

TRABAJO DE GRADO

DISEÑO DE PERFILES AERODINÁMICOS MEDIANTE PROGRAMAS EVOLUTIVOS

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela
Por el Ingeniero
Guerra S., Rafael A.
Para optar al título de
**Magister Scientiarum en Ing.
Mecánica.**

Caracas, Octubre 2004

TRABAJO DE GRADO

DISEÑO DE PERFILES AERODINÁMICOS MEDIANTE PROGRAMAS EVOLUTIVOS

Tutor Académico: **Prof. Manuel Martínez**

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela
Por el Ingeniero
Guerra S., Rafael A.
Para optar al título de
**Magister Scientiarum en Ing.
Mecánica.**

Caracas, Octubre 2004

Agradecimientos

Son muchas las personas que han contribuido con el logro de esta difícil meta, por lo que es posible que algunos sean omitidos en esta sección sin ser esa mi intención. A todos aquellos que sean víctimas de mi pobre memoria, reciban mis más sentidas disculpas y mi mayor agradecimiento

Agradezco profundamente a la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad Central de Venezuela, la cual una vez me ofreció la oportunidad de avanzar en la búsqueda del conocimiento.

Al Profesor Manuel Martínez, cuya receptividad y entusiasmo a las ideas propuestas fueron aliciente durante mis estudios de postgrado y el desarrollo de este trabajo.

Al Profesor Stefan Zarea, cuyo valioso consejo ha contribuido a mejorar el resultado final de este trabajo.

A los Profesores Néstor Carrasquero y José Sidonio Rodríguez, por las valiosas ideas aportadas durante las distintas etapas de este trabajo.

A los Profesores Rafael Balderrama y Jolymer Soto, por su presencia y su ánimo en las horas más duras de este trabajo.

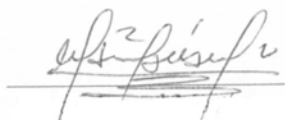
A mi familia, por su enorme paciencia...

A mi familia, en el más amplio
sentido de la palabra ...

APROBACIÓN DEL TUTOR

En mi carácter de Tutor del Trabajo de Grado presentado por el Ing. Rafael Guerra, par optar al título de Magíster Scientiarum en Ingeniería Mecánica, considero que dicho trabajo reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la presentación pública y evaluación por parte del jurado examinador que se designe.

En la Ciudad de Caracas, a los 14 días del mes de octubre de 2004.

A handwritten signature in dark ink, appearing to read 'Manuel Martínez', is written over a horizontal line.

Prof. Manuel Martínez, PhD



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE INGENIERÍA
COMICION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

VEREDICTO

Quienes suscriben, Miembros del Jurado Designado por el Consejo de la Facultad de Ingeniería y por el Consejo de Estudios de Postgrado de la Universidad Central de Venezuela, para examinar el Trabajo de Grado presentado por el Ing. **Rafael Antonio Guerra Silva** portador de la Cédula de Identidad 13.615.256 bajo el Título: "**DISEÑO DE PERFILES AERODINÁMICOS MEDIANTE PROGRAMAS EVOLUTIVOS**" a los fines de cumplir con el requisito legal para optar al Grado de MAGISTER SCIENTIARUM EN INGENIERÍA MECÁNICA, dejan constancia de lo siguiente:

1.- Leído como fue dicho trabajo por cada uno de los Miembros del Jurado, éste fijó el día 04 de noviembre de 2004, para que el autor lo defendiera en forma pública, lo que éste hizo en la sala Aula 213 de la Escuela de Ingeniería Mecánica, mediante una exposición oral de su contenido, luego de lo cual respondió satisfactoriamente a las preguntas que le fueron formuladas por el Jurado; todo conforme a lo dispuesto en los Artículos 44, 49, 50, 51 y 52 del Reglamento de Estudios de Postgrado.

2.- Finalizada la defensa pública del trabajo, el Jurado decidió **aprobarlo** por considerar, sin hacerse solidario de las ideas expuestas por el autor, que se ajusta a lo dispuesto y exigido en el Reglamento de Estudios de Postgrado. Para dar este veredicto, el Jurado estimó que son de relevancia los aportes del trabajo, específicamente los relacionados con el desarrollo, la validación y aplicación de un método basado en programas evolutivos de optimización para el diseño de perfiles aerodinámicos.

En fe de cual se levanta la presente acta, a los cuatro días del mes de noviembre de 2004, dejándose también constancia de que conforme a lo dispuesto en la normativa jurídica vigente, actuó como Coordinador del Jurado el Profesor: Manuel Martínez.

Prof. Stefan Zarea

Prof. Nestor Carrasquero

Prof. Manuel Martínez
Coordinador

INDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN

ANTECEDENTES	18
JUSTIFICACIÓN	22
FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	22
OBJETIVOS	24
<i>Objetivo General</i>	24
<i>Objetivos Específicos</i>	24

MÉTODO DE PANEL

ELEMENTOS DE FLUJO DE POTENCIAL	25
<i>Condición de Kutta-Joukowski</i>	27
DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO DE PANEL DE HESS Y SMITH	29
ELEMENTOS DE LA TEORÍA DE CAPA LÍMITE	36
<i>Ecuaciones de Capa Límite</i>	36
<i>Soluciones Numéricas para las Ecuaciones de Capa Límite</i>	37
TÉCNICAS DE SOLUCIÓN POR ZONAS	38
<i>Soluciones para Flujo No Viscoso Acoplado a la Capa Límite</i>	39
EL PROGRAMA XFOIL	41
<i>Cálculo de la Sustentación</i>	41
<i>Cálculo del Arrastre</i>	41
<i>Cálculo del Coeficiente de Fricción</i>	42
<i>Cálculo de las Fuerzas de Sustentación y Arrastre</i>	43
<i>Criterio de Transición</i>	45

<i>Limitaciones del Código XFOIL</i>	46
PROGRAMAS EVOLUTIVOS	
ALGORITMOS GENÉTICOS	49
<i>Representación</i>	50
<i>Aspectos Básicos de los Algoritmos Genéticos</i>	51
<i>Estructura de los Algoritmos Genéticos</i>	52
<i>Mecanismo de Selección</i>	53
<i>Recombinación mediante Cruce y Mutación</i>	55
OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO	
CONCEPTOS BÁSICOS Y TERMINOLOGÍA	59
<i>Problema de Optimización Multiobjetivo</i>	60
<i>Conjunto de Soluciones Factibles</i>	60
<i>Dominancia Pareto</i>	61
<i>Optimalidad Pareto</i>	63
<i>Conjuntos y Frentes No Dominados</i>	63
PROGRAMAS EVOLUTIVOS DE OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO	65
<i>El Código NSGA</i>	65
<i>El Código NSGA-II</i>	68
<i>El Código SPEA</i>	69
<i>El Código SPEA2</i>	71
METODOLOGÍA	
VALIDACIÓN DE LOS CÓDIGOS MULTIOBJETIVO	73
APLICACIÓN DE LOS CÓDIGOS MULTIOBJETIVO	75
<i>Variables del Problema</i>	75
<i>Funciones Objetivo</i>	75
<i>Selección de los casos de estudio</i>	76
<i>Inicialización de la Población</i>	77

<i>Operadores de Cruce y Mutación</i>	78
<i>Selección de los Parámetros a Emplear</i>	80
ESTRATEGIA DE TRABAJO	80
ANÁLISIS DE RESULTADOS	
VALIDACIÓN DE LOS CÓDIGOS NSGA-II Y SPEA2	83
RESULTADOS DEL CÓDIGO SPEA2	84
<i>Influencia del Operador de Mutación</i>	84
<i>Influencia de la Probabilidad de Mutación.</i>	86
<i>Influencia del Operador de Cruce</i>	91
<i>Influencia de la composición de la Población Inicial</i>	94
RESULTADOS DEL CÓDIGO NSGA-II	98
<i>Influencia de la Probabilidad de Mutación</i>	99
<i>Influencia del Operador de Cruce</i>	104
<i>Influencia de la composición de la Población Inicial</i>	106
EFICACIA DE LOS CÓDIGOS SPEA2 Y NSGA-II	109
PERFILES GENERADOS	116
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	
CONTRIBUCIONES	121
RECOMENDACIONES	122

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 2.1. FLUJO ALREDEDOR DE UN PERFIL CON CIRCULACIÓN CERO	28
FIGURA 2.2. FLUJO DE UN FLUIDO REAL ALREDEDOR DE UN PERFIL AERODINÁMICO	29
FIGURA 2.3. SUSTITUCIÓN DE LA SUPERFICIE DE UN CUERPO CON PANELES FUENTE	30
FIGURA 2.4. DISTRIBUCIÓN DE PRESIÓN CALCULADA PARA TRES CONFIGURACIONES DE PANELES FUENTE Y VÓRTICE SUPERPUESTOS	31
FIGURA 2.5. CUATRO ETAPAS EN LA DETERMINACIÓN DE FLUJO ALREDEDOR DE UN PERFIL	33
FIGURA 2.6. REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA DE LA CAPA LÍMITE FORMADA SOBRE UNA PLACA PLANA	37
FIGURA 2.7. REPRESENTACIÓN DE DISTINTAS ZONAS DENTRO DEL CAMPO DE FLUJO ALREDEDOR DE UN PERFIL AERODINÁMICO	39
FIGURA 3.1. APLICACIÓN DEL PROCESO DE SELECCIÓN	54
FIGURA 3.2. MECANISMO DE SELECCIÓN	54

FIGURA 4.1. EJEMPLO ILUSTRATIVO DE LA OPTIMALIDAD PARETO EN ESPACIOS OBJETIVOS (IZQUIERDA) Y SU POSIBLE RELACIÓN CON EL ESPACIO OBJETIVO (DERECHA) 62

FIGURA 4.2. ILUSTRACIÓN DE UN CONJUNTO DE SOLUCIONES LOCALES ÓPTIMAS Y UN CONJUNTO DE SOLUCIONES GLOBALES OPTIMAS EN EL ESPACIO DE FUNCIONES OBJETIVOS 64

FIGURA 5.1. FUNCIONAMIENTO DEL OPERADOR DE CRUCE SIMPLE MODIFICADO SEGÚN UNA DE LAS IDEAS PROPUESTAS EN EL MPM DEL PROF. STEFAN ZAREA 78

FIGURA 6.1. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON LOS CÓDIGOS NSGA-II Y SPEA2 EN EL PROBLEMA DE PRUEBA CIRCUNFERENCIA. 83

FIGURA 6.2. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON LOS OPERADORES GAUSS Y CURV-0. SE EMPLEA UNA POBLACIÓN GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA 00-XX Y NACA DE 5 DÍGITOS. (OPERADOR DE CRUCE: SSZ) 85

FIGURA 6.3. DOS PERFILES OBTENIDOS MEDIANTE EL USO DE LOS OPERADORES: A) GAUSS; B) CURV-0 85

FIGURA 6.4. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS A DISTINTOS VALORES DE p_m CON EL OPERADOR CURV-0. LA POBLACIÓN INICIAL ES GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA 00-XX Y NACA DE 5 DÍGITOS. (SSZ) 86

FIGURA 6.5. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS A DISTINTOS VALORES DE p_m CON EL OPERADOR CURV-0. LA POBLACIÓN

INICIAL ES GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA DE 4 DÍGITOS.
(SSZ) 87

FIGURA 6.6. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS A
DISTINTOS VALORES DE p_m CON EL OPERADOR CURV-0. LA POBLACIÓN
INICIAL ES GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA DE 5 DÍGITOS.
(SSZ) 88

FIGURA 6.7. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS A
DISTINTOS VALORES DE p_m CON EL OPERADOR CURV-0. LA POBLACIÓN
INICIAL ES GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA 00-XX Y NACA
DE 5 DÍGITOS. (CAU) 88

FIGURA 6.8. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS A
DISTINTOS VALORES DE p_m CON EL OPERADOR CURV-0. LA POBLACIÓN
INICIAL ES GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA DE 4 DÍGITOS.
(CAU) 89

FIGURA 6.9. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS A
DISTINTOS VALORES DE p_m CON EL OPERADOR CURV-0. LA POBLACIÓN
INICIAL ES GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA DE 5 DÍGITOS.
(CAU) 90

FIGURA 6.10. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS
CON LOS OPERADORES SSZ Y CAU. LA POBLACIÓN INICIAL ES
GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA 00-XX Y NACA DE 5
DÍGITOS. (CURV-0) 92

FIGURA 6.11. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON LOS OPERADORES SSZ Y CAU. LA POBLACIÓN INICIAL ES GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA DE 4 DÍGITOS. (CURV-0). 93

FIGURA 6.12. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON LOS OPERADORES SSZ Y CAU. LA POBLACIÓN INICIAL ES GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA DE 5 DÍGITOS. (CURV-0). 93

FIGURA 6.13. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS PARA DISTINTAS POBLACIONES INICIALES. (SSZ, CURV-0, $p_m = 0,01$) 95

FIGURA 6.14. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS PARA DISTINTAS POBLACIONES INICIALES. (SSZ, CURV-0, $p_m = 0,001$) 96

FIGURA 6.15. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS PARA DISTINTAS POBLACIONES INICIALES. (CAU, CURV-0, $p_m = 0,01$) 96

FIGURA 6.16. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS PARA DISTINTAS POBLACIONES INICIALES. (CAU, CURV-0, $p_m = 0,001$) 98

FIGURA 6.17. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS A DISTINTOS VALORES DE p_m CON EL OPERADOR CURV-0. LA POBLACIÓN INICIAL ES GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA 00-XX Y NACA DE 5 DÍGITOS. (SSZ) 99

FIGURA 6.18. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS A DISTINTOS VALORES DE p_m CON EL OPERADOR CURV-0. LA POBLACIÓN INICIAL ES GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA 00-XX Y NACA DE 5 DÍGITOS. (CAU) 100

FIGURA 6.19. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS A DISTINTOS VALORES DE p_m CON EL OPERADOR CURV-0. LA POBLACIÓN INICIAL ES GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA DE 4 DÍGITOS. (SSZ) FIGURA 6.20. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS A DISTINTOS VALORES DE p_m CON EL OPERADOR CURV-0. LA POBLACIÓN INICIAL ES GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA DE 4 DÍGITOS. (CAU) 101

FIGURA 6.21. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS A DISTINTOS VALORES DE p_m CON EL OPERADOR CURV-0. LA POBLACIÓN INICIAL ES GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA DE 5 DÍGITOS. (SSZ) 103

FIGURA 6.22. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS A DISTINTOS VALORES DE p_m CON EL OPERADOR CURV-0. LA POBLACIÓN INICIAL ES GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA DE 5 DÍGITOS. (CAU) 103

FIGURA 6.23. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON LOS OPERADORES SSZ Y CAU. LA POBLACIÓN INICIAL ES GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA 00-XX Y NACA DE 5 DÍGITOS. (CURV-0) 104

FIGURA 6.24. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON LOS OPERADORES SSZ Y CAU. LA POBLACIÓN INICIAL ES GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA DE 4 DÍGITOS. (CURV-0). 105

FIGURA 6.25. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON LOS OPERADORES SSZ Y CAU. LA POBLACIÓN INICIAL ES GENERADA A PARTIR DE LAS SERIES NACA DE 5 DÍGITOS. (CURV-0). 105

FIGURA 6.26. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS
PARA DISTINTAS POBLACIONES INICIALES. (SSZ, CURV-0, $p_m = 0,01$) 106

FIGURA 6.27. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS
PARA DISTINTAS POBLACIONES INICIALES. (SSZ, CURV-0, $p_m = 0,001$) 107

FIGURA 6.28. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS
PARA DISTINTAS POBLACIONES INICIALES. (CAU, CURV-0, $p_m = 0,01$) 108

FIGURA 6.29. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS
PARA DISTINTAS POBLACIONES INICIALES. (CAU, CURV-0, $p_m = 0,001$)
109

FIGURA 6.30. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS
POR MEDIO DE SPEA2 110

FIGURA 6.31. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS POR
MEDIO DE NSGA-II 111

FIGURA 6.32. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS POR
MEDIO DE NSGA-II Y SPEA2. LAS CIFRAS REPRESENTAN LA
PROBABILIDAD DE MUTACIÓN (P_M) Y LA POBLACIÓN INICIAL
EMPLEADAS 113

FIGURA 6.33. COCIENTE DEL COEFICIENTE DE ARRASTRE ENTRE EL
COEFICIENTE DE SUSTENTACIÓN DE LOS FRENTES OBTENIDOS EN
DISTINTAS CORRIDAS CON NSGA-II Y SPEA2 FIGURA 6.34. COCIENTE
DEL COEFICIENTE DE ARRASTRE ENTRE EL COEFICIENTE DE
SUSTENTACIÓN DE LOS FRENTES OBTENIDOS EN DISTINTAS CORRIDAS
CON NSGA-II Y SPEA2 114

FIGURA 6.35. PERFIL OBTENIDO MEDIANTE NSGA-II: CAU, POBLACIÓN INICIAL DE PERFILES DE LAS SERIES NACA 00-XX Y DE 5 DÍGITOS, Y

$p_m = 0,01$ 117

FIGURA 6.36. PERFIL OBTENIDO MEDIANTE NSGA-II: CAU, POBLACIÓN INICIAL DE PERFILES DE LAS SERIES NACA 00-XX Y DE 5 DÍGITOS, Y

$p_m = 0,01$ 117

FIGURA 6.37. PERFIL OBTENIDO MEDIANTE NSGA-II: CAU, POBLACIÓN INICIAL DE PERFILES DE LAS SERIES NACA 00-XX Y DE 5 DÍGITOS, Y

$p_m = 0,01$ 118

FIGURA 6.38. PERFIL OBTENIDO MEDIANTE NSGA-II: CAU, POBLACIÓN INICIAL DE PERFILES DE LAS SERIES NACA 00-XX Y DE 5 DÍGITOS, Y

$p_m = 0,01$ FIGURA 6.39. PERFIL OBTENIDO MEDIANTE NSGA-II: CAU, POBLACIÓN INICIAL DE PERFILES DE LAS SERIES NACA 00-XX Y DE 5 DÍGITOS, Y $p_m = 0,01$ 118

FIGURA 6.40. PERFIL OBTENIDO MEDIANTE NSGA-II: CAU, POBLACIÓN INICIAL DE PERFILES DE LAS SERIES NACA 00-XX Y DE 5 DÍGITOS, Y

$p_m = 0,01$ 119

CAPÍTULO 1

Introducción

Desde los primeros días de la aeronáutica, el descubrimiento de mejores formas aerodinámicas ha sido un objetivo perseguido por numerosos investigadores. Los métodos empleados a lo largo de la historia han dependido en gran medida de un arduo proceso de ensayo y error, donde la experiencia del diseñador es fundamental. Este problema se presenta también, con un mayor grado de complejidad, en el diseño de la forma de los álabes de las turbomáquinas.

Durante las últimas dos décadas se han desarrollado nuevas estrategias que persiguen automatizar el proceso de diseño de perfiles aerodinámicos. Estos métodos se pueden clasificar en métodos de diseño inverso y métodos directos.

En los métodos de diseño inverso, se intenta identificar la forma geométrica del perfil que produce una distribución de presión determinada sobre el perfil. Estos métodos, aunque poseen un fuerte soporte teórico, requieren que la distribución de presión prescrita tenga sentido físico. Esto hace necesario que el diseñador posea experiencia suficiente para prescribir una distribución de presión que cumpla con esta condición.

Por otra parte, en los métodos de diseño directo se hace uso de métodos de optimización numérica para la identificación de la forma aerodinámica que optimiza el desempeño del perfil. Las técnicas de optimización se pueden dividir en métodos de optimización deterministas y métodos estocásticos.

Los métodos de optimización deterministas se basan en procedimientos derivados del cálculo para la búsqueda de mínimos y máximos de funciones, usando según el caso el valor del gradiente de la función o no. Para poder emplear estos métodos se requiere conocer el comportamiento de la función, ya que están limitados a funciones estrictamente cuasi-convexas (Bazaraa, 1979).

Los métodos estocásticos se basan en una búsqueda probabilística que puede estar orientada o no. Esta estrategia de búsqueda no garantiza la obtención del valor óptimo de la función, pero han demostrado su eficacia en la resolución de problemas de optimización. Estos métodos ofrecen algunas ventajas al ser comparados con los métodos deterministas. Por ejemplo, estos métodos son capaces de resolver problemas con múltiples mínimos locales, son fáciles de implementar, y no necesitan información previa sobre el comportamiento matemático del problema, como convexidad, continuidad y existencia de la derivada.

Aunque es cierto que estas técnicas requieren una gran cantidad de recursos computacionales para su implementación, su popularidad ha ido creciendo gracias a la aparición de computadoras de gran capacidad. Métodos estocásticos tales como los algoritmos genéticos (GA, por sus siglas en inglés), recocido simulado y estrategias evolutivas (ES, por sus siglas en inglés), han sido aplicados en problemas prácticos de diseño y optimización en ingeniería, obteniendo buenos resultados.

Uno de los problemas en los cuales han sido aplicados estos métodos es en el diseño de componentes aerodinámicos, tales como secciones de alas, rejillas de turbinas a gas, e incluso formas completas de aviones.

Aunque se han logrado avances con la ayuda de estas técnicas en muchas áreas de ingeniería, su uso en la optimización de formas aerodinámicas es un campo que apenas se empieza a explorar.

ANTECEDENTES

Desde la década de 1970, cuando las computadoras empiezan a encontrar aplicaciones en el diseño de formas aerodinámicas, los métodos tradicionales de

optimización numérica han sido la herramienta por excelencia para la optimización dentro de esta área. Ejemplo de esto lo vemos en el desarrollo de códigos computacionales como CONMIN (Vanderplaats, 1973), un programa que emplea métodos de optimización basados en el cálculo del gradiente.

A pesar de que estos métodos se emplean todavía (Burgburu y le Pape, 1998), estos métodos no son suficientemente robustos para resolver el problema de optimización de formas aerodinámicas. Esta debilidad de los métodos tradicionales de optimización numérica ya había sido identificada por Rechenberg y Schwefel en la década de 1960 (Michalewicz, 1992) y es precisamente el origen de las estrategias evolutivas (ES, por sus siglas en inglés). Sin embargo, no es hasta la segunda mitad de la década de 1990 cuando los programas evolutivos (EP, por sus siglas en inglés), tales como ES y GA, son empleados nuevamente en el problema de optimización de formas aerodinámicas.

En forma general, los trabajos sobre la aplicación de GA al diseño de perfiles aerodinámicos se pueden dividir en dos categorías: problemas de optimización de una función objetivo, y problemas de optimización multiobjetivo. En la primera categoría se cuentan los trabajos que emplean GA para optimizar una función única o una función que resulte de la combinación de un conjunto de funciones distintas a optimizar. En la segunda categoría se incluyen todos los problemas donde se busca encontrar un conjunto de soluciones que optimizan dos o más funciones de forma simultánea.

Uno de los primeros trabajos que reporta el uso de GA en el diseño de formas aerodinámicas, es el realizado por Foster y Dulikravich (1997). Ellos realizan un estudio comparativo entre dos métodos de optimización distintos: el método de direcciones factibles y un método híbrido que combina GA con el método Simplex. Ambos métodos son empleados en la optimización de cuerpos tridimensionales de proyectiles en régimen hipersónico, donde el análisis fluidodinámico se realiza bajo la consideración de fluido newtoniano. Los resultados obtenidos indican que el

método híbrido obtiene mejores resultados que la técnica dependiente del gradiente, siendo capaz de superar mínimos locales.

Otro de los trabajos pioneros en el área es el desarrollado por Vicini y Quagliarella (1997). Ellos presentan un procedimiento numérico para el diseño de perfiles aerodinámicos para régimen transónico mediante GA con capacidad de trabajar bajo las estrategias de un punto de operación, de múltiples puntos de operación y de optimización multiobjetivo. El procedimiento es aplicado al problema de arrastre sobre un perfil aerodinámico para operación en régimen transónico. Los resultados del trabajo señalan a la optimización multiobjetivo como la que ofrece mejores resultados. Posteriormente, Vicini y Quagliarella (1999) presentan una técnica de optimización híbrida obtenida al incluir una técnica de optimización basada en el gradiente al conjunto de operadores de un algoritmo genético multiobjetivo. Estos trabajos de Vicini y Quagliarella han sido seguidos por otros que buscan extender el campo de aplicación de la optimización multiobjetivo dentro de la aerodinámica.

Por ejemplo, Jones *et al.* (2000) desarrollaron de forma exitosa una metodología, para sistemas de computación paralelos, para generar una familia de perfiles aerodinámicos bidimensionales que satisface criterios aerodinámicos y acústicos en equipos rotativos. Los objetivos empleados eran la reducción del arrastre y del ruido generado, los cuales fueron evaluados con los códigos XFOIL y WOPWOP respectivamente. Anderson *et al.* (2000) estudiaron la aplicación de MOGA en el desarrollo de geometrías de alta eficiencia para misiles, demostrando la capacidad del método para obtener diseños aerodinámicos de gran eficiencia. Quagliarella y Vicini (2001) logran extender las técnicas de diseño multiobjetivo a perfiles de alta sustentación con múltiples componentes. El procedimiento planteado por ellos se basa en un algoritmo genético acoplado a dos algoritmos de solución distintos para el análisis fluidodinámico: para configuraciones de alta sustentación se emplea un algoritmo para la resolución de la ecuación de Euler combinado con una rutina integral de capa límite; para el caso transónico se emplea un algoritmo para la

resolución de flujo potencial. El método se emplea en diseño para un objetivo y para múltiples objetivos de una configuración de alta sustentación con múltiples componentes, así como para un diseño para múltiples puntos de operación, donde los requerimientos de sustentación son tomados en cuenta.

Li y Satofuka (2002) presentan un MOGA con un mecanismo de selección del tipo Boltzmann de dos ramas y un criterio de selección basado en Pareto. El método es evaluado con una función tipo, y luego es aplicado a la optimización de una rejilla de un compresor, donde las funciones objetivo son el incremento máximo de presión y la reducción de la caída de presión a través de la rejilla. Al comparar los resultados de una de las soluciones óptimas de alto incremento de presión y poca pérdida con un perfil diseñado mediante el criterio de difusión controlada (Lakshminarayana, 1996), se observa una mejora en el desempeño aerodinámico.

Posteriormente a estos trabajos, son realizados diversos trabajos en el área de optimización para un solo objetivo, entre los cuales se encuentran los de Goel y Hajela (2002), Oksuz *et al.* (2002), Burguburu y le Pape (2003), Hacioglu y Ozkol (2003) y Ali y Behdinin (2003).

Con el trabajo de Willmes y Bäck (2003), se continúa el estudio de métodos de optimización multiobjetivo en aerodinámica. En éste, se estudia el problema de diseño de perfiles aerodinámicos bajo dos criterios de diseño empleando el Algoritmo Evolutivo de Fuerza Pareto 2 (Strenght Pareto Evolutionary Algorithm 2, SPEA2) como el Algoritmo Genético para el ordenamiento de los No Dominados II (Non-Dominated Sorted Genetic Algorithm II, NSGA-II) para la optimización de perfiles aerodinámicos bidimensionales analizados mediante un modelo computacional de las ecuaciones de Navier-Stokes.

Zhu *et al.* (2004) abordan un problema de optimización multiobjetivo desarrollando un método de combinación de funciones objetivo que convierte el problema multiobjetivo original en un problema con un solo objetivo. Aunque el método reporta resultados satisfactorios con técnicas tradicionales de optimización y

con GA, posee la desventaja de los métodos con un solo objetivo (Michalewicz, 1991).

JUSTIFICACIÓN

Los logros alcanzados por distintos grupos de investigación en el diseño de turbinas a gas, han dejado constancia que el uso de estas herramientas produce resultados que superan a las técnicas tradicionales de diseño. El caso más conocido es el de la empresa General Electric, que a principios de la década de 1990, empleó el programa de optimización EnGENEous (basado en GA) para mejorar el diseño de un ventilador de una turbina a gas. Las mejoras obtenidas con la ayuda de este programa, incrementaba la eficiencia de la turbina en 0,92%, mientras que con técnicas convencionales se llegaba al 0,50% (Ige, 2000).

En el área de aeronáutica, la empresa DaimlerChrysler Aerospace AG encomendó a NuTech Solutions un programa para la optimización de perfiles aerodinámicos mediante algoritmos genéticos, el cual produjo mejoras de hasta 15% en comparación con las técnicas empleadas originalmente por la empresa. El programa, desarrollado en el 2000, se incluyó como herramienta de trabajo en el área de diseño de la empresa a partir de entonces (Nutech Solutions Inc., 2004).

También se puede mencionar el trabajo de Dulikravich *et al.* (2001), quienes reportaron mejoras en el diseño de una rejilla de turbina de gas, luego de emplear algoritmos genéticos para su optimización. Una turbina inicialmente diseñada por los expertos del *Von Karman Institut* mediante un sofisticado programa de diseño inverso, fue empleada como punto partida; se obtuvo un conjunto de diseños que resultaron superiores al diseño original: una de ellas reducía la caída de presión en un 7%, aumentaba el torque generado en 1%, y reducía el número de álabes en uno.

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Existen dos valores de importancia dentro del estudio y análisis de perfiles aerodinámicos: la fuerza de sustentación y la fuerza de arrastre. La fuerza de

sustentación se puede determinar de forma precisa mediante el modelo de flujo potencial. No obstante, para determinar la fuerza de arrastre sobre el perfil es necesario considerar la viscosidad del fluido, por lo que el modelo de flujo potencial ya no es suficiente.

Debido al elevado número de evaluaciones que requiere un programa evolutivo (10^3 - 10^4 evaluaciones), es necesario emplear un modelo numérico eficiente y económico desde el punto de vista computacional, por lo que los métodos numéricos más comunes en dinámica de fluidos, como son el método de elementos finitos (Finite Element Method, FEM) y el método de volúmenes finitos (Finite Volume Method, FVM) no son buenas opciones.

Una solución a este problema es el uso del método de panel acoplado a un esquema numérico para la resolución de las ecuaciones integrales de la capa límite. El método de panel permite determinar de forma precisa la distribución de presión, mientras que el modelo de capa límite permite determinar la fuerza de arrastre, mediante el cálculo de los esfuerzos viscosos sobre la superficie. Existen diversos modelos numéricos de la capa límite que han sido empleados con éxito en aerodinámica. Los más conocidos son detallados en los trabajos de Drela (1986), Fletcher *et al.* (1991), Cebeci *et al.* (1996), y Besnard *et al.* (1998).

El programa de optimización perseguirá minimizar la fuerza de arrastre y maximizar la fuerza de sustentación. Estas dos cantidades suelen expresarse mediante dos coeficientes adimensionales denominados coeficiente de arrastre (C_D) y coeficiente de sustentación (C_F). Mediante la optimización, se persigue identificar el conjunto de perfiles que maximizan la fineza aerodinámica para unas condiciones de operación definidas por un número de Reynolds, un número de Mach y un ángulo de incidencia (Re , M y α) prescritos.

OBJETIVOS

Objetivo General

Implementar un programa computacional para el diseño y optimización de perfiles aerodinámicos basado en programas evolutivos de optimización multiobjetivo.

Objetivos Específicos

- Estudiar la eficacia del método en el diseño de perfiles para condiciones de operación específicas mediante la comparación de los resultados obtenidos mediante con perfiles pertenecientes a las series NACA de 4 y 5 dígitos.
- Estudiar la influencia de los parámetros de los códigos de optimización en el problema de optimización de perfiles aerodinámicos.
- Generar nuevas familias de perfiles aerodinámicos adaptadas a condiciones de operación específicas.
- Generar nueva información asociada a la aplicación de métodos multiobjetivos en el diseño de perfiles.

CAPÍTULO 2

Método de Panel

Si las velocidades radiales dentro de una turbomáquina son despreciables y las superficies de corriente son cilíndricas, el desarrollo de una sección cilíndrica resultaría en una rejilla rectilínea de infinito número de álabes. La configuración es muy sencilla, haciendo posible investigar propiedades tales como sustentación, arrastre, distribución de presión, transición y separación, crecimiento de la capa límite, interacción entre ondas de choque y capa límite, regiones de vórtice y flujos con cavidades, y control de la capa límite. Existe una gran cantidad de información de tipo analítico y experimental en esta configuración que ha sido empleada en el diseño y análisis de una gran cantidad de turbomáquinas en régimen de flujo subsónico, transónico y supersónico, así como en máquinas de flujo incompresible (Horlock, 1973). Este modelo ha permitido el desarrollo exitoso de turbomáquinas de flujo axial (Lakshminarayana, 1996).

ELEMENTOS DE FLUJO DE POTENCIAL

Cuando se asume que el flujo a través de una rejilla es incompresible, irrotacional y no viscoso, su comportamiento es gobernado por las ecuaciones

$$\nabla^2 \psi = \psi_{xx} + \psi_{yy} = 0 \quad (2.1)$$

$$\nabla^2 \phi = \phi_{xx} + \phi_{yy} = 0 \quad (2.2)$$

donde ∇^2 es el operador Laplaciano y ψ y ϕ representan la función de corriente y la función potencial de flujo, respectivamente. El flujo representado por estas ecuaciones y sus soluciones pertenece al tipo de flujo denominado potencial. Se sabe que cualquiera de estas dos ecuaciones permite resolver el problema, es decir, que ambas describen el campo de flujo bidimensional. La selección de la ecuación a resolver es cuestión de cual provee la forma más conveniente de condiciones para su solución.

El estudio de flujo potencial bidimensional ha permitido obtener la solución de problemas prácticos tales como flujo alrededor de alas de aeroplanos, rejillas de álabes y flujo alrededor de cuerpos aerodinámicos. Existen numerosos métodos para su resolución, aunque aquí nos concentraremos en el método de panel.

En adición a las ecuaciones 2.1 ó 2.2, debemos disponer de condiciones de contorno apropiadas al problema que se desea resolver. Por ejemplo, para obtener el campo de flujo alrededor de un cuerpo que se mueve a cierta velocidad en sentido negativo sobre el eje x a través de un fluido en reposo, se debe imponer la condición de que la superficie del cuerpo es una línea de corriente del flujo. Esto quiere decir que la ecuación

$$\psi = \text{constante} \quad \text{ó} \quad \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (2.3)$$

debe cumplirse en la superficie del cuerpo, sobre la cual n es la dirección normal, además de imponer que la velocidad relativa del fluido respecto al cuerpo a una gran distancia es igual a la velocidad de corriente libre. Expresado en coordenadas cartesianas, las componentes de velocidad lejos del cuerpo son

$$\begin{aligned} u &= \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} = V_{\infty} \\ v &= \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Puede demostrarse que para un cuerpo, alrededor del cual existe circulación, existe una solución única de la ecuación 2.1 que satisface la ecuación 2.4 en el

infinito y la ecuación 2.3 sobre la superficie. En otras palabras, se puede demostrar que existe una solución única para el campo de flujo siempre que las condiciones de contorno sobre el cuerpo y en el infinito son satisfechas y, adicionalmente, se pueda determinar la circulación alrededor del cuerpo.

De esta manera, el problema cinemático de encontrar el patrón de flujo de un cuerpo sumergido en una corriente de flujo no viscoso se reduce al problema matemático de encontrar una solución apropiada de la ecuación de Laplace.

Debido a que la ecuación de Laplace es del tipo lineal, se pueden aplicar los principios de superposición de soluciones a un problema cualquiera de flujo potencial (Kuethe y Chow, 1976). A continuación se presentan en la siguiente tabla algunas soluciones para flujo potencial e incompresible

Flujo	ψ	ϕ	(2.5)
Vórtice	$\frac{\Gamma}{2\pi} \ln r$	$-\frac{\Gamma}{2\pi} \theta$	
Fuente	$\frac{\Lambda}{2\pi} \theta$	$\frac{\Lambda}{2\pi} \ln r$	
Uniforme en la Dirección x	$V_{\infty} y$	$V_{\infty} x$	

donde Γ y Λ representan la intensidad de vórtice y fuente respectivamente. cada una de las funciones de corriente y potenciales de velocidad es presentada en la ecuación 2.5 en el sistema de coordenadas en el cual se presenta de forma más concisa; el sistema empleado para resolver un problema específico es elegido con el objetivo de facilitar el cálculo.

Condición de Kutta-Joukowski

Con el propósito de determinar las fuerzas que actúan sobre un cuerpo sumergido en una corriente de fluido (o un cuerpo que se mueve a través de un fluido), es necesario conocer el valor de la circulación.

Para un fluido viscoso, la circulación está determinada por la imposición de una observación empírica de la aerodinámica: los experimentos muestran que cuando un cuerpo con un borde de fuga agudo se mueve respecto al fluido en el que se encuentra sumergido, la viscosidad del fluido causa que el fluido que fluye por la parte superior se una suavemente con el fluido que fluye por la parte inferior del cuerpo en el borde de fuga; esta circunstancia, que determina la magnitud de la circulación alrededor del cuerpo, es denominada condición de Kutta, la cual puede ser formulada como sigue: un cuerpo con un borde de fuga agudo en movimiento a través de un fluido produce alrededor de sí una circulación de magnitud suficiente para causar que el punto de estancamiento posterior se ubique sobre el borde de fuga.

El flujo alrededor de un perfil con cierto ángulo de incidencia dentro de un campo de flujo no viscoso no desarrolla circulación y el punto de estancamiento se presenta en la superficie superior; las figuras se muestran de forma esquemática en la figura 2.1. La figura 2.2 presenta las líneas de corriente alrededor de un perfil aerodinámico en flujo viscoso, mostrando el flujo suave producido sobre el borde de fuga, como se puede observar en la práctica, y denominado condición de Kutta-Joukowski.

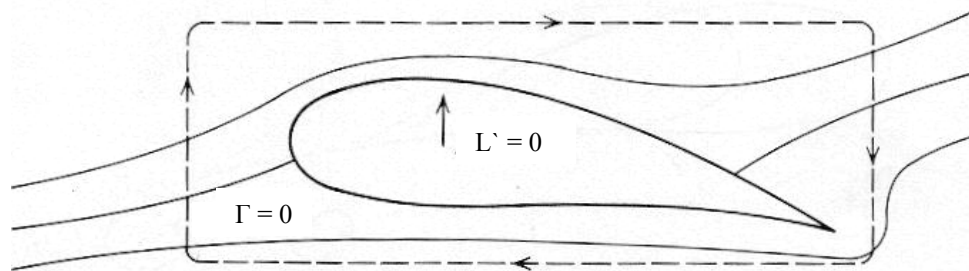


Figura 2.1. Flujo alrededor de un perfil con circulación cero

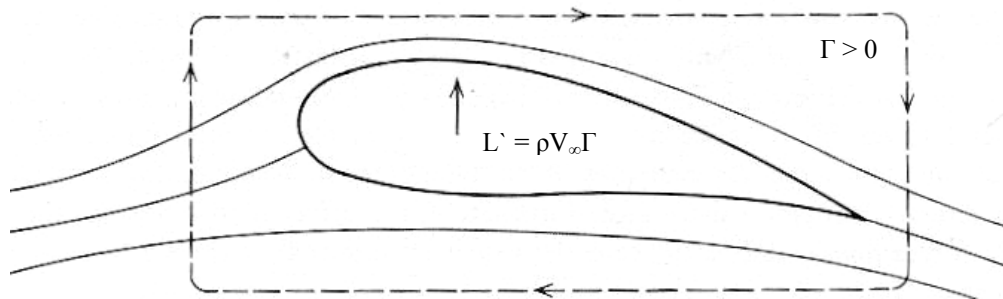


Figura 2.2. Flujo de un fluido real alrededor de un perfil aerodinámico

DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO DE PANEL DE HESS Y SMITH

Se puede demostrar que el flujo alrededor de un cuerpo cualquiera puede ser generado mediante la distribución de singularidades (fuentes, sumideros y vórtices) en el interior del cuerpo, de forma que la superficie de éste se convierta en una línea de corriente del campo de flujo (Kuethe y Chow, 1976). De forma alternativa, este flujo puede ser logrado reemplazando la superficie por “hojas o láminas fuente”, cuya intensidad varía sobre la superficie de forma que en cada punto la velocidad normal generada por las hojas fuente contrarreste el componente normal de la velocidad de corriente libre. Si el cuerpo genera sustentación, se pueden introducir también hojas vórtice para incorporar circulación.

El método de panel aquí descrito se basa en la aproximación de la forma de los perfiles aerodinámicos mediante un conjunto de paneles que contiene tanto una singularidad de tipo fuente como de tipo vórtice (Fig. 2.3). Se asume aquí que los m paneles son planos, y que cada uno tiene una intensidad de fuente y una intensidad de vórtice constantes. El procedimiento computacional está dirigido a encontrar las intensidades de las fuentes λ_i (que determinan el flujo libre de circulación) y las densidades de circulación γ_i (que hacen que se cumpla la condición de Kutta-Joukowski para el flujo con sustentación) en cada panel para un ángulo de incidencia determinado del perfil. Una vez conocidos V_∞ , λ_i y γ_i para cada uno de los m

paneles se pueden calcular las distribuciones de velocidad y presión, así como los coeficientes de sustentación y de momento.

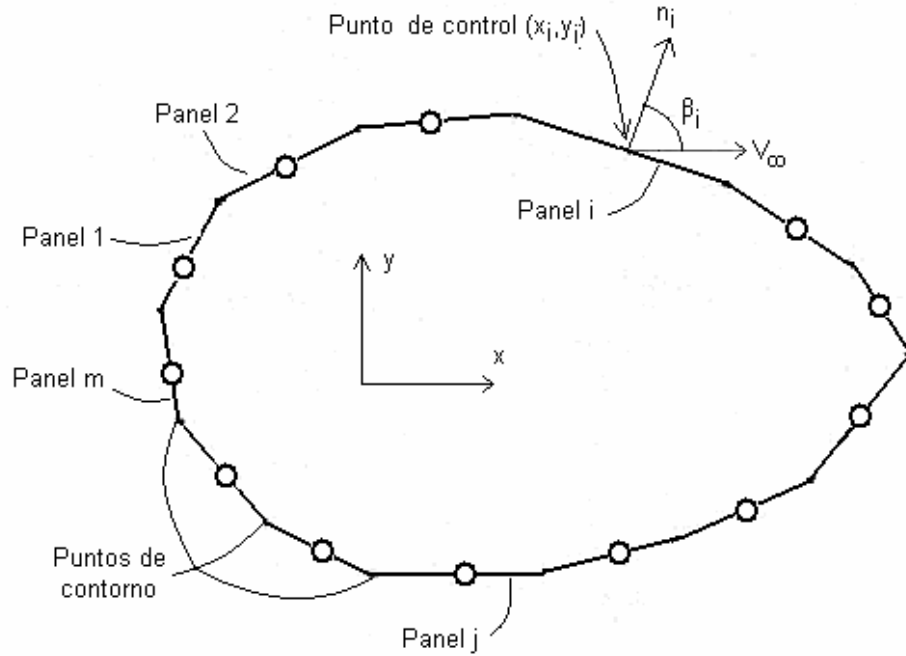


Figura 2.3. Sustitución de la superficie de un cuerpo con paneles fuente.

Algunos resultados del método son mostrados en la figura 2.4, tal como se presentan en Kuethe y Chow (1976). Los resultados muestran tres distintos cálculos de una distribución de presión de un perfil NACA 2412 bajo un ángulo de incidencia de 8° , que van desde un cálculo grueso hasta la solución exacta.

Según lo planteado previamente, la condición de contorno en el i -ésimo panel se expresa de la siguiente manera

$$\frac{\lambda_i}{2} + \sum_{j \neq i}^m \frac{\lambda_j}{2\pi} \int_j \frac{\partial}{\partial n_i} (\ln r_{ij}) ds_j = -V_\infty \cos \beta_i \quad (2.6)$$

donde la integral es evaluada sobre el j -ésimo panel, la sumatoria se extiende sobre todos los paneles excepto el i -ésimo (la contribución de ese panel está representada

por el término $\frac{\lambda_i}{2}$) y r_{ij} varía entre las distancias desde el punto de control del i -ésimo panel hasta los dos extremos del j -ésimo panel. La ecuación 2.6 representa m ecuaciones algebraicas simultáneas para m incógnitas λ_i , para $i = 1, 2, \dots, m$.

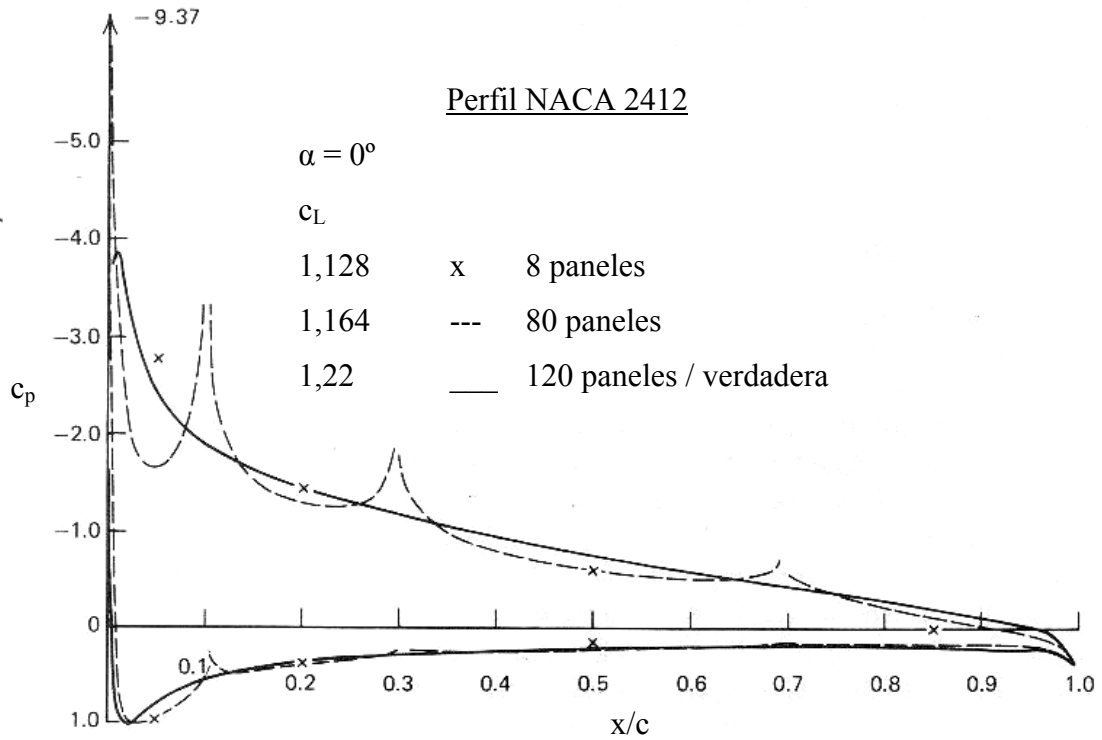


Figura 2.4. Distribución de presión calculada para tres configuraciones de paneles fuente y vórtice superpuestos. (Tomado de *Foundations of Aerodynamics*; Kuethe y Chow, 1976)

El método de solución general para la distribución de velocidad para el caso sin sustentación para un ángulo de incidencia determinado consta de los siguientes pasos: (1) se formula la ecuación 2.6 para $\alpha = 0^\circ$ y $\alpha = 90^\circ$ bajo las condiciones de que $|V_\infty| = 1$, y la circulación sea igual a cero (Fig. 2.5a, b); los dos sistemas de ecuaciones son resueltos para obtener dos conjuntos de densidades de panel $\bar{\lambda}_{ai}$ y $\bar{\lambda}_{bi}$, donde la barra señala que las cantidades han sido adimensionalizadas ya que el módulo de la velocidad es igual a 1; (2) las velocidades tangenciales en los puntos de

control de cada panel, bajo la condición componente de que el componente de velocidad normal es igual a cero sobre la superficie con V_∞ unitario para $\alpha = 0^\circ$ y $\alpha = 90^\circ$, son respectivamente

$$\bar{V}_{ai} = 1 \cdot \sin \beta_{ai} + \sum_{j \neq i}^m \frac{\bar{\lambda}_{aj}}{2\pi} \int_j \frac{\partial}{\partial s_i} (\ln r_{ij}) ds_j$$

$$\bar{V}_{bi} = 1 \cdot \sin \beta_{bi} + \sum_{j \neq i}^m \frac{\bar{\lambda}_{bj}}{2\pi} \int_j \frac{\partial}{\partial s_i} (\ln r_{ij}) ds_j$$

donde $\beta_{bi} = \beta_{ai} + 90^\circ$, y β_{ai} es el ángulo entre $\alpha = 0^\circ$ y el vector normal al i-ésimo panel para $\alpha = 0^\circ$. (3) Para un ángulo de incidencia α , la velocidad de corriente libre es descompuesta en una componente horizontal $V_\infty \cos \alpha$ y una componente vertical $V_\infty \sin \alpha$, como se muestra en la Fig. 2.5c. Luego, mediante combinación lineal se puede obtener la velocidad tangencial en cada panel para el caso con sustentación cero y ángulo de incidencia α

$$V_{0i} = V_\infty (\bar{V}_{bi} \cos \alpha + \bar{V}_{ai} \sin \alpha) \quad (2.7)$$

Al aplicar el método a un cuerpo con sustentación la superposición de paneles vórtice debe satisfacer la condición de Kutta-Joukowski en el borde de fuga al mismo tiempo que se preserva el contorno del perfil como una línea de corriente. La condición de Kutta-Joukowski se satisface de forma aproximada imponiendo que el flujo en los puntos de control más próximos al borde de fuga sean paralelos a la superficie y que sus velocidades sean de igual magnitud.

Posteriormente, los efectos de los paneles vórtice combinados con los paneles fuente son calculados. Las densidades de circulación γ_i de los paneles son ajustadas para garantizar que los paneles son líneas de corriente y satisfacen la condición de Kutta-Joukowski, como muestra la figura 2.5d.

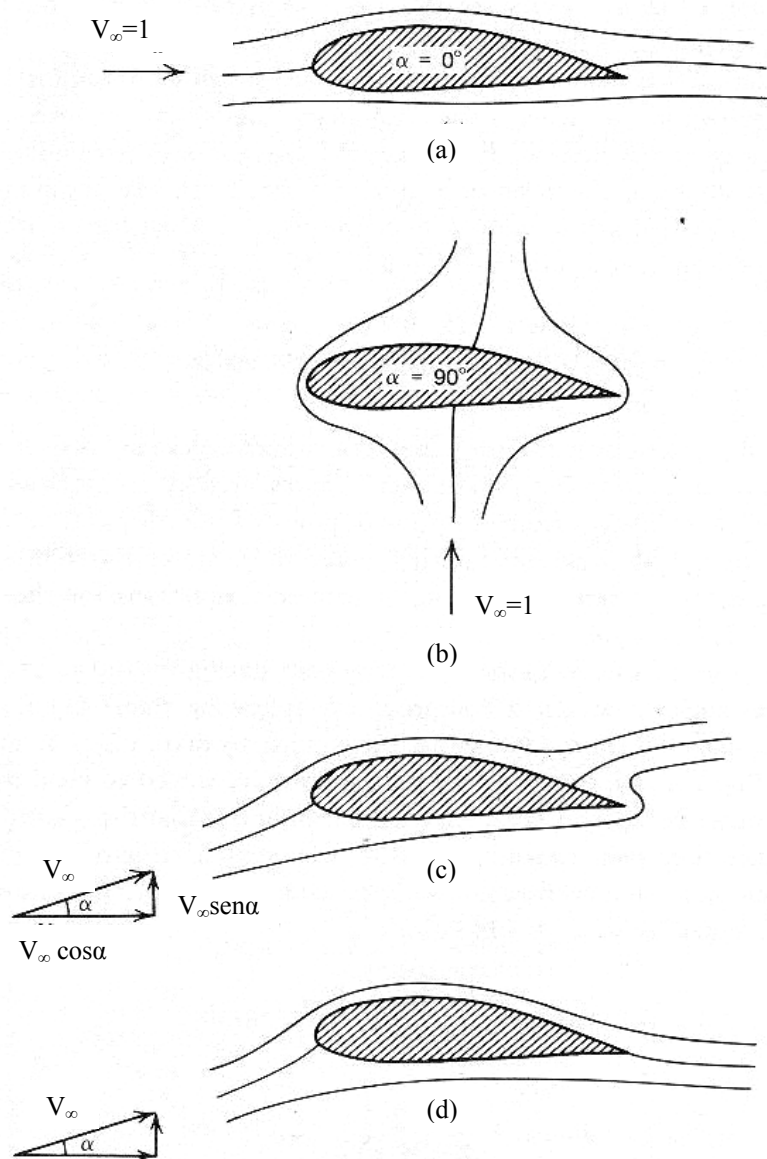


Figura 2.5. Cuatro etapas en la determinación de flujo alrededor de un perfil: (a) perfil con $\alpha = 0^\circ$, $\Gamma = 0$; (b) $\alpha = 90^\circ$, $\Gamma = 0$; (c) superposición de (a) y (b) para determinar el flujo para un α arbitrario con $\Gamma = 0$; (d) flujo (c) con Γ determinada mediante la condición de Kutta. (Tomado de *Foundations of Aerodynamics*; Kuethe y Chow, 1976)

El potencial de velocidad en el i -ésimo punto de control (x_i, y_i) asociado con las distribuciones de vorticidad en el j -ésimo paneles, se expresa como

$$\int_j \tan^{-1} \left(\frac{y_i - y_j}{x_i - x_j} \right) \cdot \frac{\gamma_j ds_j}{2\pi} \quad (2.8)$$

y la condición de la componente de velocidad normal igual a cero en el i -ésimo panel es alcanzada sumando las derivadas normales de esta expresión. Por lo tanto

$$\sum_{j=i}^m \frac{\gamma_j}{2\pi} \int_j \frac{\partial}{\partial n_i} \left(\tan^{-1} \left(\frac{y_i - y_j}{x_i - x_j} \right) \right) ds_j = 0 \quad (2.9)$$

donde la integral es evaluada sobre el j -ésimo panel y la sumatoria se extiende sobre los paneles, observando que γ_i no contribuye a la componente de velocidad normal en el i -ésimo panel.

La ecuación 2.9 es homogénea y si fuese aplicada en cada uno de los m puntos de control, se obtendría una solución trivial donde las densidades de circulación serían cero. Debido a eso, es necesaria una relación adicional que relacione γ_i con los ángulos de incidencia. Esta relación es la forma aproximada de la condición de Kutta, que impone que las velocidades sean de igual magnitud en los puntos de control 1 y m (los puntos de control más cercanos al borde de fuga). La relación adicional es, por tanto

$$\begin{aligned} V_{01} + \frac{1}{2} \gamma_1 + \sum_{j=2}^m \frac{\gamma_j}{2\pi} \int_j \frac{\partial}{\partial s_1} \left(\tan^{-1} \left(\frac{y_1 - y_j}{x_1 - x_j} \right) \right) ds_j \\ = \\ V_{0m} + \frac{1}{2} \gamma_m + \sum_{j=1}^{m-1} \frac{\gamma_j}{2\pi} \int_j \frac{\partial}{\partial s_m} \left(\tan^{-1} \left(\frac{y_m - y_j}{x_m - x_j} \right) \right) ds_j \end{aligned} \quad (2.10)$$

donde $m = 8, 80, 120$ respectivamente, para los tres cálculos representados en la figura 2.4. El factor $\frac{1}{2}$ aparece de la definición de densidad de circulación que establece que el salto total en la velocidad a través del panel, eso es, el doble de

velocidad en uno de los lados del panel. Los valores de V_{01} y V_{0m} son calculados mediante la ecuación 2.8.

La ecuación 2.10 y las $m-1$ ecuaciones obtenidas mediante la aplicación de la ecuación 2.9 en todos los puntos de control excepto uno alrededor de todo el perfil forman un sistema de ecuaciones que permite determinar los valores de γ_i para cualquier ángulo de incidencia α . Por consiguiente, la distribución de velocidades tangenciales en la superficie será

$$\begin{aligned} V_{01} + \frac{1}{2}\gamma_1 + \sum_{j=2}^m \frac{\gamma_j}{2\pi} \int_j \frac{\partial}{\partial s_1} \left(\tan^{-1} \left(\frac{y_1 - y_j}{x_1 - x_j} \right) \right) ds_j \\ = \\ V_{0m} + \frac{1}{2}\gamma_m + \sum_{j=1}^{m-1} \frac{\gamma_j}{2\pi} \int_j \frac{\partial}{\partial s_m} \left(\tan^{-1} \left(\frac{y_m - y_j}{x_m - x_j} \right) \right) ds_j \end{aligned} \quad (2.11)$$

y la presión se obtiene por medio de la ecuación de Bernoulli

$$p_i - p_\infty = \frac{1}{2}\rho(V_\infty^2 - V_i^2) = q_\infty \left(1 - \frac{V_i^2}{V_\infty^2} \right) \quad (2.12)$$

$$c_{pi} = \frac{p_i - p_\infty}{q_\infty} = 1 - \left(\frac{V_i}{V_\infty} \right)^2 \quad (2.13)$$

La aplicación del método lleva al resultado mostrado en la figura 2.4. La solución para ocho paneles y ocho puntos de control produce ocho valores de c_p ; el método de ocho paneles y ochenta puntos de control produce la curva interrumpida con discontinuidades en los puntos de intersección en los paneles; la solución con 120 paneles y 120 puntos de control produce, desde el punto de vista práctico, la solución exacta. Sorprendentemente los valores de c_L , encontrados mediante la integración de las tres soluciones no difieren significativamente: para el caso más grueso, la desviación es de apenas 7% respecto de la solución exacta.

ELEMENTOS DE LA TEORÍA DE CAPA LÍMITE

Como se mencionó previamente, el método de panel permite determinar la sustentación que experimenta un cuerpo inmerso en una corriente de fluido de forma bastante precisa. No obstante, debido a que este método está basado en la suposición de un fluido sin viscosidad, no es posible determinar la fricción sobre la superficie y, por consiguiente, la fuerza de arrastre que experimenta el cuerpo. Para esto, es necesario tomar en cuenta el efecto de la viscosidad del fluido. La forma más sencilla es mediante un análisis de la capa límite que se desarrolla sobre la superficie del cuerpo a través de las ecuaciones de capa límite.

Ecuaciones de Capa Límite

En aquellas situaciones en las cuales el efecto viscoso debe ser resuelto con exactitud (incluyendo perfil de velocidad, esfuerzos cortantes y propiedades turbulentas), es más ventajoso solucionar las ecuaciones de capa límite que las ecuaciones de Navier-Stokes. La resolución de las ecuaciones de capa límite requiere menores tiempos de cálculo y se puede emplear una malla más refinada, por lo que éste resulta muy atractivo en flujos subsónicos, sin separación y sin efectos de compresibilidad significativos (como ondas de choque).

Las ecuaciones de capa límite se derivan de las ecuaciones de Navier-Stokes, mediante la suposición de que el gradiente de presión normal a la pared (o perfil) es cero y que la difusión en la dirección de la corriente es despreciable. El sistema de ecuaciones de capa límite para el caso bidimensional toma la forma

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\end{aligned}\tag{2.14}$$

donde u y v son las componentes de velocidad en las direcciones del eje x e y respectivamente, siendo x es la dirección longitudinal de la placa y es la dirección normal a la superficie (Fig. 2.6).

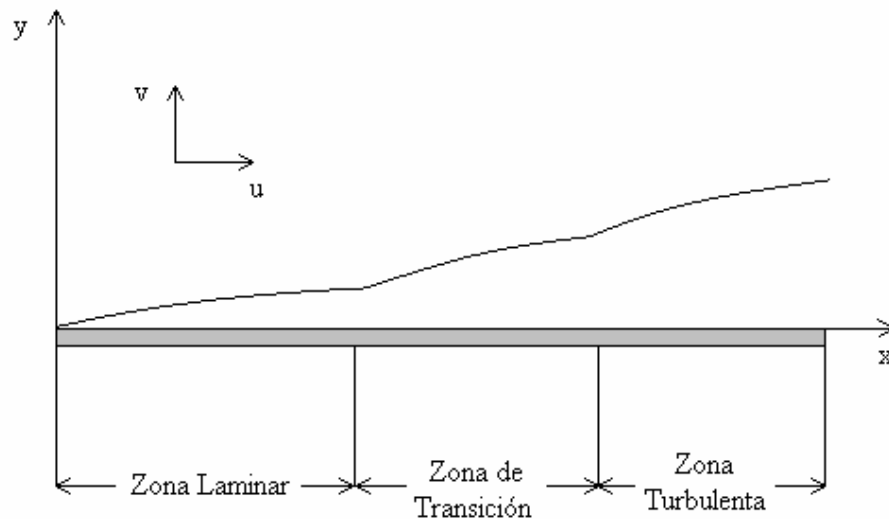


Figura 2.6. Representación esquemática de la capa límite formada sobre una placa plana

Soluciones Numéricas para las Ecuaciones de Capa Límite

Las técnicas de capa límite que resuelven el problema con códigos computacionales son más eficientes hasta en dos órdenes de magnitud que las técnicas que usan códigos para la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes y las regiones de flujo viscoso pueden ser resueltas con bastante exactitud empleando un gran número de nodos dentro de la capa límite.

Debido a esto, estas técnicas son especialmente atractivas en los sistemas de diseño, aunque deben tenerse en cuenta sus limitaciones: la técnica no es válida cuando la capa límite es gruesa y los gradientes de presión en dirección normal, en dirección de la corriente o la difusión radial son considerables. Por lo tanto, sólo puede ser aplicado en flujos libres de zonas separación y de efectos de choque.

Uno de los métodos más conocidos para la resolución de las ecuaciones de capa límite es el esquema de caja de Keller, el cual ha servido de base para el método empleado en el código XFOIL.

Esquema de Caja de Keller

El esquema de caja de Keller es una técnica de segundo orden de precisión en el espacio y tiempo y permite variaciones grandes en x y t . Para obtener las ecuaciones discretizadas del esquema, primero se reducen las ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden a un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales de primer orden y luego se representan las ecuaciones de primer orden por medio de diferencias centradas. Todo el procedimiento se realiza en un sistema de coordenadas ortogonales definidas sobre la superficie del perfil y que permite simplificar los cálculos. Mayor información sobre este método se puede obtener en Lakshminarayana (1996) o Fletcher *et al.* (1991).

TÉCNICAS DE SOLUCIÓN POR ZONAS

La eficiencia, costo, exactitud y robustez de un código son importantes cuando se trabaja con numerosas repeticiones de corridas para el análisis y diseño de numerosas geometrías de perfiles. Resolver las ecuaciones de Navier-Stokes sobre todo el campo de flujo es demasiado costoso y exige recursos computacionales considerables. No obstante, como se mencionó anteriormente las ecuaciones de Navier-Stokes pueden ser simplificadas para obtener las ecuaciones de flujo potencial o las ecuaciones de capa límite.

Aunque estas ecuaciones no permiten obtener soluciones sobre todo el campo de flujo, las técnicas zonales sí lo permiten: en lugar de usar un solo sistema de ecuaciones sobre toda la región, se identifican múltiples zonas, se obtiene la solución mediante las ecuaciones apropiadas para cada una de ellas y luego se unen estas soluciones para obtener todo el campo de flujo (Fig. 2.7). Una técnica zonal ampliamente empleada es la solución por zonas mediante ecuaciones potenciales en la región no viscosa y ecuaciones de capa límite en la región viscosa, con una interacción entre las dos regiones que permite actualizar el campo de velocidad y presión debido al crecimiento de la capa límite.

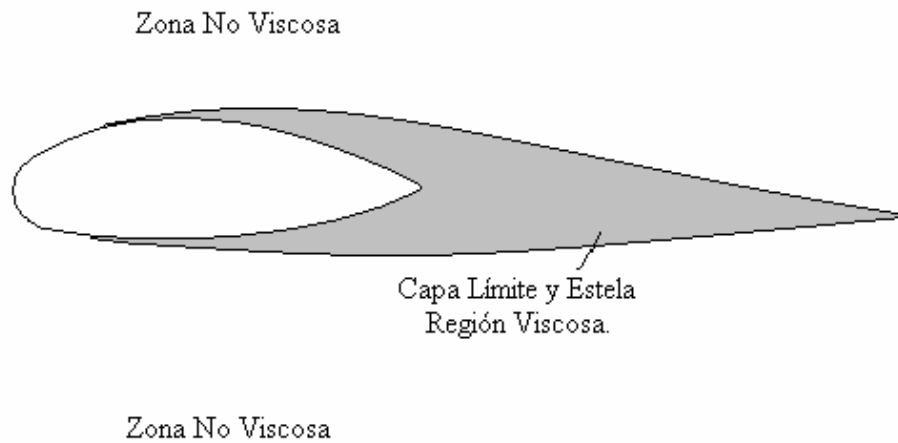


Figura 2.7. Representación de distintas zonas dentro del campo de flujo alrededor de un perfil aerodinámico

Soluciones para Flujo No Viscoso Acoplado a la Capa Límite

Este es un procedimiento interactivo en el cual la solución no viscosa alimenta la información necesaria en el borde de la capa límite para resolver el problema viscoso, mientras que la solución viscosa provee información sobre el espesor de desplazamiento para el problema no viscoso. La interacción se completa cuando se alcanza convergencia entre las soluciones del problema de capa límite y el problema no viscoso. Las ecuaciones de capa límite, siendo el conjunto de ecuaciones apropiadas dentro de la capa límite se resuelven normalmente en forma integral o diferencial para determinar los efectos viscosos. La solución no viscosa se obtiene mediante un código para la resolución de flujo potencial.

El procedimiento general se puede describir de la siguiente manera (Lakshminarayana, 1996):

1. El campo de flujo no viscoso es calculado mediante cualquier técnica numérica disponible, escogida dependiendo del régimen de flujo y la geometría. Por ejemplo, el caso de flujo bidimensional incompresible se resuelve de mejor manera mediante el método de panel, mientras que flujos

transónicos y supersónicos son mejor abordados mediante la ecuación de Euler y los flujos subsónicos son mejor abordados mediante una aproximación a flujo potencial o funciones de corriente.

2. Un código para la resolución de capa límite es usado con condiciones de presión prescritas (obtenidas en el primer paso) para predecir las propiedades locales o las propiedades globales.
3. Si los efectos viscosos son pequeños (una capa límite muy delgada), el cálculo finaliza aquí. Si los efectos viscosos son sustanciales, el espesor de desplazamiento es calculado y el perfil es modificado para recalculer el campo de flujo no viscoso. El efecto de desplazamiento viscoso es representado por un efecto de transpiración de masa a través de las superficies del perfil y por un salto del componente de velocidad normal a lo largo de las líneas de corriente de la estela. Estas están especificadas de forma que las líneas no viscosas están desplazadas para adaptarse al desplazamiento efectivo, lo cual incluye el perfil más el espesor de desplazamiento. La velocidad de transpiración es dada por

$$\rho v|_s = \frac{d}{ds}(\rho_e U_e \delta^*) \quad (2.15)$$

donde δ^* es el espesor de desplazamiento y U_e es la velocidad total en el borde de la capa límite en la posición s de la línea de corriente.

4. Las ecuaciones no viscosas y viscosas son acopladas a través de una condición de contorno apropiada impuesta sobre la superficie del perfil y el borde de la estela. La solución del campo de flujo completo es obtenida mediante un proceso de iteración global entre las soluciones viscosas y no viscosas, variando el parámetro del espesor de desplazamiento hasta que la velocidad en el borde la capa límite concuerde con la velocidad no viscosa correspondiente. Acoplamiento inverso o semi inverso, o técnicas completamente acopladas son necesarias para garantizar la convergencia.

EL PROGRAMA XFOIL

XFOIL es un programa interactivo para el diseño y análisis de perfiles subsónicos aislados desarrollado por el Profesor Mark Drela del *Massachusetts Institute of Technology* durante los últimos 15 años. Consiste en un conjunto de rutinas manejadas a través de menús, que ejecutan varias funciones útiles tales como análisis viscoso y no viscoso de perfiles, diseño inverso basado en transformaciones conformes, diseño semi-inverso basado en una extensión del método de panel, combinación de perfiles y cálculo de la distribución de presión.

A continuación se presenta un resumen de los aspectos fundamentales del código, tal como se presentan en el manual del programa (Drela y Youngren, 2001). Mayor información sobre su funcionamiento puede obtenerse en el mismo.

Cálculo de la Sustentación

La formulación del programa XFOIL para el caso no viscoso es el método de panel sobre la función de corriente. El espesor base finito en el borde de fuga es modelado mediante el uso de un panel fuente y las ecuaciones se completan con la condición de Kutta, tal como fue explicado previamente. El programa incluye la corrección por compresibilidad de Karman-Tsien, permitiendo una buena predicción en todo el rango subsónico. Los fundamentos teóricos de la corrección Karman-Tsien no son aplicables en régimen supersónico, y como consecuencia la exactitud se reduce rápidamente a medida que se entra en régimen transónico.

Cálculo del Arrastre

La capa límite y la estela son descritas mediante una formulación integral de capa límite de dos ecuaciones y un criterio de transición del tipo envolvente e^n . La solución viscosa completa (capa límite y estela) se somete a un fuerte proceso de interacción con la solución de flujo potencial incompresible mediante un modelo de transpiración, que permite un cálculo apropiado de las regiones de separación. El arrastre es determinado a partir del espesor de momento lineal de la estela a cierta

distancia corriente abajo. En el estudio de bordes de fuga redondeados se emplea un tratamiento especial que toma en cuenta el arrastre base asociado a estos.

La velocidad total en cada punto de la superficie del perfil y de la estela, con las contribuciones de la corriente libre, las vorticidades sobre la superficie del perfil y la distribución equivalente para el caso viscoso de fuentes, es calculada a partir de la solución del método de panel con la inclusión de la corrección de Karman-Tsien. Esto es incorporado en las ecuaciones viscosas, produciendo un sistema elíptico no lineal que es resuelto mediante el método de Newton. El tiempo de ejecución es bastante rápido, requiriendo aproximadamente 10 segundos en una estación de trabajo para 160 paneles.

Cálculo del Coeficiente de Fricción

El coeficiente de fricción superficial empleado en el programa se define como:

$$c_f = \frac{\tau}{0,5\rho V_\infty^2} \quad (2.16)$$

Esto difiere de la definición estándar de teoría de capa límite que emplea U_e en lugar de V_∞ para la normalización. Al usar la referencia a la constante de corriente libre se tiene que la curva $c_f(x)$ tiene la misma forma que la curva del esfuerzo cortante $\tau(x)$.

El coeficiente de disipación c_D' (diferente al coeficiente de arrastre) es proporcional a la rata de energía de disipación local debido a los esfuerzos cortantes viscosos y la mezcla turbulenta.

Por consiguiente, este indica donde se está generando el arrastre sobre el perfil. Esto es en realidad un mejor indicador de la producción de arrastre que $c_f(x)$, debido a que c_f no toma en cuenta el arrastre producido por la presión. c_D' , por otro

lado, toma en cuenta todo. Su relación con el coeficiente de arrastre total es simplemente

$$c_D = \int_0^{\infty} 2c_D' ds \quad (2.17)$$

con la integración realizada sobre ambas capas límites y también sobre la estela. Se verá que si el flujo se separa en el borde de fuga, mucha de la contribución al arrastre (disipación de energía) c_D' ocurre en la estela (Drela y Youngren, 2001).

Como se mencionó anteriormente, todas las fuerzas son normalizadas con respecto a la presión dinámica de corriente libre. c_L , c_D y c_M son definidos de acuerdo a la convención solamente si el perfil tiene una cuerda unitaria – por lo general, serán proporcionales al tamaño del perfil. Por otro lado c_M está definido sobre los puntos cartesianos $(x_{ref}, y_{ref}) = (0,25,0,00)$.

Cálculo de las Fuerzas de Sustentación y Arrastre

Los coeficientes de momento y sustentación (c_L y c_M) son calculados mediante integración directa sobre la superficie

$$c_L = \frac{L}{q} = \oint c_p d\bar{x} \quad c_M = \frac{M}{q} = \oint -c_p [(x - x_{ref})dx + (y - y_{ref})dy] \quad (2.18)$$

donde

$$\bar{x} = x \cos(\alpha) + y \sin(\alpha)$$

$$\bar{y} = y \cos(\alpha) + x \sin(\alpha)$$

con las integrales realizadas en el sentido antihorario alrededor del contorno del perfil. El coeficiente de presión c_p es calculado usando la corrección de compresibilidad de Karman-Tsien.

El coeficiente de arrastre c_D es obtenido mediante la aplicación de la fórmula de Squire-Young en el último punto de la estela – no sobre el borde de fuga

$$c_D = \frac{D}{q} = 2\theta_\infty = 2\theta \left(\frac{u}{U_\infty} \right)^{\frac{H+5}{2}} \quad (2.19)$$

donde

θ = espesor de momento lineal (al final de la estela)

u = velocidad del borde (al final de la estela)

H = parámetro de forma (al final de la estela)

U_∞ = velocidad de corriente libre (muy lejos corriente abajo)

θ_∞ = espesor de momento lineal (muy lejos corriente abajo)

La fórmula de Squire-Young extrapola en efecto el espesor de momento lineal hasta el infinito aguas abajo. Esto se hace bajo la suposición de que la estela se comporta en forma asintótica corriente abajo del punto de aplicación. Esta suposición es violada abiertamente en la zona de la estela detrás de un perfil con separación en el borde de fuga, pero siempre es razonable para un punto a cierta distancia detrás del perfil. Debido a esto, la aplicación de la fórmula de Squire-Young en el borde de fuga es siempre cuestionable cuando hay presencia de separación, pero su aplicación en el último punto de la estela (típicamente a una distancia igual a una vez la cuerda) siempre es razonable. También la aplicación en el último punto de la estela hace que la fórmula presente un pequeño efecto en cualquier caso, debido a que $u \sim V$, y por tanto $\theta_\infty \sim \theta$.

En la mayoría de los perfiles bidimensionales, el arrastre es medido de forma indirecta mediante la medición de $2\theta/c$ en la estela, frecuentemente a una distancia menor que una cuerda del borde de fuga del borde de fuga. Por consistencia, este debe ser comparado con el valor de theta predicho por XFOIL en la misma posición, en lugar del verdadero valor de $c_D = 2\theta_\infty/c$ el cual está efectivamente en el infinito corriente abajo. En general el valor de θ_∞ será más pequeño que el de θ . En la mayoría de los experimentos de medición del arrastre sobre perfiles, esta diferencia

puede indicar que la medición del arrastre es mucho más grande, a menos que ciertas correcciones sean realizadas.

Además de calcular c_D total a partir del espesor de momento lineal de la estela, XFOIL también determina los componentes por fricción y por presión c_{Df} y c_{Dp} del total c_D . Estos son calculados por

$$c_{Df} = \oint c_f d\bar{x} \qquad c_{Dp} = c_D - c_{Df} \qquad (2.20)$$

aquí, c_f es el coeficiente de fricción superficial definido por la presión dinámica de corriente libre y no la presión dinámica en el borde de la capa límite usado normalmente en la teoría de capa límite. Hay que notar que c_{Dp} es deducido a partir de c_D y c_{Df} en lugar de ser calculado a partir de la integración de la presión superficial, que no es usada debido a que suele ser afectada por el ruido numérico presente

$$c_{Dp} = \oint c_p d\bar{y} \qquad (2.21)$$

Criterio de Transición

Existen dos maneras de que se inicie la transición en XFOIL:

- o transición libre: se cumple el criterio e^n
- o transición forzada: se llega a un escalón o al borde de fuga

El método e^n siempre se encuentra activo, y la transición libre puede ocurrir corriente arriba del escalón. El método e^n tiene el parámetro especificado por el usuario N_{crit} , el cual es el logaritmo del factor de amplificación de la frecuencia de mayor amplitud que activa la transición. El valor de N_{crit} apropiado depende del nivel de perturbación del ambiente en el cual opera el perfil. En la siguiente tabla, se muestran algunos valores de N_{crit} para distintas situaciones.

Situación	N_{crit}
Planeador	12-14
Planeador a motor	11-13
Túnel de viento limpio	10-12
Túnel de viento promedio	9 (método estándar e^9)
Túnel de viento sucio	4-8

Aunque el método de e^n no puede aplicarse a todos los casos donde se desarrollan capas límite, se adapta muy bien al estudio de perfiles aerodinámicos.

Limitaciones del Código XFOIL

El programa XFOIL presenta algunas limitaciones que es necesario conocer antes de empezar a usarlo. El programa requiere cierta experiencia aerodinámica previa y algo de sentido común de parte del usuario. Entre las limitaciones más importantes del programa se cuentan los casos en los que se tiene

- o separación masiva causada por espesores excesivos o ángulos de incidencia elevados
- o pobre resolución de los efectos viscosos pequeños, como por ejemplo, burbujas de separación
- o bajo número de Reynolds ($Re < 300.000$)

Estos problemas pueden producir una falla aritmética que hace que el programa falle ocasionalmente.

Adicionalmente, las siguientes situaciones pueden producir problemas debido al redondeo numérico:

- o paneles excesivamente pequeños en alguna región del perfil
- o perfiles muy delgados

Estas situaciones rara vez provocarán una falla aritmética, pero producirán una distribución de presión con picos y sobresaltos.

Otra de las limitaciones es la incapacidad del programa de manejar flujo supersónico. Como una regla general, se puede decir que si el número máximo de Mach no excede 1.05 en alguna parte, las pérdidas por choque serán muy pequeñas, la distribución de c_p será razonablemente precisa, y la predicción del arrastre realizada por XFOIL era bastante buena.

CAPÍTULO 3

Programas Evolutivos

El término programas evolutivos (EP) se aplica a métodos de optimización estocásticos que simulan el proceso de evolución natural (Michalewicz, 1992). Los orígenes de los algoritmos evolutivos se remontan a la década de 1950 y desde la década de 1970 numerosos métodos evolutivos han sido propuestos entre los cuales se pueden mencionar los algoritmos genéticos (GA), la programación evolutiva y las estrategias evolutivas (ES). Todos estos métodos operan un conjunto de soluciones potenciales (individuos) que mediante esquemas muy simplificados son modificados mediante dos principios básicos de evolución: la selección y la variación (Herrera *et al*, 1998). La selección representa la competencia por recursos entre los seres vivos. El otro principio, la variación, imita la capacidad natural de crear nuevos individuos mediante la recombinación y la mutación.

Aunque los principios subyacentes son simples, se ha comprobado que estos algoritmos son métodos de búsqueda confiables, poderosos y robustos. Problemas con numerosos mínimos o máximos locales, problemas discretos, problemas de optimización combinatoria y problemas de optimización multiobjetivo, son sólo algunos de los casos de estudio que se han analizado con éxito mediante GA y otros EP y que no pueden ser resueltos mediante métodos matemáticos.

ALGORITMOS GENÉTICOS

Los algoritmos genéticos son algoritmos de búsqueda de propósito general que emplean principios basados en la genética natural de las poblaciones para lograr la evolución de soluciones de problemas (Goldberg, 1989). La idea básica es mantener una población de individuos (o cromosomas) que representan posibles soluciones a un problema. Esta población evoluciona a lo largo del tiempo a través de un proceso de competencia y variación controlada, en el cual cada individuo de la población es empleado para crear nuevos individuos (cruce y mutación) en el proceso de competencia (selección).

Los algoritmos genéticos han tenido gran éxito en problemas de búsqueda y optimización (Davis, 1991). Gran parte de su éxito se debe en buena medida a la capacidad de explotar la información acumulada sobre un espacio de búsqueda desconocido para orientar el proceso de búsqueda hacia sub-espacios provechosos. Esta cualidad es conocida como adaptabilidad (Herrera *et al*, 1998). Este es un aspecto clave, especialmente en problemas con espacios de búsqueda grandes y complejos, en los cuales las herramientas de búsqueda clásica son inapropiadas y los algoritmos genéticos son una opción eficiente y efectiva como herramienta de búsqueda.

Aunque las cadenas de bits y la codificación binaria han sido el método de representación que ha dominado la investigación de algoritmos genéticos debido a su simpleza y fortaleza teórica, la representación mediante números reales parece ser la más apropiada para tratar con problemas con espacios de búsqueda continuos. En este caso, un cromosoma es un vector de números reales cuyas dimensiones son idénticas a las del vector solución. Esto GA son denominados algoritmos genéticos de codificación real (RCGA por sus siglas en inglés).

A continuación se describen de forma general los aspectos principales de los GA, para posteriormente dar detalles de los RCGA, además de las ventajas y

desventajas que este ofrece en comparación con los algoritmos genéticos tradicionales.

Representación

La representación binaria mediante cadenas de bits han dominado la investigación en algoritmos genéticos debido a que los resultados teóricos han demostrado que esta es la más efectiva (Goldberg, 1989) y es fácil de implementar. Pero otros trabajos han demostrado que las buenas propiedades de los algoritmos genéticos no se deben al uso de cadenas de bits en la representación (Herrera *et al.*, 1998). Esto ha motivado en muchos casos a practicantes de los algoritmos genéticos a diseñar representaciones no binarias, acompañadas de operadores genéticos más naturales a problemas específicos de aplicación. Algunos ejemplos de esto son:

- o vectores de números reales.
- o vectores de números enteros.
- o listas ordenadas.
- o matrices bidimensionales de números enteros.

Codificación Real

Como se ha mencionado previamente, parece natural representar los genes directamente como número reales para problemas de optimización que tienen parámetros con variables en un dominio continuo. Los cromosomas serían entonces vectores de números reales, cuya precisión estaría restringida por la computadora en donde se realice la corrida del algoritmo. El tamaño del cromosoma sería el mismo del vector que representa una solución del problema. De esta manera, cada gen representa una variable del problema. Los valores de los genes son obligados a permanecer dentro del intervalo establecido por las variables que estos representan, de forma que los operadores genéticos deben atender este requerimiento.

Durante los años sesenta, un grupo de algoritmos basados en los principios de evolución natural, denominados estrategias evolutivas fue desarrollado en Alemania.

El uso de representación real es una de sus características principales. En un principio, la mutación era el único operador de recombinación y la población estaba conformada por un solo elemento. Posteriormente, su estudio fue ampliado mediante la incorporación de otros operadores de recombinación y el uso de poblaciones más grandes. Los cromosomas empleados por las ES están constituidos por vectores de puntos flotantes (x, σ) , donde $x \in \sigma$ (espacio de búsqueda) y σ es un vector de desviación estándar empleado por el operador de mutación. La mutación es realizada reemplazando x por $x + N(0, \sigma)$, donde $N(0, \sigma)$ es un vector de números al azar independientes tomados de una distribución gaussiana con un promedio de cero y desviación estándar σ . A continuación, se presentan exclusivamente los aspectos relacionados a los algoritmos genéticos de codificación real, aunque es conveniente apuntar a que la semejanza entre estos algoritmos facilita el intercambio de operadores genéticos entre ellos.

Ventajas de la Codificación Real

El uso de parámetros reales hace posible trabajar con grandes dominios para las variables (incluso dominios desconocidos), lo cual es difícil de lograr con la implementación binaria donde un incremento del dominio implica un sacrificio de la precisión para un cromosoma de tamaño fijo. Otra ventaja del uso de parámetros reales es su capacidad de explotar la continuidad de la función cuando se trabaja en un espacio continuo, que se denomina gradualidad. La gradualidad se refiere a que ligeros cambios en la variable producen ligeros cambios en la función (Herrera *et al.*, 1998). En este sentido, una ventaja fundamental de los RCGA es su capacidad de ajustarse localmente a la solución.

Aspectos Básicos de los Algoritmos Genéticos

Los algoritmos genéticos empiezan con una población de individuos generados al azar y progresa a lo largo de la corrida a mejores individuos mediante la aplicación de operadores genéticos basados en los procesos genéticos que ocurren en

la naturaleza. La población experimenta una evolución mediante un proceso de selección natural (Goldberg, 1989). Durante una serie de iteraciones sucesivas, denominadas generaciones, los individuos dentro de una población son clasificados de acuerdo a su adaptabilidad como soluciones, y en función de este proceso de evaluación, se genera una nueva población empleando un mecanismo de selección y operadores genéticos específicos tales como cruce y mutación. Una función de evaluación o función de adaptación (f), debe ser diseñada para cada problema a ser resuelto. Para cada individuo o solución, la función de adaptación debe producir un valor de adaptación único, el cual debe ser proporcional a la adaptabilidad de la solución que dicho cromosoma representa.

Estructura de los Algoritmos Genéticos

Aunque hay muchas posibles variantes del algoritmo genético, la estructura general del algoritmo consta de tres operaciones que se realizan sobre una población de individuos o cromosomas que representan posibles soluciones al problema:

1. evaluación de la adaptación de los individuos
2. formación de una población intermedia por medio de la selección
3. recombinación a través de operadores de cruce y mutación

El siguiente algoritmo representa la estructura básica de un algoritmo genético. $P(t)$ representa la población de soluciones en la generación t .

ENTRADA: N (TAMAÑO DE LA POBLACIÓN)

Salida: T (número máximo de generaciones)
 A (población final)

Paso 1: Inicialización: Generar una población inicial P_0 . Hacer $t = 0$.

Paso 2: Evaluación: Asignar los valores de adaptación según la función evaluada.

Paso 3: Selección Ambiental: Copiar en P_{t+1} los individuos sobrevivientes de P_t .

- Paso 4: Recombinación: Aplicar los operadores de cruce y mutación a la nueva población P_{t+1} .
- Paso 5: Terminación: Si $t \geq T$ o algún otro criterio de parada es satisfecho, entonces el conjunto A es igual a P_{t+1} . Fin del Proceso. Si $t < T$, retornar al paso 2.

Mecanismo de Selección

Consideremos una población P con $C_1, \dots, C_n$. El mecanismo de selección produce una población intermedia P' , con copias de los cromosomas de P . El número de copias recibida de cada cromosoma depende de su adaptabilidad: los cromosomas con una mejor adaptabilidad generalmente tienen mayor oportunidad de contribuir con copias a P' . El mecanismo de selección consta de dos pasos: el cálculo de la probabilidad de selección y el algoritmo de muestreo.

Cálculo de la Probabilidad de Selección

Para cada cromosoma C_i en P , la probabilidad, $p_s(C_i)$, de incluir una copia de cada cromosoma en P' es calculada. La mayoría de los más conocidos mecanismos de selección usan el método de selección proporcional (Goldberg, 1989) donde $p_s(C_i)$, $i = 1, \dots, N$, es calculado mediante la fórmula

De esta manera, los cromosoma con valores de función adaptación por encima del promedio tienden a recibir mayor número de copias que aquellos con valor de función de adaptación por debajo del promedio.

Un enfoque diferente es el ranking de selección (Herrera *et al.*, 1998); los cromosomas son ordenados según el valor de su función de adaptación, y luego $p_s(C_i)$, $i = 1, \dots, N$, es calculada según la clasificación de C_i en el ranking mediante una función lineal.

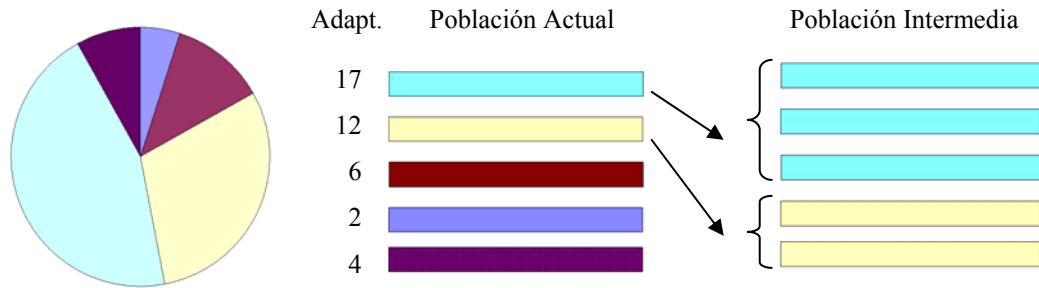


Figura 3.1. Aplicación del Proceso de Selección

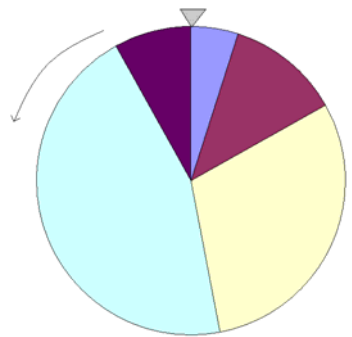


Figura 3.2. Mecanismo de Selección

Mecanismo de Muestreo

Este mecanismo produce, basado en la probabilidad de selección, copias de los cromosomas de la población P para crear la población P' . El método clásico es el muestreo estocástico con reemplazo (Goldberg, 1989): la población es representada en una rueda de ruleta, donde cada cromosoma C_i es representada por un espacio que corresponde proporcionalmente al valor de $p_s(C_i)$. Al girar repetidamente la rueda de ruleta, se eligen cromosomas hasta que todas las posiciones de P' son llenadas. La figura 3.1 muestra un ejemplo de la aplicación del mecanismo de selección basado en el muestreo estocástico con reemplazo.

Uno de los algoritmos de muestreo más sencillos y eficientes es el muestreo estocástico universal. Este procedimiento garantiza que el número de copias de

cualquier cromosoma, C_i , posea un límite inferior y superior de número de copias esperadas, esto es $p_s(C_i) \cdot N$. Este algoritmo simula una rueda de ruleta con N punteros igualmente distribuidos. Una sola vuelta de la rueda determina el número de copias asignadas a cada cromosoma C_i , lo cual determina el número de punteros que señalan a la región asociada a C_i . La figura 3.2 muestra que la rueda de ruleta asociada con el proceso de selección de la figura 3.1 cuando se emplea muestreo estocástico universal.

Recombinación mediante Cruce y Mutación

Luego de que se ha realizado la selección, la construcción de la población intermedia es completada y los operadores de cruce y mutación son aplicados.

Operadores de Cruce

El operador de cruce es un mecanismo para la transferencia de información entre los individuos. El operador combina las características de dos padres para crear dos nuevos descendientes, con la intención de generar nuevos y mejores individuos. El operador de cruce no se aplica por lo general a todos los pares de individuos de la población intermedia, sino que se aplica a aquellos elegidos al azar. La incidencia del cruce en la población depende de una tasa de cruce asociada a la probabilidad de cruce, p_c .

A continuación se presentan algunos operadores de cruce para el RCGA tomados de la literatura. En la descripción de los siguientes operadores de cruce se emplea la siguiente notación: $C_1 = (c_1^1 \dots c_n^1)$ y $C_2 = (c_1^2 \dots c_n^2)$ son dos cromosomas que han sido seleccionados para que les aplique el operador de cruce.

Cruce Plano

Se genera un descendiente $H = (h_1, \dots, h_i, \dots, h_n)$, donde h_i se genera mediante selección al azar (con distribución de probabilidad uniforme) de un valor dentro del intervalo $[c_i^1, c_i^2]$.

Cruce Simple

Una posición $i \in (1, 2, \dots, n-1)$ es elegida al azar y se construyen dos nuevos individuos de la siguiente manera

$$H_1 = (h_1^1, h_2^1, \dots, h_i^1, h_{i+1}^2, \dots, h_n^2)$$
$$H_2 = (c_1^2, c_2^2, \dots, c_i^2, c_{i+1}^1, \dots, c_n^1)$$

Cruce Aritmético

Se generan dos descendientes, $H_k = (h_1^k, \dots, h_i^k, \dots, h_n^k)$, donde $k=1, 2$, $h_i^1 = \lambda c_i^1 + (1-\lambda)c_i^2$ y $h_i^2 = \lambda c_i^2 + (1-\lambda)c_i^1$. El valor del parámetro λ puede ser constante (cruce uniforme aritmético) o puede variar de acuerdo al número de generaciones transcurridas.

Operadores de Mutación

El operador de mutación altera arbitrariamente a uno o más componentes, genes, de un individuo seleccionado de forma aleatoria para incrementar la variabilidad de la población. La función de la mutación en los algoritmos genéticos es incorporar material genético perdido o no existente a la población para prevenir la convergencia prematura de los algoritmos genéticos a un óptimo local; esto garantiza que la probabilidad de alcanzar cualquier punto del espacio nunca sea cero. La aparición de alteraciones en las variables dentro de cada individuo depende de la probabilidad de mutación, p_m .

Vale la pena mencionar, que luego de los procesos de cruce y mutación, una estrategia de selección, denominada estrategia elitista, puede ser adoptada. Esto consiste en permitir que los cromosomas de mayor adaptabilidad sobrevivan sin ser alterados de una generación a otra. Esto es necesario debido a que es posible que de una generación a otra los mejores cromosomas desaparezcan debido a los procesos aleatorios de cruce y mutación.

A continuación se presentan algunos operadores de mutación comúnmente empleados en los RCGA. En su descripción se emplea la siguiente notación:

$C = (c_1, \dots, c_i, \dots, c_n)$ y $c_i \in [a_i, b_i]$ es el gen a ser mutado. A continuación se presenta el gen c_i' , resultante de la aplicación de las distintas formas del operador de mutación.

Mutación al Azar

c_i' es un número escogido al azar (mediante una distribución uniforme) del intervalo $[a_i, b_i]$.

Mutación No Uniforme

Si este operador es aplicado en la generación t , y $g_{\max}$ es el máximo número de generaciones, entonces c_i'

$$c_i' = \begin{cases} c_i + \Delta(t, b_i - c_i) & \text{si } \tau = 0 \\ c_i - \Delta(t, c_i - a_i) & \text{si } \tau = 1 \end{cases}$$

con τ siendo un número seleccionado al azar que puede ser 0 ó 1, y

$$\Delta(t, y) = y \left(1 - r^{\left(\frac{1-t}{g_{\max}} \right)^b} \right)$$

donde r es un número al azar dentro del intervalo $[0, 1]$ es un número escogido al azar (mediante una distribución uniforme) del intervalo $[0, 1]$ y b es un parámetro escogido por el usuario, el cual determina el grado de dependencia en el número de iteraciones. Esta función da un valor en el rango $[0, y]$ de forma que la probabilidad de retornar un número cercano a cero se incrementa a medida que el algoritmo avanza. El tamaño del intervalo de variación del gen será menor a medida que el proceso de evolución transcurra. Esta propiedad hace que el operador realice una búsqueda uniforme en el espacio inicial cuando t es pequeña, y que realice una búsqueda más local en la etapa final.

Deslizamiento de Números Reales

Cuando se optimiza una función continua con mínimos y máximos locales, puede suceder que en determinado momento en el tiempo se obtenga un individuo

que está situado en un buen máximo local. Sería interesante generar otros cromosomas alrededor de este con el propósito de acercarse al valor máximo de ese cromosoma. Para lograr esto, se puede “deslizar” a ese individuo, incrementando o disminuyendo el valor del cromosoma por una cantidad pequeña escogida al azar. El tamaño máximo de deslizamiento permitido es fijado por medio de un parámetro definido por el usuario. Diversas versiones de este operador han sido presentadas, siendo la única diferencia, el tamaño del deslizamiento permitido.

Los operadores presentados aquí son una reproducción de algunos de los operadores presentados en Herrera *et al.* (1998). Mayor información sobre estos y otros operadores se pueden obtener en el mismo.

CAPÍTULO 4

Optimización Multiobjetivo

CONCEPTOS BÁSICOS Y TERMINOLOGÍA

Los problemas de optimización multiobjetivo son muy comunes en ingeniería. Por ejemplo, considérese cualquier proceso de diseño de un componente o equipo mecánico. El objetivo final del proceso de diseño de un equipo podrías ser obtener un modelo con las mejores características técnicas al menor costo posible. Estos dos objetivos, las mejores características técnicas y el menor costo de desarrollo o fabricación, suelen por lo general oponerse entre si. La mejora de las características técnicas de un diseño suelen estar asociadas a una mayor inversión de recursos materiales y de tiempo en investigación y fabricación, lo que representa un aumento de los costos, mientras que la reducción de costos por lo general está asociada a la reducción del tiempo y recursos invertidos. El propósito de la optimización multiobjetivo es lograr identificar un conjunto de soluciones compromiso entre ambos objetivos, que ofrezcan a la persona encargada de tomar las decisiones una amplia gama de opciones entre las cuales elegir la solución más conveniente.

A continuación se presentan algunos de los aspectos más elementales de optimización multiobjetivo, para luego presentar dos de los métodos más recientes desarrollados para la resolución de este tipo de problemas, los programas evolutivos de optimización multiobjetivo.

Problema de Optimización Multiobjetivo

Un problema general de optimización multiobjetivo incluye un conjunto de n parámetros (variables de decisión), un conjunto de k funciones objetivo y un conjunto de m restricciones (Zitzler, 1999). Las funciones objetivo y las restricciones son funciones que dependen de las variables de decisión. La meta de optimización se puede expresar de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \text{Maximizar} \quad & \mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})) \\ \text{sujeto a} \quad & \mathbf{e}(\mathbf{x}) = (e_1(\mathbf{x}), e_2(\mathbf{x}), \dots, e_m(\mathbf{x})) \leq 0 \\ \text{donde} \quad & \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{X} \\ & \mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_k) \in \mathbf{Y} \end{aligned} \tag{4.1}$$

donde $\mathbf{x}$ es el vector decisión, $\mathbf{y}$ es el vector objetivo, $\mathbf{X}$ es el espacio decisión e $\mathbf{Y}$ es el espacio objetivo.

Las restricciones $\mathbf{e}(\mathbf{x}) \leq 0$ determinan el conjunto de soluciones factibles para el problema.

Conjunto de Soluciones Factibles

El conjunto de soluciones factibles $\mathbf{X}_f$ se define como el conjunto de vectores decisión $\mathbf{x}$ que satisfacen las restricciones $\mathbf{e}(\mathbf{x}) \leq 0$:

$$\mathbf{X}_f = \{\mathbf{x} \in \mathbf{X} \mid \mathbf{e}(\mathbf{x}) \leq 0\} \tag{4.2}$$

La imagen de $\mathbf{X}_f$, esto es, la región del espacio objetivo factible, se denota como $\mathbf{Y}_f = \mathbf{f}(\mathbf{X}_f) = \bigcup_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}_f} \{\mathbf{f}(\mathbf{x})\}$

Sin pérdida de generalidad, aquí se ha asumido que se trabaja con un problema de maximización. Para un problema de maximización o un problema mixto de maximización / minimización las definiciones son análogas (Zitzler, 1999).

Consideremos ahora el ejemplo anteriormente presentado, suponiendo que los dos objetivos denominados desempeño (f_1) y economía (f_2), el inverso del costo,

deben ser maximizados al mismo tiempo que se satisface la restricción de tamaño (e_1). Bajo estas consideraciones, un diseño óptimo sería aquel que alcance el máximo desempeño al mínimo costo y no viole las restricciones de tamaño. Si una solución como esa existe, entonces sólo se debe resolver un problema de optimización de un solo objetivo. La solución óptima para cualquiera de los objetivos será también la solución óptima del otro objetivo. Sin embargo, lo que hace difícil a la optimización multiobjetivo es la situación, bastante frecuente, en la que los óptimos de las diferentes funciones objetivo son suficientemente diferentes. En ese caso, las funciones objetivos compiten entre ellas y no pueden ser optimizadas simultáneamente. En lugar de una solución única, un conjunto de soluciones compromiso debe ser encontrado. En el ejemplo antes planteado, el desempeño y la economía son objetivos que entran en conflicto entre sí: un diseño de alto desempeño por lo general representa altos costos, mientras que un diseño económico ofrece un pobre desempeño. Dependiendo de los requerimientos de mercado, una solución intermedia puede ser la solución compromiso más apropiada. Es evidente que una nueva definición de optimalidad es necesaria en problemas de optimización multiobjetivo.

Dominancia Pareto

Para dos vectores decisión cualesquiera $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$

$$\begin{array}{lll}
 \mathbf{a} \succ \mathbf{b} & (\mathbf{a} \text{ domina a } \mathbf{b}) & \text{Si } \mathbf{f}(\mathbf{a}) > \mathbf{f}(\mathbf{b}) \\
 \mathbf{a} \succeq \mathbf{b} & (\mathbf{a} \text{ domina débilmente a } \mathbf{b}) & \text{Si } \mathbf{f}(\mathbf{a}) \geq \mathbf{f}(\mathbf{b}) \\
 \mathbf{a} \sim \mathbf{b} & (\mathbf{a} \text{ es indiferente a } \mathbf{b}) & \text{Si } \mathbf{f}(\mathbf{a}) \not\geq \mathbf{f}(\mathbf{b}) \wedge \mathbf{f}(\mathbf{b}) \not\geq \mathbf{f}(\mathbf{a})
 \end{array} \tag{4.3}$$

las definiciones para un problema de minimización son análogas ($\sim$, $\prec$, $\preceq$).

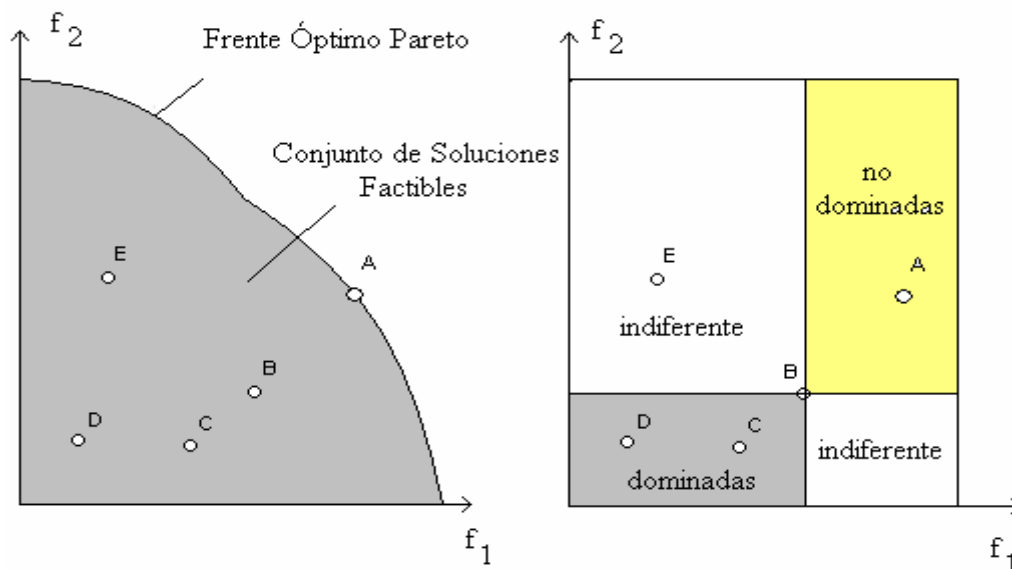


Figura 4.1. Ejemplo ilustrativo de la optimalidad Pareto en espacios objetivos (izquierda) y su posible relación con el espacio objetivo (derecha).

En la figura 4.1 en el lado derecho, el rectángulo gris claro contiene toda la región en el espacio objetivo que es dominada por el vector decisión representado por *B*. El rectángulo gris oscuro contiene todos los vectores objetivos cuyos vectores decisión correspondientes dominan a la solución asociada a *B*. Todas las soluciones para las cuales el vector objetivo resultante no se encuentra en ninguno de estos rectángulos son soluciones indiferentes a la solución representada por *B*.

Basado en el concepto de dominancia Pareto, el criterio de optimalidad para los problemas de optimización multiobjetivo puede ser definido. En la figura 4.1, *A* es único sobre *B*, *C*, *D* y *E*: su vector decisión correspondiente no es dominado por ningún otro vector decisión. Eso quiere decir que *A* es óptima es el sentido de que no puede ser mejorada respecto a ninguna función objetivo, sin provocar una disminución en al menos uno de los objetivos. Tales soluciones son denominadas óptimo Pareto.

Optimalidad Pareto

Un vector decisión $\mathbf{x} \in \mathbf{X}_f$ se dice que es no dominado respecto a un conjunto $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{X}_f$ siempre que

$$\nexists \mathbf{a} \in \mathbf{A} \mid \mathbf{a} \succ \mathbf{x} \quad (4.4)$$

y se dice que $\mathbf{x}$ es el Óptimo Pareto si el vector $\mathbf{x}$ es no dominante respecto a $\mathbf{X}_f$.

En la figura 4.1, los puntos blancos representan la solución u óptimo Pareto. Aquí se aprecia claramente la diferencia con respecto a optimización para un solo objetivo: cada punto es diferente del otro, es decir, no hay una solución única, sino un conjunto de soluciones compromiso. Ninguna de estas soluciones puede ser identificada como mejor que las demás sin otra información adicional sobre la preferencia (por ejemplo, una lista de prioridad de los objetivos).

Todas las soluciones óptimo Pareto se denominan conjunto óptimo Pareto, y los vectores objetivo correspondientes se denominan frente óptimo Pareto.

Conjuntos y Frentes No Dominados

Sea $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{X}_f$. La función $p(\mathbf{A})$ define el conjunto de vectores decisión no dominados en $\mathbf{A}$:

$$p(\mathbf{A}) = \{\mathbf{a} \in \mathbf{A} \mid \mathbf{a} \succ \mathbf{x}, \mathbf{x} \in \mathbf{A}\} \quad (4.5)$$

El conjunto $p(\mathbf{A})$ es el conjunto no dominado respecto a $\mathbf{A}$, el conjunto de vectores objetivo correspondientes $\mathbf{f}(p(\mathbf{A}))$ es el frente no dominado respecto a $\mathbf{A}$. Entonces, el conjunto $\mathbf{X}_p = p(\mathbf{X}_f)$ es llamado conjunto óptimo Pareto y el conjunto $\mathbf{Y}_p = \mathbf{f}(\mathbf{X}_p)$ es denominado frente óptimo Pareto.

El óptimo Pareto comprende todas las soluciones óptimas globales. Sin embargo, al igual que en los problemas de optimización de un solo objetivo, pueden existir óptimos locales conformado por un conjunto no dominado dentro de cierta región del espacio. Esto da paso a los conceptos de conjuntos óptimos Pareto local y global introducidos por Deb(1998, 1999a):

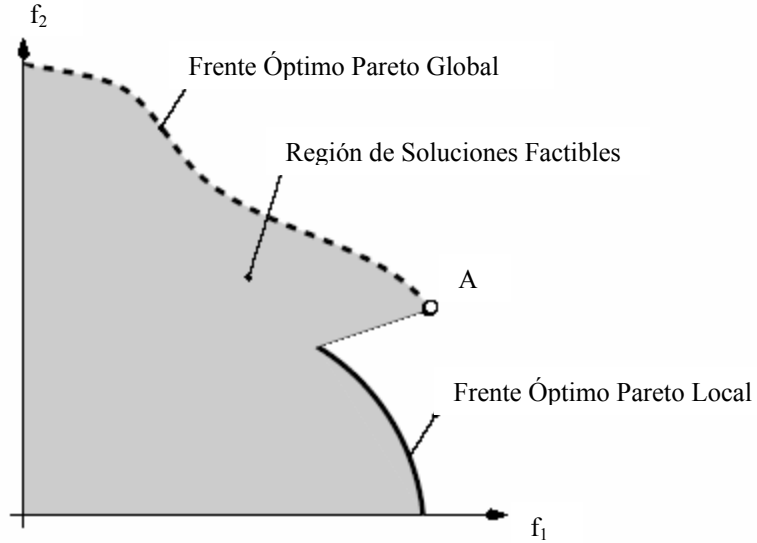


Figura 4.2. Ilustración de un conjunto de soluciones locales óptimas y un conjunto de soluciones globales óptimas en el espacio de funciones objetivos.

Sea $A \subseteq X_f$ un conjunto de vectores decisión:

El conjunto A es denominado conjunto óptimo Pareto local si

$$\forall \mathbf{a} \in A / \nexists \mathbf{x} \in X_f \mid \mathbf{x} \succ \mathbf{a} \wedge \|\mathbf{x} - \mathbf{a}\| < \varepsilon \wedge \|\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{f}(\mathbf{a})\| < \delta \quad (4.6)$$

Donde $\|\cdot\|$ es la distancia métrica correspondiente y $\varepsilon > 0$, $\delta > 0$.

El conjunto A es denominado conjunto óptimo Pareto global si

$$\forall \mathbf{a} \in A \mid \nexists \mathbf{x} \in X_f \mid \mathbf{x} \succ \mathbf{a} \quad (4.7)$$

La diferencia entre el óptimo global y el óptimo local es presentado en la figura 4.2. La línea a trazos constituye un frente óptimo Pareto global, mientras que la línea sólida representa un frente óptimo Pareto local. Los vectores decisión asociados con el frente óptimo Pareto local son localmente no dominados, pero no son el óptimo Pareto, debido a que la solución relacionada al punto A domina a cualquiera de ellos. Finalmente, que el conjunto óptimo Pareto global no contiene necesariamente todas las soluciones del óptimo Pareto y que cada conjunto óptimo Pareto global es también el conjunto Pareto óptimo local.

PROGRAMAS EVOLUTIVOS DE OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO

Luego de los primeros estudios en optimización multiobjetivo mediante principios evolutivos en la década de 1980, un conjunto de técnicas basadas en los principios de Pareto fueron propuestas durante la primera mitad de la década de 1990. Los resultados alcanzados con estas técnicas demostraron la capacidad de los métodos evolutivos en la optimización multiobjetivo para alcanzar el conjunto Pareto en una sola corrida de optimización (Zitzler, 1999). Entre estas técnicas se pueden mencionar el Algoritmo Genético de Optimización Multiobjetivo (MOGA), el Algoritmo Genético de No Dominancia Pareto (NPGA) y el Algoritmo Genético para el Ordenamiento de los No Dominados (NSGA). Si bien estas técnicas no incorporaban el concepto de elitismo, trabajos posteriores demostraron la importancia de este en la búsqueda multiobjetivo (Zitzler, Deb y Thiele, 2000). Dos de los métodos que incluyen el uso de estrategias elitistas en la optimización multiobjetivo son el NSGA-II y el SPEA2. Estas dos técnicas son las herramientas que son empleadas en el presente trabajo y, por consiguiente, concentraremos nuestra atención en ellas.

A continuación, se discuten los fundamentos de estas dos técnicas de optimización multiobjetivo, incluyendo algunos aspectos de sus predecesoras, con el propósito de establecer las bases necesarias para comprender su funcionamiento.

El Código NSGA

El Algoritmo Genético para el Ordenamiento de los No Dominados (NSGA) está basado en la idea de que el mecanismo de selección empleado sea usado para enfatizar los mejores puntos y el método de nicho permita mantener una subpoblación estable de buenas soluciones.

El NSGA se diferencia del algoritmo genético simple sólo en la forma en que funciona el operador de selección. Los operadores de cruce y mutación permanecen iguales. Antes de que se realice la selección la población es clasificada basándose en

la no dominancia del individuo. Los individuos no dominados son identificados dentro de la población actual. Luego estos individuos son considerados el primer frente no dominado dentro de la población y se les asigna un valor de adaptación ficticio grande. A todos los individuos se les asigna el mismo valor para dar a todos ellos el mismo potencial reproductivo. Con el propósito de mantener la diversidad dentro de la población estos individuos clasificados comparten su valor de adaptación ficticio. El proceso de repartición se logra mediante una operación de selección que emplea valores degradados de adaptación que se obtienen al dividir el valor original de un individuo por la cantidad proporcional de individuos que se encuentran alrededor de este. Esto hace que múltiples puntos óptimos coexistan en la población. Luego de esto, los individuos no dominados son ignorados temporalmente para someter al resto de la población a un nuevo proceso de búsqueda para identificar los individuos del segundo frente no dominado. A este nuevo conjunto se le asigna un nuevo valor de adaptación ficticio que es menor que el menor valor de adaptación repartido del frente anterior. Este proceso se repite hasta que la población completa ha sido clasificada en diversos frentes.

La reproducción luego se realiza de acuerdo a los valores de adaptación ficticio. El mecanismo de selección depende las preferencias del programador. Debido a que los individuos del primer frente tienen los valores más grandes de adaptación, ellos son copiados más veces que el resto de la población. Esto tiene como propósito identificar las regiones no dominadas o frentes óptimo Pareto. Esto produce una convergencia rápida de la población hacia regiones no dominadas y el proceso de repartición ayuda a lograr una buena distribución sobre la región. La eficiencia de NSGA radica en que transforma el proceso de optimización de múltiples objetivos a un valor de adaptación ficticio mediante el procedimiento de ordenamiento de los no dominados. Otro aspecto de este método es que se puede resolver cualquier problema independiente del número de objetivos. Este algoritmo es muy semejante al algoritmo genético simple, excepto que ahora se incluyen las operaciones de clasificación de los frentes no dominados y el proceso de repartición.

La repartición se logra mediante la aplicación de la siguiente función a dos individuos en el mismo frente

$$S_h(d_{ij}) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{d_{ij}}{\sigma_{share}} \right)^2, & d_{ij} < \sigma_{share} \\ 0, & d_{ij} \geq \sigma_{share} \end{cases} \quad (4.8)$$

donde el parámetro d_{ij} es la distancia fenotípica entre i y j en el frente actual y σ_{share} es la distancia fenotípica máxima permitida entre dos individuos para que sean parte del mismo nicho.

El Algoritmo NSGA

ENTRADA: N (TAMAÑO DE LA POBLACIÓN)

$\overline{N}$ (tamaño de archivo)

T (número máximo de generaciones)

Salida: A (conjunto no dominado)

Paso 1: Inicialización: Generar una población inicial P_0 . Se crea la población descendientes, la cual es un conjunto vacío $\overline{P}_0 = \emptyset$. Hacer $t = 0$.

Paso 2: Asignación del valor de Adaptación: Identificar los distintos frentes F_i de $P_t \cup \overline{P}_t$, donde las soluciones no dominadas están en el frente F_1 los que serían soluciones no dominadas si el frente F_1 no existiera estarían en el frente F_2 , y así sucesivamente. Luego de identificar un frente F_i , se asigna un valor de adaptación ficticio, que será compartido entre sus vecinos.

Paso 3: Selección de los Padres / Selección Ambiental: Seleccionar mediante un procedimiento de GA a los padres P_{t+1} de la nueva generación.

Paso 4: Terminación: Si $t \geq T$ ó se cumple otro criterio de parada es satisfecho, entonces el conjunto A es igual al conjunto de individuos no dominados en P_{t+1} . Fin del Proceso.

Paso 5: Variación: Aplicar los operadores de recombinación y mutación al conjunto de padres P_{t+1} para crear $\overline{P}_{t+1}$ como la población resultante. Incrementar el contador de generación ($t = t + 1$) y regresar al paso 2.

El Código NSGA-II

El NSGA-II persigue superar algunas de las deficiencias que poseía su predecesor, entre las cuales se encontraban:

- Alta complejidad computacional del ordenamiento de los no dominados: el algoritmo de ordenamiento de los no dominados empleado en NSGA es de orden $O(mN^3)$, lo cual para poblaciones grandes es extremadamente costoso, especialmente cuando la población debe ser organizada en cada generación.
- Ausencia de Elitismo: el elitismo puede acelerar el desempeño de los algoritmos genéticos de forma significativa, y también previene la pérdida de buenas soluciones una vez que han sido encontradas.
- Necesidad de especificar el parámetro de repartición σ_{share} : los mecanismos tradicionales para garantizar diversidad dentro de una población han dependido fuertemente del concepto de repartición. El problema principal radica en que esto hace necesario la especificación de un parámetro de repartición (σ_{share}). Aunque se han realizado trabajos en el dimensionamiento dinámico del parámetro de repartición, es más conveniente el uso de un mecanismo de preservación de diversidad que no requiera la definición de un parámetro.

EL NSGA-II responde a todas estas críticas, obteniendo una mejor distribución que otros algoritmos elitistas, tales como el PAES.

El Algoritmo NSGA-II

ENTRADA: N (TAMAÑO DE LA POBLACIÓN)

$\overline{N}$ (tamaño de archivo)

T (número máximo de generaciones)

Salida: A (conjunto no dominado)

- Paso 1: Inicialización: Generar una población inicial P_0 . Se crea la población descendientes, la cual es un conjunto vacío $\overline{P}_0 = \emptyset$. Hacer $t = 0$.
- Paso 2: Asignación de Valor de Adaptación: Identificar los distintos frentes F_i de $P_t \cup \overline{P}_t$, donde las soluciones no dominadas están en el frente F_1 , los que serían soluciones no dominadas si el frente F_1 no existiera estarían en el frente F_2 , y así sucesivamente. Asignar los valores de adaptación según esta clasificación.
- Paso 3: Selección de los Padres / Selección Ambiental: Agregar a P_{t+1} los individuos de $P_t \cup \overline{P}_t$, empezando por los del frente F_1 , continuando con los del frente F_2 , y así sucesivamente hasta que el tamaño de P_{t+1} sea mayor o igual a N . Discriminar dentro de cada frente dando prioridad a las soluciones con mayor separación respecto a otras soluciones. Ordenar P_{t+1} según el operador $\geq_n$. De ser necesario, reducir el tamaño de P_{t+1} hasta que sea igual a N .
- Paso 4: Terminación: Si $t \geq T$ o algún otro criterio de parada es satisfecho, entonces el conjunto A es igual al conjunto de individuos no dominados en P_{t+1} . Fin del Proceso.
- Paso 5: Variación: Aplicar los operadores de recombinación y mutación al conjunto de padres P_{t+1} para crear $\overline{P}_{t+1}$ como la población resultante. Incrementar el contador de generación ($t = t + 1$) y regresar al paso 2.

El Código SPEA

El Algoritmo Evolutivo de Fuerza Pareto (SPEA) usa una población regular y un archivo (o conjunto externo). Empezando con una población inicial y un archivo vacío, los siguientes pasos son realizados por iteración. Primero, todos los miembros no dominados de la población son copiados al archivo; cualquier individuo dominado o cualquier duplicado (respecto a las funciones objetivos) son removidos durante esta operación. Si el tamaño del archivo actualizado es mayor a un tamaño predefinido, otros miembros del archivo son eliminados mediante una técnica de clustering que preserva las características del frente no dominado. Después de esto se asignan valores de adaptación tanto a los miembros del archivo como a los miembros de la población:

Cada individuo i en el archivo es asignado un valor de fuerza $S(i) \in [0,1)$, el cual al mismo tiempo representa su valor de adaptación. $F(i) \cdot S(i)$ es el número de individuos j de la población que son dominados o son iguales a i con respecto a las funciones objetivo, dividido por el tamaño de la población más uno.

El valor de adaptación $F(j)$ de un individuo j en la población es calculado sumando los valores de la fuerza $S(i)$ de todos los miembros i del archivo que dominan o son iguales a j , añadiendo uno al final.

El siguiente paso representa el proceso de selección de los padres, donde se seleccionan los individuos de la población y del archivo mediante torneo binario. El objetivo es minimizar el valor de adaptación, es decir, que cada individuo del archivo tenga una mayor posibilidad de ser seleccionado que cualquier otro miembro de la población. Finalmente, luego de un proceso de recombinación y mutación, la población vieja es reemplazada por la población nueva.

Entre algunas de las debilidades identificadas en SPEA se tienen:

- o Asignación de Valor de Adaptación: Los individuos que son dominados por los mismos miembros del archivo tienen el mismo de valor de adaptación. Eso quiere decir que cuando el archivo contiene sólo un individuo, todos los miembros de la población tienen el mismo rango, independientemente de si ellos se dominan entre si o no. Como consecuencia de esto, la presión selectiva disminuye sustancialmente y en este caso particular SPEA se comporta como un algoritmo de búsqueda al azar.
- o Estimación densidad: Si muchos individuos de la generación actual son indiferentes, es decir, los unos no dominan a los otros, es muy poca o inexistente la información que se puede obtener a partir del ordenamiento parcial definido por la relación de dominancia. En esta situación, que es muy posible en presencia de más de dos objetivos, la información densidad debe ser empleada para guiar la búsqueda de forma más eficiente. La técnica de

clustering hace uso de esta información, pero sólo tomando en cuenta el archivo y no la población.

- o Truncamiento de Archivo: Aunque la técnica de agrupamiento (*clustering*) empleada en SPEA es capaz de reducir el conjunto no dominado sin destruir sus características, es posible que se pierdan las soluciones más externas. Sin embargo, estas soluciones deben ser preservadas en el archivo para obtener una buena dispersión de las soluciones no dominadas.

El Código SPEA2

El SPEA2 persigue eliminar las debilidades potenciales de su predecesor e incorporar los resultados más recientes con el propósito de diseñar un algoritmo de optimización multiobjetivo poderoso y actualizado. Las principales diferencias entre SPEA y SPEA2 son las siguientes:

- Se emplea un esquema mejorado de asignación de valor de adaptación, el cual toma en cuenta cuantos individuos son dominados y cuantos dominan a cada individuo.
- Se incorpora una técnica de estimación del vecino más cercano que permite una orientación más precisa en el proceso de búsqueda.
- Se emplea un nuevo método de truncamiento de archivo que garantiza la preservación de soluciones en las fronteras.

Como se demostró en el estudio de Zitzler et al. (2001), este algoritmo ofrece un buen desempeño en términos de convergencia y diversidad, superando a SPEA 2, y obteniendo resultados tan buenos como los de los códigos PESA y NSGA-II en distintos problemas de prueba conocidos.

El Algoritmo SPEA2

ENTRADA: N (TAMAÑO DE LA POBLACIÓN)

$\overline{N}$ (tamaño de archivo)

- Salida: T (número máximo de generaciones)
 A (conjunto no dominado)
- Paso 1: Inicialización: Generar una población inicial P_0 y crear un archivo vacío (conjunto externo) $\overline{P}_0 = \emptyset$. Hacer $t = 0$.
- Paso 2: Asignación de Valor de Adaptación: Calcular los valores de adaptación de los individuos en P_t y $\overline{P}_t$.
- Paso 3: Selección Ambiental: Copiar en $\overline{P}_{t+1}$ todos los individuos no dominados de P_t y $\overline{P}_t$. Si el tamaño de $\overline{P}_{t+1}$ es mayor al de $\overline{N}$, reducir $\overline{P}_{t+1}$ mediante el operador de truncamiento; si el tamaño de $\overline{P}_{t+1}$ es menor al tamaño de $\overline{N}$, completar $\overline{P}_{t+1}$ con los individuos dominados de P_t y $\overline{P}_t$.
- Paso 4: Terminación: Si $t \geq T$ o se cumple otro criterio de parada es satisfecho, entonces el conjunto A es igual al conjunto de individuos no dominados en $\overline{P}_{t+1}$. Fin del Proceso.
- Paso 5: Selección de los Padres: Realizar el proceso de selección mediante torneo binario, reemplazando $\overline{P}_{t+1}$ hasta completar el número de padres necesarios.
- Paso 6: Variación: Aplicar los operadores de recombinación y mutación al conjunto de padres y establecer $\overline{P}_{t+1}$ como la población resultante. Incrementar el contador de generación ($t = t + 1$) y regresar al paso 2.

A diferencia del código SPEA, SPEA2 emplea una estrategia de asignación de valores de adaptación de grano fino, el cual incorpora la información densidad. De igual forma, el tamaño del archivo es fijado, siempre que el número de individuos no dominados sea menor al tamaño predeterminado de archivo, el archivo es llenado con individuos dominados. Adicionalmente, la técnica de agrupamiento empleada cuando el tamaño del frente no dominado es mayor al archivo, fue reemplazada por un método de truncamiento alternativo que tiene características similares, pero no pierde puntos en la frontera. Detalles del procedimiento de selección y del mecanismo de asignación de valores de adaptación son presentados en Zitzler et al. (2001). Otra diferencia con respecto a SPEA es que sólo los miembros del archivo participan en el proceso de selección de los padres.

CAPÍTULO 5

Metodología

Los capítulos anteriores fueron dedicados a presentar los detalles necesarios para comprender el funcionamiento de los códigos de optimización y de evaluación aerodinámica. En el presente capítulo se presentan los pasos para la integración de ambos códigos, además de definir sus limitaciones y posibles aplicaciones.

VALIDACIÓN DE LOS CÓDIGOS MULTIOBJETIVO

Debido a que en la implementación de los códigos NSGA-II y SPEA2 podría ser una fuente de error en el presente trabajo, es necesario comprobar que los códigos implementados puedan reproducir los resultados reportados en la literatura. La forma más apropiada es mediante la validación con funciones prueba. Con este propósito, se seleccionan algunas funciones pruebas reportadas en la literatura. La formulación de los problemas se realiza según lo presentado en la ecuación 4.1:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar} \quad & \mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})) \\ \text{sujeto a} \quad & \mathbf{e}(\mathbf{x}) = (e_1(\mathbf{x}), e_2(\mathbf{x}), \dots, e_m(\mathbf{x})) \leq 0 \\ \text{donde} \quad & \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{X} \\ & \mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_k) \in \mathbf{Y} \end{aligned} \tag{4.1}$$

Las funciones seleccionadas son las siguientes

ZDT1

$$\text{o } f_1(x_1) = x_1$$

- o $f_2(x_1) = g(x_1, \dots, x_n) \cdot h(f_1(x_1), g(x_1, \dots, x_n))$
- o $g(x_1, \dots, x_n) = 1 + \frac{9 \sum_{i=2}^n x_i}{n-1}$
- o $h(f_1, g) = 1 - \sqrt{\frac{f_1}{g}}$
- o $n = 30$, con $x_i \in [0,1]$. La frontera óptima Pareto es convexa y se forma con $g = 1$.

ZDT3

- o $f_1(x_1) = x_1$
- o $g(x_1, \dots, x_n) = 1 + \frac{9 \sum_{i=2}^n x_i}{n-1}$
- o $h(f_1, g) = 1 - \sqrt{\frac{f_1}{g}} - \frac{f_1}{g} \text{seno}(10\pi f_1)$
- o $n = 30$, con $x_i \in [0,1]$. La frontera óptima Pareto es convexa y se forma con $g = 1$.

ARCO DE CIRCUNFERENCIA

- o $f_1(x_1, x_2) = -x_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} x_2\right)$
- o $f_2(x_1, x_2) = -x_1 \text{seno}\left(\frac{\pi}{2} x_2\right)$
- o $x_i \in [0,1]$. La frontera óptima es el arco de circunferencia de radio $r = 1$ contenida en el tercer cuadrante.

Algunos de los resultados obtenidos con los dos códigos implementados se presentan en la sección de resultados.

APLICACIÓN DE LOS CÓDIGOS MULTI OBJETIVO

El problema planteado es un problema de optimización multiobjetivo sin restricciones, con un vector objetivo de dos (2) dimensiones y un vector solución de ciento ochenta y nueve (189) variables. El número de variables es considerablemente mayor al reportado en la literatura hasta la fecha, siendo el máximo reportado de treinta (30) variables (Zitzler, 1999). A continuación se dan algunos detalles adicionales del problema.

Variables del Problema

Aunque existen diversos métodos para la representación de perfiles aerodinámicos por medio de funciones que representan las curvas del extradós y del intradós (Mason, 2000), o mediante las curvas del esqueleto y una ley de distribución de espesor (Gutiérrez, 2002) en el presente trabajo se ha decidido hacer uso de la representación por medio de coordenadas de puntos sobre su superficie. Aunque esta decisión puede parecer inapropiada, debido a que incrementa la dimensión del vector solución de 10 a 189, esto elimina la posibilidad de generar mediante las operaciones de cruce y mutación superficies que no puedan ser evaluadas con el código XFOIL. Otra ventaja es la reducción del tiempo computacional al eliminar la necesidad de calcular 189 puntos de la superficie de cada perfil antes de evaluarlo. Tomando en cuenta el alto costo computacional asociado al uso de programas evolutivos, cualquier ahorro que se pueda obtener debe ser aprovechado. La desventaja que representa esta alternativa es el mayor consumo de memoria por parte del programa; la determinación de cual de las dos alternativas es la mejor, queda todavía por determinarse.

Funciones Objetivo

Uno de los aspectos fundamentales en todo proceso de optimización es la definición de las funciones objetivos. Las funciones objetivos definen el problema, así como también el conjunto de soluciones que se puede obtener. En el estudio de

perfiles aerodinámicos, se han empleado diversas combinaciones de funciones objetivo. Muchos de los estudios de optimización en aerodinámica se han concentrado recientemente en el desarrollo de perfiles para régimen supersónico y transónico, (Obayashi, 1998; Oyama, 2000). Otros investigadores se han concentrado en la aplicación de estas herramientas a problemas multidisciplinarios (Dulikravich *et al.*, 1999; Dulikravich *et al.*, 2001).

XFOIL, el programa empleado en el presente trabajo, es un código desarrollado para el análisis y diseño de perfiles en régimen subsónico. Esta limitación juega un papel fundamental en la selección de las funciones objetivos. Mientras en régimen transónico uno de los objetivos podría ser retardar la formación de la onda de choque y en régimen supersónico un objetivo podría ser la reducción de las vibraciones, en nuestro trabajo empleamos dos parámetros que han servido tradicionalmente como referencia para evaluar el comportamiento aerodinámico de los perfiles. Estos parámetros son los coeficientes de arrastre (c_D) y sustentación (c_L).

Otras posibles funciones a optimizar podrían ser la ubicación del punto de transición y los puntos de separación. Sin embargo, en el presente trabajo, nos limitaremos a las antes mencionadas.

Selección de los casos de estudio

Como se pudo apreciar en la descripción del programa XFOIL, el código es bastante sólido y ofrece la posibilidad de estudiar perfiles en un amplio rango de números de Reynolds y de ángulos de incidencia, bajo todo el espectro del régimen subsónico. Esto permite seleccionar prácticamente cualquier punto de operación (definido por un número de Reynolds, número de Mach y ángulo de incidencia) para realizar el proceso de optimización. Bajo esta idea, se toma $Re = 10^6$, $M = 0$ para el caso de estudio a analizar. Estas dos condiciones se asemejan a las condiciones de referencia empleadas en la evaluación de perfiles aerodinámicos para régimen subsónico. Por otra parte, debido a la forma en que funciona la rutina de resolución

de las ecuaciones de capa límite, es necesario incrementar el ángulo de incidencia de forma gradual para poder obtener convergencia en el proceso iterativo. Por ejemplo, si se emplease $\alpha = 1^\circ$, sería necesario realizar primero una evaluación para $\alpha = 0^\circ$ seguida de una segunda evaluación para $\alpha = 1^\circ$. La selección de un ángulo de incidencia distinto a cero grados duplicaría los cálculos necesarios para la evaluación de los perfiles aerodinámicos. Es por esta razón que se selecciona $\alpha = 0^\circ$. El trabajo se limitará al estudio de un punto de operación único definido por

$$Re = 10^6 \quad M = 0 \quad \alpha = 0^\circ$$

El punto de operación seleccionado no debería influir en el desempeño del programa de optimización multiobjetivo debido a que el programa XFOIL es capaz de realizar el análisis de perfiles, como se mencionó antes, en un amplio rango de condiciones. Sin embargo, estas condiciones permiten evitar algunos de los orígenes más comunes de fallas del módulo de análisis viscoso, como son: la formación de regiones de flujo supersónico, regiones de separación grande y desprendimiento de la capa límite en la región laminar.

Inicialización de la Población

Con el propósito de no tener problemas al momento de emplear el código XFOIL, es necesario garantizar que en el proceso de inicialización de la población, los individuos generados sean perfiles aerodinámicos cerrados que no presenten irregularidades en su superficie, es decir, que los individuos tengan superficies formadas por una curva suave y cerrada que no se corte en ningún punto. Es por esa razón que en el proceso de inicialización se emplea una de las rutinas del XFOIL que permite generar de forma automática la geometría de cualquier perfil NACA de las series de 4 ó 5 dígitos.

Esta limitación podría producir problemas debido a que, a diferencia de los problemas tradicionales que se resuelven en optimización multiobjetivo, se están imponiendo relaciones definidas entre las variables del vector solución. Un aspecto

interesante que se estudiará es como influye el uso de distintas series en la creación de la población inicial en el proceso de optimización.

Si bien es posible emplear otras series de perfiles aerodinámicos, como los perfiles Göttingen o perfiles de las series SSZ, aquí sólo se emplean las series NACA de cuatro y cinco dígitos. Para emplear otros perfiles sería necesario desarrollar un código semejante o hacer uso de una base de datos, trabajo que se dejará para futuros trabajos.

Operadores de Cruce y Mutación

Debido a las restricciones que tiene el código XFOIL en la evaluación de perfiles aerodinámicos, muchos de los operadores genéticos existentes en la literatura no son apropiados. Fue necesario determinar cuales operadores de cruce y mutación eran capaces de generar perfiles que pudieran ser evaluados con el código XFOIL.

Entre los operadores de cruce, se implementaron versiones de dos operadores diferentes. El primer operador fue una versión del cruce simple, con una modificación basada en el método paramétrico modificado (MPM). Tomando una de las ideas más sencillas del MPM (desarrollado por el Profesor Dr. Stefan Zarea), se fija el punto de cruce sobre la nariz del perfil, punto común a todos los perfiles y que garantiza la continuidad y suavidad de la curva. Este método combina de forma efectiva el extradós y el intradós de los perfiles, generando nuevos perfiles aerodinámicos.

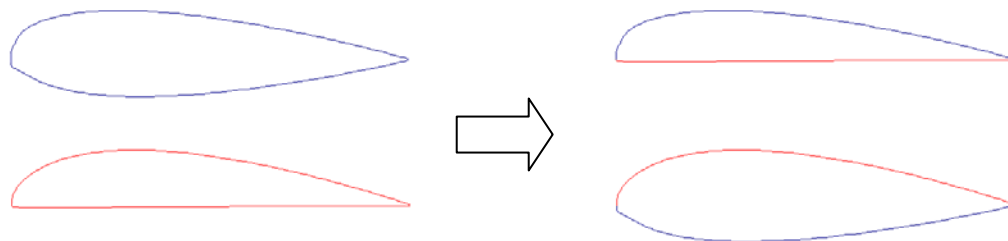


Figura 5.1. Funcionamiento del operador de cruce simple modificado según una de las ideas propuestas en el MPM del Prof. Stefan Zarea

El segundo operador seleccionado fue el cruce aritmético uniforme, en el cual se emplea un valor único de λ para todas las variables (ver capítulo 3). Uno de los aspectos a estudiar en el presente trabajo es la influencia del uso de estos dos tipos de operadores de cruce en el desempeño del algoritmo.

Entre los operadores de mutación presentados anteriormente, ninguno fue capaz de generar curvas suaves que pudieran ofrecer resultados confiables al ser evaluados por el código XFOIL. Por esa razón fue necesario crear nuevos operadores de mutación que sí cumplieran con esta condición. Los dos nuevos operadores presentados no afectan a una sola variable dentro del vector solución, sino que afectan a un conjunto de variables de forma simultánea.

El primer operador genera, mediante una distribución de Gauss, un levantamiento o un hundimiento sobre la superficie del perfil alrededor del punto seleccionado. En la implementación presentada en este trabajo, el operador afecta a un total de diecisiete puntos, produciendo un desplazamiento máximo de la superficie de 0,01 veces la longitud de cuerda. Este operador se basa en la necesidad de garantizar que la superficie sea suave y en la observación de que pequeñas modificaciones influyen en el comportamiento aerodinámico de los perfiles. Expresado para el sistema de coordenadas de un perfil cualquiera

$$y(x') = y(x') \pm a \cdot e^{-(x'-x_0)^2} \quad (5.1)$$

donde $a = 0,001$, x_0 es el punto que fue escogido para mutación y x' es un punto cercano al punto x_0 (en este caso se emplean un total de 17 puntos, ocho a cada lado del punto que es seleccionado para experimentar mutación).

El segundo operador no afecta a un conjunto limitado de variables, sino a todas las variables del vector solución. A las curvas que definen los perfiles aerodinámicos se le añaden curvas producidas por la combinación aleatoria de funciones simples como rectas, curvas trigonométricas, parábolas y cúbicas. Estas curvas suaves, al ser sumadas a las curvas originales del extradós y el intradós, producen curvas diferentes a las originales. Para el sistema de coordenadas

$$y(x) = y(x) + \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 a_i g_i(x) \quad (5.2)$$

donde

$$g_1(x) = x \quad g_2(x) = x^2 \quad g_3(x) = x^3 \quad g_4(x) = \text{sen}(\pi x) \quad g_5(x) = e^x$$

y a_i es un valor entre -0,001 y 0,001 seleccionado al azar que se escoge cada vez que se aplica el operador de mutación.

Selección de los Parámetros a Emplear

En los algoritmos evolutivos de optimización multiobjetivo empleados (NSGA-II y SPEA2) existen una serie de parámetros que deben ser definidos por el operador y que suelen influenciar el desempeño de estos en un problema determinado. Por esa razón su selección debe realizarse cuidadosamente. Lamentablemente, aunque existen líneas generales para la definición de algunos parámetros, no existe una fórmula o regla que permita determinar cuales son los valores que se deben emplear en un problema. Es por esa razón que se recurre a un estudio experimental del problema que permita determinar cuales son los parámetros indicados. Esto hace necesario realizar una gran cantidad de corridas del algoritmo con distintas combinaciones de parámetros, hasta determinar cual es la más apropiada.

Debido a lo extenso que sería un estudio cuidadoso de todas los parámetros asociados a los programas NSGA-II y SPEA2, este estudio se limitará a una comparación entre los resultados obtenidos con dos ó tres permutaciones de valores de p_m y p_c . Estas permutaciones son elegidas empleando como punto de partida otros trabajos previos en el área (Salazar, 2003).

ESTRATEGIA DE TRABAJO

El propósito de este trabajo es determinar la influencia de algunos parámetros de interés en el funcionamiento de los códigos NSGA-II y SPEA2 en el diseño de

perfiles aerodinámicos. Aunque algunos de los aspectos a ser estudiados ya han sido mencionados en este capítulo, es necesario definir una metodología de trabajo que permita estudiar su influencia de forma apropiada.

Con esta idea en mente, se proponen realizar los siguientes estudios comparativos:

- Operadores de Cruce: se comparará el desempeño de dos operadores: el cruce simple modificado (SSZ), y el cruce aritmético uniforme (CAU). Estos dos operadores serán comparados bajo distintas condiciones de funcionamiento en ambos códigos de optimización.
- Operadores de Mutación: se estudiarán los resultados obtenidos con dos operadores de mutación: el basado en la suma de curvas simples (CURV-0) y el basado en la perturbación de una región del perfil mediante la curva de Gauss (GAUSS).
- Población Inicial: se estudiará la influencia en los resultados cuando se emplean distintas poblaciones iniciales: una basada en las series NACA de 4 dígitos, una basada en la serie NACA de 5 dígitos y una tercera basada en las series NACA 00-XX y la serie NACA de 5 dígitos.
- Parámetros de los Programas Evolutivos: se estudiarán para cada combinación de población inicial, operadores y código de optimización dos combinaciones de probabilidad de mutación y probabilidad de cruce.

- $p_m = 0,9, p_c = 0,01$

- $p_m = 0,9, p_c = 0,001$

CAPÍTULO 6

Análisis de Resultados

Con el propósito de poder establecer comparaciones directas entre los distintos casos estudiados, se establecen un conjunto de parámetros comunes a todas las corridas:

- o La población de individuos es igual a cien, y en cada iteración se generan cien nuevos individuos.
- o La probabilidad de aplicación del operador de cruce es igual a 0,90 ($p_m = 0,90$).
- o El número de generaciones de cada corrida es igual a cien.

El resto de los parámetros, como la composición de la población inicial, los operadores empleados y la probabilidad de mutación, son modificados de acuerdo a los parámetros que se estudiarán.

Para referencia dentro del presente capítulo, se hará uso de la siguiente notación:

SSZ: cruce simple modificado, basado en una de las ideas del método paramétrico modificado del Prof. Zarea.

CAU: cruce aritmético uniforme.

GAUSS: mutación basada en la función de Gauss.

CURV-0: mutación basada en curvas simples.

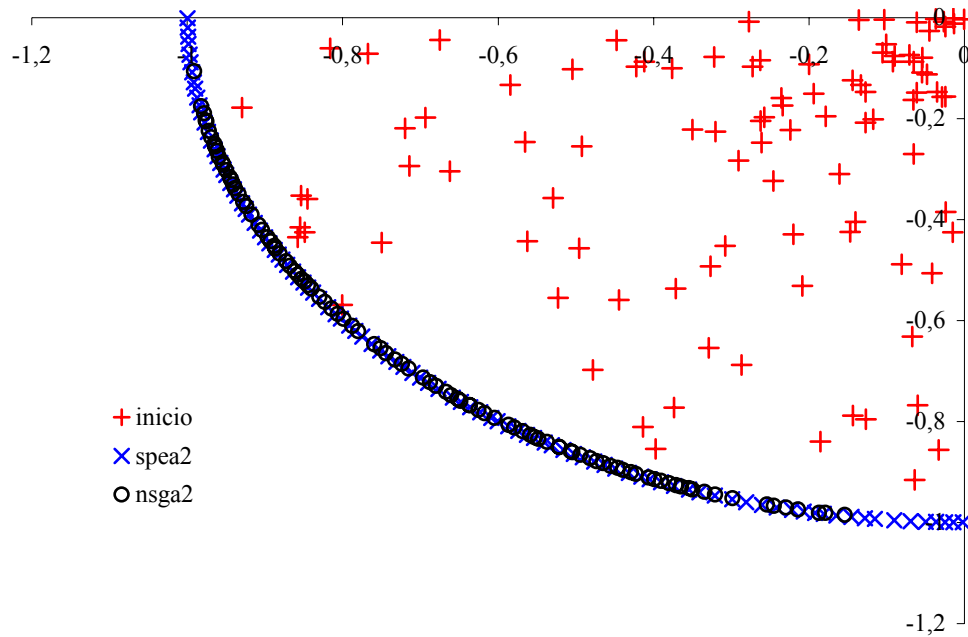


Figura 6.1. Comparación entre los resultados obtenidos con los códigos NSGA-II y SPEA2 en el problema de prueba circunferencia.

VALIDACIÓN DE LOS CÓDIGOS NSGA-II Y SPEA2

Aunque aquí sólo se presentan los resultados para el problema del arco de circunferencia, los resultados de la validación son muy semejantes en los otros dos problemas prueba seleccionados (ZDT1 y ZDT3). En la figura 6.1 se pueden ver los resultados obtenidos mediante el uso de los códigos NSGA-II y SPEA2 implementados en FORTRAN 90. Los resultados de ambos métodos son comparados con la población inicial generada de forma aleatoria, dejándose evidencia de la capacidad de ambos métodos de identificar el conjunto de soluciones compromiso que definen el óptimo Pareto, definido en este caso por el arco de circunferencia de radio $r = 1$ para $\theta \in [\pi, 3\pi/2]$. Si bien el código SPEA2 parece extenderse de mejor manera sobre el frente Pareto, el método NSGA-II parece mostrar una mayor diversidad sobre la zona media de este. Estas diferencias, como se verán más

adelante, parecen presentar sus ventajas y desventajas en el problema como se podrá ver más adelante.

RESULTADOS DEL CÓDIGO SPEA2

A continuación se presentan algunas gráficas que representan el espacio de funciones objetivos con los resultados finales para distintas poblaciones iniciales y operadores obtenidas mediante la aplicación del código SPEA2. Es importante destacar que las funciones objetivos presentadas en el trabajo son $f_1 = c_L$ y $f_2 = c_{Df}$, tal como son definidas en el programa XFOIL. Las gráficas presentadas a continuación son, en consecuencia, la de los valores de c_{Df} vs c_L . Para evitar posibles confusiones con las gráficas de coordenadas polares que se presentan en un sistema de coordenadas semejante, se hará uso de la notación c_{D0}^* vs c_{L0}^* , que hace referencia a los coeficientes de sustentación y de arrastre superficial para las condiciones de operación especificadas y un ángulo de incidencia $\alpha = 0^\circ$.

Influencia del Operador de Mutación

En el capítulo previo se propusieron dos posible operadores de mutación que persiguen cumplir las condiciones de suavidad impuestas para la creación de nuevos perfiles. Aunque ambos operadores fueron empleados inicialmente, los resultados obtenidos con las dos primeras versiones del operador de mutación basado en la función de Gauss, hicieron que este fuera descartado. En la figura 6.2 se puede observar la diferencia entre los resultados obtenidos con el código SPEA2 por medio de los dos operadores de mutación propuestos. Aunque pareciera que el operador GAUSS supera notablemente al operador CURV-0, los perfiles obtenidos no poseen una superficie suficientemente suave para que puedan ser evaluados por el código XFOIL. La figura 6.3a muestra uno de los perfiles resultantes obtenidos por medio del operador de mutación GAUSS. Como se puede apreciar, el pico presente sobre el extradós del perfil hace que los resultados obtenidos mediante el código XFOIL no

tengan sentido físico alguno. Por su parte, el perfil obtenido con el operador CURV-0 (Fig. 6.3b) es suave y si puede ser evaluado por el código XFOIL reportando resultados aerodinámicos válidos.

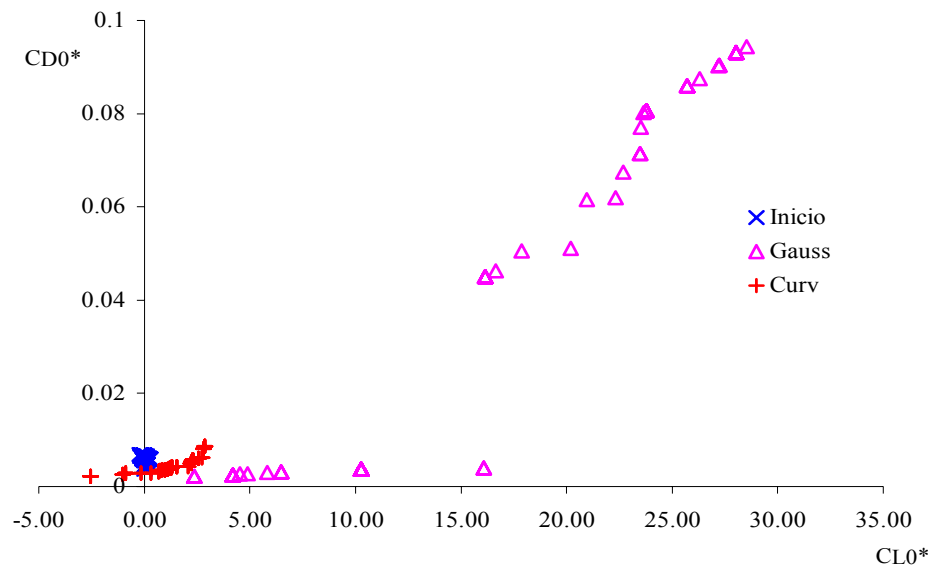


Figura 6.2. Comparación entre los resultados obtenidos con los operadores GAUSS y CURV-0. Se emplea una población generada a partir de las series NACA 00-XX y NACA de 5 dígitos. (Operador de cruce: SSZ)

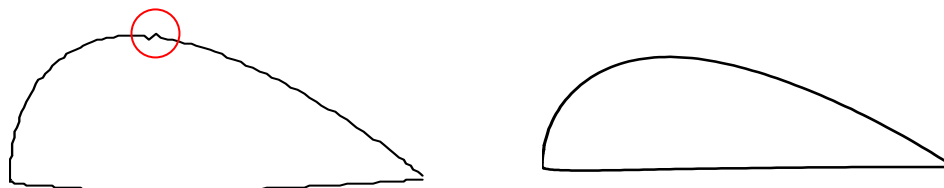


Figura 6.3. Dos perfiles obtenidos mediante el uso de los operadores: a) GAUSS; b) CURV-0.

Debido a estos resultados, el operador de mutación basado en la función de Gauss no será considerado en el resto del presente capítulo. Sólo serán discutidos los resultados obtenidos con el operador CURV-0.

Influencia de la Probabilidad de Mutación.

Uno de los factores estudiados en el presente trabajo fue la influencia del valor de p_m en el desempeño de los programa evolutivos de optimización multiobjetivo. En la figura 6.4 se presentan los resultados para dos valores de p_m distintos, empleando el operador de cruce simple modificado (SSZ). Como se puede observar, con $p_m = 0,01$ se obtiene un frente no dominado de soluciones más extenso y diverso que con $p_m = 0,001$. Esto parece indicar que el operador de mutación cumple su papel en el proceso evolutivo, introduciendo nuevos individuos que aportan diversidad a la población.

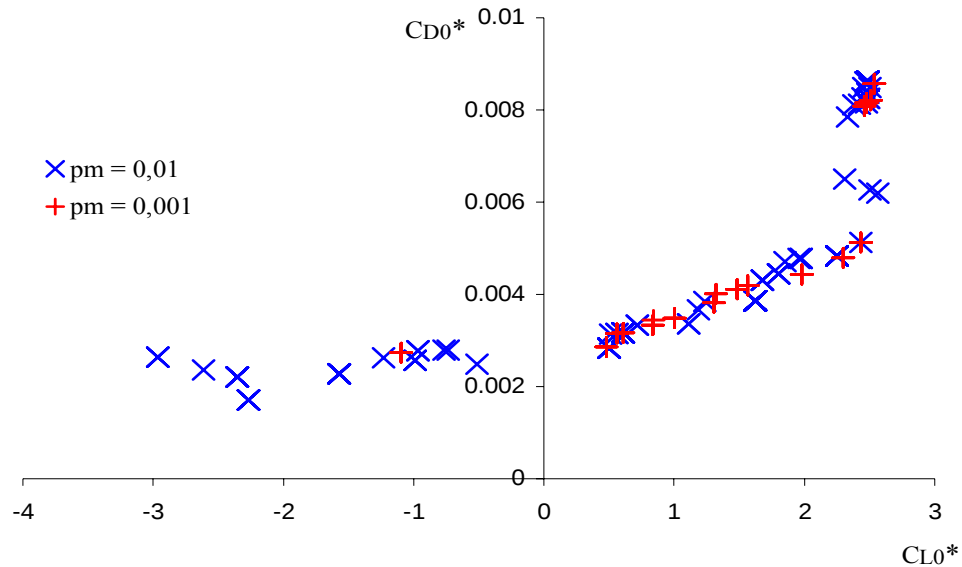


Figura 6.4. Comparación entre los resultados obtenidos a distintos valores de p_m con el operador CURV-0. La población inicial es generada a partir de las series NACA 00-XX y NACA de 5 dígitos. (SSZ)

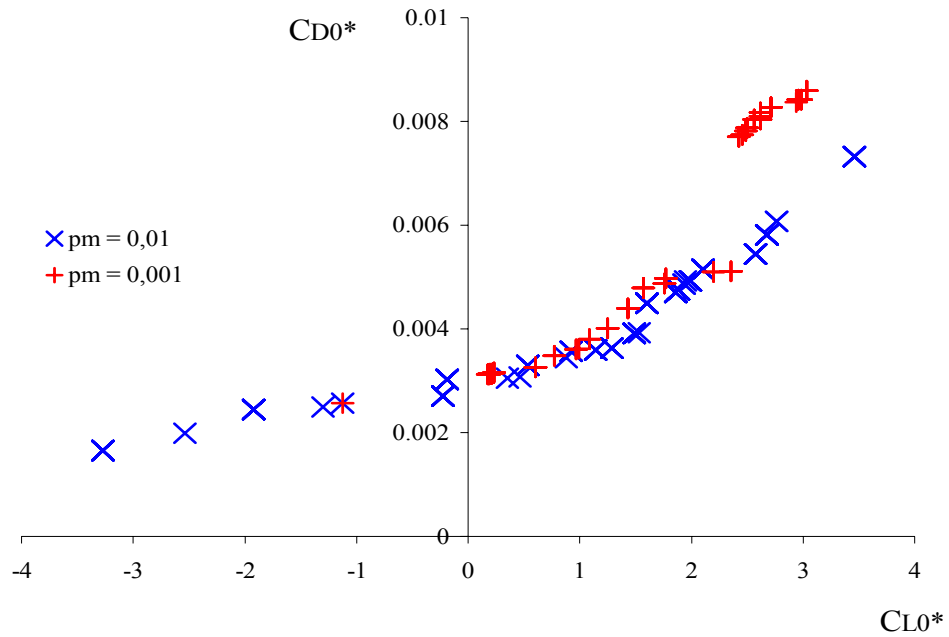


Figura 6.5. Comparación entre los resultados obtenidos a distintos valores de p_m con el operador CURV-0. La población inicial es generada a partir de las series NACA de 4 dígitos. (SSZ)

El mismo comportamiento se puede observar en la figura 6.5, para un caso donde se emplea el mismo operador de cruce con una población inicial basada en perfiles de la serie NACA de 4 dígitos. Se observa una mayor diversidad cuando hay una mayor incidencia del operador de mutación (mayor valor de p_m), así como una mayor extensión del frente de soluciones no dominadas de la población.

En la figura 6.6 se observan los resultados obtenidos con una población inicial generada a partir de la serie NACA de 5 dígitos. El comportamiento en este caso es semejante para los dos valores de p_m empleados. Aunque el valor de la probabilidad de mutación (p_m) no parece influir de forma significativa en la diversidad de los resultados obtenidos con esta población inicial, es interesante observar que, a diferencia de lo observado anteriormente, una menor incidencia del operador de mutación parece favorecer la extensión del frente de soluciones no dominadas.

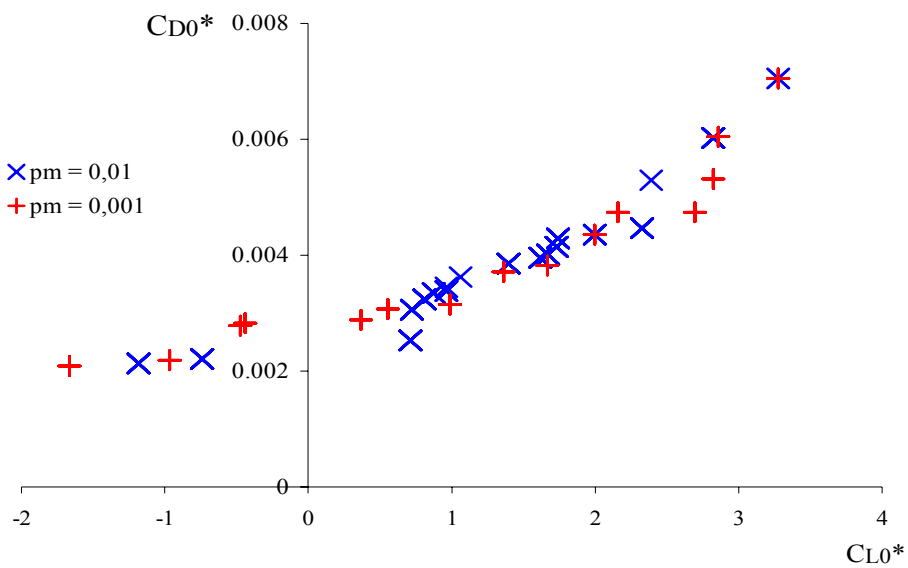


Figura 6.6. Comparación entre los resultados obtenidos a distintos valores de p_m con el operador CURV-0. La población inicial es generada a partir de las series NACA de 5 dígitos. (SSZ)

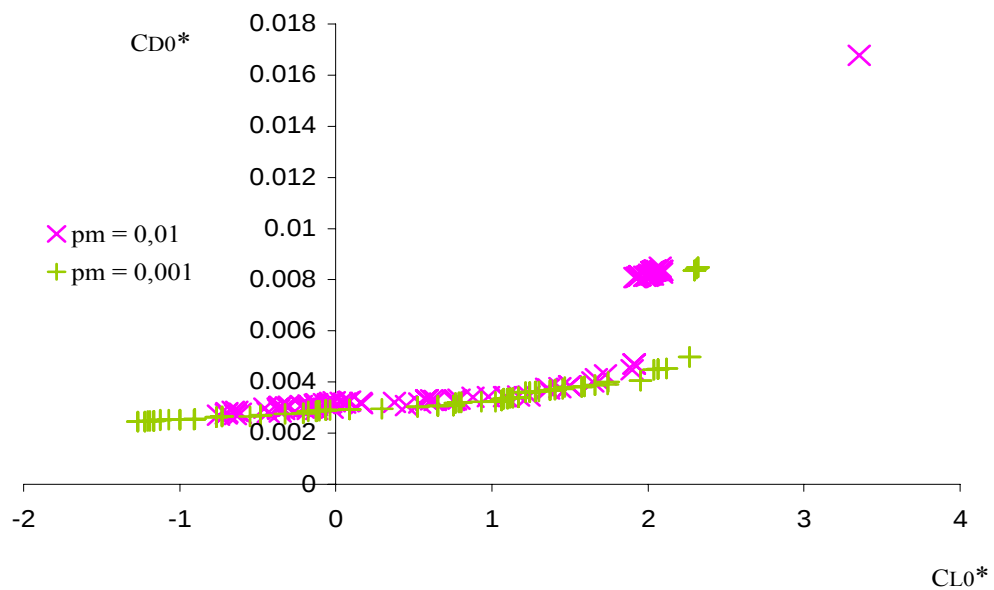


Figura 6.7. Comparación entre los resultados obtenidos a distintos valores de p_m con el operador CURV-0. La población inicial es generada a partir de las series NACA 00-XX y NACA de 5 dígitos. (CAU)

Para los casos en los que se emplea el operador de cruce aritmético uniforme (CAU) (Fig. 6.7, 6.8 y 6.9), se observa también que una mayor incidencia del operador de mutación (mayor valor de p_m) favorece la diversidad dentro la población final. Aunque con una población inicial generada a partir de las series NACA 00-XX y NACA de 5 dígitos el frente de soluciones no dominadas obtenido con $p_m = 0,001$ es mejor que el frente obtenido con $p_m = 0,01$ (Fig. 6.7), en los casos en los cuales se emplean otras poblaciones iniciales, una mayor incidencia del operador de mutación ($p_m = 0,01$) permite generar una mayor diversidad dentro de la población, además de superar los resultados que se obtienen con $p_m = 0,001$ sobre casi todo el frente (Fig. 6.8 y 6.9).

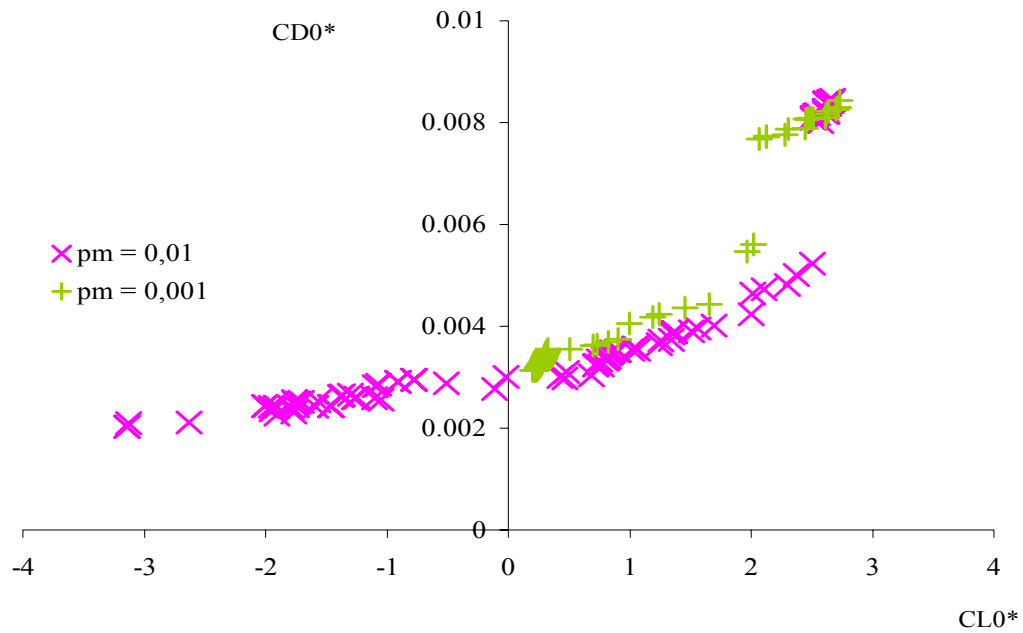


Figura 6.8. Comparación entre los resultados obtenidos a distintos valores de p_m con el operador CURV-0. La población inicial es generada a partir de las series NACA de 4 dígitos. (CAU)

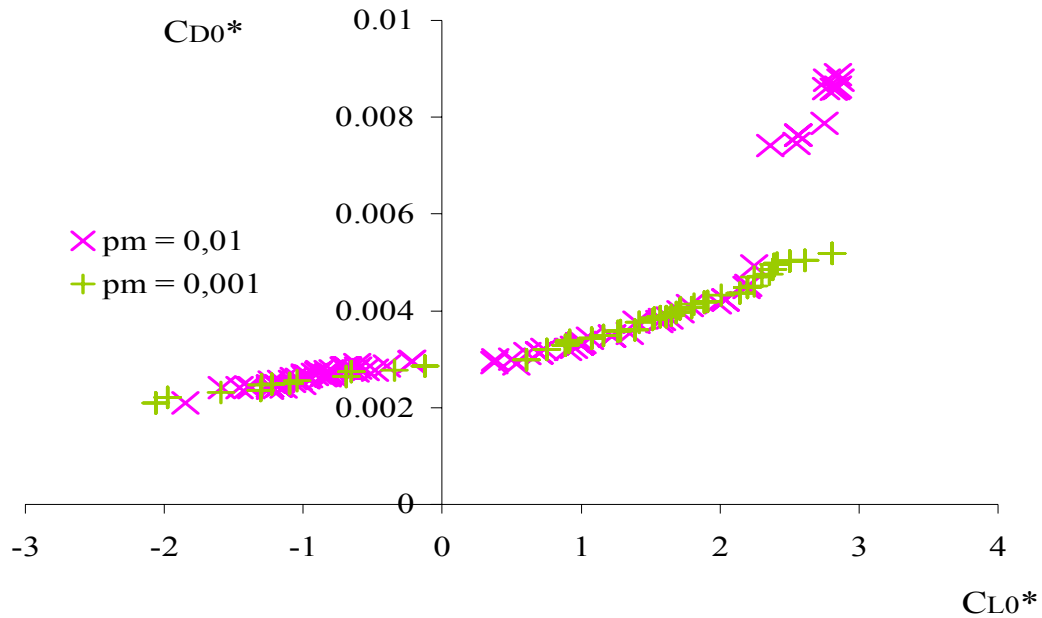


Figura 6.9. Comparación entre los resultados obtenidos a distintos valores de p_m con el operador CURV-0. La población inicial es generada a partir de las series NACA de 5 dígitos. (CAU)

Un detalle interesante en las figuras 6.7, 6.8 y 6.9, es la forma que presenta el frente en la parte izquierda del frente de soluciones no dominadas. En esa zona, existe un espacio en blanco entre los valores de c_D de 0,005 y 0,008. Esto podría apuntar a la posibilidad de que exista un valor máximo de sustentación para ese rango de valores de c_D . Sin embargo, los resultados que se presentan más adelante parecen indicar que esto es consecuencia de los parámetros empleados en estos casos y no una característica intrínseca del problema.

En la figura 6.7 se observa que se ha logrado identificar un punto aislado con elevados coeficiente de sustentación y de arrastre. Aunque desde el punto de vista de optimización multiobjetivo se persigue identificar este tipo de puntos, desde el punto de vista aerodinámico el valor de este punto es relativo.

Por otra parte, si bien una primera observación a las figura 6.9 hace pensar que las soluciones del extremo superior izquierdo obtenidas con $p_m = 0,01$ no forman

parte del frente de soluciones no dominadas, una inspección a los valores de $-c_L$ indican lo contrario. Los valores máximos de esa función objetivo se encuentran en esa zona (- 2,85 y - 2,83), mientras que para $p_m = 0,001$ el valor máximo reportado es - 2,80.

Influencia del Operador de Cruce

Como se mencionó previamente, en el presente trabajo se emplearon dos distintos operadores de cruce. El primero fue una modificación del cruce simple basado en los trabajos del Prof. Stefan Zarea. El segundo es el cruce aritmético uniforme. Los resultados empleados en la comparación de los operadores de cruce son los parámetros que generan los mejores resultados para cada operador.

En la figura 6.10 se presentan los resultados obtenidos con poblaciones iniciales de series NACA de 4 y 5 dígitos, para SSZ con $p_m = 0,01$ y CAU con $p_m = 0,001$. Ambos operadores de cruce producen resultados muy semejantes en la zona media del frente no dominado, aunque se observa que el operador de cruce aritmético uniforme (CAU) es capaz de definir un frente distribuido más uniforme que el operador SSZ, el cual sólo identifica puntos aislados sobre el frente. No obstante, el operador SSZ supera al CAU en la definición del frente en los extremos, además de ser capaz de identificar soluciones en el rango de valores de los valores de c_D entre 0,005 y 0,008.

Es interesante que en la zona de c_L máximo, para el rango de c_D que va de 0,005 a 0,008, el operador CAU no logre identificar soluciones, mientras que el operador SSZ si lo hace.

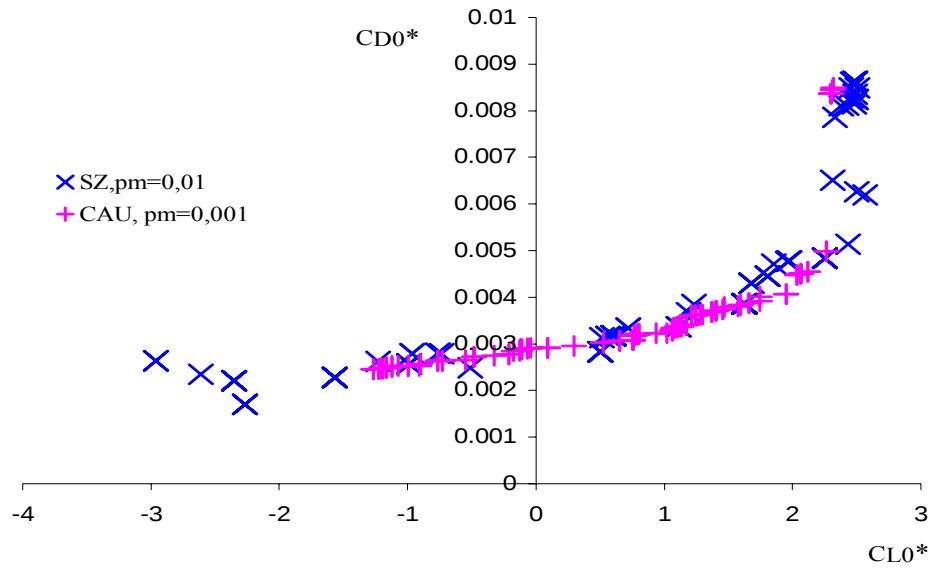


Figura 6.10. Comparación entre los resultados obtenidos con los operadores SSZ y CAU. La población inicial es generada a partir de las series NACA 00-XX y NACA de 5 dígitos. (CURV-0)

En las figuras 6.11 y 6.12 se pueden observar los resultados obtenidos para otras poblaciones iniciales mediante el uso de los dos operadores de cruce empleando el mejor valor de p_m . Nuevamente se aprecia que aunque el operador de cruce SSZ permite una mejor de los extremos del frente no dominado, el CAU genera una distribución más uniforme de soluciones sobre la zona media de éste.

Una característica que se repite en todas las corridas realizadas, es el problema que experimenta el código SPEA2 para identificar el frente no dominado en la zona izquierda del mismo, en particular con el operador CAU. Este operador presenta dificultades para generar soluciones con valores de c_D entre 0,005 y 0,008. Debido a que esta situación no se presenta con el operador SSZ, se podría pensar que esto es consecuencia del operador empleado. No obstante, se verá posteriormente que el problema podría estar relacionado únicamente a la aplicación del operador CAU dentro del código SPEA2.

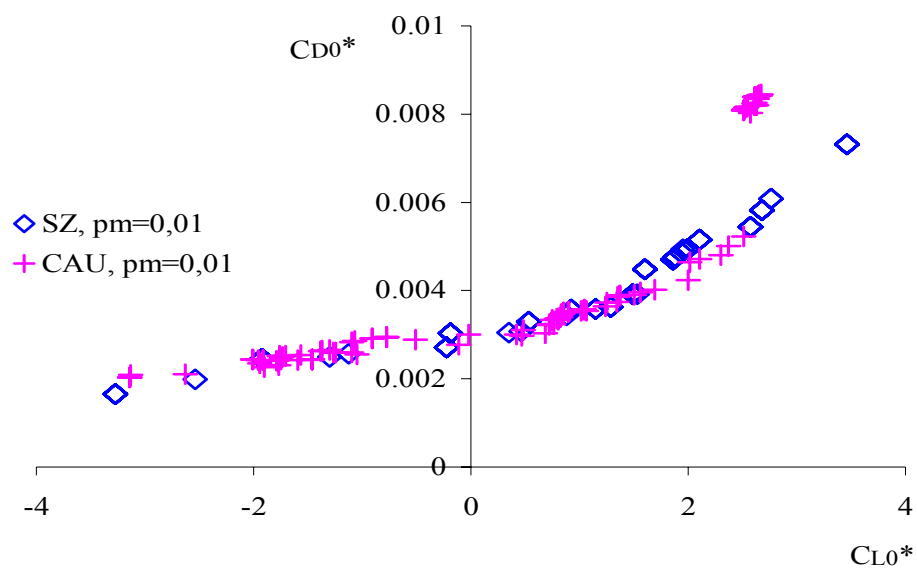


Figura 6.11. Comparación entre los resultados obtenidos con los operadores SSZ y CAU. La población inicial es generada a partir de las series NACA de 4 dígitos. (CURV-0).

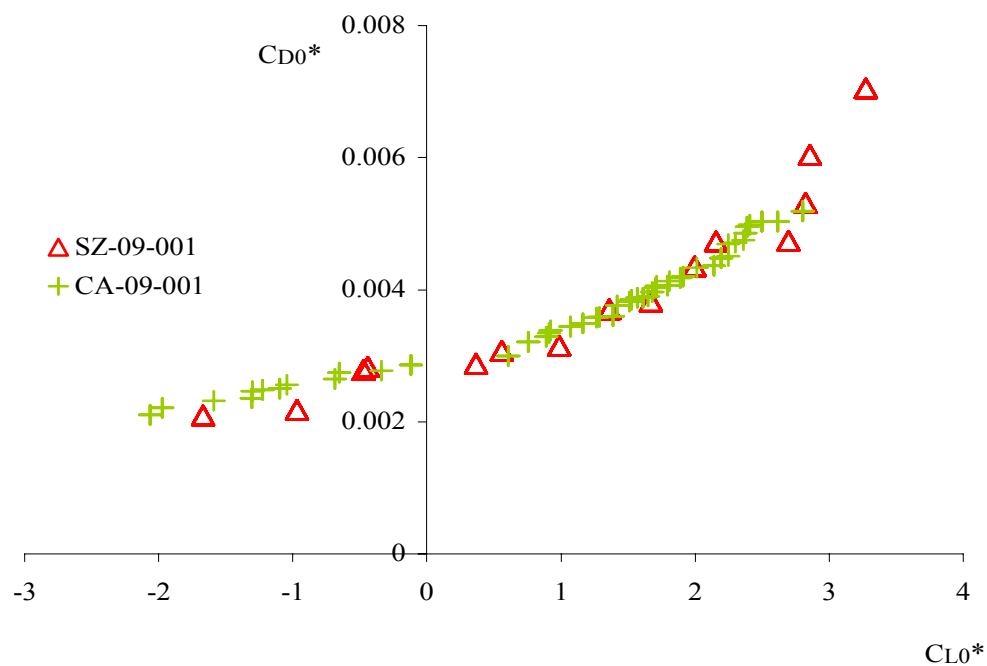


Figura 6.12. Comparación entre los resultados obtenidos con los operadores SSZ y CAU. La población inicial es generada a partir de las series NACA de 5 dígitos. (CURV-0).

La incapacidad del operador SSZ de lograr una distribución uniforme dentro del frente está relacionada a la poca diversidad que puede generar este en comparación con el CAU. Mientras que el operador SSZ sólo puede generar dos nuevos perfiles a partir de dos perfiles dados, el operador CAU es capaz de generar una cantidad prácticamente infinita de perfiles.

Por otra parte, no se encuentra explicación a la capacidad del operador SSZ de identificar los extremos del frente de mejor manera que el CAU.

Influencia de la composición de la Población Inicial

Como se ha podido observar en los resultados mostrados hasta ahora, la población inicial empleada parece afectar el proceso de optimización. A continuación se muestran algunos de los resultados obtenidos con distintas poblaciones iniciales, ordenados según los parámetros y operadores empleados.

En la figura 6.13 se presentan los resultados para poblaciones iniciales generadas a partir de las series de perfiles NACA 00-XX y NACA de 5 dígitos (a), de las series NACA de 4 dígitos (b) y de las series NACA de 5 dígitos (c). Los parámetros empleados son idénticos (SSZ, CURV-0 y $p_m = 0,01$). Los resultados obtenidos parecen indicar que la población inicial influye efectivamente en los resultados que se pueden obtener.

Aunque el comportamiento de las tres poblaciones es muy semejante en la zona media del frente de soluciones no dominadas, la presencia de perfiles de las series NACA de 4 dígitos en la población parece favorecer la identificación del extremo izquierdo del frente. Por su parte, los perfiles de la serie NACA de 5 dígitos parecieran favorecer la formación de perfiles de sustentación mayor a cero, como se refleja en el bajo número de individuos que se encuentran en la zona de sustentación negativa. Otro elemento importante es que la exclusión de perfiles simétricos de las poblaciones iniciales parece mejorar la probabilidad de obtener una mejor definición del extremo derecho del frente, es decir, de encontrar perfiles de alto coeficiente de sustentación y alto coeficiente de arrastre.

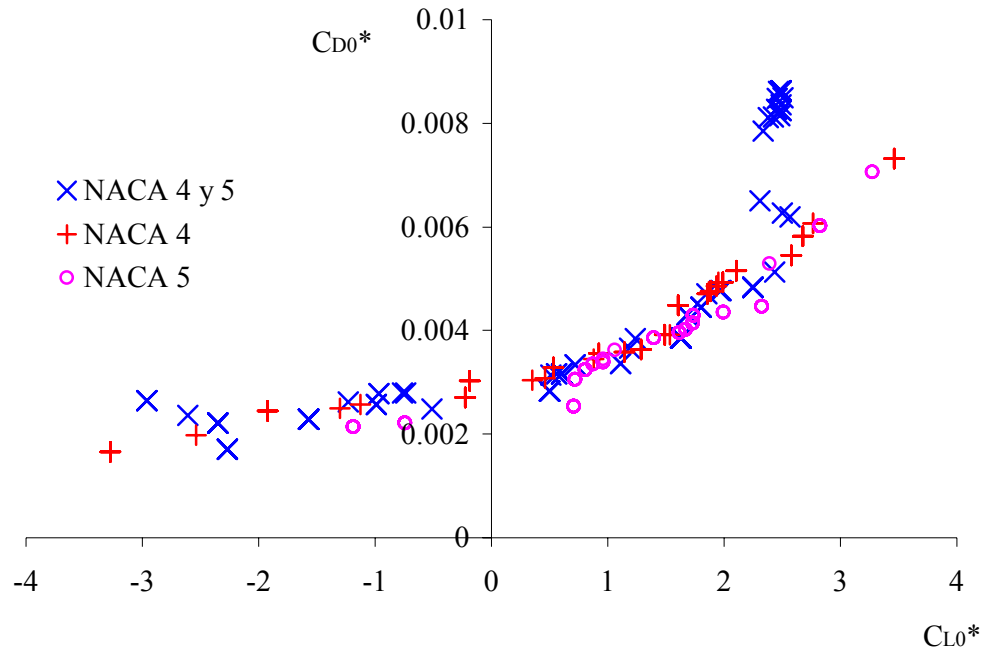


Figura 6.13. Comparación entre los resultados obtenidos para distintas poblaciones iniciales. (SSZ, CURV-0, $p_m = 0,01$)

Cuando se emplea un menor valor de p_m , los resultados obtenidos con la población inicial de 5 dígitos superan a los obtenidos con las otras poblaciones (Fig. 6.14). Este resultado, en conjunto con lo observado en la figura anterior, pareciera indicar que la población inicial con mayor potencial es la conformada por la serie NACA de 5 dígitos. Sin embargo, al comparar los resultados de las figuras 6.13 y 6.14, se puede apreciar que el operador de mutación mejora notablemente las condiciones iniciales de la población generada a partir de perfiles de la serie NACA de 4 dígitos, haciendo que sus resultados sean comparables con los obtenidos por la población generada a partir de perfiles de las series NACA de 5 dígitos.

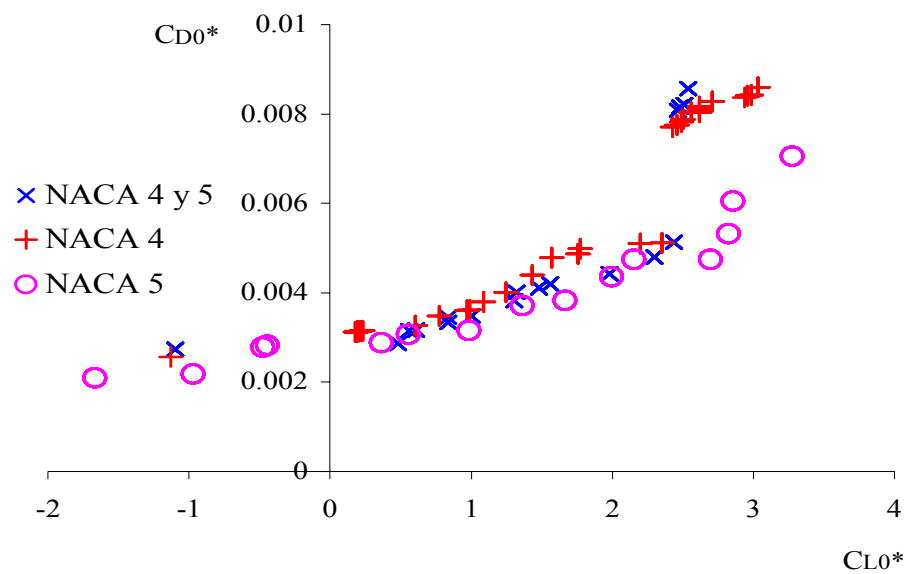


Figura 6.14. Comparación entre los resultados obtenidos para distintas poblaciones iniciales. (SSZ, CURV-0, $p_m = 0,001$)

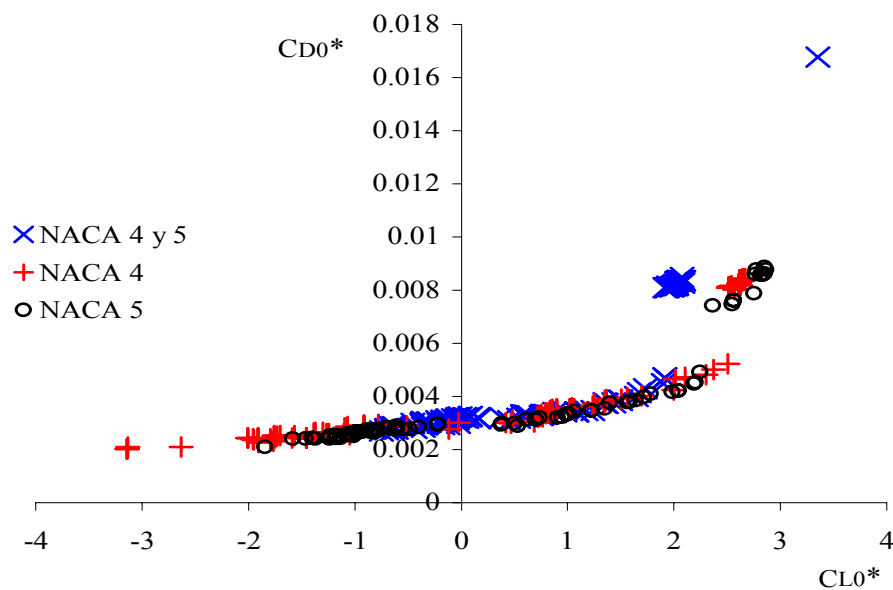


Figura 6.15. Comparación entre los resultados obtenidos para distintas poblaciones iniciales. (CAU, CURV-0, $p_m = 0,01$)

Los resultados obtenidos con el operador CAU ofrecen información adicional sobre la influencia de la población inicial en el proceso de optimización de perfiles aerodinámicos. En la figura 6.15 se tienen los resultados obtenidos con distintas poblaciones iniciales cuando se emplean CAU y $p_m = 0,01$. Los resultados en la zona del frente con c_L positivo son muy semejantes para las tres poblaciones iniciales empleadas. Aunque se observa que la combinación de las series NACA 00-XX y NACA de 5 dígitos es inferior a las otras series en la zona de c_L máximo, es capaz de identificar el punto más extremo del frente (0,016, 3,35). Esta población inicial también parece ofrecer una mejor definición del frente alrededor de $c_L = 0$ que las otras. Sin embargo, fuera de esa zona la población basada en la serie de 5 dígitos obtiene mejores resultados y la población basada en las series NACA de 4 dígitos se extiende mucho más hacia la zona de c_L negativo.

En la figura 6.16 se aprecian los resultados obtenidos con las distintas tres poblaciones iniciales empleadas cuando se usa el operador CAU y $p_m = 0,001$. Al igual que con el operador SSZ, los resultados parecen darnos mayor información que los resultados previos sobre el potencial de las poblaciones iniciales empleadas. Al disminuir la incidencia del operador de mutación, la población basada en perfiles de las series NACA de 4 dígitos no logra igualar el desempeño de la población basada en las series NACA de 5 dígitos (Fig. 6.16). Un resultado semejante se observó cuando se empleaba el operador SSZ con una baja probabilidad de mutación. Esto pareciera apuntar a que una población basada en perfiles de la serie NACA de 4 dígitos depende en mayor medida del operador de mutación para obtener buenos resultados que una población inicial que contienen individuos de la serie NACA de 5 dígitos.

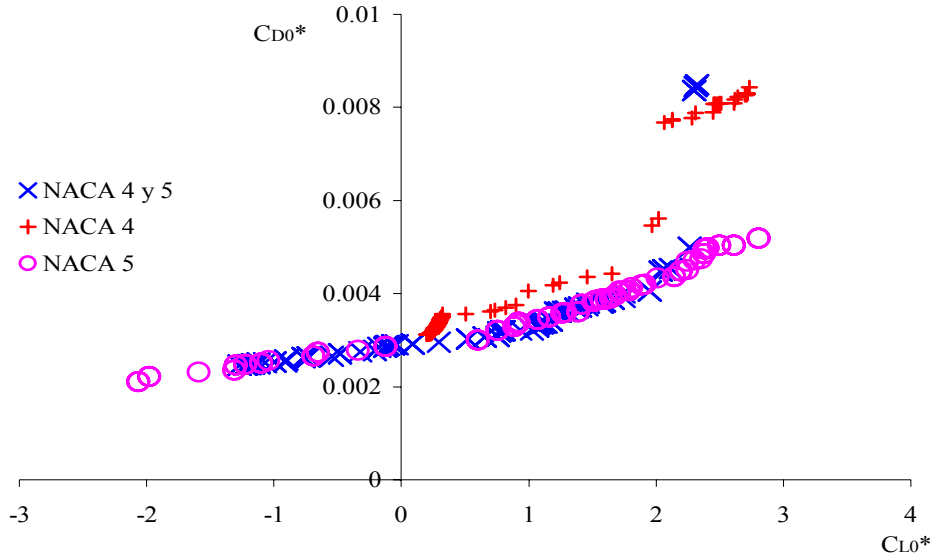


Figura 6.16. Comparación entre los resultados obtenidos para distintas poblaciones iniciales. (CAU, CURV-0, $p_m = 0,001$)

RESULTADOS DEL CÓDIGO NSGA-II

A continuación se presentan las gráficas con los resultados obtenidos con el código NSGA-II. Igual que con el código SPEA2 se presentan los resultados en el espacio de funciones objetivos definido por las funciones $f_1 = c_L$ y $f_2 = c_{Df}$, tal como son definidas en el programa XFOIL. Las gráficas presentadas a continuación son la de los valores de c_{Df} vs c_L . Para evitar posibles confusiones con las gráficas de coordenadas polares, las gráficas se presentarán haciendo uso de la notación c_{D0}^* vs c_{L0}^* , que hacen referencia a los coeficientes de sustentación y de arrastre superficial para las condiciones de operación especificadas y un ángulo de incidencia $\alpha = 0^\circ$.

Al igual que para SPEA2, el operador de mutación basado en la función de Gauss no será considerado y sólo se presentan los resultados obtenidos con el operador basado en la suma curvas a los perfiles (CURV-0).

Influencia de la Probabilidad de Mutación

En la figura 6.17 se presentan los resultados obtenidos para dos valores de p_m distintos, empleando el operador de cruce simple modificado (SSZ). Como se puede observar, se obtienen conjuntos de soluciones muy similares cuando se emplea $p_m = 0,01$ ó $p_m = 0,001$. A diferencia de lo que sucede con SPEA2, el frente difiere apenas en unos cuantos puntos entre un caso y otro. Esto pareciera indicar una convergencia prematura a un conjunto de soluciones, quizás producido por los parámetros empleados en estos casos. Independientemente de cual sea la causa de esta convergencia prematura, el operador de mutación parece ser capaz de superar este efecto, siendo prácticamente indiferente al valor de p_m empleado.

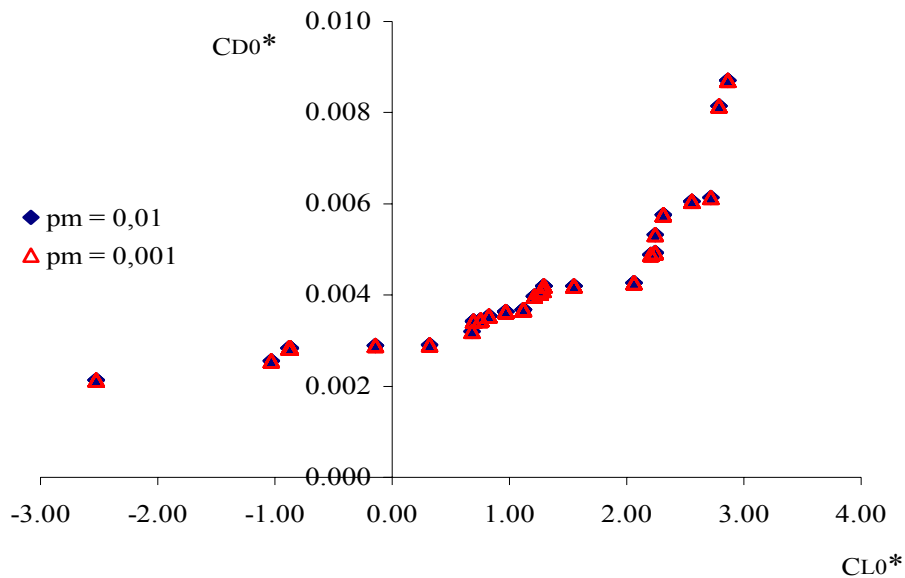


Figura 6.17. Comparación entre los resultados obtenidos a distintos valores de p_m con el operador CURV-0. La población inicial es generada a partir de las series NACA 00-XX y NACA de 5 dígitos. (SSZ)

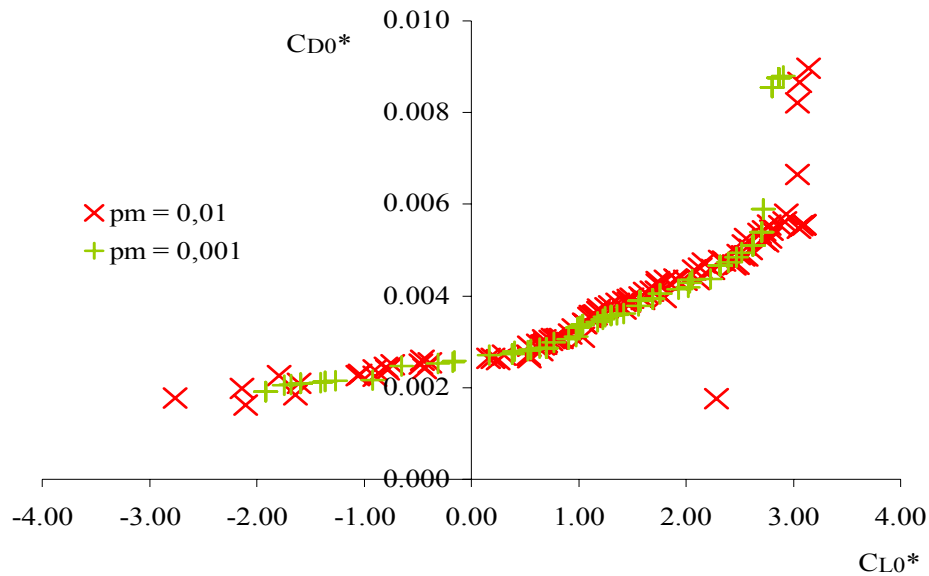


Figura 6.18. Comparación entre los resultados obtenidos a distintos valores de p_m con el operador CURV-0. La población inicial es generada a partir de las series NACA 00-XX y NACA de 5 dígitos. (CAU)

Un análisis del efecto del valor de p_m cuando se emplea el operador de CAU no ofrece mucha más información (Fig. 6.18). Aunque para una mayor incidencia del operador de cruce ($p_m = 0.01$) el frente no dominado ofrece una mayor diversidad y es más extenso en los extremos, la diferencia no es muy significativa. Un elemento interesante de esta gráfica es el individuo que sobresale del frente (2,28, 0,00176), ya que parece dar indicios de que el frente de soluciones no dominadas que se ha alcanzado hasta ahora, podría ser producto de una convergencia prematura de los códigos empleados.

En las figuras 6.19 y 6.20 se pueden observar los resultados obtenidos con poblaciones iniciales generadas a partir de la serie NACA de 4 dígitos (excluyendo los perfiles simétricos). En las figuras 6.21 y 6.22 se pueden observar los resultados obtenidos con poblaciones iniciales generadas a partir de la serie NACA de 5 dígitos. En estas figuras se pueden comparar la influencia de la probabilidad de mutación para distintas combinaciones de poblaciones iniciales y operadores de cruce.

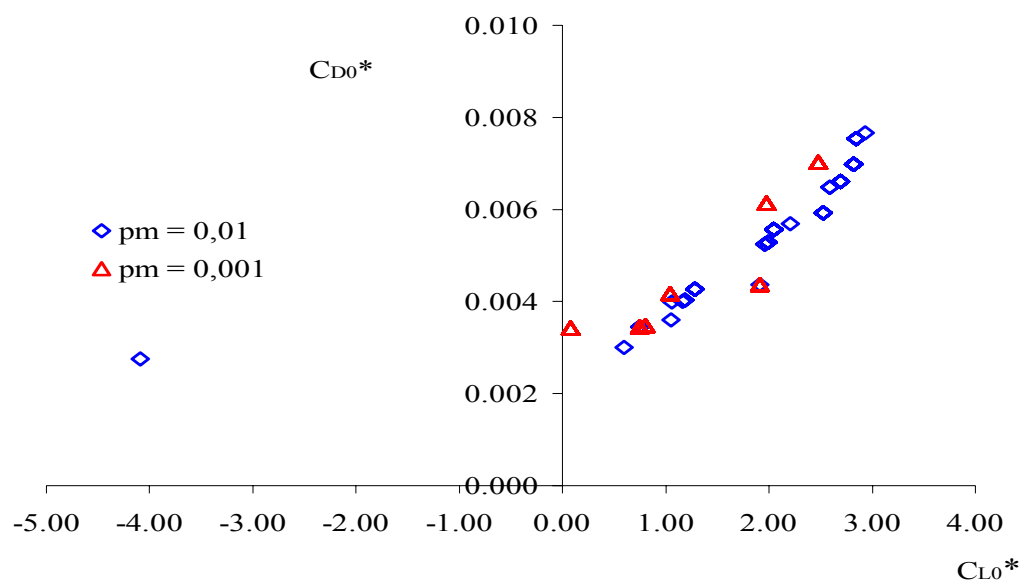


Figura 6.19. Comparación entre los resultados obtenidos a distintos valores de p_m con el operador CURV-0. La población inicial es generada a partir de las series NACA de 4 dígitos. (SSZ)

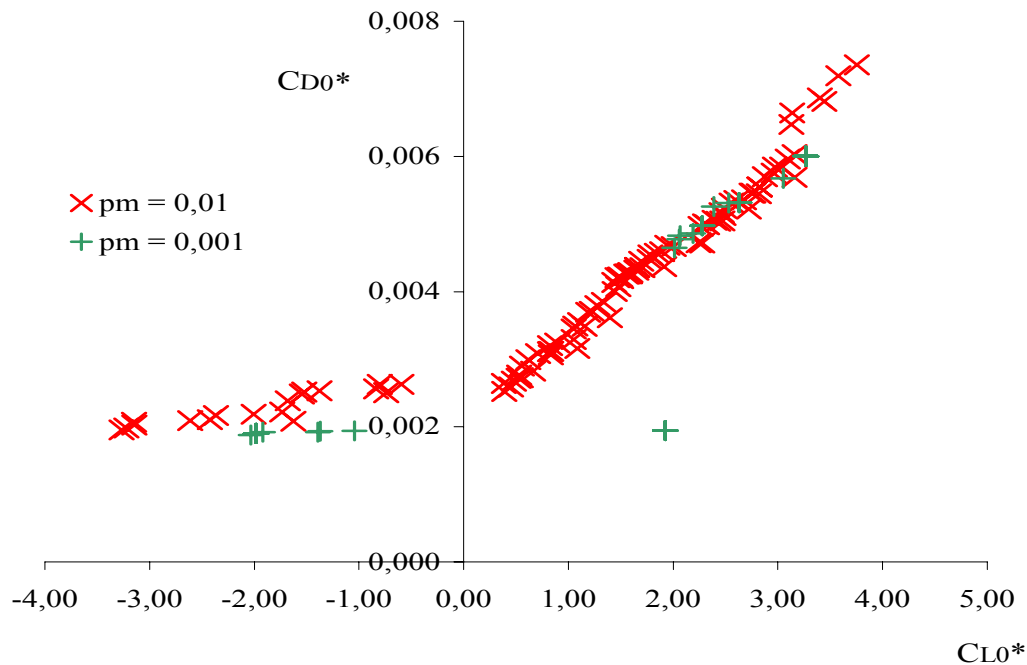


Figura 6.20. Comparación entre los resultados obtenidos a distintos valores de p_m con el operador CURV-0. La población inicial es generada a partir de las series NACA de 4 dígitos. (CAU)

En los casos en que se trabaja con una población inicial de perfiles de la serie NACA de 4 dígitos (excluyendo a los perfiles simétricos), se observa claramente que el operador de mutación afecta la diversidad de las soluciones obtenidas (Fig. 6.19 y 6.20). Cuando se emplea $p_m = 0,01$, los resultados obtenidos no sólo presentan una mayor diversidad, sino también una mayor extensión sobre el espacio de funciones objetivo. No obstante, es curioso que cuando se emplea un valor de $p_m = 0,001$, se obtiene una solución que sobresale del frente de soluciones no dominadas identificado (1,93, 0,00194). Como se mencionó anteriormente, este valor señala que los resultados obtenidos son producto de una posible convergencia prematura de los códigos empleados.

Curiosamente, para el caso presentado en la figura 6.20 se observan soluciones para valores de c_D entre 0,005 y 0,008. Aunque anteriormente se habían presentado problemas con este operador cuando se empleó el código SPEA2, aquí se demuestra que es posible obtener soluciones dentro de ese rango de valores de c_D con CAU.

Cuando la población inicial es generada a partir de las series NACA de 5 dígitos, la influencia del operador de mutación parece disminuir, tal como se observa en las figuras 6.21 y 6.22. Aunque existe una mayor diversidad dentro del frente de soluciones no dominadas e incluso un frente más extenso cuando se emplea $p_m = 0,01$ los resultados no son mucho mejores que los obtenidos con $p_m = 0,01$. En la figura 6.22 se observa que se presenta de nuevo un espacio vacío para c_D entre 0,006 y 0,008, aunque el espacio sin soluciones es más corto que en los casos anteriores (Fig. 6.8 y 6.9).

Basándonos en lo observado en los distintos casos, aunque la probabilidad de mutación parece influir en los resultados obtenidos, siendo preferible una mayor incidencia del operador de mutación, su grado de influencia va a estar determinado por la población inicial.

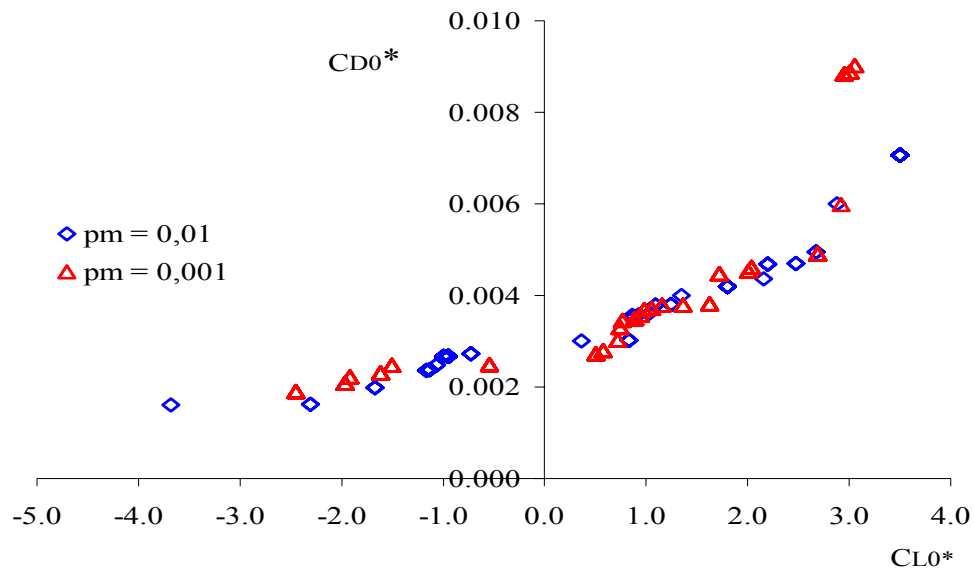


Figura 6.21. Comparación entre los resultados obtenidos a distintos valores de p_m con el operador CURV-0. La población inicial es generada a partir de las series NACA de 5 dígitos. (SSZ)

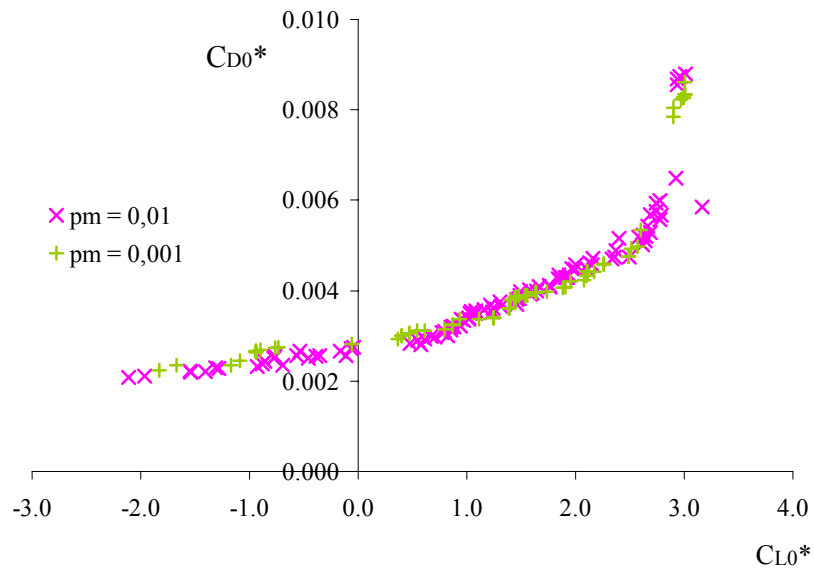


Figura 6.22. Comparación entre los resultados obtenidos a distintos valores de p_m con el operador CURV-0. La población inicial es generada a partir de las series NACA de 5 dígitos. (CAU)

Influencia del Operador de Cruce

En la figura 6.23 se presentan los resultados obtenidos con los dos operadores de cruce cuando se emplean poblaciones iniciales originadas a partir de las serie NACA 00-XX y NACA de 5 dígitos con $p_m = 0,01$. Como se puede observar, el operador CAU produce un conjunto de soluciones no dominadas superior al obtenido con el operador SSZ. El operador CAU genera una mayor diversidad y un frente no dominado más extenso, superando al frente obtenido con el operador SSZ sobre la mayor parte del espacio de funciones objetivo. El resultado que sobresale cuando se emplea el operador CAU ya había sido discutido anteriormente (Fig. 6.20) y no será discutido aquí.

Cuando se emplea una población inicial originada a partir de las serie NACA de 4 dígitos (FIG. 6.24) se obtienen resultados semejantes a los del caso previo. Nuevamente se observa que los resultados obtenidos con el operador CAU superan a aquellos obtenidos con el operador de cruce SSZ.

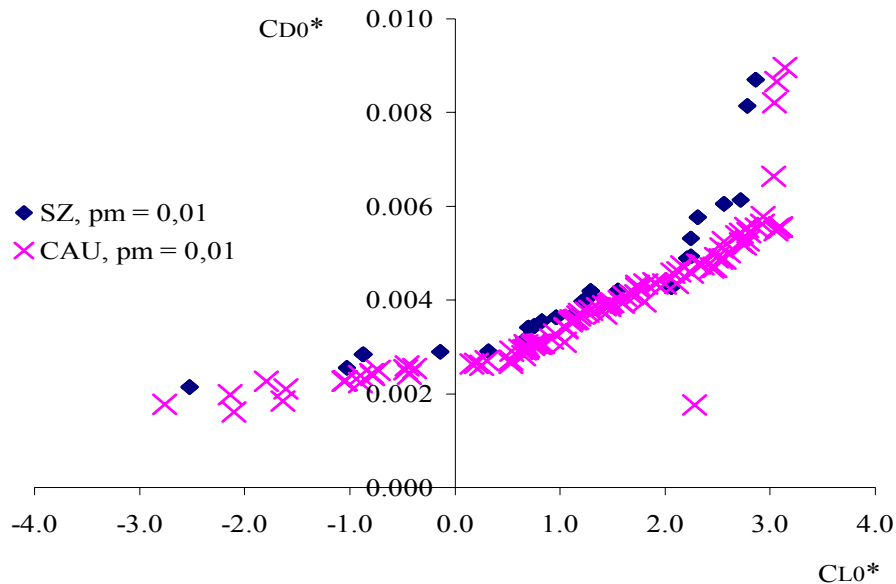


Figura 6.23. Comparación entre los resultados obtenidos con los operadores SSZ y CAU. La población inicial es generada a partir de las series NACA 00-XX y NACA de 5 dígitos. (CURV-0)

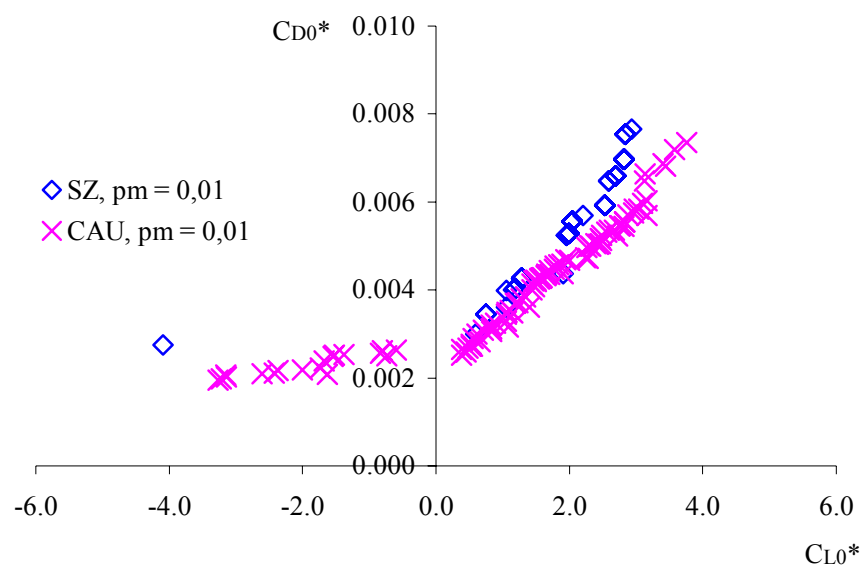


Figura 6.24. Comparación entre los resultados obtenidos con los operadores SSZ y CAU. La población inicial es generada a partir de las series NACA de 4 dígitos. (CURV-0).

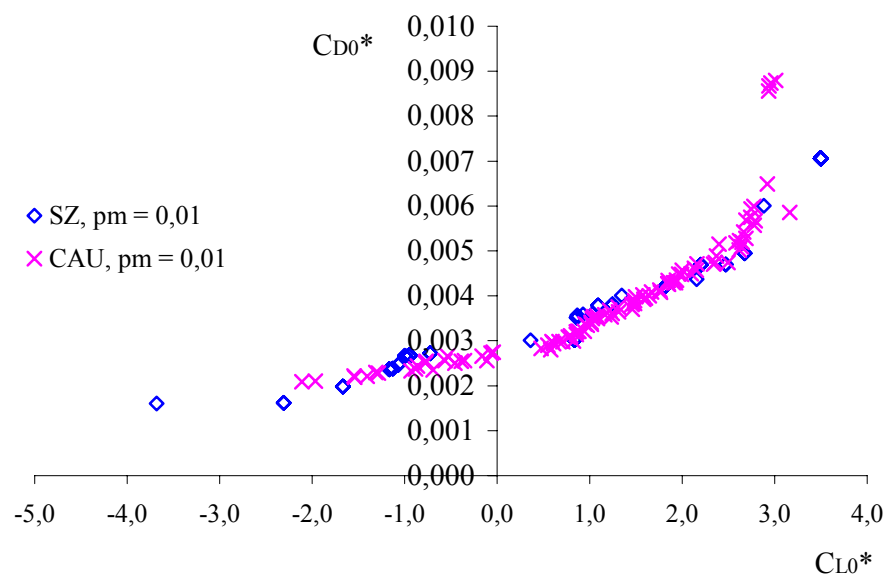


Figura 6.25. Comparación entre los resultados obtenidos con los operadores SSZ y CAU. La población inicial es generada a partir de las series NACA de 5 dígitos. (CURV-0).

Cuando se emplea una población generada a partir de perfiles de la serie NACA de 5 dígitos la diferencia entre los frentes obtenidos con los dos operadores se reduce. Aunque los resultados logrados por el operador SSZ son semejantes a los alcanzados por el operador CAU, la diversidad obtenida con CAU es muy superior a la obtenida con SSZ. Esto es consecuencia de la poca diversidad que es capaz de aportar el operador SSZ a la población. Aunque este efecto se había observado con el código SPEA2, el efecto se hace aún más evidente cuando se trabaja con el código NSGA-II.

Influencia de la composición de la Población Inicial

Al igual que sucedió con el código SPEA2, la población inicial empleada parece influir en los resultados que se obtienen con el código NSGA-II. A continuación se muestran algunos de los resultados obtenidos con distintas poblaciones iniciales, ordenados según los parámetros y operadores empleados.

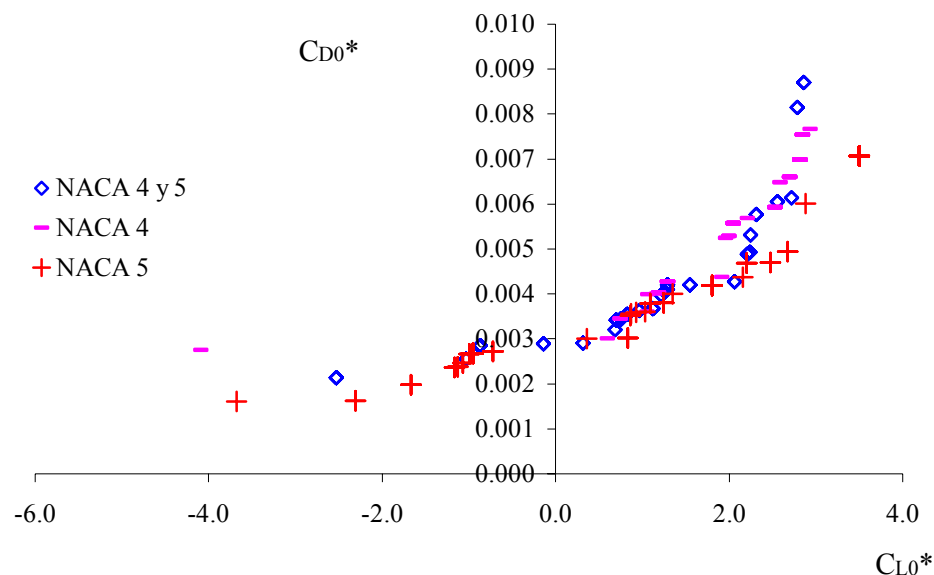


Figura 6.26. Comparación entre los resultados obtenidos para distintas poblaciones iniciales. (SSZ, CURV-0, $p_m = 0,01$)

En la figura 6.26 se presentan los resultados para poblaciones iniciales generadas a partir de las series de perfiles NACA 00-XX y NACA de 5 dígitos, de las series NACA de 4 dígitos y de las series NACA de 5 dígitos. Los parámetros empleados son idénticos para los tres casos (SSZ, CURV-0 y $p_m = 0,01$). En la zona cercana a $c_L = 1,0$, las tres poblaciones arrojan resultados similares, pero en las regiones más extremas del frente de soluciones no dominadas, la población inicial basada en la serie NACA de 5 dígitos produce mejores resultados.

Cuando se reduce la incidencia del operador de mutación dejando el resto de los parámetros iguales (Fig. 6.27), el dominio de los resultados obtenidos con una población inicial de perfiles de la serie NACA de 5 dígitos se mantiene. Estas soluciones siguen superando a las obtenidas con poblaciones iniciales generadas a partir de la serie NACA 00-XX y NACA de 5 dígitos ó la serie NACA de 4 dígitos.

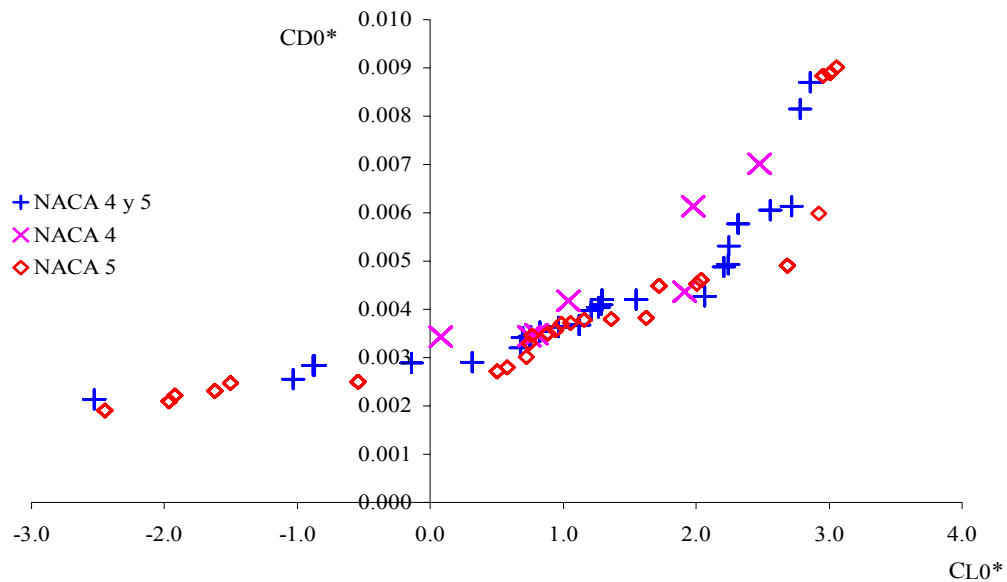


Figura 6.27. Comparación entre los resultados obtenidos para distintas poblaciones iniciales. (SSZ, CURV-0, $p_m = 0,001$)

Por otra parte, cuando se emplea el operador CAU es más difícil establecer cual de las poblaciones produce mejores resultados. Aunque al emplear $p_m = 0,01$ el resultado obtenido con una población inicial de perfiles de la serie NACA de 5 dígitos es mejor hacia los extremos, el frente obtenido a partir de las otras dos poblaciones lo supera en algunas secciones de la zona media del frente. Incluso la población generada a partir de perfiles de la serie NACA 00-XX y NACA de 5 dígitos produce un resultado que sobresale del frente de soluciones no dominadas.

Si se reduce la incidencia del operador de mutación a $p_m = 0,001$, los resultados más favorables se obtienen con las dos poblaciones iniciales que contienen perfiles de las series NACA de 5 dígitos. Curiosamente, aparece nuevamente un individuo que sobresale entre las soluciones obtenidas, una vez más generado a partir de una población que contienen perfiles de la serie NACA de 5 dígitos. La misma población también produce muy buenos resultados en la zona de máximo c_L .

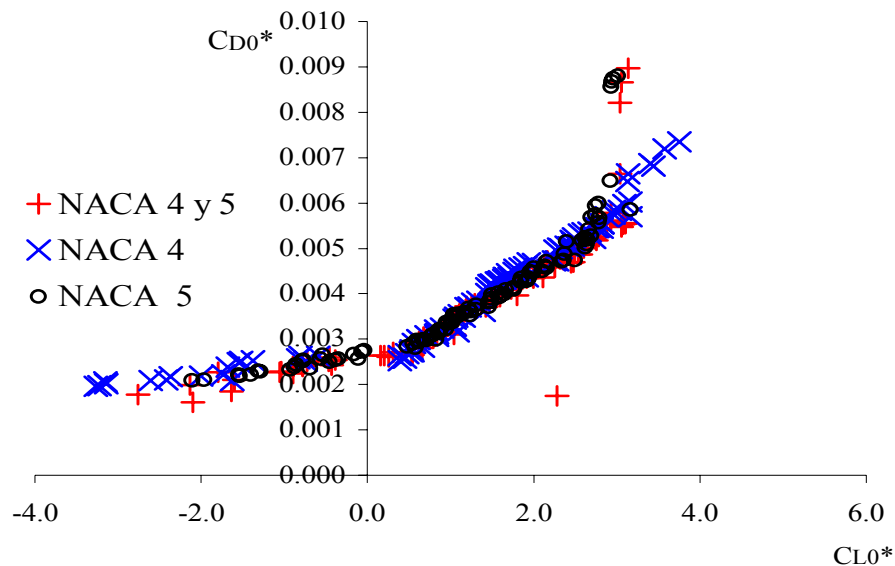


Figura 6.28. Comparación entre los resultados obtenidos para distintas poblaciones iniciales. (CAU, CURV-0, $p_m = 0,01$)

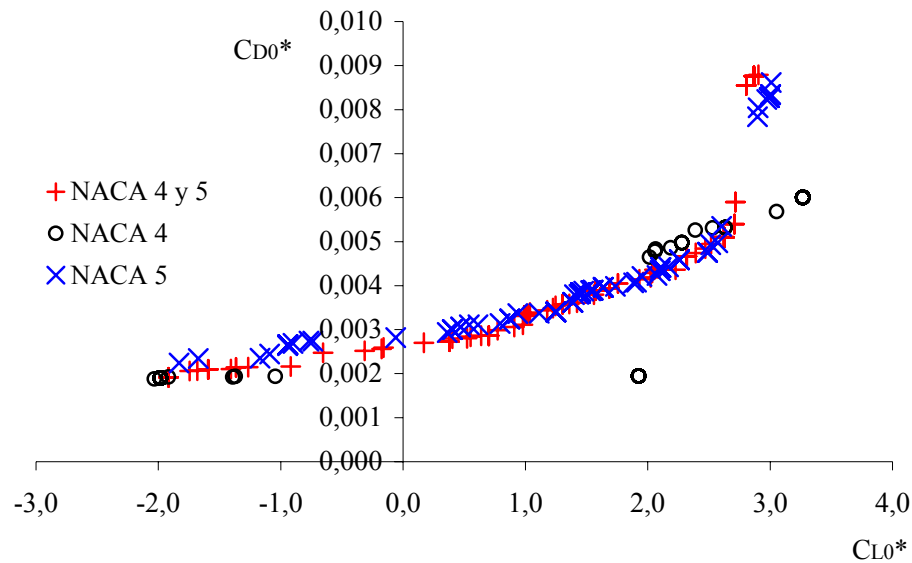


Figura 6.29. Comparación entre los resultados obtenidos para distintas poblaciones iniciales. (CAU, CURV-0, $p_m = 0,001$)

Al igual que lo observado en estudio de las poblaciones iniciales con el método SPEA2, se observa que existe una diferencia notable entre los resultados obtenidos para distintas poblaciones iniciales empleando los mismos parámetros, aunque no existe una tendencia clara que favorezca a ninguna por encima de las demás. No obstante, parece existir una interrelación entre el tipo de población inicial empleada, la probabilidad de mutación y el operador de cruce seleccionado que controla el comportamiento de los códigos SPEA 2 y NSGA-II.

EFICACIA DE LOS CÓDIGOS SPEA2 Y NSGA-II

Al momento de comparar los resultados obtenidos por medio de los dos métodos de optimización multiobjetivo empleados, es necesario establecer criterios que permitan determinar de forma clara, cual de las alternativas resulta mejor.

El propósito de los programas evolutivos de optimización multiobjetivo, es definir el frente de soluciones óptimas para el problema dado. Esto significa que se debe definir el conjunto de soluciones compromiso constituido por los perfiles que

ofrecen la máxima sustentación y el mínimo arrastre posible. No obstante, desde el punto de vista aerodinámico se tratan de generar nuevos perfiles aerodinámicos que experimenten menor arrastre y mayor sustentación que los perfiles empleados como punto de partida. Por esa razón, la atención de este estudio comparativo se centrará en los resultados que ofrezcan una mayor diversidad y un mejor desempeño aerodinámico. Basados en este criterio, se realiza la selección de los mejores resultados obtenidos con los dos programas evolutivos empleados.

En la figura 6.30 se presentan los mejores resultados obtenidos con el código SPEA2, mientras que en la figura 6.31 se muestran los resultados más importantes logrados mediante el código NSGA-II.

La razón por la que se presentan una selección de frentes en lugar de un frente único, es debido a la incapacidad de ambos métodos de generar en una sola corrida un frente no dominado. Cada frente seleccionado representa una pieza del rompecabezas que constituye el frente no dominado.

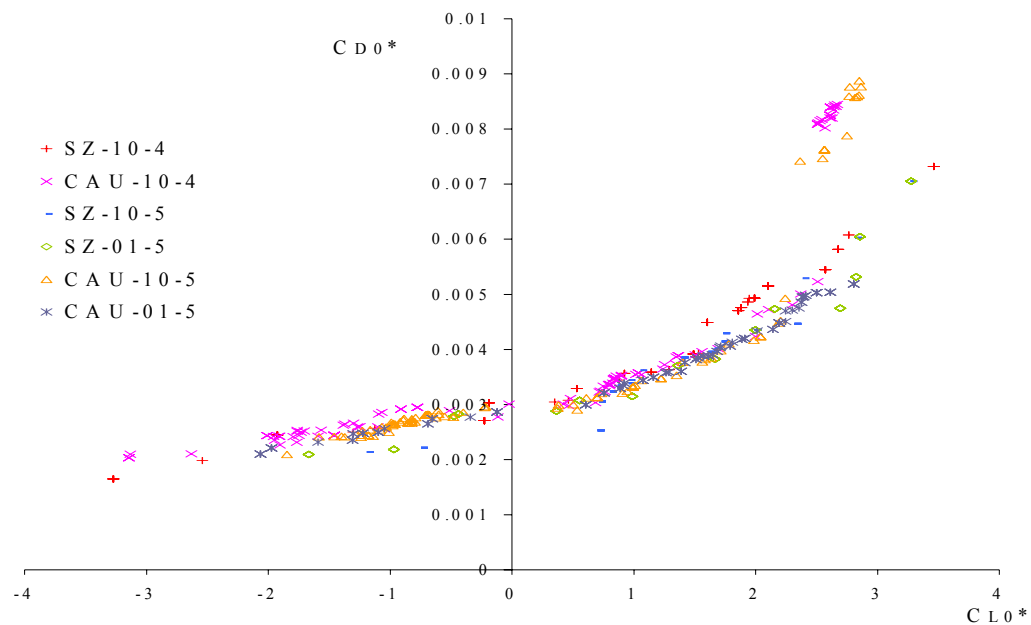


Figura 6.30. Comparación entre los resultados obtenidos por medio de SPEA2

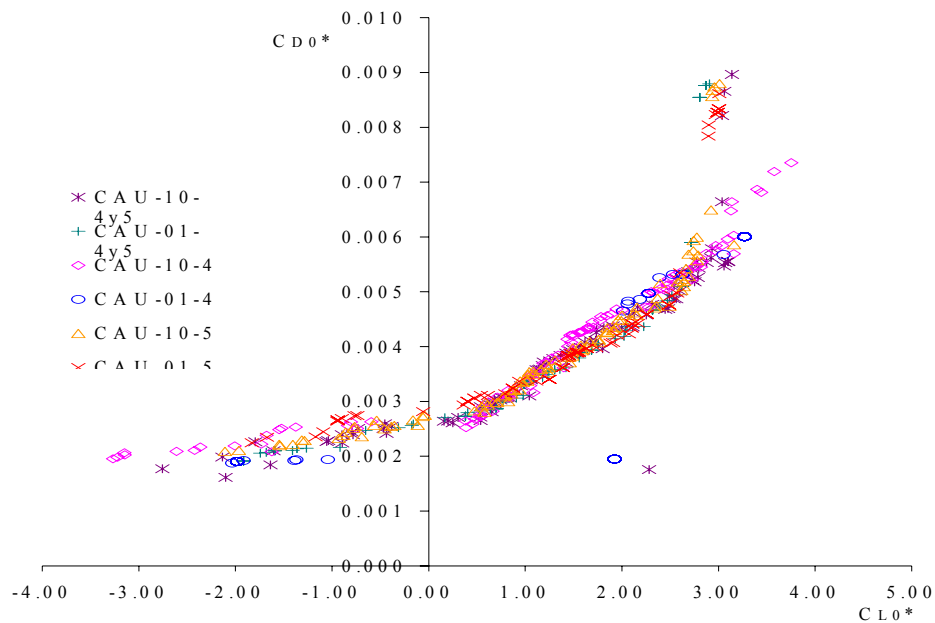


Figura 6.31. Comparación entre los resultados obtenidos por medio de NSGA-II

Algunos frentes mostrados en las figuras 6.30 y 6.31 son superados por otras corridas a lo largo de casi todo el frente, salvo en algunas secciones. Estos resultados representan de forma clara la gran dificultad del problema abordado, en el cual los programas evolutivos se ven limitados de forma significativa por los requerimientos de suavidad, los operadores disponibles e incluso las poblaciones iniciales empleadas.

En la figura 6.32 se presentan los mejores resultados obtenidos por medio de los dos códigos empleados, y los valores de coeficiente de sustentación y arrastre de los perfiles empleados como punto de partida en el proceso de optimización.

Un elemento interesante de la figura 6.32, es que los frentes obtenidos con los dos códigos empleados identifican al frente de soluciones no dominadas dentro de una banda del espacio de funciones objetivo, lo cual parece indicar que se está identificando el mejor frente de soluciones no dominadas que se puede obtener con los parámetros empleados. Otro elemento importante de la figura 6.32 es la existencia de dos soluciones que sobresalen del frente con valores de coeficiente de

arrastre muy bajo. Estos valores indican la existencia de una convergencia prematura, posiblemente asociada a las limitaciones implícitas de las corridas realizadas, a saber, series de perfiles empleados como punto de partida, tipo de operadores de cruce y mutación seleccionados y combinación de los parámetros p_m y p_c .

Uno de los resultados más significativos logrados en el presente trabajo se puede observar en la figura 6.32. Allí, se puede apreciar claramente que los nuevos perfiles desarrollados superan en ambas funciones objetivo a los perfiles de las series NACA usados como punto de partida. Es más, casi todas los perfiles obtenidos en el presente trabajo tienen un coeficiente de sustentación superior al de los perfiles de las series NACA para las condiciones de operación presentadas, y una buena parte de ellos presentan ofrecen incluso, menores valores de coeficiente de arrastre.

Entre los frentes seleccionados hay dos en particular, que aunque no cumplen con la condición de diversidad, ofrecen dos soluciones con individuos que sobresalen del resto (NSGA-II, CAU, $p_m = 0,001$, y NACA 4 y 5; NSGA-II, CAU, $p_m = 0,01$, y NACA 4). Los dos individuos de estas soluciones destacan por un bajo arrastre y sustentación media. Ambos resultados son obtenidos con el método NSGA-II y son la razón por la cual se habla de frentes no dominados y no de frente de Pareto al momento de discutir las soluciones aquí presentadas. Estas soluciones parecen indicar que podrían existir soluciones que superan los resultados aquí logrados. Sin embargo, es evidente que de existir estas soluciones, no pueden ser logradas mediante la combinación de operadores y poblaciones aquí presentadas. Es necesario probar nuevos elementos para lograr identificar ese frente óptimo Pareto.

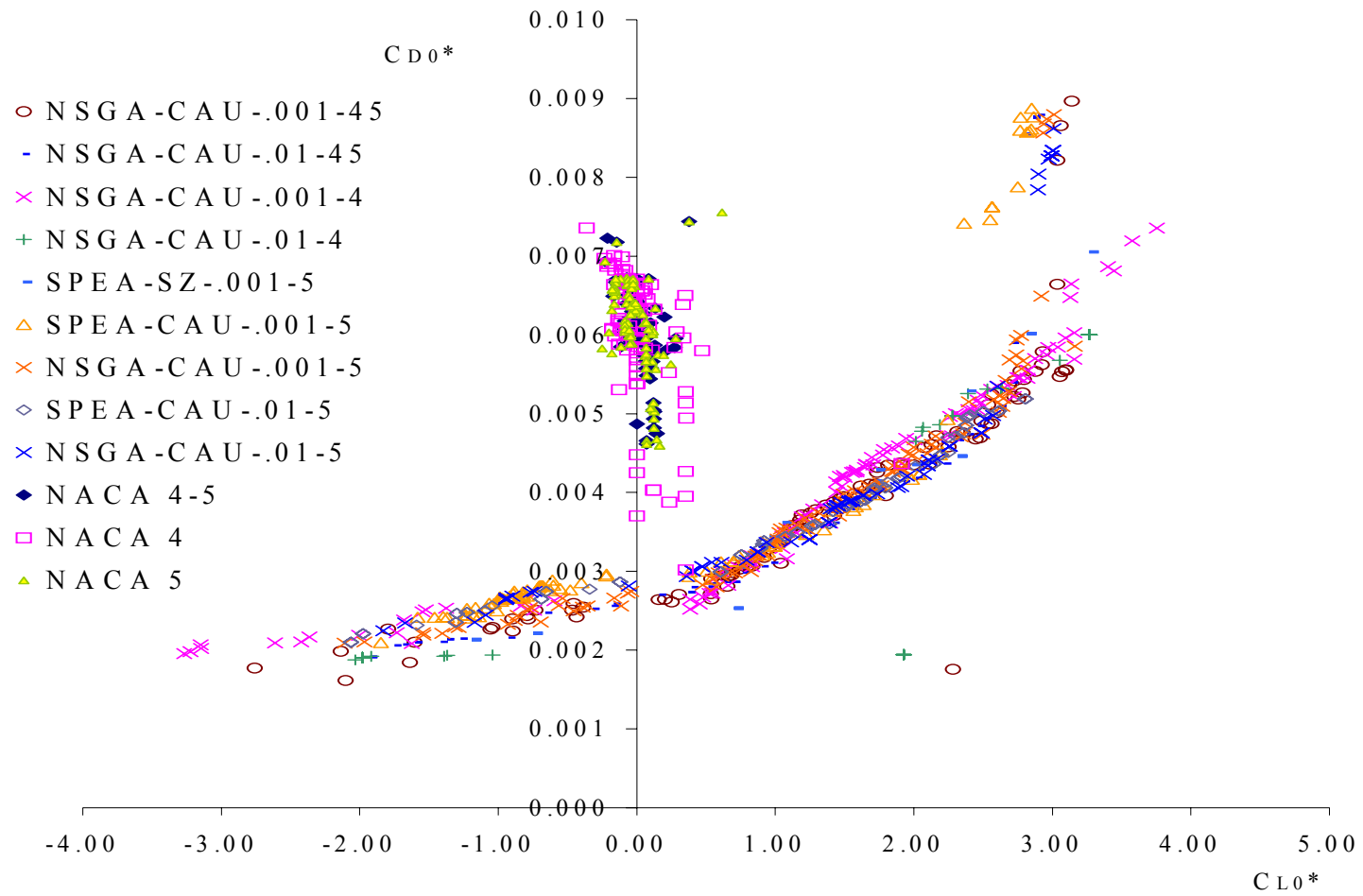


Figura 6.32. Comparación entre los resultados obtenidos por medio de NSGA-II y SPEA2. Las cifras representan la probabilidad de mutación (p_m) y la población inicial empleadas

Una manera de determinar cual de los frentes está produciendo mayores mejoras en el proceso de optimización, es mediante el uso de un parámetro aerodinámico denominado fineza aerodinámica. En la figura 6. 33 se puede apreciar un gráfico de barras del promedio del cociente entre el coeficiente de arrastre y el coeficiente de sustentación de los frentes obtenidos en distintas corridas con NSGA-II y SPEA2. En esta figura, una barra de mayor altura representa una pobre fineza aerodinámica, mientras que un valor menor representa una mejor fineza aerodinámica, es decir, un mejor conjunto de perfiles. Los valores negativos representan frentes que se encuentran predominantemente en la región de sustentación negativa y por lo tanto se descartan.

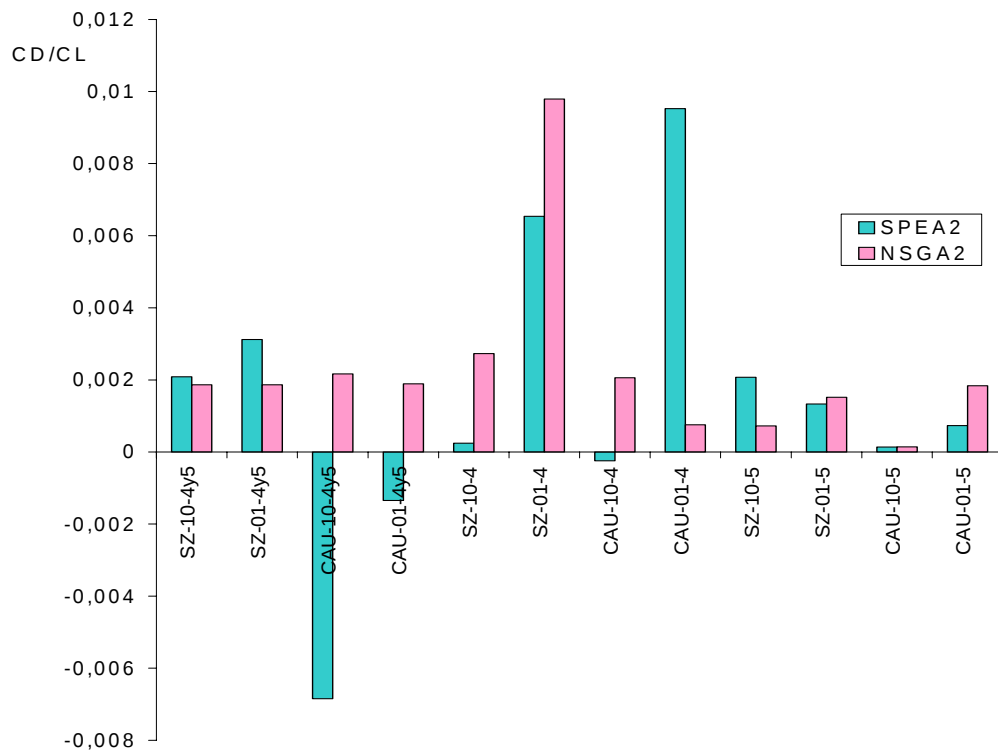


Figura 6.33. Cociente del coeficiente de arrastre entre el coeficiente de sustentación de los frentes obtenidos en distintas corridas con NSGA-II y SPEA2

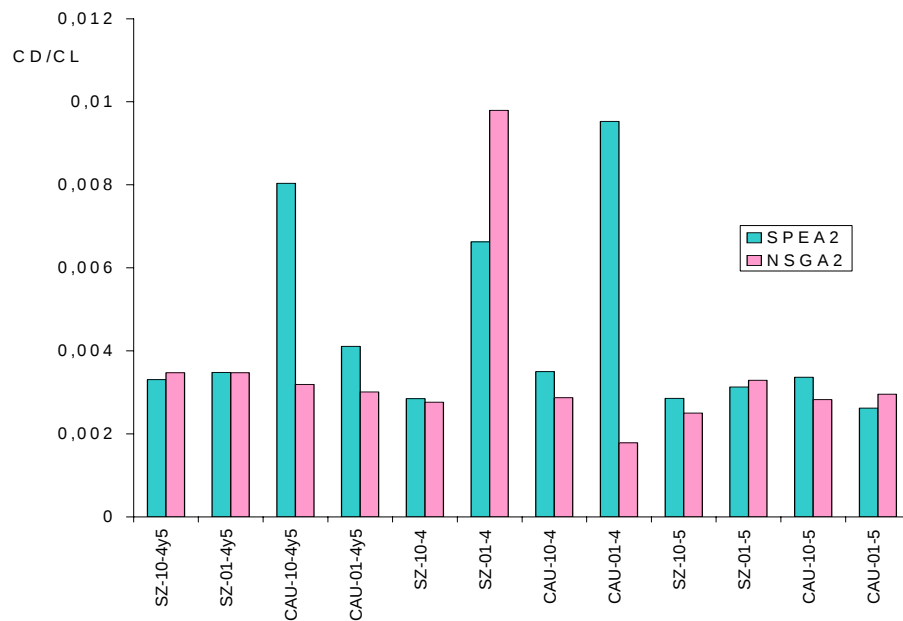


Figura 6.34. Cociente del coeficiente de arrastre entre el coeficiente de sustentación de los frentes obtenidos en distintas corridas con NSGA-II y SPEA2

A pesar de que este gráfico puede ser usado como referencia, no puede ser usado por sí solo sin la asistencia de las gráficas que muestran el frente de Pareto. Esto es debido a que la presencia de un número bajo de individuos en la zona de sustentación negativa puede disminuir la altura de la barra, causando que una población relativamente mala pase como una buena.

Una forma de solucionar este problema es mediante la exclusión de las soluciones con sustentación negativa. Esto podría realizarse mediante la inclusión de restricciones en el proceso de optimización que excluyan estas soluciones, o mediante la exclusión manual de los resultados.

En la figura 6.34 se presenta una versión de la figura 6.33 que toma en cuenta esta idea. Como se puede observar, esta gráfica da una mejor idea de cuales corridas están produciendo mayores mejoras. Sin embargo, todavía no se tiene un indicador de la diversidad de la población que permita prescindir de la representación de la gráfica del espacio de funciones objetivos. En líneas generales, basados en lo

observado anteriormente, se pueden extraer algunas ideas generales sobre el comportamiento de los programas evolutivos de optimización multiobjetivo:

- Los mejores resultados se obtienen cuando se emplean poblaciones iniciales formadas a partir de las series NACA de 5 dígitos. No obstante, los individuos de las series NACA de 4 dígitos parecen aportar elementos valiosos para la definición del extremo izquierdo del frente de soluciones no dominadas.
- El operador de cruce aritmético uniforme (CAU) parece ser más satisfactorio que el operador simple modificado (SSZ) no sólo por la mayor diversidad que es capaz de generar, sino también porque los resultados producidos con este operador son mejores en casi todos los casos, especialmente cuando se emplea el método NSGA-II.
- También pareciera ser evidente que, debido a las restricciones impuestas por los operadores de cruce, una mayor incidencia de la mutación pareciera promover la diversidad necesaria, en particular con poblaciones iniciales desfavorables y operadores de cruce muy restrictivos.
- Parece existir un conjunto de perfiles que representan las mejores soluciones compromiso para un régimen de operación determinado. No obstante, los resultados obtenidos no parecieran representar el óptimo Pareto global para el problema planteado. El uso de una población inicial pre-condicionada y de los operadores parecieran ser la causa que no hace posible obtener mejores soluciones.

PERFILES GENERADOS

A continuación se presentan nueve perfiles generados en este trabajo. Se presentan, concretamente aquellos que han resultado superiores a los demás y que sobresalen del frente no dominado obtenido en las distintas corridas.

En la figura 6.35 se presenta el primero de ellos. Este perfil fue obtenido mediante NSGA-II con el operador CAU, una población inicial definida a partir de perfiles de las series NACA 00-XX y de 5 dígitos, y $p_m = 0,01$.

Los perfiles presentados en las figuras 6.36-6.40 fueron obtenidos mediante NSGA-II con el operador CAU, una población inicial definida a partir de perfiles de las series NACA de 4 dígitos, y $p_m = 0,001$. Se puede apreciar que estos perfiles apenas presentan ligeras variaciones uno respecto a los otros. En el peor de los casos, la diferencia es apenas de tres diez milésimas (10^{-3}) y los coeficientes de sustentación y arrastre son prácticamente idénticos para los casos presentados.

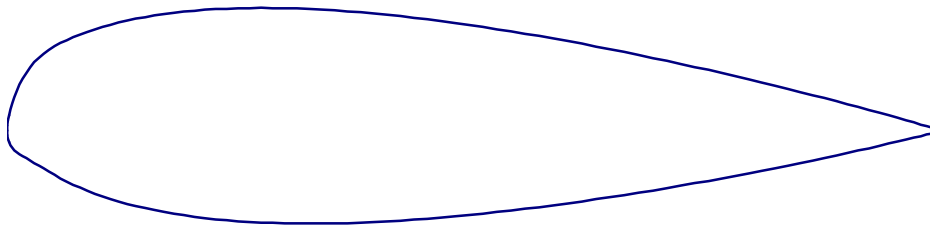


Figura 6.35. Perfil obtenido mediante NSGA-II: CAU, población inicial de perfiles de las series NACA 00-XX y de 5 dígitos, y $p_m = 0,01$

r-1



Figura 6.36. Perfil obtenido mediante NSGA-II: CAU, población inicial de perfiles de las series NACA 00-XX y de 5 dígitos, y $p_m = 0,01$

r-2



Figura 6.37. Perfil obtenido mediante NSGA-II: CAU, población inicial de perfiles de las series NACA 00-XX y de 5 dígitos, y $p_m = 0,01$

r-3



Figura 6.38. Perfil obtenido mediante NSGA-II: CAU, población inicial de perfiles de las series NACA 00-XX y de 5 dígitos, y $p_m = 0,01$

r-4

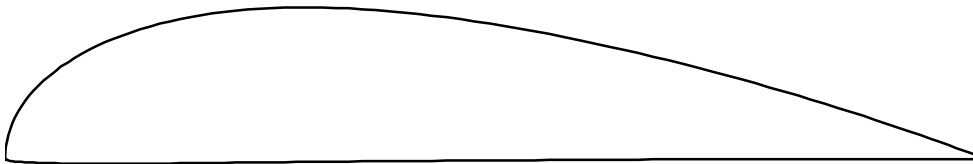


Figura 6.39. Perfil obtenido mediante NSGA-II: CAU, población inicial de perfiles de las series NACA 00-XX y de 5 dígitos, y $p_m = 0,01$

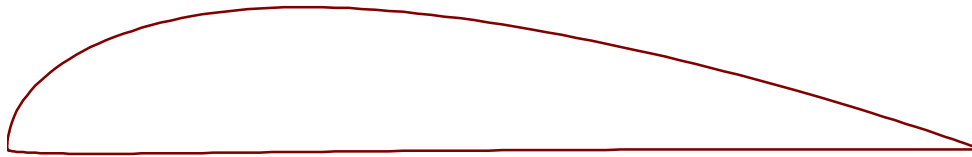


Figura 6.40. Perfil obtenido mediante NSGA-II: CAU, población inicial de perfiles de las series NACA 00-XX y de 5 dígitos, y $p_m = 0,01$

CAPÍTULO 7

Conclusiones y recomendaciones

En lo referente al estudio de perfiles aerodinámicos:

- Las técnicas basadas en programas evolutivos de optimización multiobjetivo representan una opción eficaz en el diseño de perfiles aerodinámicos.
- Los perfiles generados poseen características superiores a las de los perfiles empleados como punto de partida en cuanto a las funciones objetivo seleccionadas: c_L y c_D .
- Es necesario el uso de un modelador de fluidos más robusto. Esto evitará que el algoritmo evolutivo saque provecho de las limitaciones del modelador empleado en este trabajo (XFOIL), como sucedió con el operador GAUSS.

En lo referente a los métodos de optimización multiobjetivo:

- La dimensión de vector de soluciones (número de variables del problema) parece no afectar en forma alguna el desempeño de los algoritmos evolutivos NSGA-II y SPEA2, siendo ambos algoritmos capaces de identificar el Frente Pareto.
- El operador CAU resultó superior al operador SSZ. Esto es consecuencia de la poca variabilidad que puede aportar el operador SSZ: mientras el operador CAU puede generar un número infinito de nuevos perfiles a partir de dos perfiles, el operador SSZ sólo puede generar dos.

- No es posible emplear el operador GAUSS en el proceso de optimización de perfiles aerodinámicos en su forma actual.
- Cuando se emplean los operadores CURV-0, CAU y SSZ, el algoritmo de NSGA-II resulta superior al algoritmo SPEA2 en el problema de optimización de perfiles aerodinámicos. No obstante, esto sólo aplica cuando se emplean poblaciones iniciales basadas en series NACA de 4 y 5 dígitos.
- Las poblaciones iniciales determinan los resultados que se pueden obtener. Aunque se observa una tendencia que favorece el uso de series NACA de 5 dígitos, las series NACA de 4 dígitos parecen aportar información necesaria para la definición del frente de soluciones no dominadas hacia la región de c_L máximo.
- Los mejores resultados se obtuvieron para $p_c = 0,9$ y $p_n = 0,01$. Sin embargo, existen todavía numerosos aspectos que abarcar en esa área antes de poder afirmar que estos resultados son definitivos.
- Es necesario continuar los estudios en el área antes de considerar su aplicación a problemas reales. Existen numerosos aspectos que mejorar y otros que deben ser estudiados con mayor profundidad antes de empezar su aplicación de forma indiscriminada.

CONTRIBUCIONES

- Se desarrolló una nueva técnica de diseño de perfiles aerodinámicos basada en programas evolutivos de optimización multiobjetivo y el código XFOIL.
- Se demostró la eficacia de esta nueva técnica.
- Se identificó la influencia de algunos parámetros de los programas evolutivos en el desempeño de SPEA2 y NSGA-II en el diseño de perfiles aerodinámicos. Entre estos parámetros se pueden mencionar la probabilidad de mutación y la selección de los operadores de cruce y mutación empleados.

- Se desarrollaron nuevos operadores de mutación y cruce basados en las condiciones del problema estudiado: GAUSS, CURV-0 y SSZ.
- Se estableció una comparación entre SPEA2 y NSGA-II en el estudio de perfiles aerodinámicos para el caso de estudio analizado.
- Se generó una nueva familia de perfiles aerodinámicos que superan el desempeño de los perfiles de las series NACA de 4 y 5 dígitos para las condiciones de operación impuestas.

RECOMENDACIONES

- Repetir el estudio con un modelador de fluidos más robusto, que permita captar los fenómenos de la dinámica de fluidos (capa límite, arrastre, separación, estelas, turbulencia,) de forma más precisa.
- Estudiar el efecto combinado de los operadores de cruce presentados en el trabajo o el beneficio de aplicar otros operadores genéticos adaptados al problema.
- Incluir otras series de perfiles dentro de la población inicial, tales como las series SZ, Göttingen, Clark Y, etc.
- Emplear poblaciones iniciales pre-condicionadas podría ser un mecanismo que permita mejorar los resultados obtenidos. Esto podría realizarse mediante una preselección manual o automática entre distintas series de perfiles aerodinámicos.
- Estudiar el uso de de otras técnicas de representación de las curvas del extradós y el intradós. Esto permitirá la aparición de nuevos operadores adaptados al problema y quizás la inclusión de otras variables de interés.
- Extender el estudio a problemas de optimización para múltiples puntos de operación o intervalos de operación definidos, por ejemplo, por un número de Reynolds o número de Mach variable.

REFERENCIAS

- Ali, N. y Behdinan, K. (2003). Optimal Geometrical Design of Aircraft using Genetic Algorithms. Transactions Of The Canadian Society For Mechanical Engineering. 4 (26), 373-388.
- Aris, R. (1962). *Vectors, Tensors and the Basic Equations of Fluid Mechanics*. Nueva York: Dover.
- Bazaraa, M. y Shetty, C. (1979). *NonLinear Programming Theory and Algorithms*. Chichester: John Wiley & Sons.
- Besnard, E., Schmitz, A., Boscher, E., García, N. y Cebeci, T. (1998). *Two-dimensional Aircraft High Lift System Design and Optimization*. AIAA paper 98-0123 presentado en 36th Aerospace Science Meeting, Reno, Nevada.
- Burguburu, S. y le Pape, A. (2003). Improved Aerodynamic Design of Turbomachinery Bladings by Numerical Optimization. Aerospace Science and Technology. 4 (7), 277-287.
- Burguburu, S., Toussaint, C., Bonhomme, C. y Leroy, G. (2004). Numerical Optimization of Turbomachinery Bladings. Journal of Turbomachinery-Transactions of the ASME. 1 (126). 91-100.
- Brebbia, C.A. y Domínguez, J. (1989). *Boundary Element: An Introductory Course* (2^a ed.). Southampton: Computational Mechanics Publications/McGraw-Hill.
- Brebbia, C.A., Telles, J. C. y Wrobel, L. C. (1984). *Boundary Element Techniques: Theory and Applications in Engineering*. Heidelberg: Springer-Verlag Berlin.

- Cebeci, T., Besnard, E. y Chen, H. (1996, Enero). *Calculation of Multielement Airfoil Flows Including Flap Wells*. Artículo AIAA 96-0056 presentado en 34th Aerospace Sciences Meeting, Reno, Nevada.
- Cho, J. y Lee, S. (1998). *Propeller Blade Shape Optimization for Efficiency Improvement*. Computers & Fluids, 3 (27), 407 – 419.
- Coello, C. y Christiansen, A. (1995). *An Approach to Multiobjective Optimization Using Genetic Algorithms*. En Cihan H. Dagli, Metin Akay, C. L. Philip Chen, Benito R. Fernández, and Joydeep Ghosh (Ed), Intelligent Engineering Systems Through Artificial Neural Networks. Volume 5: Fuzzy Logic and Evolutionary Programming (pp. 411-416). St. Louis: ASME Press.
- Coello, C. (1996). *An Empirical Study of Evolutionary Techniques for Multiobjective Optimization in Engineering Design*. Tesis doctoral no publicada. Department of Computer Science, Tulane University, New Orleans.
- Coello, C. y Christiansen, D. (1998). *Two New GA-based methods for multiobjective optimization*. Civil Engineering Systems, 15 (3), 207-243.
- Laboratorio Nacional de Informática Avanzada (1998). *An Updated Survey of GA-Based Multiobjective Optimization Techniques (Lania-RD-98-08)*. Xalapa: Coello, C.
- Coello, C. (1999). *A Comprehensive Survey of Evolutionary-Based Multiobjective Optimization Techniques*. Knowledge and Information Systems. An International Journal, 1(3), 269-308.
- Coello, C. y Christiansen, D. (1999). *MOSES: A Multiobjective Optimization Tool for Engineering Design*. Engineering Optimization, 31(3), 337-368.

- Coello, C. (1999, Julio). *An Updated Survey of Evolutionary Multiobjective Optimization Techniques : State of the Art and Future Trends*. 1999 Congress on Evolutionary Computation, Vol. 1. (pp. 3-13) Washington: IEEE Service Center.
- Coello C. (2001). *A Short Tutorial on Evolutionary Multiobjective Optimization*. En Eckart Zitzler, Kalyanmoy Deb, Lothar Thiele, Carlos A. Coello Coello, and David Corne (Ed), First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization. Lecture Notes in Computer Science No. 1993 (pp. 21-40). Berlín: Springer-Verlag.
- Coello, C., Van Veldhuizen, D. y Lamont, G. (2002). *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*. Nueva York: Kluwer Academic Publishers.
- Coello, C. (2002). *Evolutionary Multi-Objective Optimization: A Critical Review*. En Ruhul Sarker, Masoud Mohammadian and Xin Yao (Ed), Evolutionary Optimization (pp. 117-146). Nueva York: Kluwer Academic Publishers.
- Csanady, G. (1964). *Theory of Turbomachines*. McGraw-Hill.
- Currie, I. G. (1974). *Fundamental Mechanics of Fluids*. New York: McGraw-Hill.
- Fonseca C y Fleming, P. (1994). *An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization*. Department of Automatic Control and Systems Engineering, University of Sheffield. Sheffield.
- Deb, K. y Kumar, A. Real-coded Genetic Algorithms with Simulated Binary Crossover: Studies on Multimodal and Multiobjective Problems [Documento en línea]. Disponible: <http://www.lania.mx/~ccoello/EMOO/EMOObib.html> [Consulta: 2004, Octubre 5]
- Deb, K., Agrawal, S., Pratab, A. y Meyarivan, T. A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II

[Documento en línea]. Disponible:
<http://www.lania.mx/~ccoello/EMOO/EMOObib.html> [Consulta: 2004, Octubre 5]

Doorly, D., Spooner, S. y Peiro, J. (2000). Supervised Evolutionary Methods in Aerodynamic Design Optimisation. Lecture Notes in Computer Science. 1803, 357-366.

Drela, M. y Youngren, H. (2001). *XFOIL 6.94 User Guide*. [Documento en línea]. Aerospace Computational Design Lab. Disponible: <http://raphael.mit.edu/xfoil/> [Consulta : 2004, Marzo 24]

Dulikravich, G., Dennis, B., Martin, T. y Egorov, I. (2001, Septiembre). *Multi-disciplinary Analysis and Design Optimization*. Ponencia presentada en XXIV Brazilian Congress on Applied and Computational Mathematics, Belo Horizonte, Brasil.

Dulikravich, G., Martin, T. y Dennis, B. (1999). *Multi-disciplinary Inverse Problems*. Proceedings of Inverse Problemas in Engineering: Theory and Practice. 3rd International Conference on Inverse Problems in Engineering. Estados Unidos: Port Ludlow.

Fan, H., Xi, G. y Wang, S. (2000). Multi-Point Optimal Design for Diffuser Cascades of Centrifugal Compressors. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part A -Journal of Power and Energy. A2 (214), 187-190.

Fletcher, C.A. (1991). *Computational Techniques for Fluid Dynamics: Specific Techniques for Different Flow Categories* (2^a ed.). Heidelberg: Springer.

Fonseca, C. y Fleming, P. (1993). *Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation, Discussion and Generalization*. En Stephanie Forrest (Ed), Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms

(pp. 416-423). San Mateo: University of Illinois at Urbana-Champaign, Morgan Kauffman Publishers.

Fonseca, C. y Fleming, P.J. (1993). *Multiobjective Genetic Algorithms*. En IEE Colloquium on Genetic Algorithms for Control Systems Engineering (pp. 6/1-6/5). Reino Unido: IEE.

Fonseca, C. y Fleming, P. (1995). *An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization*. Evolutionary Computation, 3 (1), 1-16.

Fonseca, C. (1995). *Multiobjective Genetic Algorithms with Applications to Control Engineering Problems*. Tesis doctoral no publicada. University of Sheffield, Sheffield.

Fonseca, C. y Fleming, P. (1995). *Multiobjective Genetic Algorithms Made Easy: Selection, Sharing, and Mating Restriction*. En Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms in Engineering Systems: Innovations and Applications (pp. 42-52). Sheffield: IEE.

Foster, N. y Dulikravich, G. (1997). Three-Dimensional Aerodynamic Shape Optimization using Genetic and Gradient Search Algorithms. Journal of Spacecraft and Rockets. 1 (34), 36-42.

Goldberg, D. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning* (1ª ed.). New York: Addison-Wesley.

Goel, S. y Hajela, P. (2002). A Classifiers based Optimization Technique for Designing Turbine Airfoils. Engineering Optimization. 3 (34), 195-218.

Gutiérrez, E. (2002). *Influencia de las Hendiduras en el Borde de Fuga sobre las Curvas Características de los Perfiles Hidrodinámicos SSZ-1-20*. Trabajo de Grado no publicado. Universidad Central de Venezuela, Caracas.

- Hacioglu, A. y Ozkol, I. (2003). *Transonic Airfoil Design and Optimisation by using Vibrational Genetic Algorithm*. Aircraft Engineering and Aerospace Technology. 4 (75), 350-357.
- Hellsten, A. (2003). Apuntes del Curso de Aerodinámica [Documento en Línea]. Disponible en <http://www.aeronautics.hut.fi/edu/kurssit/130/130.html>. [Consulta: 2004, Octubre 5]
- Herrera, F., Lozano, M. y Verdegay, J. (1998). *Tackling RealCoded Genetic Algorithms: Operators and Tools for Behavioural Analysis*. Artificial Intelligence Review 12, 265–319.
- Hess, J. (1975). Computational Methods in Applied Mechanics in Engineering, 5, 145-196
- Homaifar, A., Lai, H. Y. Y McCormick, E. (1994). *System optimization of turbofan engines using genetic algorithms*. Applied Mathematic Modelling, 2 (18), 72-82.
- Horlock, J. (1973). *Axial Flow Turbines*. Melbourne: Kreiger.
- Ige, I. (2000). Genetic Algorithms [Documento en línea]. Ponencia presentada en Computer Science Discipline Seminar Conference, Morris. Disponible: <http://cda.mrs.umn.edu/~lopezdr/seminar/spring2000/ige.pdf/> [Consulta : 2004, Marzo 24]
- Jones, B., Crossley, W. y Lyrintzis, A. (2000). Aerodynamic and Aeroacoustic Optimization of Rotorcraft Airfoils via a Parallel Genetic Algorithm. Journal of Aircraft. 6 (37): 1088-1096.
- Kraus, W. (1978). *Panel Methods in Aerodynamics*. En H.J. Wirz y J.J. Smolderen (Ed), Numerical Methods in Fluid Dynamics (pp. 237-297). Washington: Hemisphere.

- Koza. J. (1992). *Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection (Complex Adaptive Systems)*. New York: Bradford.
- Kuethe, A. y Chow, X. (1976). *Foundations of Aerodynamics*. New York: John Wiley & Sons.
- Lakshminarayana, B. (1996). *Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery*. Wiley-Interscience.
- LeGresley, P. Y Alonso, J. (2000). *Airfoil Design Optimization Using Reduced Order Models Based on Proper Orthogonal Decomposition*. AIAA paper 2000-2545, presentado en 38th Aerospace Science Meeting, Reno, Nevada.
- Levin, O. y Shyy, W. (2001). *Optimization of a Low Reynolds Number Airfoil with Flexible Membrane*. CMES, 4 (2), 523-536.
- Li, J. y Satofuka, N. (2002). Optimization Design of a Compressor Cascade Airfoil using a Navier-Stokes Solver and Genetic Algorithms. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part A - Journal of Power and Energy. A2 (216), 195-202.
- Lin, C. Y Hajela P. (1994). *Design optimization with advanced genetic search strategies*. Advances in Engineering Software, XX (21), 179-189.
- Mason, W. (2000). *Applied Computational Aerodynamics*. [Documento en línea]. Virginia Polytechnic Institute and State University. Disponible: http://www.aoe.vt.edu/~mason/Mason_f/MRedumatl.html [Consulta : 2004, Marzo 24]
- Metcalf, M. y Reid, J. (1997). *FORTRAN 90/95 explained*. Oxford: Oxford University Press.

Michalewicz, Z. (1992). *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs* (2ª ed.). Heidelberg: Springer.

Nutech Solutions Incorporated. (2004). DaimlerChrysler Aerospace AG [Documento en línea]. Disponible: http://nutechsolutions.com/pdf/cs_daimler_chrysler_engineering.pdf/ [Consulta: 2004, Marzo 24]

Paul, J. y LaFond, J. (1983). *Analysis and Design of Automobile Forebodies using Potential Flow Theory and Boundary Layer Separation Criterion*. SAE paper 830999.

Obayashi, S. (1996). *Aerodynamic Inverse Optimization with Genetic Algorithms*. En Proceedings of the IEEE International Conference on Industrial Technology (pp. 421-425). Tongji University: IEEE Press.

Obayashi, S., Tsukahara, T., y Nakamura, T. (1997). *Cascade Airfoil Design by Multiobjective Genetic Algorithms*. En Second International Conference on Genetic Algorithms in Engineering Systems: Innovations and Applications (pp. 24-29). IEEE Conference Publication.

Obayashi, S. (1998). *Multidisciplinary Design Optimization of Aircraft Wing Planform Based on Evolutionary Algorithms*. En Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. La Jolla: IEEE.

Obayashi, S., Takahashi, S. y Fejtek, I. (1998, Junio). Transonic Wing Design by Inverse Optimization using MOGA. Ponencia presentada en Sixth Annual Conference of the Computational Fluid Dynamics Society of Canada. Quebec.

- Obayashi, S., Tsukahara, T. y Nakamura, T. (2000). *Multiobjective Genetic Algorithm applied to Aerodynamic Design of Cascade Airfoils*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 47 (1).
- Oksuz, O., Akmandor, I. y Kavsaoglu, M. (2002). Aerodynamic Optimization of Turbomachinery Cascades using Euler/Boundary-Layer Coupled Genetic Algorithms. Journal of Propulsion and Power. 3 (18), 652-657.
- Oyama, A. y Obayashi, S. Multidisciplinary Wing Design Optimization Using Multiobjective Evolutionary Algorithm [Documento en línea]. Disponible: <http://www.lania.mx/~ccoello/EMOO/EMOObib.html> [Consulta: 2004, Octubre 5]
- Oyama, A. Wing Design Using Evolutionary Algorithms [Documento en línea]. Tesis Doctoral de la Universidad de Tohoku, Sendai, Disponible: <http://www.lania.mx/~ccoello/EMOO/EMOObib.html> [Consulta: 2004, Octubre 5]
- Oyama, A. y Liou, M. Multiobjective Optimization of Rocket Engine Pumps using Evolutionary Algorithm, [Documento en línea]. Disponible: <http://www.lania.mx/~ccoello/EMOO/EMOObib.html> [Consulta: 2004, Octubre 5]
- Pratt, T.K., Seitelman, L. H., Zampano, R. R. y Murphy C. E. (1993). *Optimization applications for aircraft engine design and manufacture*. Advances in Engineering Software, XX (16), 111-117.
- Quagliarella, D. y Vicini, A. (2001). Viscous Single and Multicomponent Airfoil Design with Genetic Algorithms. Finite Elements in Analysis and Design. 5 (37), 365-380.
- Ray, T. y Tsai, H. (2004). Swarm Algorithm for Single- and Multiobjective Airfoil Design Optimization. AIAA JOURNAL. 2 (42), 366-373.

- Rogalsky, T., Derksen, R. W. y Kocabiyik, S. (2000). *Differential Evolution in Aerodynamic Optimization*. Canadian Aeronautics and Space Institute Journal, 4 (46), 183-190.
- Rogalsky, T., Derksen, R. W. (1999). *Hybridization of Differential Evolution for Aerodynamic Design*. Proceedings of 8th Annual Conference of the Computational Fluid Dynamics Society of Canada. (pp. 729-736). Halifax, Nova Scotia.
- Rogalsky, T., Derksen, R. W. y Kocabiyik, S. (1999). *An Aerodynamic Design Technique for Optimization of Fan Blade Spacing*. Proceedings of 7th Annual Conference of the Computational Fluid Dynamics Society of Canada. (pp. 29-34, Sección 2). Halifax, Nova Scotia.
- Salazar, D. (2003). *Evaluación de Métodos Evolutivos de Optimización Multiobjetivo de 2^a Generación*. Trabajo de grado de maestría no publicado. Universidad Central de Venezuela, Caracas.
- Sankar, L. N. y Smith, M. J. (1995). *Advanced Compressible Flow II*, Georgia: Georgia Institute of Technology.
- Schlichting, H. (1972). *Teoría de la Capa Límite* (5^a ed.). Bilbao: Urmo
- Sobieczky, H., Dulikravich, G. y Dennis, B. (2002, MES). *Parameterized Geometry Formulation for Inverse Design and Optimization*. Ponencia presentada en 4th International Conference on Inverse Problems in Engineering, Rio de Janeiro, Brasil.
- Soemarwoto, B. I. Y Labrujère, T. E. (1996, Septiembre). *Airfoil design and optimization methods: recent progress at NLR*. Ponencia presentada en ACCOMAS 96, Paris.

Song, W., Keane, A., Eres, H., Pound, G. y Cox, S. (2003). Two Dimensional Airfoil Optimisation using CFD in a Grid Computing Environment. Lecture Notes In Computer Science. 2790, 525-532, Papila, N., Shyy, W., Griffin, L. y Dorney, D. (2001). *Shape Optimization of Supersonic Turbines Using Response Surface and Neural Networks Methods*. AIAA paper 2001-1065, presentado en la 39th Aerospace Science Meeting, Reno, Nevada.

Vanderplaats, G. (1973). *CONMIN - A FORTRAN Program for Constrained Function Minimization User's Manual*. TMX-62282. [Documento en línea]. Ames Research Center and U.S. Army Air Mobility R&D Laboratory. Disponible: <http://mdob.larc.nasa.gov/mdo.test/CONMIN/manual.html/> [Consulta: 2004, Marzo 24]

Vicini, A. y Quagliarella, D. (1997). Inverse and Direct Airfoil Design using a Multiobjective Genetic Algorithm. AIAA Journal. 9 (35), 1499-1505.

Vicini, A. y Quagliarella, D. (1999). Airfoil and Wing Design through Hybrid Optimization Strategies. AIAA Journal. 7 (37), 634-641.

Wang, X. y Damodaran, M. (2001). Aerodynamic Shape Optimization using Computational Fluid Dynamics and Parallel Simulated Annealing Algorithms. AIAA Journal. 8 (39), 1500-1508.

Weierstrass-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik. (2000). *Practical shape optimization for turbine and compressor blades*. Berlín: Bock, H. G., Egartner, W., Kappis, W. y Schulz, V.

Willmes, L. y Bäck, T. (2003). Multi-Criteria Airfoil Design with Evolution Strategies. Lecture Notes in Computer Science. 2632, 782-795.

Wrobel, L.C. (1981). *Potential and Viscous Flow Problems using the Boundary Element Method*. Tesis doctoral no publicada. University of Southampton, Southampton.

Zhu, Z., Fu, H., Yu, R. y Liu J. (2004). Multi-objective Optimization Design of Airfoil and Wing. Science in China Series e-Technological Sciences. 1 (47), 15-25.

Zitzler, E. (1999). Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications [Documento en línea]. Tesis doctoral, Instituto Federal de Tecnología de Suiza, Zurich). Disponible: <http://www.lania.mx/~ccoello/EMOO/EMOObib.html> [Consulta: 2004, Octubre 5]

Zitzler, E., Deb, K. Y Thiele, L. (2000). Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms: Empirical Results [Documento en línea]. Disponible: <http://www.lania.mx/~ccoello/EMOO/EMOObib.html> [Consulta: 2004, Octubre 5]

Zitzler E., Laumanns M. y Thiele, L. (2001). SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm [Documento en línea]. Disponible: <http://www.lania.mx/~ccoello/EMOO/EMOObib.html> [Consulta: 2004, Octubre 5]