea por encima de la de interpretar la

información que contiene la tabla; aun cuando la interpretación es fundamental para que los ciudadanos puedan enfrentar con propiedad información estadística a la cual se encuentra expuesto. Es probable que los autores de los textos consideren que construir una tabla es una actividad más sencilla o un paso previo a la interpretación de la tabla. No obstante, Estrella (2014) indica que hay una falsa creencia que el diseño de una tabla es sencillo, que es una estructura simple donde se ordenan números en filas y columnas, comprensible incluso para usuarios que desconocen del tema. Investigaciones como las de Espinel y Antequera (2009) y de Martí et al. (2010) indican que la construcción de tablas no es una actividad sencilla para los estudiantes de primaria y secundaria.

De acuerdo con los programas vigentes (Ministerio de Educación, 1997) para el momento de la publicación de los textos de la CB, las tablas estadísticas se deben estudiar desde primer grado hasta sexto grado. Aunque la construcción de tablas está presente desde primer grado, su interpretación está en todos los grados desde el inicio de la primaria. Esa continuidad se pierde en secundaria, pero esto podría explicarse por los distintos momentos en los cuales fueron formulados los programas, los de bachillerato son anteriores a los de primaria.

La actividad conceptual se encuentra en sexto grado y requiere que el estudiante compare las tablas con los gráficos en cuanto a la precisión para presentar datos, complementado con algunas interrogantes sobre la construcción, su comprensión y el agrado para el estudiante: “¿Los datos estadísticos son más precisos en el cuadro o en el gráfico? ¿Cuál de las dos formas de presentar los datos es más fácil de construir, el cuadro o el gráfico? ¿Cuál es más fácil de entender? Y a ti, ¿cuál te gusta más?” (Rojas et al., 2014, p. 158). El estudiante podría indicar que los datos de las tablas son precisos mientras que en los gráficos se pueden identificar tendencias sobre la base de valores aproximados. Es una pregunta interesante que puede contribuir a la diferenciación de estas dos formas de representar datos y a distinguir en que momento utilizar una u otra.

Para Wild y Pfannkuch, (1999) las tablas estadísticas, al igual que los gráficos, son un instrumento de transnumeración, es decir, un cambio de representación que permite obtener nueva información. Con las tablas se obtienen datos en filas y columnas que facilitan su lectura y la posibilidad de obtener información que difícilmente lograría desde

los datos desorganizados. La siguiente tabla se presenta el nivel de lectura (según Friel et al., 2001) que podría lograr el estudiante en las actividades de interpretación.

Tabla 6.14 Nivel de lectura exigido en las actividades sobre tablas estadísticas por grado

Nivel	Grado o año	Leer los datos	Leer dentro los datos	Leer más allá de los datos
Primaria	Primero			
	Tercero			
	Cuarto			
	Sexto			1
Secundaria	Cuarto	1	2	3
	Quinto			
	Totales	1	2	4

Como ya se había indicado las actividades de interpretación se encuentran solo en sexto grado de primaria y cuarto año de secundaria. Sorprende que en toda la primaria no se planteen actividades que lleven al estudiante a *Leer los datos* de la tabla, esto es identificar valores en el cuerpo de la tabla, es la lectura literal de la información presente en la tabla ella. Tampoco se clasificaron actividades que lleven al estudiante a la comparación de dos o más valores de la tabla (*Leer dentro los datos*). Estas dos son los niveles básicos de lectura, los cuales se les consideran previos al nivel de *Leer más allá de los datos*, donde se ubicó la única actividad de interpretación presente en sexto grado.

En esa actividad el estudiante debe construir una tabla con la información que se le da por escrito, lo cual implica una dificultad adicional, para luego comparar el resultado con una tabla que se encuentra en el libro. Debe responder dos preguntas: *¿Qué pasará con las personas de esa comunidad que no terminaron sus estudios y otros que ya terminaron? ¿Serán los mismos niveles educativos y las mismas cantidades que los que estudian actualmente y que aparecieron en el cuadro 1?* La respuesta a la primera pregunta no aparece al leer las tablas ni al hacer comparaciones con los datos que presenta, debe hacer una inferencia, luego de ubicar los datos en el contexto. Parece una pregunta de alta exigencia cognitiva de forma normal,

más aun para estudiantes que de acuerdo con la organización del libro se enfrentarían por primera vez a extraer información de una tabla.

Un problema que se puede presentar con las actividades como la descrita antes es la posibilidad del docente para orientar a los estudiantes para realizar inferencias como las que se le exigen. La investigación de Rodríguez y Sandoval (2012) indica que los profesores en ejercicio y en formación, que formaron parte de su trabajo, se ubican fundamentalmente en el nivel *Leer los datos* al interpretar tablas estadísticas, lo cual indica que presentan habilidades básicas o iniciales asociadas a la descodificación y análisis de los datos. Un resultado similar reportan Díaz-Levicoy, Sepúlveda, Vásquez y Opazo (2017), quienes señalan que al analizar tablas estadísticas, los docentes en formación de sus estudio solo pueden generalizar en relación a algunos aspectos limitados e independientes, ordenar varios datos relevantes pero sin hacer conexión entre ellos, sus conclusiones y las explicaciones se centran en un aspecto aislado de un dato presente en la tabla. No se tiene información sobre la capacidad de los docentes venezolanos para interpretar tablas pero probablemente tengan problemas similares a los señalados antes.



¿Qué pasará con las personas de esa comunidad que no terminaron sus estudios y otros que ya terminaron? ¿Serán los mismos niveles educativos y las mismas cantidades que los que estudian actualmente y que aparecieron en el cuadro 1?

Para responder estas preguntas construye con los datos que te suministramos a continuación dos cuadros estadísticos como el cuadro 1 de esta lección. En el cuadro 2 vas a colocar los datos de quienes no pudieron terminar sus estudios y en el cuadro 3 vas a presentar los datos de quienes ya culminaron.

Los datos de las personas que no terminaron sus estudios son: 10 que no terminaron la primaria cuando la estudiaron, 22 no terminaron el bachillerato, y 6 no pudieron terminar sus estudios en la universidad.

Quienes ya terminaron sus estudios son 20 niñas y 25 niños de educación inicial, 55 niños y niñas que aprobaron desde 1^{er} hasta 6^{to} grado, 50 son bachilleres, 20 ya se graduaron en la universidad en pregrado y 7 en postgrado.

Cuando termines, compara los resultados de los tres cuadros. Cuida que los dos cuadros que hagas estén completos. En clases de Matemática, compara tu trabajo con el de tus compañeros y compañeras para enriquecer lo que hiciste y si el maestro o la maestra te hace alguna observación al respecto, tómalala en cuenta.

Figura 6:24 Ejemplo de actividad tabla estadística clasificada como Leer más allá los datos

Fuente: Rojas et al. (2014b, pág. 163) 6to grado

Una actividad completamente distinta tiene los estudiantes de cuarto año de bachillerato, quienes deben responder a la pregunta: *¿Los porcentajes calculados que aparecen en la última columna de la tabla 4 pueden ser considerados como Índices? ¿Serán simples o compuestos?* (Duarte C. et al., 2014c, p. 24). Allí el estudiante solo debe reconocer que los valores por lo que se pregunta son índices, para ello puede hacer uso de la definición que se le ofreció en la lección y de los ejemplos presentados en ella. El estudiante no tiene que hacer cálculo ni comparaciones entre los valores de la tabla, además que ya antes se le había indicado que eran índices. Por ello se consideró que era una pregunta para *Leer los datos* de la tabla.

Tabla 4. Distribución de la población total y por edad entre los 19 y los 23 años, por entidad federal. Año 2001.

Código	Entidad Federal	Población total	Total (19 a 23 años)	Porcentaje
1	Distrito Capital	1.836.286	248.339	13,52
2	Amazonas	70.464	9.334	13,25
3	Anzoátegui	1.222.225	170.234	13,93
4	Apure	377.756	44.235	11,71
5	Aragua	1.449.616	191.793	13,23
6	Barinas	624.508	75.820	12,14
7	Bolívar	1.214.846	163.502	13,46
8	Carabobo	1.932.168	260.362	13,48
9	Cojedes	253.105	32.056	12,67
10	Delta Amacuro	97.987	11.802	12,04
11	Falcón	763.188	95.318	12,49
12	Guárico	627.086	73.920	11,79
13	Lara	1.556.415	211.098	13,56
14	Mérida	715.268	92.441	12,92
15	Miranda	2.330.872	297.008	12,74
16	Monagas	712.626	98.767	13,86
17	Nueva Esparta	373.851	49.113	13,14
18	Portuguesa	725.740	89.010	12,26
19	Sucre	768.483	98.645	12,54
20	Táchira	992.669	124.203	12,51
21	Trujillo	608.563	71.364	11,73
22	Yaracuy	499.049	61.995	12,42
23	Zulia	2.983.679	387.450	12,99
24	Vargas	298.109	39.740	13,33
25	Dependencias Federales	1.651	265	16,05
Total de personas		23.054.210	2.997.814	

Fuente: Instituto Nacional de Estadística de Venezuela (INE). (2006). Censo Nacional de Vivienda 2001. Área temática Educación/edades escolares 19-23 años/entidad. Disponible en <http://www.ine.gov.ve/poblacion/index.html>

Figura 6:25 Ejemplo de actividad de tabla estadística

Fuente: Duarte C. et al. (2014c, pág. 20) 4to año

Con esa misma tabla a los estudiantes se les pregunta: *¿Cuáles son las entidades federales que para el año 2001 poseían la mayor cantidad de personas entre 19 y 23 años?* (Duarte C. et al., 2014d, p. 23). Ahora los estudiantes deben inspeccionar la tabla, comparar las cantidades e identificar las entidades federales con la mayor cantidad de personas entre 19 y 23 años para el año 2001. Necesita hacer una comparación de cantidades para dar respuesta a la pregunta por ello se consideró que era una pregunta para *Leer dentro de los datos*.

En cuarto año se incluyen dos actividades que se clasificaron como *Leer más allá los datos*, con los cual se logra un conjunto de cinco actividades de interpretación en ese año

que puede ayudar a dar una visión amplia a los niveles de lectura de tablas que puede realizar. No obstante, parece poco para los once años de formación de primaria y secundaria. Ellos en poco tiempo deben entrar a educación superior y que encontrarán tablas estadísticas tanto en sus estudios como en su vida cotidiana, por lo cual deberían tener la formación que le permita extraer información de las tablas y no ser víctimas de engaños por interpretaciones manipuladas.

6.2.3.3.2 Gráficos estadísticos

Se encontraron actividades de gráfico en todos los grados de primaria, pero en secundaria solo en el quinto año; los resultados se exponen a continuación.

Tabla 6.15 Distribución de actividades sobre gráficos estadísticos por grado

Nivel	Grado o año	Actividades
Primaria	Primero	5
	Segundo	2
	Tercero	2
	Cuarto	1
	Quinto	1
	Sexto	3
Secundaria	Quinto	2
Totales		16

Entre los seis grados de primaria, los libros de texto de la CB proponen 14 actividades de gráficos estadísticos a los estudiantes. El grado con mayor número de actividades es primero, precisamente el que se supone menor exigencia cognitiva en el estudio de los gráficos, según los contenidos procedimentales de los programas. Grados como cuarto y quinto solo tienen una actividad propuesta. En secundaria hay menos actividades de gráficos, de los cinco años que conforman ese nivel solo en el último año aparecen actividades referidas a gráficos. Que los textos de la CB propongan 16 actividades para gráficos estadísticos en 11 años de estudios parece poco, eso significa, en promedio, un poco más de una actividad por año. A las pocas actividades hay que agregar que las unidades de estadística se encuentran al final del libro, junto con las de probabilidad, por

lo que pareciera que la oportunidad de aprendizaje de los gráficos con estos textos es exigua.

De acuerdo con los programas oficiales, los gráficos deben estar en todos y cada uno de los seis grados de la primaria venezolana, con competencias que van desde la construcción de gráficos hasta la interpretación, incluyendo la toma de decisiones sobre gráfico más adecuado para organizar la información. En los libros, los contenidos se mantiene pero cambia el grado de profundidad con que se estudia, por lo que pareciera que ni el número de actividades ni su distribución en los seis grados se corresponde con la secuencia de contenidos procedimentales prevista en el programa, así como tampoco con sus indicadores de evaluación.

De acuerdo con los programas de educación secundaria solo en el primer año de secundaria se debe trabajar gráficos, en particular el histograma de frecuencia; sin embargo, no hay actividades de gráficos para ese año en los libros de la CB. El único grado de secundaria donde se presentan actividades de gráficos es quinto año, para trabajar los diagramas de dispersión en el tema de correlación y regresión lineal; empero, ese tema no se encuentra en el programa oficial vigente.

La distribución de actividades de gráficos estadísticos por año de estudio indica que hay una discontinuidad en el estudio de ese tema. Esa discontinuidad puede atribuírse a los diferentes momentos en los que se elaboraron los programas vigentes. Los de primaria son de 1997 (Ministerio de Educación, 1997), los de los tres primeros años de bachillerato (7°, 8° y 9° de la antigua Educación Básica) fueron elaborados en 1987 (Ministerio de Educación, 1987); mientras que los programas los dos últimos años del bachillerato son de 1990 (Ministerio de Educación, 1990). A pesar de esas diferencias, los libros de la CB han debido adaptarse al programa oficial vigente, no obstante, eso no es lo que sucede en el caso del tema de gráficos. Este resultado sugiere que el Ministerio de Educación venezolano, introdujo cambios en el tema de gráficos por la vía de los libros de la CB sin cambiar los programas vigentes. Llama la atención que se introduzca un nuevo tema de estadística pero no se busque estudiar los gráficos de forma continua en los once grados de la primaria y secundaria venezolana.

La siguiente tabla muestra los gráficos a utilizar en las actividades propuestas en los libros de matemáticas estudiados.

Tabla 6.16 Tipos de gráficos solicitados en actividades estadísticas por grado

Nivel	Grado o año	Pictograma	Barras	Histograma	Dispersión
Primaria	Primero	2	3		
	Segundo		2		
	Tercero		2		
	Cuarto		1		
	Quinto			1	
	Sexto		3		
Secundaria	Quinto				2
Totales		2	11	1	2

Es conveniente aclarar que en tres actividades (una en segundo, una en tercero y otra en cuarto) no se especifica el gráfico a utilizar, no obstante, se ubicaron como gráfico de barras por ser el único gráfico que se trabaja en las páginas previas a la actividad. Lo primero que llama la atención es que el libro no proponga actividades de gráficos de líneas ni de sectores circulares, tal como lo indican el programa y como lo sugieren las investigaciones.

Los pictogramas solo aparecen en primer grado, aun cuando se supone se estudian, según el programa, desde primero hasta cuarto grado. Es poca la importancia que se le da en los libros analizados a los pictogramas, aun cuando son de uso frecuente en medios de comunicación, además de que con frecuencia se señala como el primer tipo de gráfico a estudiar en primaria. Si bien los pictogramas son gráficos sencillos, no están exentos de provocar errores en su construcción e interpretación. Wu (2004) reporta que aproximadamente el 72% incurren en errores con pictogramas porque no saben que diferentes tamaños de imágenes se usan para representar diferentes cantidades.

Las actividades de gráficos de barras aparecen en cinco de los seis grados de primaria, eso se corresponde con lo indicado en los programas vigentes, pero dedicar 11 de las 14 actividades propuestas a trabajar ese tipo de gráficos, en la práctica significa que

el estudio de los gráficos estadísticos, durante la primaria, se limita al gráfico de barras. Los programas incluyen la construcción e interpretación de pictogramas desde primero hasta cuarto grado, pero sólo hay actividades en el libro de primer grado. También se debe construir e interpretar gráficos de líneas y de sectores circulares, no obstante, no hay actividades para ese tipo de gráficos y tampoco se tratan en los libros, lo cual es otra evidencia de que ellos no responden al programa vigente, ni a recomendaciones de la investigación reflejada, por ejemplo, en los currículos analizados . Los histogramas deberían estudiarse en quinto y sexto grado de educación primaria, pero en los libros solo se estudian en quinto grado, donde se incluye solo una actividad para ese tipo de gráfico. En secundaria solo se incluyen actividades para gráficos de dispersión en quinto año, como parte del análisis de correlación lineal.

Las actividades propuestas tienen un referente en las explicaciones que se ofrecen en la unidad a la cual pertenecen, por lo tanto, las actividades de gráficos se transforman en reproducir un modelo presentado previamente. Un caso interesante se presenta en quinto grado, con la única actividad en toda la primaria venezolana, donde se solicita la construcción de un histograma en toda la primaria venezolana. Previa a la actividad se presenta la siguiente explicación sobre el histograma:

Primero se muestra una tabla con la variable Edad, medida en años, y la frecuencia de cada intervalo. En la parte inferior se indica que ese tipo de agrupamiento de datos se representa en el histograma y se ilustra con una gráfica. Se considera que es un error asociar al histograma con datos agrupados, cuando lo adecuado es indicar que se usan en datos de naturaleza continua, los cuales, de acuerdo con el programa, se trabajan desde tercer grado.

En un cuadro de datos agrupados esto se escribe así:

Edades (en años)	Frecuencia simple
0 a 5	5
6 a 11	8
12 a 17	7
Total	20

Cada uno de los grupos construidos se denomina **CLASE**. Como puedes ver, en nuestra actividad hemos formado tres clases, una con cinco elementos, otra con ocho y la última con siete.

Los datos que trajo Carlos se interpretan, así hay:

- Cinco niños y niñas que tienen edades entre cero y cinco años.
- Ocho niños y niñas que tienen edades entre seis y once años.
- Siete adolescentes con edades entre doce y diecisiete años.

Se acostumbra representar este tipo de agrupamiento de datos, en un gráfico denominado **HISTOGRAMA**, que se diferencia de un diagrama de barra en que los rectángulos que lo forman están pegados uno del otro, como se puede apreciar a continuación.



Figura 6:26 Ejemplo de histograma

Fuente: Duarte C. et al. (2014b, pág. 163) 5to grado

Otro problema es la gráfica que se utiliza para mostrar un ejemplo de histograma. Allí la variable Edad se cambia por los niveles de educación donde pertenecen los estudiantes con esas edades, muy probablemente esto sea un error involuntario, pero lo cierto es que el gráfico no es un histograma, aunque previamente se haya dicho que el histograma “se diferencia de un diagrama de barras en que los rectángulos que lo forman están pegados”. Lo que se muestra es un diagrama de barras. Aunque este error puede ser debido a un descuido de editor o el ilustrador, las consecuencias podrían ser importantes, porque esa es la única referencia que tiene el estudiante en el libro para cumplir con la actividad donde se le solicita que construya un histograma. Además, unos de los errores que reporta la investigación sobre construcción de gráficos es la confusión entre gráficos parecidos, pero de naturaleza distinta, como es el caso del gráfico de barras y el histograma (Wu, 2004). El error en la ilustración del histograma puede causar una confusión (posible

conflicto semiótico) en los estudiantes que sea difícil de superar en años posteriores, si el docente no hace las correcciones a tiempo o no se percata de dicho error.

La distribución de actividades por el tipo de gráfico sugieren que casi exclusivamente se trabajaran con gráficos de barras, dejando fuera gráficos de interés para la formación estadística del ciudadano venezolano como lo son los gráficos de sectores circulares, los gráficos de línea y los histogramas. Además, el hecho de durante los primeros cuatro años de educación secundaria no se estudie ningún tipo de gráfico estadístico puede comprometer el desarrollo de su comprensión gráfica y con ello su formación estadística como ciudadano.

A continuación se presenta, el tipo de tarea que se desea que el estudiante realice al trabajar las actividades de gráficos.

Tabla 6.17 Actividades de gráficos por grado y tipo de tarea solicitada

Nivel	Grado o año	Construir gráficos	Construir e interpretar gráficos	Interpretar gráficos
Primaria	Primero	3		2
	Segundo	1		1
	Tercero	2		
	Cuarto		1	
	Quinto	1		
	Sexto	2		1
Secundaria	Quinto		1	1
Totales		9	2	5

En nueve de las dieciséis actividades propuesta durante los once años de primaria y secundaria lo que se solicita es que el estudiante exclusivamente construya gráficos, eso sin duda marca un claro sesgo hacia un tipo de actividad, que no se considera sencilla, pero que no es la más importante para la formación estadística del ciudadano. A esto hay que agregar que para resolver con éxito la mayoría de las actividades solo necesita del recuerdo de un conocimiento estadístico previamente estudiado en el mismo libro, por ejemplo: “Construye un cuadro con las masas donde aparezcan sus frecuencias y construir un

gráfico como el que se hizo para las estaturas” (Moya et al., 2014b, p.163); “Guíate por el gráfico que aquí se presenta” (Rojas et al., 2014, p.158). Eso indica que las actividades en general son de baja demanda cognitiva.

En primaria nueve de las catorce actividades son para elaborar gráficos estadísticos, por lo tanto, el objetivo fundamental de las actividades de los libros de CB para ese nivel educativo parece ser que el estudiante aprenda a construir los gráficos. Pareciera que se considera que la construcción de gráficos es una tarea sencilla pero las investigaciones indican que no es así y que con frecuencia los estudiantes incurren en errores en esa tarea. Por ejemplo, Evangelista, Oliveira y Ribeiro (2014) señalan que, en general, los estudiantes realizan los gráficos solicitados, pero tiene problemas para definir los títulos, nombre de los ejes y escalas. Cruz (2013) también reporta errores en la construcción de gráficos parte de los niños como: identificación de los ejes, barras de distinto ancho, incorrectamente ubicación de las categorías de las variables mostradas en el gráfico. La construcción de gráficos estadísticos involucra también la naturaleza de los datos a representar. El uso de gráficos no adecuados para los datos que se disponen es uno de los errores que reporta Ruiz Molano (2015).

La selección del gráfico adecuado según la variable también es señalada por Arteaga, Batanero, Contreras y Cañadas (2015) como uno de los errores de los docentes en formación al construir gráficos. González, Espinel y Ainley (2001) también reportan que los docentes tienen problemas en la elaboración de gráficos estadísticos y recomiendan el uso de proyectos en la enseñanza de la estadística como una forma de superar las dificultades que tienen los docentes con este tema.

Por lo tanto, la construcción de gráficos estadísticos no es una actividad sencilla y es una de las competencias que se espera que el estudiante logre durante su paso por la primaria, pero no es la principal, de acuerdo con los programas, también se le debe trabajar la lectura e interpretación de gráficos, así como la comunicación de la información lograda. Solo cuatro actividades de ese nivel se dedican a la interpretación de gráficos, lo cual parece muy poco en contraste con lo planteado en los programas. Es importante destacar que una misma actividad puede tener varias tareas: recolectar datos, clasificar datos, construir gráficos, interpretar gráficos. En esos casos la tarea se clasifica en el nivel de exigencia

cognitiva mayor. Por lo tanto, cuando una actividad es clasificada como construcción de gráfico es porque esa es la tarea de mayor demanda a realizar. Esa también es la situación de la única actividad donde se pide interpretar los datos del gráfico.

En siete de las dieciséis actividades se solicita al estudiante recolectar datos de su entorno, para posteriormente elaborar gráficos. Esto es un aspecto positivo porque le brinda la oportunidad de valorar la estadística como un instrumento para estudiar situaciones que lo rodean. Lamentablemente ese trabajo solo se acompaña en dos actividades con la interpretación de los datos, pues con ello se ayudaría a que los estudiantes vieran el significado de los números en contextos conocidos, lo que a su vez favorece el desarrollo de la comprensión de gráficas estadísticas.

Considerando que Friel et al. (2001) definen la comprensión gráfica como la capacidad que tiene una persona para entender el significado de gráficos creados por otros o por él mismo, solo se evaluó el nivel de comprensión gráfica exigido en las actividades donde los estudiantes debían construir e interpretar gráficos o interpretar los gráficos mostrados en la actividad. Los resultados se exponen en la tabla siguiente.

Tabla 6.18 Actividades sobre gráficos estadísticos por grado y nivel de lectura

Nivel	Grado o año	Leer los datos	Leer dentro los datos	Leer más allá de los datos
Primaria	Primero	2		
	Segundo	1		
	Tercero			
	Cuarto			1
	Quinto			
	Sexto			1
Secundaria	Quinto		1	1
Totales		3	2	2

El nivel *Leer los datos*, el más bajo de la taxonomía, implica responder preguntas explícitas cuyas respuestas se encuentra directamente en el gráfico. Estas preguntas son típicas de los grados iniciales de la educación primaria al trabajar con pictogramas y

gráficos de barras; así como en grados superiores al comenzar a trabajar con un nuevo tipo de gráfico; como una forma de verificar que el estudiante comprende los elementos básicos de la información que proporciona el gráfico. La figura 2 muestra un ejemplo de actividad de *Leer los datos*.



Aquí se puede observar que en primer grado sólo a dos niños les gustan las naranjas.



- ¿Cuál es el grado en que hay más niños a quienes les gustan las naranjas?



- ¿En qué grado hay un solo niño a quien le gusta la naranja?
- ¿En qué grado les gustan más las naranjas a los niños? ¿En segundo o en cuarto?

Figura 6:27 Ejemplo de actividad clasificada como *Leer los datos*

Fuente: Moya et al. (2014a, págs. 170 y 171) 1er grado

En el ejemplo, el estudiante debe contestar las preguntas a partir de la lectura del gráfico, para ello solo debe “leer” cuantos niños les gustan las naranjas en cada grado, incluso antes de las preguntas se le coloca un ejemplo del tipo de lectura que se espera realice. Todas las preguntas se responden de forma directa con solo leer el gráfico. Son preguntas típicas de los momentos iniciales del estudio de gráficos, como es este caso que se encuentra en primer grado.

En las actividades *Leer dentro los datos* el estudiantes debe interpretar los valores del gráfico para producir una información. En ocasiones debe realizar una operación matemática sencilla o generar una información nueva desde el análisis del gráfico.

Investigación

Si les entusiasma la idea, éste pudiera ser el inicio de un problema para su proyecto de investigación en 5^{to} año:

— Recolecten en su liceo datos sobre las dos variables que hemos estudiado: *edad del estudiante y tiempo promedio diario (en horas) de conexión a internet*.

• Apunten para cada estudiante el par de respuestas dadas. Pueden organizar una tabla de recolección como la que se presentó.

— Apliquen el ACL, a ver si se encuentra el mismo grado y sentido de asociación, cuiden que no sean estudiantes de la misma edad por cuanto no tendríamos una variable y porque en la medida que una característica varía muy poco, el coeficiente de correlación disminuye su valor. Para ello deberán:

• Construir un diagrama de dispersión y analizar su comportamiento.


• Calcular e interpretar el resultado del coeficiente de correlación r_{xy} de Pearson.

Figura 6:28 Ejemplo de actividad clasificada como Leer dentro los datos

Fuente: Duarte C. et al. (2014d, pág. 16) 5to año


Al final de esta actividad se le indica al estudiante que debe *Construir un diagrama de dispersión y analizar su comportamiento*. Esto significa que luego de construir el diagrama de dispersión el estudiante debe extraer una nueva información que es la tendencia de los datos. Significa ver el comportamiento de la nube de puntos y describir la tendencia de los datos, indicando primero si puede tener una relación lineal y luego, si es positiva o negativa.

La figura siguiente muestra un caso de actividad clasificada en *Leer más allá de los datos*.



¡Algo para investigar!

Recolecta en tu familia y con los vecinos y vecinas, los mismos datos que estudiaste en esta lección. Pregúntales o visítalos, y cuenta cuántos bombillos ahorradores y no ahorradores tienen en sus viviendas. Anota los resultados para cada una de las viviendas de tus familiares o vecinos.



Actividades

Organiza y presenta esos datos para compartirlos, conversarlos y colocarlos en la cartelera de tu salón.

- ¿Tu familia está contribuyendo con el ahorro energético de su comunidad y del país?
- ¿Tu comunidad estará ayudando a utilizar conscientemente los recursos naturales del país y del planeta?
- ¿Qué otras formas de ahorro de energía eléctrica existen?
- ¿Qué otros recursos naturales podemos cuidar desde la escuela, tu hogar y tu comunidad?

Figura 6:29 Ejemplo de actividad clasificada como *Leer más allá de los datos*

Fuente: Rojas et al. (2014a, pág. 165) 4to grado

En este caso luego de construir el gráfico, el estudiante debe responder preguntas como: *¿Tu familia está contribuyendo con el ahorro energético de su comunidad y del país?* Esa es una información que no está representada en el gráfico, ni se deriva de mirar el gráfico o realizar una operación matemática; requiere que el estudiante ubique los datos en el contexto y realice una inferencia. Dependiendo del número de bombillos “ahorradores” que usen en su casa, el estudiante dirá si su familia contribuye con el ahorro energético.

La cantidad de actividades de interpretación de gráficos parece poca. Son solo 7 actividades para 11 años de estudios, en consecuencia, su distribución por grado es deficiente. En definitiva, el conjunto de actividades de gráfico estadísticos de los libros de la Colección Bicentenario no parece contribuir a la formación de estadística del ciudadano al ofrecer pocas oportunidades para que el estudiante aprenda a evaluar críticamente informaciones estadísticas presentadas a través de gráficos. Es importante destacar que esa distribución no responde a los programas oficiales pero con los cambios realizados no se corrigen las discontinuidades que ellos presentan en cuanto al tema de gráficos.

Los resultados de la evaluación de los gráficos estadísticos sugieren que los docentes que usen estos libros deberán ofrecer a los estudiantes otras actividades que le permitan

desarrollar la comprensión de este tipo de representación de datos, aunque la investigación señala que ellos tienen problemas con este tema. Antes se mencionaron investigaciones que reportan problemas de los docentes al construir gráficos, los trabajos de Monteiro y Ainley (2007), Batanero, Arteaga y Ruíz (2010), Abd Wahid, Abdul Rahim y Akmar Syed Zamri (2017) y Salcedo, Sarco Lira y González (2018) indican que también los tienen para la interpretación.

Abd Wahid et al. (2017), por ejemplo, señalan que los sujetos con los que trabajaron tiene problema para conectar la información dada en dos gráficos estadísticos diferentes que trataban el mismo problema, además de no poder relacionar adecuadamente la información que tienen con el contexto del mundo real. Salcedo et al. (2017) revelan que docentes venezolanos en formación hacen interpretaciones idiosincrásicas de gráficos estadísticos, centradas en sus creencias y experiencias personales, omitiendo el contexto de la situación que se le presenta. Las dos últimas investigaciones señalan que los docentes podría tener problemas para proponer actividades que le permitan desarrollar la interpretación de gráficos a los estudiantes.

6.2.3.4 Distribución

Como se indicó antes, la idea de *Distribución* está presente en estadística y en probabilidad. En esta sección se discuten las actividades referidas a la estadística porque la visión probabilística se tiene una sección dedicada a la probabilidad (Modelos de Probabilidad).

Tabla 6.19 Las actividades de Distribución por grado

Nivel	Grado o año	Actividades
Secundaria	Primero	3
	Segundo	0
	Tercero	5
	Cuarto	5
	Quinto	0
	Totales	13

La idea de Distribución incluye la colección de propiedades de un conjunto de datos visto como un todo, para ello se hace necesario trabajar con la distribución de frecuencias y las medidas estadísticas. En la tabla se observan que las actividades de *Distribución* se concentran en la secundaria, más específicamente en tres años: primero, tercero y cuarto. Llama la atención la forma en la cual se distribuyen las actividades, no parecen responder a un orden progresivo de estudios de contenidos sino más bien a un proceso azaroso o anárquico.

Las tres actividades de primer año están referidas a las medidas de tendencia central, al igual que las de tercer año, mientras que las de cuarto año son todas sobre índices. La mayoría de las actividades son de baja exigencia cognitiva, donde se le pide calcular las medidas directamente, por ejemplo:

Apoyándonos en las ideas anteriores, (1) calculen el Modo, la Mediana y la Media aritmética de las edades de los vecinos de ese liceo. (2) ¿creen ustedes que la edad que más se repite en estos vecinos es también 14 y 15 años? ¿La edad que divide en dos mitades a esos valores es la misma que la de las y los estudiantes del liceo?

Figura 6:30 Ejemplo de actividad de Distribución

Fuente: Mariño et al. (2014b, pág. 214) 3er año

Esa es una actividad donde el estudiante solo tiene que aplicar los algoritmos y discutir algunos resultados. Para describir un conjunto de datos se utilizan las medidas de tendencia central mencionadas en la actividad, pero en algún momento el estudiante debe decidir cuál es la más adecuada para el grupo de datos que tiene y qué informa esa medida. En las actividades de los libros de la colección Bicentenario el estudiante no enfrenta la situación de decir la medida más adecuada, tal como lo recomienda el NCTM (2000), Franklin et al. (2007), el CCSSI (2010) y como aparece en el currículo de Colombia, por ejemplo.

En la actividad que muestra la figura, a los estudiantes se les ofrecen los valores de la media y la desviación típica, referidos a la matrícula de pregrado para el período 2000 – 2008. Con esa información, algo limitada por cierto, el estudiante primero debe analizar los datos. Esta es una actividad donde el estudiante debe extraer alguna información

producto de la media y la desviación típica. Esta es una de las dos actividades donde el estudiante debe decir que informan las medidas.

Utilizando el valor promedio o **Media aritmética** de la matrícula de Pregrado y su *Desviación estándar*, diríamos que en esos nueve años hubo una matrícula promedio de 1.303.988 estudiantes \pm 432.698 estudiantes, por lo que los valores de matrícula en esos años, oscila entre 871.290 y 1.736.686 estudiantes.

- ✦ En unión de sus compañeras y compañeros de equipo les invitamos a que analicen qué ocurre con los datos estadísticos de la Matrícula de Postgrado.

Si estos valores no les parecen tan elevados pueden trabajarlos directamente sin transformarlos linealmente.

- ✦ Conversen con sus compañeras y compañeros de curso así como con su profesora o profesor y familiares los resultados obtenidos en Pregrado y en Postgrado, el por qué habrá muchos menos estudiantes en Postgrado y por qué en estos últimos años se han podido incluir a muchos más estudiantes en el subsistema de Educación Universitaria, como una expresión de la “Suprema Felicidad Social”, segunda directriz del Proyecto Nacional Simón Bolívar, 2007-2013 de la República Bolivariana de Venezuela.

Figura 6:31 Ejemplo de actividad de Distribución

Fuente: Mariño et al. (2014b, pág. 214) 3er año

En la segunda parte, el estudiante debe conversar, junto a sus compañeros, “por qué habrá muchos menos estudiantes en Postgrado”. Esto puede ser un ejercicio interesante de discusión sobre posibles razones, donde poco ayudan las medidas de tendencia central y de dispersión. Esas medidas tampoco ayudaran mucho en la otra discusión que le proponen: “si en estos últimos años se han podido incluir a muchos más estudiantes en el subsistema de Educación Universitaria, como una expresión de la “Suprema Felicidad Social”, segunda directriz del Proyecto Nacional Simón Bolívar, 2007-2013 de la República Bolivariana de Venezuela”. Esta última parte es el sesgo ideológico que de vez en cuando exponen los autores.

Las actividades referidas a *Distribución* en los libros de la Colección Bicentenario están enfocadas fundamentalmente al cálculo de medidas y poco a su significado. En consecuencia ayudan poco al estudiante a comprender que las medidas sirven para resumir el conjunto de datos y aportar información sobre ellos, sobre la base del contexto donde se ubica; como lo recomiendan por ejemplo CCSSI (2010) y Batanero y Borovcnik (2016).

6.2.3.5 Análisis de datos bivariantes

El análisis de datos bivariantes es uno de los temas que con mayor frecuencia incorpora a los planes de estudio de secundaria a nivel internacional. En ese sentido es un aspecto positivo su inclusión en los temas de matemáticas a estudiar en la secundaria venezolana.

En total la unidad tiene 10 actividades, cinco para correlación y cinco para regresión. La primera actividad de correlación tiene que ver con gráficos y se comenta un poco más adelante. Las otras cuatro actividades giran alrededor al ejemplo estudiado en la lección con las variables: edad del estudiante y horas promedio diarias de conexión a internet. En la segunda actividad se le plantea como “investigación” la reproducción del ejemplo pero con datos recolectados entre los estudiantes del liceo. Más allá de la reproducción de los algoritmos estudiados y que no se le dan instrucciones sobre cómo hacer la recolección, la actividad podría ser interesante al trabajar con datos de sus compañeros puede dar oportunidad surjan problemas propios del análisis de datos como, por ejemplo, datos atípicos o el tamaño de la muestra.

Luego de hacer el análisis de correlación, los estudiantes deben comparar sus resultados con los que mencionan al comienzo de la unidad, el cual se trata de un estudio muestral con adolescentes venezolanos. Al parecer esa comparación la deben hacer sin tomar en cuenta los tamaños de las muestras ni de la forma como se seleccionaron. ¿Piensan los autores que esas dos muestras son comparables? Para terminar de complicar la situación, los estudiantes deben hacer otra recolección de datos entre los vecinos con las variables edad y horas promedio de conexión, para luego comparar con los resultados logrados con el grupo de estudiantes. De nuevo surge el problema del tamaño de la muestra y el método de recolección. Finalmente deben compartir los resultados con su compañeros y discutir las implicaciones que puede tener el tiempo dedicado a internet en el rendimiento al estudio y al trabajo comunal.

La actividades en general son para practicar las formulas y algoritmos estudiados en la lección y la oportunidad que tienen de trabajar con datos propios para hacer algún tipo de interpretación de los resultados son violentadas por la falta de información sobre el grupo de estudiantes o vecinos a los cuales se le solicita la información. La actividad podría hacer creer a los estudiantes que cualquier grupo es bueno para hacer comparaciones y emitir

conclusiones sobre las implicaciones que puede tener el tiempo dedicado a internet en el rendimiento al estudio y al trabajo comunal. Esas son falsas ideas que poco aportan a la formación estadística del ciudadano.

En este tema se encuentra la única actividad que involucra gráficos estadísticos de los cinco libros que conforman la secundaria. Se trata del clásico ejemplo de cuatro gráficos donde se “muestran” distintos picos de relaciones de datos bivariantes. Estos cuatro gráficos se pueden encontrar casi de forma invariante en cualquier libro que trate el tema de correlación.

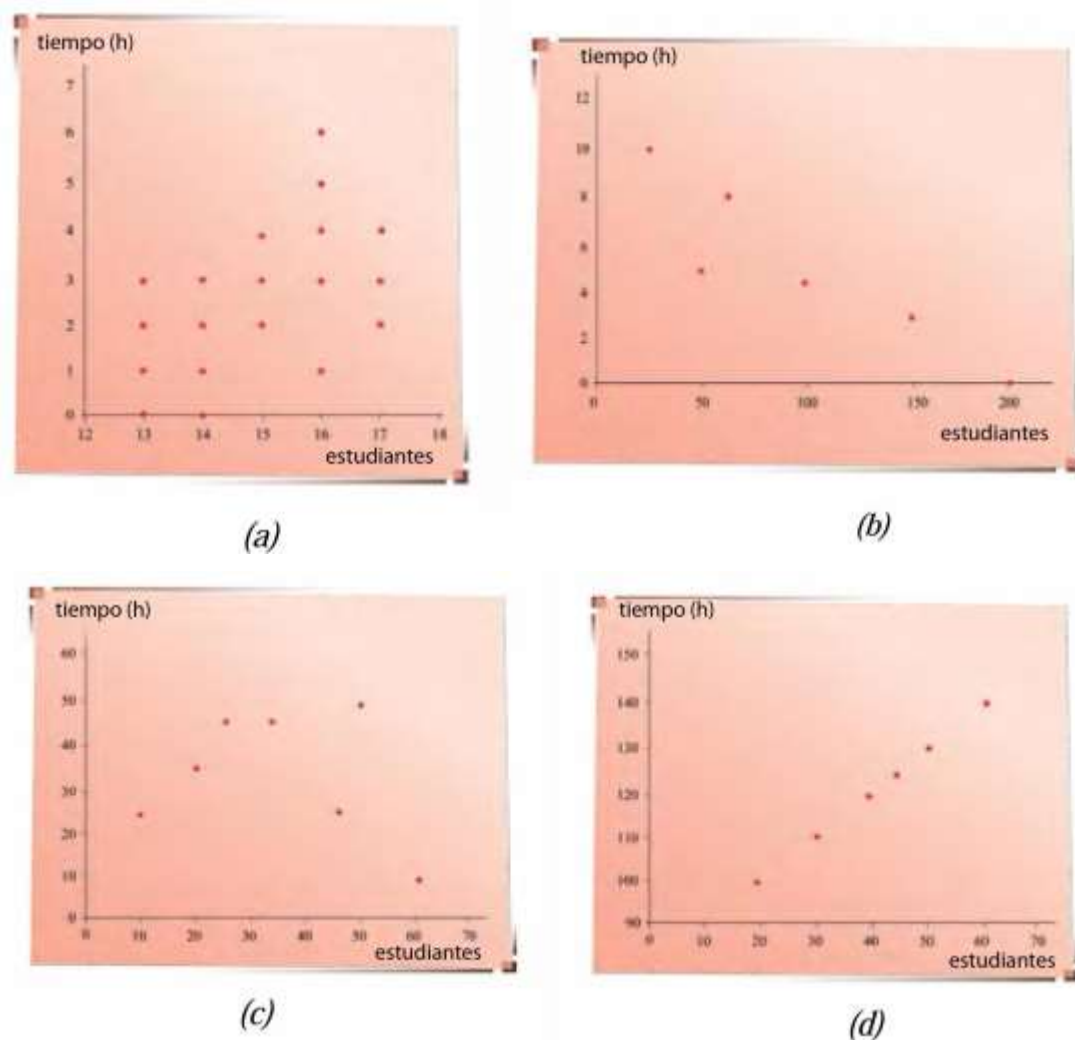


Figura 6:32 Actividad de correlación

Fuente: Duarte C. et al. (2014d, págs. 15 y 16) 5to año

El trabajo que se hace con estos gráficos, y en el libro en general, es insuficiente para que los estudiantes establezcan la diferencia entre variables independientes e incorreladas. En la instrucción que precede a los gráficos se dice: “Analicen su comportamiento bivalente, planteen dos variables que puedan tener esa tendencia. Recuerden considerar el sentido y la dispersión de la nube de puntos” (Duarte C. et al., 2014d, pág. 15). La primera observación es que se le pide al estudiante que indique dos variables que puedan tener esa tendencia, pero en los ejes de todos los gráficos identificados con lo que parecen ser variables, más aun, parecen ser las variables de la situación contexto de la unidad: edad de los estudiantes y tiempo de conexión en internet. Si es así, ¿por qué en el gráfico b los valores de la variable x van de 50 a 200? ¿Por qué los valores del x del gráfico d van 10 a 70? Pareciera entonces que no se refieren a la edad de estudiantes, ¿pero sí a número de estudiantes? La inclusión en los gráficos de rótulos que identifique los ejes introduce cierta confusión a la actividad.

Los gráficos también presentan problemas de construcción. Por ejemplo, en el gráfico a, el 0 del eje y se intersecta con el 12 del eje x, como en el gráfico d, donde el 90 del eje y se intersecta con el 0 de eje x. Este tipo de errores provocan confusión en el estudiante y si son identificados y corregidos por el docente, genera desconfianza de parte de los estudiantes hacia los planteamientos del libro. En caso de que el docente no identifique el error, los estudiantes probablemente se quedarán con el error para el resto de su vida académica. Los gráficos de esta actividad son fuentes de posibles conflictos semióticos.

Las actividades de regresión lineal siguen la tendencia de la correlación trabajar con las mismas variables y practicar los algoritmos trabajados en la unidad. Primero se le pide que verifique los valores que se presentan en una tabla, luego deben calcular los valores que definen a la recta de regresión de Y sobre X, estimar algunos valores y calcular el error cuadrático; exactamente los pasos que le habían explicados en las páginas recedentes.

Al basarse en los datos de las actividades de correlación, las de regresión tienen problemas semejantes. ¿Cualquier grupo de datos es adecuado para aplicar el análisis de regresión y estimar los valores de una variable? Si un estudiante hace el trabajo con 5 datos y otro lo hace con 12 ¿están bien los dos trabajos? ¿No habrá diferencias en las ecuaciones

y las estimaciones, en consecuencia, en las interpretaciones, por el efecto del tamaño de los grupos trabajados? La buena intención de la actividad de trabajar con datos “reales” pierde sentido e introduce problemas al no considerar los métodos de selección de las muestras y de su tamaño.

6.2.3.6 Modelos de probabilidad

La distribución de las actividades de probabilidad en los libros de texto de la colección Bicentenario muestra una tendencia a aumentar a lo largo de los dos niveles considerados, aunque lo hace de una forma irregular.

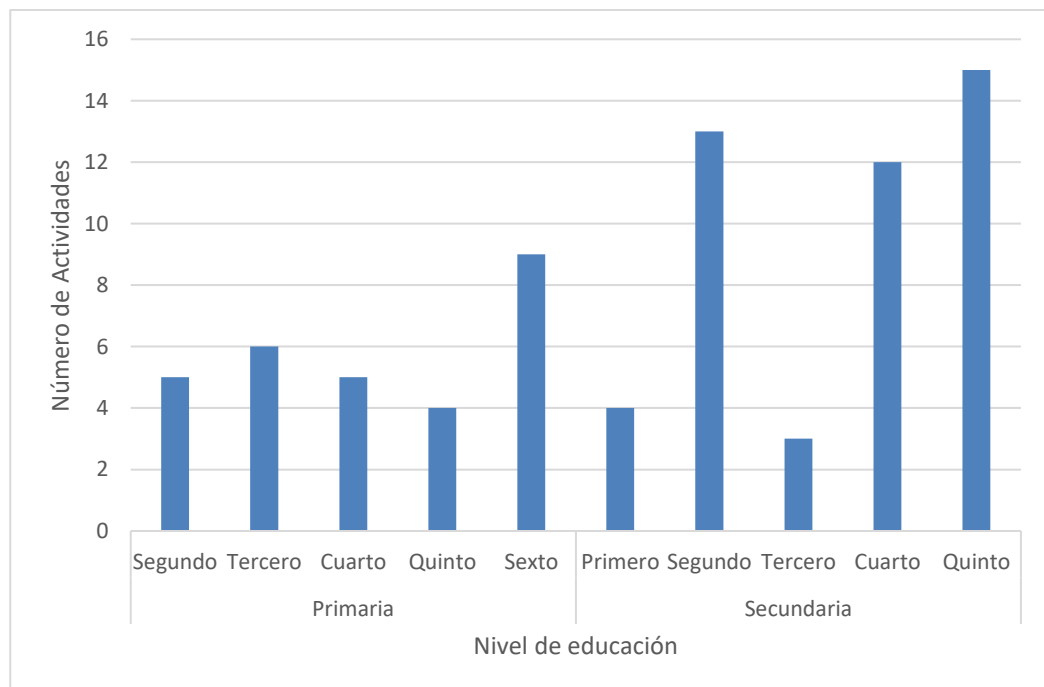


Figura 6:33 Actividad de probabilidad por grados

Que el número de actividades de probabilidad tienda a ser mayor en la medida que se avanza en la primaria y secundaria podría ser lógico, ya que al aumentar el nivel de complejidad del contenido da oportunidad de plantear más actividades y de distintos niveles de complejidad. No deja de llamar la atención los cambios en esa tendencia que ocurre en los grados cuarto y quinto de primaria, así como primero y tercero de secundaria. Esas pueden ser decisiones de los autores por razones de espacio, nunca por motivos didácticos o del contenido.

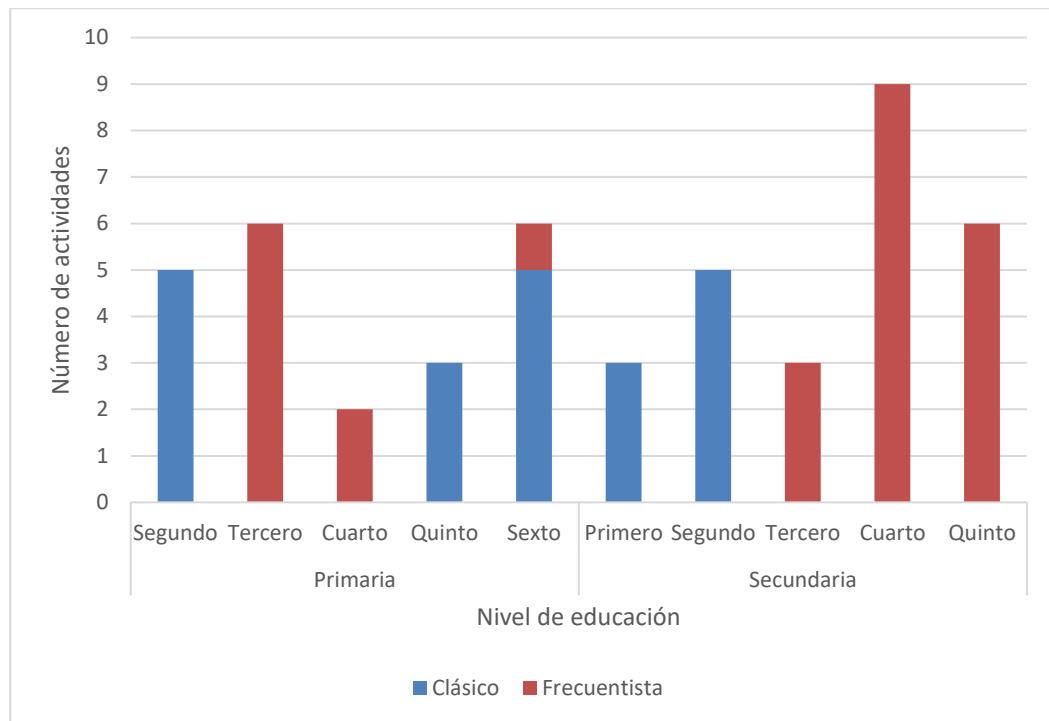


Figura 6:34 Actividad de probabilidad según enfoque usado por grados

Cuando se revisan las actividades de probabilidad según el enfoque utilizados se encuentra que solo hay referidas al enfoque clásico y el frecuentista. Aunque el axiomático se presenta en los libros de texto no hay actividades para ese enfoque. Tampoco se plantean actividades para el enfoque subjetivo, el cual es mencionado pero no es desarrollado en las unidades de probabilidad.

Los enfoques clásicos y frecuentistas tienen presencia en los dos niveles, pero solo en sexto grado de educación primaria se plantean actividades de los dos enfoques. La distribución de las actividades por enfoque parece más coherente en secundaria que en primaria. En secundaria, durante los dos primeros años se trabaja el enfoque clásico y en los tres últimos el frecuentista; el trabajo con el clásico en los dos primeros años puede tratarse de un cierre, la culminación del proceso iniciado en primaria. Durante la primaria las actividades del enfoque clásico y del frecuentista aparecen y desaparecen de forma irregular. No se encontró otro currículo de primaria donde se presentaran los dos enfoques de esa manera; lo usual es presentar primero el clásico en algunos grados de primaria, luego de alcanzar un lenguaje básico, y posteriormente el frecuentista. Es importante destacar

que en el gráfico se han ubicado las actividades de tercer grado como frequentistas, aunque posiblemente los autores las pensaron como del enfoque clásico. Incluso, esas son actividades que se consideran que corresponden con experimentos aleatorios, como se explicará más adelante.

Tabla 6.20 Distribución de actividades modelos de probabilidad según tarea solicitada por grado

Nivel	Grado o año	Uso lenguaje	Enumeración	Cálculo	Ensayo	Interpretación
Primaria	Segundo	5				
	Tercero	1			3	2
	Cuarto	1	3			1
	Quinto	1		2		1
	Sexto		2			7
Secundaria	Primero	3				1
	Segundo		8	5		
	Tercero			2		1
	Cuarto	3		7		2
	Quinto		8	5		2
Totales		14	21	21	3	17

La tabla muestra la distribución de las actividades según la tarea solicitada. Los totales indican una mayor presencia de las actividades de enumeración y de cálculo de probabilidad. Eso significa que las actividades de probabilidad tienen un sesgo hacia el uso de algoritmo para hacer cálculos, ya sea para reportar el número de combinaciones posibles (enumeración) o una probabilidad en particular.

Es importante destacar la presencia de actividades para el manejo del lenguaje de probabilidad, que se encuentra en los primeros grados de primaria y después reaparecen en primer (eventos independiente y condicionados) y cuarto año (distribución binomial) de secundaria. A pesar de la inclusión en diversos grados de actividades sobre *uso de lenguaje*, no se puede decir que en los libros se sigan recomendaciones como las de Vásquez (2018)

en cuanto a introducir el lenguaje probabilístico a partir de situaciones cotidianas para luego llegar a la cuantificación de la incertidumbre.

Asimismo, destaca la presencia solitaria de tres actividades en tercer grado donde se les solicita a los estudiantes hacer ensayos de eventos “aparentemente” aleatorios. Específicamente se le solicita jugar a *Piedra, papel o tijera* y registrar los resultados de distintos ensayos efectuados. Luego se le pregunta “¿Qué figura fue la que más veces ganó en este ejercicio? ¿Si hacemos otra prueba, crees que darán los mismos resultados?” (Moya et al., 2014b, p. 171). Posteriormente se le pide jugar de nuevo para verificar si lo respondido antes era adecuado. Esta es una actividad interesante que coincide con una recomendación de la investigación como lo es hacer ensayo y confrontar las creencias de los estudiantes con los resultados (ver por ejemplo, Konold, 1995). Ellos debe hacer los ensayos, recopilar los datos, organizarlos para luego responder las preguntas, hacer una interpretación, y luego contrastar su interpretación con nuevos ensayos. Lamentablemente no son muchas las actividades de este tipo.

Antes se había señalado que los ensayos se referían a eventos “aparentemente” aleatorios, porque aunque en principio el juego parece de azar y cada uno de los resultados tiene probabilidad un $1/3$ de aparecer, no es exactamente así. Que un jugador saque piedra, papel o tijera no es producto del azar, se trata de una decisión del jugador que desea ganar en el juego. Él juega la opción que cree que va permitirle ganar y esa decisión está influida por los resultados anteriores. Evidencia de esto fue recolectada fue en un torneo masivo de este juego en la Universidad Zhejiang (China). Según los resultados de esta experiencia, quienes ganan tienden a mantener su acción ganadora, mientras que los perdedores cambian a la siguiente acción en el orden piedra-papel-tijera (Morgan, 2014). Entonces, el juego de *Piedra, papel o tijera* no es un buen ejemplo de azar y mucho menos del enfoque de probabilidad clásico, como al parecer lo pensaron los autores.

La tabla muestra 17 actividades donde se exige la interpretación de resultados probabilísticos o de situaciones donde interviene el azar. Aunque no son la mayoría, es interesante la presencia donde se requiera que los estudiantes traten de darle significado a la probabilidad en un contexto determinado.

Tabla 6.21 Distribución de actividades ideas fundamentales de la probabilidad por grado

Nivel	Grado o año	Aleatoriedad	Eventos y espacio muestral	Enumeración	Independencia y la probabilidad condicional	Distribución de probabilidad	Convergencia y la ley de los grandes números	Muestreo	Modelización y simulación
Primaria	Segundo	5							
	Tercero	6							
	Cuarto	1	1	3					
	Quinto	1	1		2				
	Sexto	3		2	3				
Secundaria	Primero				4				
	Segundo			8	5				
	Tercero				3				
	Cuarto	2	2			7			
	Quinto			8		7			
Totales		18	4	21	17	14	0	0	0

La tabla muestra las ideas fundamentales de la probabilidad de acuerdo con Batanero et al. (2016). Llama la atención la ausencia de actividades que trabajen las ideas de Convergencia y la ley de los grandes números, Muestreo y Modelización y simulación. La idea de convergencia y la ley de los grandes números son importante para evitar el sesgo de la insensibilidad al tamaño de la muestra, más aun cuando en los libros se trabaja con el enfoque probabilidad frecuentista y es importante que los estudiantes comprendan que cada resultado es impredecible y regularidad que sólo se logra en el largo plazo.

El muestreo es importante para entender las ideas de la representatividad de la muestra y la variabilidad del muestreo, dos nociones fundamentales para comprender la inferencia estadística. Los ciudadanos con frecuencia deben hacer frente a estadísticos que se basan en muestras y la estadística inferencial, por ello es necesario que entienda las ideas de probabilidad asociadas al muestreo.

También están ausente actividades que permitan la modelización o la simulación. Un modelo es una interpretación abstracta, simplificada e idealizada de un objeto del mundo real. Las distribuciones de probabilidad, como la normal, son modelos que pueden ser

usados para describir algunas situaciones de la realidad, no solo desde el punto de vista práctico sino también teórico. En cuarto y quinto año de secundaria se trabaja la distribución de probabilidad binomial, pero no se usa como parte de una estrategia un didáctica, un sino como una forma de calcular probabilidades. Simulación es como un paso intermedio entre la realidad y el modelo probabilístico. La simulación permite la exploración de los conceptos de probabilidad y sus propiedades, además de ser un importante instrumento didáctico para la enseñanza de la probabilidad que puede ser utilizado en los enfoques informales para la inferencia (Batanero et al., 2016).

Es destacable el número de actividades dedicadas al tratamiento de la idea de aleatoriedad. Este es un concepto fundamental para la probabilidad y aunque no lo definen en los textos y la mayoría de las actividades son referidas al lenguaje del azar, es notable que se le dedique varias actividades en toda la primaria. Las actividades sobre eventos y espacio muestral son pocas y todas están referidas a la especificación del espacio muestral de experimentos aleatorios. Las actividades de enumeración, independencia y probabilidad condicionada, así como las de distribuciones de probabilidad están enfocadas al cálculo.

Esta sección se tituló *Modelos de probabilidad* porque se esperaba que la probabilidad se trabajara desde esa perspectiva, no obstante, las actividades de probabilidad tienen poca relación con los modelos, mucho de cálculo de probabilidad y algo de interpretación, con casi ninguna vinculación a la estadística, en particular a la inferencial. Además, la ausencia situaciones problemas con datos reales puede dificultar que los estudiantes establezcan relaciones entre la probabilidad y su aplicación en el mundo actual, tal como lo sugiere Pratt y Kazak (2018).

6.2.3.7 Inferencia estadística

Los fundamentos de la inferencia estadística forma parte de las recomendaciones organismos como el NCTM (2000) y los Estándares comunes para las matemáticas (CCSSI, 2010). Además está incluido en currículos de educación media de países como España, Inglaterra, Chile, Colombia y Japón, entre muchos otros. Con la inclusión de ese tema se busca que el egresado de media pueda comprender el proceso que se sigue para hacer inferencias sobre una o más poblaciones a partir del estudio de una muestra; así

como evaluar las conclusiones que emanan de estudios por muestreo. Un egresado de educación media es un ciudadano que debe, por ejemplo, participar en procesos electorales, por lo tanto recibirá información sobre encuestas de esos procesos. También puede recibir información de estudios de opinión sobre temas de interés para su municipio, realizados mediante muestreos. En ambos casos, el debería estar en capacidad de evaluar la información que se le brinda.

En los libros de texto de la CB no hay una unidad o tema donde se trate la inferencia estadística, solo se encontraron actividades relacionadas con los conceptos de población y muestra en la unidad de estadística de primer y tercer año, así como en las unidades de probabilidad de cuarto y quinto año.

En primer año, en la unidad cuyo contenido se indica es “datos estadísticos y medidas de tendencia central”, en una distribución de frecuencia se señala que el número total de sujetos es el tamaño de muestra. Posteriormente, en medio de la explicación, se presenta la siguiente actividad: “Les proponemos trabajar en esta situación: ¿En su liceo hay comedor escolar? En el caso de que sí lo haya, ¿consideran que los resultados de la opinión sobre la calidad de los alimentos que se sirven sea la misma de las de esta lección? ¿Por qué? Tomen una muestra de estudiantes de su liceo y pregúntenles su opinión sobre la calidad de los alimentos del comedor.” (Renick H. et al., 2014, p. 210). Hasta ese momento no se le ha explicado al estudiante que es una muestra ni como se selecciona una muestra, solo tiene como referencia la tabla de la página anterior donde se indica que el tamaño de muestra es el total de estudiantes considerados. ¿Es de suponer que el estudiante para dar respuesta a esta actividad solo debe preguntar a algunos estudiantes su opinión sobre el comedor? ¿Es eso una muestra?

Posteriormente se define universo, población y muestra, indicando que esta última está conformada por “algunos elementos representativos de la población para hacer el estudio estadístico”. Si el estudiante para la actividad anterior consultó algunos estudiantes, ¿cómo se aplica eso de “elementos representativos de la población”? ¿No podría quedar el estudiante con la idea de que cualquier grupo de la población es una muestra y por lo tanto representativo de la población? Pareciera que esta actividad puede crear más confusión que oportunidades de aprendizaje.

En la unidad de estadística de tercer año de secundaria se encuentran dos actividades que tiene como objetivo la diferenciación entre población y muestra.

Tomemos la variable edad y examinemos qué ocurre con estos datos:

Edades estudiantes del liceo (años cumplidos):

12, 12, 13, 11, 12, 13, 14, 14, 12, 14, 15, 15, 14, 16, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 14, 16, 15, 17, 16, 15, 16, 15.

Edades de vecinos del liceo (años cumplidos):

7, 25, 20, 43, 2, 55, 30, 21, 18, 20, 19, 27, 43, 40, 68, 50, 33, 26, 21, 19, 18, 10, 1, 22, 35, 17, 48, 51, 39.

En el caso de las edades de estudiantes del liceo,

- ✕• ¿Cuántos datos hay?
- ✕• ¿Consideran que ese sería el total de estudiantes de ese liceo?

Al examinar las edades de los vecinos,

- ✕• ¿Cuántos datos tenemos?
- ✕• ¿Se corresponden con una población o con una muestra estadística? Señalen en su cuaderno, el tamaño de la población o muestra, con la nomenclatura apropiada (N o n).

Figura 6:35 Actividades para diferenciar población y muestra

Fuente: Mariño et al. (2014b, págs. 211 y 212) 3er año

En el primer caso se presentan las edades de un grupo de estudiantes y se pregunta: *¿Consideran que ese sería el total de estudiantes de ese liceo?* Inmediatamente se ofrecen las definiciones de población y muestra. Luego se formulan unas nuevas preguntas y la segunda de ellas es claramente dirigida a consolidar la diferencia explicada unos instantes antes: *¿Se corresponden con una población o con una muestra estadística? Señalen en su cuaderno, el tamaño de la población o muestra, con la nomenclatura apropiada (N ó n).* Luego de esas preguntas, el libro aborda el tema de las medidas de tendencia central con los datos de las edades antes indicadas. Esas son las únicas actividades relacionadas con inferencia estadística en todas unidades de que tocan contenido de estadística a lo largo de los once años de primaria y secundaria. Además no hay vinculación con el proceso inducción estadística ni tampoco se establece por qué se debe diferenciar entre muestra y población más allá de usar una notación distinta para cada una de ellas.

En las unidades de probabilidad de cuarto y quinto año de secundaria también se alude a los conceptos de población y muestra, por ejemplo:

4 Si una población está compuesta por un 75% de personas que practican deportes frecuentemente y un 25% de los que no; al escoger una muestra al azar de 7 personas:

- ¿Cuál es la probabilidad de que más de la mitad de los seleccionados practiquen deportes?
- ¿Por qué es posible aplicar en este caso la Distribución Binomial? ¿Qué valor de la variable "número de personas que practican deportes", es el menos probable que ocurra?
- ¿Si se desea conocer la Probabilidad de que $x \leq 6$ es igual a calcular $1 - P(X = 7)$? Expliquen.

Figura 6:36 Ejemplo de actividad de población y muestra

Fuente: Duarte C. et al. (2014c, pág. 36) 4to año

En la actividad se presentan los parámetros de una población y se indica que se desea tomar una muestra de 7 personas, por lo que el estudiante debe calcular un conjunto de probabilidades. Todas las actividades de cuarto y quinto año, en las unidades de probabilidad, que mencionan los conceptos de población y muestra lo hacen de esa forma. En ningún momento se vincula con la inferencia estadística, ni se indica porque se relaciona con la probabilidad esos conceptos, que en tercer año se enlazaron con las medidas de tendencia central. Al igual que las actividades de estadísticas antes presentadas, el uso de los términos de población y muestra es solo referencial, queda de parte del docente hacer otras explicaciones y actividades necesarias para que el estudiante logre relacionarlos con la inferencia estadística.

Es importante destacar que en la unidad de cuarto año, previo a las actividades como la presentada en el ejemplo anterior, se encuentran varias actividades donde se utiliza el vocablo población en su acepción demográfica, que como se sabe es distinta a la que se usa en estadística. Este doble uso del término puede generar que el estudiante asuma en probabilidad la *población* tiene características semejantes a su definición en demografía, provocando una innecesaria confusión.

Como ya se ha señalado, un egresado de educación media debería comprender los fundamentos del proceso e inferencia estadística ya que en su vida cotidiana puede conocer reportes de investigaciones donde se use la inferencia estadística y debe ser capaz de comprenderlos, valorarlos y exponer su opinión. Estudios como los de Ben-Zvi (2016)

indican que tanto los niños de primaria como los de bachillerato pueden comprender los fundamentos de la inferencia estadística, logrando incluso realizar inferencia a partir de muestras.

Tal como se usan en las actividades de los libros de la CB, los términos población y muestra no adquieren ningún significado en relación con la inferencia estadística, por lo tanto no hay ningún aporte desde esos libros a la formación del ciudadano venezolano en los fundamentos de la inferencia estadística. Es lamentable que los libros de la CB no incluyeran el tema de inferencia estadística a pesar de que al parecer contaban con la libertad de incluir temas, como lo hicieron con el tema del análisis de datos bivariados que se mencionó antes.

6.2.4 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ESTADÍSTICOS EN LAS ACTIVIDADES

La resolución de problemas estadísticos comprende cuatro fases o procesos básicos: formular preguntas, recolectar datos, analizar datos e interpretarlos. En esta sección se analizan las actividades desde la perspectiva de su contribución a la comprensión y desarrollo de la solución de problemas estadísticos.

Se consideran solo las actividades de estadística por ser las que directamente estarían vinculadas con el proceso de investigación. Además de los cuatro componentes básicos se ha agregado un quinto que se denominó *Comunicación de Resultados*. En esa categoría se incluyen las actividades que exigen que el estudiante explique o comparta los resultados obtenidos con otras personas. Como se mencionó antes, esta es una competencia deseable para cualquier ciudadano; poder explicar o compartir su punto de vista sobre una información estadística.

Las actividades se clasificaron de manera que si involucraban varios procesos su ubicaban en el mayor nivel. Así una actividad de interpretación de resultados puede referirse solo a la interpretación de un resultado proporcionado por el libro o también puede ser que la actividad involucre los procesos de formular preguntas, recolectar y analizar datos.

En el conjunto de actividades se identificaron algunas que no se podrían clasificar en ninguna de las etapas de la resolución de problemas estadísticos ya sea porque eran preguntas de tipo teórico o porque eran actividades más amplias que abarcaban todas las etapas. A las primeras se le excluyó, pero a las segundas se les denominó de *Investigación Estadística*, porque plateaban o sugerían la realización de una investigación de tipo estadística.

En el gráfico que se presenta a continuación se muestra las actividades clasificadas en los procesos de la resolución de problemas estadísticos. Las actividades de *Investigación Estadística* no se incluyen en el gráfico, pero si se comentan más adelante.

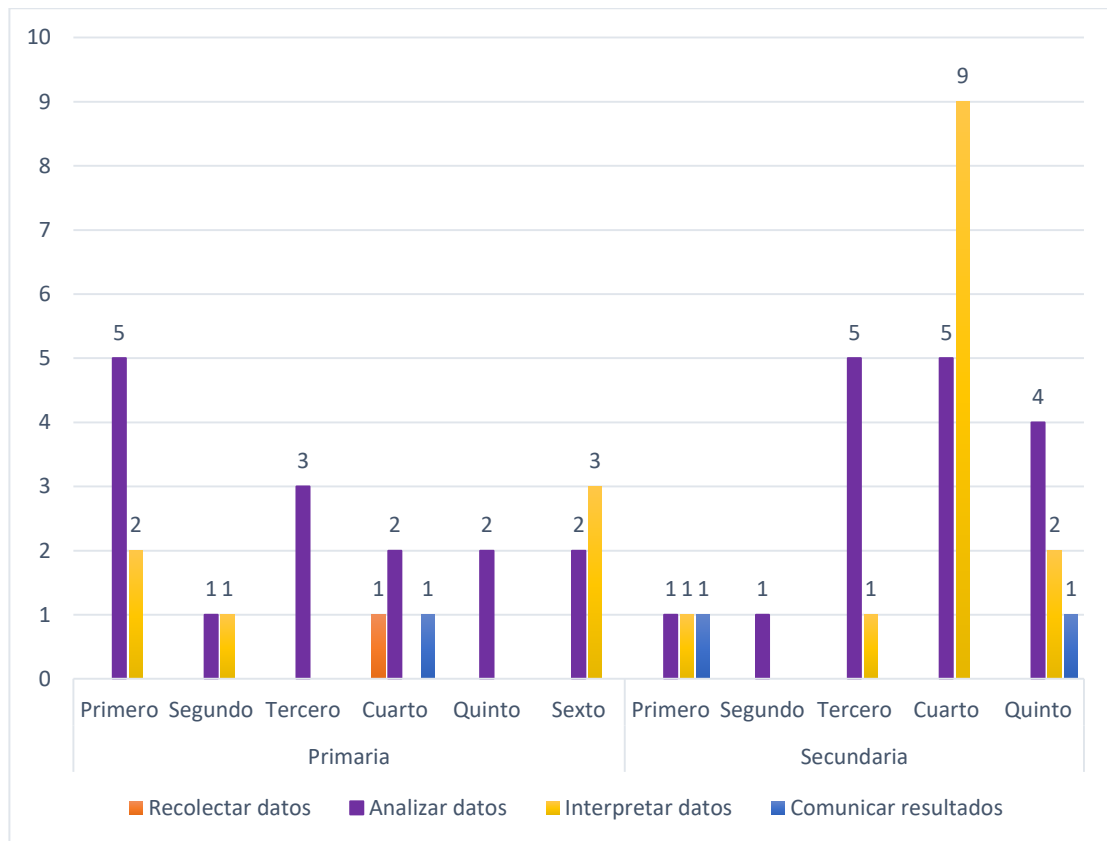


Figura 6:37 Actividades de Resolución de Problemas Estadísticos por grado

A primera vista se puede notar que ninguno de los grados incluye actividades con todos los procesos necesarios para la resolución de problemas estadísticos (RPE). La mayor cantidad de procesos es tres y se encuentran en cuarto grado de primaria, primer y quinto año de secundaria. En todos los demás grados se encuentran dos procesos, a

excepción de segundo de bachillerato que solo hay una actividad sobre el proceso de RPE. En principio esto indica que en ningún grado se trabajaran todos estos procesos mediante las actividades planteadas en los libros, salvo en donde se encuentran actividades de comunicación, en caso de que esa actividad incluya los procesos previos. La poca presencia de actividades de formular preguntas de investigación, recopilar datos e interpretar resultados coincide con los resultados por Yanık, Özdemir y Eryılmaz Çevirgen (2017).

La distribución de los procesos por grado durante la primaria no sugiere que sigan un esquema o secuencia sistemática con miras a que el estudiante comprenda en forma progresiva todos los procesos de la RPE. Por ejemplo, en primer grado se encuentra actividades referidas a recolección, análisis e interpretación de datos. Son tres procesos que se complementan y dan al estudiante una mirada global de la RPE, la ausencia de actividades para los procesos de formulación de preguntas y comunicación de resultados podrían justificarse en la edad de los estudiantes. Se esperaría entonces que en los grados siguientes se continuara con esos tres procesos y de forma progresiva se incorporaran las otras etapas o que se planteen actividades que incluyan varios procesos a la vez, de tal manera de ir profundizando en la RPE. No obstante, se encuentra que en segundo grado se omite la recolección de datos y la actividad de interpretación de datos no requiere que estudiante previamente recolecte y analice los datos. Se trata de una actividad de lectura de datos a partir de un gráfico que se encuentra en el libro.



ABC ¿...?
123

¡Algo para conversar!

¿Podemos determinar cuál fue el color favorito de las niñas y los niños de nuestro salón?
¿Cuál es el color que menos preferencia tiene entre las niñas y los niños del salón?

Figura 6:38 Ejemplo de actividad de Resolución de Problemas Estadísticos

Fuente: Duarte C. et al. (2014a, pág. 164) 2do grado

En tercer grado hay tres actividades de analizar datos pero solo una (página 165) incluye la recolección de datos, pero además sin plantear la pregunta que orienta esa recolección. En cuarto grado se encuentra una actividad de comunicación de resultados que requiere de la recolección de datos, la representación de los datos mediante un gráfico (análisis), responder algunas preguntas, para luego comunicar los resultados. Esta es una actividad completa que permite al estudiante pasar por todas las etapas de la RPE.



Organiza y presenta esos datos para compartirlos, conversarlos y colocarlos en la cartelera de tu salón.

- a) ¿Tu familia está contribuyendo con el ahorro energético de su comunidad y del país?
- b) ¿Tu comunidad estará ayudando a utilizar conscientemente los recursos naturales del país y del planeta?
- c) ¿Qué otras formas de ahorro de energía eléctrica existen?
- d) ¿Qué otros recursos naturales podemos cuidar desde la escuela, tu hogar y tu comunidad?

Figura 6:39 Ejemplo de actividad de Resolución de Problemas Estadísticos 4to grado

Fuente: Rojas et al. (2014a, pág. 165) 4to grado

Se podría esperar que en los grados siguientes se plantearan actividades similares a la anterior que incluyan varios procesos de la RPE, sin embargo no es así. En quinto grado se encuentran solo actividades de análisis de datos mientras que en sexto hay actividades de análisis de datos y de interpretación de resultados.

En bachillerato la distribución de procesos por año favorece un poco más a la interpretación de resultados, aunque en general, la mayor cantidad de actividades corresponde al proceso de análisis de datos. La comunicación de resultados solo aparece en primer y quinto año.

Como se indicó antes, en el gráfico anterior no se reflejan las cinco actividades que se clasificaron en la categoría *Investigación Estadística*, donde el estudiante debe cumplir con la mayor parte de los procesos que conforman la RPE. Estas actividades se ubican una en cada uno de los tres primeros años de bachillerato y dos en quinto año. La exigencia cognitiva de las actividades ubicadas en esta categoría varía de forma importante. Por ejemplo:

Hagan una lista de las actividades que realizan diariamente los miembros de su casa: mamá, papá, hermanos, abuelos, entre otros, e indiquen el tiempo en minutos, que utilizan en cada una de ellas. Organícenlos y preséntenlos en una tabla de frecuencias, y calculen el modo, la mediana y la media. ¿Qué pueden decir del valor obtenido de la media aritmética, de la mediana y del modo?

Figura 6:40 Ejemplo de actividad de Resolución de Problemas Estadísticos

Fuente: Renick H. et al. (2014a, pág. 211) 2do año

① Plantéense otros temas de interés para la indagación estadística y en la que puedan fortalecer los aprendizajes adquiridos en esta lección.

Figura 6:41 Ejemplo de actividad de Resolución de Problemas Estadísticos

Fuente: Mariño et al. (2014, pág. 217) 1er año

En el primer ejemplo, al estudiante se le pide recolectar datos, organizarlos, presentarlos en una tabla de frecuencia y calcular las medidas de tendencia central. Luego debe indicar que significan los valores obtenidos. En esta actividad el estudiante debe recopilar, analizar e interpretar los datos, cubre tres de los cinco procesos definidos para la RPE. Pero se le indica qué debe hacer, incluso que debe preguntar en la recopilación de datos.

En cambio el segundo ejemplo se trata de una actividad abierta donde se supone que el estudiante debe plantear un problema de investigación que se pueda resolver mediante el uso de la estadística y que en este caso en particular llegaría hasta la aplicación de las medidas de tendencia central, por ser el contenido de estadística que se trabaja en ese grado. En esta actividad el estudiante tiene oportunidad de pasar por todos los procesos de la RPE, ese el punto en común con la otra actividad. Las otras tres actividades

que se ubicaron en esta categoría son semejante al primer ejemplo, realizan varios procesos de la RPE pero se le indica qué hacer.

La duda que se presenta con la actividad del segundo ejemplo es si el estudiante ha recibido las oportunidades de aprendizaje que le permitan resolver con éxito la actividad planteada. Si el estudiante solo ha trabajado con actividades similares a las que se encuentra en los libros parece un poco difícil que vaya más allá de reproducir una situación similar a las ya enfrentadas. Otra duda es si los docentes estarán en capacidad de orientar y evaluar una actividad de este tipo.

6.2.4.1 Formular preguntas

Se puede apreciar en el gráfico la ausencia de actividades referidas a la formulación de preguntas. Las actividades de formulación de preguntas son importantes porque, presentadas de forma progresiva, ayuda a que el estudiante diferencie problemas que pueden ser respondidas mediante la estadística y cuáles no. En los primeros grados se podría aspirar a encontrar actividades que le formulen al pregunta al estudiante para para que en los años finales se planteen actividades que lo lleven a él se plantearse sus propias preguntas de investigación.

Distinguir entre problemas que se pueden solucionar mediante el uso o no de la estadística es básico para saber cuándo son necesarios son datos y eso lleva al reconocimiento de la variabilidad. Claro está, el proceso de formulación de pregunta no necesariamente tiene que presentarse como una actividad única, también puede ir asociados a las otras etapas de la RPE.

6.2.4.2 Recopilar datos

Como se indicó en la sección anterior, solo se encontró una actividad donde se le plantea al estudiante que recolecte datos, esta actividad se halla en cuarto grado y está vinculada con la actividad que le sigue, donde se pide al estudiante presentar los datos en un gráfico, responder algunas preguntas y comunicar las conclusiones a las que llega.



Recolecta en tu familia y con los vecinos y vecinas, los mismos datos que estudiaste en esta lección. Pregúntales o visítalos, y cuenta cuántos bombillos ahorradores y no ahorradores tienen en sus viviendas. Anota los resultados para cada una de las viviendas de tus familiares o vecinos.

Figura 6:42 Ejemplo de actividad de Resolución de Problemas Estadísticos

Fuente: Rojas et al. (2014a, pág. 165) 4to grado

En la actividad no se plantea por qué son necesarios esos datos, pero la redacción establece la vinculación el tema de la unidad (la energía y el uso de bombillos ahorradores) que se ha trabajado, por lo que el estudiante podría deducir qué se busca con estos nuevos datos. Los datos recopilados en esta actividad serán usados en la siguiente, donde el estudiante debe llegar hasta la comunicación de resultados al exponerlos en el aula. Desde la perspectiva de los procesos de la RPE, Esta es una actividad apropiada que, al vincularse con la siguiente actividad, incluye varias etapas y favorece la comprensión del uso de la estadística para resolver problemas.

6.2.4.3 Analizar datos

Las actividades clasificadas como de analizar datos son las que tienen presencia en todos los grados o años de los libros de la colección, además de ser el proceso con mayor cantidad de actividades. No es extraño el énfasis en las actividades de Análisis de Datos ya que resultados similares fueron encontrados por Newton, Horvath y Dieteker (2011) y Jones y Jacobbe (2014).

En la RPE, el *Analizar datos* incluye el uso de métodos numéricos o gráficos para describir distribuciones, así como apoyarse en las propiedades particulares de distribuciones en el contexto concreto, por lo tanto incluye la selección del método numérico o gráfico según el conjunto de datos con el que se esté trabajando. No solo hay que saber cómo usar el método, sino también cuándo usarlo. Entonces, lo lógico es que

en el libro se planteen actividades que permitan realizar las distintas tareas de *Analizar datos*.

La realidad es que todas las actividades de *Analizar datos* que se encuentran en los libros de la CB son para calcular medidas o construir tabla o gráficos con la indicación precisa de lo que tiene que hacer.

Apoyándonos en las ideas anteriores, (1) calculen el Modo, la Mediana y la Media aritmética de las edades de los vecinos de ese liceo. (2) ¿creen ustedes que la edad que más se repite en estos vecinos es también 14 y 15 años? ¿La edad que divide en dos mitades a esos valores es la misma que la de las y los estudiantes del liceo?

Figura 6:43 Ejemplo de actividad de Resolución de Problemas Estadísticos

Fuente: Mariño et al. (2014b, pág. 214) 3er año

Todas las actividades son algorítmicas o de reproducción de un proceso explicado previamente en el libro. El estudiante nunca es enfrentado a una actividad donde tenga que elegir el gráfico más apropiado según el conjunto de datos o la medida de tendencia central que mejor resumen los datos con los que se trabaja. Otro problema que tienen estas actividades es que en contadas oportunidades se vincula con los procesos que lo preceden en la RPE, como lo son la formulación de preguntas y la recopilación de datos. Eso sin duda es una debilidad de estas actividades.

Entonces, de las 52 actividades asociadas a procesos de RPE, 27 pertenecen al proceso de Analizar Datos, pero en el nivel más elemental como lo es la aplicación de algoritmos o la reproducir procedimientos conocidos. Si bien con ellas se cubre una necesidad de formación podría dejar un vacío en la formación estadística del ciudadano al excluir actividades de mayor exigencia y vinculación con la aplicación de la estadística.

6.2.4.4 Interpretar resultados

La interpretación de datos aparece en siete de los once grados de la educación venezolana, eso sin duda es un punto a favor de los libros, aunque, lamentablemente, los ubican de forma discontinua. Tercero, cuarto y quinto de primaria, así como segundo de secundaria son los únicos que no tienen actividades que exijan *interpretar resultados*. Si bien la continuidad no es una condición *sine qua non* en el caso de los temas de matemática es una característica deseable.

Con la interpretación de resultados se busca darle sentido los procesos realizados durante el análisis de datos, lo adecuado es que la interpretación se vincule con la pregunta original, que motivó la recolección y análisis de datos. En ese sentido, lo adecuado es que las preguntas de interpretación estén asociadas a procedimientos previamente realizados, como fue el caso de la actividad que cuarto grado antes mencionada. También es posible que en los grados iniciales, se realice preguntas directas sobre tablas o gráficos que permitan a los estudiantes *Leer los datos*, como el paso inicial de la interpretación.

Las actividades de interpretación se clasificaron utilizando los niveles de comprensión gráficas de Friel et al. (2001) haciendo pequeños ajustes y se hallaron actividades en los tres niveles iniciales de exigencia: *Leer los datos*, *Leer dentro de los datos* y *Leer más allá de los datos*. Lo adecuado es que haya actividades de los tres niveles y que vayan aumentando el nivel de exigencia a medida que se avance en el nivel educativo. Eso se cumple parcialmente en las actividades de los libros de texto de la CB, ya que en la primaria no hay actividades de *Leer los datos*, sino que se encuentran de *Leer dentro de los datos* y *Leer más allá de los datos*. La única actividad de *Leer los datos* se halla en cuarto año de bachillerato, un nivel que a lo mejor no le hace falta, si es que han superado con éxitos las actividades de los grados y años precedentes, donde solo hay actividades de mayor exigencia.

Por otra parte, la mayoría de las actividades de interpretación están vinculadas a datos proporcionados en los libros, presentadas en forma de tablas, gráficos o mediadas estadísticas. Entonces no se puede decir que la interpretación de datos en los libros de la CB forma parte de una actividad que incluya varios procesos de la RPE. Esa situación brinda una visión parcial de la RPE, ello resalta la importancia de lo que se ha denominado actividades de *Investigación Estadística*, ya que le permitirían aplicar todos los procesos, al igual que las actividades de comunicación como se verá a continuación.

6.2.4.5 Comunicación de resultados

La comunicación de resultados no es como tal un proceso de la resolución de problemas, pero si es una habilidad importante para un ciudadano, ya que en ocasiones debe presentar o discutir información estadística en forma oral o escrita. Gal (2002)

destaca el valor de la comunicación de las opiniones respecto a las informaciones estadísticas en su definición de Alfabetización Estadística.

Son tres las actividades de *Comunicación de Resultados* que aparecen en los libros de texto de la CB, una en cuarto grado de primaria, una en primer año de secundaria y una en quinto año. Todas son actividades que requieren de la recolección, análisis e interpretación de datos, como procesos previos a la comunicación como tal, por lo tanto, son actividades que le ofrecen al estudiante la oportunidad de aplicar todas las etapas de la RPE.

Este tipo de actividades puede favorecer la comprensión de la aplicación de la estadística y con ello la formación estadística del ciudadano. Si estas actividades se suman a las de *Investigación Estadística* se tendrían en total de ocho para los once años de escolaridad, eso es menos de una por año, distribuidas, además, de forma casi que azarosa en los once grados. Otro aspecto es que tiene que ver con los conocimientos que pueden usar en la RPE. Como se señaló los libros de la CB no incluyen temas de inferencia estadística ni de diseños de investigación por muestreo lo cual no le permitiría, por ejemplo, comprender ni discutir con propiedad los resultados de una encuesta pública de opinión, lo que constituye una limitante en la formación estadística del ciudadano venezolano.

De forma global, la evidencia sugiere que la distribución de las actividades por grado de las distintas etapas de la RPE no sigue un proceso sistemático, ni lineal ni en espiral, que ayude a los estudiantes a aprender a solucionar problemas mediante la estadística.

6.2.5 VALORES EN LAS ACTIVIDADES

Al igual que en el caso de las lecciones, en las actividades no se encontraron menciones o referencia a aspectos como la responsabilidad, respecto, libertad, confidencialidad, etc. vinculadas al uso de la estadística. Lo que sí se halló fueron actividades que pueden considerarse con sesgo ideológico, como las mencionadas en páginas anteriores.

6.3 SOBRE LA FORMACIÓN ESTADÍSTICA DEL CIUDADANO

Luego del análisis de las unidades de estadística y probabilidad de los libros de matemática de la Colección Bicentenario queda por caracterizar la formación estadística que se encuentra en ellos.

6.3.1 LAS IDEAS ESTADÍSTICAS FUNDAMENTALES

El primer aspecto que caracteriza la formación estadística del ciudadano es la comprensión de las ideas estadísticas fundamentales, de allí que investigadores como Burrill y Biehler (2011) y Batanero y Borovcnik (2016) lo propongan como centro de la formación estadística. Los libros de texto de la Colección Bicentenario incluyen todas las ideas estadísticas fundamentales aunque el abordaje que hace de cada una es incompleto y con poca vinculación entre ellas.

En la idea *Datos* se trabajan fundamentalmente aspectos elementales de la reelección de datos y se trabaja tangencialmente lo referente a los tipos de datos y el proceso de medición, lo que ayuda poco a que los estudiantes comprendan por qué son necesarios los datos y cómo se producen. La *Variabilidad*, un concepto primordial para la estadística, solo es trabajada desde la perspectiva de su medición, por lo que los estudiantes solo se aproximarían al concepto desde el cálculo y no como un aspecto natural de la vida cotidiana que necesita ser comprendido desde una visión estadística. La variabilidad es un punto esencial para distinguir a la estadística de las matemáticas, así que omitirlo no es cualquier cosa.

Las *representaciones*, tabular y gráficas, es quizás la idea estadística que con mayor frecuencia se encuentra un ciudadano. Los gráficos y las tablas son usados a diario para presentar información de diverso tipo en diferentes medios. En los textos de la Colección Bicentenario los gráficos quedan relegados a la primaria y casi exclusivamente con un tipo de gráficos: el de barras. Además los gráficos son presentados como medios para exponer información, de allí que en las actividades se haga énfasis en su construcción y en pocas oportunidades se solicite su interpretación. Algo similar ocurre con las tablas, aunque aparecen más allá de la primaria, también son medio para presentar resultados no medios

para extraer información. Si se asume la premisa que los libros definen lo que se enseña en matemáticas, Venezuela sería unos de los pocos casos en el mundo, quizás el único, donde se trabaja solo un tipo de gráfico durante la primaria y secundaria, pero además enfocado en la construcción y no en la interpretación. Muy diferente, por ejemplo, al caso de Singapur, que se concentra en los gráficos pero entrado en la interpretación de distintos gráficos y con apoyo de la tecnología.

La idea de *Distribución* es trabajada desde una perspectiva algorítmica, de cálculo de medidas, con casi ninguna referencia a cuándo se deben usar ni qué información aportan. Eso se nota de forma más clara en las actividades cuando casi siempre se indica cuál medida se debe calcular, sin dar oportunidad para que el estudiante decida la medida a usar frente a un problema en particular. En *Análisis de datos bivariantes* la situación es un poco mejor porque cubre los tres campos de problemas que caracterizan a la correlación y regresión lineal, pero de nuevo se hace de forma incompleta. Por ejemplo, al tratar la regresión solo se presenta una recta de regresión (Y sobre X) perdiendo una excelente oportunidad de diferenciar este concepto de la función lineal en matemática, dejando, además, abierta la oportunidad para confusión de conceptos. Asimismo, en correlación nunca se hace la diferenciación entre correlación y causalidad.

En cuanto a *Modelos de probabilidad*, hay poco de modelos y mucho de cálculo de probabilidad. Un aspecto positivo es que se mencionan todos los enfoques probabilísticos, pero solo se trabaja el clásico y el frecuencial, con exigua utilización de ellos para la interpretación de situaciones plausibles de incertidumbre. Las simulaciones como instrumento didáctico o como medio de análisis de situaciones de incertidumbre son prácticamente inexistentes. El único modelo que se trabaja, el binomial, con un fuerte sesgo al cálculo de probabilidades.

La *Inferencia estadística* es la idea menos trabajada. Los conceptos de universo, población y muestra es lo más cerca que está un estudiante que trabaje con estos libros de la idea de inferencia. Aunque en algunas oportunidades se solicita tomar una muestra, no se deja claro exactamente a que se refiere. Si bien es cierto que este no es un tema que se encuentre en los programas, la inclusión en los libros del tópico de índices estadísticos y del *Análisis de datos bivariantes*, los cuales tampoco están en los programas, sugiere que los

autores contaban con la suficiente libertad para incluir nuevos temas. La frecuente aparición de información a partir de inferencia estadística deja al ciudadano venezolano que se forme con estos libros en desventaja respecto a sus pares de otras partes del mundo.

Otros aspectos a destacar es que ideas estadísticas como los *Datos*, la *Distribución*, las *Representaciones* y los *Modelos de probabilidad* que tiene presencia en varios grados de la primaria y secundaria son presentados, aparentemente, sin una secuencia que le permita al estudiante profundizar en esas ideas a medida que avance en su formación y en correspondencia con su desarrollo evolutivo. Esas ideas aparecen y desaparecen en los libros de un grado a otro, al parecer, sin seguir una planificación previa.

6.3.2 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ESTADÍSTICOS

Cada una de las unidades de estadística y probabilidad tienen un tema central, lo que sugiere que en cada caso podría tener el propósito de resolver un problema estadístico. La estadística es un instrumento que ayuda a resolver problemas donde está presente la variabilidad o la incertidumbre. De allí que la idea de un tema central donde se exponga un problema y se resuelva en el desarrollo de la unidad es una buena alternativa. Lamentablemente, desde la perspectiva del análisis realizado, en los libros de la colección Bicentenario no se logra.

La *resolución de problemas estadísticos* está en todos los libros de matemáticas de la C.B., la forma como se presenta no permite que los estudiantes puedan trabajar los diferentes procesos en todos los grados, cambiando el nivel de complejidad y de profundidad de ellas. La etapa de *formulación de pregunta*, germen del problema estadístico a resolver, es la que menos se trabaja en todos los grados y nunca se hace para que el estudiante se plantee un problema. El mayor énfasis se hace en el *análisis de datos*, pero, tanto en lo teórico como en las actividades, se enfoca en la construcción de tablas o gráficos o el cálculo de medidas, con precisiones sobre qué construir o calcular y casi ninguna oportunidad para decidir cuál la medida o gráfico adecuado para el conjunto de datos.

La *recolección de datos*, es la fase más trabajada después del *análisis de datos*, también se hace con casos específicos que con frecuencia solo cambia el grupo de sujetos dónde se solicitaran los datos. La *interpretación de datos* no está en todos los grados donde hay *análisis*

de datos, lo cual indica que en varias ocasiones la “resolución del problema” queda incompleta. Ello podría dar una visión al estudiante que es posible calcular medidas sin necesidad de dar respuesta al problema de donde surgieron los datos. La *comunicación de resultados* tiene poca presencia, pero que se le considere es un aspecto importante en términos de la formación estadística del ciudadano, el cual con frecuencia debe comunicar lo que piensa sobre las situaciones que involucran la estadística que confronta.

6.3.3 VALORES EN LA FORMACIÓN ESTADÍSTICA

Este aspecto es inexistente en las unidades analizadas. Ni en las lecciones ni en las actividades aparece menciones o referencias a aspectos como: la responsabilidad en el manejo de la información recolectada, el respeto a las personas consultadas, la libertad que tiene la persona para responder o no las preguntas, la honestidad al responder las preguntas de un cuestionario o entrevista, la confidencialidad y seguridad de que las respuestas que proporcione la persona solo serán usadas para el estudio.

En definitiva, la formación estadística que se ofrece al ciudadano venezolano por intermedio de los libros de texto de la colección Bicentenario parece estar caracterizada por:

- ✓ Un cuestionable manejo de las ideas fundamentales de la estadística, enfocado básicamente al cálculo de medidas estadísticas, con escaso comprensión de los conceptos que soportan esos procedimientos.
- ✓ Un bajo desarrollo de las habilidades que le permitan la resolución de problemas que involucren el uso de la estadística.
- ✓ Exiguas posibilidades de interpretar o evaluar de forma crítica la información estadística presentes en medio de comunicación o reportes de investigación. Las principales dificultades podrían estar en la extracción de información de gráficos, la interpretación de medidas de estadística descriptivas e inferencial, la interpretación de la probabilidad y su uso para modelar la realidad.

- ✓ Dificultades para comunicar las conclusiones de los análisis estadísticos de forma clara y eficaz.
- ✓ Poca o ninguna comprensión de la necesidad de manejar con responsabilidad y confidencialidad las respuestas proporcionadas por los informantes, su libertad para responder o la necesidad de responder con honestidad los cuestionarios donde le soliciten su colaboración.

Todo lo anterior sugiere que la formación estadística que ofrece el Estado al venezolano, por intermedio de los libros de texto de la colección Bicentenario, es débil y que poco lo ayudara a ejercer una ciudadanía plena, cuando situaciones en lo político, social, cultural, ambiental y económico (de un mundo globalizado y en permanente cambio) le exijan del conocimiento estadístico.

Capítulo 7 **CONCLUSIONES**

“La libertad, Sancho, es uno de los más preciosos dones que a los hombres dieron los cielos; con ella no pueden igualarse los tesoros que encierra la tierra ni el mar encubre; por la libertad así como por la honra se puede y debe aventurar la vida, y, por el contrario, el cautiverio es el mayor mal que puede venir a los hombres.”

Miguel de Cervantes, Don Quijote de la Mancha (Capítulo LVIII)

En este capítulo se exponen las conclusiones alcanzadas sobre cada uno de los objetivos y supuestos fijados en el Capítulo 1 de esta investigación.

7.1 SOBRE EDUCACIÓN Y CIUDADANÍA

En el Capítulo 2, se discutieron conceptos como ciudadanía y ciudadano, así como su vinculación con la educación. Un punto fundamental sobre los dos primeros constructos es que son polisémicos e históricos, cuyos significados que han evolucionado con el paso del tiempo producto de la influencia de los cambios que surgen de la sociedad. En ese sentido, la revolución francesa de 1789 marca un hito en la transición de súbdito a ciudadano, con cambios permanente hasta llegar, en este momento por ejemplo, al concepto de *Ciudadanía Mundial* que propone la UNESCO (2016).

En el mundo actual, la ciudadanía es una identidad cívica compartida que implica la existencia de valores, intereses y motivaciones comunes. Es sentirse miembro de una comunidad con ánimos de alcanzar la convivencia pacífica, con derechos pero también con obligaciones, siempre en búsqueda del bienestar común. Eso lleva a destacar el rol de la participación del ciudadano como acto voluntario, desde la toma de conciencia, para hallar soluciones colectivas a los problemas de la comunidad.

Pero la participación exige necesariamente la igualdad y la libertad de todas las personas, los cuales son dos principios básicos de la ciudadanía. Si para tener derecho a la salud las personas deben ser portadoras de un *carnet*, entonces en esa sociedad no hay

igualdad entre los ciudadanos. Hay unos ciudadanos que tienen unos derechos que otros no lo tienen por el simple hecho de no tener el *carnet*. Sin igualdad no hay ciudadanía, no puede haber ciudadanos con más derechos que otros o cuya opinión sea de mayor valor que la de otros.

No se puede participar en la sociedad si no hay libertad. Si la opinión o decisión de una persona puede ser quebrantada por otras personas, por instituciones (públicas o privadas), esa persona no tiene libertad, por lo tanto, su participación es vulnerada y con ello su ciudadanía. Si una persona debe renunciar a su opinión para tener acceso, una vez al mes, a un kilo de arroz y una bolsa de leche, es una persona que entrega parte de su libertad por alimentos. Es como si se viviera en el sistema feudal, donde siervos mantenían una relación de dependencia con los nobles. Tampoco que se puede participar si no hay libertad de expresión o de información. Un ciudadano no puede participar en su comunidad en su país si hay un “alguien” que limita el libre acceso a la información en internet o si los organismos oficiales no proporcionan información de acceso abierto sobre sus programas y actividades. Si un ciudadano, o los medios de comunicación, deben autocensurarse para evitar “problemas” con los organismos oficiales u órganos de poder, entonces en ese país la ciudadanía esta transgredida.

Hay una relación biunívoca entre democracia y ciudadanía. Los ciudadanos necesitan de instituciones que garanticen la posibilidad de participación con igualdad y libertad (política, económica, social, de culto, de expresión, etc.), además de los derechos humanos, la justicia, la no discriminación, el respeto a la diversidad y al pluralismo. La democracia está basada en los derechos de los ciudadanos, donde el gobierno está sometidos a leyes y hay separación de poderes, que necesita de personas responsables de sus posiciones y acciones en la sociedad, que participen en la cosa pública. La democracia es un sistema imperfecto pero mejorable cuando los ciudadanos se involucran en la búsqueda del bienestar común. Sin democracia no es posible la ciudadanía, pero sin educación los ciudadanos no pueden comprender el valor de la democracia y desarrollar las competencias necesarias para vivir en ella, para ir más allá de los derechos políticos, que les permitan conquistar sus derechos sociales y civiles.

Cuando se habla de conceptos como libertad, igualdad, derechos humanos, democracia, justicia, pluralismo ... todos en el mundo actual parecen coincidir en su importancia, incluso los regímenes totalitarios, donde se realizan detenciones sin orden judicial, volviendo a tiempos anteriores al *Acta de Habeas Corpus* de la Inglaterra de 1679. Una diferencia entre los Estados que creen y respetan conceptos como los antes nombrados y los que no los respetan, está en el tipo de educación que ofrecen a sus ciudadanos.

La asociación entre educación y ciudadanía es una aspiración permanente de la sociedad. Se sabe que no toda persona que transita la educación formal ejerce a plenitud su ciudadanía, pero la exclusión del sistema educativo deja a la persona en desventaja respecto a otros ciudadanos. Como lo señala Savater (2000), esa asociación estaba clara para los griegos y por ello la *paideia* era una parte imprescindible ellos, era la forma de hacer llegar a las nuevas generaciones los saberes, normas y valores, de preservar la democracia.

Pero la investigación ha dado evidencia que no todas las estrategias educativas son apropiadas para el desarrollo de la ciudadanía. Muñoz Labraña y Martínez Rodríguez (2015) indican que la verticalidad en el aula entorpece la participación de los estudiantes, dejando muy poco espacio para la comunicación libre y respetuosa, sustento de la vida paritaria en sociedad. Si se desea ciudadanos que actúen de forma libre y responsable en el contexto individual y social, la educación deber ir en esa dirección. La educación transmisiva y reproductora de conocimiento no favorece el desarrollo del criterio propio, la creatividad y la criticidad, características necesarias de un ciudadano que debe enfrentar con éxito los problemas de la sociedad actual.

En esa formación del ciudadano, la matemática juega un rol importante ya que brinda la posibilidad del análisis cuantitativo de problemas y usar el conocimiento matemático para conocer y criticar la realidad. Una evidencia de ello es el cambio de la definición de alfabetismo que hace UNESCO (2005) donde incluye la habilidad de identificar, comprender, interpretar, crear, comunicar y calcular, utilizando materiales impresos y escritos asociados con diversos contextos. Organismos como la OCDE (2013) y autores como Mora (2001) y Jablonka (2003) destacan la importancia de la matemática en la vida del ciudadano.

Un ciudadano necesita conocimientos de matemáticas para comprender y tomar decisiones a partir de resultados de encuestas, leyes electorales, propuestas de financiamientos a obras públicas, impuestos, ofertas en precios de productos semejantes, alternativas de pago de servicios (Alsina, 2010). Pero también tiene que estar preparados para identificar “noticias falsas” que involucren datos numéricos, valorar informaciones que se difunden con soporte en las estadísticas. La matemática permite que el ciudadano sea capaz de analizar, interpretar y evaluar la validez de la información cuantitativa a la que accede. La matemática ayuda a desarrollar el pensamiento abstracto y el razonamiento lógico, a comprender y utilizar el método científico. En consecuencia, ayuda a analizar y entender los problemas de la vida cotidiana, a extraer las características comunes a distintos problemas, a diferenciar información relevante de la insustancial, a extraer conclusiones sobre la base de la evidencia. Todo ello coadyuva a la formación de un ciudadano crítico, más difícil de ser manipulado por intermedio de fallos lógicos.

Dependiendo del enfoque que se le dé a la enseñanza de la matemática, con ella se pueden desarrollar habilidades como (a) argumentar, (b) razonar, (c) resolver problemas, (d) interpretar informaciones, (e) tomar decisiones; con lo cual se favorece el desarrollo del sentido crítico. Autores de corrientes distintas de la educación matemática como Mora (2001), Jablonka (2003) y Alsina (2010) coinciden en el valor de la matemática para la formación de ciudadanos críticos y reflexivos. Como se señaló antes, las diferencias estriba en cómo se lleva a cabo la enseñanza, los puntos de atención del aprendizaje, las estrategias y medios utilizados.

El libro de texto es uno de los recursos didácticos con que cuenta docentes, estudiantes y padres; aunque algunos autores (por ejemplo, Torres Santome, 1989; Gimeno Sacristan, 1991) lo consideran muy limitado y le hacen cuestionamientos. Pero autores como Alzate Piedrahita y Gómez Mendoza (2008) creen que los libros más recientes han ampliado y diversificado sus funciones, haciendo esfuerzos por la integración de conocimientos entre las disciplinas. Asimismo, el desarrollo de libros de texto digitales (incluidos en la definición de texto de escolar de Ramírez, 2002) ha ampliado sus posibilidades didácticas y de interacción.

Lo que sí es innegable es que pueden ser usados para transmitir valores de la cultura dominante, la manipulación ideológica y el control político. Ese parece ser el caso de los libros de la Colección Bicentenario, cuando autores como UCAB (2011), Ramírez (2012) y Arteaga (2014) han señalado que los libros del área de Ciencias Sociales tergiversar la historia, hacen propaganda a los programas del gobierno y rinden culto al fallecido presidente Chávez. Ello significa que no respetan la pluralidad política que debe caracterizar una sociedad democrática, en consecuencia se convierte en transmisores de valores antidemocráticos.

En el caso de matemáticas los libros de texto suelen ser utilizados principalmente por el docente para preparar sus clases y como fuente de actividades para el estudiante. Y aunque poco se sabe sobre el uso autónomo por parte del estudiante, no hay dudas que es de uso frecuente en la clase de matemática al punto que puede determinar la matemática que se debe aprender y además cómo aprenderla.

Los libros de matemáticas también pueden ser un vehículo para ideologizar, incluso puede ser más efectivos que en otras áreas del conocimiento porque se amparan en la aparente neutralidad de la matemática. Andonegui (2015) considera que los libros de matemáticas de la colección Bicentenario hay sesgo político, sobre todo al vincular algunos conocimientos matemáticos con la realidad nacional.

En resumen, el libro de texto de matemáticas es un recurso didáctico de gran uso por parte del docente que puede ayudar a la alfabetización matemática de ciudadano al proporcionarle los conocimientos necesarios para manejarse con prestancia en la sociedad actual. La profundidad y calidad de esa alfabetización está asociada a las metas y métodos de enseñanza y aprendizaje utilizados durante su tránsito por la escuela.

7.2 SOBRE LA FORMACIÓN ESTADÍSTICA QUE OFRECEN LOS LIBROS DE LA COLECCIÓN BICENTENARIO

El análisis de la formación estadística del ciudadano planteada en los textos escolares de la colección Bicentenario se dividió en lecciones y actividades. Sobre las lecciones se encontraron importante debilidades de los libros en las unidades de estadística y

probabilidad en cuanto al uso de datos reales, en énfasis en la comprensión de los conceptos por encima de los procedimientos, el apoyo en la tecnología para la enseñanza y las ideas estadísticas como centro de la acción docente. El uso de datos reales en las explicaciones de los libros es casi inexistente, en la mayoría de los casos, la casi totalidad de las explicaciones si hacen con datos que se ubican en un contexto plausible pero nada indica que sean reales, provenientes de investigaciones o estadísticas oficiales. Hay casos donde se pudo usar estadísticas oficiales pero que en los libros se opta por cifras ficticios. Como se indicó el uso de datos reales ayudar a los estudiantes comprender mejor el uso de la estadística en situaciones de la vida cotidiana, base para el uso de la estadística como ciudadanos.

En las lecciones se centran en la explicación de procedimientos o el cálculo con apoyo de fórmulas en desmedro de los conceptos. En una sociedad como la actual es muy fácil encontrar un video en internet que explique cómo usar la fórmula de la media y por ende calcularla, pero son escasas las posibilidades que tiene los estudiantes de comprender conceptualmente esa u otras medidas. Tal vez el caso más delicado de descuido de lo conceptual es lo referente a la variabilidad, concepto fundacional de la estadística, que es presentado en los libros de la colección Bicentenario solo desde la perspectiva del cálculo de la medida. Además, los medios tecnológicos disponibles permiten, por ejemplo, que el estudiante tenga en un *Smartphone* una aplicación que le permita hacer los cálculos de todas las medidas de estadística descriptiva o elaborar una tabla o gráfico, en apenas segundos. ¿Tiene sentido entonces enfocarse en los procedimientos? Un mundo como el actual exige que la formación del ciudadano se enfoque en los conceptos, base para que se puedan comprender los problemas para luego decidir cuáles son los procedimientos adecuados para resolverlos.

Una característica de la sociedad actual es la omnipresencia de la tecnología. Una señora de 82 años puede tener una o dos tarjetas de débito y usarlas con frecuencia en comercios, pero además puede consultar los movimientos por internet. Esa señora es un miembro de la llamada *Generación Silenciosa*, anterior a los *Baby boomer*. Los estudiantes a los cuales van dirigidos los libros de la colección Bicentenario son los llamados *Millennials*, estudiantes que ha crecido rodeados de dispositivos tecnológicos. También podrían ser

usados por los *nativos digitales*, aquellos estudiantes que no tienen ningún problema en leer largos textos en la pantalla de un teléfono o Tablet. No obstante, el uso de la tecnología para estudiar estadística o probabilidad en los libros tiende a cero. No se trata de usar tecnología por esnobismo, sino de apoyarse en ella para la enseñanza. Las investigaciones indican que pueden ayudar a la comprensión de conceptos o a enfocarse en el análisis de datos, al invertir menos tiempo en, por ejemplo, graficar.

El uso de tecnología en los libros de la colección Bicentenario debería ser un aspecto natural ya que el Estado cuenta con un programa de entrega de computadoras y tabletas a los estudiantes de primaria y secundaria (Proyecto Canaima), además de contar con dos satélites espaciales, que entre otras metas, tiene como objetivo mejorar la educación del país. Dado que los libros son posteriores al inicio del Proyecto Canaima se podría esperar que en ellos se encontraran indicaciones para el uso de los equipos de dicho proyecto, no obstante, no es así, al menos en la unidades analizadas. El uso de tecnología en las unidades de estadística y probabilidad es escaso y siempre para explicar cómo se calculan medidas. No se usa como un instrumento didáctico, donde, por ejemplo como sugieren algunas investigaciones, se puede simular un experimento aleatorio, de tal manera que el estudiante tenga oportunidad de conjeturar sobre los resultados y contrastarlo con lo que arroje la máquina. El uso de la tecnología ratifica en enfoque de los libros donde lo importante parece ser los procedimientos y cómo hallar resultados.

Las ideas estadísticas fundamentales como centro de enseñanza es otra debilidad que se encontraron en las unidades analizadas. Aunque todas las ideas fundamentales de la estadística son tratadas en libros, la forma cómo se hace no parece suficiente para el desarrollo de la formación estadística del ciudadano. La comprensión de las ideas estadísticas fundamentales es necesaria para que el estudiante pueda resolver problemas estadísticos, que pueda hacer algo más que realizar cálculos. Son necesarias para que pueda discriminar entre situaciones donde la estadística se puede usar o no para hallar una posible solución o coadyuvar a la toma de decisiones. En los libros de la colección Bicentenario, por ejemplo, los fundamentos de la estadística inferencial son dejados de lado. Dificilmente un estudiante que trabaje los once años de primaria y bachillerato con esos libros podrá diferenciar la muestra de la población, o tener idea de cuando una muestra es

sesgada, en consecuencia, cuando le presentan una estimación adecuada y lo podrían estar engañando con las conclusiones de un estudio que involucre estadística inferencial.

Además, temas como los gráficos son tratados casi exclusivamente en primaria y para estudiar un solo tipo de gráficos, los de barras. Eso significa que un estudiante venezolano, que estudie solo con esos libros, podría no ver nunca un gráfico tan común como el de sectores circulares o más recientes como los de tallo y hoja o caja y bigote, todos están excluidos de la formación estadística del ciudadano venezolano. Temas como la probabilidad o el análisis de datos bivariados son tratados de forma superficial, sin importar el número de hojas que le dediquen y desatendiendo recomendaciones didácticas que buscan evitar, por ejemplo, el desarrollo de sesgos asociados a esas ideas y reseñados en esta investigación.

De las recomendaciones didácticas que reporta la investigación en educación estadística la que mejor se refleja en los libros es el uso contextos para darle sentido a las ideas estadísticas. Cada unidad de estadística o probabilidad se estructura a partir de un tema, sobre el cual giran las explicaciones, así como las actividades. Ese tema suele ser un contexto plausible para las explicaciones y datos que se usa en ellas, lo cual puede ayudar a facilitar la comprensión de los tópicos. No obstante, como se señaló antes, no se usan datos reales y las lecciones se centran en los procedimientos. Los cambios de contextos en los libros ocurren de un grado a otro y no siempre se trabajan las mismas técnicas estadísticas, lo cual puede dificultar la transferencia de lo aprendido.

Otro aspecto del análisis pedagógico de los libros son los posibles conflictos semióticos que podrían generar con sus explicaciones. Los posibles conflictos semióticos se agruparon en cinco categorías: (a) Uso limitado de los conceptos y sus aplicaciones. (b) Definiciones que pueden inducir confusiones. (c) Lenguaje simbólico inapropiado o impreciso. (d) Problemas con gráficos estadísticos (e) Asociación de conceptos no equivalentes. Estos posibles conflictos semióticos podrían generar dificultades o limitaciones en los aprendizajes de los estudiantes, en caso de que el docente no se percate de su existencia.

Los posibles conflictos semióticos identificados en los libros son también fuente de manipulación estadística. Por ejemplo, en los libros se identificaron errores en la construcción de la escalas de los gráficos estadísticos, ese es un artificio que se utiliza con frecuencia cuando se desea alterar la percepción visual de los datos estadísticos graficados. Al manipular la escala lleva a lecturas inadecuada de la información presentada, en consecuencia, la emisión de conclusiones que no se corresponden con la realidad. Los errores en las gráficas estadísticas son comunes en los medios de comunicación, de allí la necesidad de formar a un ciudadano capaz de identificar gráficos incorrectos, o conclusiones que no se corresponde con la información graficada. Un ciudadano que se forme con confusiones producto de conflictos semióticos, como los encontrados en los libros, podrá ser manipulado con información estadística.

Una parte de los posibles conflictos semióticos que se pueden deber a descuidos al editar las unidades, esos pueden ser subsanados con facilidad por el profesor si lo percibe o en una próxima edición. Tal es el caso de la ilustración inadecuada del histograma o la construcción incorrecta de la escala en un gráfico. No es que se trate de problemas menores o sin importancia, sino que pueden ser subsanados con relativa sencillez. Hay otra parte de los posibles conflictos semióticos que son más difíciles de solventar tanto en el libro como por parte del docente. Un ejemplo es el tipo de problema con el cual se presenta la media aritmética que se ubicó en la categoría Uso limitado de los conceptos y sus aplicaciones. En los libros solo se usa un tipo de problema (obtener una cantidad equitativa al hacer un reparto para conseguir una distribución uniforme) que plantea la posibilidad de usar la media, omitiendo otros tipos de situaciones problemática donde se puede usar esa media. En consecuencia, se ofrece al estudiante un conocimiento limitado que compromete su formación estadística. La sola existencia de estos posibles conflictos semióticos es razón suficiente para el Ministerio de Educación se comprometa a revisar las unidades analizadas en este trabajo.

Las actividades propuestas para los estudiantes son otros aspectos del análisis pedagógico realizado. Las actividades tienden a estar ubicadas al final de la unidad, por lo cual pueden considerarse como actividades de recapitulación, espacios para que el estudiante trabaje sobre aquellos contenidos estudiados en la unidad y que los autores

consideran los más importantes, los imprescindibles. Que la mayoría de las actividades sean de este tipo significa que aparecen en menor cantidad, por ejemplo, las actividades que se usan para introducir el tema, aquellas que se utilizan para introducir el tema, lo cual se puede hacer con un problema que puede ser solucionado a medida que se trabajan los contenidos en la unidad. Que la mayoría de las actividades sean de recapitulación hace pensar que se corresponde con el esquema teoría – ejemplo – ejercicio, cuestionado por la Educación Matemática Crítica, el sustento teórico de los libros de la colección Bicentenario, según lo señalado por algunos de sus autores.

Las evidencias indican que la mayoría de las actividades planteadas en los libros son para recordar información o practicar algoritmos estudiados en la unidad, actividades de baja exigencia cognitiva, con lo cual poco se abona al desarrollo de la formación estadística del ciudadano. Este enfoque de las actividades se compagina con su ubicación al final de la unidad, el énfasis, ya señalado, que se hace en los procedimientos y el descuido de los conceptos, los cuales son fundamentales cuando se va a resolver problemas estadísticos.

Parte del éxito de países Singapur o Finlandia en competencias internacionales de matemáticas se atribuye al énfasis que su currículo, y por ende sus libros de texto, en la resolución de problemas. Resolver problemas implica ir más allá de los procedimientos y dar oportunidad a los estudiantes de confrontar actividades de mayor exigencia como las *Tareas con Conexión* y *Tareas para hacer Estadística*; que son las que pueden ayudar a una mayor comprensión de la estadística y sus usos en la sociedad actual. Los autores consultados, incluyendo los de la Educación Matemática Crítica, señalan que si bien recordar definiciones y aprender procedimientos es importante no puede ser la meta para lograr la Alfabetización Matemática de los ciudadanos.

Al igual que en el caso de las lecciones, en las actividades hay poco énfasis en las ideas fundamentales de la estadística y en la resolución de problemas de estadística. La estadística se puede aplicar en la investigación en distintas áreas, lo cual la hace apropiada para la enseñanza por proyecto, con el enfoque STEM (Science, Technology, Engineering y Mathematics) o cualquier otro método de enseñanza activo, que involucre a los estudiantes con la solución de problemas reales. La resolución de problemas mediante la estadística se compagina con ese tipo de enseñanza, más creativa e innovadora, que

responde a un mundo lleno de incertidumbre. Desafortunadamente, las actividades planteadas en los libros no se corresponden con esos planteamientos porque se descuidan las ideas fundamentales de la estadística y muy particularmente la resolución de problemas, de cual aparecen fundamentalmente las etapas vinculadas con el cálculo de medidas estadística.

Todo lo anterior significa que las actividades de estadística de los libros de la C.B. poco ayudarían a la formación estadística del ciudadano en particular para interpretar y evaluar críticamente la información estadística. Si no se sabe interpretar los datos, es poco probable que pueda interpretar los argumentos, mucho menos probable es que pueda rebatirlos o presentarlos. Esa carencia obligaría al docente a plantear actividades propias que incluyan las de mayor exigencia cognitiva y de oportunidad a los estudiantes de aplicar la estadística en distintas situaciones problema. Un problema que se puede presentar en la deficiencia en la formación de los docentes en el área de la estadística y la probabilidad, así como la tendencia que tienen ellos de reproducir actividades semejantes a las que contiene el libro que usa como apoyo a sus clases.

Los libros de texto de la Colección Bicentenario fueron elaborados por profesores e investigadores universitarios en el área de la enseñanza de las matemáticas, razón por la cual se supuso que las unidades de estadística y probabilidad se elaborarían tomando en consideración los resultados de las investigaciones en Educación Estadística. El análisis realizado indica que autores parecen desconocer los resultados de las investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad y la estadística o decidieron obviarlos.

El docente, cualquiera sea su nivel o área de trabajo, debe reflexionar sobre su práctica, profundizar en su área de conocimiento, mejorar en lo que Shulman (1987) denomina el conocimiento pedagógico del contenido; todo ello con miras a ser un mejor docente. Una de las formas de lograr esa meta es conocer los resultados de las investigaciones que se realizan en su área de especialidad en cuando a aprendizaje y enseñanza; no con miras a una aplicación a ciegas de esos resultados, sino para conocerlos, reflexionar sobre ellos, discutirlos y lograr nuevos conocimientos que faciliten su labor como docente. Esa es una actitud responsable para con sus estudiantes.

El autor de un libro de texto tiene una responsabilidad aun mayor, sabe que no solo va a influir sobre 80 o 120 estudiantes durante un período escolar, sino que su trabajo a ser leído por miles de estudiantes y docentes en un mismo período escolar. Por eso la revisión de los resultados de las investigaciones y de las tendencias internacionales debe ser todavía más necesaria.

Los libros de la Colección Bicentenario no reflejan los resultados de las investigaciones realizadas en temas de educación estadística, por ejemplo, en enseñanza de la probabilidad al no ofrecer oportunidades para confrontar sus ideas e intuiciones con la evidencia empírica de experimentos o simulaciones como se recomienda en los trabajos de Konold (1995), Díaz (2003) y Batanero et al. (2016), entre otros trabajos que se reportan en el capítulo 4.

Por todo lo antes escrito se considera que la formación estadística que se ofrece en los libros de texto de la colección Bicentenario no es propia para un ciudadano del mundo democrático actual ya que lo hace vulnerable de ser engañado mediante el uso de la estadística y la probabilidad. La formación ofrecida mediante los libros de texto de la Colección Bicentenario no permite que el estudiante logre el conjunto de conocimientos, habilidades y valores que se necesitan para que un ciudadano pueda comprender, interpretar, evaluar y comunicar información estadística al culminar la educación secundaria.

La formación estadística ofrecida mediante los libros de texto analizados no permite que el egresado de educación media pueda:

- (a) Reconocer que estamos rodeados de datos y que ellos proporcionan información. No se desarrolla el concepto de variabilidad y no se usa la estadística como un medio para extraer información o lograr conocimiento de una situación.
- (b) Reconocer la omnipresencia de la variabilidad. Al tratar la variabilidad solo desde la perspectiva de la medidas de variabilidad, lo estudiante no pueden lograr reconocer la variabilidad en la sociedad.

- (c) Comprender las ideas estadísticas fundamentales. Las ideas fundamentales de la estadística son tratadas de manera superficial y enfocadas al cálculo de medidas.
- (d) Interpretar y evaluar de forma crítica la información estadística presentes en medio de comunicación y reportes de investigación y de ser necesario tomar decisiones sobre la base de la evidencia que los datos proporcionan. La interpretación de los resultados, la extracción de información o la toma de decisiones a partir de la resolución de problemas estadísticos solo aparecen de forma esporádica en los libros.
- (e) Comunicar las conclusiones de los análisis estadísticos de forma clara y eficaz. Si bien la comunicación aparecen en algunas actividades la forma ocasional o azarosa como aparece en los distintos grados poco ayuda a que estudiante desarrolle habilidades para comunicar o discutir resultados estadísticos.
- (f) Ayudar a producir datos que pueden proporcionar respuestas a problemas de interés para la sociedad. No se desarrolla valores como la colaboración o la honestidad al momento de responder cuestionarios o preguntas de una entrevista para la resolución de problemas que involucren la estadística o de sondeos de opinión que puedan ayudar a resolver situaciones problemáticas.
- (g) Usar los datos proporcionados en estudios estadísticos de forma confidencial. No se auspicia el respeto o confidencialidad de la respuesta proporcionada por un informante.

La formación estadística del ciudadano que se ofrece en los libros de texto de la C.B. no puede ubicarse en ninguno de los niveles de aprendizaje discutidos en el capítulo 4. La lógica indica que debería corresponderse con la Alfabetización Estadística pero dado el enfoque elemental que se le dan los libros es difícil que se adapte a alguna de las definiciones de ese constructo, incluso considerando una definición sencilla como la de Garfield y Gal (1999), quienes indican que la A.E: encierra la comprensión del lenguaje de la estadística, la interpretación de gráficos y tablas, la evaluación del sentido de la información estadística que aparece en los medios de comunicación. En todos los aspectos

indicados por Garfield y Gal (1999) falla la formación estadística ofrecida en los libros de texto de la C.B.; mucho más en una definición más completa como la de Gal (2002).

Al centrar la formación estadística en procedimientos y no en la comprensión de las ideas estadísticas fundamentales, en la construcción de gráficos de barras y no en la interpretación de gráficos, en actividades de baja demanda cognitiva y no en las de alta exigencia, en lo algorítmico y no la resolución de problemas; los libros apuntalan a un ciudadano que puede ser víctima del engaño mediante la manipulación de datos estadísticos, sin las posibilidad de evaluar, criticar o comunicar información estadística.

Por ejemplo, para evitar las “estafas políticas”, los ciudadanos deben exigir a gobernantes o candidatos respuestas a los problemas que afectan al país y su localidad, que digan cómo piensan recuperar el poder adquisitivo de la moneda, recuperar PDVSA, la producción de alimentos o la falta de agua en la ciudad. No se puede conformar con las respuestas genéricas de los políticos tradicionales, debe exigir información concreta, planes específicos, que los ciudadanos puedan evaluar para decidir a quién le dan su apoyo. Se trata de exigir y evaluar información para elegir un proyecto de país o de ciudad, no de elegir personas. Para ello se hace necesaria una adecuada formación matemática, en general, y estadística, en particular, que permita evaluar la información, hacer preguntas críticas y comunicar con propiedad lo que se piensa con libertad. Los resultados indican que la formación estadística que ofrecen los libros de la colección Bicentenario no es la necesaria para que un ciudadano pueda ejercer con propiedad su ciudadanía en una sociedad democrática, sin importar que esta sea representativa o participativa.

7.3 RECOMENDACIONES

A partir de todo lo antes expuesto la recomendación natural es la revisión y reformulación de las unidades de estadística y probabilidad de los libros de la Colección Bicentenario. La pregunta es si el gobierno, en funciones de Estado, está interesado en formar ciudadanos para la democracia, críticos, innovadores, creativos, capacitados para seleccionar y aprovechar la información que se produce en un mundo en constante transformación y lleno de incertidumbre.

REFERENCIAS

- Abd Wahid, N.A.; Suzieleez Syrene Abdul Rahim, S. S. y Akmar Syed Zamri, S. N. (2017). Pre-service teacher's challenges while interpreting statistical graphs. En: Marzita Puteh, Nor Zila Abd Hamid and Nur Hamiza Adenan (Edit). *Proceedings of the international conference on education, mathematics and science 2016 (ICEMS2016)*; pp. 030013-1 – 030013-5 doi: 10.1063/1.4983891.
- Alajmi, A.H. (2012). How do elementary textbooks address fractions? A review of mathematics textbooks in the USA, Japan, and Kuwait. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 239 – 261.
- Alaminos, A. (1993). *Gráficos. Cuadernos metodológicos*. Madrid: Centro de Investigaciones Sociológicas.
- Aliaga, M., Cobb, G., Cuff, C., Garfield, J., Gould, R., Lock, R., Moore, T., Rossman, A., Stephenson, B., Utts, J., Velleman, P., y Witmer, J., (2005), *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE): College Report*, USA: American Statistical Association.
- Alrø, H. y Skovsmose, O. (2012). Aprendizaje dialógico en la investigación colaborativa. En Valero, Paola; Skovsmose, Ole (Eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 149-171). Bogotá: una empresa docente.
- Alsina, A. (2012). La estadística y la probabilidad en educación infantil: Conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Revista de Didácticas Específicas*, 7, 4 – 22.
- Alsina, C. (2010) Matemática para la ciudadanía. En: M. L. Callejo y J. M. Goñi Zabala (Coords.) *Educación matemática y ciudadanía*. Barcelona. Graó.

-
- Alson, P. (2000). *Eléments pour une théorie de la signification en didactique des mathématiques*. (Tesis de Doctorado). Universidad Bordeaux 1, Francia. [Versión en español]
- Álvarez, G. y Vallecillos, A. (2002). Razonamiento estadístico para la resolución de problemas en el nivel universitario: aspectos teóricos y una aplicación. *Pedagogía Universitaria* 6 (3) pp. 3-13.
- Alzate Piedrahita M. V.; Lanza Sierra, C. L. y Gómez Mendoza, M. A. (2007). *Usos de los Libros de Texto Escolar: Actividades, Funciones y Dispositivos Didácticos*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Alzate Piedrahita, M. V. y Gómez Mendoza, M. A. (2008). *Usos de los en los Libros de Texto Escolar de Ciencias Sociales de la Educación Básica Primaria Colombiana (1991-2006): Funciones de las Actividades*. Ponencia presentada en el “Seminario internacional sobre textos escolares de historia y ciencias sociales”. Ministerio de Educación de Chile. Santiago de Chile. Disponible en: <http://blog.utp.edu.co/investigacioneneducacionypedagogia/files/2011/02/Ponencia-Chile-noviembre-2008.pdf>
- Alzate Piedrahita, M. V., Gómez Mendoza, M. y Romero, F. (1999). *Textos escolares y Representaciones Sociales de la familia. Definiciones, dimensiones y campo de investigación*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Alzate Piedrahita, M. V.; Arbeláez Gómez, M. C.; Gómez Mendoza, M. A.; Romero Loaiza, F.; Gallón, H. (2005). *El texto escolar y las mediaciones didácticas y cognitivas*. Pereira: Papiro.
- Américas, C. E. (2015). *Declaración de la mitad del Mundo*. Quito: Octava Reunión de la CEA-CEPAL. Disponible en: <http://cea.cepal.org/sites/default/files/cea8-declaracion-mitad-del-mundo.pdf>
- Andonegui, M. (2015). Los Libros de Texto de Matemática. El Caso de la Colección Bicentenario. En: J. Pérez (Ed.) *Memorias X Jornada Centroccidental de Educación Matemática*. pp. 135 – 145. Barquisimeto: UPEL-IPB. Disponible en: <http://www.asovemat.org.ve/>
-

-
- Andonegui, M. (2016). Análisis de las Rutas de Aprendizaje Subyacentes en los Textos de Matemática de Primaria de la Colección Bicentenario. El Caso de la Sustracción. En: Y. Serres, A. M. Martínez, M. Iglesias Inojosa y N. León Gómez (Eds) *Memorias IX Congreso Venezolano de Educación Matemática*. pp. 419 – 430. Barquisimeto: Asovmemat. Disponible en: <http://www.asovemat.org.ve/>
- Angarita, Y. (2017). *Maduro asume "error" de unificar ciencias básicas en una sola materia*. El Universal. (13 julio 2017). Disponible en: http://www.eluniversal.com/noticias/politica/maduro-asume-error-unificar-ciencias-basicas-una-sola-materia_661234
- Aoyama. K. (2007). Investigating a hierarchy of students' interpretations of graphs. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, v. 2, n. 3, p. 298-318. Disponible en: <http://www.iejme/>.
- Apple, M. (1993). El libro de texto y la política cultural. *Revista de Educación*, (301), pp. 109-126.
- Arteaga, C. (2009). Una “lección de sociales”: Representación de la ciudadanía transmitida en libros de texto de primaria venezolanos. *Espacio Abierto Cuaderno Venezolano de Sociología*, Vol. 18 (2), pp. 301 – 322. Disponible en: <http://produccioncientificaluz.org/index.php/espacio/article/view/1359>
- Arteaga, C. (2014). *El Fulcro de la Nación: Libros de Texto de Primaria y Cultura Política Venezolana* (Tesis Doctoral). Universidad Simón Bolívar, Venezuela.
- Arteaga, P., Batanero, C., Contreras, J.M. y Cañadas, G. (2016). Evaluación de errores en la construcción de gráficos estadísticos elementales por futuros profesores. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(1), pp. 15-40.
- Artola, M. (1982). *Textos fundamentales para la Historia*. Madrid: Alianza.
- Asamblea Nacional Francesa. (1789). *Declaración de los derechos del hombre y del ciudadano*. Disponible en: <http://www.juridicas.unam.mx/publica/librev/rev/derhum/cont/30/pr/pr23.pdf>
-

- Asamblea Nacional Francesa. (1793). *Acta Constitucional de la Republica de Francia*. Disponible en: http://www.diputados.gob.mx/biblioteca/bibdig/const_mex/const_fra.pdf
- Baglin, J. (2014). Discerning students' statistical thinking: A researcher's perspective. In K. Makar, B. de Sousa, y R. Gould (Eds.), *Sustainability in Statistics Education. Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS9)*, Flagstaff, Arizona, USA. Voorburg: International Association of Statistics Education.
- Bakker, A., Derry, J., y Konold, C. (2006). Technology to support diagrammatic reasoning about center and variation. En A. J. Rossman y B. L. Chance (Eds.), *Proceedings of the seventh international conference on the teaching of statistics (ICOTS-7)*, Salvador, Bahia, Brazil, [CDROM]. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Barrantes, H. (2006). *Resolución de Problemas. El trabajo de Allan Schoenfeld*. Disponible en: <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno1/Cuadernos%201%20c%204.pdf>
- Barrantes, M. y Zapata, M. A. (2008). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. *Campo abierto*, 27(1), 55 – 71.
- Barrios, A. (2013). *Coordinador de la Colección Bicentenario: "Estos textos escolares explican y eso es terriblemente revolucionario"*. AVN (26 septiembre 2013) Disponible en: <http://www.avn.info.ve/contenido/%E2%80%9Cestos-textos-escolares-explican-y-eso-es-terriblemente-revolucionario%E2%80%9D>
- Barrios, B. (2012). Actividades de lectura y escritura en el texto escolar El Cardenalito para primer grado. *Investigación y Postgrado*, v. 27, n. 1, pp. 111 – 138.
- Batanero, C. (2001). Aleatoriedad, modelización, simulación. Presentado en la *X Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas, Zaragoza*. Disponible en: <http://www.ugr.es/local/~batanero>.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Gde Investigación en Educación Estadística, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Batanero, C. (2013). Sentido estadístico. Componentes y desarrollo. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica*

-
- de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*, pp. 55-61. Granada, Departamento de Didáctica
- Batanero, C. y Borovcnik, M. (2016). *Statistics and Probability in High School*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Batanero, C., Arteaga, P. y Ruiz, B. (2010). Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(1), 141-154.
- Batanero, C., Chernoff, E., Engel, J., Lee, H. y Sánchez, E. (2016). *Research on teaching and learning probability* (ICME--13, Topical Survey series). New York, NY: Springer.
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M. y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números*, 83, 7-18.
- Batanero, C., Godino, J. D. Green, D. R., Holmes, P. y Vallecillos, A. (1994). Errors and difficulties in understanding statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Benjamin, A. (2009). *La fórmula de Arthur Benjamin para cambiar la enseñanza de las matemáticas* [Archivo de video]. Disponible en https://www.ted.com/talks/arthur_benjamin_s_formula_for_changing_math_education?language=es
- Ben-Zvi, D. (2016). Three paradigms in developing students' statistical reasoning. En Estrella et al. (Eds), *Actas de las Jornadas Nacionales de Educación Matemática*, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, (en prensa).
- Ben-Zvi, D. y Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking*, pp. 3 – 15. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.
- Ben-Zvi, D., Aridor, K., Makar, K., y Bakker, A. (2012). Students' emergent articulations of uncertainty while making informal statistical inferences. *ZDM Mathematics Education*, 44(7), 913–925.
-

-
- Beyer, W. (2009). *Estudio evolutivo de la enseñanza de las matemáticas elementales en Venezuela a través de los textos escolares: 1826-1969*. (Tesis Doctoral). Universidad Central de Venezuela, Venezuela.
- Beyer, W. (2014). Los textos escolares y el error en matemáticas. *Matua Revista de Matemáticas de la Universidad del Atlántico*. (2014) 1–25
- Boonlerts, S. y Inprasitha, M. (2013). The Textbook Analysis on Multiplication: The Case of Japan, Singapore and Thailand. *Creative Education*, 4(4) 259 – 262.
- Borba, R. y Selva, A. (2013). Analysis of the role of the calculator in Brazilian textbooks. *ZDM* 45(5), 737 – 750
- Braga Blanco, G. y Belver Domínguez, J. L. (2014). El análisis de libros de texto: una estrategia metodológica en la formación de los profesionales de la educación. *Revista Complutense de Educación*, Vol. 27 Núm. 1, pp. 199 – 218.
- Braswell, J. S., Lutkus, A. D., Grigg, W. S., Santapau, S. L., Tay-Lim, B., y Johnson M. (2001). *The nation's report card: Mathematics 2000*. Washington, DC: U.S. Department of Education, Office of Educational Research and Improvement.
- Bryant, P. y Nunes, T. (2012). *Children's understanding of probability: A literature review*. London: Nuffield Foundation.
- Burrill, G. y Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education*. A joint ICMI/IASE study (pp. 57-69). Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Cabero Almenara, J.; Duarte Hueros A. y Romero Tena, R. (1995). Los libros de texto y sus potencialidades para el aprendizaje. En: L. M. Villar Angulo y J. Cabero-Almenara (Coords.). *Aspectos críticos de una reforma educativa*, pp. 21 – 39. Sevilla: Universidad de Sevilla.
- Campanario, J. M. (2001). ¿Qué puede hacer un profesor como tú o un alumno como el tuyo con un libro de texto como éste? Una relación de actividades poco convencionales. *Enseñanza de las Ciencias*, 19(3), pp. 351 – 364.
-

- Cantoral, R., Montiel, G. y Reyes-Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 9 – 28.
- Caraballo, R. C., Rico, L. y Lupiáñez; J. L. (2013). *Cambios conceptuales en el marco teórico competencial de PISA: El Caso de matemáticas*. Disponible en: <http://www.ugr.es/local/recfpro/rev172COL1.pdf>
- Carraher, D.W. y Schliemann, A.D. (2016). Powerful Ideas in Elementary Mathematics Education. En L. English y D. Kirshner (Ed.). *Handbook of International Research in Mathematics Education (3rd edition)* (pp. 191 – 218). New York: Taylor & Francis.
- Carrillo Carrillo, L. (2010). El concepto kantiano de ciudadanía. *Estud.filos N°42*, 103-121.
- Carver R, Everson M, Gabrosek J, Horton NJ, Lock RH, Mocko M, Rossman A, Rowell GH, Velleman P, Witmer JA, Wood B (2016). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education: College Report 2016*. American Statistical Association.
- Castillo, A. (2015). *El país de los universitarios suicidas*. El Mundo. (4 noviembre 2015). <http://www.elmundo.es/f5/2015/11/03/562fa6d8ca4741f52f8b4624.html>
- Castro-Sotos, A. E., Vanhoof, S., Van Den Noortgate, W. y Onghena, P. (2009). The transitivity misconception of Pearson's correlation coefficient. *Statistics Education Research Journal*, 8(2), 33–55.
- Cazorla, I. M. y Santana, E. R. dos S. (2006). *Tratamento da Informação para o Ensino Fundamental e Médio*. Itabuna: Via Litterarum.
- Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC). (1991). *Programa de articulación. Cuarto y quinto año de Educación Media Diversificada y Profesional*. Caracas: El autor.
- Chevallard, Y. (1997). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Aique. Buenos Aires.

- Chick, H. L., y Pierce, R. (2013). The statistical literacy needed to interpret school assessment data. *Mathematics Teacher Education and Development*. Disponible en: <http://www.merga.net.au/ojs/index.php/mted/article/view/170>
- Choppin, A. (2001) Pasado y presente de los manuales escolares. Traducido por Miriam Soto Lucas. En : *Revista Educación y Pedagogía*. Medellín: Facultad de Educación. Vol. XIII, No. 29-30, (enero-septiembre), pp. 209-229.
- Cobo, B. y Batanero, C. (2004). Significados de la media en los libros de texto de secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(1), 5-18.
- Common Core State Standards Initiative (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf
- Condorcet (1792): *L'organisation générale de l'instruction publique* (20 et 21 avril 1792). Disponible en: <http://www2.assemblee-nationale.fr/decouvrir-l-assemblee/histoire/grands-moments-d-eloquence/condorcet-20-et-21-avril-1792>
- Consortium for Mathematics and Its Applications (COMAP) (1999). *Las matemáticas en la vida cotidiana*. Madrid: Addison -Wesley Iberoamericana S.A. y Universidad Autónoma de Madrid.
- Covarrubias Orozco, S. d. (1611). *Tesoro de la lengua castellana o española*. Disponible en: <http://www.cervantesvirtual.com/obra-visor/del-origen-y-principio-de-la-lengua-castellana-o-romance-que-oy-se-vsa-en-espana-compuesto-por-el-0/html/>
- Cruz, A. (2015). *Erros e dificuldades de alunos de 1º ciclo na representação de dados estatísticos* (Tesis de Maestría), Lisboa, Universidade de Lisboa.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: N.C.T.M.
- Dahl, R. (1994). A Democratic Dilemma: System Effectiveness versus Citizen Participation. *Political Science Quarterly (PSQ)*, 109, pp. 23 – 34.
- Davis, V. (2013). Textos de la Colección Bicentenario defienden la libertad de pensamiento. *Correo del Orinoco* (8 diciembre 2013). Disponible en:

<http://www.correodelorinoco.gob.ve/nacionales/textos-coleccion-bicentenario-defienden-libertad-pensamiento/>

- delMas, R. (2002) Statistical Literacy, Reasoning, and Learning: A Commentary. Journal of Statistics Education. 10 (3) Disponible en: http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/delmas_discussion.html
- delMass, R. (2004). A Comparison of Mathematical and Statistical Reasoning. En: D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*, pp. 79–95. Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Dewey, J. (1982). *Democracia y Educación*. Buenos Aires: Losada.
- Díaz - Levicoy, D. y Roa, R. (2014). *Análisis de actividades sobre probabilidad en libros de texto para un curso de básica chilena*. Revista Chilena de Educación Científica, 13(1), pp. 9 – 19.
- Díaz, C. (2003). Heurísticas y sesgos en el razonamiento probabilístico. Implicaciones para la enseñanza de la Estadística. En Universitat de Lleida (Edi). *27 Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa*. Leida. pp. 3611 – 3621. Disponible: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=6276>
- Díaz, M.; Colmenarez, L. y Rodríguez, I. (2015). Estudio de los Contenido Geométricos Presente en los Libros de Texto de la Colección Bicentenario Utilizando el Modelo de Van Hiele. En: J. Pérez (Ed.) *Memorias X Jornada Centroccidental de Educación Matemática*. pp. 162 – 166. Barquisimeto: UPEL-IPB. Disponible en: <http://www.asovemat.org.ve/>
- Díaz-Levicoy, D., Batanero, C., Arteaga, P. y Gea, M. (2015). Análisis de gráficos estadísticos en libros de texto de educación primaria española. *Unión* 44, 90-112.
- Díaz-Levicoy, D., Batanero, C., Arteaga, P. y López-Martín, M.M. (2015). Análisis de los gráficos estadísticos presentados en libros de texto de Educación Primaria chilena. *Educação Matemática Pesquisa*, 17 (2), 715-739
- Díaz-Levicoy, D., Giacomone, B., López-Martín M. M. y Piñeiro, J. L. (2016). Estudio sobre los gráficos estadísticos en libros de texto digitales de educación primaria española. *Profesorado. Revista de curriculum y formación del profesorado*. 20(1). 133 – 156.

- Díaz-Levicoy, D., Sepúlveda, A., Vásquez, C. y Opazo, M. (2017). Organización de las respuestas sobre tablas estadísticas por futuras maestras de Educación Infantil desde la taxonomía SOLO. *Revista Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 8(2), pp. 193-212.
- Diderot, D., y D'alambert, J. L. (1994). *Artículos políticos de la Enciclopedia, Grandes Obras del Pensamiento*. N° 54. Barcelona: Altaya.
- Dole, S., y Shield, M. J. (2008). The capacity of two Australian eighth-grade textbooks for promoting proportional reasoning. *Research in Mathematics Education*, 10(1), 19–35.
- Duarte, A. y Bustamante, K. (2013). Colección bicentenario: una mirada desde los libros de matemática. En Flores, R. (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa México*, pp. 23-30. DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/3730/>
- Dunn, P. K., Carey, M. D., Farrar, M. B., Richardson, A. M. y McDonald, C. (2016). Introductory Statistics Textbooks and the GAISE Recommendations. *The American Statistician*. 1 – 39. <http://bit.ly/2pqikov>
- EACEA; Eurydice (2011). *La enseñanza de las matemáticas en Europa: retos comunes y políticas nacionales*. Bruselas: Eurydice. doi:10.2797/92132
- Eichler, A. y Zapata-Cardona, L. (2016). *Empirical Research in Statistics Education*, ICME-13 Topical Surveys. DOI 10.1007/978-3-319-38968-4. Dordrecht: Springer.
- Erbaş, A.K. Alacaci, C. y Bulut, M. (2012). A Comparison of Mathematics Textbooks from Turkey, Singapore, and the United States of America. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 12(3), 2324 – 2330.
- Escandell, J. J., Ceballos J. A. y Páramos, A. (2008). *La “Educación Para La Ciudadanía” en los Libros de Texto*. Disponible en: http://servidormanes.uned.es/mciud/bibliografia/documentos/epc_informe_ceu-comillas.pdf
- Espinoza, R. F., Pochulu, M.D. y Jorge, M.J. (2013). El análisis didáctico de textos escolares. ¿Qué herramientas proveen las diferentes líneas y enfoques en educación

- matemática? En *Actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. ISSN 2301-0797. <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/>
- Estepa, A y Batanero, C. (1995). Concepciones iniciales sobre la asociación estadística. *Enseñanza de las Ciencias*, 13(2), pp. 155 – 170.
- Estepa, A. y Batanero, C. (1995). Concepciones iniciales sobre la asociación estadística. *Enseñanza de las Ciencias*, 13 (2), 155 – 170.
- Estepa, A. y Sánchez Cobo, F. T. (2003). Evaluación de la comprensión de la correlación y regresión a partir de la resolución de problemas. *Statistics Education Research Journal*, 2(1), 54 – 68. Disponible en: [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ2\(1\).pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ2(1).pdf)
- Estrella, S. (2014). El formato tabular: una revisión de literatura. *Revista Actualidades Investigativas en Educación*, 14(2), 1 – 23.
- Evangelista, B., Oliveira, F.S.M.A. y Ribeiro, P.M. (2014). Analizando a construção de gráficos de alunos do 5º ano do ensino fundamental. *Congresso Nacional de Educação (CONEDU)*, Campina Grande, Brasil. 2014.
- Fan, L., Zhu, Z. y Miao, Y. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM*, 45(5), 633 – 646.
- Ferreira, M. y Mayorga, L. (2010). Propuesta para la evaluación de los libros de texto de matemática de todos los niveles educativos. *Ciencias de la Educación*, 20(35), 15-28.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Fischein, E. (1975). *The intuitive source of probability thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Forbes, S. y Pfannkuch, M. (2009). Developing statistical thinking: Teaching and learning. En R. Averill y R. Harvey (Eds.). *Teaching secondary school mathematics and statistics: Evidence based practice*, pp. 93–128. Wellington, New Zealand: NZCER Press.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D.S., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. y Scheaffer, R. (2007). *A Curriculum Framework for K-12 Statistics Education*. GAISE Report. American Statistical Association. Disponible en: <http://www.amstat.org/education/gaise>

-
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124 – 158.
- Frischemeier, D. y Biehler, R. (2015). Pre-service teachers' statistical reasoning when comparing groups facilitated by software. En K. Krainer, N. Vondrova, y J. Novotna (Eds.), *Proceedings of the 9th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME9)*. Prague, Czech Republic: Charles University.
- Gal, I. (2002). Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsabilidades. *International Statistical Review*, 70 (1), 1-51.
- Gal, I. (2004). Statistical literacy. Meanings, Components, Responsibilities. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking*, pp. 3 – 15. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.
- Gal, I. (2005). Towards 'probability literacy' for all citizens, En Jones, G. (ed.): *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*. Nueva York. Kluwer, pp. 43-71.
- García Guadilla, M. (2003). Politización y polarización de la sociedad civil venezolana: las dos caras frente a la democracia. *Espacio Abierto, Vol. 12 - No. 1.* , 31-62.
- Garfield, J. (1999), Thinking about Statistical Reasoning, Thinking, and Literacy. *First Annual Roundtable on Statistical Thinking, Reasoning, and Literacy (STRL-1)*.
- Garfield, J. (2002). The Challenge of Developing Statistical Reasoning. . *Journal of Statistics Education* 10 (3) <http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/garfield.html>
- Garfield, J. (2003). Assessing statistical reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 2(1), 22-38. Disponible en: [www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ2\(1\).pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ2(1).pdf).
- Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2004). Research on statistical literacy, reasoning, and thinking: issues, challenges, and implications. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking*, 3 – 15. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.
- Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2008). *Developing Students' Statistical Reasoning: Connecting Research and Teaching Practice*. Dordrecht: Springer.
-

- Garfield, J. y Chance, B. (2000). Assessment in statistics education: Issues and challenges. *Mathematics Thinking and Learning*, 2, pp. 99 – 125.
- Garfield, J., delMas R. y Zieffler, A. (2010). Assessing important learning outcomes in introductory tertiary statistics courses. En Bidgood, P., Hunt, N. y Jolliffe, F. (Eds.) *Assessment Methods in Statistical Education: An International Perspective*, pp. 75 – 86. Chichester, UK: Wiley.
- Garfield, J., delMas, R. y Chance, B. (2003). *Web-based assessment resource tools for improving statistical thinking*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago.
- Garfield, J., y delMas, R. (2010). A web site that provides resources for assessing students' statistical literacy, reasoning and thinking. *Teaching Statistics*, 3(1), 2 – 7.
- Gea, M. M., Batanero, C., Arteaga, P., Cañadas, G. R., Contreras, J. M. (2014). Análisis del lenguaje sobre la correlación y regresión en libros de texto de bachillerato. *SUMA*, 76, 37-45.
- Gea, M. M., Batanero, C., Cañadas, G. R. y Contreras, J. M. (2013). Un estudio empírico de las situaciones-problema de correlación y regresión en libros de texto de Bachillerato. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 293-300). Bilbao: SEIEM.
- Gea, M. M., López-Martín, M. M. y Roa, R. (2015). Conflictos semióticos sobre la correlación y regresión en los libros de texto de Bachillerato. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 29-49.
- Gea, M. Magdalena, Batanero, C., Cañadas de la Fuente, G. R. y Arteaga Cezón, P. (2013). La organización de datos bidimensionales en libros de texto de Bachillerato. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*. 373 – 381. Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

- Gea, M.M., Batanero, C., Contreras, J.M. y Cañadas, G. (2013). Variables y contextos en los problemas de correlación: Un estudio de libros de texto. Trabajo presentado en *EDEPA III*. Cartago, Costa Rica
- Gea, M.M., López-Martín, M.M. y Roa, R. (2015). Conflictos semióticos sobre la correlación y regresión en los libros de texto de Bachillerato. AIEM, *Avances de Investigación en Educación Matemática* 8, 29-49.
- Gil Pérez, D., Vilches, A. (2006). Educación, ciudadanía y alfabetización científica: Mitos y realidades. *Revista Iberoamericana de Educación*, N° 42, OEI, pp. 31 – 53.
- Gil, E., y Ben-Zvi, D. (2014). Long term impact of the connections program on students' informal inferential reasoning. In K. Makar, B. de Sousa, and R. Gould (Eds.), *Sustainability in statistics education* (Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics, ICOTS9, July 2014). Voorburg, The Netherlands: International Association for Statistical Education and International Statistical Institute.
- Gimeno Sacristan, J. (1991). Los materiales y la enseñanza. *Cuadernos de Pedagogía*, 194, pp. 10-15.
- Glasnović Gracin, D. y Jukić Matić, L. (2016). The Role of Mathematics Textbooks in Lower Secondary Education in Croatia: An Empirical Study. *The Mathematics Educator*, Vol. 16, No.2, pp. 29 – 56.
- Glasnović, D. y Matić, L. J. (2016). The Role of Mathematics Textbooks in Lower Secondary Education in Croatia: An Empirical Study. *The Mathematics Educator*, 16 (2), 31-58.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2-3), 237-284.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.

-
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2009). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponible en: http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm
- Godino, J. D., Batanero, C., y Cañizares, M. J. (1987). *Azar y Probabilidad*. Madrid: Síntesis.
- Godino, J., Font, V. y Wilhelmi, M. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Relime Número Especial, 131 – 155.
- Gómez Alfonso, B. (2000). Los libros de texto de matemáticas. En: Martínón, A. (Ed.). *Las matemáticas del siglo XX. Una mirada a 101 artículos*. pp. 77-80. Madrid: Nivola. Disponible en: <http://www.uv.es/gomezb/3Loslibrosdetexto.pdf>
- Gómez Mendoza, M. A.; Alzate Piedrahíta, M. V.; Arbeláez Gómez, M. C.; Romero Loaiza, F.; Gallón, H. (2005). Intervención y mediación pedagógica: los usos del texto escolar. *Revista Colombiana de Educación*, núm. 49, julio-diciembre, pp. 83 – 102.
- Gómez Mendoza, M. A.; Alzate Piedrahíta, M. V.; Gallego Cortez, G. N. (2009). *Saber y evaluación de libros de texto escolar. Una herramienta de reflexión y acción*. Pereira: Univeridad Tecnológica de Pereira / Papiro.
- Gómez, B. (2011). El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. *PNA*, 5(2), pp. 49-65.
- Gómez, E., Batanero, C. y Contreras, J. M. (2014). Procedimientos probabilísticos en libros de texto de matemáticas para educación primaria en España, *Epsilon*, 31(2), 25-42.
- Gómez, E., J. Batanero, C. y Contreras, J. M. (2013). El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria. *Unión*, 35. 75-91.
- Gómez-Chacón, I. M. (2010). Matemáticas: mente disciplinar, mente creativa, mente ética. Una propuesta de educación ciudadana. En: M. L. Callejo y J. M. Goñi Zabala (Coords.) *Educación matemática y ciudadanía*. Barcelona. Graó.

- González Astudillo, M. T. y Sierra Vázquez, M. (2004) Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(3), 389 – 408.
- González, F. (1999). La Educación Matemática en Venezuela: Apuntes para su reconstrucción histórica. Conferencia Paralela. III CIBEM, Caracas. En Beyer, W., Cruz, C., Mosquera, J. y Serres Y. (Eds.). *Memorias del III Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. Caracas: ASOVEMAT, pp. 125-127.
- González, M.T., Espinel, M.C. y Ainley, J. (2011). Teacher's graphical competence. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading, C (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics- Challenges for teaching and teacher education*, pp. 187-197. New York, NY: Springer.
- Goñi Zabala, J. M. (2010) La aspiración a la ciudadanía y el desarrollo de la competencia matemática. En: M. L. Callejo y J. M. Goñi Zabala (Coords.) *Educación matemática y ciudadanía*. Barcelona. Graó.
- Green, D. R. (1983). A survey of probabilistic concepts in 3000 students aged 11–16 years. En D. R. Grey, P. Holmes, V. Barnett y G. M. Constable (Eds.), *Proceedings of the first international conference on teaching statistics* (Vol. 2, pp. 766–783). Sheffield: International Statistical Institute.
- Grevholm, B., Millman, R. y Clarke, B. (2009). Function, Form and Focus: The Role of Tasks in Elementary Mathematics Teacher Education. En: B. Grevholm, B., R. Millman y B. Clarke (Eds). *Tasks in Primary Mathematics Teacher Education. Purpose, Use and Exemplars* (pp. 1 – 4). New York: Springer.
- Guimaraes Sabbag, A. (2016). *Examining the Relationship between Statistical Literacy and Statistical Reasoning*. (Tesis doctoral). Universidad de Minnesota, EEUU. Disponible en: <http://conservancy.umn.edu/handle/11299/182193>
- Guisáosla, J. y Barragués, J.I. (2002). Heurísticas y sesgos de los estudiantes de primer ciclo de universidad en la resolución de problemas de probabilidad. *Enseñanza de las Ciencias*, 20(2), 285 – 302.

-
- Guzmán, M. (1993). *Tendencias innovadoras en educación matemática*. Disponible en: <http://www.oei.es/historico/edumat.htm>
- Henningsen, M., y Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhabit high level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 524-549.
- Hernández R., Fernández C. y Baptista L. (2003). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Heymann, H. (2003). *Why teach mathematics: A focus on general education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Hiebert, J., y Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (371 – 404). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Hilbert, M. y López, P. (2011). The World's Technological Capacity to Store, Communicate, and Compute Information. *Science*, Vol. 332, N° 6025, pp. 60 – 65. DOI: 10.1126/science.1200970
- Hjalmarson, M. A., Moore, T. J., y delMas, R. (2011). Statistical analysis when the data is an image: eliciting student thinking about sampling and variability. *Statistics Education Research Journal*, 10(1), 15–34.
- Horrach Miralles, J. A. (2009). Sobre el concepto de ciudadanía: historia y modelos. *Factótum* 6, 1-22.
- Hsu, W.-M. (2013). Examining the Types of Mathematical Tasks Used to Explore the Mathematics Instruction by Elementary School Teachers. *Creative Education*, 4 (6), pp. 396 – 404.
- Imbernón, F. (2002). *Cinco ciudadanía para una nueva educación*. Barcelona: Graó.
- Imbernón, F. y Casamayor, G. (1985). Más allá del libro de texto. *Cuadernos de Pedagogía*. 122, pp. 10 – 11.
- Inhelder, B. y Piaget, J. (1955). *De la lógica del niño a la lógica del adolescente*. Barcelona: Paidós.

-
- Instituto de Estadística UNESCO (2009). *La Nueva Generación de Estadísticas sobre Competencias en Alfabetismo: Implementando el Programa de Evaluación y Monitoreo de la Alfabetización (LAMP)*. Montreal: UNESCO.
<http://www.uis.unesco.org/Library/Documents/tech1-spa.pdf>
- Isoda, M. (2010a). *Elementary School Teaching Guide for the Japanese Course of Study: Mathematics (Grade 1-6)*. CRICED, University of Tsukuba. Disponible en:
http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/ICME12/Lesson_Study_set/index1.htm
- Isoda, M. (2010b). *Junior High School Teaching Guide for the Japanese Course of Study: Mathematics (Grade 7-9)*. CRICED, University of Tsukuba. Disponible en:
http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/ICME12/Lesson_Study_set/index1.htm
- Jablonka, E. (2003). Mathematical Literacy. En A.J. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y F.K.S. Leung (Eds.). *Second International Handbook of Mathematics Education* pp. 75 – 102. The Netherlands, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Jiménez, K. (2017). *La Transformación Curricular concentrará sus esfuerzos en la Micro Misión Simón Rodríguez* (20 enero 2017). Disponible en:
<http://www.me.gov.ve/index.php/noticias/77-noticias-2027/enero/2478-la-transformacion-curricular-concentrara-sus-esfuerzos-en-la-micro-mision-simon-rodriguez>
- Jiménez, K. (26 de noviembre 2013). *La Colección Bicentenario es sinónimo de educación liberadora*. Disponible en: <http://fundabit.gov.ve/noticias-del-ano-2013/noviembre/589-la-coleccion-bicentenario-es-sinonimo-de-educacion-liberadora>
- Johansson, M. (2006). *Teaching Mathematics with Textbooks. A Classroom and Curricular Perspective*. (Tesis de Doctorado). Luleå University of Technology, Suecia.
- Johnsen, E. B. (1996). *Libros de texto en el caleidoscopio. Estudio crítico de la literatura y la investigación sobre los textos escolares*. Barcelona: Ediciones Pomares-Corredor.

-
- Jones, D. L. y Jacobbe, T. (2014). An Analysis of the Statistical Content of Textbooks for Prospective Elementary Teachers, *Journal of Statistics Education*, 22 (3), 22 – 40.
- Jones, G., Langrall, C.W.; Mooney, E. S. y Thornton, C. A. (2004). Models of Development in Statistical Reasoning. En: D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*, pp. 97 – 117. Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Kahneman D. (2012). *Pensar rápido, pensar despacio*. España: Penguin Random House.
- Kahneman D. y Tversky A. (1972). Subjective probability: A judgment of representativeness. *Cognitive Psychology*, 3, 430 – 454.
- Kajander, A. y Lovric, M. (2009). Mathematics Textbooks and Their Potential Role in Supporting Misconceptions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 40.2; 173-181.
- Kapai, P. (2012). Developing Capacities for Inclusive Citizenship in Multicultural Societies: The Role of Deliberative Theory and Citizenship Education. *Public Organization Review* 12 (3) pp. 277–298.
- Kaplan, J. J., y Thorpe, J. (2010). Post-secondary and adult statistical literacy: Assessing beyond the classroom. Paper presented at the *Data and Context in Statistics Education: Towards an Evidence-Based Society. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics. Voorburg, the Netherlands: International Statistical Institute*.
- Keating, A., Benton, T. y Kerr, D. (2012). Evaluating the Impact of Citizenship Education in Schools. What Works and What are We Measuring? En: M. Print y D. Lange (Eds.), *Schools, Curriculum and Civic Education for Building Democratic Citizens*, pp. 57–72. The Netherlands: Sense Publishers.
- Konic, P. M., Godino, J. D. y Rivas, M. (2010). Análisis de la introducción de los números decimales en un libro de texto. *Números. Revista de Didáctica de la Matemática*, 74 (Julio), 57-74.
- Konold, C (1989). Informal conceptions of probability. *Cognition and Instruction*, 6, 59 – 98.
-

- Konold, C (1995). Issues in assessing conceptual understanding in probability and statistics. *Journal of Statistics Education* 3 (1). Disponible en: <https://ww2.amstat.org/publications/jse/v3n1/konold.html>
- Laboratorio Latinoamericano para la Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE). (2013) *Base de datos Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE)*. 2013. Disponible en: <http://www.unesco.org/new/es/santiago/terce/databases/>.
- Lecoutre, M. P. y Fischbein, E. (1998). Évolution avec l'âge de "misconceptions" dans les intuitions probabilistes en France et en Israël. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18(3), pp. 311 – 332.
- Lecoutre, M.P. (1992) Cognitive models and problems space in "purely random" situations. *Educational studies in mathematics*, 23, pp. 557 – 568.
- Lehrer, R., y Schauble, L. (2004). Modeling natural variation through distribution. *American Educational Research Journal*, 41(3), pp. 635–679.
- León Gómez, N. (2006). La probabilidad en los textos de matemática de 7º grado de educación básica. *Investigación y Postgrado*, 21 (2), pp. 177 – 200.
- Lepik, M. (2015). Analyzing the use of textbook in mathematics education: the case of Estonia *Acta Paedagogica Vilnensia* 35, pp. 90 – 102. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.15388/ActPaed.2015.35.9193>
- Lipson, K. Francis, G. y Kokonis, S. (2006). Developing a computer interaction to enhance student understanding in statistical inference. En A. Rossman y B. Chance (Eds.). *Proceedings of ICOTS-7*. Salvador (Bahia): International Association for Statistical Education. CD ROM.
- Lopes, C. y Carvalho, C. (2005). Literacia estatística na educação básica. En A. Nacarato & C. Lopes (Eds), *Escritas e Leituras na educação Matemática*. 77 – 92. Belo Horizonte (Brasil): Autêntica.
- López, E., Guerrero, C., Carrillo, J. y Contreras, L.C. (2015). La resolución de problemas en los libros de texto: un instrumento para su análisis. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 73 – 93.

-
- Macintyre, T. y Hamilton, S. (2010). Mathematics learners and mathematics textbooks: A question of identity? Whose curriculum? Whose mathematics? *Curriculum Journal*, 21(1), 3–23.
- Macintyre, T., y Hamilton, S. (2010). Mathematics learners and mathematics textbooks: A question of identity? Whose curriculum? Whose mathematics? *Curriculum Journal*, 21(1), 3–23.
- Makar, K. y Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal*, 8 (1), 82–105.
- Makar, K., Bakker, A., y Ben-Zvi, D. (2011). The reasoning behind informal statistical inference. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1-2), 152-173.
- Marmolejo Avenia, G. A. y González Astudillo, M. T. (2013). Visualización en el área de regiones poligonales: Una metodología de análisis de textos escolares. *Educación Matemática*, 25(3), 61-102.
- Marshall, T. H., y Bottomore, T. (1998). *Ciudadanía y Clase Social*. Madrid: Alianza.
- Martí, E., García-Mila, M., Gabucio, F. y Konstantinidou, K. (2010). The construction of a double-entry table: a study of primary and secondary school students' difficulties. *European Journal of Psychology of Education*, 26(2), 215-234.
- Martins, M. H. y Ponte, J. P. (2010). *Organização e Tratamento de Dados*. Lisboa: ME-DGIDC.
- Mata, P. y Gil-Jaurena, I. (2015) *Aprendizaje de la ciudadanía activa. Discursos, experiencias y estrategias educativas*. Madrid: UNED.
- Matić, L. J. y Gracin, D. G. (2015). Teacher and textbook: Reflection on the SDT-model. En K. Krainer y N. Vondrova (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, pp. 3072–3079. Republica Checa. <http://bit.ly/2qgioX7>
- Mayén, S. y Díaz, C. (2014). Análisis implicative que refuerza validez y fiabilidad de un cuestionario de medidas de tendencia central. En Andrade, L. (Ed.), *Memorias del I*

- Encuentro Colombiano de Educación Estocástica* (pp. 27 – 37). Bogotá: Asociación Colombiana de Educación Estocástica.
- Mayén, S., Díaz, C., y Batanero, C. (2009). Conflictos semióticos de estudiantes con el concepto de mediana. *Statistics Education Research Journal*, 8(2), 74–93. Disponible en: [https://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ8\(2\)_Mayen.pdf](https://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ8(2)_Mayen.pdf)
- Mayorga, L. (2013). Organizaciones matemáticas en el libro de texto. Un estudio en el contenido de función lineal en el tercer año de Educación Media Venezolana. *Ciencias de la Educación*, 23(42), 69 – 82.
- Maz-Machado, A. y Rico, L. (2015). Principios didácticos en textos españoles de Matemáticas en los siglos XVIII y XIX. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 18(1), 49 – 76.
- Megino, C. (2012). La concepción de la ciudad, de la ciudadanía y del ciudadano en Aristóteles. *BAJO PALABRA. Revista de Filosofía. II Época*, N° 7, 219-235.
- Míguez, Á. y Duarte, A. (2014). Análisis del Tratamiento de la Aritmética en los Libros de Matemática de la Colección Bicentenario. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. pp. 73 – 81. México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Míguez, Á. y Duarte, A. (2015). Análisis del Tratamiento de la Aritmética en los Libros de Matemática de la Colección Bicentenario. En: J. Pérez (Ed.) *Memorias X Jornada Centroccidental de Educación Matemática*. pp. 146 – 152. Barquisimeto: UPEL-IPB. Disponible en: <http://www.asovemat.org.ve/>
- Ministerio de Educación (2012). *Matemáticas. Bases Curriculares*. Chile: Ministerio de Educación.
- Ministerio de Educación (2015). *Bases Curriculares 7mo. Básico a 2do Medio*. Chile: Ministerio de Educación.
- Ministerio de Educación Nacional (2017). *Derechos Básicos de Aprendizaje V.2 Matemáticas*. Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas*. Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación. Dirección General Sectorial de Educación Básica, Media Diversificada y Profesional. Dirección de Educación básica. (1997). *Currículo Básico Nacional. Programa de Estudio de Educación Básica*. Caracas: Autor.
- Ministerio de Educación. Dirección General Sectorial de Educación Básica, Media Diversificada y Profesional. Dirección de Educación básica. (1997). *Currículo Básico Nacional. Programa de Estudio de Educación Básica*. Caracas: Autor.
- Ministerio de Educación. División de Currículo (1990). *Programa de articulación del nivel de Educación Media Diversificada y Profesional. Asignatura Matemática. Primero y Segundo Año*. Caracas: Autor.
- Ministerio de Educación. División de Currículo (1990). *Programa de articulación del nivel de Educación Media Diversificada y Profesional. Asignatura Matemática. Primero y Segundo Año*. Caracas: Autor.
- Ministerio de Educación. Oficina Sectorial de Planificación y Presupuesto. División de Currículo. (1987). *Programa de Estudio y Manual del Docente. Tercera Etapa. Educación Básica. Asignatura Matemática – Física*. Caracas: Autor.
- Ministerio de Educación. Oficina Sectorial de Planificación y Presupuesto. División de Currículo. (1987). *Programa de Estudio y Manual del Docente. Tercera Etapa. Educación Básica. Asignatura Matemática – Física*. Caracas: Autor.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPPE) (2011). *Orientaciones educativas en el marco de los textos escolares de la colección bicentenario*. Caracas: El autor
- Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPPE) (2015). *Proceso de Cambio Curricular en Educación Media*. Caracas: MPPE.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPPE) (2016a). *Proceso de Cambio Curricular en Educación Media*. Caracas: MPPE.

- Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPPE) (2016b). *Orientaciones para el Proceso de Transformación Curricular en Educación Media General*. Caracas: MPPE.
- Ministry of Education (2012). *Mathematics Syllabus Secondary One to Four Express Course Normal (Academic) Course*. Singapore: Ministry of Education.
- Ministry of Education (2012). *Primary Mathematics Teaching and Learning Syllabus*. Singapore: Ministry of Education.
- Monteiro, C. y Ainley, J. (2007). Investigating the interpretation of media graphs among student teachers. *International Electronic Journal of Mathematics Education* 2(3), 187-207.
- Monteiro, C., y Ainley, J. (2010). The interpretation of graphs: Reflecting on contextual aspects. *Alexandria*, v. 3, n. 2, p. 17-30.
- Monterrubio, M.C. y Ortega, T. (2012). Creación y aplicación de un modelo de valoración de textos escolares matemáticos en Educación Secundaria. *Revista de Educación*, 358, Mayo-agosto, pp. 471-496.
- Monterrubio, M.C. y Ortega, T. (2012). Creación y aplicación de un modelo de valoración de textos escolares matemáticos en Educación Secundaria. *Revista de Educación*, 358, 471 – 496.
- Montilla, A. (2014). *Zonas educativas vigilan uso de libros bolivarianos en aulas*. (23 de febrero 2014). El Nacional, p. 24
- Moore, D. (1997). New Pedagogy and New Content: The Case of Statistics. *International Statistical Review*, 65, pp. 123 – 165.
- Moore, D. S. (1998). Statistics among the liberal arts. *Journal of American Statistical Association*, 93, 1253-1259.
- Moore, D. y Cobb, G. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. *American Mathematical Monthly*, 104, 801–823.
- Mora, C.D. (2001). Conformación de una línea de investigación en enseñanza de la matemática. *Revista de Pedagogía*, XXII (63), 103 – 132.

-
- Morgan, J. (2014). *Cómo ganar siempre a piedra, papel o tijera*. BBC Mundo (2 mayo 2017). http://www.bbc.com/mundo/noticias/2014/05/140502_ciencia_piedra_papel_tijera_matematica_np
- Mrnjaus, K. (2012). Teacher Competences for Education for Democratic Citizenship. Training and Classification Challenges. En: M. Print y D. Lange (Eds.), *Schools, Curriculum and Civic Education for Building Democratic Citizens*, pp. 81–97. The Netherlands: Sense Publishers.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., y Hooper, M. (Eds.) (2016a). *TIMSS 2015 International Results in Mathematics. Fourth Grade Mathematics*. Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. Disponible en: <http://timss2015.org/download-center/>
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., y Hooper, M. (Eds.) (2016b). *TIMSS 2015 International Results in Mathematics. Eighth Grade Mathematics*. Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. Disponible en: <http://timss2015.org/download-center/>
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Goh, S., y Cotter, K. (Eds.) (2016). *TIMSS 2015 Encyclopedia: Education Policy and Curriculum in Mathematics and Science*. Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. Disponible en: <http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/encyclopedia/>
- Muñoz Labraña, C. y Martínez Rodríguez, R. (2015). Prácticas Pedagógicas y Competencias Ciudadanas: El Caso del Docente de Historia en Chile. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación*. Vol 15 (3). pp. 1 – 21.
- Murillo, F. J., Román, M., y Atrio, S. (2016). Los recursos didácticos de matemáticas en las aulas de educación primaria en América Latina: Disponibilidad e incidencia en el aprendizaje de los estudiantes. *Archivos Analíticos de Políticas Educativas*, 24(67), 1 – 22.
- Murillo, M. (2003). El uso de los libros de texto en la Enseñanza Secundaria: lo que los profesores opinan. *Uniciencia*, 20(1), pp. 47-55.
-

- National Council of Teachers of Mathematics (2015). *Principles to Actions Executive Summary*. Disponible en: <http://www.nctm.org/PtA/>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA.: NCTM.
- National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers. (2012). *Common Core State Standards*. Washington D.C: National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers. Disponible en: <http://www.corestandards.org/the-standards>
- National Research Council. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. J. Kilpatrick, J. Swafford, and B. Findell (Eds.). Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC: National Academy Press.
- Naval, C. y Ugarte, C. (2012). The Development of Civic Competencies at Secondary Level through Service-Learning Pedagogies. En: M. Print and D. Lange (Eds.), *Schools, Curriculum and Civic Education for Building Democratic Citizens*, pp. 57–72. The Netherlands: Sense Publishers.
- Newton, J., Horvath, A. K. y Dietiker, L. (2011). The Statistical Process: A View across the K-8 State Standards. In J. P. Smith, III (ed.), *Variability is the Rule: A Companion Analysis of the K-8 State Mathematics Standards* (pp. 119-159), Charlotte, NC: Information Age Publishing, Inc.
- Nikiforidou, Z., y Pange, J. (2011). Risk taking and probabilistic thinking in preschoolers. In M. Pytlak, T. Rowland, y E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME7)*. Poland: Rzeszow.
- Noguero, F. L. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. *Revista de Educación*, 4, 167 – 180.
- Oates, T. (2014). *Why textbooks count*. Universidad de Cambridge. Disponible en: <http://www.cambridgeassessment.org.uk/images/181744-why-textbooks-count-tim-oates.pdf>

-
- Ocelli, M. y Valeiras, N. (2013) Los libros de texto de ciencias como objeto de investigación: una revisión bibliográfica. *Enseñanza de las Ciencias*, 31(2), pp. 133 – 152.
- OCDE (2013). *Programa para la Evaluación Internacional de las Competencias de los Adultos*. Disponible en: http://www.oecd.org/centrodemexico/publicaciones/ESP_-_PIAAC%20Junio.pdf
- Ochman, M. (2007). Alternativas teóricas de la participación ciudadana en las decisiones públicas. En F. M. Navarro, *Ciudadanos, decisiones públicas y calidad de la democracia* (págs. 75-103). México: Tecnológico de Monterrey-Limusa Noriega.
- OECD (2012). *Literacy, Numeracy and Problem Solving in Technology-Rich Environments: Framework for the OECD Survey of Adult Skills*. OECD Publishing. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264128859-en>
- OECD (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. OECD Publishing. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) (2006). PISA 2006. *Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*. Disponible en: <http://www.oecd.org/pisa/39732471.pdf>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. (2006). *PISA 2006. Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*. Disponible en: <http://www.oecd.org/pisa/39732471.pdf>
- Ossenbach, G. y Rodríguez Somoza, M. (Eds.). (2001). *Los Manuales Escolares como fuente para la historia de la educación en América Latina*. Serie “Proyecto Manes”. Madrid: UNED.
- Otsu, K. (2008). Citizenship Education Curriculum in Japan. En: David L. Grossman., Wing-on Lee y Kerry J. Kennedy, (Eds.). *Citizenship Curriculum in Asia and the Pacific*, pp. 75 – 94. Dordrecht: Springer.
- Ovelar, N. (2008). Una aproximación empírica a significados y representaciones sociales sobre ciudadanía: Caso: Estudiantes de Educación. UCV. *Investigación y Postgrado* .Vol 23; n°1 Abril. 285- 316.
-

-
- Ovelar, N. (2015). *La Universidad y el desafío de la formación ciudadana. -una mirada desde la Universidad Central de Venezuela-*. Trabajo de Ascenso no publicado.
- Özgeldi M, Çakıroğlu E. (2011). A study on mathematics teachers' use of textbooks in instructional process. En: Pytlak M, Rowland T, Swoboda E, (Edits). *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Polonia. pp. 2349–2355. <http://bit.ly/2qfTarw>
- Paulos, J.A. (2007) *El Hombre Anumérico. El analfabetismo matemático y sus consecuencias*. Buenos Aires: Tusquets.
- Peña, J. (2000). *La ciudadanía hoy, problemas y propuestas*. Valladolid: Universidad de Valladolid.
- Peñaloza, P.P. (2014). *Maduro dice que talaron 5 mil árboles para guarimbas*. El Universal (30 marzo 2014). Disponible en: <http://www.eluniversal.com/nacional-y-politica/140330/maduro-dice-que-talaron-5-mil-arboles-para-guarimbas>
- Pepin, B. y Haggarty, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: A way to understand teaching and learning cultures. *ZDM*, 33(5), 158–175.
- Pérez Luño, A. (2003). *Derechos humanos, Estado de Derecho y Constitución*. Madrid: Tecnos.
- Pérez Terán, D. (2014). Análisis de los textos Bicentenario: Matemáticas con defectos de exigencia y razonamiento. *El Impulso*, Disponible en: <http://elimpulso.com/articulo/matematicas-con-defectos-de-exigencia-y-razonamiento#>
- Petocz, P., Reid, A. y Gal, I. (2018). Statistics education research. En: Ben-Zvi D., Makar K., Garfield J. (Eds.) *International Handbook of Research in Statistics Education*. Springer International Handbooks of Education. Springer, Cham.
- Pfannkuch, M. y Ben-Zvi, D. (2011). Developing teachers' statistical thinking. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education*. A joint ICMI/IASE study (pp. 323-333). Dordrecht, The Netherlands: Springer.
-

- Pfannkuch, M., Arnold, P., y Wild, C. J. (2015). What I see is not quite the way it really is: Students' emergent reasoning about sampling variability. *Educational Studies in Mathematics*, 88(3), 343–360.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of chance in children*. London: Routledge and Kegan Paul.
- Pickle, M. C. C. (2012), *Statistical content in middle grades mathematics textbooks*. (Tesis Doctoral), Universidad del Sur de la Florida, USA
- Polikoff, M.S. (2015). How Well Aligned Are Textbooks to the Common Core Standards in Mathematics? *American Educational Research Journal*, 52(6), 1185 – 1211.
- Pratt D., Kazak S. (2018) Research on Uncertainty. En: Ben-Zvi D., Makar K., Garfield J. (Eds) *International Handbook of Research in Statistics Education*. Springer International Handbooks of Education. Springer, Cham.
- Prioleto, M. y Mounier, E. (2017). Mathematics textbooks and teaching activity. *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, pp. 3072–3079. Republica Checa.
- Programa para el Desarrollo de Naciones Unidas (PNUD) (2009). *La Democracia de ciudadanía: una agenda para la construcción de ciudadanía en América Latina*. Buenos Aires: PNUD.
- Programa para el Desarrollo de Naciones Unidas (PNUD) (2014). *Ciudadanía política. voz y participación ciudadana en américa latina*. Buenos Aires: PNUD. Siglo Veintiuno.
- Ramírez, K.; Zambrano M. e Iglesias, M. (2015). Sucesiones y Series en el Libro de Matemática de 4to Año de la Colección Bicentenario. En: Z. Paredes y J. Sanoja (Eds.) *Memorias de VIII Jornadas de Investigación del Departamento de Matemática y VII Jornadas de Investigación en Educación Matemática*. pp. 470-494. Venezuela, Maracay: CEINEM-NT, Ediciones SIP. ISBN: 978-980-7335-37-9
- Ramírez, T. (1999). *Cómo hacer un proyecto de investigación*. Caracas: Panapo.

-
- Ramírez, T. (2002) El texto escolar; como objeto de reflexión e investigación. *Docencia Universitaria*, 2, (3), pp. 101 – 124.
- Ramírez, T. (2004) *El texto escolar en el ojo del huracán. Cuatro estudios sobre textos escolares venezolanos*. Caracas: Fondo Editorial de Humanidades y Educación.
- Ramírez, T. (2012). El texto escolar como arma política. Venezuela y su gente: ciencias sociales 6to. Grado. *Investigación y Postgrado*, v. 27, n. 1, pp. 163 – 194.
- Real Académica Española. (2014). *Diccionario de la lengua española (23.a ed.)*. Obtenido de <http://www.rae.es/drae>
- República Bolivariana de Venezuela (1999). *Constitución de la República Bolivariana de Venezuela..* Caracas: Gaceta Oficial de la República N° 36860 [Extraordinaria].
- República de Venezuela (1819). *Constitución Política del Estado de Venezuela*. Disponible en: <http://www.clbec.gob.ve/pdf/CONSTITUCION%201819.pdf>
- Rezat, S. (2006). A model of textbook use. En J. Novotná (Ed.), *Proc. 30th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education* Vol. 4, pp. 409 – 416. Praga, República Checa: PME.
- Rezat, S. (2009). The utilization of mathematics textbooks as instruments for learning. *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, pp. 1260–1269. Francia. <http://bit.ly/2pA14SR>
- Rezat, S. (2012). Interactions of teachers’ and students’ use of mathematics textbooks. En G. Gueudet, B. Pepin, y L. Trouche (Eds.), *Mathematics curriculum material and teacher development: From text to ‘lived’ resources*, pp. 231 – 246. Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Rezat, S. y Sträßer, R. (2012). From the didactical triangle to the socio-didactical tetrahedron: artifacts as fundamental constituents of the didactical situation. *ZDM*, 44(5), 641 – 651.
- Richaudeau, F. (1981). *Concepción y producción de manuales escolares. Guía Práctica*. Bogotá: Secab/Cerlal/Unesco.
-

- Rico, L. (1990). Diseño curricular en Educación Matemática: Una perspectiva cultural. En S. Llinares y M.V. Sánchez. *Teoría y Práctica en Educación Matemática*. pp. 17 – 62. Sevilla: Alfar.
- Rodríguez, F. y Sandoval, P. (2012). Habilidades de codificación y descodificación de tablas y gráficos estadísticos: un estudio comparativo en profesores y alumnos de pedagogía en enseñanza básica. *Avaliação: Revista de la avaliação da Educação Superior*, 17(1), 207-235.
- Roja, G. (2017). *El bachiller nuevo*. El Nacional. (15 enero 2017). Disponible en: http://www.el-nacional.com/noticias/educacion/bachiller-nuevo_75544
- Rojas Toro, H. (2003). *Análisis de la Participación Ciudadana en el Control Fiscal de la Gestión Municipal. Caso: Municipio Campo Elías Estado Mérida - Venezuela*. Trabajo para optar al título de Magister en Ciencias Contables. No publicado.
- Romero, N.E. (2015). El libro de texto como objeto de prácticas de editores y docentes. *Foro de Educación*, v. 13, n. 19, julio-diciembre 2015, pp. 357-379.
- Ruesga Ramos, P., Valls García, F. y Rodríguez Armiño, T. (2006). Un instrumento para seleccionar libros de texto de Matemáticas. Aplicación al bloque curricular de Geometría. *REIFOP*, 9(1). Disponible: <http://www.aufop.com/aufop/home/>
- Ruiz Molano, A. M. (2015). Un estudio de caso sobre errores y dificultades observadas en la elaboración de algunas gráficas estadísticas, *Revista Góndola. Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 10(1), pp. 26-39.
- Ruiz, A. (2013). Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. Perspectiva de la praxis. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, pp. 1 – 111. Disponible en: <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/issue/view/1186>
- Ruiz-Corbella, M. y García-Blanco, M. (2016). Aprender a ser ciudadano: ¿preparamos a nuestros docentes de Secundaria para una Educación para la Ciudadanía? *Foro de Educación*, 14(20), pp. 177 – 198. Disponible en: <http://forodeeducacion.com/ojs/index.php/fde/article/view/458>

- Rumsey, D. J. (2002). Statistical literacy as a goal for introductory statistics courses. *Journal of Statistics Education*, 10(3), 6-13.
- Salcedo, A. (2012). Análisis de las Actividades para el Estudiante en los Libros de Matemáticas. *Investigación y Postgrado*, Vol 27 N° 1, pp. 83 – 109.
- Salcedo, A. (2015). Análisis de las actividades de estadística propuestas en textos escolares de Primaria. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. pp. 70 – 87. España.
- Salcedo, A. y Ramírez, T. (2016). Gráficos estadísticos en libros de texto de matemáticas venezolanos. *VIDYA*, v. 36, n. 2, pp. 219 – 236.
- Salcedo, A., Sarco Lira, A. y González, J. (2018). Docentes en formación interpretan gráficos estadísticos. (En proceso de arbitraje).
- Sánchez, E. (2013). *Elementos de Estadística y su didáctica a nivel bachillerato*. México: Subsecretaría de Educación Media Superior.
- Sanoja de Ramírez, J. (2011). *Estudio del contenido de estadísticas de los libros de texto de matemática para la educación primaria* (Trabajo de Ascenso). Universidad Experimental Pedagógica Libertador. Instituto Pedagógico de Maracay.
- Santaolalla, E. (2012). Estilo de aprendizaje activo en los libros de texto de matemáticas. Análisis del aprendizaje individual y colaborativo. En: F. Guerra, R. García-Ruiz, N. González, P. Renés, A. Castro Zubizarreta (Coor.). *Estilos de aprendizaje: investigaciones y experiencias: [V Congreso Mundial de Estilos de Aprendizaje]*, pp. España. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=555496>
- Santaolalla, E., Gallego, D. y Urosa, M. (2015). Los libros de texto de matemáticas y su capacidad para desarrollar los distintos estilos de aprendizaje: estudio piloto. *Journal of Learning Styles*, 8 (16), 178-210.
- Savater, F. (2000). Conferencia con Fernando Savater: Ética y Ciudadanía. . *Revista de Humanidades: Tecnológico de Monterrey*, N° 8., 155-172.
- Savater, F. (2005). *Los caminos para la libertad. Ética y Educación*. México: Fondo de Cultura.

-
- Savater, Fernando; (2000). La educación es el momento adecuado de la ética. ¿De qué sirve la ética para los jóvenes? *Educere*, octubre - diciembre, 215-226.
- Schild, M. (2010). Assessing Statistical Literacy: Take CARE. En P. Bidgood, N. Hunt, y F. Jolliffe (Eds.) *Assessment Methods in Statistical Education: An International Perspective*, 133-152. John Wiley y Sons Inc: Chichester, Great Britain.
- Schild, M. (2017). *A history of statistical literacy. Technical Report*. Disponible en: www.StatLit.org/StatLitHistory.htm
- Schnell, S. y Prediger, S. (2012). From “everything changes” to “for high numbers, it changes just a bit”. *ZDM Mathematics Education*, 44(7), 825–840.
- Selema, M. H. (2012). Linking Teachers’ Competences to Students’ Competences. Pedagogical Processes. En: M. Print y D. Lange (Eds.), *Schools, Curriculum and Civic Education for Building Democratic Citizens*, pp. 129 – 144. The Netherlands: Sense Publishers.
- Serradó, A., Cardeñoso, J. y Azcárate, P. (2005). Los obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: su incidencia desde los libros de texto. *Statistics Education Research Journal*, 4(2), 59 – 81. Disponible en: <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj>
- Serrano, L., Batanero, C., y Ortiz de Haro, J. J. (1996) Interpretación de enunciados de probabilidad en términos frecuenciales por alumnos de bachillerato. *Suma*, 22, 43-50.
- Serrano, W. (2005). La alfabetización matemática. En D. Mora, (Coor). *Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomatemática. Perspectivas para la transformación de la educación matemática en América Latina*. La Paz: Campo Iris. 243 – 276.
- Serrano, W. (2010). Las actividades matemáticas y los libros de texto desde una perspectiva sociocultural. *Paradigma*, Vol. XXXI, Nro. 1; 183 – 196.
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on Statistics Learning and Reasoning. En F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 957 – 1010). Greenwich, CT: Information Age Publishing, Inc., and NCTM.
-

-
- Shaughnessy, J.M. (1992). Research in probability and statistics: reflections and directions. En D.A Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 315 – 426). New York: Mc Millan.
- Shaughnessy, M.; Garfield, J. y Greer, B. (1996). Data Handling. En A. Bishop (Ed.). *International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer. pp. 205 – 235.
- Sheaffer, R. (2001). Quantitative Literacy and Statistics. *Amstat News* 293, Nov 2001, 3 – 4.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), pp. 1 – 22.
- Skovsmose, O. (2012). Investigación, práctica, incertidumbre y responsabilidad. En P. Valero y O. Skovsmose (Eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*, pp. 269 – 297. Bogotá: una empresa docente.
- Snee, R. (1990). Statistical Thinking and its Contribution to Quality. *The American Statistician* 44, pp. 116 – 121.
- Son, J. y Kim, O. (2015). Teachers' selection and enactment of mathematical problems from textbooks. *Mathematics Education Research Journal*, 27(4), pp. 491 – 518.
- Steen, L. A., Ed (2001). *Mathematics and Democracy: The case for Quantitative Literacy*. Prepared by the National Council on Education and the Disciplines. Princeton.
- Stein, M. K. y Smith, M.S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, pp. 268-275.
- Stein, M.K., Grover, B.W. y Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), pp. 455-488.
- Stein, M.K., Smith, M.S., Henningsen, M. y Silver, E.A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. New York: Teachers College Press.
-

-
- Suárez, J. (2017). *Horario en liceos será de 7:00 de la mañana a 1:30 de la tarde*. Panorama. (25 agosto 2017). Disponible en: <http://www.panorama.com.ve/ciudad/Liceistas-permaneceran-mas-de-7-horas-en-clases-20170824-0102.html>
- Sullivan, P., Clarke, D., y Clarke, B. (2012). *Teaching with tasks for effective mathematics learning*. Berlin: Springer.
- Tabash Blanco, N. (2015). La integración curricular y el uso del libro de texto en la escuela primaria. *Revista de Lenguas Modernas*, N° 22, pp. 391 – 404.
- Tabuas, M. (2013). *Textos escolares de un solo color*. El Nacional (8 diciembre 2013). Disponible en: <http://www.mireyatabuas.com/wp-content/uploads/2015/12/textos-de-un-solo-color-mireya-tabuas.pdf>
- Tarr, J. E., Chávez, Ó., Reys, R. E. y Reys, B. J. (2006). From the written to the enacted curricula: The intermediary role of middle school mathematics teachers in shaping students' opportunity to learn. *School Science and Mathematics*, 106(4), 191–201.
- Terrén, E. (2003). Educación democrática y ciudadanía multicultural: el reaprendizaje de la convivencia. *Revista Praxis* N° 3, 5 – 28.
- Törnroos, J. (2005). Mathematics textbooks, opportunity to learn and student achievement. *Studies in Educational Evaluation*, 31, 315–327.
- Torres Santome, X. (1989). Libros de texto y control del currículum. *Cuadernos de Pedagogía*, 168, pp. 50-55.
- Transparency International (2016). *Corruption Perceptions Index 2016*. Disponible en: https://www.transparency.org/news/feature/corruption_perceptions_index_2016
- Tversky A. y Kahneman D. (1973) Availability: a heuristic for judging frequency and probability. *Cognitive Psychology*, 4, pp. 207 – 232.
- Tversky A. y Kahneman D. (1974) Judgment under uncertainty: heuristics and biases. *Science*, 185, pp. 1124 – 1131.

-
- UNESCO (2005) *Aspects of literacy assessment*. Temas derivados de la reunión de expertos de la UNESCO realizada del 10 al 12 de junio de 2003 en París. París: UNESCO. Disponible en: <http://unesdoc.unesco.org/images/0014/001401/140125eo.pdf>
- UNESCO (2013). *Global Citizenship Education: An emerging perspective. Outcome document of the Technical Consultation on Global Citizenship Education*. Francia: UNESCO. Disponible en: <http://unesdoc.unesco.org/images/0022/002241/224115E.pdf>
- UNESCO (2015). *Educación para la Ciudadanía Mundial. Preparar a los educandos para los retos del siglo XXI*. Francia: UNESCO.
- UNESCO (2016). *Educación para la Ciudadanía Mundial. Preparar a los educandos para los retos del siglo XXI*. Francia: UNESCO.
- Universidad Católica Andrés Bello (2011). *Posición de la Escuela de Educación de la Universidad Católica Andrés Bello ante la Colección Bicentenario Elaborada por el Ministerio del PP para la Educación*. Material no publicado.
- Valero, P. (2004). Socio-Political Perspectives on Mathematics Education. En P. Valero and R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the Socio-political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 5-24.
- Vallecillos, A., y Batanero, C. (1997). Análisis del aprendizaje de conceptos clave en el contraste de hipótesis estadísticas mediante el estudio de casos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17(1), pp. 29 – 48.
- Vanegas, Y. (2013). *Competencias ciudadanas y desarrollo profesional en matemáticas* (Tesis doctoral). Universitat de Barcelona, España. Disponible en: <http://diposit.ub.edu/dspace/handle/2445/44766>
- Vanegas, Y., Giménez, J. y Font, V. (2015a). Aprender a formar en ciudadanía en la formación de profesores de matemáticas. En Flores, R. (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, pp. 1359–67. Disponible en: <http://www.clame.org.mx/acta.htm>.
- Vanegas, Y., Giménez, J. y Font, V. (2015b). Análisis didáctico y formación para la ciudadanía a través de las matemáticas. En Scott P. y A. Ruíz (Eds.). *Educación*
-

-
- Matemática en las Américas: 2015*. Volumen 2: Formación Inicial para Secundaria. República Dominicana: Comité Interamericano de Educación Matemática. pp. 65-73. Disponible en: <http://ciaem-redumate.org/memorias-ciaem/xiv/pdf/Vol2FormG7.pdf>
- Vásquez, C. (2018). Surgimiento del Lenguaje Probabilístico. Un Estudio de Caso en el Aula de Educación Primaria. (Artículo en proceso de arbitraje).
- Vásquez, C.; Alsina, Á. (2014). Enseñanza de la probabilidad en educación primaria. Un desafío para la formación inicial y continua del profesorado. *Números*, 85, pp. 5-23.
- Venegas, M. C. (1993). *El Texto Escolar: cómo aprovecharlo*. Bogotá: MEN - CERLALC.
- Villarroel, G., Cedeño, S., Ledezma, N., Oropeza, L., y D'Aubeterre, M. (2011). La ciudadanía en Venezuela: creencias, comportamientos y valores. *Revista Politeia*. N° 47, vol. 34. Instituto de estudios Políticos UCV, 1-31.
- Wallman, K.K. (1993). Enhancing statistical literacy: Enriching our society. *Journal of the American Statistical Association*, 88, No. 421, 1–8.
- Watson, J. M. (1997), Assessing Statistical Thinking Using the Media. En: I. Gal y J. Garfield (Eds.). *The Assessment Challenge in Statistics Education*, pp. 107 – 121. Amsterdam: IOS Press and the International Statistical Institute.
- Watson, J. M. (2004). Developing reasoning about samples. En J. Garfield y D. Ben-Zvi (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 277–294). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Watson, J. M., y Moritz, J. B. (2000). Development of understanding of sampling for statistical literacy. *Journal of Mathematical Behavior*, 19, 109 – 136.
- Watson, J. y Callingham, R. (2003). Statistical literacy: A complex hierarchical construct. *Statistics Education Research Journal*, 2(2), 3 – 46. Disponible en: [http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ2\(2\) Watson Callingham.pdf](http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ2(2) Watson Callingham.pdf)
-

- Watson, J. y Nathan, E. (2010). Assessing the interpretation of two-way tables as part of statistical literacy. En C. Reading (Ed.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society* (Proceedings of the 8th International Conference on the Teaching of Statistics, July, 2008, Ljubljana, Slovenia). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67 (3), pp. 223 – 265.
- Wroughton, J. R., McGowan, H. M., Weiss, L. V., y Cope, T. M. (2013). Exploring the role of context in students' understanding of sampling. *Statistics Education Research Journal*, 12(2), 32–58.
- Wu, Y. (2004). Singapore secondary school students' understanding of statistical graphs. Trabajo presentado en 10th International Congress on Mathematics Education (ICME-10). Disponible en <http://iase-web.org/documents/papers/icme10/Yingkang.pdf>
- Xu, B. (2013). The development of school mathematics textbooks in China since 1950. *ZDM* 45(5), 725 – 736.
- Yanık, H. B., Özdemir, G. y Eryılmaz Çevirgen, A. (2017). Investigating data processing related tasks in middle school mathematics textbooks, Inonu University Journal of the Faculty of Education, 18(2), 45-61. DOI: 10.17679/inuefd.323407
- Yoclu, A., y Haser, C. (2013). 8th grade students' statistical literacy of average and variation concepts. En B. Ubuz, C. Haser, y M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME8)*. Ankara: Middle East Technical University.
- Zapata-Barrero, R. (2001). *Ciudadanía, democracia y pluralismo cultural: hacia un nuevo contrato social*. Barcelona: Antrophos.
- Zhu, Y., y Fan, L. (2002). Textbook use by Singaporean mathematics teachers at lower secondary level. En D. Edge y Y. B. Har (Eds.), *Mathematics education for a knowledge-based era*, Vol. 2, pp. 194 – 201. Singapore: AME.

Zhu, Y., y Fan, L. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: A comparison of selected mathematics textbooks from mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4(4), 609–626.

Ziegler, L. A. (2014). *Reconceptualizing Statistical Literacy: Developing an Assessment for the Modern Introductory Statistics Course* (Tesis doctoral). Universidad de Minnesota, EEUU. Disponible en: <http://conservancy.umn.edu/handle/11299/165153>

Libros Colección Bicentenario

Moya R., A., Torrealba M., H., Márquez, M.Y., Becerra H., R., Serrano G., R., Rodríguez D., V., Serrano G., W. y Millán B., Z. (2014a). *Contemos ... 1,2,3 y 4. Matemática Primer Grado*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.

Duarte C., A., Moya R., A., Silva A., D., Vásquez S., F., Torrealba M., H., Bustamante P., K., Gracia A., M., Márquez, M. Y., Serrano G., R., Rodríguez D., V., Serrano G., W. y Millán B., Z. (2014a). *Triángulos, rectángulos y algo más. Matemática Segundo Grado*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.

Moya R., A., Silva A., D., Vásquez S., F., Bustamante P., K., Gracia A., M., Márquez, M.Y., Serrano G., R., Becerra H., R., Rodríguez D., V., Serrano G., W. y Millán B., Z. (2014b). *Aventuras de patacalientes. Matemática Tercer Grado*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.

Rojas O. A., Duarte C., A., Moya R., A., Torres S., C., Silva A., D., Gil G., D., Vásquez H., E., Vásquez S., F., Paredes A., H., Bustamante P., K., Fernández, L.R., Gracia A., M., Reaño O., N., Becerra H., R., Rodríguez D., V. y Millán B., Z. (2014a). *Contando con los recursos. Matemática Cuarto Grado*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.

Duarte C., A., Moya R., A., Silva A., D., Gil G., D., Vásquez H., E., Vásquez S., F., Paredes A., H., Bustamante P., K., Gracia A., M., Reaño O., N., Mendoza G., O., Becerra H., R., Rodríguez D., V., Serrano G., W. y Millán B., Z. (2014b). *La patria buena. Matemática*

- Quinto Grado*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.
- Rojas O., A., Duarte C., A., Moya R., A., Torres S., C., Silva A., D., Gil G., D., Vázquez H., E., Vázquez S., F., Paredes A., H., Bustamante P., K., Gracia A., M., Reaño O., N., Mendoza G., O., Becerra H., R., Rodríguez D., V., Serrano G., W. y Millán B., Z. (2014b). *Hecho en Venezuela. Matemática Sexto Grado*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.
- Renick H., A; Rojas O., A., Duarte C., A., Moya R., A., Blanco, J.L., Fumero, J.E., Bustamante P., K., Reaño O., N., Mendoza G., O.; Becerra H., R., Rodríguez D., V., Serrano G., W., Millán B., Z., Míguez Á., A., Silva A., D., Vázquez S., F. y Paredes Á., H. (2014). *Matemática para la Vida. Matemática 1er año*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.
- Mariño, A.E., Rojas O., A., Duarte C., A., Moya R., A., Silva A., D., Gil G., D., Vázquez H., E., Paredes A., H., Blanco, J.L., Bustamante P., K., Reaño O., N., Becerra H., R., Serrano G., W. y Millán B., Z. (2014a). *Conciencia Matemática. Matemática 2do año*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.
- Mariño, A.E., Rojas O., A., Duarte C., A., Moya R., A., Míguez Á., A., Mora. C.D., Silva A., D., Gil G., D., Vázquez H., E., Paredes A., H., Blanco, J.L., Bustamante P., K., Reaño O., N., Becerra H., R., Serrano G., W. y Millán B., Z. (2014b). *La Matemática de la Belleza. Matemática 3er año*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.
- Duarte C., A., Moya R., A., Míguez Á., A., Torres S., C., Silva A., D., Vázquez S., F., Paredes Á., H., Blanco, J.L., Bustamante P., K., Gracia A., M., Reaño O., N., Becerra H., R., Serrano G., W. y Millán B., Z. (2014c). *Matemática para la Vida. Matemática 4to año*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.
- Duarte C., A., Moya R., A., Míguez Á., A., Silva A., D., Paredes Á., H., Blanco, J.L., Gascón M., J., Bustamante P., K., Gracia A., M., Reaño O., N., Becerra H., R., Serrano G., W. y Millán B., Z. (2014d). *La Matemática y el Vivir Bien. Matemática 5to año*. Colección Bicentenario. Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación.

