

## TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

### DESARROLLO DE UN MÉTODO NO CONVENCIONAL PARA LA MEDICIÓN DE LA IMPEDANCIA DE PUESTA A TIERRA EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA.

Presentado ante la Ilustre  
Universidad Central de Venezuela  
por el Br. González G., Angel A.  
para optar al título de  
Ingeniero Electricista

Caracas, 2011

## TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

### DESARROLLO DE UN MÉTODO NO CONVENCIONAL PARA LA MEDICIÓN DE LA IMPEDANCIA DE PUESTA A TIERRA EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA.

Tutor Académico: Ing. Wilmer Napoleón Malpica  
Prof. Guía: Ing. Alexander Cepeda

Presentado ante la Ilustre  
Universidad Central de Venezuela  
por el Br. González G., Angel A.  
para optar al título de  
Ingeniero Electricista

Caracas, 2011

## CONSTANCIA DE APROBACIÓN

Caracas, 03 de noviembre de 2011

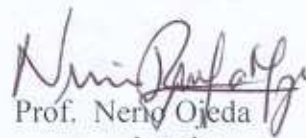
Los abajo firmantes, miembros del Jurado designado por el Consejo de Escuela de Ingeniería Eléctrica, para evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por el Bachiller Ángel A., González G. titulado:

**“DESARROLLO DE UN MÉTODO NO CONVENCIONAL PARA LA  
MEDICIÓN DE LA IMPEDANCIA DE PUESTA A TIERRA EN EL  
DOMINIO DE LA FRECUENCIA”**

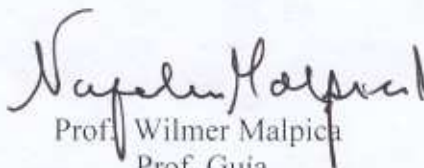
Consideran que el mismo cumple con los requisitos exigidos por el plan de estudios conducente al Título de Ingeniero Electricista en la mención de Potencia, y sin que ello signifique que se hacen solidarios con las ideas expuestas por el autor, lo declaran APROBADO.



Prof. Alexander Cepeda  
Jurado



Prof. Neri Ojeda  
Jurado



Prof. Wilmer Malpica  
Prof. Guía

## DEDICATORIA

En mi vida he tenido la fortuna de tener unos padres que en todo momento se han preocupado por el bienestar y la educación de sus hijos. Gracias a Dios, a ellos y a mi mismo, decidí comenzar una profesión, y con mucho empeño y dedicación hoy me encuentro en la etapa final de un gran logro.

Dedico este gran trabajo en principal a Dios a quien le debo mi existencia, todos mis logros son dedicados a ti, mi señor.

En segundo lugar, a mi familia. A la memoria de mi mamá, que la amo y la extraño, tu pérdida fue fuerte para mí pero en mi mente y en mi corazón te mantienes viva y en mi conciencia siguen guardados todos tus consejos.

A mi papá, por su paciencia, su apoyo y su ejemplo.

A mi hermana Jessika, que la amo mucho aunque en pocas ocasiones se lo he hecho saber.

A mi prima Rosa, que la quiero mucho.

A mi sobrino Daniel, que se ha convertido con tan pocos años de vida en la alegría de mi casa.

A mi novia Rebeca, gracias por tu apoyo y por hacerme feliz en todo estos años. ¡¡Te Amo!! y tengo un plan contigo: estar junto a ti hasta el último día de mi vida.

A mi tutor Wilmer Malpica, y a mi profesor Guía Alexander Cepeda que siempre me brindaron sus apoyos y sus conocimientos. Sepan Uds. que son ejemplos a seguir.

A mi mismo, que éste gran logro me demuestra que puedo cumplir con todo lo que me proponga y que soy lo suficientemente fuerte para enfrentar cualquier obstáculo.

## AGRADECIMIENTOS

En principio agradezco a Dios por darme la vida, por cada amanecer y por la fortaleza que me da en momentos difíciles.

Agradezco a mi madre que en paz descanse y que diera su vida trabajando para dejarnos una profesión y por darnos la mejor calidad de vida a mí y a mi hermana.  
¡¡Te Amo!!

A mi padre que ha sido un gran apoyo, que día a día se levanta en la madrugada para salir a trabajar y todo porque no nos falte el pan en la boca. ¡¡Gracias!!

A mi hermana Jessika y a mi prima Rosa, por siempre darme su apoyo cuando lo necesite.

A mi sobrino Daniel, por sus momentos de alegría cuando comparto con el.

A ti Rebeca que has sido mi compañera, te agradezco los días de alegrías y el apoyo que me has brindado.

Por supuesto, a mi tutor Wilmer Malpica y a mi profesor Guía Alexander Cepeda, que con paciencia guiaron mis pasos en este reto de Trabajo Especial de Grado.

A Antonio Delgado, por facilitarme el terreno donde se realizaron las mediciones de campo de este trabajo de investigación.

**González G., Angel A.**

**DESARROLLO DE UN MÉTODO NO CONVENCIONAL PARA LA  
MEDICIÓN DE LA IMPEDANCIA DE PUESTA A TIERRA EN EL  
DOMINIO DE LA FRECUENCIA.**

**Tutor Académico: Ing. Wilmer Napoleón Malpica. Profesor Guía: Ing. Alexander Cepeda. Tesis. Caracas. U.C.V. Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería Eléctrica. Ingeniero Electricista. Opción: Potencia. Universidad Central de Venezuela. 2011. 103h. + Anexos.**

**Palabras Claves:** Impedancia de puesta a tierra, método no convencional, frecuencia, resistividad del suelo, líneas de transmisión, Ecuaciones de Telegrafista, impedancia característica, reflexiones de ondas.

**Resumen:** Plantea el desarrollo de un método no convencional que permita obtener mediciones de impedancia de puesta a tierra, particularmente para altas frecuencias a partir del Método de Caída de Potencial descrito en la recomendación IEEE 81 – 1983. Bajo estas condiciones de medición, las longitudes de ondas pueden ser comparables con las longitudes de los cables utilizados obteniendo valores incorrectos en la actividad, para evitar lo anterior se hace necesario modelar dichos cables como líneas de transmisión asumiendo parámetros distribuidos en las mismas y adicionalmente incorporar una resistencia de acople para eliminar las reflexiones de ondas. Los resultados obtenidos son indicadores del comportamiento eléctrico del sistema de puesta a tierra en estudio, y este es modelado como un circuito RLC de parámetros concentrados a través de un software de simulación, obteniéndose que los resultados son comparables con las mediciones de campo utilizando el método propuesto.

# CONTENIDO

|                                                                                                                | Pag.     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| CONSTANCIA DE APROBACIÓN.....                                                                                  | iii      |
| DEDICATORIA.....                                                                                               | iv       |
| AGRADECIMIENTOS.....                                                                                           | v        |
| RESUMEN.....                                                                                                   | vi       |
| ÍNDICE GENERAL.....                                                                                            | vii      |
| LISTA O ÍNDICE DE TABLAS.....                                                                                  | x        |
| LISTA O ÍNDICE DE FIGURAS.....                                                                                 | xi       |
| <br>INTRODUCCIÓN.....                                                                                          | <br>1    |
| <br><b>CAPÍTULO I</b>                                                                                          |          |
| <b>1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....</b>                                                                      | <b>3</b> |
| 1.1. Justificación.....                                                                                        | 3        |
| 1.2. Formulación del problema.....                                                                             | 4        |
| 1.3. Objetivo General.....                                                                                     | 5        |
| 1.4. Objetivos Específicos.....                                                                                | 5        |
| 1.5. Metodología.....                                                                                          | 6        |
| <br><b>CAPÍTULO II</b>                                                                                         |          |
| <b>2. MARCO TEÓRICO.....</b>                                                                                   | <b>8</b> |
| 2.1. Medición de la resistividad del suelo.....                                                                | 8        |
| 2.2. Arreglo de Wenner como método para medir la resistividad.....                                             | 13       |
| 2.3. Método de Caída de Potencial para medir Resistencia de<br>Puesta a Tierra.....                            | 21       |
| 2.4. Líneas de transmisión.....                                                                                | 23       |
| 2.4.1. Modelo de parámetros concentrados para un elemento<br>diferencial $dz$ de una línea de transmisión..... | 23       |

|                                                                                      |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.4.2. Ecuación general de una línea de transmisión.                                 |    |
| Característica de una línea de transmisión.....                                      | 24 |
| 2.4.3. Ondas incidentes y reflejadas en líneas de transmisión.....                   | 32 |
| 2.4.3.1. Coeficiente de Reflexión.....                                               | 33 |
| 2.4.3.2. Líneas acopladas.....                                                       | 34 |
| 2.4.4. Impedancia de entrada de una línea terminada con<br>una carga arbitraria..... | 36 |
| 2.4.5. Impedancia de entrada de una línea terminada en<br>corto circuito.....        | 39 |
| 2.4.6. Impedancia de entrada de una línea terminada en<br>circuito abierto.....      | 40 |
| 2.4.7. Líneas desacopladas y ondas estacionarias.....                                | 42 |
| 2.4.7.1. Ondas estacionarias en una línea abierta.....                               | 46 |
| 2.4.7.2. Ondas estacionarias en una línea en corto circuito.....                     | 48 |
| 2.4.8. Estudio de una línea de transmisión en el<br>dominio del tiempo.....          | 49 |

### **CAPÍTULO III**

|                                                                                                                                                                                                                                                   |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>3. MEDICIONES Y VALIDACIÓN DE RESULTADOS.....</b>                                                                                                                                                                                              | <b>55</b> |
| 3.1. Método no convencional para la medición de Impedancia<br>de Puesta a Tierra en el dominio de la frecuencia.....                                                                                                                              | 55        |
| 3.2. Calculo del valor de Impedancia de Puesta a Tierra a partir<br>de los datos obtenidos en las mediciones de campo, a través<br>de un programa en hoja de cálculo.....                                                                         | 61        |
| 3.3. Mediciones de Resistividad aplicando el método Arreglo<br>de Wenner en terreno de suelo tipo arcilloso ubicado en<br>el valle del Parque Nacional Macarao sector Tibroncito,<br>km 24 de la carretera El Junquito.....                       | 64        |
| 3.4. Mediciones de Resistencia de Puesta a Tierra aplicando<br>el método de Caída de Potencial en terreno de suelo tipo<br>arcilloso ubicado en el valle del Parque Nacional Macarao<br>Sector Tibroncito, km 24 de la carretera El Junquito..... | 68        |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                        |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.5. Mediciones de Impedancia de Puesta a Tierra en el dominio<br>de la frecuencia aplicando el Método no convencional diseñado,<br>en terreno de suelo tipo arcilloso ubicado en el valle del<br>Parque Nacional Macarao Sector Tibroncito, km 24 de la<br>carretera El Junquito..... | 70  |
| 3.6. Modelado del sistema de puesta a tierra instalado en suelo tipo<br>arcilloso ubicado en el valle del Parque Nacional Macario Sector<br>Tibroncito, km 24 de la Carretera El Junquito; como un medio de<br>propagación de ondas electromagnéticas.....                             | 85  |
| CONCLUSIONES.....                                                                                                                                                                                                                                                                      | 95  |
| RECOMENDACIONES.....                                                                                                                                                                                                                                                                   | 97  |
| REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....                                                                                                                                                                                                                                                        | 98  |
| BIBLIOGRAFÍA.....                                                                                                                                                                                                                                                                      | 100 |
| GLOSARIO.....                                                                                                                                                                                                                                                                          | 101 |
| ANEXOS.....                                                                                                                                                                                                                                                                            | 103 |

## LISTA O ÍNDICE DE TABLAS

| TABLA |                                                                                                                                                                                                                              | Pág. |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1.    | Mediciones de resistividad aparente en el suelo.....                                                                                                                                                                         | 65   |
| 2.    | Mediciones de Resistencia de Puesta a Tierra aplicando el<br>Método de Caída de Potencial.....                                                                                                                               | 69   |
| 3.    | Mediciones de Impedancia de Puesta a Tierra en el dominio de<br>la frecuencia utilizando el Método No Convencional diseñado.....                                                                                             | 72   |
| 4.    | Valores de Impedancia $[Z]$ , Resistencia $[R]$ , Reactancia $[X]$ y<br>factor de potencia $[\cos \theta]$ obtenido mediante el uso de una<br>hoja de cálculo.....                                                           | 76   |
| 5.    | Valores de frecuencia de resonancia e impedancia de puesta<br>a tierra a dicha frecuencia para distancias entre el electrodo<br>de potencial $P$ y el electrodo de prueba $E$ .....                                          | 84   |
| 6.    | Valores de energía almacenada en el campo magnético,<br>pérdidas resistivas en la región, resistencia, inductancia serie<br>y capacitancia paralelo obtenidos utilizando el software<br>FINITE ELEMENT METHOD MAGNETICS..... | 92   |
| 7.    | Valores de resistencia serie y capacitancia serie para<br>un circuito RLC.....                                                                                                                                               | 92   |
| 8.    | Valores de impedancia $Z$ , resistencia $R$ , reactancia $X$ y factor<br>de potencia $\cos \theta$ .....                                                                                                                     | 93   |

## LISTA O INDICE DE FIGURAS

| FIGURA |                                                                                                                                   | Pág. |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1.     | Líneas de corrientes y líneas de tensión.....                                                                                     | 12   |
| 2.     | Heterogeneidades en un subsuelo.....                                                                                              | 13   |
| 3.     | Principio de penetración del estudio eléctrico del suelo.....                                                                     | 15   |
| 4.     | Arreglo de Wenner.....                                                                                                            | 15   |
| 5.     | Suelo de dos capas.....                                                                                                           | 17   |
| 6.     | Esquema de medición del Método de Caída de Potencial.....                                                                         | 22   |
| 7.     | Curva de resistencia aparente en función de la posición del<br>electrodo de potencial.....                                        | 22   |
| 8.     | Modelo de parámetros concentrados para un elemento diferencial<br>$dz$ de una línea de transmisión .....                          | 24   |
| 9.     | Circuito equivalente de una línea de transmisión con<br>parámetros distribuidos.....                                              | 24   |
| 10.    | Onda de tensión que se propaga sobre una línea de transmisión<br>sin pérdidas.....                                                | 31   |
| 11.    | Onda incidente y reflejada presente en una línea de transmisión.....                                                              | 33   |
| 12.    | Línea de longitud infinita.....                                                                                                   | 34   |
| 13.    | Línea finita acoplada.....                                                                                                        | 35   |
| 14.    | Línea de longitud $l$ terminada con una carga arbitraria en $z=0$ .....                                                           | 37   |
| 15.    | Línea terminada en corto circuito.....                                                                                            | 39   |
| 16.    | Línea terminada en circuito abierto.....                                                                                          | 41   |
| 17.    | Línea desacoplada ( $Z_L \neq Z_o$ ) y su patrón típico de onda<br>de tensión total (patrón de onda estacionaria).....            | 44   |
| 18.    | Ondas estacionarias en un circuito abierto.....                                                                                   | 47   |
| 19.    | Ondas estacionarias en cortocircuito.....                                                                                         | 48   |
| 20.    | Línea de transmisión de longitud $l$ e impedancia $Z_o$ conectada<br>a un generador de impedancia $Z_g$ y a una carga $Z_L$ ..... | 49   |

|     |                                                                                                                                                                                                                |    |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 21. | Método No Convencional para la medición de la Impedancia de Puesta a Tierra en el dominio de la frecuencia.....                                                                                                | 56 |
| 22. | Línea de Transmisión del Circuito de Tensión con un abierto como condiciones de fronteras.....                                                                                                                 | 57 |
| 23. | Plano del terreno ubicado en el valle del Parque Nacional Macarao, Sector Tibroncito, Carretera El Junquito.....                                                                                               | 64 |
| 24. | Valores de resistividad aparente medidos y calculados después de utilizar el arreglo de Wenner.....                                                                                                            | 67 |
| 25. | Esquema de medición del Método de Caída de Potencial.....                                                                                                                                                      | 69 |
| 26. | Valores de resistencia de puesta a tierra obtenidos utilizando el Método de Caída de Potencia.....                                                                                                             | 70 |
| 27. | Impedancia de Puesta a Tierra en función de la distancia entre el electrodo de potencial $P$ y el electrodo de prueba $E$ , para $f = 100Hz$ ; $f = 500Hz$ y $f = 1kHz$ .....                                  | 80 |
| 28. | Impedancia de Puesta a Tierra en función de la distancia entre el electrodo de potencial $P$ y el electrodo de prueba $E$ , para $f = 10kHz$ ; $f = 50kHz$ ; $f = 100kHz$ y $f = 500kHz$ .....                 | 80 |
| 29. | Impedancia de Puesta a Tierra en función de la distancia entre el electrodo de potencial $P$ y el electrodo de prueba $E$ , para $f = 1MHz$ ; $f = 2MHz$ ; y $f = 10MHz$ .....                                 | 81 |
| 30. | Grafico de permitividad relativa en función de la frecuencia.....                                                                                                                                              | 82 |
| 31. | Impedancia de Puesta a Tierra en función de la frecuencia, para distancias entre el electrodo de potencial $P$ y el electrodo de prueba $E$ ( $x = 0,5m$ ; $x = 1m$ ; $x = 2m$ ; $x = 5m$ ; $x = 7m$ ).....    | 83 |
| 32. | Impedancia de Puesta a Tierra en función de la frecuencia, para distancias entre el electrodo de potencial $P$ y el electrodo de prueba $E$ ( $x = 10m$ ; $x = 12m$ ; $x = 15m$ ; $x = 18m$ ; $x = 20m$ )..... | 83 |
| 33. | Modelo circuital con parámetros concentrados del electrodo enterrado y del suelo, que forman en conjunto el medio de propagación de ondas electromagnéticas.....                                               | 91 |
| 34. | Impedancia de Puesta a Tierra en función de la frecuencia.....                                                                                                                                                 | 93 |

## INTRODUCCIÓN

Un Sistema de Puesta a Tierra es un elemento fundamental en la seguridad de cualquier instalación eléctrica, en particular para los seres vivos dentro y fuera de las instalaciones y para la integridad de los equipos ante una falla interna del sistema o ante agentes externos como por ejemplo una descarga atmosférica[1].

Los objetivos de instalar un Sistema de Puesta a Tierra pueden resumirse en:

1. Obtener una resistencia eléctrica de bajo valor que permita derivar a tierra fenómenos eléctricos transitorios, corrientes de falla, así como ruido eléctrico que puedan estar presentes.
2. Mantener los potenciales producidos por las corrientes de falla dentro de los límites de seguridad establecidos de modo que las tensiones de paso o de toque no sean peligrosas para los seres vivos.
3. Hacer que el equipamiento de protección sea más sensible permitiendo una rápida detección de las corrientes de falla.
4. Proporcionar un camino de derivación a tierra de descargas atmosféricas, transitorios y de sobretensiones internas del sistema.

En 1916, F. Wenner y en 1918, O.S. Peters conectaron al suelo dos barras, tres barras y cuatro barras en un trabajo experimental para medir la resistividad del terreno. Mas adelante, en 1936 H.B. Dwight publica un trabajo de investigación donde presenta fórmulas para el cálculo de la resistencia de electrodos conectados a tierra en configuración simple, paralelo o de barras enterradas horizontalmente. En 1941, el profesor J.R. Eaton publicó un informe de los diferentes tipos de resistencias

con respecto a la naturaleza del suelo, la resistividad en tipos diferentes de tierra y los efectos de la sal, temperatura y humedad presentes. En una segunda publicación, Eaton extiende las fórmulas que Dwight había presentado otorgando una aplicación más práctica. En su tercera publicación, explicó el fenómeno de las diferencias de potenciales en los sistemas de puesta a tierra. Eaton enfatizó, sobre el uso de barras de tierras para disminuir la resistencia. En 1945, Reinhold Rudenberg publica tres trabajos de investigación donde se considera los problemas relacionados con la conducción de las corrientes a través de la tierra, y explica el comportamiento de las barras en suelos con diferentes estratos [1].

En 1983 el Institute of Electrical and Electronics Engineers -IEEE- publica la Guía para la medición de Resistividad, Impedancia de Tierra y Potenciales de un Sistema de Puesta a Tierra donde se reúne todos los estudios realizados en esta materia. De dicha publicación se extrae el Arreglo de Wenner y el método de Caída de Potencial como las recomendaciones de medición de resistividad y de resistencia de puesta a tierra respectivamente mas utilizadas actualmente para el estudio de los suelos.

Ambos métodos son recomendados para mediciones realizadas en frecuencia de hasta 25kHz [2]. Sin embargo, es conocido que la corriente de un rayo en una descarga atmosférica puede superar la frecuencia de 1Mhz[3]; se hace entonces importante el estudio de una metodología para la caracterización de un sistema de puesta a tierra en el dominio de la frecuencia.

# **CAPÍTULO I**

## **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

### **1.1 Justificación**

Existen diversos procedimientos normalizados dedicados a la medición o a la caracterización de un sistema de puesta a tierra. En nuestro país es muy común usar o aplicar la recomendación IEEE 81-1983[2], referente al proceso de medición de un sistema de puesta a tierra o cuando se quiere caracterizar las propiedades del suelo como es la resistividad.

Esta norma en cuestión tiene la particularidad que las mediciones de impedancia se realizan a frecuencias de hasta 25kHz y por otra parte, la mayoría de los instrumentos de medición, que se usan para medir impedancias de puesta a tierra, vienen diseñados para medir a frecuencias que no superan los 500Hz.

Sin embargo, un sistema de puesta a tierra puede estar sometido a frecuencias que superan los 25kHz como por ejemplo, cuando se drena la corriente producida por una descarga atmosférica, donde la corriente del rayo puede tener un espectro en frecuencia que puede superar a 1MHz[3]; en vista de esto, puede ser necesario caracterizar un sistema de puesta a tierra a frecuencias superiores a 25kHz, valor que está por encima de lo que indica la norma.

El problema de medir a frecuencias superiores a 25kHz obedece a que al aumentar la frecuencia reduce la longitud de onda  $\lambda$ , según la siguiente ecuación:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}f} \quad (1.1)$$

donde  $\mu$  y  $\epsilon$  es la permeabilidad y la permitividad respectivamente del medio y  $f$  la frecuencia de la corriente inyectada en el sistema de puesta a tierra.

Si la longitud de los cables empleados son comparables con la longitud de onda asociada a la frecuencia de medición, no pueden ser aplicadas las leyes de Kirchoff en su enunciado clásico, se hace necesario modelar los cables usados en la medición como líneas de transmisión, asumiendo parámetros distribuidos y adicionalmente, se debe considerar la incorporación de acoples de impedancia en los cables de medición, para disminuir las reflexiones de ondas.

## 1.2 Formulación del problema

El estudio de una metodología no normalizada para la caracterización de un sistema de puesta a tierra en alta frecuencia partiendo de la recomendación IEEE 81-1983 [2].

Se espera que la metodología sirva para caracterizar de una manera fiel los sistemas de puesta a tierra cuando se encuentran expuestos a eventos rápidos como las descargas atmosféricas.

### **1.3 Objetivo General:**

Plantear una metodología que permita caracterizar un Sistema de Puesta a Tierra en el dominio de la frecuencia.

### **1.4 Objetivos Específicos:**

- Estudiar los procedimientos normalizados para medir la resistencia de puesta que describe la norma IEEE 81-1983.
- Estudiar las ecuaciones diferenciales de telegrafistas para modelar líneas de transmisión y su solución tanto en el dominio de la frecuencia como en el tiempo a fin de modelar los cables usados en la medición de puesta a tierra.
- Plantear una metodología con base al Método de Caída de Potencial, para la medición de la impedancia de puesta a tierra, en el dominio de la frecuencia, teniendo en cuenta la influencia de los cables usados en la medición.
- Realizar mediciones de campo para comparar la metodología empleada en la modelación de la impedancia de puesta a tierra en el dominio de la frecuencia con el método de caída de potencial normalizado en la recomendación IEEE 81-1983.

## 1.5 Metodología

- Estudiar la norma IEEE 81-1983 referente a los métodos normalizados para caracterizar un sistema de puesta a tierra.
- Repasar los conceptos sobre líneas de transmisión, cálculo de parámetros en líneas de transmisión, las ecuaciones diferenciales de la línea o las ecuaciones del telegrafista y su solución tanto en el dominio de la frecuencia como en el tiempo. Cálculo de la impedancia característica de la línea y la constante de propagación. Estudio de cómo se originan las reflexiones de ondas en las líneas de transmisión y como se disminuyen dichas reflexiones.
- Utilizando la norma IEEE 81-1983, realizar mediciones de un sistema de puesta a tierra a fin de familiarizarse con los métodos para medir resistividad del suelo y resistencia de puesta a tierra.
- Utilizando el Método de Caída de Potencial descrito en la norma IEEE 81-1983, proponer un arreglo para hacer mediciones de Impedancia de Puesta a Tierra, en alta frecuencia, teniendo en consideración las reflexiones de ondas que pudiera ocurrir en el sistema y que pudieran influenciar en la medición.
- Familiarizarse con los equipos e instrumentos para realizar las mediciones de campo y el manejo del software WSTRO & WSTROU WaveStart™ para la adquisición de datos del osciloscopio digital en campo.
- Elaborar un programa, en hoja de cálculo, para procesar las mediciones de campo y de esta forma obtener los valores de impedancia en función de la frecuencia.

- Hacer mediciones de campo en electrodos de puesta a tierra, que se encuentren disponible en la Ciudad Universitaria o en su defecto hacer mediciones en electrodos simples como en arreglo de jabalinas o en un conductor enterrado horizontalmente, en un terreno que se disponga para tal fin y comparar los valores medidos de impedancia con modelos teóricos.
- Elaboración del informe final de Trabajo Especial de Grado.

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO

#### 2.1 Medición de la resistividad del suelo

Por lo general, se realiza para flujos de corriente alterna AC de baja frecuencia o en corriente continua DC, con la finalidad de asumir un campo electromagnético estacionario o que no varíe en el tiempo. Bajo esta premisa, las ecuaciones de Maxwell son las siguientes[4]:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon} q' \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{B} = 0 \quad (2.4)$$

donde  $\vec{E}$  es el vector de campo eléctrico en V/m,  $\vec{B}$  es la densidad de flujo magnético,  $\varepsilon$  es la permitividad del medio y  $q'$  es la densidad volumétrica de carga en C/m<sup>3</sup>.

Al ser el campo electromagnético estacionario, las ecuaciones de Maxwell se desacoplan, siendo suficiente utilizar las ecuaciones que involucren al vector de campo eléctrico. Como consecuencia de lo definido en la ecuación 2.3, el campo eléctrico puede definirse por el gradiente de una función potencial escalar  $U$ :

$$\vec{E} = -\nabla U \quad (2.5)$$

De las ecuaciones 2.1 y 2.5, obtenemos la ecuación fundamental de Poisson para un campo electrostático:

$$\nabla^2 U(x, y, z) = -\frac{1}{\epsilon} q'(x, y, z)$$

Cuya solución para un medio infinito, homogéneo e isotópico viene expresada de la siguiente forma:

$$U(x, y, z) = \int_{\text{volumen}} \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q'(x, y, z)}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} dV' \quad (2.6)$$

donde  $q'$  es la densidad volumétrica de carga que genera el campo y  $V'$  es el volumen donde se encuentra dicha carga.

Si el medio es conductor, entonces hay corrientes en el mismo, utilizando la ecuación 2.1 se calcula la integral de volumen de la densidad de carga:

$$\int_{\text{volumen}} \epsilon(\nabla \cdot E) dV = \int_{\text{volumen}} q' dV \quad (2.7)$$

Aplicando el teorema de Gauss:

$$\varepsilon \oint_{\text{superficie}} \vec{E} \cdot \vec{n} ds = q \quad (2.8)$$

donde la integral representa la corriente que sale de la superficie y  $q$  es la carga total encerrada en el volumen. Ahora bien, considerando que el vector de campo eléctrico viene dado por  $\vec{E} = \frac{\vec{J}}{\sigma}$  entonces la ecuación 2.8 queda expresada como:

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon}{\sigma} \oint_{\text{superficie}} \vec{J} \cdot \vec{n} ds &= q \\ \frac{\varepsilon}{\sigma} I &= q \\ \frac{I}{\sigma} &= \frac{q}{\varepsilon} \end{aligned} \quad (2.9)$$

La ecuación 2.9 permite relacionar la carga con la corriente, al sustituirla en la expresión 2.6, la solución de la ecuación fundamental de Poisson queda expresada de la siguiente forma:

$$U(x, y, z) = \int_{\text{volumen}} \frac{1}{4\pi\sigma} \frac{I'(x, y, z)}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} dV' \quad (2.10)$$

donde  $I'$  es la densidad volumétrica de corriente. A partir de esta expresión se deduce que para una carga puntual:

$$U(r) = \frac{I}{4\pi\sigma r} \quad (2.11)$$

La ecuación 2.11 describe el potencial debido a una carga puntual dentro de un espacio homogéneo a una distancia  $r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$  del punto de inyección de corriente. Las técnicas de resistividad usan generalmente electrodos desplegados sobre la superficie. Para estos casos, la expresión 2.10 produce:

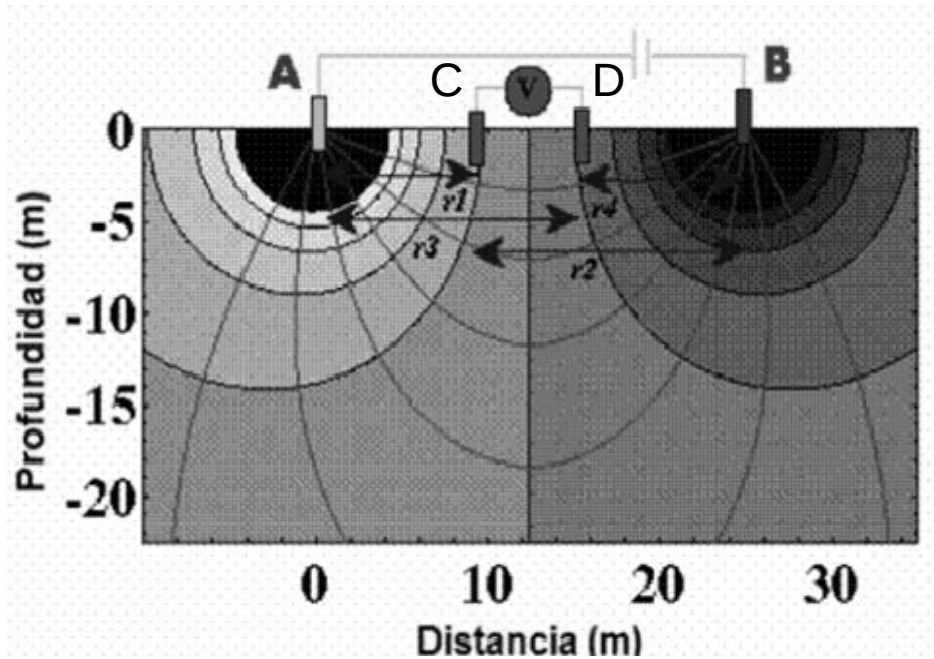
$$U(r) = \frac{I}{2\pi\sigma r} \quad (2.12)$$

debido a que se trata sólo de la mitad del espacio.

Para permitir que la corriente fluya a través de un medio conductor, podría colocarse, de forma teórica, el otro electrodo de corriente en el infinito. Dados dos electrodos de corriente A y B como el mostrado en la figura 1 y aplicando la ecuación 2.12, el potencial para cualquier punto C en el suelo es [4]:

$$U_c = \frac{I}{2\pi\sigma} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (2.13)$$

donde  $r_1$  es la distancia entre los electrodos C y A y  $r_2$  es la distancia entre los electrodos C y B.



**Figura 1.** Líneas de corrientes y líneas de tensión [4].

Para medir la diferencia de potencial se necesitan dos electrodos. Los electrodos de inyección A y B pueden ser utilizados para medir la respuesta de la señal. Sin embargo, la resistencia de transición entre los electrodos y la superficie puede afectar las mediciones.

Se colocan entonces un par de electrodos adicionales para medir la diferencia de potencial en un arreglo de cuatro electrodos, que son usados generalmente en sondeos de corriente alterna a baja frecuencia. Calculando la diferencia de potencial  $\Delta U$  entre los puntos C y D en términos de resistividad  $\rho$  se obtiene[4]:

$$\Delta U = \frac{I\rho}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} \right) = \frac{I\rho}{K} \quad (2.14)$$

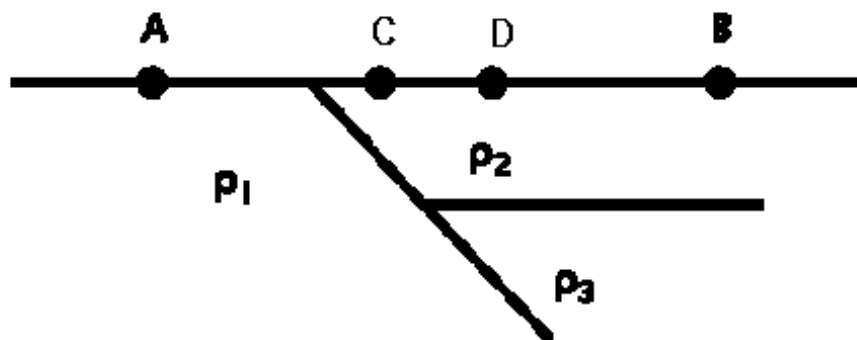
donde  $r_1$  es la distancia entre los electrodos C y A,  $r_2$  es la distancia entre los electrodos C y B,  $r_3$  es la distancia entre los electrodos D y A y  $r_4$  es la distancia entre los electrodos D y B. El parámetro  $K$  esta dado por la distancia entre los electrodos y es llamado “el factor geométrico”. Finalmente, acomodando la ecuación 2.14, obtenemos:

$$\rho = K \frac{\Delta U}{I} \quad (2.15A)$$

Para un suelo no homogéneo, los valores obtenidos de la ecuación 2.15A son llamados resistividades aparentes y son diferentes por cada zona heterogénea presente en el suelo.

## 2.2 Arreglo de Wenner como método para medir la resistividad.

La ecuación 2.15A es la base fundamental del arreglo de Wenner, y permite obtener de una manera sencilla la resistividad eléctrica  $\rho$  del subsuelo.



**Figura 2.** Heterogeneidades en un subsuelo

Sin embargo, si se realizan mediciones en un suelo heterogéneo para obtener la intensidad de corriente inyectada por los electrodos A y B de la figura 2, y medimos los potenciales inducidos entre los electrodos C y D, aplicando la ecuación 2.15A, resultará una resistividad denominada resistividad aparente  $\rho_a$ , cuyo valor dependerá de las tres resistividades reales presentes en el suelo ( $\rho_1$ ,  $\rho_2$  y  $\rho_3$ ).

La resistividad aparente del suelo y según lo expresado anteriormente, tendrá la forma:

$$\rho_a = K \frac{\Delta U}{I} \quad (2.15B)$$

donde:

$\rho_a$  = Resistividad aparente del subsuelo.

$K$  = constante que depende de la geometría del arreglo.

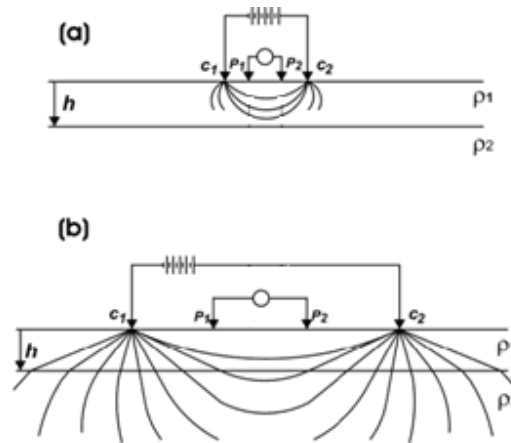
$\Delta U$  = tensión medida,

$I$  = corriente medida.

A partir de ahora cuando se mencione la resistividad, será importante diferenciar si se trata de la resistividad aparente o de la resistividad real del medio. La resistividad aparente y la resistividad real sólo coinciden cuando el suelo es absolutamente homogéneo, sin heterogeneidades.

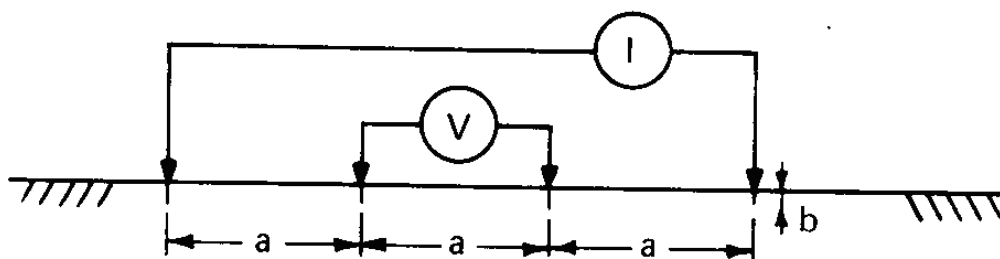
En la figura 3 se ilustra uno de los principios básicos de las prospecciones de estudio eléctrico en suelo: a mayor separación de los electrodos mayor penetración en el subsuelo. El caso (a) de la figura cuando los electrodos están muy cerca uno del

otro, se observa que la corriente está virtualmente confinada a la zona ( $\rho_1$ ) más superficial y de profundidad “h”. En el caso (b), cuando los electrodos se abren más, alargándose así la longitud del dispositivo, la penetración en el subsuelo se incrementa, proporcionando más información sobre ( $\rho_2$ ) [4].



**Figura 3.** Principio de penetración del estudio eléctrico del suelo.

El arreglo de Wenner establece que los electrodos A, B, C y D son equidistantes, es decir están separados entre si a una misma distancia  $a$ , y están enterrados a una profundidad que denominaremos  $b$  como se muestra en la figura 4.



**Figura 4.** Arreglo de Wenner

Una corriente de prueba se hace circular entre los electrodos externos A y B y el potencial V se mide entre los electrodos internos C y D con un voltímetro de alta impedancia. La relación  $V/I$  obtenida es denominada resistencia R en ohm. Entonces se puede decir que:

$$\rho_a = \frac{4 \pi a R}{1 + \frac{2 a}{\sqrt{a^2 + 4 b^2}} - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}} \quad (2.16)$$

donde:

$\rho_a$  : resistividad aparente

$a$ : distancia entre electrodos

$b$ : profundidad a la que se entierran los electrodos.

Cabe señalar que la ecuación 2.16 aplica solo si la profundidad  $b$  a la que se entierra los electrodos es menor o igual  $0,1a$ . Si suponemos  $b=0$ , la ecuación queda de la siguiente forma:

$$\rho_a = 2 \pi a R \quad (2.17)$$

obteniéndose con 2.17 la resistividad aparente aproximada del suelo a una distancia entre electrodos  $a$ . Si un conjunto de lecturas tomadas con diferentes valores de  $a$  da una serie de valores distintos de resistencia, esto es indicativo de existen diferentes capas en el suelo y da una idea de sus respectivas resistividad y profundidad.

Si se considera un suelo no homogéneo de dos capas como el que se muestra en la figura 5, la constante  $K$  que depende de la geometría del arreglo de las capas puede ser expresada como:

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (2.18)$$

donde  $\rho_1$  y  $\rho_2$  son las resistividades aparentes de la capa superficial de profundidad “h” y de la capa profunda del suelo respectivamente.

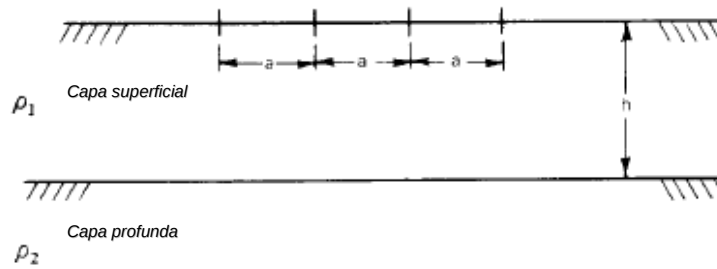


Figura 5. Suelo de dos capas.

En términos del parámetro  $K$  la resistividad aparente  $\rho_a$  de la ecuación 2.16 puede ser escrita como [1]:

$$\rho(a) = \rho_1 \left[ 1 + 4 \sum_{m=1}^N \left( \frac{K^m}{\sqrt{1 + \left(2m \frac{h}{a}\right)^2}} - \frac{K^m}{\sqrt{4 + \left(2m \frac{h}{a}\right)^2}} \right) \right] \quad (2.19)$$

Ahora bien si se define  $\rho^0$  como el valor de resistividad aparente medida usando el arreglo de Wenner, y  $\rho$  como el valor de resistividad calculada suponiendo un suelo heterogéneo de dos capas como el mostrado en la figura 5 donde  $\rho^0$  y  $\rho$  se expresan en función de la distancia entre los electrodos  $a$ ; la función de error

$\psi(\rho, K, h)$  viene dada por:

$$\psi(\rho, K, h) = \sum_{m=1}^N \left[ \frac{\rho^0 - \rho}{\rho^0} \right]^2 \quad (2.20)$$

donde  $N$  es el número total de mediciones de valores de resistividad para una distancia entre electrodos  $a$ .

Con el fin de obtener el mejor ajuste, el error  $\psi$  debe ser mínimo. Para determinar los valores de  $\rho$ ,  $K$  y  $h$  minimizando el error se aplica cualquier método de regresión no lineal, estableciéndose que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial \rho_1} &= -2 \sum_1^N \left[ \frac{\rho^0 - \rho}{\rho^0} \right] \frac{\partial \rho}{\partial \rho_1} \\ \frac{\partial \psi}{\partial \rho_2} &= -2 \sum_1^N \left[ \frac{\rho^0 - \rho}{\rho^0} \right] \frac{\partial \rho}{\partial \rho_2} \\ \frac{\partial \psi}{\partial h} &= -2 \sum_1^N \left[ \frac{\rho^0 - \rho}{\rho^0} \right] \frac{\partial \rho}{\partial h} \end{aligned} \quad (2.21)$$

y también:

$$\Delta \psi = \frac{\partial \psi}{\partial \rho_1} \Delta \rho_1 + \frac{\partial \psi}{\partial \rho_2} \Delta \rho_2 + \frac{\partial \psi}{\partial h} \Delta h \quad (2.22)$$

Con el fin de garantizar la convergencia de los cálculos, los valores de  $\Delta \rho_1$ ,  $\Delta \rho_2$  y  $h$  deben ser tal que:

$$\begin{aligned}
\Delta\rho_1 &= -\tau \frac{\partial\psi}{\partial\rho_1} \\
\Delta\rho_2 &= -\varsigma \frac{\partial\psi}{\partial\rho_2} \\
\Delta h &= -v \frac{\partial\psi}{\partial h}
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Siendo  $\tau, \varsigma$  y  $v$  constantes positivas y lo suficientemente pequeña como para garantizar una solución con la exactitud deseada. Normalmente valores de  $\tau = 0,005 * |\rho_1|$ ,  $\varsigma = 0,005 * |\rho_2|$  y  $v = 0,005 * |h|$  conducen a soluciones satisfactorias.

Usando las ecuaciones 2.22 y 2.23, se obtiene la siguiente expresión:

$$\Delta\psi = -\tau \left( \frac{\partial\psi}{\partial\rho_1} \right)^2 - \varsigma \left( \frac{\partial\psi}{\partial\rho_2} \right)^2 - v \left( \frac{\partial\psi}{\partial h} \right)^2 \tag{2.24}$$

$\rho$  es calculado usando la ecuación 2.16 y asumiendo valores iniciales de  $\rho_1^{(0)}$ ,  $\rho_2^{(0)}$  según la naturaleza del suelo (véase anexo C) y de  $h^{(0)}$ ,  $\Delta\psi$  se determina usando la ecuación 2.24. Los cálculos iterativos se detienen cuándo  $\Delta\psi$  es tal que:

$$|\Delta\psi| Dcl174\xi \tag{2.25}$$

donde  $\xi$  es la exactitud deseada.

En las ecuaciones 2.21 los valores de  $\frac{\partial\rho}{\partial\rho_1}$ ,  $\frac{\partial\rho}{\partial\rho_2}$  y  $\frac{\partial\rho}{\partial h}$  son obtenidos de derivar parcialmente la ecuación 2.19:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho}{\partial \rho_1} &= 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( 1 - \frac{n(1-K^2)}{2K} \right) \left( \frac{K^n}{\sqrt{A}} - \frac{K^n}{\sqrt{B}} \right) \right] \\
\frac{\partial \rho}{\partial \rho_2} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{2n}{K} (1-K^2) \left( \frac{K^n}{\sqrt{A}} - \frac{K^n}{\sqrt{B}} \right) \right] \\
\frac{\partial \rho}{\partial h} &= \frac{16\rho_1 h}{a^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( \frac{K^n}{\sqrt{B^3}} - \frac{K^n}{\sqrt{A^3}} \right) \right]
\end{aligned} \tag{2.26}$$

donde:

$$\begin{aligned}
A &= 1 + (2nh/a)^2 \\
B &= 4 + (2nh/a)^2
\end{aligned} \tag{2.27}$$

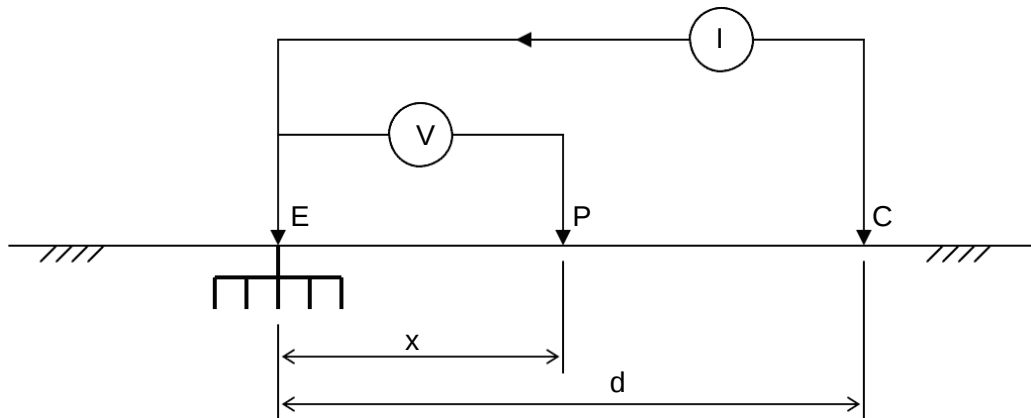
y  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  y  $h$  son los valores calculados en la iteración anterior.

El método iterativo anteriormente descrito, fue presentado en la recomendación IEEE 81-1983, y servirá de base para un programa elaborado en MATHCAD Parametric Technology Corporation<sup>TM</sup>, que permita caracterizar un suelo como no homogéneo de dos capas y determinar los valores de resistividades presentes en el mismo.

### **2.3 Método de Caída de Potencial para medir Resistencia de Puesta a Tierra.**

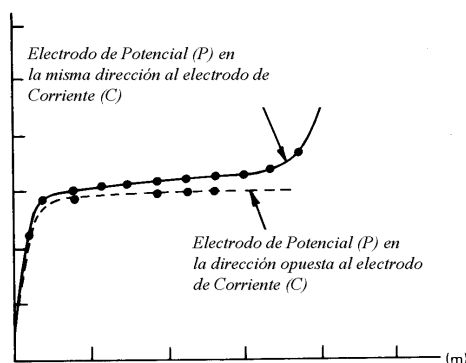
Las características eléctricas del suelo varían según la composición y el estado físico del mismo, así como con la medida y la configuración del electrodo enterrado. Un terreno en cualquier localidad se compone de diversas combinaciones de tierra seca, pantanosa, arcillosa, arenisca, grava u otros materiales naturales que poseen una amplia variedad de resistividad. Puede ser relativamente homogéneo en un área o estar compuesto de granito, arena o minerales que contenga una alta resistencia. Es decir, las características eléctricas del suelo varían con las estaciones, temperatura, humedad, materiales que la componga y compactación del mismo.

El Método de Caída de Potencial establecido en la recomendación Std 81-1983 [2] es aplicable para cualquier tipo de suelo, bajo cualquier condición del mismo y a todo tipo de medición de impedancia de puesta a tierra, el mismo consiste en hacer circular una corriente eléctrica a través del electrodo de puesta a tierra  $E$  en estudio, midiendo al mismo tiempo los valores de caída de potencial que el paso de esta corriente provoca entre el electrodo de puesta a tierra  $E$  y un electrodo de potencial  $P$  utilizado como referencia para la medición. Además del electrodo de potencial, el circuito está constituido por un electrodo de corriente  $C$  cuya finalidad es cerrar el circuito que permite circular la corriente por el sistema a medir. El electrodo de prueba  $E$  se asume por conveniencia con potencial cero. En la figura 6 se muestra el esquema de medición del método.



**Figura 6.** Esquema de medición del Método de Caída de Potencial

El método consiste entonces en plantear la relación entre el valor de caída de potencial  $V$  y la corriente que circula  $I$  ( $R = V/I$ ) como una función del espaciamiento  $x$ . El electrodo de potencial  $P$  se aleja del electrodo bajo prueba  $E$  en varias etapas obteniéndose en cada paso un valor de impedancia. Esta impedancia en ohms se representa gráficamente como una función de la distancia  $x$ , y donde la curva tienda a un valor constante, el mismo es considerado la resistencia de puesta a tierra del suelo en estudio. La figura 7 muestra el comportamiento general de la curva que se obtiene de la impedancia en función de la distancia.



**Figura 7.** Curva de resistencia aparente en función de la posición del electrodo de potencial.

Cuando se desea medir la impedancia de puesta a tierra de un suelo a altas frecuencias utilizando el Método de Caída de Potencial, es importante tomar en cuenta que los cables utilizados deben ser modelados como líneas de transmisión con presencia de parámetros inductivos y capacitivos en los mismos, debido a que sus longitudes se hacen comparables con la longitud de la onda  $\lambda$  como se puede observar en la ecuación 2.28:

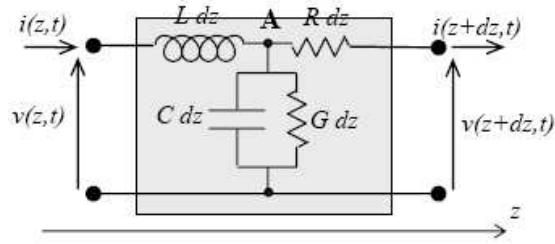
$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}f} \quad (2.28)$$

donde  $\mu$  es la permeabilidad,  $\epsilon$  la permitividad del medio y  $f$  la frecuencia de la corriente inyectada en el sistema de puesta a tierra.

## **2.4 Líneas de transmisión.**

### **2.4.1 Modelo de parámetros concentrados para un elemento diferencial $dz$ de una línea de transmisión.**

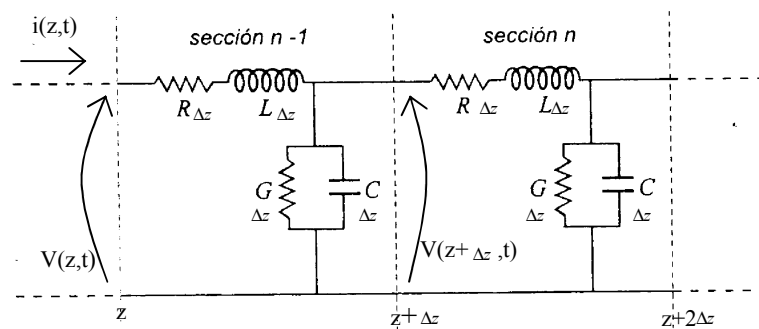
Se define como cualquier sistema de conductores, semiconductores, o la combinación de ambos, que puede emplearse para transmitir energía eléctrica o electromagnética entre dos puntos distantes [5]. Una línea de transmisión puede ser modelado como un cuadripolo conformado por un arreglo de parámetros concentrados para un elemento diferencial  $dz$ , como el mostrado en la figura 8.



**Figura 8.** Modelo de parámetros concentrados para un elemento diferencial  $dz$  de una línea de transmisión.

#### 2.4.2 Ecuación general de una línea de transmisión. Característica de una línea de transmisión.

Conocidos los parámetros concentrados para un elemento diferencial  $dz$  de una línea es posible determinar la relación que existe entre las ondas de tensión y corriente que viajan a lo largo de ella, desde el generador hasta la carga, así como su velocidad. El método de análisis establece que dichos parámetros están distribuidos uniformemente y pueden representarse por un circuito equivalente como el de la figura 9, conformado por  $n$  secciones de resistencias, inductancias, conductancias y capacitancias [6].



**Figura 9.** Circuito equivalente de una línea de transmisión con parámetros distribuidos.

Ahora si se considera una sección cualquiera de la línea, cuya longitud es infinitesimal, el valor numérico de cada uno de los parámetros es igual al parámetro correspondiente por unidad de longitud multiplicado por la longitud de la sección que es igual a  $\Delta z$ . La corriente  $i$  como la tensión  $v$  son funciones tanto de la distancia  $z$  como del tiempo  $t$ , de modo que al final de la sección considerada se tiene incrementos en corriente y tensión. Se pueden escribir ahora las relaciones siguientes para cambios de tensión y corriente:

$$\begin{aligned} v - \left[ v + \frac{\partial v}{\partial z} \Delta z \right] &= (R \Delta z)(i) + (L \Delta z) \left( \frac{\partial i}{\partial t} \right) \\ i - \left[ i + \frac{\partial i}{\partial z} \Delta z \right] &= (G \Delta z)(v) + (C \Delta z) \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (2.29)$$

al simplificar se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial z} &= - \left( Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \right) \\ \frac{\partial i}{\partial z} &= - \left( Gv + C \frac{\partial v}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (2.30)$$

El par de ecuaciones 2.30 se resuelven derivando una de ellas con respecto a  $z$  y la otra con respecto a  $t$ , para sustituir esta ultima en la primera y eliminar la variable de corriente, es decir:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = - \left( R \frac{\partial i}{\partial z} + L \frac{\partial^2 i}{\partial t \partial z} \right) \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial z \partial t} = - \left( G \frac{\partial v}{\partial t} + C \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) \quad (2.32)$$

si se sustituye las ecuaciones 2.30 y 2.32 en 2.31:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = R \left[ Gv + C \frac{\partial v}{\partial t} \right] + L \left[ G \frac{\partial v}{\partial t} + C \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right] \quad (2.33)$$

y reordenando términos se llega a la ecuación diferencial que debe satisfacer la onda de tensión:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = (RG)v + (RC + LG) \frac{\partial v}{\partial t} + (LC) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (2.34)$$

La ecuación 2.34 se le conoce como “*ecuación de telegrafista*” [6]. Si en vez de eliminar la variable  $i$  y siguiendo el procedimiento anterior, se elimina la variable  $v$ , entonces se obtiene una ecuación diferencial de segundo orden matemáticamente idéntico a la ecuación 2.34 que satisface a la onda de corriente:

$$\frac{\partial^2 i}{\partial z^2} = (RG)i + (RC + LG) \frac{\partial i}{\partial t} + (LC) \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \quad (2.35)$$

Las soluciones de las expresiones 2.34 y 2.35 se determinan si se considera que las variables de tensión y corriente son señales senoidales con relación al tiempo, como las ecuaciones son lineales y cuyos coeficientes son constantes se puede sustituir la tensión  $v(z, t) = \text{Re}(V(z) \cdot e^{j\omega t})$  y la corriente  $i(z, t) = \text{Re}(I(z) \cdot e^{j\omega t})$  (donde  $V(z)$  e  $I(z)$  son los fasores de tensión y corriente de la línea en función de la posición) en las ecuaciones 2.30:

$$\frac{dV}{dz} = -(R + j\omega L)I \quad (2.36)$$

$$\frac{dI}{dz} = -(G + j\omega C)V \quad (2.37)$$

Al derivar 2.36 y sustituir en el resultado a la expresión 2.37, se obtiene la ecuación diferencial de segundo orden en forma fasorial:

$$\frac{d^2V}{dz^2} = (R + j\omega L)(G + j\omega C)V \quad (2.38)$$

cuya solución general es de la forma:

$$V(z) = Ae^{-\gamma z} + Be^{+\gamma z} \quad (2.39)$$

en donde A y B son constantes aun por definir y  $\gamma$ :

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (2.40)$$

si se desea obtener la expresión para  $v(z, t)$  a partir del fasor  $V(z)$ , y recordando la definición de un fasor, simplemente se emplea la relación siguiente:

$$v(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} V(z) \cdot e^{j\omega t} d\omega$$

$$v(z, t) = \text{Re}[V(z)e^{j\omega t}] \quad (2.41)$$

Igualmente para la corriente, una vez conocido el fasor  $I(z)$ , la expresión en función del espacio y el tiempo se obtiene como:

$$i(z,t) = \int_{-\infty}^{\infty} I(z) \cdot e^{j\omega t} d\omega$$

$$i(z,t) = \text{Re}[I(z)e^{j\omega t}] \quad (2.42)$$

A  $\gamma$  definida por la ecuación 2.40, se le conoce como *constante de propagación*. Cada línea de transmisión posee un valor particular de  $\gamma$  y para determinada frecuencia, dependiendo de su geometría y de los materiales que la compongan, pues los cuatro parámetros por unidad de longitud  $R$ ,  $L$ ,  $G$  y  $C$  intervienen en la ecuación que la define, además de la frecuencia angular  $\omega$  [6]. De la figura 8, se ve que los parámetros  $R$  y  $L$  determinan la impedancia serie de la línea  $\bar{Z}_s$  y que los parámetros  $G$  y  $C$  determinan la admitancia en paralelo  $\bar{Y}_p$  ambas en por unidad de longitud. De modo que la constante de propagación  $\gamma$  queda definida como:

$$\gamma = \sqrt{\bar{Z}_s \cdot \bar{Y}_p} \quad (2.43)$$

dicho valor es un número complejo y también se puede expresar como:

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (2.44)$$

en donde la parte real  $\alpha$  [Neper por metro], representa la atenuación que sufre la onda de tensión, o de corriente, conforme viaje o se propaga a lo largo de la línea. Y  $\beta$  [radianes por metro] representa la rapidez del cambio de fase de la onda conforme se propague.

Ahora en cuanto a la ecuación 2.39, que es la forma general de la forma de tensión, si se deriva con respecto a  $z$  y si se sustituye en la ecuación 2.36 se obtiene la expresión fasorial para la onda de corriente:

$$I(z) = -\frac{1}{(R + j\omega L)} \frac{dV}{dz}$$

$$= -\frac{\gamma}{(R + j\omega L)} \left[ -Ae^{-\gamma z} + Be^{+\gamma z} \right] \quad (2.45)$$

Si se simplifica la formula 2.40 para  $\gamma$  en la expresión anterior de la corriente resulta:

$$I(z) = \frac{1}{\sqrt{\frac{(R + j\omega L)}{(G + j\omega C)}}} \left[ Ae^{-\gamma z} - Be^{+\gamma z} \right] \quad (2.46)$$

El denominador de la ecuación 2.46 es un numero complejo, y no es mas que la raíz cuadrada del cociente  $\bar{Z}_s$  sobre  $\bar{Y}_p$ . A este nuevo número complejo, que evidentemente es una impedancia, se le conoce como *impedancia característica de la línea* y se denota como  $Z_o$  [6]:

$$Z_o = \sqrt{\frac{(R + j\omega L)}{(G + j\omega C)}} \quad \Omega \quad \text{ó} \quad Z_o = \sqrt{\frac{\bar{Z}_s}{\bar{Y}_p}} \quad (2.47)$$

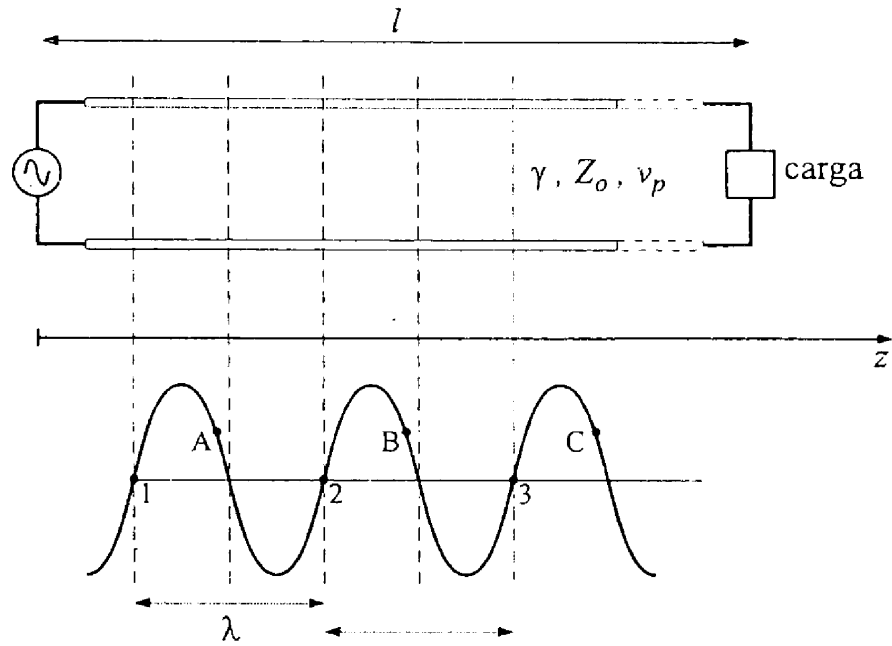
De forma similar a la constante de propagación, cada línea de transmisión tendrá su propio valor de impedancia característica  $Z_o$ , dependiendo de la geometría y las dimensiones de la línea, así como de la frecuencia de operación.

Se han definido hasta ahora, dos parámetros de la línea de transmisión: su constante de propagación y su impedancia característica. Existe un tercer parámetro, que da información adicional sobre la línea. Este es conocido como la *velocidad de fase*  $v_p$  que se define como:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi f}{\beta} \text{ [m/s]} \quad (2.48)$$

donde  $\beta$  es la constante de fase y  $\omega$  es la frecuencia angular. Obsérvese la figura 10 donde se considera, por simplicidad, que la línea no tiene atenuación y en consecuencia la onda de tensión no es amortiguada. Es decir que  $\gamma$  es puramente imaginaria, puesto que  $\alpha = 0$ .

La onda senoidal de tensión en la figura 10 viaja hacia la derecha, en la dirección positiva de  $z$ , y su magnitud no es alterada conforme avanza hacia la carga, puesto que no existe atenuación. Como se sabe la línea tiene una longitud física y una longitud eléctrica medida en longitudes de onda  $\lambda$  que depende de la frecuencia  $f$  y de la velocidad de propagación  $v_p$ .



**Figura 10.** Onda de tensión que se propaga sobre una línea de transmisión sin pérdidas.

Si se considera que el medio tiene una constante dieléctrica relativa  $\epsilon_r$ , entonces la onda se propaga a una velocidad dada por:

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (2.49)$$

donde  $C$  es la velocidad de la luz ( $300000 \text{ km/s}$ ). Al reducirse la velocidad de propagación, la longitud de onda también se reduce. Esta nueva longitud de onda se calcula como:

$$\lambda_{\text{medio}} = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v}{f} \quad (2.50)$$

En la ecuación 2.50,  $\lambda$  y  $\beta$  son inversamente proporcional entre si. De modo que si  $\beta = 2\pi/\lambda$ , al sustituirla en la ecuación 2.48 resulta:

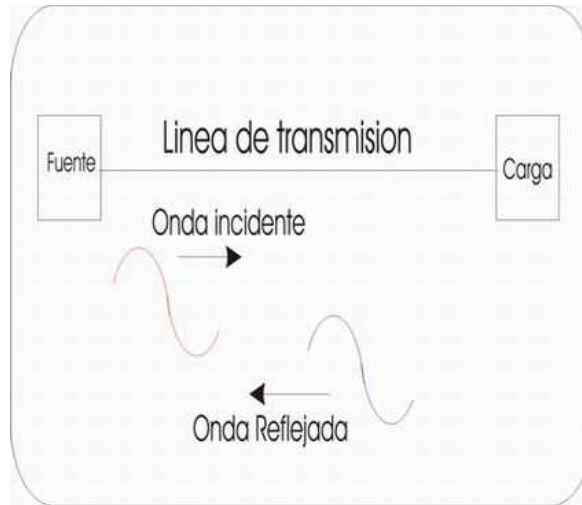
$$v_p = \frac{2\pi f}{2\pi/\lambda} = \lambda f \quad (2.51)$$

Por ultimo si se denota a la longitud total de la línea de la figura 10 como  $l$ , al tiempo total que tarda un punto cualquiera con una determinada fase en recorrer la distancia desde le generador hasta la carga se le denomina *tiempo de retardo* y es igual a [6]:

$$t_d = \frac{l}{v_p} = \frac{\beta l}{\omega} \quad (2.52)$$

### 2.4.3 Ondas Incidentes y Reflejadas en Líneas de Transmisión

Una línea de transmisión es bidireccional; la potencia puede propagarse desde la fuente hacia la carga o en dirección contraria. La tensión que se propaga, desde la fuente hacia la carga, se llama onda incidente, y la tensión que se propaga, desde la carga hacia la fuente se llama onda reflejada. En forma similar, existen corrientes incidentes y reflejadas. La tensión y la corriente incidentes, siempre están en fase si la impedancia característica es real. Visto de otra forma, la potencia reflejada es la porción de la potencia incidente que no fue absorbida por la carga. Por lo tanto, la potencia reflejada nunca puede ser mayor a la potencia incidente. La figura 11 muestra una fuente, una línea de transmisión, y una carga con sus ondas incidentes y reflejadas correspondientes:



**Figura 11.** Onda incidente y reflejada presente en una línea de transmisión.

#### 2.4.3.1 Coeficiente De Reflexión [5]

El coeficiente de reflexión  $\Gamma$  es una cantidad fasorial que representa la relación entre la tensión reflejada y la tensión incidente o entre la corriente reflejada y la corriente incidente. El coeficiente de reflexión,  $\Gamma$  esta definido por:

$$\Gamma = \frac{E_r}{E_i} \text{ o } \frac{I_r}{I_i} \quad (2.53)$$

en donde:

$E_i$  = tensión incidente

$E_r$  = tensión reflejado

$I_i$  = corriente incidente

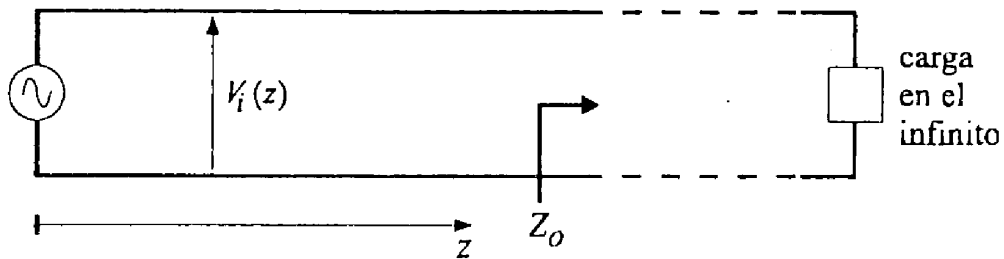
$I_r$  = corriente reflejada

### 2.4.3.2 Líneas acopladas

Si se supone una línea de transmisión de longitud infinita, como el visto en la figura 12, por la que viaja una onda de tensión, dada solo por el primer termino de la ecuación 2.39:

$$V_i(z) = Ae^{-\gamma z} \quad (2.54)$$

La expresión 2.54 representa la onda incidente. Como la línea es infinita, la onda nunca alcanzará a la carga y por lo tanto no existirán las condiciones para una onda reflejada, de allí que el segundo término de la ecuación 2.39 no se considere. La onda de tensión y corriente de la onda pueden escribirse entonces como:



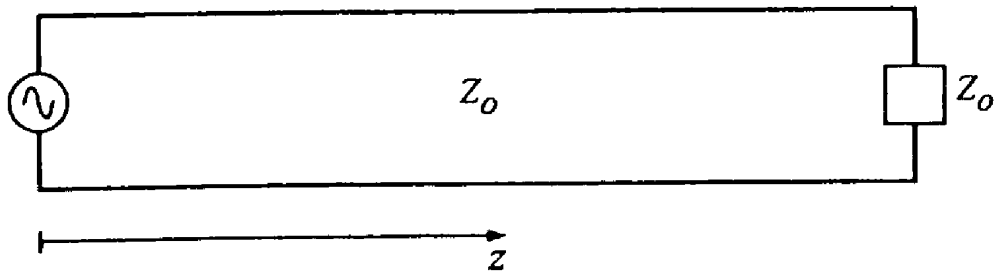
**Figura 12.** Línea de longitud infinita.

$$V_i(z) = Ae^{-\alpha z} e^{-j\beta z}$$

$$I_i(z) = \frac{1}{Z_o} [Ae^{-\alpha z} e^{-j\beta z}] \quad (2.55)$$

De las ecuaciones 2.55 se observa que el cociente entre la tensión sobre la corriente siempre es igual a  $Z_o$  independientemente del valor de la atenuación  $\alpha$ . Es decir este resultado es constante para cualquier punto  $z$  de la línea. Por lo tanto, la onda progresiva siempre observa hacia la derecha una impedancia igual a  $Z_o$ .

De aquí se deduce entonces, que si al final de una línea finita de impedancia característica  $Z_o$  se conecta una carga con impedancia también igual a  $Z_o$ , la línea se comportará como si fuese infinita, en el sentido de que no habrá una onda reflejada<sup>[5]</sup>. Es decir, una línea de longitud finita que esta terminada con una carga igual a su impedancia característica le entregará toda la potencia incidente disponible a la carga (principio de máxima transferencia). Cuando esto ocurre, se dice que la línea esta acoplada [6]. Observe la figura 13.



**Figura 13.** Línea finita acoplada.

Si la impedancia característica  $Z_o$  y la impedancia de carga  $Z_L$  son diferentes, la línea ya no se comportará como infinita, es decir estará desacoplada y existirá ondas reflejadas.

En cualquier punto  $z$  de la línea desacoplada, la onda total de tensión será la superposición de la onda incidente y la onda reflejada. Esto se expresa en la solución general dada por la ecuación 2.39:

$$V(z) = \underbrace{Ae^{-\gamma z}}_{V_i(z)} + \underbrace{Be^{+\gamma z}}_{V_r(z)} \quad (2.56)$$

análogamente, para la onda total de corriente se tiene:

$$I(z) = \frac{Ae^{-\gamma z}}{\underbrace{Z_o}_{I_i(z)}} - \frac{Be^{+\gamma z}}{\underbrace{Z_o}_{I_r(z)}} \quad (2.57)$$

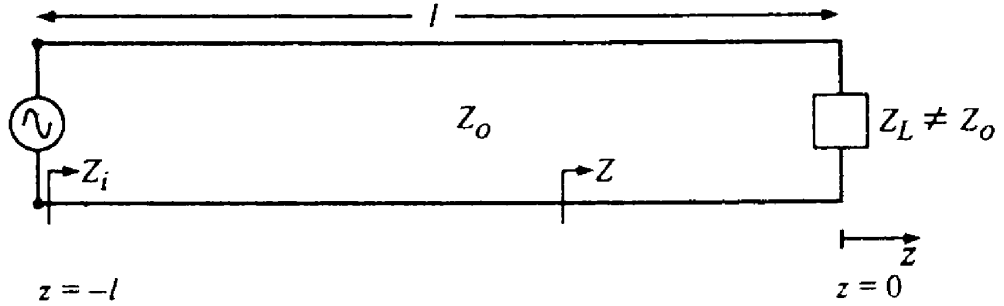
#### 2.4.4 Impedancia de entrada de una línea terminada con una carga arbitraria.

Si se considera una línea finita de longitud  $l$  como el de la figura 14 y se establece al punto donde esta la carga como  $z=0$  y al punto donde estará situado el generador como  $z=-l$ , la ecuación 2.56 que describe el comportamiento de la onda de tensión y la ecuación 2.57 que describe a la onda de corriente, no se verían afectadas pues la coordenada  $z$  crece en el mismo sentido que antes, de izquierda a derecha.

El cociente de la ecuación 2.56 sobre la ecuación 2.57 representa la impedancia  $z$  vista hacia la derecha (en dirección a la carga) desde cualquier punto en la línea:

$$Z(z) = \frac{V(z)}{I(z)} = Z_o \frac{Ae^{-\gamma z} + Be^{\gamma z}}{Ae^{-\gamma z} - Be^{\gamma z}} \quad (2.58)$$

Si  $z=-l$ , entonces la impedancia de entrada  $Z_i$  vista por el generador hacia la derecha será:



**Figura 14.** Línea de longitud  $l$  terminada con una carga arbitraria en  $z=0$

$$Z_i = Z_0 \frac{Ae^{\gamma l} + Be^{-\gamma l}}{Ae^{\gamma l} - Be^{-\gamma l}} \quad (2.59)$$

ahora bien, en  $z=0$ , donde esta la carga  $Z_L$ , de la ecuación 2.58 se obtiene:

$$Z_L = \frac{V(0)}{I(0)} = Z_0 \frac{A+B}{A-B} = Z_0 \frac{1+B/A}{1-B/A}$$

$$Z_L - \frac{B}{A}Z_L = Z_0 + \frac{B}{A}Z_0$$

de donde:

$$\Gamma = \frac{B}{A} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (2.60)$$

La ecuación 2.60 es otra forma de expresar el coeficiente de reflexión  $\Gamma$ . Si se divide el numerador y el denominador de la ecuación 2.59 entre  $Ae^{\gamma l}$ , se tiene que:

$$Z_i = Z_0 \frac{1 + (B/A)e^{-2\gamma l}}{1 - (B/A)e^{-2\gamma l}}$$

y como  $\Gamma = B/A$  (ecuación 2.60):

$$Z_i = Z_0 \frac{1 + \Gamma e^{-2\gamma l}}{1 - \Gamma e^{-2\gamma l}} \quad (2.61)$$

La ecuación 2.61 permite calcular la impedancia de entrada de la línea conociendo su impedancia característica, el coeficiente de reflexión en el punto de la carga, la constante de propagación y su longitud. Para determinar la impedancia de entrada en función de la impedancia de carga en lugar del coeficiente de reflexión, se utiliza la ecuación 2.60 y escribiendo la ecuación 2.59 como:

$$\begin{aligned} Z_i &= Z_0 \frac{\frac{B(Z_L + Z_0)e^{\gamma l}}{(Z_L - Z_0)} + \frac{Be^{-\gamma l}}{1}}{\frac{B(Z_L + Z_0)e^{\gamma l}}{(Z_L - Z_0)} - \frac{Be^{-\gamma l}}{1}} \\ &= Z_0 \frac{(Z_L + Z_0)e^{\gamma l} + (Z_L - Z_0)e^{-\gamma l}}{(Z_L + Z_0)e^{\gamma l} - (Z_L - Z_0)e^{-\gamma l}} \\ &= Z_0 \frac{Z_L(e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}) + Z_0(e^{\gamma l} - e^{-\gamma l})}{Z_L(e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}) + Z_0(e^{\gamma l} + e^{-\gamma l})} \\ &= Z_0 \frac{2Z_L \cosh \gamma l + 2Z_0 \sinh \gamma l}{2Z_0 \cosh \gamma l + 2Z_L \sinh \gamma l} \end{aligned}$$

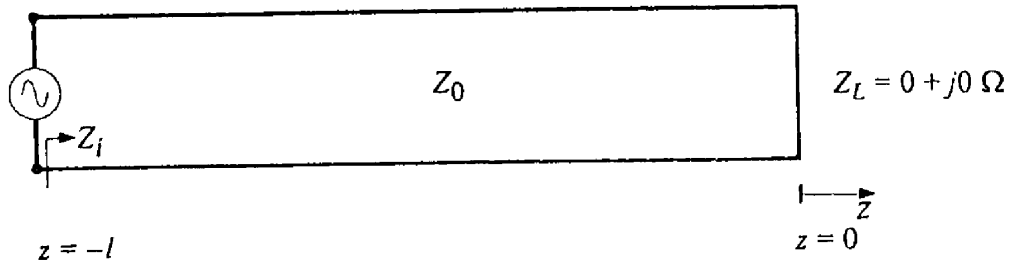
y al dividir numerador y denominador entre  $2 \cosh(\gamma l)$ , queda:

$$Z_i = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh \gamma l}{Z_0 + Z_L \tanh \gamma l} \quad (2.62)$$

#### 2.4.5 Impedancia de entrada de una línea terminada en corto circuito.

Si se considera una línea en cuyo extremo de la carga esta en corto circuito (Figura 15), al evaluar la ecuación 2.56 en  $z=0$ , y dado que la tensión en ese punto es cero, se obtiene:

$$V(0) = A + B \Rightarrow B = -A \quad (\Gamma = -1)$$



**Figura 15.** Línea terminada en corto circuito.

Utilizando la relación anterior, las expresiones para  $V(z)$  e  $I(z)$  de las ecuaciones 2.56 y 2.57 respectivamente se pueden reescribir de la siguiente forma:

$$V(z) = Ae^{-\gamma z} - Ae^{\gamma z} = A(e^{-\gamma z} - e^{\gamma z})$$

$$I(z) = \frac{Ae^{-\gamma z}}{Z_0} + \frac{Ae^{\gamma z}}{Z_0} = \frac{A}{Z_0}(e^{-\gamma z} + e^{\gamma z})$$

La impedancia de entrada vista por el generador se obtiene sustituyendo  $z=-l$  y tomando el cociente tradicional de las dos relaciones anteriores:

$$\begin{aligned} Z_{i,cc} &= \frac{V(-l)}{I(-l)} = Z_0 \frac{A(e^{\gamma l} - e^{-\gamma l})}{A(e^{\gamma l} + e^{-\gamma l})} \\ &= Z_0 \frac{1 - e^{-2\gamma l}}{1 + e^{-2\gamma l}} = Z_0 \tanh(\gamma l) \end{aligned} \quad (2.63)$$

#### 2.4.6 Impedancia de entrada de una línea terminada en circuito abierto

Para un circuito abierto en el punto de la carga (figura 16), se tendrá una corriente igual a cero. Por lo tanto, a partir de la ecuación 2.57:

$$I(0) = (1/Z_0)(A - B) = 0 \quad \Rightarrow \quad A = B \quad (\Gamma = 1)$$

por lo que:

$$V(z) = A(e^{-\gamma z} + e^{\gamma z})$$

$$I(z) = \frac{A}{Z_0}(e^{-\gamma z} - e^{\gamma z})$$

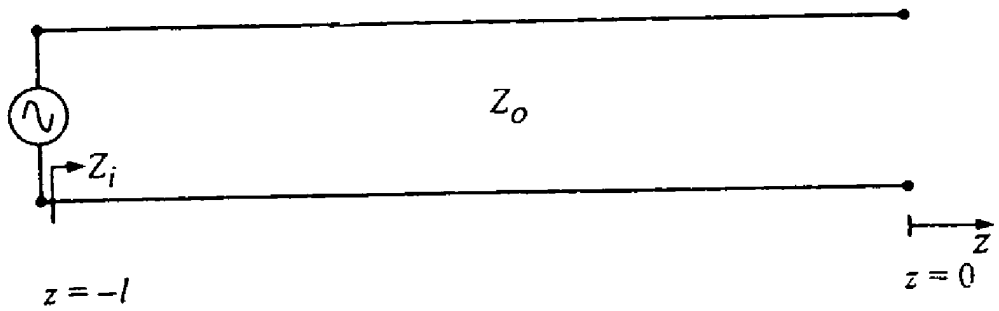


Figura 16. Línea terminada en circuito abierto.

y la impedancia vista en  $z=-l$  será:

$$\begin{aligned} Z_{i,ca} &= \frac{V(-l)}{I(-l)} = Z_0 \frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}} \\ &= Z_0 \frac{1 + e^{-2\gamma l}}{1 - e^{-2\gamma l}} = Z_0 \coth(\gamma l) \end{aligned} \quad (2.64)$$

#### 2.4.7 Líneas desacopladas y ondas estacionarias

Si se considera  $\alpha = 0$ , entonces  $Z_i$  establecida en la ecuación 2.62 queda:

$$Z_i = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh j\beta l}{Z_0 + Z_L \tanh j\beta l} \quad (2.65)$$

y como  $\tanh(j\beta l) = j \tan(\beta l)$ , la ecuación anterior se define finalmente de la forma:

$$Z_i = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l} \quad (2.66)$$

Se destaca, que la ecuación 2.66 no solo permite calcular la impedancia de entrada de la línea, sino también la impedancia  $Z$  vista en cualquier punto, si se sustituye el valor  $z$  de la distancia del punto en estudio. Ahora para cualquier distancia  $z$ , la magnitud de la tensión total se puede obtener de la ecuación 2.56 como:

$$|V(z)| = |Ae^{-jz} + Be^{+jz}| = \left| Ae^{-jz} \left( 1 + \frac{B}{A} e^{2jz} \right) \right| \quad (2.67)$$

El cociente  $B/A$  es igual al coeficiente de reflexión en la carga, (ecuación 2.60), este coeficiente  $\Gamma$  es complejo y se representa como:

$$\Gamma = \frac{B}{A} = |\Gamma| e^{j\theta} \quad |\Gamma| \leq 1 \quad (2.68)$$

Por lo tanto, si se supone que  $\alpha = 0$ , la expresión para la magnitud de la tensión queda de la forma:

$$|V(z)| = |Ae^{-j\beta z}| |1 + \Gamma e^{j2\beta z}| = A |1 + \Gamma e^{j2\beta z}|$$

$$\begin{aligned}
&= A \left| 1 + |\Gamma| e^{j\theta} e^{j2\beta z} \right| \\
&= A \left| \underbrace{1 + |\Gamma| \cos(2\beta z + \theta)}_{\text{real}} + j \underbrace{|\Gamma| \sin(2\beta z + \theta)}_{\text{imaginaria}} \right| \\
&= A \left[ 1 + 2|\Gamma| \cos(2\beta z + \theta) + |\Gamma|^2 \cos^2(2\beta z + \theta) + |\Gamma|^2 \sin^2(2\beta z + \theta) \right]^{1/2} \quad (2.69)
\end{aligned}$$

y finalmente:

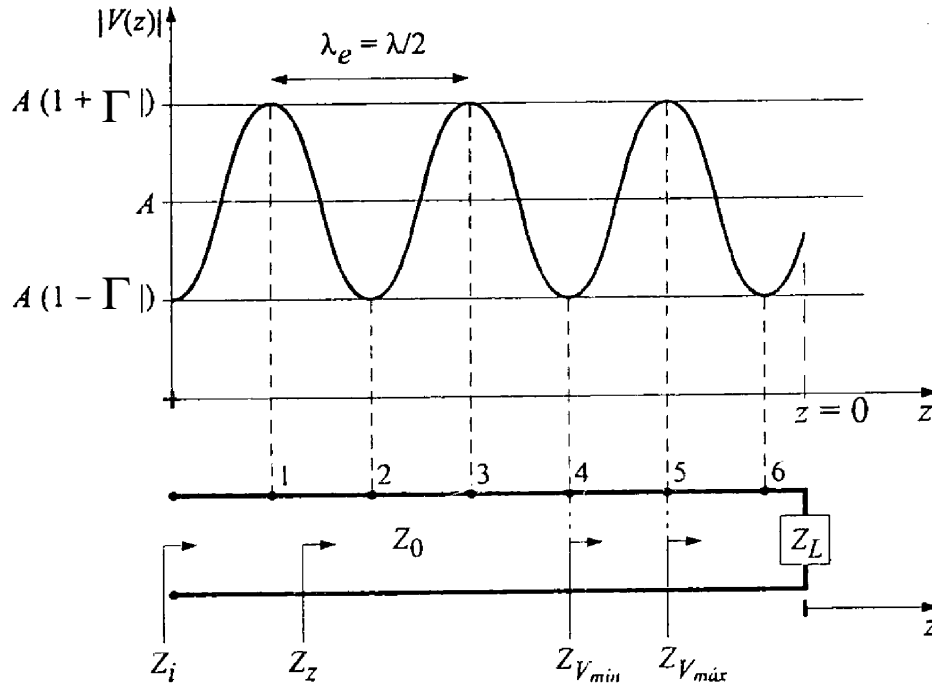
$$|V(z)| = A \sqrt{1 + 2|\Gamma| \cos(2\beta z + \theta) + |\Gamma|^2} \quad (2.70)$$

De la ecuación 2.70, si se considera que  $-1 \leq \cos(2\beta z + \theta) \leq 1$ , se obtienen sus valores extremos como:

$$\begin{aligned}
\text{cuando } \cos(2\beta z + \theta) = 1 \quad \Rightarrow \quad |V(z)| &= A \sqrt{1 + 2|\Gamma| + |\Gamma|^2} \\
&= A(1 + |\Gamma|) \quad (2.71)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{cuando } \cos(2\beta z + \theta) = -1 \quad \Rightarrow \quad |V(z)| &= A \sqrt{1 - 2|\Gamma| + |\Gamma|^2} \\
&= A(1 - |\Gamma|) \quad (2.72)
\end{aligned}$$

La onda de tensión que se muestra en la figura 17, tendrá entonces un valor máximo  $A(1 + |\Gamma|)$  y un valor mínimo igual a  $A(1 - |\Gamma|)$ :



**Figura 17.** Línea desacoplada ( $Z_L \neq Z_o$ ) y su patrón típico de onda de tensión total (patrón de onda estacionaria).

Al patrón mostrado en la figura anterior, se le conoce como *patrón de onda estacionaria*, la misma es periódica pero con un valor diferente al periodo de la onda incidente. Mientras que la onda incidente y reflejada tienen un periodo de  $\beta_z$ , la onda total (superposición de las dos anteriores) tiene un periodo de  $2\beta_z$ . Es decir, la longitud de la onda estacionaria es la mitad de la longitud de la onda incidente  $\lambda_e = \lambda/2$  [6]. La posición de los puntos mínimos y máximos de la onda en la figura 17 dependen del ángulo  $\theta$  del coeficiente de reflexión de la carga, dado por la ecuación 2.68.

La onda de corriente posee una forma similar, pero su valor es máximo cuando el valor de tensión es mínimo y viceversa. El procedimiento para deducir la expresión matemática de esta onda estacionaria de corriente es el mismo, quedando esta como:

$$|I(z)| = \frac{A}{Z_0} \sqrt{1 - 2|\Gamma| \cos(2\beta z + \theta) + |\Gamma|^2} \quad (2.73)$$

Al cociente de la tensión máxima de la onda estacionaria sobre la tensión mínima se le conoce como *relación de onda estacionaria* o *ROE* [6]:

$$ROE = VSWR = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad (2.74)$$

Si se efectúa el cociente de la tensión máxima sobre la corriente mínima (ambos en un mismo punto), se obtiene el valor de impedancia vista en dicho punto hacia la carga.

$$\begin{aligned} Z|_{V_{\max}} &= \frac{|V(z)|_{\max}}{|I(z)|_{\min}} = \frac{A(1 + |\Gamma|)}{\frac{A}{Z_0}(1 - |\Gamma|)} \\ &= Z_0 \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = (Z_0)(VSWR) \end{aligned} \quad (2.75)$$

Análogamente, para el punto donde la tensión es mínima y la corriente es máxima, se tendrá:

$$\begin{aligned}
 Z|_{V_{\min}} &= \frac{|V(z)|_{\min}}{|I(z)|_{\max}} = \frac{A(1-|\Gamma|)}{\frac{A}{Z_0}(1+|\Gamma|)} \\
 &= Z_0 \frac{1-|\Gamma|}{1+|\Gamma|} = \frac{Z_0}{VSWR}
 \end{aligned} \tag{2.76}$$

Como  $Z_0$  es real, ambas impedancias dadas por las ecuaciones 2.75 y 2.76 solo tienen componente real.

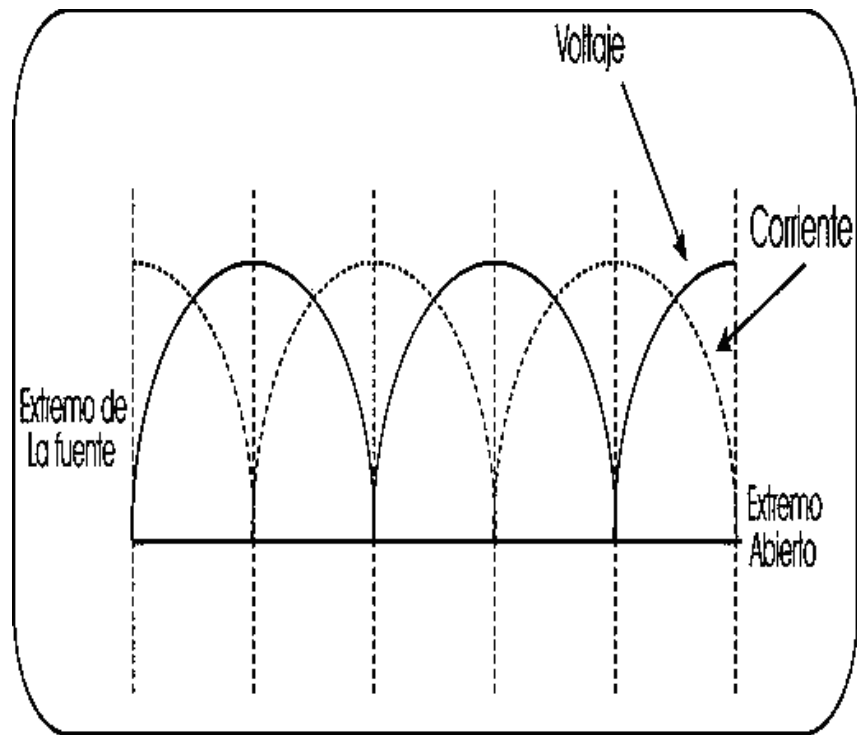
De la ecuación 2.74 se desprende que la magnitud del coeficiente de reflexión de tensiones se puede calcular si se conoce el  $VSWR$ . Es decir, no es necesario conocer el valor absoluto de las tensiones, solamente su proporción o  $VSWR$ :

$$\begin{aligned}
 1+|\Gamma| &= VSWR - (VSWR)|\Gamma| \\
 |\Gamma| &= \frac{VSWR-1}{VSWR+1}
 \end{aligned} \tag{2.77}$$

#### 2.4.7.1 Ondas estacionarias en una línea abierta [5].

El comportamiento de las ondas estacionarias en una línea de transmisión terminada en un circuito abierto puede resumirse como sigue:

1. La onda incidente de tensión se refleja de nuevo exactamente igual (es decir, sin inversión de fase).
2. La onda incidente de corriente se refleja nuevamente  $180^\circ$  de como habría continuado (inversión de fase).
3. La suma de las formas de ondas de corriente reflejada e incidente es mínima a circuito abierto.
4. La suma de las formas de ondas de tensión reflejada e incidente es máxima a circuito abierto.



**Figura 18.** Ondas estacionarias en un circuito abierto.

#### 2.4.7.2 Ondas estacionarias en una línea en cortocircuito [5].

El comportamiento de las ondas estacionarias en una línea de transmisión terminada en cortocircuito puede resumirse como sigue:

1. La onda estacionaria de tensión se refleja hacia atrás  $180^\circ$  invertidos con respecto a la onda incidente.
2. La onda estacionaria de corriente se refleja, sin inversión.
3. La suma de las formas de ondas incidentes y reflejadas es máxima en el corto.
4. La suma de las formas de ondas incidentes y reflejadas es cero en el corto.

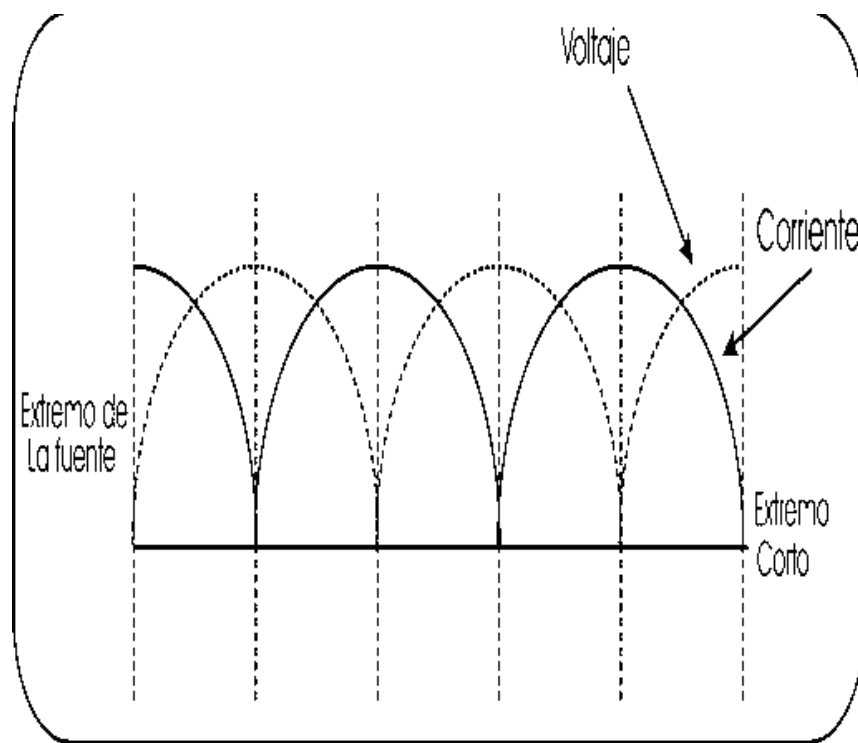


Figura 19. Ondas estacionarias en cortocircuito.

#### 2.4.8 Estudio de una línea de transmisión en el dominio del tiempo.

La utilidad de caracterizar el comportamiento de una línea de transmisión en el dominio de la frecuencia es evidente si se considera que después mediante la teoría de Fourier es posible obtener el estudio de dicha línea en el dominio del tiempo.

Sea un sistema integrado por un generador de tensión  $V_g = |V_g| \cdot \text{sen}(\omega t)$ , una línea de transmisión de longitud  $l$  e impedancia característica  $Z_o$ , la misma se conecta a una carga arbitraria  $Z_L$  como se muestra en la figura 20:

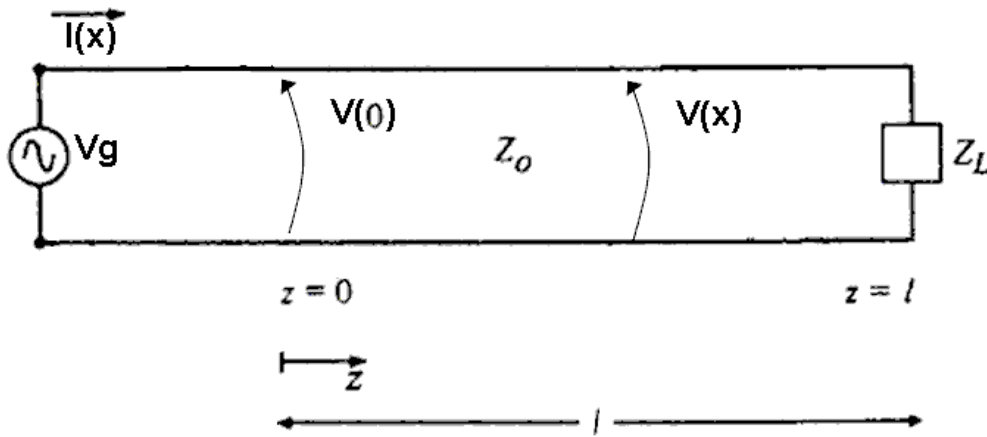


Figura 20. Línea de transmisión de longitud  $l$  e impedancia  $Z_o$  conectada a un generador de tensión  $V_g$  y a una carga  $Z_L$ .

Aplicando ley de Kirchhoff en el punto  $z=0$ :

$$-V_g + V(0) = 0 \quad (2.78)$$

Retomando la solución general de tensión para una línea de transmisión expresada en la ecuación 2.56, evaluándola para  $z=0$ , al sustituir en la ecuación 2.78:

$$-V_g + A + B = 0 \quad (2.79)$$

al despejar la ecuación 2.79:

$$V_g = A + B \quad (2.80)$$

por otra parte, si se aplica ley de Kirchoff en el punto  $z=l$  de la figura 20:

$$V(l) = I(l)Z_L \quad (2.81)$$

Evaluando las soluciones generales de tensión y corriente para una línea de transmisión expresada en las ecuaciones 2.56 y 2.57 en  $z=l$ , sustituyendo en la ecuación 2.81 y resolviendo:

$$Ae^{-\gamma l} + Be^{\gamma l} = \frac{Z_L}{Z_0} (Ae^{-\gamma l} - Be^{\gamma l})$$

$$Ae^{-\gamma l} - \frac{Z_L}{Z_0} Ae^{-\gamma l} = -Be^{\gamma l} \left( 1 + \frac{Z_L}{Z_0} \right)$$

$$Ae^{-\gamma l} \left( 1 - \frac{Z_L}{Z_0} \right) = -Be^{\gamma l} \left( \frac{Z_0 + Z_L}{Z_0} \right)$$

$$Ae^{-\gamma l} \frac{Z_0 - Z_L}{Z_0} = -Be^{\gamma l} \frac{Z_0 + Z_L}{Z_0}$$

$$Ae^{-\gamma} \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = Be^{\gamma}$$

$$B = Ae^{-2\gamma} \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (2.82)$$

Aplicando a la ecuación 2.82, el concepto de coeficiente de reflexión  $\Gamma_L$  expresado en la ecuación 2.60 tenemos:

$$B = Ae^{-2\gamma} \cdot \Gamma_L \quad (2.83)$$

sustituyendo la ecuación 2.83 en 2.80:

$$V_g = A + (Ae^{-2\gamma} \cdot \Gamma_L) \quad (2.84)$$

despejando A de la ecuación 2.84:

$$A = \frac{V_g}{1 + \Gamma_L e^{-2\gamma}} \quad (2.85)$$

si se sustituye la ecuación 2.85 en 2.83 se obtiene B:

$$B = \frac{V_g \Gamma_L e^{-2\gamma}}{1 + \Gamma_L e^{-2\gamma}} \quad (2.86)$$

La solución general de tensión para una línea de transmisión de la ecuación 2.56 puede reescribirse a partir de las expresiones 2.85 y 2.86 como:

$$V(z) = V_g \frac{1}{1 + \Gamma_L e^{-2\gamma}} [e^{-\gamma z} + \Gamma_L e^{\gamma(z-2l)}] \quad (2.87)$$

La función  $\frac{1}{1-X}$  puede expresarse en términos de infinitas ondas como:

$$\frac{1}{1-X} = 1 + X + X^2 + X^3 + \dots + X^n \quad (2.88)$$

Por lo tanto, la relación  $\frac{1}{1-(-\Gamma_L)e^{-2\gamma l}}$  de la ecuación 2.87 puede escribirse en términos de infinitas ondas según el planteamiento 2.88, quedando la solución general de tensión para una línea de transmisión expresada como:

$$\begin{aligned} V(z) &= V_g \left[ e^{-\gamma z} + \Gamma_L e^{\gamma(z-2l)} \right] \left[ 1 - \Gamma_L e^{-2\gamma l} + (\Gamma_L)^2 e^{-4\gamma l} - (\Gamma_L)^3 e^{-6\gamma l} + \dots + (\Gamma_L)^n e^{-2n\gamma l} \right] \\ V(z) &= V_g \left[ e^{-\gamma z} + \Gamma_L e^{\gamma(z-2l)} - \Gamma_L^2 e^{-\gamma(z+2l)} - \Gamma_L^3 e^{\gamma(z-4l)} + (\Gamma_L)^2 e^{-\gamma(z+4l)} + \Gamma_L^3 e^{\gamma(z-6l)} \right. \\ &\quad \left. - (\Gamma_L)^3 e^{-\gamma(z+6l)} - \Gamma_L^4 e^{\gamma(z-8l)} + \dots + (\Gamma_L)^n e^{-\gamma(z+2nl)} + \Gamma_L^{n+1} e^{\gamma(z-2l(n+1))} \right] \quad (2.89) \end{aligned}$$

Al recordar que la expresión 2.43 que define la constante de propagación y asumiendo una línea de transmisión sin pérdidas obtenemos:

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} \quad (2.90)$$

sustituyendo la ecuación 2.90 en 2.89:

$$\begin{aligned} V(z) &= V_g \left[ e^{-j\omega\sqrt{LC}z} + \Gamma_L e^{j\omega\sqrt{LC}(z-2l)} - \Gamma_L^2 e^{-j\omega\sqrt{LC}(z+2l)} - \Gamma_L^3 e^{j\omega\sqrt{LC}(z-4l)} \right. \\ &\quad \left. + (\Gamma_L)^2 e^{-j\omega\sqrt{LC}(z+4l)} + \Gamma_L^3 e^{j\omega\sqrt{LC}(z-6l)} - (\Gamma_L)^3 e^{-j\omega\sqrt{LC}(z+6l)} - \Gamma_L^4 e^{j\omega\sqrt{LC}(z-8l)} \right. \\ &\quad \left. + \dots + (\Gamma_L)^n e^{-j\omega\sqrt{LC}(z+2nl)} + \Gamma_L^{n+1} e^{j\omega\sqrt{LC}(z-2l(n+1))} \right] \quad (2.91) \end{aligned}$$

La expresión 2.91 expresa la solución general de tensión de una línea de transmisión de longitud  $l$  e impedancia  $Z_o$  en función de la frecuencia, que se conecta a un generador de impedancia  $Z_g$  y a una carga  $Z_L$ . Para obtener la solución general de tensión en el dominio del tiempo se plantea la identidad de Fourier que reza lo siguiente:

$$V(x,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} V(z) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.92)$$

En este punto es importante recordar que los valores de  $\omega$  son siempre positivos por lo que los límites de integración de la expresión 2.92 son  $[0 \rightarrow \infty]$ . A continuación se resuelve la identidad de Fourier:

$$\begin{aligned} V(x,t) = \frac{|V_g|}{2\pi} \int_0^{\infty} \text{sen}(\omega t) & \left[ e^{-j\omega(\sqrt{LC}z-t)} + \Gamma_L e^{-j\omega(\sqrt{LC}(2l-z)-t)} - \Gamma_L e^{-j\omega(\sqrt{LC}(z+2l)-t)} - \Gamma_L^2 e^{-j\omega(\sqrt{LC}(4l-z)-t)} \right. \\ & + (\Gamma_L)^2 e^{-j\omega(\sqrt{LC}(z+4l)-t)} + \Gamma_L^3 e^{-j\omega(\sqrt{LC}(6l-z)-t)} - (\Gamma_L)^3 e^{-j\omega(\sqrt{LC}(z+6l)-t)} - \Gamma_L^4 e^{-j\omega(\sqrt{LC}(8l-z)-t)} \\ & \left. + \dots + (\Gamma_L)^n e^{-j\omega(\sqrt{LC}(z+2nl)-t)} + \Gamma_L^{n+1} e^{-j\omega(\sqrt{LC}(2l(n+1)-z)-t)} \right] d\omega \quad (2.93) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(x,t) = \frac{|V_g|}{2\pi} & \left[ \frac{e^{-j\omega(\sqrt{LC}z-t)} \left[ -j(\sqrt{LC}z-t)\text{sen}(\omega t) - t \cos(\omega t) \right]}{(\sqrt{LC}z-t)^2 + t^2} + \frac{\Gamma_L e^{-j\omega(\sqrt{LC}(2l-z)-t)} \left[ -j(\sqrt{LC}(2l-z)-t)\text{sen}(\omega t) - t \cos(\omega t) \right]}{(\sqrt{LC}(2l-z)-t)^2 + t^2} \right. \\ & - \frac{\Gamma_L e^{-j\omega(\sqrt{LC}(z+2l)-t)} \left[ -j(\sqrt{LC}(z+2l)-t)\text{sen}(\omega t) - t \cos(\omega t) \right]}{(\sqrt{LC}(z+2l)-t)^2 + t^2} - \frac{\Gamma_L^2 e^{-j\omega(\sqrt{LC}(4l-z)-t)} \left[ -j(\sqrt{LC}(4l-z)-t)\text{sen}(\omega t) - t \cos(\omega t) \right]}{(\sqrt{LC}(4l-z)-t)^2 + t^2} \\ & \left. + \frac{(\Gamma_L)^2 e^{-j\omega(\sqrt{LC}(z+4l)-t)} \left[ -j(\sqrt{LC}(z+4l)-t)\text{sen}(\omega t) - t \cos(\omega t) \right]}{(\sqrt{LC}(z+4l)-t)^2 + t^2} + \frac{\Gamma_L^3 e^{-j\omega(\sqrt{LC}(6l-z)-t)} \left[ -j(\sqrt{LC}(6l-z)-t)\text{sen}(\omega t) - t \cos(\omega t) \right]}{(\sqrt{LC}(6l-z)-t)^2 + t^2} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{(\Gamma_L)^3 e^{-j\omega(\sqrt{LC}(z+6l)-t)} \left[ -j(\sqrt{LC}(z+6l)-t)\text{sen}(\omega t) - t \cos(\omega t) \right]}{(\sqrt{LC}(z+6l)-t)^2 + t^2} - \frac{\Gamma_L^4 e^{-j\omega(\sqrt{LC}(8l-z)-t)} \left[ -j(\sqrt{LC}(8l-z)-t)\text{sen}(\omega t) - t \cos(\omega t) \right]}{(\sqrt{LC}(8l-z)-t)^2 + t^2} \\
& + \dots + \frac{(\Gamma_L)^n e^{-j\omega(\sqrt{LC}(z+2nl)-t)} \left[ -j(\sqrt{LC}(z+2nl)-t)\text{sen}(\omega t) - t \cos(\omega t) \right]}{(\sqrt{LC}(z+2nl)-t)^2 + t^2} \\
& + \frac{\Gamma_L^{n+1} e^{-j\omega(\sqrt{LC}(2l(n+1)-z)-t)} \left[ -j(\sqrt{LC}(2l(n+1)-z)-t)\text{sen}(\omega t) - t \cos(\omega t) \right]}{(\sqrt{LC}(2l(n+1)-z)-t)^2 + t^2} \Bigg]_{-\infty}^{\infty} d\omega \quad (2.94)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V(x,t) = \frac{|V_g|}{2\pi} \Bigg[ & \frac{t}{(\sqrt{LC}z-t)^2 + t^2} + \frac{\Gamma_L \cdot t}{(\sqrt{LC}(2l-z)-t)^2 + t^2} - \frac{\Gamma_L \cdot t}{(\sqrt{LC}(z+2l)-t)^2 + t^2} - \frac{\Gamma_L^2 \cdot t}{(\sqrt{LC}(4l-z)-t)^2 + t^2} \\
& + \frac{(\Gamma_L)^2 \cdot t}{(\sqrt{LC}(z+4l)-t)^2 + t^2} + \frac{\Gamma_L^3 \cdot t}{(\sqrt{LC}(6l-z)-t)^2 + t^2} - \frac{(\Gamma_L)^3 \cdot t}{(\sqrt{LC}(z+6l)-t)^2 + t^2} - \frac{\Gamma_L^4 \cdot t}{(\sqrt{LC}(8l-z)-t)^2 + t^2} \\
& + \dots + \frac{(\Gamma_L)^n \cdot t}{(\sqrt{LC}(z+2nl)-t)^2 + t^2} + \frac{\Gamma_L^{n+1} \cdot t}{(\sqrt{LC}(2l(n+1)-z)-t)^2 + t^2} \Bigg] \quad (2.95)
\end{aligned}$$

Quedando la expresión 2.95 como la solución de tensión de una línea de transmisión de longitud  $l$  e impedancia  $Z_o$  en el dominio del tiempo cuando es conectada a un generador de tensión  $V_g = |V_g| \cdot \text{sen}(\omega t)$  y a una carga arbitraria  $Z_L$ .

## CAPÍTULO III

### MEDICIONES Y VALIDACIÓN DE RESULTADOS

#### **3.1 Método no convencional para la medición de Impedancia de Puesta a Tierra en el dominio de la frecuencia.**

El Método de Caída de Potencial de la recomendación IEEE 81-1983 explicado en la sección 2.3 de este trabajo es normalmente utilizado para mediciones de hasta 25kHz; sin embargo, dicha norma no menciona precauciones que se han de tomar cuando el suelo es sometido a ondas de tensión y corriente que posee una frecuencia mayor a la anterior mencionada; se diseña entonces un método no convencional para la medición de impedancia de puesta a tierra bajo estas condiciones, explicándose en esta sección la metodología propuesta.

Se parte del principio de que se hace circular una corriente eléctrica a través de un electrodo de prueba  $E$ , midiendo simultáneamente los valores de caída de potencial que el paso de esta corriente provoca entre la tierra bajo prueba y un electrodo de potencial  $P$  utilizado como referencia para la medición. Además del electrodo de potencial el sistema está constituido por un electrodo de corriente  $C$  cuya finalidad es cerrar el circuito y dos líneas de transmisión que permite el paso de la corriente. El electrodo de prueba  $E$  se asume por conveniencia con potencial cero. Se debe tener cuidado con mantener constante la altura entre las líneas y el suelo debido a que de este modo garantizamos que la impedancia característica de la línea se mantenga constante a lo largo de la misma y conocida esta, podemos reducir al máximo las reflexiones de ondas y ondas estacionarias al acoplar con una resistencia

de valor igual a dicha impedancia característica  $Z_o$  en la línea que se utiliza para medir la caída de tensión.

Para seleccionar dicha impedancia de acoplamiento se lleva a cabo una prueba utilizando un generador de ondas cuadradas conectado a la línea de transmisión a estudiar, se observa a través de un osciloscopio la señal de tensión en la línea y se varía gradualmente el valor de impedancia de acoplamiento hasta observar una señal de tensión constante. Ocurrido esto, se puede decir que la impedancia de acoplamiento obtenida corresponde a un valor igual a la impedancia característica  $Z_o$  debido a que se ha reducido al máximo las reflexiones de ondas.

Las líneas de transmisión correspondiente al circuito de tensión y corriente deben ser ubicadas en dirección opuesta entre si, como se observa en la figura 21 correspondiente al sistema de medición, esto con la finalidad de evitar el acoplamiento por inductancia mutua entre ellas que pueden originar errores en la medición de impedancia característica  $Z_o$  (dependiente de  $R$  y  $L$ , observe la ecuación 2.47).

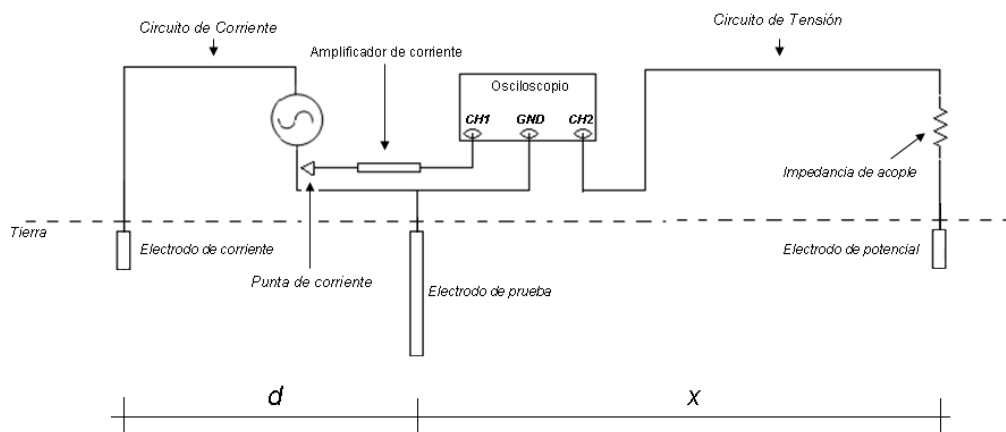


Figura 21. Método No Convencional para la medición de la Impedancia de Puesta a Tierra en el dominio de la frecuencia.

Ahora bien, si consideramos un abierto como condiciones de fronteras para la línea de transmisión del circuito de tensión de la figura anterior, se obtiene que  $A = B$  y teniendo en cuenta la ecuación 2.47 correspondiente al concepto de impedancia característica  $Z_o$ , las ecuaciones 2.39 y 2.46 de tensión y corriente en dicha línea de transmisión con respecto a la distancia  $x$  quedan definidas como:

$$V(x) = A(e^{-x} + e^x) \quad (3.1)$$

$$I(x) = \frac{A}{Z_o}(e^{-x} - e^x) \quad (3.2)$$

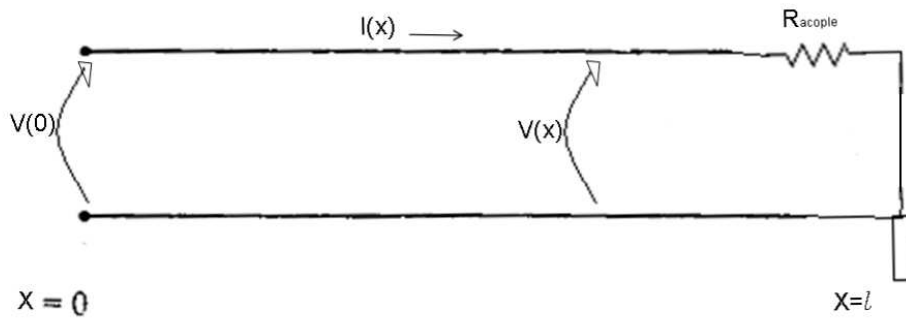


Figura 22. Línea de Transmisión del Circuito de Tensión con un abierto como condiciones de fronteras.

Al aplicar la segunda ley de Kirchhoff al circuito de tensión de la figura 22, en  $x = l$  se obtiene que:

$$V(x) = V_{elecpotencial} - (R_{elecpotencial} + R_{acople})I(x) \quad (3.3)$$

donde  $V_{elecpotencial}$  es la caída de tensión existente en el electrodo de potencial  $P$ , y  $R_{elecpotencial}$  es la resistencia a tierra del electrodo de potencial  $P$ . Al sustituir 3.1 y 3.2 para  $x=l$  en 3.3:

$$A(e^{-\gamma l} + e^{\gamma l}) = V_{elecpotencial} - (R_{elecpotencial} + R_{acople}) \frac{A}{Z_o} (e^{-\gamma l} - e^{\gamma l})$$

por comodidad se define  $R_T = R_{elecpotencial} + R_{acople}$  y al despejar  $V_{elecpotencial}$ :

$$\begin{aligned} V_{elecpotencial} &= A \left( \frac{R_T e^{-\gamma l}}{Z_o} - \frac{R_T e^{\gamma l}}{Z_o} + e^{-\gamma l} + e^{\gamma l} \right) \\ V_{elecpotencial} &= A \left( e^{-\gamma l} \frac{R_T + Z_o}{Z_o} + e^{\gamma l} \frac{Z_o - R_T}{Z_o} \right) \\ V_{elecpotencial} &= A \frac{R_T + Z_o}{Z_o} \left( e^{-\gamma l} - e^{\gamma l} \frac{R_T - Z_o}{R_T + Z_o} \right) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Se define el coeficiente de reflexión como  $\rho = \frac{R_T - Z_o}{R_T + Z_o}$ , la ecuación 3.4 queda:

$$V_{elecpotencial} = A \frac{R_T + Z_o}{Z_o} e^{-\gamma l} (1 - e^{2\gamma l} \rho) \quad (3.5)$$

al despejar  $A$  de la ecuación 3.5:

$$A = \frac{Z_o e^{\gamma l}}{(R_T + Z_o) \cdot (1 - e^{2\gamma l} \rho)} \cdot V_{elecpotencial}$$

si  $R_T \approx Z_o$ , entonces  $\rho = 0$

$$A = \frac{Z_o e^{\lambda}}{(R_T + Z_o)} \cdot V_{elecpotencial} \quad (3.6)$$

Si se considera nuevamente las condiciones de fronteras establecida ( $A = B$ ) y se sustituye la ecuación 3.6 en 3.1 para  $x=0$  se obtiene que  $V(0)$  es igual a:

$$V(0) = \frac{2 \cdot Z_o e^{\lambda}}{(R_T + Z_o)} \cdot V_{elecpotencial} \quad (3.7)$$

Por otra parte sabemos que  $V_{osciloscopio} = V_{elecprueba} - V(0)$  y al sustituir la ecuación 3.7 se obtiene que:

$$V_{osciloscopio} = V_{elecprueba} - \frac{2 \cdot Z_o e^{\lambda}}{(R_T + Z_o)} \cdot V_{elecpotencial}$$

$$V_{osciloscopio} = V_{elecprueba} - e^{\lambda} \cdot V_{elecpotencial} \quad (3.8)$$

La ecuación 3.8 nos indica que la señal observada en el osciloscopio al momento de realizar las mediciones con el método no convencional diseñado, es la misma señal de tensión entre el electrodo de prueba  $E$  y el electrodo de potencial  $P$  pero con un retardo. Este retardo se origina debido a que la onda invierte un tiempo en “viajar” a lo largo de la línea de transmisión hasta llegar al final de la misma.

Para caracterizar las líneas de transmisión utilizando el método no convencional es necesario considerar las siguientes ecuaciones adicionales[8]:

$$\bar{Z}_s = R_{cond} + \frac{j\omega\mu_o}{2\pi} \ln\left(\frac{2(h+p)}{r_{cond}}\right) \quad (3.9)$$

$$\bar{Y}_p = \frac{j2\pi\omega\epsilon}{\ln\left(\frac{2h}{r_{cond}}\right)} \quad (3.10)$$

$$p = \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu_o\sigma_{suelo}}} \quad (3.11)$$

donde  $R_{cond}$  es la resistencia del conductor en ohm,  $r_{cond}$  es su radio en metros,  $h$  es la altura del conductor con respecto al suelo en metros,  $\sigma_{suelo}$  es la conductividad del suelo,  $\bar{Z}_s$  es la impedancia serie de la línea de transmisión y  $\bar{Y}_p$  su admitancia paralelo.

### **3.2 Cálculo del valor de Impedancia de Puesta a Tierra a partir de los datos obtenidos en las mediciones de campo, a través de un programa en hoja de cálculo.**

El software WSTRO & WSTROU WaveStart™ permite la transferencia de datos adquiridos en las mediciones de campo por un osciloscopio digital a una computadora, estos son presentados en un archivo de valores separados por coma cuya extensión es .dat. Dicho archivo contiene una muestra de 1000 puntos discretos por cada canal del osciloscopio utilizado que originan la señal de tensión medida y otra señal de tensión representativa, a través de una escala de conversión realizada por el amplificador de corriente, de la señal de corriente medida. Se debe entonces separar los valores que corresponde a la señal de tensión de los que corresponde a la señal de corriente en dos columnas, para posteriormente restar a cada uno de los 1000 valores de la muestra de ambas señales el valor DC producto de fenómenos parásitos presentes en el suelo al momento de realizar la medición (el valor DC de una señal AC no es mas que su valor promedio).

A continuación se devuelve la conversión de los valores de la señal de tensión que representa a la señal de corriente medida al fin de obtener esta última. Estos se obtienen utilizando la siguiente fórmula:

$$\text{Valor de señal de corriente} = \text{Valor medido de tensión} \cdot \frac{\text{Escala de medición}}{10mV} \quad (3.12)$$

Ya ejecutado este paso se procede entonces a obtener el valor de impedancia de puesta a tierra y sus componentes (resistencia y reactancia) mediante el siguiente procedimiento:

- a) Se calcula los valores de tensión y corriente eficaces de la muestra, aplicando el par de ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} V_{eficaz} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V(t)^2 dt} \\ I_{eficaz} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I(t)^2 dt} \end{aligned} \quad (3.13)$$

donde  $T$  es el periodo de la señal, es decir el inverso de la frecuencia a la que estamos realizando la medición.

- b) Se calcula el valor de la potencia instantánea de la muestra:

$$P(t) = V(t) \cdot I(t) \quad (3.14)$$

- c) Se obtiene el valor de la Potencia Activa o Potencia Media utilizando la siguiente ecuación:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T V(t) \cdot I(t) dt \quad (3.15)$$

- d) Se determina el valor de Potencia Aparente como  $S = V_{eficaz} \cdot I_{eficaz}$

- e) Se calcula el valor de factor de potencia sabiendo que:  $\cos \theta = \frac{P}{S}$  (3.16)

- f) Se determina el valor de Impedancia de Puesta a Tierra sabiendo que:

$$Z = \frac{V_{eficaz}}{I_{eficaz}} \quad (3.17)$$

- g) Se determinan las componentes de resistencia y reactancia como:

$$R = Z \cos \theta \quad \text{y} \quad X = Z \sin \theta \quad (3.18)$$

- h) Por último, se grafican en la hoja de calculo las señales de tensión y corriente para determinar si el factor de potencia calculado mediante la ecuación 3.18 se encuentra en atraso o en adelanto y de esta forma conocer si la componente imaginaria (reactancia) de la Impedancia de Puesta a Tierra es del tipo inductivo o capacitivo.

### 3.3 Mediciones de Resistividad aplicando el método Arreglo de Wenner en terreno de suelo tipo arcilloso ubicado en el valle del Parque Nacional Macarao sector Tibroncito, km 24 de la carretera El Junquito.

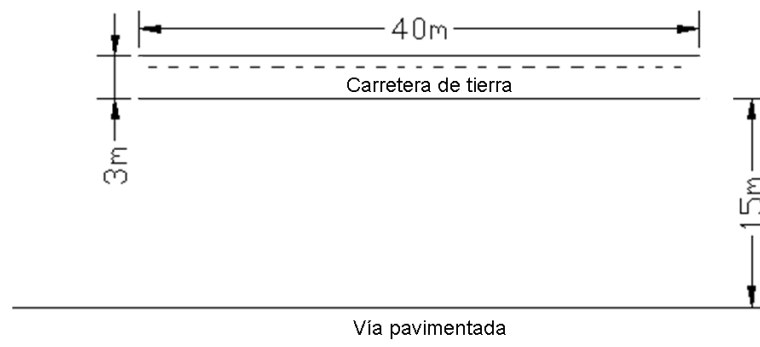


Figura 23. Plano del terreno ubicado en el valle del Parque Nacional Macarao, Sector Tibroncito, Carretera El Junquito.

Instrumentos y materiales utilizados:

- Ground Tester de cuatro terminales.
- Cuatro (4) barras de acero tipo “T” de diámetro 5/8” y longitud 0,5 metros.
- Cuatro (4) carretes con 90m aprox. de cables flexibles de cobre.
- Cuatro (4) conectores tipo “C”.
- Cinta métrica de 50m.

Este terreno es de tipo arcilloso y esta apto para la siembra de cultivos de hortalizas como se desarrolla en la zona, las actividades fueron realizadas bajo día parcialmente nublado en la fecha del 1ro de Octubre del año 2010. Para la medición de la resistividad del terreno se aplica el Arreglo de Wenner, método recomendado en la norma IEEE-81 1983 según la figura 4, los valores de resistividad aparente de la medición se calculan utilizando la ecuación 2.16. En la siguiente tabla se presentan los resultados:

Tabla 1. Mediciones de resistividad aparente en el suelo.

| Distancia entre electrodos [a] (m) | Profundidad de electrodos [b] (m) | Resistencia medida (ohm) | Resistividad aparente (ohm*m) |
|------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| 1,00 ± 0,02                        | 0,5 ± 0,1                         | 18,6 ± 0,2               | 154 ± 7                       |
| 2,00 ± 0,02                        | 0,5 ± 0,1                         | 12,2 ± 0,2               | 169 ± 8                       |
| 4,00 ± 0,02                        | 0,5 ± 0,1                         | 7,6 ± 0,2                | 196 ± 8                       |
| 8,00 ± 0,02                        | 0,5 ± 0,1                         | 4,8 ± 0,2                | 243 ± 11                      |
| 10,00 ± 0,02                       | 0,5 ± 0,1                         | 4,6 ± 0,2                | 290 ± 13                      |

Ahora bien si asumimos como aproximación un terreno no homogéneo formado por dos capas, como el indicado en la figura 5, la resistividad aparente vendrá determinada por la ecuación 2.19 (siendo  $N=1$  debido a que sólo se realizaron mediciones en una sola dirección por limitaciones de dimensiones del terreno en estudio). Para determinar dicho valor se utiliza un archivo en Mathcad<sup>TM</sup> (observar anexo D) basado en el procedimiento explicado en la sección 2.2, que permite calcular los parámetros de  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $K$  y  $h$  presentes en la ecuación 2.19 [11]. Se asumen valores iniciales según los materiales que componen el suelo:

$$\rho_1^{(0)} = 150 \Omega \cdot m$$

$$\rho_2^{(0)} = 250 \Omega \cdot m$$

$$h^{(0)} = 2m$$

$$K^{(0)} = 0,25$$

los resultados del archivo fueron:

$$\rho_1 = 157,57 \Omega \cdot m$$

$$\rho_2 = 442,2 \Omega \cdot m$$

$$h = 3,86m$$

$$k = 0,47$$

En las gráficas de la figura 24, podemos comparar entonces los valores de resistividad aparente obtenidos de las mediciones (Tabla 1) con los valores de resistividad media determinada a partir de la ecuación 2.19 donde sus parámetros fueron calculados asumiendo suelo no homogéneo de dos capas.

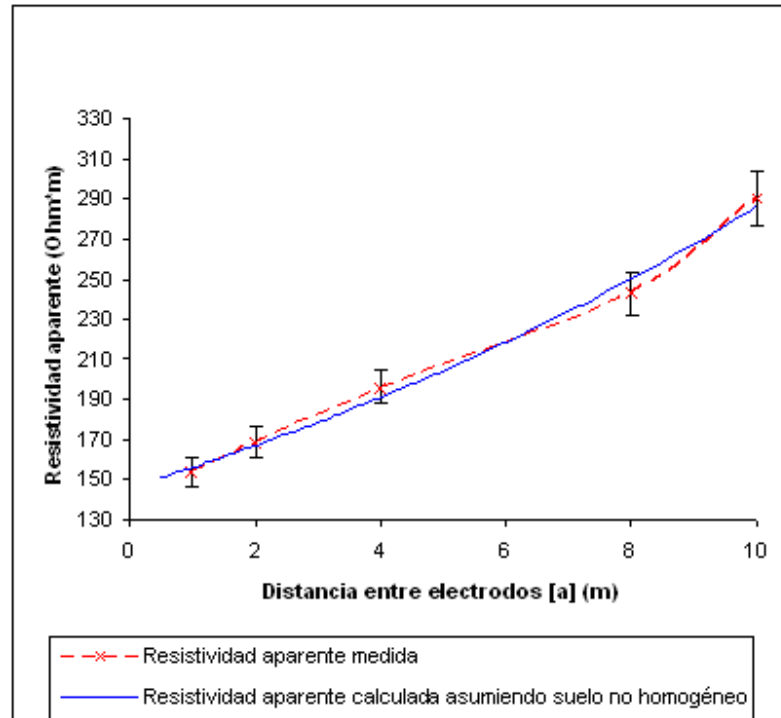


Figura 24. Valores de resistividad aparente medidos y calculados después de utilizar el arreglo de Wenner.

Ahora bien a pesar de que se establecieron dos capas en el suelo claramente definidas por dos valores de resistividades  $\rho_1$  y  $\rho_2$ , donde la resistividad aparente calculada imita la curva de la resistividad aparente medida, para efectos de modelar (como aporte adicional a este trabajo) el sistema de puesta a tierra como medio de propagación de ondas electromagnéticas usando el software FINITE ELEMENT METHOD MAGNETICS™ versión 4.0, se asume un suelo homogéneo con resistividad promedio de  $\rho = 212,47\Omega \cdot m$ .

### **3.4 Mediciones de Resistencia de Puesta a Tierra aplicando el método de Caída de Potencial en terreno de suelo tipo arcilloso ubicado en el valle del Parque Nacional Macarao Sector Tibroncito, km 24 de la carretera El Junquito.**

Instrumentos y materiales utilizados:

- Ground Tester de cuatro terminales.
- Una (1) barra de acero de diámetro 5/8" y longitud 3 metros como electrodo de prueba y dos (2) barras de acero tipo "T" de diámetro 5/8" y longitud 0,5 metro como electrodos de potencial y electrodo de corriente.
- Tres (3) carretes con 90m aprox. de cables flexibles de cobre.
- Tres (3) conectores tipo "C".
- Una lamina de acero.
- Cinta métrica de 50m.

Aplicando el esquema de la figura 25, para la medición de Resistencia de Puesta a Tierra correspondiente al Método de Caída de Potencial recomendado por la norma IEEE-81 1983 bajo las mismas condiciones climáticas y con una distancia  $d = 16.18 \pm 0.02m$  entre el electrodo de corriente  $C$  (de longitud 0,75m) y el electrodo de prueba  $E$  (de longitud 3m) se obtuvieron los siguientes valores:

Tabla 2. Mediciones de Resistencia de Puesta a Tierra aplicando el Método de Caída de Potencial.

| Distancia del electrodo de potencial al electrodo de prueba [x] (m) | Resistencia medida (ohm) |
|---------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| $0,5 \pm 0,02$                                                      | $138 \pm 2$              |
| $1,00 \pm 0,02$                                                     | $146 \pm 2$              |
| $2,00 \pm 0,02$                                                     | $150 \pm 2$              |
| $3,00 \pm 0,02$                                                     | $152 \pm 2$              |
| $4,00 \pm 0,02$                                                     | $154 \pm 2$              |
| $5,00 \pm 0,02$                                                     | $156 \pm 2$              |
| $7,00 \pm 0,02$                                                     | $156 \pm 2$              |
| $10,00 \pm 0,02$                                                    | $156 \pm 2$              |
| $12,00 \pm 0,02$                                                    | $156 \pm 2$              |
| $15,00 \pm 0,02$                                                    | $156 \pm 2$              |
| $18,00 \pm 0,02$                                                    | $156 \pm 2$              |
| $20,00 \pm 0,02$                                                    | $158 \pm 2$              |

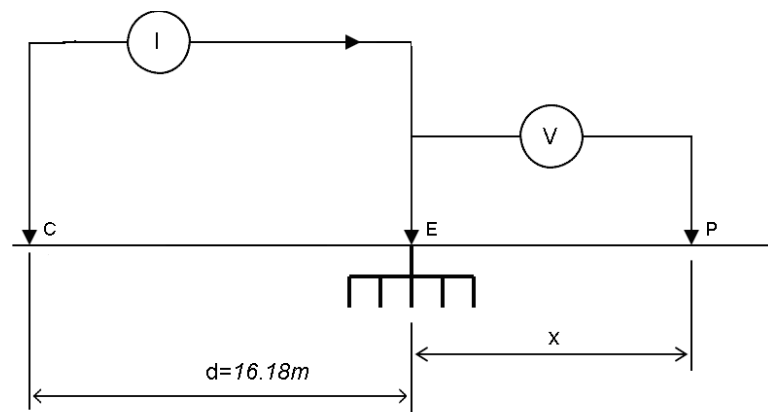


Figura 25. Esquema de medición del Método de Caída de Potencial

De los valores obtenidos en la Tabla 2, podemos asumir que la Resistencia de Puesta a Tierra medida aplicando el Método de Caída de Potencial es  $R = 156\Omega$ ; este valor es aquel donde la gráfica de la figura 26 se hace estable. Por otra parte dicha curva imita a la curva de resistencia en función de la posición del electrodo de potencial mostrada en la figura 7:

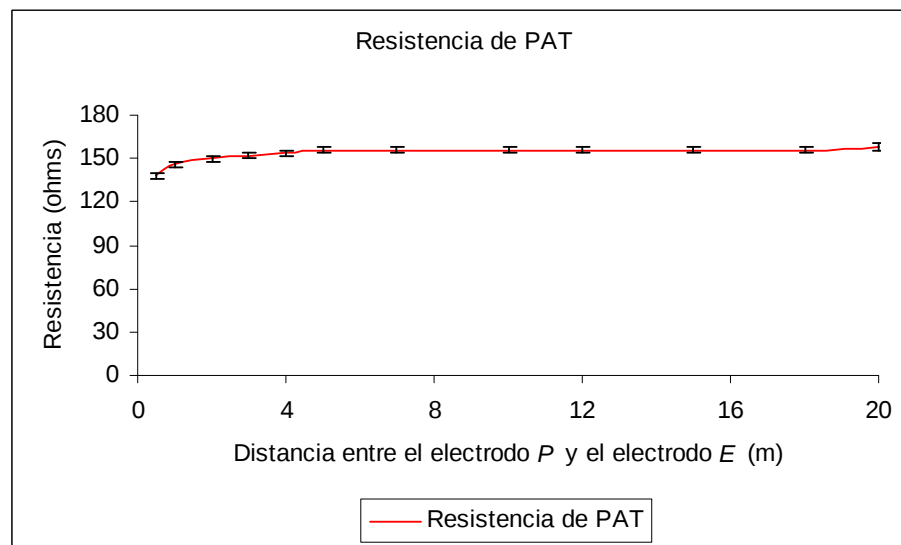


Figura 26. Valores de resistencia de puesta a tierra obtenidos utilizando el Método de Caída de Potencial.

### 3.5 Mediciones de Impedancia de Puesta a Tierra en el dominio de la frecuencia aplicando el Método no convencional diseñado, en terreno de suelo tipo arcilloso ubicado en el valle del Parque Nacional Macarao Sector Tibroncito, Km 24 de la carretera El Junquito.

Instrumentos y materiales utilizados:

- Osciloscopio digital Tektronix, modelo TDS3012, 100MHz.
- Oscilador HP, modelo 652A, 10 Hz - 10 MHz. Impedancia:  $50\Omega$ .
- Amplificador de corriente Tectronix, modelo AM 503B con punta amperimetrica de medición tipo pinza.
- Generador de señal, modelo TM502A.
- Computador Lenovo con software WSTRO & WSTROU WaveStart<sup>TM</sup> instalado para la lectura de los datos del osciloscopio.
- Motogenerador Kawasaki, 600w / 110V.
- Tres (3) resistencias conexión serie de  $120\Omega$ , tolerancia 5% como acople ( $R_{acople} = 360\Omega$ ).
- Una (1) barra de acero de diámetro 5/8" y longitud 3 metros como electrodo de prueba y dos (2) barras de acero tipo "T" de diámetro 5/8" y longitud 0,5 metro como electrodos de potencial y electrodo de corriente.
- Tres (3) carretes con 90m aprox. de cables flexibles de cobre.
- Doce (12) tubos elaborados en PVC x 1m c/u que sirva de apoyo para mantener los cables a una altura constante del suelo.
- Tres (3) conectores tipo "C".
- Cinta métrica de 50m.

Aplicando el esquema de la figura 21 y bajo condiciones de día nublado con lluvias esporádicas se realizaron las mediciones el 6 de Octubre del 2010, con una distancia entre el electrodo de corriente  $C$  y el electrodo de prueba  $E$  ( $d = 16,18m$ ) obteniéndose los siguientes archivos de valores separados por coma (.dat):

Tabla 3. Mediciones de Impedancia de Puesta a Tierra en el dominio de la frecuencia utilizando el Método No Convencional diseñado.

| Distancia entre el electrodo de potencial y el electrodo de prueba [x] (m) | f (kHz) | Nombre del archivo de valores separados por coma | Escala de medición del osciloscopio<br>CH1 CH2<br>(V/div) (mV/div) |    | Escala de medición de tiempo del osciloscopio | Escala de medición de amplificador de corriente (mA/div) |
|----------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|----|-----------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| 20                                                                         | 0,1     | 01.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 2ms/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 0,5     | 02.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5ms/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 1       | 03.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,2ms/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 10      | 04.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 20 $\mu$ s/div                                | 10                                                       |
|                                                                            | 50      | 05.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 5 $\mu$ s/div                                 | 10                                                       |
|                                                                            | 100     | 06.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 5 $\mu$ s/div                                 | 10                                                       |
|                                                                            | 500     | 07.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 1 $\mu$ s/div                                 | 10                                                       |
|                                                                            | 1000    | 08.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 1 $\mu$ s/div                                 | 10                                                       |
|                                                                            | 2000    | 09.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5 $\mu$ s/div                               | 10                                                       |
|                                                                            | 10000   | 10.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5 $\mu$ s/div                               | 10                                                       |
| 18                                                                         | 0,1     | 11.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 2ms/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 0,5     | 12.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5ms/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 1       | 13.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,2ms/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 10      | 14.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 20 $\mu$ s/div                                | 10                                                       |
|                                                                            | 50      | 15.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 5 $\mu$ s/div                                 | 10                                                       |
|                                                                            | 100     | 16.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 5 $\mu$ s/div                                 | 10                                                       |
|                                                                            | 500     | 17.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 1 $\mu$ s/div                                 | 10                                                       |
|                                                                            | 1000    | 18.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 1 $\mu$ s/div                                 | 10                                                       |
|                                                                            | 2000    | 19.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5 $\mu$ s/div                               | 10                                                       |
|                                                                            | 10000   | 20.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5 $\mu$ s/div                               | 10                                                       |

| Distancia entre el electrodo de potencial y el electrodo de prueba [x] (m) | f (kHz) | Nombre del archivo de valores separados por coma | Escala de medición del osciloscopio<br>CH1 (V/div) CH2 (mV/div) |    | Escala de medición de tiempo del osciloscopio | Escala de medición de amplificador de corriente (mA/div) |
|----------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|----|-----------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| 15                                                                         | 0,1     | 21.dat                                           | 1                                                               | 10 | 10                                            | 10                                                       |
|                                                                            | 0,5     | 22.dat                                           | 1                                                               | 10 | 10                                            | 10                                                       |
|                                                                            | 1       | 23.dat                                           | 1                                                               | 10 | 10                                            | 10                                                       |
|                                                                            | 10      | 24.dat                                           | 1                                                               | 10 | 10                                            | 10                                                       |
|                                                                            | 50      | 25.dat                                           | 1                                                               | 10 | 10                                            | 10                                                       |
|                                                                            | 100     | 26.dat                                           | 1                                                               | 10 | 10                                            | 10                                                       |
|                                                                            | 500     | 27.dat                                           | 1                                                               | 10 | 10                                            | 10                                                       |
|                                                                            | 1000    | 28.dat                                           | 1                                                               | 10 | 10                                            | 10                                                       |
|                                                                            | 2000    | 29.dat                                           | 1                                                               | 10 | 10                                            | 10                                                       |
|                                                                            | 10000   | 30.dat                                           | 1                                                               | 10 | 10                                            | 10                                                       |
| 12                                                                         | 0,1     | 31.dat                                           | 1                                                               | 10 | 2ms/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 0,5     | 32.dat                                           | 1                                                               | 10 | 0,5ms/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 1       | 33.dat                                           | 1                                                               | 10 | 0,2ms/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 10      | 34.dat                                           | 1                                                               | 10 | 20μs/div                                      | 10                                                       |
|                                                                            | 50      | 35.dat                                           | 1                                                               | 10 | 5μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 100     | 36.dat                                           | 1                                                               | 10 | 5μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 500     | 37.dat                                           | 1                                                               | 10 | 1μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 1000    | 38.dat                                           | 1                                                               | 10 | 1μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 2000    | 39.dat                                           | 1                                                               | 10 | 0,5μs/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 10000   | 40.dat                                           | 1                                                               | 10 | 0,5μs/div                                     | 10                                                       |
| 10                                                                         | 0,1     | 41.dat                                           | 1                                                               | 10 | 2ms/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 0,5     | 42.dat                                           | 1                                                               | 10 | 0,5ms/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 1       | 43.dat                                           | 1                                                               | 10 | 0,2ms/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 10      | 44.dat                                           | 1                                                               | 10 | 20μs/div                                      | 10                                                       |
|                                                                            | 50      | 45.dat                                           | 1                                                               | 10 | 5μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 100     | 46.dat                                           | 1                                                               | 10 | 5μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 500     | 47.dat                                           | 1                                                               | 10 | 1μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 1000    | 48.dat                                           | 1                                                               | 10 | 1μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 2000    | 49.dat                                           | 1                                                               | 10 | 0,5μs/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 10000   | 50.dat                                           | 1                                                               | 10 | 0,5μs/div                                     | 10                                                       |

| Distancia entre el electrodo de potencial y el electrodo de prueba [x] (m) | f (kHz) | Nombre del archivo de valores separados por coma | Escala de medición del osciloscopio<br>CH1 CH2<br>(V/div) (mV/div) |    | Escala de medición de tiempo del osciloscopio | Escala de medición de amplificador de corriente (mA/div) |
|----------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|----|-----------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| 7                                                                          | 0,1     | 51.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 2ms/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 0,5     | 52.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5ms/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 1       | 53.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,2ms/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 10      | 54.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 20μs/div                                      | 10                                                       |
|                                                                            | 50      | 55.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 5μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 100     | 56.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 5μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 500     | 57.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 1μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 1000    | 58.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 1μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 2000    | 59.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5μs/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 10000   | 60.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5μs/div                                     | 10                                                       |
| 5                                                                          | 0,1     | 61.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 2ms/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 0,5     | 62.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5ms/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 1       | 63.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,2ms/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 10      | 64.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 20μs/div                                      | 10                                                       |
|                                                                            | 50      | 65.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 5μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 100     | 66.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 5μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 500     | 67.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 1μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 1000    | 68.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 1μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 2000    | 69.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5μs/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 10000   | 70.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5μs/div                                     | 10                                                       |
| 2                                                                          | 0,1     | 71.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 2ms/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 0,5     | 72.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5ms/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 1       | 73.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,2ms/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 10      | 74.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 20μs/div                                      | 10                                                       |
|                                                                            | 50      | 75.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 5μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 100     | 76.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 5μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 500     | 77.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 1μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 1000    | 78.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 1μs/div                                       | 10                                                       |
|                                                                            | 2000    | 79.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5μs/div                                     | 10                                                       |
|                                                                            | 10000   | 80.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5μs/div                                     | 10                                                       |

| Distancia entre el electrodo de potencial y el electrodo de prueba [x] (m) | f (kHz) | Nombre del archivo de valores separados por coma | Escala de medición del osciloscopio<br>CH1 CH2<br>(V/div) (mV/div) |    | Escala de medición de tiempo del osciloscopio | Escala de punta de medición de corriente (mA/div) |
|----------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|----|-----------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 1                                                                          | 0,1     | 81.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 2ms/div                                       | 10                                                |
|                                                                            | 0,5     | 82.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5ms/div                                     | 10                                                |
|                                                                            | 1       | 83.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,2ms/div                                     | 10                                                |
|                                                                            | 10      | 84.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 20 $\mu$ s/div                                | 10                                                |
|                                                                            | 50      | 85.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 5 $\mu$ s/div                                 | 10                                                |
|                                                                            | 100     | 86.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 5 $\mu$ s/div                                 | 10                                                |
|                                                                            | 500     | 87.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 1 $\mu$ s/div                                 | 10                                                |
|                                                                            | 1000    | 88.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 1 $\mu$ s/div                                 | 10                                                |
|                                                                            | 2000    | 89.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5 $\mu$ s/div                               | 10                                                |
|                                                                            | 10000   | 90.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5 $\mu$ s/div                               | 10                                                |
| 0,5                                                                        | 0,1     | 91.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 2ms/div                                       | 10                                                |
|                                                                            | 0,5     | 92.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,5ms/div                                     | 10                                                |
|                                                                            | 1       | 93.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 0,2ms/div                                     | 10                                                |
|                                                                            | 10      | 94.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 20 $\mu$ s/div                                | 10                                                |
|                                                                            | 50      | 95.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 5 $\mu$ s/div                                 | 10                                                |
|                                                                            | 100     | 96.dat                                           | 1                                                                  | 10 | 5 $\mu$ s/div                                 | 10                                                |
|                                                                            | 500     | No se generó                                     | NA                                                                 | NA | NA                                            | NA                                                |
|                                                                            | 1000    | No se generó                                     | NA                                                                 | NA | NA                                            | NA                                                |
|                                                                            | 2000    | No se generó                                     | NA                                                                 | NA | NA                                            | NA                                                |
|                                                                            | 10000   | No se generó                                     | NA                                                                 | NA | NA                                            | NA                                                |

Los archivos de valores separados por coma 97.dat, 98.dat, 99.dat y 100.dat no pudieron ser generados debido a una falla presente en el motogenerador que alimentaba a los instrumentos utilizados durante las mediciones y que no pudo ser solventado en campo. Con los archivos obtenidos, se procede a determinar los valores de impedancia  $Z$ , resistencia  $R$ , reactancia  $X$  y factor de potencia  $\cos \theta$  (exceptuando los casos donde no se pudo realizar las mediciones a causa del inconveniente explicado anteriormente) aplicando el procedimiento explicado en la sección 3.2 mediante el uso de una hoja de cálculo. Estos valores se indican en la tabla 4, a continuación:

Tabla 4. Valores de Impedancia [Z], Resistencia [R], Reactancia [X] y factor de potencia [ $\cos \theta$ ] obtenido mediante el uso de una hoja de cálculo.

| Distancia entre el electrodo de potencial y el electrodo de prueba [x] (m) | f (kHz) | Impedancia de Puesta a Tierra obtenido [Z] ( $\Omega$ ) | Resistencia de Puesta a Tierra obtenido [R] ( $\Omega$ ) | Reactancia de Puesta a Tierra obtenido [X] ( $\Omega$ ) | Factor de potencia ( $\cos \theta$ ) |
|----------------------------------------------------------------------------|---------|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| 0,5                                                                        | 0,1     | $116 \pm 17$                                            | $116 \pm 33$                                             | $17 \pm 3$                                              | $0,9 \pm 0,1$ cap.                   |
|                                                                            | 0,5     | $107 \pm 4$                                             | $107 \pm 8$                                              | $11,1 \pm 0,4$                                          | $0,99 \pm 0,04$ cap.                 |
|                                                                            | 1       | $102 \pm 1$                                             | $102 \pm 3$                                              | $9,6 \pm 0,1$                                           | $0,99 \pm 0,01$ cap.                 |
|                                                                            | 10      | $94,5 \pm 0,1$                                          | $94,5 \pm 0,2$                                           | $3,27 \pm 0,004$                                        | $0,999 \pm 0,001$ cap.               |
|                                                                            | 50      | $93,01 \pm 0,03$                                        | $92,91 \pm 0,06$                                         | $4,42 \pm 0,001$                                        | $0,998 \pm 2 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 100     | $91,23 \pm 0,03$                                        | $90,94 \pm 0,05$                                         | $7,16 \pm 0,002$                                        | $0,996 \pm 2 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 500     | NSD                                                     | NSD                                                      | NSD                                                     | NSD                                  |
|                                                                            | 1000    | NSD                                                     | NSD                                                      | NSD                                                     | NSD                                  |
|                                                                            | 2000    | NSD                                                     | NSD                                                      | NSD                                                     | NSD                                  |
|                                                                            | 10000   | NSD                                                     | NSD                                                      | NSD                                                     | NSD                                  |
| 1                                                                          | 0,1     | $129 \pm 25$                                            | $128 \pm 49$                                             | $17 \pm 3$                                              | $0,9 \pm 0,2$ cap.                   |
|                                                                            | 0,5     | $120 \pm 5$                                             | $119 \pm 11$                                             | $11,6 \pm 0,6$                                          | $0,99 \pm 0,04$ cap.                 |
|                                                                            | 1       | $115 \pm 2$                                             | $114 \pm 3$                                              | $9,8 \pm 0,2$                                           | $0,99 \pm 0,02$ cap.                 |
|                                                                            | 10      | $106,4 \pm 0,1$                                         | $106,4 \pm 0,3$                                          | $3,12 \pm 0,005$                                        | $0,999 \pm 0,001$ cap.               |
|                                                                            | 50      | $105,18 \pm 0,04$                                       | $105,08 \pm 0,08$                                        | $4,62 \pm 0,001$                                        | $0,999 \pm 3 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 100     | $103,28 \pm 0,04$                                       | $102,98 \pm 0,07$                                        | $7,80 \pm 0,003$                                        | $0,997 \pm 3 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 500     | $92,33 \pm 0,006$                                       | $86,94 \pm 0,01$                                         | $31,08 \pm 0,002$                                       | $0,941 \pm 6 \cdot 10^{-5}$ cap.     |
|                                                                            | 1000    | $71,84 \pm 0,003$                                       | $60,89 \pm 0,005$                                        | $38,12 \pm 0,002$                                       | $0,847 \pm 3 \cdot 10^{-5}$ cap.     |
|                                                                            | 2000    | $30,76 \pm 1 \cdot 10^{-4}$                             | $19,54 \pm 2 \cdot 10^{-4}$                              | $23,75 \pm 1 \cdot 10^{-4}$                             | $0,635 \pm 3 \cdot 10^{-6}$ cap.     |
|                                                                            | 10000   | $62,41 \pm 6 \cdot 10^{-5}$                             | $2,39 \pm 2 \cdot 10^{-7}$                               | $62,37 \pm 8 \cdot 10^{-6}$                             | $0,038 \pm 3 \cdot 10^{-8}$ ind.     |

| Distancia entre el electrodo de potencial y el electrodo de prueba [x] (m) | f (kHz) | Impedancia de Puesta a Tierra obtenido [Z] ( $\Omega$ ) | Resistencia de Puesta a Tierra obtenido [R] ( $\Omega$ ) | Reactancia de Puesta a Tierra obtenido [X] ( $\Omega$ ) | Factor de potencia ( $\cos \theta$ ) |
|----------------------------------------------------------------------------|---------|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| 2                                                                          | 0,1     | $136 \pm 29$                                            | $135 \pm 57$                                             | $18 \pm 4$                                              | $0,9 \pm 0,2$ cap.                   |
|                                                                            | 0,5     | $126 \pm 6$                                             | $126 \pm 13$                                             | $11,9 \pm 0,6$                                          | $0,99 \pm 0,05$ cap.                 |
|                                                                            | 1       | $121 \pm 2$                                             | $121 \pm 5$                                              | $10,2 \pm 0,2$                                          | $0,99 \pm 0,02$ cap.                 |
|                                                                            | 10      | $112,7 \pm 0,2$                                         | $112,7 \pm 0,4$                                          | $3,21 \pm 0,006$                                        | $0,999 \pm 0,001$ cap.               |
|                                                                            | 50      | $111,34 \pm 0,05$                                       | $111,2 \pm 0,1$                                          | $5,09 \pm 0,002$                                        | $0,999 \pm 4 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 100     | $109,15 \pm 0,05$                                       | $108,84 \pm 0,09$                                        | $8,30 \pm 0,003$                                        | $0,997 \pm 4 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 500     | $97,49 \pm 0,007$                                       | $91,69 \pm 0,01$                                         | $33,11 \pm 0,002$                                       | $0,940 \pm 7 \cdot 10^{-5}$ cap.     |
|                                                                            | 1000    | $75,58 \pm 0,003$                                       | $63,67 \pm 0,006$                                        | $40,73 \pm 0,002$                                       | $0,842 \pm 4 \cdot 10^{-5}$ cap.     |
|                                                                            | 2000    | $30,72 \pm 1 \cdot 10^{-4}$                             | $19,73 \pm 2 \cdot 10^{-4}$                              | $23,53 \pm 1 \cdot 10^{-4}$                             | $0,642 \pm 3 \cdot 10^{-6}$ cap.     |
|                                                                            | 10000   | $65,01 \pm 8 \cdot 10^{-5}$                             | $3,09 \pm 3 \cdot 10^{-7}$                               | $64,94 \pm 1 \cdot 10^{-5}$                             | $0,047 \pm 5 \cdot 10^{-8}$ ind.     |
| 5                                                                          | 0,1     | $141 \pm 31$                                            | $139 \pm 40$                                             | $18 \pm 4$                                              | $0,9 \pm 0,2$ cap.                   |
|                                                                            | 0,5     | $132 \pm 7$                                             | $131 \pm 13$                                             | $12,2 \pm 0,6$                                          | $0,99 \pm 0,05$ cap.                 |
|                                                                            | 1       | $127 \pm 3$                                             | $126 \pm 5$                                              | $10,3 \pm 0,2$                                          | $0,99 \pm 0,02$ cap.                 |
|                                                                            | 10      | $117,9 \pm 0,2$                                         | $117,9 \pm 0,5$                                          | $3,07 \pm 0,006$                                        | $0,999 \pm 0,002$ cap.               |
|                                                                            | 50      | $116,47 \pm 0,05$                                       | $116,3 \pm 0,1$                                          | $5,23 \pm 0,002$                                        | $0,998 \pm 4 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 100     | $114,28 \pm 0,05$                                       | $113,9 \pm 0,1$                                          | $8,99 \pm 0,004$                                        | $0,996 \pm 4 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 500     | $101,38 \pm 0,008$                                      | $95,46 \pm 0,02$                                         | $34,16 \pm 0,003$                                       | $0,941 \pm 7 \cdot 10^{-5}$ cap.     |
|                                                                            | 1000    | $77,84 \pm 0,003$                                       | $65,46 \pm 0,006$                                        | $42,12 \pm 0,002$                                       | $0,840 \pm 4 \cdot 10^{-5}$ cap.     |
|                                                                            | 2000    | $31,59 \pm 1 \cdot 10^{-4}$                             | $20,38 \pm 1 \cdot 10^{-4}$                              | $24,14 \pm 1 \cdot 10^{-4}$                             | $0,644 \pm 3 \cdot 10^{-6}$ cap.     |
|                                                                            | 10000   | $96,94 \pm 2 \cdot 10^{-4}$                             | $12,65 \pm 6 \cdot 10^{-5}$                              | $96,11 \pm 4 \cdot 10^{-4}$                             | $0,130 \pm 3 \cdot 10^{-7}$ ind.     |
| 7                                                                          | 0,1     | $160 \pm 30$                                            | $158 \pm 59$                                             | $25 \pm 5$                                              | $0,9 \pm 0,2$ cap.                   |
|                                                                            | 0,5     | $153 \pm 8$                                             | $152 \pm 16$                                             | $18 \pm 1$                                              | $0,99 \pm 0,05$ cap.                 |
|                                                                            | 1       | $145 \pm 3$                                             | $144 \pm 6$                                              | $16,4 \pm 0,3$                                          | $0,99 \pm 0,02$ cap.                 |
|                                                                            | 10      | $127,0 \pm 0,2$                                         | $126,3 \pm 0,5$                                          | $13,02 \pm 0,03$                                        | $0,994 \pm 0,001$ cap.               |
|                                                                            | 50      | $113,42 \pm 0,05$                                       | $113,0 \pm 0,1$                                          | $10,30 \pm 0,004$                                       | $0,995 \pm 4 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 100     | $110,08 \pm 0,05$                                       | $109,55 \pm 0,09$                                        | $10,83 \pm 0,004$                                       | $0,995 \pm 4 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 500     | $100,00 \pm 0,007$                                      | $94,75 \pm 0,01$                                         | $31,99 \pm 0,002$                                       | $0,947 \pm 7 \cdot 10^{-5}$ cap.     |
|                                                                            | 1000    | $77,25 \pm 0,004$                                       | $65,48 \pm 0,006$                                        | $40,98 \pm 0,002$                                       | $0,847 \pm 4 \cdot 10^{-5}$ cap.     |
|                                                                            | 2000    | $32,00 \pm 2 \cdot 10^{-4}$                             | $21,22 \pm 3 \cdot 10^{-4}$                              | $23,95 \pm 2 \cdot 10^{-4}$                             | $0,663 \pm 4 \cdot 10^{-6}$ cap.     |
|                                                                            | 10000   | $95,85 \pm 3 \cdot 10^{-4}$                             | $38,35 \pm 2 \cdot 10^{-4}$                              | $87,84 \pm 4 \cdot 10^{-4}$                             | $0,400 \pm 1 \cdot 10^{-6}$ ind.     |

| Distancia entre el electrodo de potencial y el electrodo de prueba [x] (m) | f (kHz) | Impedancia de Puesta a Tierra obtenido [Z] ( $\Omega$ ) | Resistencia de Puesta a Tierra obtenido [R] ( $\Omega$ ) | Reactancia de Puesta a Tierra obtenido [X] ( $\Omega$ ) | Factor de potencia ( $\cos \theta$ ) |
|----------------------------------------------------------------------------|---------|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| 10                                                                         | 0,1     | $164 \pm 32$                                            | $163 \pm 63$                                             | $23 \pm 5$                                              | $0,9 \pm 0,2$ cap.                   |
|                                                                            | 0,5     | $156 \pm 8$                                             | $155 \pm 16$                                             | $17,6 \pm 0,9$                                          | $0,99 \pm 0,05$ cap.                 |
|                                                                            | 1       | $147 \pm 3$                                             | $146 \pm 5$                                              | $16,3 \pm 0,3$                                          | $0,99 \pm 0,02$ cap.                 |
|                                                                            | 10      | $128,7 \pm 0,2$                                         | $128,1 \pm 0,5$                                          | $12,57 \pm 0,02$                                        | $0,995 \pm 0,001$ cap.               |
|                                                                            | 50      | $115,16 \pm 0,05$                                       | $114,7 \pm 0,1$                                          | $10,32 \pm 0,004$                                       | $0,995 \pm 4 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 100     | $111,89 \pm 0,04$                                       | $111,3 \pm 0,1$                                          | $10,56 \pm 0,004$                                       | $0,995 \pm 3 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 500     | $100,71 \pm 0,007$                                      | $95,45 \pm 0,01$                                         | $32,10 \pm 0,002$                                       | $0,947 \pm 6 \cdot 10^{-5}$ cap.     |
|                                                                            | 1000    | $78,46 \pm 0,003$                                       | $67,05 \pm 0,006$                                        | $40,75 \pm 0,002$                                       | $0,854 \pm 4 \cdot 10^{-5}$ cap.     |
|                                                                            | 2000    | $34,62 \pm 2 \cdot 10^{-4}$                             | $22,19 \pm 3 \cdot 10^{-4}$                              | $26,57 \pm 3 \cdot 10^{-4}$                             | $0,640 \pm 5 \cdot 10^{-6}$ cap.     |
|                                                                            | 10000   | $159,81 \pm 0,002$                                      | $45,93 \pm 0,001$                                        | $153,07 \pm 0,003$                                      | $0,287 \pm 3 \cdot 10^{-6}$ ind.     |
| 12                                                                         | 0,1     | $160 \pm 29$                                            | $158 \pm 58$                                             | $23 \pm 4$                                              | $0,9 \pm 0,2$ cap.                   |
|                                                                            | 0,5     | $154 \pm 8$                                             | $153 \pm 16$                                             | $17,3 \pm 0,9$                                          | $0,99 \pm 0,05$ cap.                 |
|                                                                            | 1       | $147 \pm 3$                                             | $146 \pm 6$                                              | $16,7 \pm 0,4$                                          | $0,99 \pm 0,02$ cap.                 |
|                                                                            | 10      | $128,9 \pm 0,2$                                         | $128,3 \pm 0,5$                                          | $12,57 \pm 0,02$                                        | $0,995 \pm 0,001$ cap.               |
|                                                                            | 50      | $115,43 \pm 0,05$                                       | $114,94 \pm 0,09$                                        | $10,56 \pm 0,004$                                       | $0,995 \pm 4 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 100     | $112,03 \pm 0,04$                                       | $111,51 \pm 0,09$                                        | $10,79 \pm 0,004$                                       | $0,995 \pm 3 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 500     | $101,18 \pm 0,007$                                      | $96,00 \pm 0,01$                                         | $31,96 \pm 0,002$                                       | $0,948 \pm 6 \cdot 10^{-5}$ cap.     |
|                                                                            | 1000    | $78,49 \pm 0,003$                                       | $67,06 \pm 0,006$                                        | $40,78 \pm 0,002$                                       | $0,854 \pm 4 \cdot 10^{-5}$ cap.     |
|                                                                            | 2000    | $34,05 \pm 2 \cdot 10^{-4}$                             | $21,94 \pm 3 \cdot 10^{-4}$                              | $26,04 \pm 2 \cdot 10^{-4}$                             | $0,644 \pm 5 \cdot 10^{-6}$ cap.     |
|                                                                            | 10000   | $73,23 \pm 1 \cdot 10^{-4}$                             | $7,29 \pm 3 \cdot 10^{-5}$                               | $72,87 \pm 2 \cdot 10^{-4}$                             | $0,099 \pm 2 \cdot 10^{-7}$ ind.     |
| 15                                                                         | 0,1     | $150 \pm 24$                                            | $149 \pm 47$                                             | $23 \pm 4$                                              | $0,9 \pm 0,1$ cap.                   |
|                                                                            | 0,5     | $155 \pm 8$                                             | $154 \pm 16$                                             | $16,2 \pm 0,9$                                          | $0,99 \pm 0,05$ cap.                 |
|                                                                            | 1       | $146 \pm 3$                                             | $146 \pm 6$                                              | $15,9 \pm 0,3$                                          | $0,99 \pm 0,02$ cap.                 |
|                                                                            | 10      | $128,3 \pm 0,2$                                         | $127,7 \pm 0,5$                                          | $12,42 \pm 0,02$                                        | $0,995 \pm 0,001$ cap.               |
|                                                                            | 50      | $116,06 \pm 0,05$                                       | $115,53 \pm 0,09$                                        | $11,09 \pm 0,004$                                       | $0,995 \pm 3 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 100     | $111,89 \pm 0,04$                                       | $111,34 \pm 0,09$                                        | $11,13 \pm 0,004$                                       | $0,995 \pm 3 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 500     | $100,37 \pm 0,007$                                      | $95,22 \pm 0,01$                                         | $31,75 \pm 0,002$                                       | $0,948 \pm 6 \cdot 10^{-5}$ cap.     |
|                                                                            | 1000    | $76,38 \pm 0,003$                                       | $65,30 \pm 0,006$                                        | $39,62 \pm 0,002$                                       | $0,854 \pm 3 \cdot 10^{-5}$ cap.     |
|                                                                            | 2000    | $31,71 \pm 2 \cdot 10^{-4}$                             | $21,79 \pm 3 \cdot 10^{-4}$                              | $23,03 \pm 2 \cdot 10^{-4}$                             | $0,687 \pm 4 \cdot 10^{-6}$ cap.     |
|                                                                            | 10000   | $82,68 \pm 1 \cdot 10^{-4}$                             | $10,95 \pm 4 \cdot 10^{-5}$                              | $81,95 \pm 3 \cdot 10^{-4}$                             | $0,132 \pm 2 \cdot 10^{-7}$ ind.     |

| Distancia entre el electrodo de potencial y el electrodo de prueba [x] (m) | f (kHz) | Impedancia de Puesta a Tierra obtenido [Z] ( $\Omega$ ) | Resistencia de Puesta a Tierra obtenido [R] ( $\Omega$ ) | Reactancia de Puesta a Tierra obtenido [X] ( $\Omega$ ) | Factor de potencia ( $\cos \theta$ ) |
|----------------------------------------------------------------------------|---------|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| 18                                                                         | 0,1     | $128 \pm 20$                                            | $125 \pm 39$                                             | $29 \pm 5$                                              | $0,9 \pm 0,2$ cap.                   |
|                                                                            | 0,5     | $132 \pm 7$                                             | $131 \pm 13$                                             | $12,5 \pm 0,7$                                          | $0,99 \pm 0,05$ cap.                 |
|                                                                            | 1       | $127 \pm 2$                                             | $127 \pm 5$                                              | $10,1 \pm 0,2$                                          | $0,99 \pm 0,02$ cap.                 |
|                                                                            | 10      | $118,7 \pm 0,2$                                         | $118,6 \pm 0,4$                                          | $2,96 \pm 0,005$                                        | $0,999 \pm 0,001$ cap.               |
|                                                                            | 50      | $117,45 \pm 0,05$                                       | $117,31 \pm 0,09$                                        | $5,64 \pm 0,002$                                        | $0,998 \pm 4 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 100     | $114,98 \pm 0,04$                                       | $114,56 \pm 0,09$                                        | $9,82 \pm 0,003$                                        | $0,996 \pm 3 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 500     | $102,48 \pm 0,006$                                      | $97,34 \pm 0,01$                                         | $32,06 \pm 0,002$                                       | $0,949 \pm 6 \cdot 10^{-5}$ cap.     |
|                                                                            | 1000    | $74,14 \pm 0,003$                                       | $63,76 \pm 0,005$                                        | $37,83 \pm 0,002$                                       | $0,860 \pm 3 \cdot 10^{-5}$ cap.     |
|                                                                            | 2000    | $32,52 \pm 2 \cdot 10^{-4}$                             | $23,26 \pm 3 \cdot 10^{-4}$                              | $22,73 \pm 2 \cdot 10^{-4}$                             | $0,715 \pm 5 \cdot 10^{-6}$ cap.     |
|                                                                            | 10000   | $115,23 \pm 4 \cdot 10^{-4}$                            | $23,76 \pm 1 \cdot 10^{-4}$                              | $112,75 \pm 0,007$                                      | $0,206 \pm 7 \cdot 10^{-7}$ ind.     |
| 20                                                                         | 0,1     | $120 \pm 17$                                            | $116 \pm 33$                                             | $30 \pm 5$                                              | $0,9 \pm 0,1$ cap.                   |
|                                                                            | 0,5     | $129 \pm 6$                                             | $128 \pm 12$                                             | $12,4 \pm 0,6$                                          | $0,99 \pm 0,05$ cap.                 |
|                                                                            | 1       | $126 \pm 2$                                             | $126 \pm 5$                                              | $10,27 \pm 0,2$                                         | $0,99 \pm 0,02$ cap.                 |
|                                                                            | 10      | $117,9 \pm 0,2$                                         | $117,9 \pm 0,4$                                          | $2,98 \pm 0,004$                                        | $0,999 \pm 0,001$ cap.               |
|                                                                            | 50      | $116,98 \pm 0,04$                                       | $116,86 \pm 0,09$                                        | $5,43 \pm 0,002$                                        | $0,998 \pm 3 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 100     | $114,79 \pm 0,04$                                       | $114,38 \pm 0,09$                                        | $9,77 \pm 0,003$                                        | $0,996 \pm 3 \cdot 10^{-4}$ cap.     |
|                                                                            | 500     | $103,89 \pm 0,006$                                      | $96,70 \pm 0,01$                                         | $37,97 \pm 0,002$                                       | $0,930 \pm 5 \cdot 10^{-5}$ cap.     |
|                                                                            | 1000    | $77,45 \pm 0,003$                                       | $67,64 \pm 0,005$                                        | $37,74 \pm 0,002$                                       | $0,873 \pm 3 \cdot 10^{-5}$ cap.     |
|                                                                            | 2000    | $33,02 \pm 2 \cdot 10^{-4}$                             | $23,07 \pm 3 \cdot 10^{-4}$                              | $23,63 \pm 2 \cdot 10^{-4}$                             | $0,698 \pm 4 \cdot 10^{-6}$ cap.     |
|                                                                            | 10000   | $114,17 \pm 3 \cdot 10^{-4}$                            | $22,94 \pm 1 \cdot 10^{-4}$                              | $111,84 \pm 0,006$                                      | $0,200 \pm 6 \cdot 10^{-7}$ ind.     |

De los valores calculados en la tabla 4, se determinan las curvas de la Impedancia de Puesta a Tierra en función de la distancia entre el electrodo de potencial  $P$  y el electrodo de prueba  $E$  (x), para cada una de las frecuencias utilizadas:

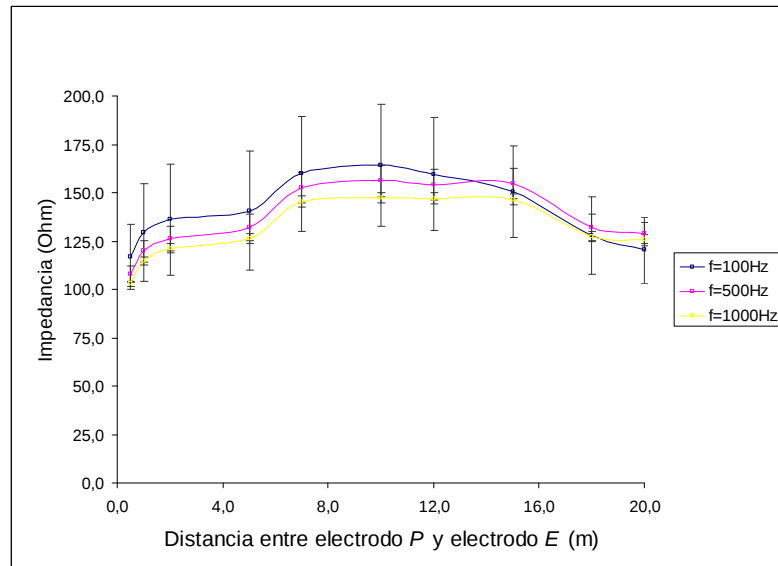


Figura 27. Impedancia de Puesta a Tierra en función de la distancia entre el electrodo de potencial  $P$  y el electrodo de prueba  $E$ , para  $f = 100Hz$  ;  $f = 500Hz$  y  $f = 1kHz$  .

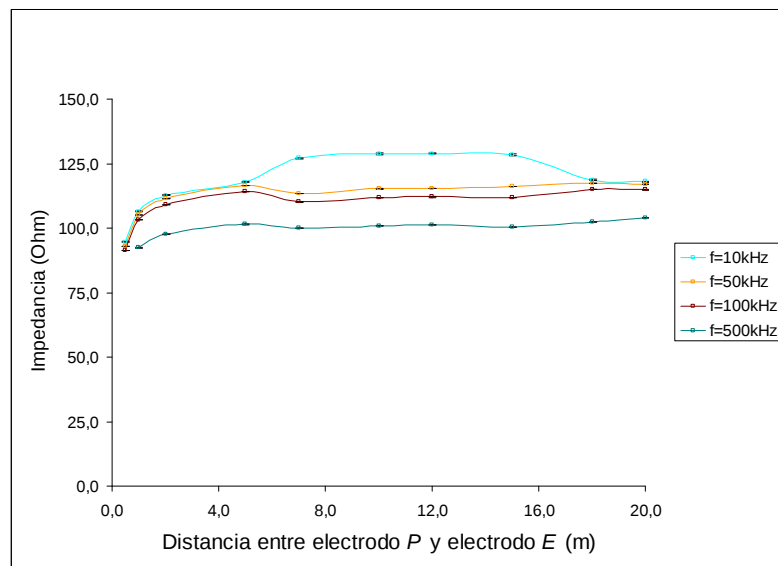


Figura 28. Impedancia de Puesta a Tierra en función de la distancia entre el electrodo de potencial  $P$  y el electrodo de prueba  $E$ , para  $f = 10kHz$  ;  $f = 50kHz$  ;  $f = 100kHz$  y  $f = 500kHz$  .

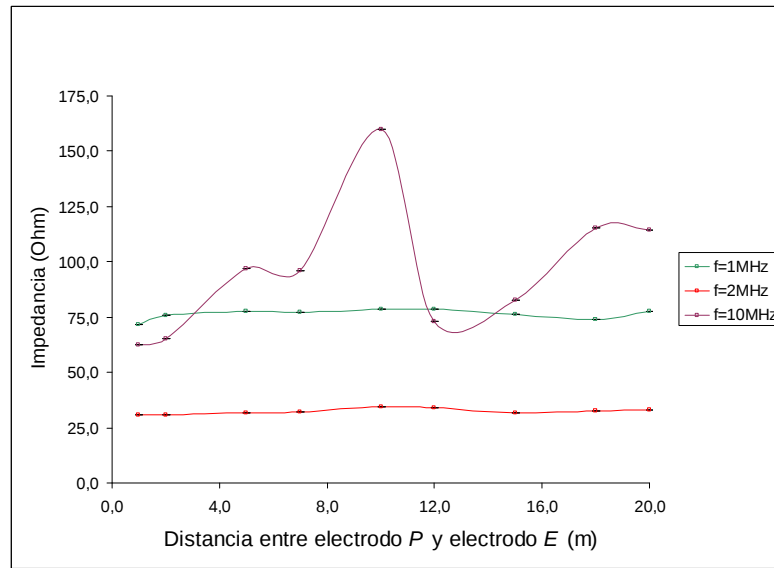


Figura 29. Impedancia de Puesta a Tierra en función de la distancia entre el electrodo de potencial  $P$  y el electrodo de prueba  $E$ , para  $f = 1MHz$  ;  $f = 2MHz$  ; y  $f = 10MHz$  .

Nótese que cada una de las gráficas obtenida (exceptuando la correspondiente a una frecuencia de operación  $f = 10MHz$  ), asemejan su comportamiento a la curva de resistencia de puesta a tierra en función de la posición del electrodo de potencial de la figura 7. Para una frecuencia de medición de  $f = 10MHz$  , el efecto de las corrientes de fuga desde la línea de transmisión al suelo (a través de la conductancia) se hace presente de forma considerable, impidiendo una buena lectura en la medición. En términos generales para valores de frecuencia de operación bajos, se obtuvo factor de potencia capacitivo debido a que la reactancia capacitiva de los fenómenos presentes en el suelo se comporta como un abierto. Añadido a esto, la permitividad relativa de suelo húmedo es elevada ( $\epsilon_r = 40$  , observe la figura 30) y su permitividad eléctrica se sitúa en un valor de  $\epsilon = 3,54 \cdot 10^{-10} \text{ F.m}^{-1}$  ( $\epsilon = 8,85 \cdot 10^{-12} \epsilon_r$ ), por lo que su valor de capacitancia es mayor si se compara con el valor de capacitancia del mismo suelo pero en condiciones secas, la capacitancia de cualquier medio es directamente proporcional a la permitividad del mismo según la siguiente ecuación:

$$C = \frac{\varepsilon}{\sigma} \cdot \frac{1}{Rt} \quad (3.19)$$

donde  $Rt$  es la componente real de la Impedancia de Puesta a Tierra.

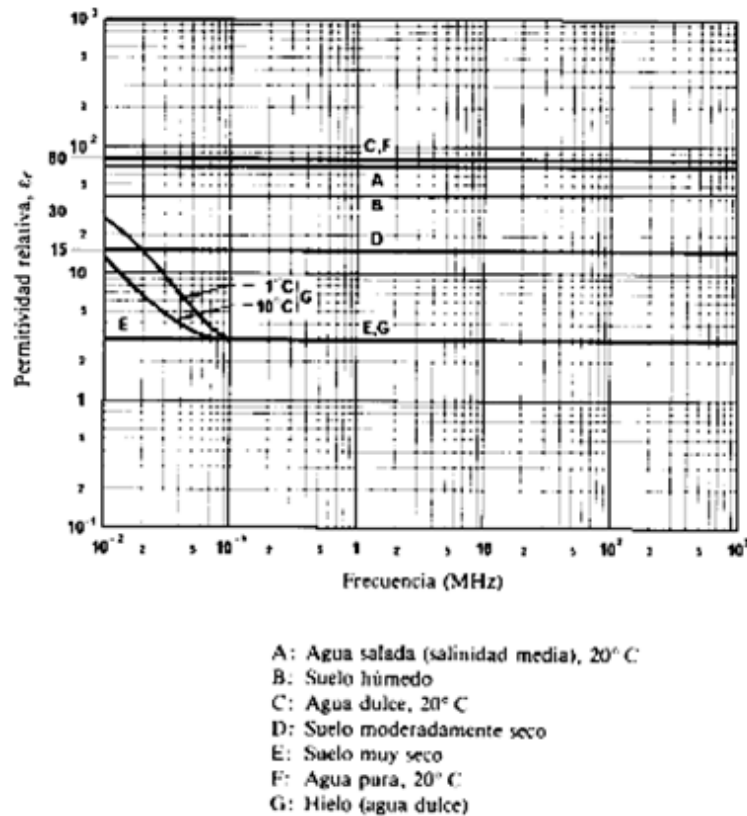


Figura 30. Gráfico de permitividad relativa en función de la frecuencia [9].

Por otra parte se puede determinar las curvas de Impedancia de Puesta a Tierra si se establece el valor de la distancia entre el electrodo de potencial y el electrodo de prueba como fijo y se varía la frecuencia de la señal, observe las figuras 31 y 32:

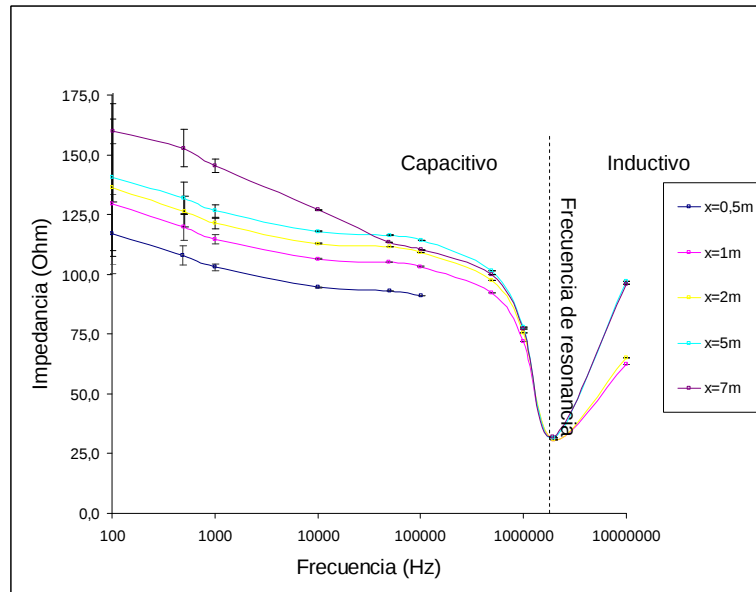


Figura 31. Impedancia de Puesta a Tierra en función de la frecuencia, para distancias entre el electrodo de potencial  $P$  y el electrodo de prueba  $E$  ( $x = 0,5m$  ;  $x = 1m$  ;  $x = 2m$  ;  $x = 5m$  ;  $x = 7m$  ).

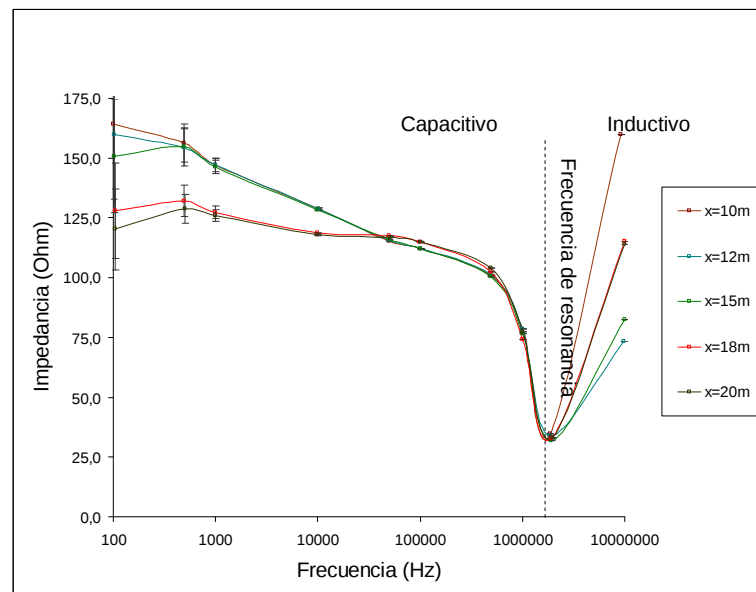


Figura 32. Impedancia de Puesta a Tierra en función de la frecuencia, para distancias entre el electrodo de potencial  $P$  y el electrodo de prueba  $E$  ( $x = 10m$  ;  $x = 12m$  ;  $x = 15m$  ;  $x = 18m$  ;  $x = 20m$  ).

En cada una de las curvas obtenidas de las figuras 31 y 32 se detalla una disminución del valor de impedancia de puesta a tierra a medida que aumenta el valor de frecuencia de operación de la señal, debido a que las corrientes de desplazamiento se hacen cada vez mayores. Por otra parte se define un valor de frecuencia específico donde los fenómenos reactivos del sistema de puesta a tierra entran en resonancia. En ese punto el modulo de la reactancia se hace mínima y a partir de dicho valor de frecuencia, los fenómenos inductivos pasan a ser predominantes.

La frecuencia de resonancia se calcula mediante regresión lineal de los valores de impedancia de puesta a tierra y frecuencias de operación cercanos al punto mínimo de las curvas mostrada en las figuras 31 y 32. A continuación los resultados:

Tabla 5. Valores de frecuencia de resonancia e impedancia de puesta a tierra a dicha frecuencia para distancias entre el electrodo de potencial  $P$  y el electrodo de prueba  $E$ .

| <b>Distancia entre el electrodo de potencial y el electrodo de prueba [X] (m)</b> | <b>Frecuencia de resonancia [<math>f_r</math>] (Hz)</b> | <b>Impedancia de Puesta a Tierra [Z] (ohm)</b> |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| 0,5                                                                               | NSD                                                     | NSD                                            |
| 1                                                                                 | 2,003E+06                                               | 30,76                                          |
| 2                                                                                 | 2,024E+06                                               | 30,72                                          |
| 5                                                                                 | 1,985E+06                                               | 31,47                                          |
| 7                                                                                 | 1,995E+06                                               | 31,97                                          |
| 10                                                                                | 1,991E+06                                               | 34,47                                          |
| 12                                                                                | 1,982E+06                                               | 33,96                                          |
| 15                                                                                | 1,940E+06                                               | 31,33                                          |
| 18                                                                                | 1,783E+06                                               | 30,28                                          |
| 20                                                                                | 1,871E+06                                               | 31,71                                          |

### 3.6 Modelado del sistema de puesta a tierra instalado en suelo tipo arcilloso ubicado en el valle del Parque Nacional Macario Sector Tibroncito, km 24 de la Carretera El Junquito; como un medio de propagación de ondas electromagnéticas.

FINITE ELEMENT METHOD MAGNETICS Aladdin Enterprises<sup>TM</sup> versión 4.0 es un programa que permite la resolución de problemas electromagnéticos de tipo planar (dos dimensiones) o con simetría axial. FEMM aborda algunos casos de las ecuaciones de Maxwell.

Un problema magnético considera que los campos son invariantes en el tiempo.

En este caso la intensidad de campo  $\vec{H}$  y la densidad de flujo  $\vec{B}$  deben obedecer:

$$\nabla \times \vec{H} = J \quad (3.20)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.21)$$

la relación entre  $\vec{B}$  y  $\vec{H}$  responde a:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (3.22)$$

si un material es no lineal, la permeabilidad  $\mu$  es en realidad una función de  $B$  [7]:

$$\mu = \frac{\vec{B}}{\vec{H}(\vec{B})}$$

El programa FEMM trata de encontrar un campo que satisfaga las ecuaciones 3.20 y 3.22 a través del vector potencial magnético  $\vec{A}$ . La densidad de flujo  $\vec{B}$  es escrito en términos del vector potencial magnético  $\vec{A}$  como consecuencia de 3.21:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (3.23)$$

Ahora la definición de  $\vec{B}$  siempre satisface la ecuación 3.21, entonces 3.20 se puede reescribir como:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu(\vec{B})} \nabla \times \vec{A} \right) = \vec{J} \quad (3.24)$$

Para un material isotropito lineal (y definiendo  $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ ), la ecuación 3.24 se reduce a:

$$-\frac{1}{\mu} \nabla^2 \vec{A} = \vec{J} \quad (3.25)$$

FEMM conserva la forma de 3.24 por lo que se pueden resolver los problemas magnéticos con una relación no lineal  $B-H$ . La ventaja de utilizar la formulación del vector potencial magnético es que todas las condiciones que deben satisfacerla se han combinado en una sola ecuación. Si  $\vec{A}$  es conocido,  $\vec{B}$  y  $\vec{H}$  se pueden deducir por la diferenciación de  $\vec{A}$ .

Ahora bien, si el campo magnético es variable en el tiempo, las corrientes de Foucault pueden ser inducidas en materiales con una conductividad no nula. Otras ecuaciones de Maxwell relacionadas con la distribución del campo eléctrico deben ser

consideradas[7]. Denotando la intensidad de campo eléctrico como  $\vec{E}$  y la densidad de corriente como  $\vec{J}$ , ambas variables obedece la relación:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (3.26)$$

el campo eléctrico inducido obedece a:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.27)$$

sustituyendo la ecuación 3.23 en 3.27:

$$\nabla \times \vec{E} = -\nabla \times \vec{A} \quad (3.28)$$

la ecuación 3.28 puede integrarse para obtener:

$$\vec{E} = -\vec{A} - \nabla V \quad (3.29)$$

sustituyendo 3.29 en 3.26:

$$\vec{J} = -\sigma \vec{A} - \sigma \nabla V \quad (3.30)$$

e igualando 3.30 con 3.24:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu(B)} \nabla \times \vec{A} \right) = -\sigma \vec{A} + J_{src} - \sigma \nabla V \quad (3.31)$$

donde  $J_{src}$  representa las corrientes de las fuentes aplicadas. El término  $\nabla V$  es un gradiente de tensión adicional que es constante para un material conductor y es nulo si  $z=0$  (para problemas de tipo planar) o si  $\theta=0$  (para problemas con simetría axial). FEMM utiliza este gradiente de tensión en los problemas magnéticos con armónicos para establecer restricciones en la corriente presentes en las regiones conductoras.

FEMM considera la ecuación 3.31 para el caso en que el campo esta oscilando bajo una frecuencia fija. Para dicho caso, una transformación fasorial produce una ecuación de estado estacionario que se resuelve para la amplitud y la fase de  $\vec{A}$ . Esta transformación es la siguiente:

$$A = \text{Re}[a(\cos \omega t + j \text{sen} \omega t)] = \text{Re}[ae^{j\omega t}] \quad (3.32)$$

donde  $a$  es un numero complejo. Sustituyendo 3.32 en 3.31 y dividiendo por el término exponencial compleja se obtiene la ecuación que FEMM realmente resuelve para problemas magnéticos de harmónicos:

$$\nabla x \left( \frac{1}{\mu_{eff}(\vec{B})} \nabla x a \right) = -j\omega \sigma a + J_{src} - \sigma \nabla V \quad (3.33)$$

[7]FEMM establece tres tipos de condiciones de fronteras que son utilizadas para definir un número adecuado de las mismas y así garantizar una solución única:

- Dirichlet. En este tipo de condición de frontera, el valor potencial  $A$  es definido explícitamente en la frontera para mantener el flujo magnético en el cruce de la misma. El mas común de esta definición explicita es  $A=0$ .

- Neumann. Esta condición especifica la derivada normal del potencial a lo largo de la frontera. La condición de frontera  $\partial A/\partial n = 0$  establece a lo largo de la misma una fuerza de flujo que cruza de manera perpendicular a la frontera.
- Robin. Este tipo de condición de fronteras es una especie de mezcla entre Dirichlet y Neumann, es decir se prescribe una relación entre el valor de  $A$  y su derivada normal. Un ejemplo de este tipo de condición es:

$$\frac{\partial A}{\partial n} + cA = 0 \quad (3.34)$$

Este tipo es utilizado muy a menudo para definir “condiciones de fronteras de impedancia” que permita un dominio limitado que modela el comportamiento de una región sin límites.

Si no se definen condiciones de fronteras, por defecto se establece del tipo Neumann. Sin embargo una condición de frontera no-derivada debe ser definida (o el potencia debe ser definido en un punto de referencia del dominio) para que el problema pueda tener una única solución.

Para modelar el suelo como medio de propagación de ondas electromagnéticas se establece un problema con simetría axial y se define que  $A=0$  (condición Dirichlet) en la línea  $r=0$  es decir, en el eje de simetría axial. Las otras condiciones de fronteras pueden ser definidas de tipo Neumann o simplemente no se definen.

FEMM permite calcular la energía almacenada en el campo magnético en un región específica del suelo, definida por:

$$U_m = \int \frac{\vec{B} \cdot \vec{H}}{4} dV \quad (3.35)$$

Esta integral puede ser usada como un método alternativo para obtener el valor de inductancia  $L$  en problemas sin saturación mediante la siguiente expresión:

$$L = \frac{4 \cdot U_m}{(i_{pico})^2} \quad (3.36)$$

Adicionalmente, FEMM permite calcular las pérdidas resistivas en una región específica, definida por:

$$P_R = \frac{1}{2} \int \vec{E} \cdot \vec{J} dV \quad (3.37)$$

Esta integral puede ser usada para obtener el valor de resistencia  $R$  a través de la siguiente expresión:

$$R = \frac{2 \cdot P_R}{(i_{pico})^2} \quad (3.38)$$

Si se desea calcular el valor de capacitancia  $C$  se emplea la formula 3.19 conociendo el valor de resistencia  $R$  obtenido de la ecuación 3.38.

Por ultimo el modelo del electrodo enterrado y del suelo, que reúne los valores de resistencia  $R$ , inductancia  $L$  y capacitancia  $C$  obtenidos anteriormente y que forman en conjunto el medio de propagación de ondas electromagnética, corresponde al modelo eléctrico equivalente de parámetros concentrados de la siguiente figura:

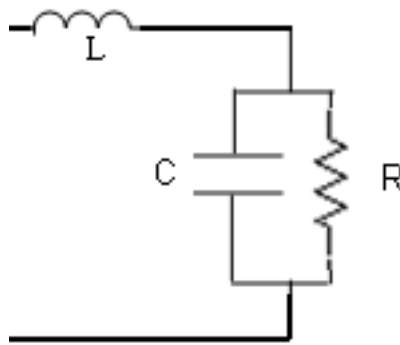


Figura 33. Modelo circuital con parámetros concentrados del electrodo enterrado y del suelo, que forman en conjunto un medio de propagación de ondas electromagnéticas[10].

La inductancia  $L$  representa los fenómenos inductivos presentes en el electrodo de tierra, la resistencia  $R$  la oposición al paso de corriente en el sistema de puesta a tierra y la capacitancia  $C$  representa los fenómenos capacitivos propios del suelo. Conocido lo anterior se procede a determinar los elementos presentes en el modelo circuital asumiendo un valor de conductividad de  $\sigma = 0,0047 \text{ S/m}$ , un valor de permitividad  $\epsilon = 3,54 \cdot 10^{-10} \text{ F.m}^{-1}$  (suelo húmedo) y una distancia entre el electrodo de potencial  $P$  y el electrodo de prueba  $E$  ( $x = 20m$ ). Se obtuvieron los valores de energía almacenada en el campo magnético, pérdidas resistivas en la región, resistencia paralelo, inductancia serie y capacitancia paralelo mostrado a continuación:

Tabla 6. Valores de energía almacenada en el campo magnético, pérdidas resistivas en la región, resistencia, inductancia serie y capacitancia paralelo obtenidos utilizando el software FINITE ELEMENT METHOD MAGNETICS.

| <b>f (Hz)</b> | <b>Energía magnética (J)</b> | <b>Perdidas resistivas (W)</b> | <b>Resistencia paralelo (<math>\Omega</math>)</b> | <b>Inductancia serie (H)</b> | <b>Capacitancia paralelo (F)</b> |
|---------------|------------------------------|--------------------------------|---------------------------------------------------|------------------------------|----------------------------------|
| 100           | 891314000                    | 4,594E+7                       | 95,19                                             | 6,21E-06                     | 7,91E-10                         |
| 500           | 891314000                    | 1,148E+9                       | 95,19                                             | 6,21E-06                     | 7,91E-10                         |
| 1000          | 891314000                    | 4,594E+10                      | 95,19                                             | 6,21E-06                     | 7,91E-10                         |
| 10000         | 891342000                    | 4,593E+11                      | 95,20                                             | 6,21E-06                     | 7,90E-10                         |
| 50000         | 892018000                    | 1,141E+13                      | 95,27                                             | 6,18E-06                     | 7,90E-10                         |
| 100000        | 893917000                    | 4,492E+13                      | 95,47                                             | 6,08E-06                     | 7,88E-10                         |
| 500000        | 917148000                    | 9,724E+14                      | 97,95                                             | 5,26E-06                     | 7,68E-10                         |
| 1000000       | 947548000                    | 3,595E+15                      | 101,20                                            | 4,86E-06                     | 7,44E-10                         |
| 2000000       | 1019440000                   | 1,320E+16                      | 108,88                                            | 4,46E-06                     | 6,91E-10                         |
| 10000000      | 1023630000                   | 2,122E+17                      | 109,32                                            | 2,87E-06                     | 6,88E-10                         |

A partir de los datos de la tabla 5, se pueden obtener los valores de resistencia serie  $\left( R_s = \frac{R_p}{1 + \omega^2 R_p^2 C_p^2} \right)$  y de capacitancia serie  $\left( C_s = \frac{1 + \omega^2 R_p^2 C_p^2}{\omega^2 R_p^2 C_p} \right)$  de un circuito RLC serie, equivalente al circuito de la figura 33:

Tabla 7. Valores de resistencia serie y capacitancia serie para un circuito RLC.

| <b>f (Hz)</b> | <b>Resistencia serie (<math>\Omega</math>)</b> | <b>Capacitancia serie (F)</b> |
|---------------|------------------------------------------------|-------------------------------|
| 100           | 95,19                                          | 3,54E-01                      |
| 500           | 95,19                                          | 1,41E-02                      |
| 1000          | 95,19                                          | 3,54E-03                      |
| 10000         | 95,19                                          | 3,54E-05                      |
| 50000         | 95,21                                          | 1,41E-06                      |
| 100000        | 95,26                                          | 3,53E-07                      |
| 500000        | 92,77                                          | 1,45E-08                      |
| 1000000       | 82,71                                          | 4,07E-09                      |
| 2000000       | 57,48                                          | 1,00E-09                      |
| 10000000      | 4,68                                           | 7,19E-10                      |

De los valores de inductancia (tabla 5), resistencia y capacitancia (tabla 6), se obtiene entonces la impedancia ( $Z$ ), resistencia ( $R$ ), reactancia ( $X$ ) y factor de potencia ( $\cos \theta$ ) que modela al sistema de puesta a tierra:

Tabla 8. Valores de impedancia  $Z$ , resistencia  $R$ , reactancia  $X$  y factor de potencia  $\cos \theta$ .

| <b>f (Hz)</b> | <b>Resistencia (<math>\Omega</math>)</b> | <b> Reactancia  (<math>\Omega</math>)</b> | <b> Impedancia  (<math>\Omega</math>)</b> | <b>cos(<math>\theta</math>)</b> |
|---------------|------------------------------------------|-------------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------------|
| 100           | 95,19                                    | 0,0006                                    | 95,19                                     | 1,00 cap.                       |
| 500           | 95,19                                    | 0,0030                                    | 95,19                                     | 1,00 cap.                       |
| 1000          | 95,19                                    | 0,0060                                    | 95,19                                     | 1,00 cap.                       |
| 10000         | 95,19                                    | 0,0597                                    | 95,19                                     | 1,00 cap.                       |
| 50000         | 95,21                                    | 0,3105                                    | 95,21                                     | 1,00 cap.                       |
| 100000        | 95,26                                    | 0,6854                                    | 95,26                                     | 1,00 cap.                       |
| 500000        | 92,77                                    | 5,4010                                    | 92,92                                     | 0,99 cap.                       |
| 1000000       | 82,71                                    | 8,5479                                    | 83,15                                     | 0,99 cap.                       |
| 2000000       | 57,48                                    | 23,1081                                   | 61,95                                     | 0,92 cap.                       |
| 10000000      | 4,68                                     | 158,269                                   | 158,34                                    | 0,02 ind.                       |

De los valores mostrados en la tabla 7, se obtiene entonces la curva de la Impedancia de Puesta a Tierra en función de la frecuencia, para una distancia entre el electrodo de potencial  $P$  y el electrodo de prueba  $E$  ( $x = 20m$ ). Observe la figura 34:

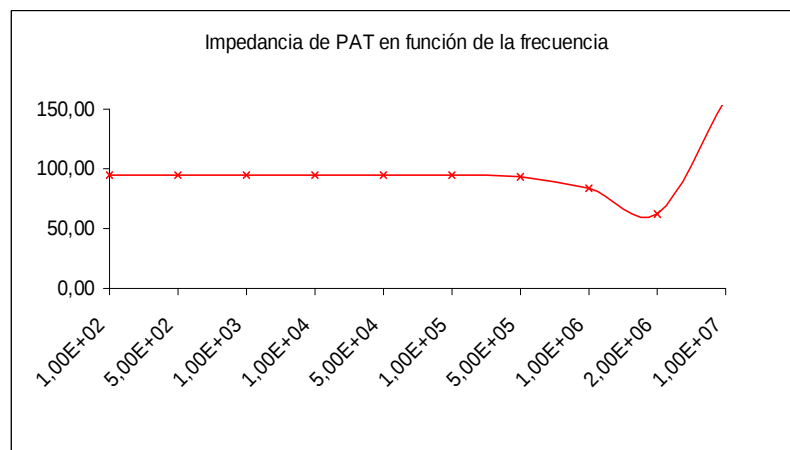


Figura 34. Impedancia de Puesta a Tierra en función de la frecuencia.

Note que el gráfico mostrado en la figura 34, tiene la misma conducta de las curvas obtenidas en las figuras 31 y 32. Es decir a medida que la frecuencia de operación aumenta hasta valores cercanos a la resonancia, disminuye la impedancia como consecuencia de disminuir el modulo de la reactancia. Y a partir de ese entonces, los fenómenos inductivos pasan a ser predominante aumentando el valor de impedancia de puesta a tierra.

Por último se calcula la frecuencia de resonancia del circuito RLC serie, equivalente al circuito de la figura 33 (asumiendo  $L_s = 4,46 * 10^{-6}$  H y  $C_s = 1,00 * 10^{-9}$  F como los valores de inductancia y capacitancia serie cercanos a la frecuencia deseada) mediante la siguiente expresión [12]:

$$f_r = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{LC}} \quad (3.39)$$

obteniendo  $f_r = 2,38 MHz$  como la frecuencia de resonancia de los fenómenos reactivos presentes en el sistema de puesta a tierra.

## CONCLUSIONES

Las características de un Sistema de Puesta a Tierra como medio de propagación de ondas eléctricas y magnéticas varían en el dominio de la frecuencia de la señal a la que es sometido. Para valores bajos de frecuencia dicho medio posee un comportamiento puramente resistivo ante el paso de la corriente pero a valores de frecuencia elevados en la señal, aparecen fenómenos reactivos (sean estos inductivos y/o capacitivos) en el comportamiento que deben ser tomados en cuenta.

Se diseñó entonces, un método no convencional usando como base el Método de Caída de Potencial indicado en la recomendación IEEE 81-1983. Este diseño considera los cables utilizados en la medición como líneas de transmisión debido a que para señales de alta frecuencia se crean ondas estacionarias en las líneas que pueden desvirtuar las tensiones medidas.

Para evitar los efectos de inductancia mutua en las líneas de transmisión utilizadas, estas se colocaron en dirección opuestas entre si; y para que los parámetros de capacitancia y conductancia de las líneas posean un valor constante, estos cables deben mantenerse a una misma altura con respecto al suelo a lo largo de su recorrido. De esta forma se garantiza que el valor de impedancia característica  $Z_0$  de la línea se mantenga constante.

Bajo estas condiciones establecidas en el método no convencional de medición se determina entonces que, para aumento de la frecuencia de la señal, la resistencia de puesta a tierra disminuye debido a la mayor presencia de corrientes de desplazamiento en el terreno, y con esta disminuye el factor de potencia siendo este

en adelante. Los fenómenos capacitivos son mayores en suelos húmedos debido a la presencia del agua la cual aumenta su permitividad  $\epsilon$ .

Otra propiedad importante a tomar en cuenta es la resistividad del terreno, para esto se debe considerar heterogeneidades en el mismo, por lo menos dos capas presentes de diferentes materiales cada una con su respectivo valor de resistividad. Sin embargo y para efectos prácticos, cuando se realizan simulaciones con un software, se debe tomar un valor de resistividad promedio a los medidos aplicando el Arreglo de Wenner (indicado en la recomendación IEEE 81-1983); con la finalidad de obtener los valores de resistencia, inductancia y capacitancia que representan los fenómenos presentes y caracterizar así al sistema de puesta a tierra como un medio de propagación de ondas eléctricas y magnéticas.

Conocido esto, el suelo junto al electrodo de tierra se modela como un circuito eléctrico equivalente de parámetros concentrados conformado por una bobina en serie con un arreglo en paralelo de una resistencia y un condensador. La bobina representa los fenómenos inductivos propios del electrodo, la resistencia representa la oposición que encuentra la corriente en el sistema de puesta a tierra y el condensador modela los fenómenos capacitivos presentes en el suelo.

Los fenómenos reactivos anteriormente descritos encuentran para una frecuencia específica su resonancia y a consecuencia de esto, la impedancia de puesta a tierra toma su valor mínimo. Para valores de frecuencia de operación mayores a  $f_r$ , el sistema de puesta a tierra tendrá un factor de potencia en atraso.

## RECOMENDACIONES

Para determinar la resistividad de un suelo específico utilizando el Arreglo de Wenner, es recomendable realizar las lecturas de la relación  $V/I$  en diferentes direcciones para un mismo espaciamiento de los electrodos  $a$ . Por limitaciones físicas del terreno estudiado, en este trabajo de investigación solamente se toma una lectura para cada valor de  $a$ . Se debe verificar entonces, que el área del terreno a estudiar permita cumplir con las mediciones en diferentes direcciones.

Si se desea aplicar algún método para reducir el valor de impedancia de puesta a tierra en un terreno, ya sea instalando varios electrodos en paralelo o por medio de tratamiento químico; se recomienda tomar como referencia el mayor valor de impedancia obtenido de las mediciones aplicando el método no convencional diseñado, en un dominio de la frecuencia  $0 \leq f \leq f_{MAX}$  donde  $f_{MAX}$  es el valor de frecuencia máximo de operación a lo que se pueda ser sometido el Sistema de Puesta a Tierra durante su tiempo de vida útil. Es necesario recordar que después de la frecuencia de resonancia de los fenómenos reactivos, la impedancia de puesta a tierra aumenta progresivamente a medida que aumenta el valor de  $f$ .

Los procedimientos, expresiones y cálculos expuestos en este documento pueden ser compilados para diseñar un software que realice el estudio de la impedancia de puesta a tierra de un terreno en el dominio de la frecuencia.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] González, F. (2005). *Sistemas de Puesta a Tierra: Una introducción a la Seguridad*. Seminario de seguridad eléctrica en la industria y riesgos en la empresa. Puerto Ordaz, p.p. 1, 11-13.
- [2] ANSI/IEEE Std 81-1983. (1983). Guide for Measuring Earth Resistivity, Ground Impedance, and Earth Surface Potentials of a Ground System. *The Institute of Electrical and Electronics Engineers*. New York.
- [3] Malpica, W y Machado, V. (2005). *Earth Impedance for a buried vertical rod in the presence of eddy currents*. XII International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering. Barona. p. 1.
- [4] Molina, W. (2006). *Comparación de los Métodos 1-D y 2-D de Resistividad Eléctrica por medio de sondeos tipo Wenner, Dipolo - Dipolo y Wenner - Schlumberger con la utilización de los programas Dcinv, Res2dmod y Res2dinv*. Trabajo especial de grado de licenciatura, Universidad Simón Bolívar, Caracas, p.p. 4, 7-10.
- [5] Pacheco, A. *Líneas de transmisión*. [monografía en línea]. Consultada en Marzo del 2011 en <http://www.monografias.com/trabajos38/lineas-de-transmission>.
- [6] Neri, R. (1999). *Líneas de transmisión* (Primera Edición). México: McGraw-Hill, p.p. 51-56, 58-62, 66-68, 71-73, 76-79, 90-95.
- [7] Meeker, D. (2006). *Finite Element Method Magnetics, Versión 4.0 User's Manual*. [archivo digital en .pdf], p.p. 7-10.
- [8] Deri, A. (1981). The complex ground return plane, a simplified model for homogeneous and multi-layer earth return. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100 (Nro.8), p.p. 3686-3692.
- [9] UIT-R P.527-3. (1978-1982-1990-1992). Características eléctricas de la superficie de la Tierra. *Unión Internacional de Telecomunicaciones – Sector de Radiocomunicaciones*. New York, p. 2.

- [10] Greev, L. (2005). On High-Frequency Circuit Equivalents of a Vertical Ground Rod. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 20 (Nro.2), p. 1598.
- [11] Malpica, W. (2010). *Cálculo de resistividades en suelo no homogéneo*. [archivo digital en .xmcd].
- [12] Wikipedia. *Resonancia eléctrica* [pagina web en línea]. Consultada en Abril del 2011 en [http://es.wikipedia.org/wiki/resonancia\\_eléctrica](http://es.wikipedia.org/wiki/resonancia_eléctrica).

## BIBLIOGRAFÍA

- 1- ANSI/IEEE Std 81-1983. (1983). Guide for Measuring Earth Resistivity, Ground Impedance, and Earth Surface Potentials of a Ground System. *The Institute of Electrical and Electronics Engineers*. New York.
- 2- Fernández, J. (2004). *Líneas de transmisión*. [guía documental en línea]. Consultada en Marzo del 2011 en <http://materias.fi.uba.ar/6209>.
- 3- Kuffel, E y Zaengl, W. (2000). *High Voltage Engineering Fundamentals* (Second Edition). Madras – India: Editorial Newnes.
- 4- Neri, R. (1999) *Líneas de transmisión* (Primera Edición). México: McGraw-Hill.
- 5- Wikipedia. *Ecuaciones de Maxwell* [pagina web en línea]. Consultada en Febrero del 2011 en [http://es.wikipedia.org/wiki/ecuaciones\\_de\\_maxwell](http://es.wikipedia.org/wiki/ecuaciones_de_maxwell).
- 6- Wikipedia. *Líneas de Transmisión* [pagina web en línea]. Consultada en Octubre del 2010 en [http://es.wikipedia.org/wiki/líneas\\_de\\_transmisión](http://es.wikipedia.org/wiki/líneas_de_transmisión).

## GLOSARIO

- Corriente: Es el flujo de carga que recorre un conductor, se mide por el número de amperes que pasan por una sección determinada del material.
- Electrodo: Extremo de un conductor en contacto con un medio como el suelo, al que se drena o del que recibe una corriente eléctrica.
- Electromagnetismo: Parte de la física que estudia la interacción de los campos eléctricos y magnéticos.
- Frecuencia: término empleado para indicar el número de veces que se repite en un segundo cualquier valor de una señal periódica de tensión o corriente. Se expresa en [Hz].
- Impedancia: Relación entre la tensión alterna aplicada a un sistema eléctrico y la intensidad de corriente producida. Se expresa en [ $\Omega$ ].
- Longitud de onda: distancia entre dos puntos consecutivos del mismo valor dentro de una señal periódica.
- Onda o señal: Forma de propagarse a través de un medio los campos eléctricos y magnéticos producidos por las cargas eléctricas en movimiento.
- Parámetro Capacidad: Representa el efecto del campo eléctrico por unidad de longitud existente entre los conductores de una línea de transmisión y entre conductor y tierra. Se expresa en [ $\mu\text{F}/\text{km}$ ].
- Parámetro Conductancia: Representa el efecto de las corrientes de fuga desde los conductores a tierra debido a la imperfección del sistema de aislación en una línea de transmisión. Sus unidades son [ $\text{S}/\text{m}$ ] o [ $\text{S}/\text{km}$ ].
- Parámetro Inductancia: Caracteriza el efecto del campo magnético que rodea a los conductores por unidad de longitud de una línea de transmisión, el cual produce en ellos efectos de autoinducción e inducción mutua. La inductancia reunirá a ambos efectos en uno sólo. Se unidades son [ $\text{H}/\text{m}$ ] o [ $\text{H}/\text{km}$ ].

- **Parámetro Resistencia:** Dificultad que opone una línea de transmisión al paso de una corriente en por unidad de longitud. Es la principal causante de las pérdidas de energía, que se manifiesta en forma de calor. Se expresa en  $[\Omega/m]$  o en  $[\Omega/km]$ .
- **Permeabilidad:** En un campo magnético, cociente de dividir la inducción por el poder imanador. Su unidad es  $[S/m]$ .
- **Permitividad:** Capacidad de un dieléctrico para almacenar energía electrostática en presencia de un campo eléctrico. Se expresa en  $[F \cdot m^{-1}]$ .
- **Potencia:** Cantidad de trabajo necesario para mover las cargas eléctricas a través de un medio. Su unidad es [VA] si se trata de Potencia Aparente, [w] para Potencia Activa o [VAR] para Potencia Reactiva.
- **Puesta a Tierra:** conexión de un sistema eléctrico al suelo o a un objeto conductor grande o masa cuyo potencial es cero.
- **Tensión:** Es la cantidad de voltios que actúan en los terminales de un elemento o sistema eléctrico.

# ANEXOS