



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
Facultad de Humanidades y Educación
Escuela de Educación

**CARACTERIZACIONES DIDÁCTICAS DE TRAYECTORIAS DE
APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS, MEDIANTE EL USO DE
INGENIERÍA DIDÁCTICA EN SÉPTIMO GRADO**

Lic. Adelis Nieves C.I:15.315.164

Tutor: Dr. Pedro Alson Haran

Caracas, Noviembre 2010



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
Facultad de Humanidades y Educación
Escuela de Educación

**CARACTERIZACIONES DIDÁCTICAS DE TRAYECTORIAS DE
APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS, MEDIANTE EL USO DE
INGENIERÍA DIDÁCTICA EN SÉPTIMO GRADO.**

**TRABAJO DE TESIS PRESENTADO COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADA EN EDUCACIÓN
MENCIÓN MATEMÁTICA**

Lic. Adelis Nieves C.I:15.315.164

Tutor: Dr. Pedro Alson Haran

Caracas, Noviembre 2010



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
Facultad de Humanidades y Educación
Escuela de Educación
Coordinación Académica



DEFENSA DE TRABAJOS DE LICENCIATURA VEREDICTO

Quienes suscriben, miembros del jurado designado por el Consejo de la Escuela de Educación en su sesión 1403 de fecha 9/6/2010 para evaluar el Trabajo de Licenciatura presentado por NIEVES, ADELIS C.I. 15.315.164, bajo el CARACTERIZACIONES DIDÁCTICAS DE TRAYECTORIAS DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS, MEDIANTE EL USO DE INGENIERÍA DIDÁCTICA EN SÉPTIMO GRADO, para optar al Título de LICENCIADO EN EDUCACIÓN, dejan constancia de lo siguiente:

1. Hoy, 19 noviembre de 2010 nos reunimos en la sede de la Escuela de Educación para que su(s) autor(es) lo defendiera(n) en forma pública.
2. Culminada la Defensa Pública del referido Trabajo de Licenciatura, conforme a lo dispuesto en el Art. 14 del "Reglamento de Trabajos de Licenciatura de las Escuelas de la Facultad de Humanidades y Educación" adoptando como criterios para otorgar la calificación: rigurosidad en el razonamiento, coherencia en la exposición, claridad y pertinencia en los procesos metodológicos empleados, adecuación del sustento teórico, así como la calidad de la exposición oral y de las respuestas dadas a las preguntas formuladas por el jurado, acordamos calificarlo como:

APLAZADO ☐

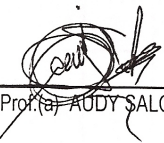
APROBADO ☒ otorgándole la mención:

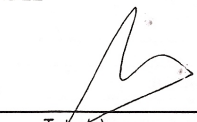
SUFICIENTE ☐ DISTINGUIDO ☐ SOBRESALIENTE ☒

3. Las razones que justifican la calificación otorgada son las siguientes: _____

Aporte riguroso y sistemático en
la construcción de conocimientos
en la investigación educativa
dentro de la Ingeniería Didáctica.


Prof.(a) ADELFA HERNÁNDEZ


Prof.(a) AUDY SALCEDO


Tutor(a)
Prof.(a) PEDRO ALSON



APROBACIÓN DEL TUTOR

Quien suscribe, Profesor Pedro Alson Haran, de la Universidad Central de Venezuela, adscrito a la Escuela de Matemática, en mi carácter de tutor del Trabajo de Grado titulado Caracterizaciones didácticas de trayectorias de aprendizaje en matemáticas, mediante el uso de ingeniería didáctica en séptimo grado, realizado por la ciudadana Adelis Nieves C.I: 15.315.164. Manifiesto que he revisado en su totalidad la versión definitiva de los ejemplares de este trabajo y certifico que se le incorporaron las observaciones y modificaciones indicadas por el jurado evaluador.

En Caracas a los 19 días del mes de Noviembre de 2010.



Pedro Alson Haran
C.I: 3.575.188

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA

Facultad de Humanidades y Educación

Escuela de Educación

**CARACTERIZACIONES DIDÁCTICAS DE TRAYECTORIAS DE
APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS, MEDIANTE EL USO DE
INGENIERÍA DIDÁCTICA EN SÉPTIMO GRADO**

Autor: Adelis Nieves

Tutor: Pedro Alson Haran

RESUMEN

En este trabajo se exploran las nociones de movimiento y movilidad de aprendizajes de estudiantes. Para ello, se crearon varias definiciones de posición, tiempo y trayectoria. Mediante la definición y calibración de una rejilla bidimensional, llamada paisaje, se pudo estudiar el posicionamiento de una muestra de estudiantes. El uso reiterado de la rejilla, utilizando diversos atributos para definir posiciones, lleva invariablemente a la siguiente descripción: la mayoría se posiciona en una de las diagonales de la rejilla, indicando con ello una capacidad similar en cada uno de los atributos que definen los ejes de la rejilla. Sin embargo, también se constató la existencia de una minoría que supera el veinte por ciento y que no sigue esa tendencia. En cuanto a movimiento y movilidad, la descripción obtenida indica que existe una gran movilidad. Pero esta movilidad no estaría uniformemente repartida: se concentra en estudiantes de nivel medio, que no ocupan posiciones extremas. Otro aspecto notorio es que la movilidad medida con respecto al individuo, dada por la escala métrica, es mayor que la observada para el movimiento con respecto a la posición del estudiante en el grupo, dado por la escala topológica. Los resultados obtenidos podrían ser aplicados para orientar cambios curriculares y de manera más específica, para ampliar, mediante materiales didácticos adecuadamente diseñados, las opciones de aprendizaje de los estudiantes.

ABSTRACT

In this paper we explore the notions of movement and mobility student learning. To this end, several definitions of position, time and trajectory were created. By the definition and calibration of a two-dimensional grid, called landscape, we were able to study the positioning of students from a sample. The repeated use of the grid, using different attributes to define positions, invariably led to the following description: most positions lie in one of the diagonal grid, thus indicating, for most of the students, a similar capacity at both attributes that define the axes of the grid. However, it was also noticed the existence of a minority greater than twenty percent and that does not follow that trend. In terms of movement and mobility, the description obtained indicates that there exists high mobility. But this mobility would not be uniformly spread: it focuses on middle range school students, who do not occupy extreme positions. Another notable aspect is that the measured mobility concerning the individual, given by the metric scale, is greater than the observed for movement with respect to the position of student group, given by the topological scale. The results could be applied to guide curricular changes and more specifically, to expand by didactical materials properly designed the options for the student learning.

Dedicado a:

Mi madre María Cordeiro.

Mis hermanos: Manuel Nieves,
Darvin y Luis Guillermo Rodríguez.

A Luna Camila Gainza Fernandes
y a todos los niños que formarán parte del porvenir de este país.

Agradecimientos

La elaboración de este trabajo ha sido el producto de muchos días y noches de arduo esfuerzo para alcanzar el éxito en una etapa muy importante de mi vida. Muchas personas merecen mi agradecimiento por su apoyo y entender lo importante que ha sido y es para mi que este trabajo sea leído por ustedes en este momento.

De manera muy especial y afectiva quiero agradecer a mi madre María Cordeiro y a mis hermanos por estar allí, y comprender que cada cosa que hago está motivada por ellos.

A mi hermano Manuel Agustín, que después de convertirse en un ángel me ha iluminado y va en mi pensamiento para llevar a cabo cada cosa que no pude hacer con él, en especial mostrarle este trabajo.

Quiero agradecer especialmente a mi mejor amiga Elia González por decirme siempre: “todo va a estar bien”. A mis amigos: Freddy Hernández, Gledys Sulbarán, Zaira Ravena, Dimitar Voutchkova, José Gregorio Gómez y Samuel Carvajal, a todos ellos gracias por amarme, apoyarme y darme sonrisas durante tantos años.

Agradezco especialmente a Christian Puello por fotografiar motivos de alegrías, hermosos sueños y congelarlos para mi, además de su valiosa colaboración en la culminación de la presentación de este trabajo.

Infinitas gracias a la Dra. Juana Castillo por su profesionalismo y sabias enseñanzas.

Quiero agradecer de manera especial a Otilio Rojas por darme su mano y llevarme por el camino de la sabiduría y lo hermoso de aprender y enseñar, por estar allí en los momentos de angustia y felicidad. Gracias Ot por ser tú.

Deseo agradecer a Sergio Rivas por todo el apoyo incondicional para llevar adelante la redacción de este trabajo, por su afecto en los momentos más difíciles

y por escuchar los delirios producto de horas de desempeño, gracias Ser.

Quiero agradecer de manera muy especial a Lilibeth Fernandes, por atreverse a continuar conmigo este hermoso sueño y traer al mundo a esa hermosa niña que ha sido el más grande motivo para continuar, por su valentía, coraje, fuerza e inteligencia para realizar juntas este trabajo. Amiga, gracias y seguiremos cosechando éxitos, te quiero mucho!

Muy respetuosamente quiero dar gracias a los profesores Audi Salcedo y Adelfa Hernández por sus correcciones y sugerencias.

Finalmente, quiero dar gracias a la persona que hizo posible este trabajo y mi desarrollo como profesional. Agradezco a mi tutor el profesor Pedro Alson por su sabiduría infinita, sus conocimientos, su paciencia, su confianza y dedicación.

Le agradezco el haberme dado la oportunidad de descubrir lo mágico del pensamiento, y que de él salen los frutos más hermosos para aquellos que más lo necesitan.

Gracias por enseñarme que el conocimiento es “de todos” y “para todos” y que el “ser” y el “deber ser” deben estar unidos para que la enseñanza y el aprendizaje no sean unos desconocidos en el camino del saber.

Pedro, siempre estaré apoyándote en esto y gracias por tu valentía y coraje para seguir adelante con este regalo que nos das a todos.

“Por el derecho a comprender”

Gracias.

Índice

1. Planteamiento del problema	17
2. Marco Teórico	20
2.1. La didáctica fundamental	20
2.2. La teoría de descriptores.	24
2.3. La teoría de sistemas	25
2.4. Uso de la estadística	29
3. Marco Metodológico	30
3.1. Obtención y preparación de los datos	30
3.2. Definición de las operaciones estadísticas	34
3.3. Trabajo conceptual	36
3.4. Construcción de las metáforas	37
4. Trayectorias con exámenes o ventanas	43
4.1. Introducción	43
4.2. Rango cuartil	44
4.3. Estudio del rango franja	52
4.4. Conclusiones del capítulo	55
5. Trayectoria grupal en un tema	57
5.1. Introducción	57
5.2. Preámbulos y notaciones	58
5.3. La noción de velocidad	59
5.4. El tiempo de exposición a un tema	63
5.5. Distribución de los atributos por rango: estratificación	65
5.6. Conclusiones del capítulo	67

6. El Paisaje	69
6.1. Introducción	69
6.2. La matriz de factores rankeados	70
6.3. El Paisaje	72
6.4. Paisaje y género	77
6.5. Conclusiones del capítulo	84
7. Trayectoria en el paisaje	85
7.1. Introducción	85
7.2. Preparación de los tres subconjuntos	86
7.3. Movimientos de la escala de rangos	89
7.4. Movimientos de escala métrica, residuos del centramiento	94
7.5. La capacidad de predicción a partir de rangos	101
7.6. Conclusiones del capítulo	106
A. Rutinas	111
A.1. Capítulo trayectoria con exámenes o ventanas	111
A.2. Capítulo trayectoria grupal en un tema	113
A.3. Capítulo el paisaje	113
A.4. Capítulo movimiento en el paisaje	116
B. Exámenes	122
C. Matriz de atributos de respuesta	129
D. Matriz de atributos de preguntas	130

Índice de Figuras

2.1. Planteamiento de la situación fundamental	22
2.2. Ejemplo de subconjunto de situaciones	23
3.1. Esquema ejemplo	41
3.2. Movimiento en el paisaje bidimensional	42
7.1. Tipos de movimiento para un estudiante	88
7.2. Movimientos simplificados	89
7.3. Histogramas de la magnitud de los movimientos	99
7.4. Histogramas de la magnitud de los movimientos en cada nivel . .	101
B.1. Examen 5	122
B.2. Examen 7	123
B.3. Examen 8	124
B.4. Examen 9	125
B.5. Examen 10	126
B.6. Examen 11	127
B.7. Examen 12	128

Índice de Tablas

4.1. Matrices de <i>Rango Global</i> y <i>Género</i>	44
4.2. Género y Rangos Globales	45
4.3. Matriz de de rango por exámenes 7mo A	45
4.4. Matriz de de rango por exámenes 7mo B.	46
4.5. Tabla de fluctuaciones para 7mo A	47
4.6. Tabla de fluctuaciones para 7mo B	47
4.7. Matriz de Trayectorias para 7mo A.	48
4.8. Matriz de Trayectorias para 7mo B.	48
4.9. Fluctuaciones por exámenes	49
4.10. Fluctuaciones Vs. Rangos Globales	51
4.11. Fluctuaciones Vs. Género	52
4.12. Género Vs. Rango Franja	53
4.13. Fluctuaciones Vs. Rango Global con Rango Franja	54
4.14. Fluctuaciones Vs. Género con Rango Franja	54
5.1. Los temas y sus promedios para 7mo A	58
5.2. Porcentaje de atributos para el tema <i>PropDistAplic</i>	59
5.3. Caracterización de los ejemplos	62
5.4. Velocidad del aprendizaje por caracterización	62
5.5. Clasificación de los temas por velocidad	63
5.6. Atributos para el tema <i>Segmento</i>	64
5.7. Atributos para el tema <i>Inversa</i> y <i>Fórmula</i>	65
5.8. Distribución de los atributos por rango	65
6.1. Matriz de factores rankeados 7mo A	70
6.2. Matriz de factores rankeados 7mo B	71
6.3. Frecuencias para los factores <i>Números</i> y <i>Letras</i>	72

6.4.	Nomenclatura para la dispersión	73
6.5.	Tablas de Frecuencias para los factores <i>Números y Letras</i>	74
6.6.	Test Chi para los tres pares de factores	75
6.7.	Distribución por factores	76
6.8.	Distribución por Rango y Género del factor <i>LetNum</i>	78
6.9.	Resumen de la distribución del Género y el Factor <i>LetNum</i>	78
6.10.	Dispersión de acuerdo a niveles de significancia	79
6.11.	Distribución para el Factor <i>Situación</i> y el Género	79
6.12.	Distribución para el Factor <i>CasteDiag y el Género</i>	80
6.13.	Distribución por Género y Factores para el rango 1	81
6.14.	Distribución por Género y Factores para el rango 4	81
6.15.	Frecuencia en las Categorías Extremas	82
6.16.	Concentración por debajo de la diagonal para 7mo B	83
7.1.	Frecuencia de cada movimiento con escala topológica	90
7.2.	Frecuencia de movimientos simplificados por factores	91
7.3.	Frecuencia de la suma de los movimientos por género	91
7.4.	Distribución de la suma de movimientos por rango en <i>Tiempo1</i>	92
7.5.	Cruce de movimientos (Escala Topológica) con <i>RankDef</i>	93
7.6.	Frecuencia de movimientos en escala métrica	95
7.7.	Distribución en los tres movimientos según los factores	95
7.8.	Distribución en los tres movimientos según rango	95
7.9.	Movimientos simplificados con escala métrica	96
7.10.	Frecuencia de la suma de los movimientos con escala métrica	97
7.11.	Distribución de movimientos en <i>Tiempo1</i> con escala métrica	97
7.12.	Distribución de movimientos de escala métrica por <i>RankDef</i>	98
7.13.	Frecuencia de cruces de los rangos	102
7.14.	Frecuencias de los movimientos según rangos y el factor <i>LetNum</i>	103
7.15.	Frecuencias de los movimientos según rangos y el factor <i>AlgoSig</i>	104
7.16.	Frecuencias de los movimientos según rangos y el factor <i>CasteDiag</i>	104
7.17.	Tipos de escala para los tres factores.	105
C.1.	Ejemplo del examen 12 sección B.	129

Introducción

El trabajo presentado fue motivado por observaciones de algunos docentes que habían trabajado con estudiantes y la ingeniería que utilizamos para la obtención de los datos. Eran planteamientos del tipo: “a x no le gustaba la matemática y ahora está estudiando entusiasmado y mejorando”, o bien, “y no entendía casi nada y ha mejorado mucho su nota”, etc. Queríamos estudiar ese tipo de cambio: si era gradual, si era sostenido en el tiempo, con cuántos estudiantes se producía,...etc. Nos pareció que tenía que ver con el devenir de los estudiantes en el curso, con su cambio de posición con respecto a los otros estudiantes. etc. Todo ello llamaba a la noción, muy vaga en ese momento, de trayectoria del estudiante. Al iniciar la exploración de los datos descubrimos que el fenómeno en cuestión no era fácilmente detectable. El único modelo de trayectoria con que contábamos en ese momento, dado por la sucesión de las notas del estudiante obtenidas en los diferentes exámenes, no parecía apto para nuestro propósito.

Gradualmente tomamos conciencia de la pobreza de recursos conceptuales con que contábamos para tener alguna posibilidad de “ver algo”, de ver un progreso sostenido en algunos estudiantes, en general de ver movimientos en los aprendizajes, retrocesos o avances. Esto llevó a una fase de desarrollo conceptual, algunos de cuyos resultados están en los primeros capítulos. En segundo lugar, exigió la construcción de un conjunto de rutinas estadísticas que permitieran fabricar algunas representaciones que tuvieran sentido para nuestro objetivo inicial.

Al dar estos pasos, el conjunto de preguntas y los términos en que ellas fueron hechas, fue drásticamente modificado. Hasta el punto en que comenzó a ser aparente la utilidad que el estudio podía tener, no solo para nuestro objetivo inicial, sino también para definir algunas de las propiedades de la ingeniería utilizada y más en general para tomar conciencia de la existencia de algunos parámetros a ser tomados en cuenta desde la perspectiva de cambio de los métodos de enseñanza.

Insensiblemente estábamos tocando un conjunto de problemas, todos ellos relevantes para modificar el estado actual de nuestro sistema didáctico matemático.

Hemos escogido una presentación que sigue a groso modo la sucesión temporal en la que fueron obtenidos los resultados. En el Capítulo Cuatro tratamos la noción más sencilla de trayectoria, dada por el posicionamiento del estudiante con respecto al curso, en cada uno de los exámenes considerados. Los resultados no indican grandes fluctuaciones, ni muchas, entre las posiciones del estudiante en cada examen y su posición final. El Capítulo Cinco trata de la noción de velocidad grupal de aprendizaje. Los datos recolectados ofrecen una rica muestra de diferentes contenidos cuyos aprendizajes se realizan a diferentes velocidades. Son particularmente aptos para definir movimientos grupales. Es en los dos últimos capítulos que se logra plantear una noción de posición y trayectoria que permite apreciar un gran conjunto de movimientos. Creemos que estos resultados podrían ser útiles para orientar cambios en la enseñanza de la matemática y sobre todo mostrar posibles nuevas áreas de aprendizaje.

Nos hemos visto obligados, para sustentar algunas de las discusiones y desarrollos del trabajo, a incluir un número no despreciable de tablas y resultados numéricos. Para facilitar su lectura y comprensión hemos, en la gran mayoría de los casos, acompañado esas tablas de generosos comentarios, además de interpretaciones necesarias para sustentar nuestros puntos de vista. Por otro lado, tanto las introducciones como las conclusiones de los capítulos han sido escritas en castellano, aunque hagan referencia y sean fruto del trabajo interno a ellos. Probablemente una primera lectura del trabajo pueda hacerse con introducciones y conclusiones, sin entrar en los detalles estadísticos. En una segunda lectura, ya con una visión de conjunto y en la medida que el lector sienta la necesidad para comprender mejor, hacer el esfuerzo de acompañarnos en la lectura e interpretación de las tablas.

Capítulo 1

Planteamiento del problema

Los estudios de los aprendizajes suelen ser restringidos a análisis meticulosos hechos con pocos individuos. O bien con grandes conjuntos de estudiantes, para evaluar la asimilación de ciertos conceptos por la población estudiantil. El objetivo, muy frecuentemente, es medir si alguna capacidad o conocimiento específico, han sido “adquiridos” y el comparar “lo que es” con el “debería ser”, fijado por los programas de turno. En ambos casos se trata de obtener resultados estáticos: hasta dónde han llegado los estudiantes. Hasta qué punto un concepto ha sido asimilado.

A diferencia de esos estudios, al inicio nos proponíamos analizar el movimiento de los índices de los estudiantes dados por los exámenes. Partimos del presupuesto de que mediante la aplicación de instrumentos estadísticos e informáticos, la noción de trayectoria analizada en el Capítulo 4, que a nuestro entender sintetizaba ese movimiento de índices, podía arrojar resultados interesantes sobre posibles movimientos o tendencias de los estudiantes a lo largo del año escolar. Rápidamente se hizo evidente que la aplicación sistemática de dichos instrumentos no arrojaba nuevos resultados.

Es en ese momento que iniciamos el estudio de la noción de movimiento, con respecto a los aprendizajes de los estudiantes a lo largo del año. La escasez y aparente ausencia de estudios orientados a teorizar sobre el movimiento en los aprendizajes y la movilidad de los estudiantes, con respecto a aprendizajes relacionados tanto a contenidos específicos como a capacidades generales, nos indujeron a convertir nuestras inquietudes iniciales en un problema de investigación, objeto de este trabajo. Y ese es un primer problema que abordamos: cómo definir

el movimiento a nivel de los aprendizajes, en términos teóricos, cómo observarlo y describirlo. Reflexionar sobre su posible relevancia para la didáctica.

Dado que se disponían de datos reales, se podían medir y cuantificar los movimientos realizados, sus magnitudes, las frecuencias con que aparecían, etc. Esto condujo al segundo problema, íntimamente relacionado y supeditado al primero: ya no el de la definición teórica de movimiento y trayectoria, sino el de movilidad del conjunto de estudiantes a lo largo del año. La movilidad depende de la ingeniería didáctica utilizada. Nuestro estudio no llega al punto de estudiar el modo en que la movilidad depende de la ingeniería didáctica. Ni siquiera disponemos de datos para comparar la movilidad bajo dos ingenierías diferentes. Sin embargo, el mero ejercicio de estudiarla en un caso, deja ver numerosos hechos, que serán expuestos a partir del capítulo cuatro.

Objetivo general

El objetivo general de nuestro trabajo es la exploración de conceptos relacionados al movimiento y la movilidad de los estudiantes a nivel de los aprendizajes.

Objetivos específicos

- Definir nociones didácticas de trayectoria de un estudiante con respecto a un aprendizaje, para ello se necesita:
 - Definir nociones de tiempo didáctico.
 - Definir nociones didácticas de posición de un estudiante.
- Elaborar y probar algunos instrumentos, útiles para la aplicación en ese nuevo campo conceptual, a datos reales. Comparar.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. La didáctica fundamental

La conceptualización teórica dada por la didáctica fundamental subtiende nuestro trabajo al menos desde dos ángulos diferentes. Por un lado nos provee del concepto de ingeniería didáctica, que nos permite ver al material instruccional “*Número y Variable*” Alson, P. (2006), utilizado en la investigación, como una realización de una ingeniería didáctica. Y como tal, más que como un compendio de contenidos y de preguntas, la concebimos como un conjunto de situaciones o al menos como un conjunto de indicaciones escritas, que sirven de base a establecer situaciones de aprendizaje. Esto se corresponde con la visión que tiene el autor del material instruccional: “fue concebido creando y organizando situaciones didácticas”. Una de las ventajas de concebir el material como ingeniería didáctica es que se puede utilizar para hacer investigación mediante análisis a priori y a posteriori. Es decir, comparando los efectos de aprendizaje que él o los autores de la ingeniería prevén en los estudiantes con los efectos reales, observados en la contingencia producida al utilizar ese material con un grupo de aprendices. Es en el análisis e interpretación de ese posible espacio o separación, entre lo previsto y lo que ha sucedido, que las ingenierías han sido provechosamente utilizadas en investigaciones didácticas.

La idea de ver al aprendizaje como adaptación proviene de Piaget, pero la de pensar en la posibilidad de crear contextos, controlados por los docentes, especialmente diseñados para favorecer las adaptaciones relacionadas con los aprendizajes de contenidos específicos es de Brousseau, G. (1997). Esa idea es la base de la co-

riente denominada “didáctica fundamental”, en la medida de que define al objeto “situación didáctica” como el objeto de estudio de esta rama. Para nosotros cualquier intento de desarrollar un concepto de “dificultad de aprendizaje”, inmerso en la didáctica fundamental, conlleva a relacionarlo con el concepto de situación didáctica. Y este es el segundo aspecto o ángulo de la didáctica fundamental que subtiende nuestra investigación.

Es con respecto a ese telón de fondo, que intentaremos justificar nuestras nociones de movilidad y trayectoria del estudiante. Es la organización o estructuración de las situaciones en subconjuntos lo que nos permitirá definir buena parte de los conceptos que se introducen en el trabajo como movilidad y trayectoria.

2.1.1. Pregunta y situación didáctica: situaciones de producción.

La relación entre contenidos y situaciones no está claramente definida en la didáctica fundamental. Esto de algún modo frena su aplicación rigurosa y sistemática. En nuestro caso, en que debemos asociar movimientos, situaciones y contenidos, esta ausencia de definición se vuelve una verdadera barrera. Para superarla, al menos parcialmente, creemos apropiado hacer uso de la tipología introducida por Alson, P. (2000) del concepto de situación de producción.

En dicho trabajo, se da un marco muy general para la teoría de situaciones: se definen las situaciones de producción. Y se clasifican en cuatro tipos: las algorítmicas, las significantes, las interpretativas y las formalizantes. Estos cuatro tipos están relacionadas a modelos del aprender y del saber. Y esta relación es la que las vuelve particularmente útiles para el análisis didáctico.

Esta tipología es relevante para nuestro trabajo porque la ID que utilizamos para hacer nuestro estudio, está estructurada fundamentalmente en base a situaciones algorítmicas y significantes. Además de ello permite establecer una correspondencia entre pregunta y situación: un ejercicio o pregunta puede identificarse a una situación de producción y viceversa, una situación de producción puede identificarse a una pregunta, con relativa facilidad. Esta posibilidad, como podrá apreciarse más adelante, proporciona una gran flexibilidad a la hora de plantearse conceptos de posición, tiempo didáctico, velocidad de aprendizaje, no solo de contenidos específicamente matemáticos, sino de habilidades de lenguaje, como el caso del uso de las letras o lenguaje literal para la formulación de hechos y

conclusiones matemáticas.

2.1.2. Situaciones complejas: situación fundamental

Existe un planteamiento hecho por Brousseau, de que dado un dominio del saber debería haber una situación llamada fundamental asociada a ese saber, que depende de variables didácticas y a partir de la cual, mediante modificación de los valores de las variables didácticas, se obtendría el conjunto de situaciones necesarias para realizar los aprendizajes que corresponden a ese dominio de saber. La figura (2.1) esquematiza este planteamiento.

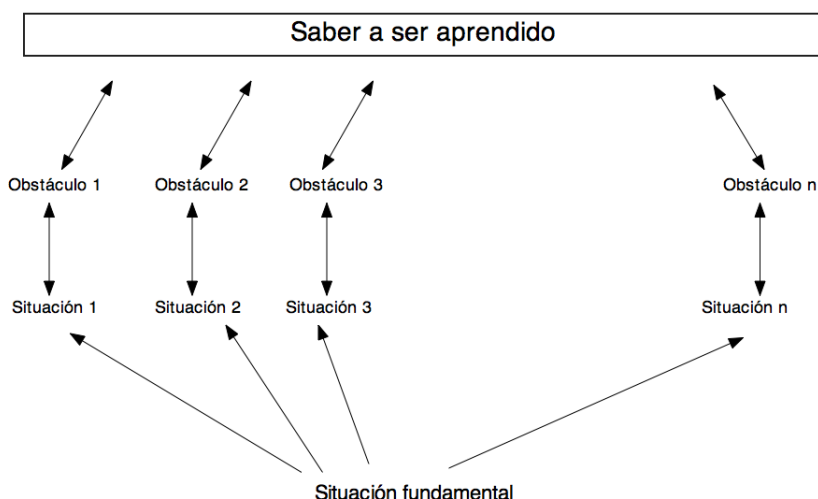


Figura 2.1: Planteamiento de la situación fundamental

En este esquema el saber viene definido por el saber institucional de la disciplina, en este caso de la matemática. En general se refiere a ramas, propiedades, objetos, etc., presentes en el saber de la matemática. Por ejemplo: “decimales”, “las mediatrices de los lados de un triángulo se cortan en un punto”, el “análisis”, “definición de límite”, etc.

Rara vez se ha conseguido lo que podría satisfactoriamente llamarse la situación fundamental de un saber específico. Y ha sido difícil de aplicar, inclusive por la escuela francesa de didáctica. Implícitamente la noción de situación fundamental lleva a la consideración de subconjuntos de situaciones. Y de algún modo define una partición en el conjunto de las situaciones. Lleva desde nuestra perspectiva general, expuesta en la sección (2.1.2) a una conceptualización del conjunto de situaciones.

2.1.3. Subconjuntos de situaciones como instrumentos de conocimiento

Al separar las situaciones de producción en dos grupos: las que incluyen letras o expresiones literales y las que incluyen sólo números, se está definiendo subconjuntos de situaciones que no cumplen al menos dos de las condiciones de asociación que se pueden observar en el caso de las situaciones fundamentales. Por un lado las situaciones no están asociadas a un saber matemático, ya que difícilmente el “manejo de letras” podría ser considerado como tal. Por otro lado las situaciones seleccionadas no están relacionadas a la misma situación fundamental. Véase el esquema en la figura (2.2):

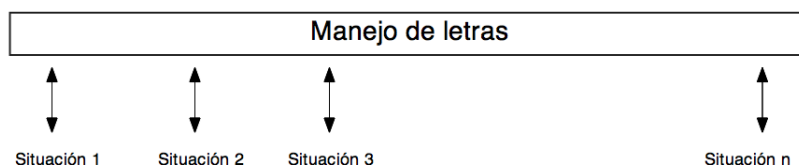


Figura 2.2: Ejemplo de subconjunto de situaciones

Este “relajamiento” de las condiciones de agrupamiento de situaciones es una necesidad estructural de nuestra investigación. El subconjunto o grupo de situaciones debe ser concebido, a partir de ahora, como un conjunto de situaciones de aprendizaje que están agrupadas por razones contingentes: examen, tipo de tema, etc. Es decir, es la práctica cotidiana y las necesidades de la investigación las que sugieren y/o justifican la asociación. No hay razón a priori para seleccionarla.

El esquema que manejamos coincide con el anterior cuando el conjunto de situaciones se refieren a un saber institucionalizado y son generadas por una situación fundamental, pero es más general, porque los criterios de selección de definición del subconjunto de situaciones son mucho más libres. El esquema funciona porque se puede determinar la pertenencia o no de una situación al conjunto, analizando las características de la situación esquematizada en la pregunta (pregunta que especifica la situación).

2.2. La teoría de descriptores.

La teoría conjuntista de la descripción, planteada y parcialmente elaborada en Alson, P. (2000), proporciona un modelo matemático de la descripción con múltiples aplicaciones. Entre ellas la conceptualización de las definiciones de función continua y función medible. La teoría de descriptores permite definir la conceptualización de un conjunto de objetos como el desarrollo de la capacidad de hacer particiones del conjunto claramente reconocibles para los individuos que las hacen, gracias a que poseen el (o los) concepto(s). En términos abstractos se podría asociar a cualquier partición un concepto. Quisiéramos hacer notar que la operación de poner uno de dos atributos a cada una de las preguntas del conjunto de preguntas es una operación de partición (Ver Capítulo 5). Es el concepto, “en acción”, el que permite, a los individuos, reconocer claramente cada elemento como perteneciente a una de las dos partes.

2.2.1. Conceptualización de un conjunto

Si subimos el grado de formalismo de lo que se acaba de exponer, según Alson, P. (conversación personal, Marzo 15, 2010) podríamos enunciar que “dos conceptos son equivalentes, en el sentido de que tienen el mismo significado, si definen la misma partición sobre el conjunto de objetos sobre los que el concepto aplica”. Y definir con la expresión “la persona x conceptualiza un conjunto C ” como la capacidad de la persona x de reconocer en cada elemento del conjunto C su pertenencia a una de las partes de una partición del conjunto.

El trabajo que sigue nos ha obligado a realizar numerosas particiones sobre el conjunto de situaciones. Las observaciones hechas en las secciones precedentes nos indican, desde varias perspectivas, que al hacer eso, aparte de enfrentar problemas específicos, se está haciendo un trabajo de conceptualización sobre el conjunto de situaciones. La conceptualización del conjunto de las situaciones lleva a un conocimiento del objeto de la didáctica fundamental: la situación didáctica. Alson, P. considera que gradualmente se hace evidente que futuros avances en didáctica fundamental implicarán no solo el trabajo con situaciones individuales, explorando la relación entre saber y obstáculo específicos, sino la consideración y uso de subconjuntos de situaciones. (Conversación personal, Marzo 15, 2010). Bajo esta luz, este trabajo de grado podría tomarse como un indicador de la fecundidad de

esta aproximación a la didáctica.

2.3. La teoría de sistemas

Nuestro trabajo es una apuesta a que la similitud de sistemas puede aportar al conocimiento científico de la realidad. La didáctica fundamental no sólo en su planteamiento de las situaciones didácticas, explicadas desde la teoría de juegos, es deudora de la teoría de sistemas. Ramas como la antropología didáctica y la ecología de saberes, son otros tantos desarrollos que se derivan de la visión sistémica de la realidad. En ese sentido nuestro enfoque se inscribe en toda una corriente y no es novedoso. Pero no por ello, el camino para explotar esa similitud entre sistemas, resulta más fácil desde la perspectiva científica.

Queremos formalizar esa relación entre sistemas mediante el uso explícito y sistemático de metáforas. Nos planteamos construir metáforas que, en primera instancia son inspiradoras de ideas y conceptos en la didáctica, pero que gracias a un trabajo formal sistemático, terminan siendo estructuras, cuerpos de argumentaciones y conceptos, que ofrecen la posibilidad de generar conjeturas en la didáctica, que sean falsables, de acuerdo al concepto acuñado por Karl Popper para distinguir al saber científico de los otros saberes.

Para Popper, K. (1985), “constatar una teoría significa intentar refutarla mediante un contraejemplo...” Popper propone un método científico de conjetura por el cual se deducen las consecuencias observables y se ponen a prueba. Si falla la consecuencia, la hipótesis queda refutada y debe entonces rechazarse. En caso contrario, si todo es comprobado, se repite el proceso considerando otras consecuencias deducibles. Cuando una hipótesis ha sobrevivido a diversos intentos de refutación se dice que está corroborada, pero esto no nos permite afirmar que ha quedado confirmada definitivamente, sino sólo provisionalmente, por la evidencia empírica...

Para los falsacionistas el científico es un artista en tanto que debe proponer audazmente una teoría que luego será sometida a rigurosos experimentos y observaciones. El avance en la ciencia está en falsear sucesivas teorías para así, sabiendo lo que no es, poder acercarse cada vez más a lo que es.¹

¹Falsacionismo en <http://es.wikipedia.org/wiki/Falsacionismo>

2.3.1. La física y sus modelos

Probablemente la física sea la disciplina que ha madurado con mayor éxito la noción de trayectoria. A partir de Newton y sus leyes, las trayectorias de los planetas, incluyendo las velocidades con las cuales se recorren, se pueden calcular con una precisión pasmosa. Las cosas se complican considerablemente cuando la escala del fenómeno cambia, en particular en la física cuántica. En nuestro trabajo utilizaremos sólo el modelo de trayectoria de la física elemental. El uso que daremos será principalmente metafórico. La trayectoria es concebida como el conjunto de las diferentes posiciones de un cuerpo a medida que el tiempo pasa. Exige las nociones primarias de espacio y tiempo. Y de posición en ambas nociones. Utilizaremos también la noción de velocidad. Construir la metáfora exigirá un método para establecer el tiempo y el espacio en la realidad que estamos estudiando. En el cuadro metodológico exponemos los lineamientos principales de ese proceso. Para nosotros el cuerpo o móvil será el estudiante.

El tipo de trayectoria

Al analizar las trayectorias estudiadas con las leyes de Newton, vemos que para un sistema dado, son determinadas para cada uno de los cuerpos que se mueven en dicho sistema, por la aplicación de la ley de gravedad. En nuestro caso, “el movimiento” de los estudiantes no viene determinado por una ley similar a la ley de gravitación.

En el otro extremo de las trayectorias está el movimiento browniano, donde la trayectoria de cada partícula es aleatoria: depende de los choques de la partícula con las partículas con las que se encuentra. Exige millones de partículas. Este tampoco es nuestro caso: trabajamos con un universo de menos de sesenta “partículas” que además tienen interacciones entre ellas bastante complejas.

El movimiento del estudiante, que no es un cuerpo sencillo como un átomo o un planeta, probablemente venga condicionado por un conjunto de factores. Se encuentra entre esos dos polos: no es ni totalmente determinista ni totalmente aleatorio.

2.3.2. Factores que posibilitan un movimiento: una visión ecológica.

La fuerza

En ambas situaciones, movimiento planetario o movimiento browniano, se postula, en la física, que dichos movimientos son producidos por ciertas fuerzas presentes en el medio o que se ejercen entre las partículas. Sin fuerza no hay movimiento o cambio de movimiento. Es natural, si se va a hacer una metáfora al contexto de la didáctica de las nociones de trayectoria y movimiento, intentar buscar un análogo para la noción de fuerza. Y más aún: de la fuerza de atracción o repulsión, que atañe a la partícula y la relaciona con el medio que la circunde.

Para dar el análogo de la noción de fuerza, utilizamos como hipótesis una idea que nos viene de la ecología: cada estudiante, en tanto ser vivo, trata de utilizar el medio que lo rodea en su propio provecho, busca en el medio “su” nicho: la posición, dentro de sus posibilidades, donde mejor está. Esta es una de nuestras hipótesis de trabajo. El medio escolar, como institución, define lo que son los mejores nichos y los peores nichos. El estudiante trata de ocupar los mejores nichos. Esto crea el análogo de un campo de fuerzas.

Sin embargo, el movimiento no es libre como en los sistemas físicos. Para cada estudiante, las situaciones que debe enfrentar representan un esfuerzo de adaptación, un grado de dificultad, que le son propios, ver Fernandes, L. (2010). Así el terreno del saber, mediante las dificultades de las situaciones de producción que le son asociadas, presenta para cada uno de los estudiantes una topografía particular. La complejidad de este tipo de hechos nos obliga limitar las metas a alcanzar y a moderar nuestras ambiciones. Nuestro trabajo, si bien sistemático, se centrará en establecer modos muy primarios de pensar sobre la realidad observada, desde la perspectiva de las metáforas.

Las estabilidad del nicho, fluctuaciones en las trayectorias y los flujos.

Tener de tela de fondo a la ecología da un sentido a los movimientos, los vuelve particularmente significativos. La desmejora de la posición de un individuo, en términos de nicho, no es fruto del azar. Asumiendo su voluntad de no dejarse desplazar, el hecho que suceda puede indicar la aparición de una dificultad, la aparición de un competidor o alguna otra razón que explique el movimiento. Pero

independientemente de la razón que los produce, nos alerta sobre la importancia, a nivel de significados, de los movimientos que se puedan observar. Y plantea como pregunta central: su existencia o su total ausencia. Y en caso de que existan, la posibilidad de clasificarlos, medirlos y cuantizarlos. Nuestra experiencia empírica, nos inclina a pensar que los movimientos sí existen y ese ha sido un factor importante para iniciar esta investigación.

La nociones de nicho ecológico y de posición espacial se relacionan estrechamente. Alson P., ha propuesto que la posición de un individuo en un sistema se produce esencialmente por la conjunción de dos factores: el incentivo de ocupar los nichos privilegiados por el sistema y la capacidad de vencer los obstáculos para llegar a ellos. La aparición de un nuevo saber pone en peligro las posiciones adquiridas. Y obliga a cada individuo a hacer un esfuerzo para no ser degradado en su posición. De ese esfuerzo y de acuerdo a la dificultad que el aprendizaje representa para él, puede resultar que el individuo supere fácilmente los nuevos obstáculos situándose en un mejor nicho, que pueda sólo mantenerse en el nicho en que estaba o que se vea obligado a moverse a un nicho peor.

Se podría pensar al estudiante como una partícula inmersa en un campo que lo somete a dos fuerzas: una de tipo institucional que le define el polo de atracción de los mejores nichos, la otra del saber que tiende a llevarlo a los peores nichos. La resultante entre las dos fuerzas depende de cada partícula, de las capacidades de aprendizaje que tiene, de sus valores y actitudes. Las capacidades de adaptación que tiene tienden a neutralizar la fuerza “degradante” del saber. Los valores y actitudes tienden a fortificar la fuerza de tipo institucional. Se podría pensar en un modelo un poco más complejo que relacione internamente, para cada estudiante, tanto su capacidad de aprendizaje como los valores y actitudes que tiene. Pero esto está fuera de los objetivos de este estudio.

Asociada a movimiento y a nicho está la noción de inestabilidad, que de acuerdo al modelo presentado es producida por la permanente aparición de nuevos saberes. Se es inestable de dos posibles maneras: o bien se hace difícil permanecer allí o bien se hace demasiado fácil. Abordaremos al menos dos derivados de esta idea. La fluctuación, en el Capítulo 4 y la corriente en el Capítulo 7. La trayectoria para llegar al nicho que ocupa el estudiante a final de año no suele ser directa. A lo largo del año a veces ocupa el nicho y otras no. Esto nos llevará a definir la noción de fluctuación como las oscilaciones de la persona alrededor de su posición final. Mide cierta estabilidad del estudiante. Ver Capítulo 4.

La posible regularidad en las conformaciones mentales de subgrupos de individuos permite suponer que se van a mover del mismo modo ante la adquisición de un saber y en ese sentido enfrentar la misma dificultad, que podría afectar su movimiento, de la misma manera. Esto llevaría a movimiento de grupos de individuos, que podríamos llamar corrientes y flujos. Ver Capítulo 5 y 7.

2.4. Uso de la estadística

Las probabilidad y estadística son otro de los referentes teóricos de nuestro trabajo. Debido a la amplia difusión de sus fundamentos y resultados, consideramos innecesario incluir comentarios extensos dentro del marco teórico del trabajo. Quisiéramos sin embargo señalar que el modelo markoviano, de las cadenas, que proviene de la teoría de probabilidades, parecía bastante apropiado para dar una descripción de las corrientes o flujos. Sin embargo, los datos colectados en esta investigación no permiten una aplicación numérica sistemática que nos lleve a la formulación y ajuste de un modelo de ese tipo para la realidad didáctica que estudiamos. Las nociones, mucho más frecuentemente aplicadas de rango estadístico, centramiento etc., resultaron indispensables y útiles para la operativización, en el marco del trabajo, de las ideas de las metáforas que envuelven la noción de posición. Detalles del uso de la estadística en el trabajo son dados en el marco metodológico y con mayor precisión en el resto de los capítulos, al ser utilizados para argumentar los análisis.

Capítulo 3

Marco Metodológico

3.1. Obtención y preparación de los datos

3.1.1. Recolección de los datos

Buena parte de los resultados que se obtienen se basan en el análisis de información recolectada de manera sistemática. Explicamos a continuación el método seguido.

Exámenes. Apéndice B.

Dada la naturaleza de la información a ser recolectada no era necesario inventar formularios *ad hoc* para la tesis. Queríamos además perturbar lo menos posible el medio y que la información recogida tuviera relación con el funcionamiento habitual, fuese la misma que la que es utilizada para poner la nota del estudiante. Los exámenes presentados por los estudiantes contenían la información que nos interesaba. Todo ello nos llevó a tomar como unidad básica de recolección de información el examen de cada capítulo de la ingeniería. Esto facilitó enormemente el trabajo y permitió acumular suficiente información.

Estos exámenes fueron elaborados de acuerdo al modelo de la ingeniería. Este modelo exige que la casi totalidad de los contenidos de un capítulo sean evaluados. Pero también exige que el estudiante disponga de un modelo antes de efectuar el examen para poder practicarlo. El modelo está contenido en el material instruccional. Los exámenes fueron aplicados en presencia de asistentes cuya función era la de asegurar condiciones idóneas de recolección de información. Esto asegura

cierto nivel de confianza y calidad de la información recogida. Si bien su diseño no tomó en cuenta explícitamente los criterios que utilizamos para clasificar las preguntas, cada tipo de pregunta se encuentra en la mayoría de los exámenes en una proporción razonable. Para ver los exámenes utilizados en el trabajo ver Apéndice B.

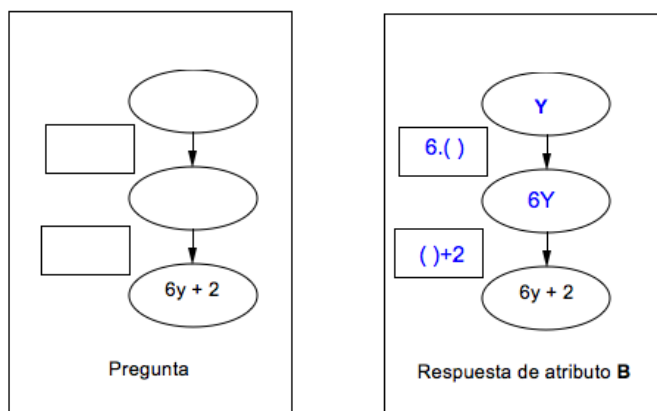
Por razones operativas los exámenes debidamente respondidos por los estudiantes fueron, en cada caso, fotografiados y devueltos inmediatamente al profesor. Esto evitaba entorpecer el trabajo del profesor y permitía diferenciar claramente el uso que le íbamos a dar a la información de la que le da el profesor para poner la nota del estudiante. La captación de información de este modo comenzó a partir del Capítulo 5 del material instruccional y no incluye el Capítulo 6 del mismo, pero esto no afecta las conclusiones que se obtienen en el trabajo.

Definición de conjuntos de respuestas. Atributos de una respuesta.

El próximo paso de recolección de información fue el de asignar un atributo a cada una de las respuestas dadas por los estudiantes de las dos secciones. Los atributos son los siguientes: Buena, Regular, Mala y No la Hizo. La regla de asignación es la esperada por el significado de dichas palabras, para ser más precisos señalaremos algunas respuestas en los exámenes aplicados que ejemplifican el uso de los atributos antes mencionados.

En el Apéndice B encontraremos los modelos de los exámenes, para los ejemplos consideramos preguntas del examen 5. La asignación del atributo *NH* es evidente y no se incluye ejemplo.

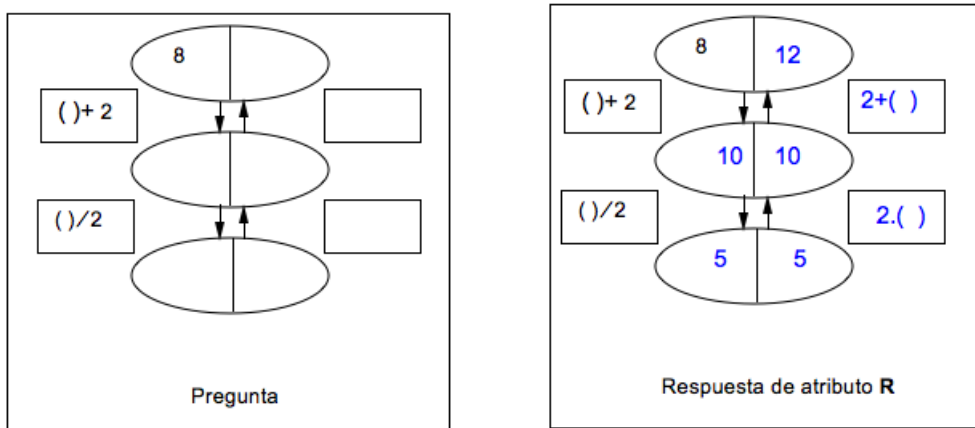
Ejemplo de asignación de atributo B



Ejemplo de asignación de atributo M

¿Cuál es la inversa de $()/2$? _____	¿Cuál es la inversa de $()/2$? $() + 2$ _____
Pregunta	Respuesta de atributo M

Ejemplo de asignación de atributo R



Existen casos en que la asignación del atributo R no es posible, esto se da en preguntas cuyos únicos atributos posibles son NH , M y B . Por ejemplo:

¿Cuál es la inversa de $() + 10$? _____
¿Cuál es la inversa de $() / 2$? _____
¿Cuál es la inversa de $() - 3$? _____
¿Cuál es la inversa de $() . 8$? _____

En una experiencia anterior en otro instituto, se intentó dejar en manos del docente el hacer esta asignación. El resultado fue negativo, en parte porque el docente no está acostumbrado a procesar la información del examen de esa manera y por otra parte porque representaba un trabajo adicional que no estaba dispuesto a asumir.

Esos atributos pueden ser traducidos a una escala decreciente de índices numéricos. Un ejemplo de ello es convertir *Bueno* en 3, *Regular* en 2, *Malo* en 1 y *No la Hizo* en 0. La intención de una tal conversión es la de permitir la fabricación de un índice numérico que podría cumplir la función de nota.

Con las notaciones y convenciones que se acaban de dar es razonable pensar que si una persona ha aprendido bien, debe tener éxito en la situación y esto se

manifiesta en una respuesta con atributo Bueno, que al ser convertida se vuelve 3. Si la situación no presenta gran dificultad ver Fernandes, L. (2010), muchos estudiantes deberían responder la pregunta bien y entonces el promedio de los índices numéricos de la pregunta sería relativamente alto. Igualmente, para los casos en que la dificultad de aprendizaje asociada a la situación es grande, muchos atributos deben ser Regular, Mala o No la Hizo: daría un promedio de los índices numéricos bajo.

La matriz de atributos de respuestas. Apéndice C. El total de exámenes analizados es de siete. Y corresponden a los capítulos 5, 7, 8, 9, 10, 11 y 12 de la ingeniería didáctica contenida en Alson, P. (2006). Los exámenes constituyen el Apéndice B. El conjunto de respuestas obtenidas en los exámenes fue organizado en dos matrices cada una de 86 columnas y tantas filas como alumnos de la sección (27 y 28). Cada columna representa una pregunta de un examen. Cada fila un estudiante. Partes de las matrices pueden verse en el Apéndice C.

Las razones para haber tomado sólo este subconjunto de exámenes son esencialmente de índole práctica: se comenzó a recolectar la data bajo el procedimiento de las fotos a partir del Capítulo 7. Esto de todas maneras no afecta los resultados de nuestro trabajo, dada su naturaleza eminentemente exploratoria. Constituyen un conjunto suficiente de preguntas y sus respuestas, aproximadamente cuatro mil respuestas, que nos ha permitido dar una visión rica de la noción de dificultad, posición, movimiento, etc., e iniciar una reflexión, desde la didáctica, sobre dichas nociones.

Definición de conjuntos de situaciones. Atributos de una pregunta o situación.

Como se ha señalado más arriba, cada pregunta es identificada con una situación de producción, que desde el punto de vista de la didáctica puede ser algorítmica o significativa. Esto proporcionó un primer criterio para clasificar o dar atributos a las preguntas: a 42 de las preguntas le fue asignado el atributo *Situación Algorítmica* y a las 46 restantes el de *Situación Significante*.

Pero ese no fue el único criterio aplicado. El de que la pregunta exigiera el manejo de expresiones literales fue otro de ellos. Este criterio nos interesaba para explorar, desde la didáctica, algunas creencias extendidas en nuestro medio, sobre

la aparente dificultad que tienen nuestros estudiantes para adquirir y utilizar provechosamente el lenguaje simbólico y las expresiones literales. Y estudiar la movilidad en las áreas difíciles según las creencias.

En total se consideraron siete criterios: tema, situación, modo de redacción de la pregunta, diagramas o castellano, letras o números, posición en el material instruccional y examen en el que fue hecha la pregunta. Es decir, a cada pregunta le fueron asignados siete diferentes atributos. En este trabajo sólo utilizamos cinco de ellos.

La matriz de atributos de preguntas. Apéndice D. Los atributos de las preguntas están organizados en forma de matriz de siete filas por 86 columnas (una por pregunta). Esta matriz constituye el Apéndice D, la llamamos Matriz de factores horizontales. Los criterios de aplicación de los atributos son en algunos casos un poco ambiguos, pero la cantidad de esos casos no afecta los resultados estadísticos obtenidos.

3.2. Definición de las operaciones estadísticas

Las operaciones de tipo estadístico aplicadas en este trabajo son múltiples. Nombramos a continuación las principales. En los respectivos capítulos se exponen detalles sobre su utilización

3.2.1. Selección de columnas de una matriz

El tiempo

Selección de columnas sin atributos. Secuencial y completa entre dos puntos.

Ejes de clasificación

La construcción de la matriz de atributos de preguntas (ver más abajo) es el primer paso para instrumentar la construcción de conjuntos de preguntas o situaciones de producción que son la base para definir los ejes del paisaje.

Ejes: nichos cualitativos Selección en base a un atributo de la pregunta. En efecto, cada una de las filas define al menos dos subconjuntos de preguntas: por

ejemplo si tomamos la de *Situación* son los subconjuntos de las *Algorítmicas* y de las *Significantes*. En cambio si tomamos el de *Temas* obtenemos 22 subconjuntos.

Ejes: nichos cualitativos y temporales Doble selección. Una temporal y dentro de la temporal la del o los atributo (s).

3.2.2. Selección de filas de una matriz

Necesario para analizar el comportamiento por géneros. Factor género.

3.2.3. Escalas:

Ranqueo, categorización.

El *ranqueo* es el ordenamiento de la variable. La categorización es la clasificación en varias categorías o grupos. Utilizamos los cuantiles y las particiones fijas

Ranqueo: nichos temporales. El *ranqueo* para obtener un nicho temporal se hace calculando una variable que toma en cuenta todas las preguntas que definen el tiempo.

Ranqueo: nichos cualitativo y temporal. El *ranqueo* para obtener un nicho cualitativo y temporal se hace calculando una variable que toma en cuenta todas las preguntas que tienen cierta cualidad o atributo en el conjunto de preguntas que definen el tiempo.

Centramiento

La necesidad de definir un movimiento en términos métricos y no solo topológicos obliga a hacer las medidas, en dos tiempos diferentes, comparables. Para ello a las medidas de las respuestas de las preguntas de un tiempo o de una cualidad se les promedia y ese promedio es restado a cada medida. Esa acción suele denominarse centramiento de los datos. Son los residuos que tomaremos como posición numérica.

3.2.4. Paisaje y cruces de factores

El cruce de factores es una operación estadística muy común. Es esta operación que va a permitir la construcción de los paisajes.

3.2.5. Las fluctuaciones. Estudio poblacional

Hacer las fluctuaciones implica considerar los tiempos definidos por los exámenes. Y sobre cada uno de ellos hacer un *rankeo*, llamado *rankeo local*. Es la diferencia entre ese rango y el rango obtenido utilizando la totalidad de los exámenes que denominamos fluctuación. El conjunto de fluctuaciones es estudiado como la muestra de una variable aleatoria. Permite hacer una descripción de los tipos de trayectorias y estimar sus frecuencias.

3.2.6. Rutinas estadísticas. Apéndice A.

La puesta en marcha de este conjunto de acciones se hizo mediante la fabricación de un conjunto de rutinas en S+, cuya función específica y aplicación serán dadas a lo largo de los diferentes capítulos y en el Apéndice A.

3.3. Trabajo conceptual

Un aspecto metodológico, base de nuestro trabajo, es el desarrollo conceptual que hemos expuesto en detalle en el Capítulo 1. A modo de resumen, queremos sintetizar ese aporte en los términos: relajamiento de condiciones de asociación e implementación y uso de metáforas en didáctica fundamental.

Este trabajo teórico a partir de las metáforas nace de necesidad de organizar el cambio de función de la metáfora. Organizar el paso de su función como objeto inspirador de interpretaciones a su función como objeto generador de afirmaciones y conjeturas científicas, falsables en el sentido popperiano y utilizables en el método hipotético deductivo. Evidentemente hay todo un trabajo preliminar, orientado a la búsqueda de los modelos que podrían ser trasladados “metafóricamente” a la didáctica. Pero existe también la reflexión, al intentar inscribir ese desarrollo dentro de la didáctica fundamental, para entender cómo los resultados llevan a un avance en el conocimiento de las situaciones didácticas y de su funcionamiento en el medio. Algunas aplicaciones de estos resultados interesan a nivel del diseño de

ingenierías didácticas para la enseñanza de contenidos. En particular los referentes a la velocidad de aprendizaje de un tema, abordada en el Capítulo 5.

Por otro lado el relajamiento de condiciones de asociación de situaciones de producción, justificado por la teoría de descriptores y su noción derivada, de conceptualización de un campo de objetos, posibilita la definición de los objetos, en la didáctica, para establecer las metáforas generadoras de conjeturas. En particular los objetos de posición de un estudiante y tiempo.

El desarrollo de ambos conceptos los consideramos parte de la metodología de trabajo en la medida que son un paso previo al uso de la información recolectada tanto a nivel de su tratamiento estadístico como a nivel de la interpretación en la didáctica. Sin ambos desarrollos el trabajo hubiera sido muy diferente.

3.4. Construcción de las metáforas

3.4.1. La problemática de la construcción de metáforas

El movimiento, la trayectoria, la estabilidad, el nicho, etc, en las ciencias respectivas, exigen las nociones de tiempo, espacio y posición. Esto obliga a plantear como primer paso el problema de cómo emular el tiempo y la posición en la didáctica.

Posteriormente, los conceptos de movimiento, trayectoria, etc, se pueden definir en nuestro contexto didáctico, del mismo modo que en las ciencias de donde provienen. Y en eso consiste precisamente la metáfora: el transporte de una relación entre objetos “análogos”.

Desde un punto de vista técnico la selección y/o fabricación de los instrumentos estadísticos computacionales que produjeran salidas que tenían interpretación en el cuadro de la metáfora, a partir de los datos dados por las respuestas de los estudiantes, se da por un proceso de ensayo y error, de exploración dialéctica. Este proceso, que sobrepasa las exigencias de un trabajo de grado, fue realizado por Alson, en el marco de un trabajo de equipo, base de esta investigación.

En general, para cada uno de los conceptos envueltos en las metáforas: tiempo, posición, movimiento, estabilidad etc, existen varios instrumentos técnicos con los cuales se le puede dar sentido a esas palabras en el contexto didáctico. De acuerdo a las definiciones de instante y posición se obtienen diferentes conceptos de trayectorias, cada uno de ellos presenta, para nuestro estudio, un interés particular.

Esta exploración entre diversas alternativas fue parcialmente realizada y es un primer sentido que le damos a la “exploración”. Cada capítulo hace énfasis en alguna de esas realizaciones técnicas de las metáforas.

3.4.2. El tiempo

No es este el lugar para hacer una reflexión sobre la noción de tiempo. Sólo queremos aclarar que nuestra noción de tiempo está muy relacionada al tiempo que estamos acostumbrados a vivir, al tiempo marcado por nuestros aparatos, relojes, calendarios, etc. Definiremos tiempo al conjunto de esos objetos y asociaremos los objetos de un tiempo de acuerdo al tiempo en que aparecieron. Evidentemente, con objeto, nos referimos a los datos de las respuestas de los estudiantes. Así el conjunto de preguntas de un examen puede ser tomado como un tiempo. Pero también el conjunto formado por varios exámenes consecutivos. En cambio el conjunto de repuestas de un estudiante no serán consideradas como tiempo. Nótese que en esas asociaciones estamos conceptualizando el campo de las situaciones de producción.

En el Capítulo 5 utilizaremos una noción de tiempo diferente, relacionada con la noción de tiempo didáctico de Chevallard (citado en Lerner, D. (2001)) quien afirma que “la organización del tiempo didáctico se apoya sobre la materia a enseñar, se identifica con la organización del saber, según una dialéctica de la descomposición y la recomposición. Se constituye una pedagogía analítica que descompone hasta en sus elementos más simples la materia a enseñar, que jerarquiza en grados cada fase del proceso”.

3.4.3. El espacio y la posición

Espacio y posición están íntimamente ligados. Nuevamente, así como con el tiempo, evitamos entrar en una indagación filosófica sobre el espacio. Baste con señalar que utilizaremos las representaciones habituales de espacio dadas por la matemática elemental: la recta numérica y el plano cartesiano. Nos centramos, a continuación, en la noción de posición, exponiendo algunos de los métodos que hemos utilizado para dar diferentes definiciones.

Nótese que el procedimiento comúnmente utilizado de asignar una nota puede ser leído como un procedimiento para asignar una posición. Este trabajo comenzó

por la utilización de la nota como posición y el estudio de las variaciones de las notas de los exámenes de los estudiantes. Los intentos de clasificación, de localización de tendencias, etc., no dieron frutos, salvo los habituales: existen algunos estudiantes muy buenos o muy malos cuyas trayectorias no varían, existen otros un poco más erráticos, etc..

Lo que agregó cierta profundidad a nuestra mirada sobre los datos fue, en buena medida, el dotarse de un concepto de posición, en el cual la nota aparecía como un caso muy particular. Nos referiremos a esa particularidad en lo que sigue, para realzar las diferentes definiciones que nos fuimos dando para hacer posible este trabajo.

Clasificación por valor y clasificación por cercanía.

Posicionar puede ser pensado como “clasificar en el espacio”. Desde esta perspectiva la nota es una clasificación del estudiante. Uno de los grandes trabajos de la “biología” del siglo 17, es el nacimiento de la taxonomía: la definición de un espacio donde todo ser vivo debía y podía ser clasificado. Foucault, M. (1966) distingue en *Les Mots et les Choses*, dos tipos de clasificación. Uno que exige la construcción de un cuadro global en donde hay casillas para todos los seres vivos imaginables, este es del tipo de la Tabla Periódica de Mendeleyef, en Química. Son tablas que tenían espacios para elementos o seres vivos que todavía no habían sido descubiertos. El otro sistema es el de clasificación por parecidos u diferencias.

Nuestro sistema de asignación de notas es claramente del primer tipo: todo estudiante queda clasificado en una escala fija, dada de antemano que depende de la institución. A menudo hay casillas que quedan vacías.

De esta clasificación se puede deducir la otra. Esto sucede cuando se ordena a los estudiantes con el criterio de que “es mejor quien mayor nota tiene”. Al hacer este paso se pierde información. Por otro lado obtener la información del orden sin pasar por la nota parece muy difícil. Estas podrían ser algunas de las razones que han convertido la nota como el instrumento universalmente aceptado para posicionar a los estudiantes.

En nuestro trabajo utilizaremos los dos tipos de posicionamiento. El puramente numérico y el dado por las posiciones relativas de los individuos. Este segundo tipo es trabajado desde la estadística mediante el *ranqueo* sobre datos numéricos y la asignación de categorías o etiquetas mediante el uso de cuantiles. En algunos

momentos de nuestro trabajo estaremos más interesados en las variaciones de la posición relativa (o rangos) de los estudiantes que en las variaciones puramente numéricas.

La posición bidimensional.

El sistema escolar ejerce una enorme exigencia en el manejo de la información utilizada para posicionar a sus estudiantes. Esta exigencia proviene en gran parte de numerosas limitaciones. Entre ellas está evidentemente la carga de trabajo de los docentes encargados de “extraer” la información a partir de la información escrita en los exámenes presentados por los estudiantes. La “no informatización” del sistema administrativo es otra limitación que pesa a la hora de privilegiar y mantener el actual sistema de posicionamiento del estudiante.

Una consecuencia no muy notada, aunque evidente a la hora de utilizar una representación gráfica de la posición, es que se asume un espacio unidimensional para posicionar a los individuos.

En la compresión enorme, exigida por el sistema, de la información contenida en el examen respondido, se produce la eliminación de lo cualitativo. Detrás del número de la nota, la información cualitativa no puede ser recuperada. Curiosamente, es retomando en cuenta la información cualitativa que aparece el espacio multidimensional.

Nuestra investigación llevó a concebir espacios bidimensionales y definir escalas y mecanismos de posicionamiento en ese tipo de espacios. En principio no hay impedimentos de tipo conceptual para imaginar el uso de espacios de mayor dimensión. Sin embargo, la lectura de la posición en las representaciones bidimensionales es más fácil que para dimensiones mayores.

Eje y atributo de una pregunta. Un atributo de una pregunta es una propiedad de ella. Las preguntas con igual atributo pueden ser agrupadas en un conjunto. Sobre ese conjunto, para las respuestas de cada estudiante, se puede extraer una información cualitativa y numerizarla posteriormente. De este modo obtenemos un posicionamiento de los estudiantes para un subconjunto de preguntas definidos por un atributo específico. Ese conjunto de preguntas lo consideramos como un eje. Los mecanismos de posicionamiento sobre ese eje son los mismos que en el caso unidimensional y fueron explicados en la sección anterior.

Cruce de factores. El paisaje.

Al combinar dos ejes obtenemos una representación bidimensional del espacio a la que usualmente conocemos como plano cartesiano. El conjunto de posiciones de los estudiantes en esta representación es lo que denominaremos el paisaje. Posteriormente en el Capítulo 6 se hará un estudio detallado de este modo de representación de la información aplicándolo a algunos atributos y al conjunto formado por las dos secciones.

La figura (3.1) ilustra con un ejemplo lo que queremos significar:

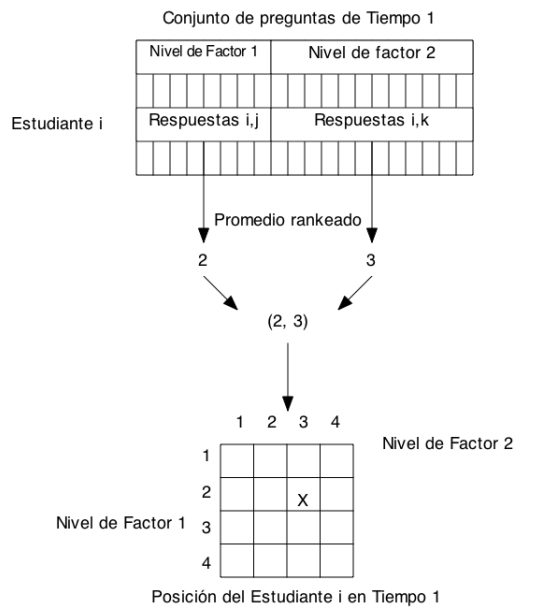


Figura 3.1: Esquema ejemplo

3.4.4. Movimientos de un estudiante

Movimiento en el paisaje bidimensional

La determinación de movimiento se hace por comparación de las posiciones en tiempos o instantes diferentes. Exige por ello al menos dos instantes y las respectivas posiciones en esos instantes. La figura (3.2) ilustra esa idea.

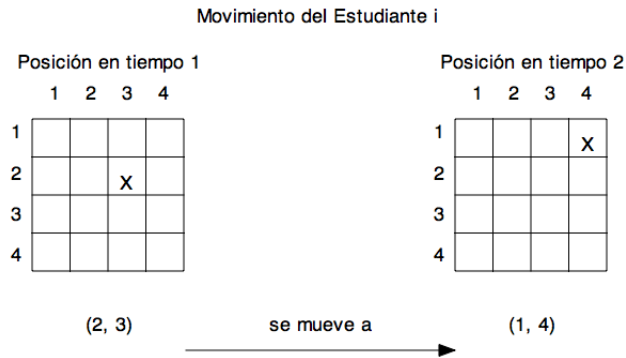


Figura 3.2: Movimiento en el paisaje bidimensional

Estas nociones, acompañadas de las nociones de escala métrica y topológica, son utilizadas en el Capítulo 7 para estudiar no solo el movimiento sino la movilidad y obtener una descripción de algunos de sus aspectos más relevantes, como son las proporciones en que ciertos tipos de movimiento se dan y el tipo de estudiantes que las realizan.

3.4.5. Definición de velocidad de aprendizaje grupal

Un ejemplo de una visión de velocidad que utilizaremos en el trabajo, es la carrera de las 24 horas de Le Mans, en Francia. Los competidores deben manejar durante 24 horas y gana aquel que haya recorrido la mayor distancia, es decir, dado el mayor número de vueltas. Cuando los lapsos de tiempo, sobre los cuales se considera un movimiento, son iguales, el móvil que va más rápido es el que recorre más distancia. Es este hecho el que nos va a permitir trabajar la noción de velocidad de aprendizaje a ser estudiada en el Capítulo 5.

Capítulo 4

Trayectorias con exámenes o ventanas

4.1. Introducción

La metáfora que utilizamos viene de la física. Trayectoria, es allí, el conjunto de posiciones de un cuerpo en los diferentes instantes durante el que se realizó el movimiento. Para transferir esa metáfora a nuestro estudio, debemos antes que todo dar una noción de posición. Utilizaremos varias definiciones de posiciones, dadas por las notas y por los rangos, cuatro para nuestros fines. Se realizan estudios con un primer rango, que llamaremos rango cuartil, referido a la posición del estudiante dependiendo del cuartil asociado al orden de sus calificaciones y un segundo rango, que llamaremos rango franja, referido a la posición del estudiante con respecto al intervalo a cual pertenece su calificación, que puede ser: 0-10, 10-15, 15-17 y 17-20 puntos. El uso de estas dos definiciones de rango viene motivado por la preocupación de que los resultados observados sean dependientes del tipo de rango utilizado. El tiempo, en este capítulo inicial, vendrá definido por la ventana: el conjunto de preguntas que definen un examen específico. La denominación ventana proviene de la estadística.

Una noción clave en este capítulo es la de fluctuación, estudiada en la sección 4.3. Es el estudio de las fluctuaciones y de las frecuencias con que aparecen, que permite describir de manera inteligible al conjunto de trayectorias definidas por rangos. Permitirá entre otras cosas dar idea de la presencia o ausencia de trayectorias “erráticas”. Se explora también, si los comportamientos observados

son influidos por el género.

4.2. Rango cuartil

El rango cuartil es definido ordenando los datos y tomando como divisiones los valores de los que ocupan la posición 7, 14 y 21. Este rango no divide siempre la data en cuatro grupos de igual cardinal porque a veces hay varios exámenes que ocupan alguna de esas posiciones. Este será el primer rango (posición de la trayectoria del estudiante) a utilizar en el estudio.

4.2.1. Matriz Rango Global

Una primera exploración es contrastar el rango que obtuvieron los alumnos al final del año escolar y el género. Este rango recibirá el nombre de *Rango Global*, tomando en cuenta que es la totalidad de la información que se toma en cuenta para posicionar al estudiante. Para ello comparamos las columnas *Gene* y *RangGlob* para ambas secciones. Para obtener los resultados desde la tabla (4.1) hasta la tabla (4.4), se ejecutó la rutina A.1.1 en la página 111. A continuación presentamos un análisis de estos resultados:

Alum	"Gene"	"RangGlob"	"NotProm"
1	1	1	12.0
2	1	3	16.2
3	1	3	15.2
4	2	3	15.4
5	2	1	8.4
6	1	1	10.9
7	2	1	10.8
8	1	4	17.8
9	1	2	12.5
10	2	2	12.2
11	2	1	9.4
12	2	2	14.8
13	1	2	15.0
14	1	1	11.6
15	2	3	15.9
16	1	3	15.9
17	2	3	16.0
18	2	3	15.5
19	1	2	12.9
20	2	4	16.7
21	2	1	10.9
22	1	2	14.5
23	2	4	19.0
24	1	4	16.8
25	1	4	16.7
26	2	4	19.3
27	2	2	13.4
28	2	4	16.3
7 Ho. A			

Alum	"Gene"	"RangGlob"	"NotProm"
1	1	4	19.5
2	1	3	18.0
3	1	2	15.4
4	1	4	19.0
5	1	3	18.1
6	1	1	13.2
7	2	3	17.8
8	1	1	11.4
9	2	2	14.5
10	2	1	9.9
11	1	2	14.7
12	1	3	17.8
13	2	4	18.4
14	1	1	13.9
15	1	3	18.1
16	2	1	11.2
17	1	1	11.1
18	2	3	17.1
19	2	4	19.6
20	2	4	18.4
21	1	2	16.0
22	2	1	12.4
23	2	4	18.7
24	1	4	18.3
25	2	2	15.4
26	2	2	15.1
27	2	2	15.7
7 Ho. B			

Tabla 4.1: Matrices de *Rango Global* y *Género*

En la tabla (4.1) se hace un conteo de frecuencias para verificar si el género guarda relación con la calificación global de los grupos. El estudio realizado nos

muestra efectivamente que el género no influye en el rango. Una prueba estadística arroja los siguientes p-valores para el test Chi - Cuadrado: en 7mo A es 0.1755 y 7mo B es 0.9997. Es decir la diferencia entre los factores género y rango global para 7mo A no es significativa. Por otra parte, el p-valor obtenido para 7mo B tiende a indicar que hay muy poca relación entre género y el rango global, hecho que se puede confirmar al observar la tabla (4.2):

Genero	Rango Global			
	1	2	3	4
F	3	4	3	3
M	4	3	4	4
Chi= 0.99				
7mo A				

Genero	Rango Global			
	1	2	3	4
F	4	3	4	3
M	3	4	2	4
Chi= 0.99				
7mo B				

Tabla 4.2: Género y Rangos Globales

4.2.2. Rangos locales

Las matrices que siguen en las tablas (4.3) y (4.4) son las matrices de rangos o posiciones de los estudiantes en los siete exámenes considerados, para las dos secciones (7mo A y B).

Alumno	Ex05	Ex07	Ex08	Ex09	Ex10	Ex11	Ex12	Promotassrank
1	2	1	2	NA	1	1	2	2
2	1	1	2	2	4	4	2	3
3	2	4	1	3	1	4	1	2
4	2	2	4	2	1	3	4	3
5	2	1	1	1	1	1	1	1
6	2	1	2	NA	1	1	1	1
7	1	1	1	NA	NA	NA	NA	1
8	2	3	1	3	4	4	4	4
9	1	1	2	1	2	2	NA	2
10	1	2	NA	NA	2	1	2	1
11	1	1	3	NA	1	1	NA	1
12	2	2	2	3	2	2	NA	2
13	2	3	2	3	2	2	2	3
14	1	1	2	1	2	2	1	1
15	2	4	4	2	3	2	4	3
16	4	3	4	3	2	2	2	3
17	2	3	3	NA	3	2	3	4
18	2	2	2	NA	3	2	4	3
19	2	3	1	1	3	1	1	2
20	2	4	1	NA	3	3	2	3
21	4	1	3	NA	1	1	1	1
22	4	1	2	2	2	2	2	2
23	2	3	4	NA	4	4	4	4
24	2	1	1	3	4	4	2	3
25	2	4	4	4	3	3	1	4
26	4	4	4	4	4	4	4	4
27	1	2	2	NA	4	2	1	2
28	2	4	3	2	2	3	2	4

Tabla 4.3: Matriz de de rango por exámenes 7mo A

Estas posiciones se llamarán *Rangos Locales*, debido a que sólo toman en cuenta el examen (lo local). La primera columna contiene la cantidad de estudiantes para cada sección, las columnas sucesivas son las posiciones del estudiante de

acuerdo al rango obtenido para cada examen y la última columna de la matriz, *Promnotasrank* es la posición del estudiante al considerar todo el año, es decir, un promedio de los rangos locales visto como el rango de la nota definitiva del estudiante. *NA* quiere decir que no disponemos de data porque el estudiante no presentó el examen de la columna donde *NA* aparece.

Alumno	Ex05	Ex07	Ex08	Ex09	Ex10	Ex11	Ex12	<i>Promnotasrank</i>
1	NA	4	3	3	4	NA	4	4
2	2	2	NA	3	4	2	3	3
3	2	2	NA	2	2	1	NA	2
4	2	4	2	3	4	3	4	4
5	2	3	3	3	3	2	3	3
6	1	2	1	3	1	1	2	1
7	3	1	2	NA	2	4	NA	3
8	1	1	NA	2	2	1	1	1
9	2	1	1	1	1	2	3	2
10	1	1	1	NA	2	1	1	1
11	2	3	2	1	2	2	1	2
12	3	4	3	3	2	3	4	4
13	3	1	3	2	4	4	3	4
14	3	1	2	1	1	4	2	1
15	3	1	1	3	3	3	3	3
16	1	NA	1	1	2	1	1	1
17	1	1	NA	1	1	1	1	1
18	3	2	2	3	2	2	3	3
19	3	4	3	4	4	3	4	4
20	3	4	2	3	3	4	2	3
21	3	2	2	1	1	2	3	2
22	NA	1	NA	2	1	1	1	1
23	3	1	3	3	4	3	4	4
24	3	4	3	1	3	4	4	4
25	3	1	2	2	NA	3	2	2
26	1	1	NA	NA	NA	2	1	2
27	NA	2	2	1	2	NA	2	2

Tabla 4.4: Matriz de de rango por exámenes 7mo B.

Observando las dos matrices por filas se puede concluir que los rangos por cada examen se mantienen para la mayoría de los estudiantes. La vista preliminar de los datos a través de las dos tablas nos da un anticipo de los resultados que se van a obtener en este capítulo: pareciera que hay pocas oscilaciones o fluctuaciones entre columnas. Exploraremos este hecho haciendo un estudio detallado de las fluctuaciones sobre los rangos.

4.2.3. Estudio de las fluctuaciones

4.2.4. Matriz de fluctuaciones

La fluctuación se define como:

$$\text{Fluc}(L) = \text{RangoGlobal} - \text{RangoLocal}(L)$$

Así si $\text{Fluc}(L)$ es -1 quiere decir que el *RangoGobal* fue una unidad menor que el $\text{RangoLocal}(L)$. Es decir, salió mejor en el examen que define el rango local

que durante todo el año. La fluctuación es un concepto que permite describir la trayectoria con una precisión que va a ser suficiente para el estudio que iniciamos. Va a resultar particularmente útil a la hora de comparar trayectorias, mediante el estudio de las frecuencias de fluctuaciones.

Las matrices que siguen en las tablas (4.5) y (4.6) resumen la información referente a las fluctuaciones entre los rangos del examen 7 y el rango global para las secciones A y B. Para generar las matrices de fluctuaciones se ejecutó la rutina A.1.2 en la página 111. Cada columna representa un estudiante. En la matriz, se han incluido sólo 10 estudiantes. Las filas representan de arriba hacia abajo: la fluctuación local, la identificación del estudiante, el género del estudiante (1 para *Fe* y 2 para *M*), el rango global, el rango local del estudiante y el examen que corresponde al rango local. El 7 significa examen 7.

Fluc	0	2	0	0	0	1	0	0	0	1
IdEst	1	2	5	6	7	9	11	14	21	22
Gen	1	1	2	1	2	1	2	1	2	1
RanGlob	1	3	1	1	1	2	1	1	1	2
RanLoc	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Exam	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7

Tabla 4.5: Tabla de fluctuaciones para 7mo A

Fluc	2	0	1	0	3	0	2	0	0	3
IdEst	7	8	9	10	13	14	15	17	22	23
Gen	2	1	2	2	2	1	1	1	2	2
RanGlob	3	1	2	1	4	1	3	1	1	4
RanLoc	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Exam	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7

Tabla 4.6: Tabla de fluctuaciones para 7mo B

Las matrices de fluctuaciones están en las tablas (4.5) ó (4.6) allí, una columna cuya fluctuación sea cero, se puede observar que el estudiante para el “instante” definido por la ventana del examen 7 tiene un rango global de 1 y su rango local para ese examen fue también de 1.

Estudiar una por una las fluctuaciones o inclusive las trayectorias, tiene poco sentido. Por ello las tablas que siguen son compendios de la información contenida en la matriz de fluctuaciones.

4.2.5. Fluctuaciones en las trayectorias

Las matrices que siguen en las tablas (4.7) y (4.8) las llamamos matrices de las fluctuaciones en las trayectorias y se obtienen con la rutina A.1.5 en la página 112. Estas matrices, muestran en vez de los rangos locales, las fluctuaciones locales. Además la columna *NotProm* que muestra las notas definitivas de los estudiantes, permite hacerse una idea en términos de nota de lo que significan los rangos globales. Note que el -5 que aparece en la matriz indica que el alumno no asistió al examen.

Alum	"Ex07"	"Ex08"	"Ex09"	"Ex10"	"Ex11"	"Ex12"	"Gene"	"RangGlob"	"NotProm"
1	0	-1	-5	0	0	-1	1	1	12.0
2	2	1	1	-1	-1	0	1	3	16.2
3	-1	1	-1	1	-2	1	1	3	15.2
4	1	-1	0	2	0	-2	2	3	15.4
5	0	0	0	0	0	0	2	1	8.4
6	0	-1	-5	0	0	0	1	1	10.9
7	0	0	-5	-5	-5	-5	2	1	10.8
8	1	3	1	0	0	0	1	4	17.8
9	1	0	0	0	0	-5	1	2	12.5
10	0	-5	-5	-1	0	-1	2	2	12.2
11	0	-2	-5	0	0	-5	2	1	9.4
12	-1	0	-1	0	0	-5	2	2	14.8
13	-1	0	-1	0	-1	0	1	2	15.0
14	0	-1	0	-1	-1	0	1	1	11.6
15	-1	-1	1	0	1	-1	2	3	15.9
16	0	-1	0	1	1	0	1	3	15.9
17	0	0	-5	0	1	0	2	3	16.0
18	1	1	-5	0	0	-1	2	3	15.5
19	-1	1	0	-1	1	1	1	2	12.9
20	0	3	-5	1	0	1	2	4	16.7
21	0	-2	-5	0	0	0	2	1	10.9
22	1	0	0	0	0	0	1	2	14.5
23	1	0	-5	0	0	0	2	4	19.0
24	3	3	1	0	0	2	1	4	16.8
25	0	0	0	1	1	3	1	4	16.7
26	0	0	0	0	0	0	2	4	19.3
27	0	0	-5	-2	-1	1	2	2	13.4
28	0	1	1	2	1	1	2	4	16.3

Tabla 4.7: Matriz de Trayectorias para 7mo A.

Alum	"Ex07"	"Ex08"	"Ex09"	"Ex10"	"Ex11"	"Ex12"	"Gene"	"RangGob"	"NotProm"
1	0	1	0	0	-5	0	1	4	19.5
2	1	-5	-1	-1	0	0	1	3	18.0
3	0	-5	0	0	1	-5	1	2	15.4
4	0	2	0	0	1	0	1	4	19.0
5	0	0	-1	0	1	0	1	3	18.1
6	-1	0	-2	0	0	-1	1	1	13.2
7	2	1	-5	1	-1	-5	2	3	17.8
8	0	-5	-2	-1	0	0	1	1	11.4
9	1	1	1	1	-1	-1	2	2	14.5
10	0	0	-5	-1	0	0	2	1	9.9
11	-1	0	1	0	0	1	1	2	14.7
12	-1	0	0	1	0	-1	1	3	17.8
13	3	1	2	0	0	1	2	4	18.4
14	0	-1	0	0	-3	-1	1	1	13.9
15	2	2	0	0	0	0	1	3	18.1
16	-5	0	0	-1	0	0	2	1	11.2
17	0	-5	0	0	0	0	1	1	11.1
18	1	1	0	1	1	0	2	3	17.1
19	0	1	0	0	1	0	2	4	19.6
20	0	2	1	1	0	2	2	4	18.4
21	0	0	1	1	0	-1	1	2	16.0
22	0	-5	-1	0	0	0	2	1	12.4
23	3	1	1	0	1	0	1	4	18.7
24	0	1	3	1	0	0	1	4	18.3
25	1	0	0	-5	-1	0	2	2	15.4
26	1	-5	-5	-5	0	1	2	2	15.1
27	0	0	1	0	-5	0	2	2	15.7

Tabla 4.8: Matriz de Trayectorias para 7mo B.

4.2.6. Distribución de las fluctuaciones por exámenes

En la tabla (4.9) se muestra la distribución de fluctuaciones ordenadas por exámenes y se obtuvieron con la rutina A.1.3 en la página 112. Dado que los rangos van de 1 a 4, las mayores fluctuaciones posibles son, en valor absoluto, de orden tres. Por ello las columnas están enumeradas de -3 a 3, en cada columna se reparten la cantidad de estudiantes que caen en los rangos dados para cada examen.

Fluctuaciones							
	-3	-2	-1	0	1	2	3
"Ex07"	0	0	5	15	6	1	1
"Ex08"	0	2	6	11	5	0	3
"Ex09"	0	0	3	9	5	0	0
"Ex10"	0	1	4	16	4	2	0
"Ex11"	0	1	4	16	6	0	0
"Ex12"	0	1	4	12	5	1	1
7mo A							

Fluctuaciones							
	-3	-2	-1	0	1	2	3
"Ex07"	0	0	3	14	5	2	2
"Ex08"	0	0	1	9	8	3	0
"Ex09"	0	2	3	11	6	1	1
"Ex10"	0	0	4	14	7	0	0
"Ex11"	1	0	3	15	6	0	0
"Ex12"	0	0	5	16	3	1	0
7mo B							

Tabla 4.9: Fluctuaciones por exámenes

Algunos hechos son llamativos: en primer lugar, en la columna del -3 los números son casi todos cero. Esto quiere decir que en ninguno de los exámenes hubo estudiantes que siendo de rango global 1 se situaran en el rango local 4, a excepción de un alumno para el examen 11 de la sección B. Es decir no hay sorpresas locales: si un estudiante es globalmente de rango 1 no saca rango local muy alto. Esto se confirma en la columna -2.

Otro hecho notable es la gran concentración en la columna 0. Se puede constatar que en casi todas las filas la columna cero tiene una frecuencia que supera a la suma del resto de las frecuencias de la fila. Así, para 7mo A en la fila de *Ex07*, el 15 de la columna 0 supera a $5+6+1+1=13$, para 7mo B en esa misma fila, el 14 de la columna 0 supera a $3+5+2+2=12$. Las únicas excepciones son en las filas del examen 8 para ambas secciones y la fila del examen 9 para 7mo B. Allí la dispersión alrededor del cero es mucho mayor.

El examen 8 presenta las mayores frecuencias de la fluctuación -2 y 3: respectivamente 2 y 3 para la sección A. Esto significa que 2 estudiantes con rango global bajo salieron muy bien en ese examen y que 3 estudiantes con rango global 4 se ubicaron en rango 1 en ese examen. Por otra parte en la sección B, tenemos un caso muy similar pero para el examen 9.

La primera interpretación que viene a la mente es que esos exámenes causaron cierta conmoción entre los estudiantes y que inclusive algunos "buenos estudiantes

se cayeron”. Pero un análisis de las notas del examen lleva a otra conclusión un poco más sutil: las notas son muy altas, de modo que una nota alta puede equivaler a un rango bajo. Es decir la distancia entre notas altas y bajas es muy pequeña. Así por ejemplo un estudiante cuyo rango global es 4 (promedio de nota definitiva por encima de 16 puntos) puede haber sacado en el examen 8 un 15 y quedar (dado que las notas fueron en su conjunto muy buenas) en rango local 1. Como se puede ver, esto no quiere decir que “se cayó”.

Un aspecto, al margen, pero interesante para la evaluación de la ingeniería didáctica, surge al indagar en los contenidos del Capítulo 8 y 9. Este capítulo está centrado en una actividad de cambio del cuadro gráfico al simbólico y viceversa. Lo que muestran los resultados es que fue muy bien recibido por los estudiantes. En cierto sentido pareciera muy adaptado a sus capacidades de aprendizaje.

Para 7mo A la información sobre la influencia del Capítulo 9 en los estudiantes es incompleta, ya que la prueba se presentó bajo una situación irregular, producida por la expulsión de 9 alumnos. Sin embargo, en 7mo B tenemos una alta dispersión para las fluctuaciones, una posible interpretación de este hecho es que en este capítulo se le exige al alumno realizar sumas algebraicas en un cuadro puramente simbólico. Los casos anteriormente expuestos para los exámenes 8, 9 y 11 están resaltados en negrita en la tabla (4.9).

El otro conjunto de fluctuaciones numerosas son aquellas de valor 1 o -1. Esto nos lleva a la conclusión de que la inmensa mayoría de las fluctuaciones son cero, 1 o -1. Y por lo tanto las trayectorias de los estudiantes son poco erráticas, bastante estables.

Finalmente, otro hecho que nos parece notable es el que las frecuencias alrededor de la fluctuación cero se distribuyen de manera equitativa para la sección 7mo A. Suelen haber aproximadamente los mismos números a la derecha y a la izquierda. Además, interpretando las columnas de fluctuación -1 y 1 de la tabla, los alumnos tienen casi igual probabilidad de bajar o subir una posición localmente con respecto a su posición global,

En el caso de 7mo B, las frecuencias alrededor de la fluctuación 0 no se distribuyen de manera equitativa, siendo la fluctuación 1 la que posee mayor frecuencia indicando que este grupo de alumnos tiende a disminuir su posición local y rara vez tiende a aumentar, lo que parece señalar que los alumnos tienen mucha mayor probabilidad de situarse por debajo de su posición localmente con respecto a su posición global, que situarse por encima.

4.2.7. Distribución de las fluctuaciones por rangos cuartil globales

Las tablas que siguen, se generaron con la rutina A.1.4 en la página 112. Las columnas numeradas del 1 al 4 representan los rangos globales del estudiante. Si nos concentramos en la columna 1 de ambas tablas, el número 2 de la fila -2 se interpreta como que hubo dos casos de estudiantes cuyo rango global era 1, que tuvieron una fluctuación de orden 2: es decir que tuvieron un rango local 3 en uno de sus exámenes, teniendo rango global 1. Estos casos, mirando la tabla (4.9) de la sección anterior, se puede saber que corresponden a dos estudiantes, para 7mo A, el rango local es en ambos casos del examen 8 y para 7mo B el rango local es en ambos casos del examen 9. Por otra parte, existe un caso aislado para 7mo B en la columna 1 con un estudiante en la fila -3 cuyo rango global fue 1 y su rango local 4 teniendo una fluctuación de orden 3 en el examen 11 el cual podemos ubicar en la tabla (4.9).

Rangos Globales					Rangos Globales				
	1	2	3	4		1	2	3	4
-2	2	1	0	0	-3	1	0	0	0
-1	6	8	11	0	-2	2	0	0	0
0	25	19	14	21	-1	8	5	6	0
1	0	9	10	10	0	26	17	15	21
2	0	0	5	4	1	0	13	9	13
3	0	0	0	5	2	0	0	3	4
					3	0	0	0	3
7mo A					7mo B				

Tabla 4.10: Fluctuaciones Vs. Rangos Globales

En la tabla (4.10) se puede establecer una clasificación por rangos globales para ambos grupos: en ambas secciones los alumnos que más fluctúan son los de rango global 3 con una proporción de $26/40 = 0.65$ (65 %) para 7mo A y $20/41 = 0.54$ (54 %) para 7mo B, los que menos fluctúan son los de rango global 1 con una proporción de $25/33 = 0.75$ (75 %) para 7mo A y $26/37 = 0.70$ (70 %). Esto nos indica que los grupos se comportan de una manera bastante homogénea: los estudiantes que obtienen rango global uno por lo general no superan ese rango, los que alcanzan el rango global 4 se mantienen y tienden a bajar poco y finalmente los que más dan la lucha por cambiar su rango global son los ubicados en el rango 3.

4.2.8. Distribución de las fluctuaciones por géneros

Para las tablas (4.7) y (4.8), consideraremos el género de los alumnos y las fluctuaciones como un par de factores a comparar. Suponiendo como hipótesis nula la dependencia entre estos dos factores, se puede afirmar a través de un test Chi-cuadrado que para ambos grupos no existe una diferencia significativa por género: en la tabla (4.11) generada por la rutina A.1.6 en la página 112 observamos para 7mo A un p-valor = 0.1211 y para 7mo B un p-valor = 0.1065. Sin embargo, para 7mo A pareciera haber un poco más de dispersión entre las hembras (*Fe*) que entre los varones (*Ma*) con proporciones $34/75 = 0.45$ (45 %) y $45/75 = 0.60$ (60 %), respectivamente. Caso contrario para 7mo B con proporciones de $47/78 = 0.60$ (60 %) y $32/68 = 0.47$ (47 %) para hembras y varones.

	Fe	Ma
Fluc	1	2
-2	0	3
-1	16	9
0	34	45
1	16	13
2	5	4
3	4	1
Chi= 0.1211		
7mo A		

	Fe	Ma
Fluc	1	2
-3	1	0
-2	2	0
-1	12	7
0	47	32
1	12	23
2	3	4
3	1	2
Chi= 0.1065		
7mo B		

Tabla 4.11: Fluctuaciones Vs. Género

4.3. Estudio del rango franja

Como se dijo en la introducción del capítulo, estudiamos dos tipos de rango para tratar de fundamentar mejor los indicios que se obtienen. El rango que estudiamos en esta sección viene definido por las rupturas dadas por calificaciones de 10, 15 y 17 puntos. Es decir un estudiante que obtenga en una ventana (examen en nuestro caso) una nota entre 0 y 10 inclusive obtendrá el rango 1, si obtiene mayor que 10 y menor o igual que 15 obtiene rango 2 y así sucesivamente. A continuación, haremos un estudio análogo al realizado con el primer tipo de rango (intercuartil) en la sección anterior.

4.3.1. Tabla género - rango franja

En la tabla (4.12) que sigue, se muestra la frecuencia de los géneros en cada uno de los rangos o franjas para las dos secciones. Si bien las diferencias no son significativas, es decir, el que un estudiante este ubicado en una franja u otra no tienen nada que ver con el género, las tablas reafirman un hecho ya observado en el capítulo anterior, al estudiar la concentración del género femenino hacia el centro de la diagonal de distribución en factores. En estas tablas se ve que los extremos (rangos 1, 3 y 4) son ocupados mayoritariamente por los varones para 7mo A, mientras que para 7mo B son solo los rangos 1 y 3. Estas tablas se obtuvieron con la rutina A.1.7 en la página 112

Puntos	Fe M	Puntos	Fe M
0-10	0 3	0-10	0 1
10-15	8 4	10-15	6 5
15-17	4 6	15-17	1 2
17-20	1 2	17-20	7 5
Chi= 0.17 7mo A		Chi= 0.63 7mo B	

Tabla 4.12: Género Vs. Rango Franja

4.3.2. Distribución de las fluctuaciones por rango franja globales

La lectura de la tabla (4.13) es muy diferente a la análoga con el otro rango (Ver tabla (4.10)). En este caso la fluctuación significa que la persona se sale de su banda y las bandas están fijadas por las rupturas 10, 15 y 17 referida a sus calificaciones. Ubicándonos en el cuadro 4.13 en la columna del 4, para 7mo A se observa que hay 15 de 17 que están en la fluctuación 0, y para 7mo B hay 44 de 62. Esto nos indica que los estudiantes que alcanzaron una nota definitiva por encima de 17 (que son 3 para 7mo A y 13 para 7mo B, ver cuadros (4.7) y (4.8)) solo se salieron de esa franja en 2 y 18 ocasiones respectivamente, mostrando una estabilidad. Este resultado no es inesperado, pero realza un hecho no muy tomado en cuenta: para estar en el rango maximal, hay que estar en él en casi todas las ocasiones.

Rango global					Rango global				
	1	2	3	4		1	2	3	4
-3	1	0	0	0	-2	0	5	0	0
-2	0	4	0	0	-1	2	11	5	0
-1	4	13	22	0	0	3	15	4	44
0	5	29	15	15	1	0	11	10	12
1	0	14	24	1	2	0	1	1	6
2	0	0	2	1					
7mo A					7mo B				

Tabla 4.13: Fluctuaciones Vs. Rango Global con Rango Franja

En cambio los de rango 3 para 7mo A son los que tienen mayor fluctuación tanto para arriba como para abajo, y en 7mo B sucede para el rango 2. Probablemente la diferencia entre estudiantes de rango global 2, 3 y estudiantes de rango global 4 es la estabilidad en los diferentes exámenes. Para obtener estas tablas use la rutina A.1.8 en la página 112.

4.3.3. Distribución de las fluctuaciones por género

En este caso, a diferencia de la tabla equivalente para el otro rango (Ver tabla (4.11)), se nota una mayor dispersión en los M . Sin embargo, esta diferencia no es significativa, como muestra la tabla (4.14) el p -valor = 0.7671 para 7mo A del test Chi-Cuadrado y 0.1065 para 7mo B. Ambas tablas se generan con la rutina A.1.9 en la página 113.

Fluc	Genero		Fluc	Genero	
	Fe	Ma		Fe	Ma
-3	0	1	-3	1	0
-2	2	2	-2	2	0
-1	19	20	-1	12	7
0	35	29	0	47	32
1	17	22	1	12	23
2	2	1	2	3	4
			3	1	2
Chi= 0.7671			Chi= 0.1065		
7mo A			7mo B		

Tabla 4.14: Fluctuaciones Vs. Género con Rango Franja

4.4. Conclusiones del capítulo

La noción de trayectoria utilizada en este capítulo es probablemente la más inmediata: el tiempo viene dado por los exámenes. En nuestro caso tenemos siete. Las posiciones son definidas por los rangos que ocupan los estudiantes. Y se han trabajado dos tipos de rango, uno dado por los cuartiles de las notas de los exámenes o de la nota definitiva. El otro, por unas franjas fijas. Se han tomado estos dos tipos de rango esencialmente para explorar la posible dependencia de los resultados, del tipo de rango utilizado y con ello asegurar cierta robustez de los indicadores obtenidos.

Los resultados numéricos muestran algunas variaciones que dependen del tipo de rango. El rango franja puede reflejar la calidad (a nivel de notas) de la sección. En nuestro caso, el número de fluctuaciones de Rango Global 4 de la sección A es 17, mientras que en la sección B es de 62, indicando con ello que en la sección B hay por lo menos el doble de estudiantes en la franja superior. Y esto no puede reflejarse con el rango cuartil.

Sin embargo, a nivel de las fluctuaciones de Rango Global 2 y 3, ambos rangos, franja y cuartil, se comportan de manera similar, indicando que es para esos estudiantes que se produce el mayor número de fluctuaciones diferentes de cero.

La fluctuación del rango local alrededor del rango global del estudiante es el modo que hemos adoptado para estudiar el conjunto de las trayectorias y poder compararlas. Y con ello, dar una idea de su comportamiento. La magnitud de una fluctuación y su frecuencia dan información útil a la hora de tener una visión de conjunto. Se obtuvo que:

La magnitud de una fluctuación rara vez sobrepasa 1. Con ello vemos que la estabilidad de las trayectorias de la mayoría de los estudiantes es bastante grande.

No hay variaciones notables en el comportamiento de las fluctuaciones de diferentes exámenes. Salvo los casos del Capítulo 8 para la Sección A y Capítulo 9 para la Sección B.

Pero sí hay variaciones en el comportamiento de las trayectorias cuando se toman en cuenta los rangos definitivos de los estudiantes. Por un lado está el grupo conformado por los dos rangos extremos: los de rango 1 y los de rango 4. Estos tienen pocas fluctuaciones. Para el tipo de rango definido por los cuantiles, los de rango 1, rara vez suben localmente y los de rango 4 rara vez bajan. Los estudiantes que corresponden a los rangos 2 y 3 tienen un número considerablemente mayor de

fluctuaciones, tanto negativas como positivas, ligeramente a favor de las positivas: caídas con respecto al rango global. La mayor proporción de fluctuaciones se produce para el rango 3.

La distribución de las fluctuaciones no pareciera ser afectada por el género del estudiante.

Capítulo 5

Trayectoria grupal en un tema

5.1. Introducción

La hipótesis de que el proceso de adaptación de un grupo de estudiantes es homogéneo pareciera difícil de sustentar para la mayoría de las ingenierías que conocemos. Pero esto deja abierta la pregunta, asumiendo que es heterogéneo, de cómo podría ser concebida la adaptación del grupo a los respectivos contenidos. De manera más precisa: al intentar describir esa adaptación, ¿qué tipo de observaciones e indicios podríamos captar?.

En Fernandes, L. (2010), para el estudio de la dificultad, se le ha asignado un atributo a cada respuesta dada por un estudiante. Hemos asumido la hipótesis de que los atributos asignados a las respuestas responden a una dificultad y con ello manifiestan un tipo de adaptación de la persona a ellos, en el momento en que la respuesta es efectuada. En este capítulo, exploramos la organización de los datos desde esa perspectiva. Específicamente se estudiará la frecuencia de cada uno de los atributos mencionados, por cada pregunta de un tema específico. Este estudio es iniciado en el Capítulo 5 de Fernandes, L. (2010). Y ya allí se hace un análisis de esas frecuencias y como consecuencia se obtiene una clasificación de los temas. Y el concepto de estrato.

En nuestro trabajo, a continuación, retomamos la misma disposición de la información pero interpretada en la perspectiva de la investigación sobre las trayectorias. Intentamos desarrollar a una noción de trayectoria del grupo para un tema, que nos va a llevar a la noción de velocidad, la cual exploraremos con las limitaciones de los datos que disponemos.

El capítulo consta de tres partes: los *Preámbulos*, en donde se introduce la notación y terminología de base, la *Velocidad*, donde ésta noción es presentada y analizada. En particular se habla de la noción de *Instantánea*. Y finalmente se estudia la relación entre la posición del estudiante al final del año: su *Rango Definitivo* y su posición con respecto a un *Tema*.

5.2. Preámbulos y notaciones

5.2.1. Los temas

Mediante la rutina A.2.1 en la página 113, se puede obtener una matriz donde se especifican los temas en la primera y tercera fila y sus respectivos promedios en la segunda y cuarta. La tabla (5.1) presenta las primeras 12 columnas de dicha matriz, calculada para la Sección A. Se puede apreciar una gran variabilidad de los promedios. Esto es útil para nuestros fines porque nos provee de una muestra bastante variada de “aproximaciones” del grupo a los temas.

Tema	EcuaDist	PropDist	Paréntesis	Segmento	PropDistAplic	DespeBin
Promedio	6.9	7.85	10.1	12.14	12.9	13.1
Tema	Simplificar	EcuaEval	Identidad	Despeje	SumEnt	OperEnt
Promedio	13.35	13.4	13.6	13.9	13.975	14.59091

Tabla 5.1: Los temas y sus promedios para 7mo A

5.2.2. La tabla de atributos por tema

La siguiente tabla describe el porcentaje de ocurrencia para ambas secciones de los atributos que clasifican a las respuestas de las preguntas de los exámenes. Los atributos están asociados a una característica de la respuesta del alumno ante cualquier pregunta de cualquier examen.

	Ex119	Ex1110	Ex1111	Ex1112
NotaPreg	12.8	11.4	14.3	13.1
PorcenNH	26.0	30.0	26.0	26.0
PorcenM	7.0	11.0	0.0	4.0
PorcenR	7.0	7.0	7.0	15.0
PorcenB	59.0	52.0	67.0	56.0
7Mo A				

Tabla 5.2: Porcentaje de atributos para el tema *PropDistAplic*

La convención *NH* significa que el alumno “no hizo la pregunta”, *M* que la hizo “mal”, *R* que la hizo “regular” y *B* que la hizo “bien”. Para mayores detalles puede ver Fernandes, L. (2010).

En la tabla (5.2), la primera fila es el promedio de las calificaciones obtenidas por el grupo para cada pregunta y en las filas sucesivas están los porcentajes obtenidos en cada atributo. En las columnas tenemos las preguntas de varios exámenes asociadas a un tema en particular. Podemos constatar que los porcentajes por fila son muy parecidos. Los de *NH* andan cerca de 26, los de *M* no pasan de 11, Los de *R* cerca del 7 salvo el último que vale 15. Esta tabla se genera ejecutando la rutina A.2.2 en la página 113 y nos sugiere la noción de estrato que tiene que ver con la similitud entre frecuencias de los atributos de respuesta en una fila.

5.3. La noción de velocidad

5.3.1. La distribución alrededor de un tema. La instantánea.

Podemos pensar a cada columna de la matriz de respuestas del Apéndice C, como una “instantánea o foto” del instante en que las preguntas son respondidas. Pero evidentemente no se trata de una foto del aula, sino de las posiciones de cada estudiante con respecto a una pregunta. Esta posición es fijada por el atributo de su respuesta. El instante, es el momento en que la respuesta es recogida y cierta información de los aprendizajes logrados queda fijada en ese momento. El tipo de tablas presentadas en la sección anterior pueden ser pensadas como un “procesamiento de la imagen o foto”.

5.3.2. ¿Cómo se llega a la noción de velocidad?

Para poder hablar de velocidad necesitamos una “medida del tiempo”. En nuestro caso tomaremos una noción relacionada al tiempo didáctico de Chevallard. Los exámenes son hechos después que el tema respectivo ha sido “cubierto”. Es decir, después de que los ejercicios han sido explicados, hechos parcialmente en clase, hechos como tarea por la mayoría. Eso, en la medida que es la misma exigencia previa al examen, configura una unidad de medida del tiempo. En todos los temas se ha tardado “el mismo” tiempo, el tiempo de explicar y hacer un conjunto de ejercicios relacionados con los temas de un examen.

A pesar de ello las posiciones no son las mismas. Y por ello hablamos de velocidades diferentes. Subyacente a la noción de velocidad está la de trayectoria. En nuestro caso se debería disponer de una sucesión de “*instantáneas*” sobre la misma pregunta. Se trata de una película. Imaginarse hacer una película, sucesión de fotos procesadas, en el contexto actual del aula, es muy difícil. Pero en un contexto informatizado en donde el software almacena los diferentes intentos de una persona para responder una pregunta, pareciera totalmente natural. Ahí la trayectoria tendría pleno sentido. Es un poco en ese espíritu que deberían ser considerados los análisis que se presentan a lo largo del capítulo.

5.3.3. Diferentes tipos de tablas

Antes de dar algunos criterios que nos permitan calificar la velocidad de aproximación a un tema específico, vamos a analizar brevemente algunos ejemplos. Un estudio mucho más detallado puede verse en la Fernandes, L. (2010).

Ejemplo 1

Tomemos de nuevo la tabla (5.2) del tema *PropDistAplic*:

	Ex119	Ex1110	Ex1111	Ex1112
NotaPreg	12.8	11.4	14.3	13.1
PorcenNH	26.0	30.0	26.0	26.0
PorcenM	7.0	11.0	0.0	4.0
PorcenR	7.0	7.0	7.0	15.0
PorcenB	59.0	52.0	67.0	56.0
7Mo A				

Podemos constatar que los porcentajes por fila son muy parecidos. Los de *NH* andan cerca de 26, los de *M* no pasan de 11 y los de *R* cerca del 7 salvo el último que vale 15. Resumiendo: porcentaje de *B* alto, *NH* mediano, *M* y *R* bajo.

Ejemplo 2

La siguiente tabla esta asociada al tema *Segmento*:

	Ex79	Ex710	Ex711	Ex92	Ex94
NotaPreg	16.7	14.4	15.4	18.6	16.1
PorcenNH	15.0	12.0	12.0	4.0	8.0
PorcenM	0.0	8.0	8.0	0.0	4.0
PorcenR	4.0	27.0	12.0	8.0	21.0
PorcenB	81.0	54.0	69.0	88.0	67.0
7mo B					

En resumen tenemos porcentajes de *B* alto, *R* y *NH* mediano y *M* bajo.

Ejemplo 3

En este ejemplo tenemos la tabla asociada al tema *ExpEquiv*:

	Ex93
NotaPreg	17.6
PorcenNH	12.0
PorcenM	0.0
PorcenR	0.0
PorcenB	88.0
7mo A	

Acá obtenemos porcentajes de *B* muy alto, *NH* muy bajo, *M* y *R* muy bajo. Los tres ejemplos se obtuvieron ejecutando la rutina A.2.2 en la página 113.

5.3.4. Asignación de velocidad de adaptación a un tema

El análisis de los ejemplos trabajados en Fernandes, L. (2010) sugiere la siguiente tabla:

Caracterización	Ejemplo
NH alto y M ó R alto	<i>EcuaDist, PropDist</i>
NH bajo, M alto y R bajo NH alto, M y R bajo NH bajo, M y R alto	<i>Paréntesis PropDistAplic DespDiag</i>
NH y M bajo, R alto	<i>ExpEquiv</i>
NH, M y R bajo, B alto	
M Bajo, R y NH mediano, B Alto	
	<i>Segmento</i>

Tabla 5.3: Caracterización de los ejemplos

La clasificación que se ha dado en la tabla (5.3), adquiere cierto sentido cuando se intenta interpretar. Iniciemos con la primera situación: “*NH* alto y *M* o *R* alto”. Para que se produzca dicha situación un alto porcentaje de estudiantes no se atreve a dar una respuesta (*NH* alto) y además entre los que sí se atreven un alto porcentaje la da mal y/o regular. Consideramos que en esa situación la pregunta ha sido planteada cuando la adaptación al tema, en términos de aprendizaje, se está iniciando. Por ello es razonable calificar el aprendizaje en esa situación de “muy lento”. De esta manera se llega rápidamente a la tabla (5.4):

Velocidad	Caracterización
Muy lenta	NH alto y M o R alto
Lenta	NH bajo, M alto y R bajo NH alto, M y R bajo NH bajo, M y R alto
Normal	NH y M bajo, R alto
Rápida	NH, M y R bajo, B alto M Bajo, R y NH mediano, B Alto

Tabla 5.4: Velocidad del aprendizaje por caracterización

Y con ello a la clasificación de los temas por la velocidad presentada en la tabla (5.5) en que parecieran ser aprendidos por el grupo:

Aprendizaje	Ejemplo
Muy lenta	<i>EcuaDist, PropDist</i>
Lenta	<i>Paréntesis PropDistAplic DespDiag</i>
Normal	<i>DespeDiag</i>
Rápida	<i>ExpEquiv Segmento</i>

Tabla 5.5: Clasificación de los temas por velocidad

Muchos de los temas que se han considerado en este estudio, caen en la última categoría, es decir son de aprendizaje rápido. Pero más que eso: la categoría de aprendizaje lento tiene asociado a ella, un conjunto variado de reacciones de los alumnos. En nuestro estudio fue detectado en un solo ejemplo el aprendizaje normal en los términos definidos más arriba. Sin embargo, consideramos que definir esa categoría tiene pleno sentido.

5.4. El tiempo de exposición a un tema

Como se ha señalado más arriba, la ingeniería fija unas pautas para cubrir un tema o contenido y esas pautas definen un tiempo de cobertura del contenido, que llamaremos “tiempo de exposición a un tema”, en el sentido que es el período de tiempo durante el cual el conjunto de alumnos estarán “expuestos” al saber constitutivo del tema.

Si hacemos la hipótesis, muy razonable, de que a mayores tiempos de exposición mayores aprendizajes, parafraseando lo que se ha visto en las secciones anteriores, podríamos decir que para algunos temas de la ingeniería utilizada los tiempos de exposición fueron insuficientes para lograr los aprendizajes. Aparte de poder convertir esto en un instrumento evaluador de la ingeniería, cabe inmediatamente la pregunta: ¿para un tema y un alumno dados, existe un tiempo de

exposición para lograr los aprendizajes?

Es esta pregunta la que respondemos parcialmente en lo que queda de la sección. Para ello nos apoyaremos en los datos recolectados.

5.4.1. El Tema Segmento: un tema visto en dos capítulos

Al ejecutar la rutina A.2.2 en la página 113 a los datos de la Sección A, obtenemos la tabla (5.6):

	Ex79	Ex710	Ex711	Ex92	Ex94
NotaPreg	11.9	8.3	7.9	16.9	15.7
PorcenNH	4.0	4.0	7.0	6.0	18.0
PorcenM	36.0	54.0	50.0	6.0	0.0
PorcenR	4.0	4.0	11.0	12.0	12.0
PorcenB	57.0	39.0	32.0	76.0	71.0
7mo A					

Tabla 5.6: Atributos para el tema *Segmento*

La razón por la cual esta tabla es particularmente interesante para nuestro estudio es que las preguntas correspondientes al tema *Segmento* pertenecen a dos exámenes diferentes, el 7 y el 9. Y además los promedios obtenidos en las preguntas del 9 son mucho mayores que en las del 7. Más aún de acuerdo a la clasificación de velocidades dada en la sección anterior, la velocidad de aprendizaje en las preguntas del 7 sería lenta, mientras que las del 9 sería rápida.

El tema Segmento fue también estudiado en sexto grado por ese grupo de estudiantes. Podemos decir que el tiempo de exposición al tema, que abarca sexto grado y el correspondiente al Capítulo 7 fue insuficiente para el logro de los aprendizajes de este grupo de estudiantes. Sin embargo, la exposición adicional que tuvieron debido a la presencia del tema en el Capítulo 9, les permitió lograr en buena medida los aprendizajes. Este hecho tendería a indicar que el alargar los tiempos de exposición puede permitir realizar las adaptaciones.

Lamentablemente el tema “*Segmento*” es el único que aparece en dos capítulos diferentes. Esto nos impide explorar más extensamente en los alargamientos de los tiempos de exposición.

El estudio del tema *Segmento* en la sección B muestra que el comportamiento es homogéneo para los dos capítulos: en ambos son rápidos. Esto se explicaría por

el hecho de que ese grupo tiene mayores facilidades de adaptación a ese tema que los de la sección A.

5.4.2. Temas vistos en sexto grado

La población estudiada utilizó el material didáctico en 6to grado, donde se estudiaron los temas “*Fórmula*” e “*Inversa*”. En la tabla (5.7), se evidencia que los promedios más altos y las mayores velocidades de aprendizaje son para estos dos temas. Para obtener estas tablas se ejecuta la rutina A.2.2 en la página 113.

	Ex512	Ex513	Ex514	Ex515		Ex51	Ex52	Ex53	Ex54	Ex55
NotaPreg	16.2	19.3	20	20	NotaPreg	20	20	20	17.9	19.3
PorcenNH	0.0	0.0	0	0	PorcenNH	0	0	0	7.0	0.0
PorcenM	14.0	4.0	0	0	PorcenM	0	0	0	4.0	4.0
PorcenR	14.0	0.0	0	0	PorcenR	0	0	0	0.0	0.0
PorcenB	71.0	96.0	100	100	PorcenB	100	100	100	89.0	96.0
7mo A					7mo A					

Tabla 5.7: Atributos para el tema *Inversa* y *Fórmula*

Esto tendería a confirmar que a mayor tiempo de exposición (sexto grado y primer año) mayor aprendizaje.

5.5. Distribución de los atributos por rango: estratificación

Ejecutando la rutina A.2.3 en la página 113, obtenemos la tabla (5.8):

Rango Global					Rango Global				
Atributo	1	2	3	4	Atributo	1	2	3	4
NH	4	0	0	0	NH	2	2	0	0
M	13	12	10	4	M	0	1	0	0
R	1	2	2	0	R	1	1	1	1
B	3	7	9	17	B	1	6	9	9
Tema Segmento Ex 7					Tema Segmento Ex 9				
7mo A					7mo A				

Rango Global					Rango Global				
Atributo	1	2	3	4	Atributo	1	2	3	4
NH	8	2	0	0	NH	2	1	0	0
M	1	1	0	2	M	1	0	0	0
R	1	6	4	0	R	5	1	0	1
B	8	12	14	19	B	4	10	10	13
Tema Segmento Ex 7					Tema Segmento Ex 9				
7mo B					7mo B				

Tabla 5.8: Distribución de los atributos por rango

Esta tabla resume la frecuencia de los atributos de las respuestas de acuerdo al rango global (nota al final de año) de los grupos. Las filas representan los atributos asociados a las respuestas de los exámenes y las columnas los rangos globales.

Siguiendo el estudio anterior, tenemos las frecuencias de los atributos para el tema segmento en los exámenes 7 y 9. En ambas secciones, para el atributo NH la frecuencia es positiva solo para estudiantes de los rangos 1 y 2. En cambio M tiene frecuencia relativamente alta en todos los rangos para las preguntas del Capítulo 7. Esto cambia drásticamente para las del nueve.

El análisis de diversas tablas similares a las anteriores y correspondientes a diferentes temas muestra de manera sistemática que la estratificación de las frecuencias de atributos depende del rango del estudiante: menor es el rango mayores son las frecuencias del tipo NH , M ó R . Mas aún, al disminuir el tiempo de exposición aumentan los estratos de tributos NH , M o R . Esto tiene importancia porque tendería a mostrar que la exposición insuficiente a un tema repercute directamente y permanentemente en los estudiantes más vulnerables.

5.6. Conclusiones del capítulo

Las descripciones de las adaptaciones grupales y trayectorias de adaptación podrían ser muy útiles para la toma de decisiones para modificar y perfeccionar el diseño de ingenierías didácticas. En efecto, la interpretación de una configuración particular, es bastante fácil. Hemos obtenido una jerarquización de las dificultades:

En primer lugar, pareciera que la presencia de porcentaje de NH alto es uno de los grados de dificultad mayor. Viene acompañado a menudo con una baja presencia de B .

En segundo lugar hay preguntas que en el instante del examen reflejan una configuración bastante distribuida de las frecuencias de los atributos, indicando con ello que en el momento de la evaluación hay un sub grupo que todavía está en el proceso de asimilación del contenido: el sub grupo es captado en su movimiento hacia la adquisición del contenido. El distanciamiento del grupo hacia la adquisición grupal es todavía visible en el momento de la instantánea visible. En cambio hay preguntas donde la inmensa mayoría de las respuestas aparecen con el atributo B . La interpretación de esta descripción a nivel de la asimilación es que en el momento del examen los aprendizajes han sido logrados por el grupo. La trayectoria hacia el aprendizaje es ya invisible.

Los conceptos de velocidad de adaptación a un tema y tiempo de exposición son relevantes para ayudar a caracterizar una buena ingeniería. Pensamos que una buena ingeniería debería ser diseñada con el objetivo de que los tiempos de exposición sean adecuados para lograr que la velocidad de aprendizaje de los diversos temas sea uniforme. Con ello se evitaría la acumulación de inadaptaciones en los estudiantes más débiles. En este capítulo se evidencia que la ingeniería no alcanza el modelo ideal planteado y de acuerdo a nuestros resultados requiere de modificaciones para perfeccionarse.

De manera más fundamental, creemos que el intentar interpretar la dificultad tema a tema, en base a las reacciones de los estudiantes, hasta llegar a la noción de velocidad de aprendizaje del tema permite reconceptualizar la dificultad de aprendizaje Fernandes, L. (2010). En efecto, desde esta nueva concepción el énfasis no estaría en temas difíciles perse, sino más bien en la velocidad de sus aprendizajes, tendiendo a identificar los de aprendizaje lento con los “difíciles” y los de aprendizaje rápido con los “fáciles”. Es sobre todo este aspecto del capítulo que debería ser recordado. Por ello quisiéramos alertar al lector a no tomar esa sustitución

de dificultad por velocidad como un artificio, o inclusive un eufemismo gratuito, producto de cierto preciosismo académico. El punto toca una realidad asombrosa de nuestro sistema educativo: los tiempos de aprendizaje y más específicamente de exposición, nunca han sido considerados para fijar los programas de estudio. Estos y sus contenidos se han fijado y se siguen fijando sin saber si pueden ser asimilados por el grueso de nuestra población estudiantil en los tiempos previstos para ello. El ignorar la velocidad de aprendizaje elimina toda posibilidad de cambio en la configuración de las dificultades temáticas que se hace el docente y va apareado a una fijación arbitraria de los ritmos de enseñanza. El carecer de la noción de velocidad de aprendizaje, de manera práctica, impide la denuncia de un sistema educativo arcaico, que ha fijado arbitrariamente los tiempos de enseñanza y aprendizaje, produciendo innumerables problemas en el sistema y en las persona, docentes y estudiantes que lo integran y discriminando a los más vulnerables.

Capítulo 6

El Paisaje

6.1. Introducción

La ingeniería didáctica utilizada en el trabajo abrió nuevas áreas de actividad para los estudiantes con los cuales se trabajó. Áreas cualitativamente diferentes a las que ellos conocían. En cierto sentido el abanico de posibilidades de expresión y explotación de sus capacidades se abrió. Es ese nuevo marco que se comienza a explorar en este capítulo.

La metodología para enfrentar esta exploración está esbozada en el Capítulo 3. El instrumento esencial es la tabla que denominamos paisaje. Un ejemplo típico es la Tabla (6.5). Preferimos la palabra paisaje a mapa, porque el mapa pareciera reflejar información posicional más estática y definitiva. Y de hecho a menudo el tiempo juega un papel marginal en ese posicionamiento, a diferencia de un paisaje, en donde el tiempo influye en la configuración de las plantas presentes. Otro aspecto es que el mapa se especializa, a menudo, en mostrar información para ir de un punto a otro.

En el trabajo Fernandes, L. (2010) se han estudiado una serie de aspectos sobre el impacto las nuevas áreas, en el aprendizaje de los estudiantes. En particular, este capítulo guarda estrecha relación con el Capítulo 7 de dicha tesis. En ese capítulo se estudia hasta qué punto las nuevas áreas podrían constituir obstáculos para el grupo de los estudiantes y se contrastan los resultados numéricos con creencias del medio docente relacionadas con ellas. Allí se concluye, a groso modo, que no hay nada que indique impedimentos por parte de los estudiantes para aprender en esas nuevas áreas. Pero no hay ningún resultado sobre la disposición de cada

individuo a esas nuevas áreas. Este es el objeto de este capítulo.

Nos interesan preguntas como, ¿Cada individuo tiene preferencia por algún área? ¿Su posicionamiento en un área guarda relación con su posicionamiento en otra área? En caso de que existan individuos que no manifiestan preferencias, ¿Cual es su proporción?...Etc. Por último, además de explorar las diversas reacciones de la población ante las opciones que brinda la ingeniería didáctica aplicada, queremos indagar sobre la influencia que pudiese tener el género sobre estas reacciones.

6.2. La matriz de factores rankeados

Las siguientes matrices se obtienen por corrida de la rutina A.3.1 en la página 113:

Alum	Prom	Algo	Sig	Letras	Num	Caste	Diag
1	1	2	1	2	1	2	1
2	3	3	4	4	3	2	4
3	3	4	2	3	2	3	3
4	3	2	3	3	3	3	2
5	1	1	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1	1	1
7	1	1	2	1	1	1	2
8	4	4	4	4	4	3	4
9	2	2	1	2	2	1	2
10	2	1	2	2	1	1	1
11	1	1	1	1	1	1	1
12	2	2	3	1	3	4	2
13	2	3	2	2	3	2	3
14	1	1	1	1	2	1	1
15	3	3	3	3	3	3	3
16	3	2	4	4	2	3	4
17	3	3	3	3	3	4	3
18	3	3	3	3	2	3	3
19	2	2	2	2	2	2	2
20	4	4	4	4	3	4	4
21	1	1	1	1	1	2	1
22	2	3	2	2	3	2	2
23	4	4	4	4	4	4	4
24	4	4	3	3	4	3	4
25	4	3	4	2	4	4	3
26	4	4	4	4	4	4	4
27	2	2	2	2	2	2	2
28	4	4	3	3	4	3	3

Tabla 6.1: Matriz de factores rankeados 7mo A

Cada fila corresponde a un estudiante. Como puede observar en las tablas (6.1) y (6.2) cada columna de la matriz tiene un nombre. A partir de la tercera columna esos nombres corresponden al nivel (de un factor) asociado a la información que ella contiene. Cada columna sólo contiene cuatro tipos de número: del 1 al 4. Esos son los rangos. El orden es creciente con el número: estudiantes de

rango 4 en “*Algo*” son los de más alto rendimiento en las preguntas que quedaron clasificadas como algorítmicas. Estudiantes de rango 1 en “*Num*” son los de más bajo rendimiento en las preguntas con clasificación de tipo numérico. Dado que hay 27 estudiantes en la sección B tendremos tres rangos con siete estudiantes y uno con seis, para la sección A hay 28 estudiantes y en cada rango suele haber unos siete estudiantes.

Alum	Prom	Algo	Sig	Letras	Num	Caste	Diag
1	4	4	4	4	4	4	4
2	3	3	3	2	4	3	3
3	2	2	2	2	2	2	2
4	4	3	4	4	4	3	4
5	3	3	4	3	3	3	3
6	1	1	2	1	1	1	1
7	3	4	2	3	3	3	3
8	1	1	1	1	2	1	1
9	2	2	1	2	1	1	2
10	1	1	1	1	1	1	1
11	2	1	2	2	2	2	2
12	3	3	3	4	3	4	3
13	4	4	4	4	3	4	4
14	1	1	1	1	1	1	1
15	3	4	3	3	3	3	4
16	1	1	1	1	1	1	1
17	1	1	1	1	1	1	1
18	3	3	3	3	2	2	3
19	4	4	4	4	4	4	4
20	4	3	4	3	4	4	3
21	2	2	3	3	2	3	2
22	1	1	1	2	1	2	1
23	4	4	4	4	4	3	4
24	4	4	3	4	3	3	4
25	2	2	2	2	2	2	2
26	2	2	2	1	4	2	2
27	2	2	2	1	2	2	2

Tabla 6.2: Matriz de factores rankeados 7mo B

Observando la tabla (6.1), en la fila 16 se puede ver que el estudiante que corresponde a esa fila está entre los de más alto rendimiento para las preguntas clasificadas como “*Sig*”, “*Letras*” y “*Diag*”. Pero, en “*Algo*” y “*Num*” sólo ocupa el rango 2. Sería interesante poder responder las siguientes preguntas: ¿Cuál es su rango en “*Caste*”? ¿Hay algún estudiante que tiene todos los rangos en 4? o ¿Hay alguno que tiene todos los rangos en 1? Para responder a estas preguntas se pueden mirar las matrices anteriores y hacer un conteo. A fin de facilitar esa tarea y observar la correspondencia entre los factores, a continuación se elaboran unas tablas de frecuencias de pares de niveles, con un test Chi-Cuadrado para verificar si existe una relación entre los mismos.

6.3. El Paisaje

6.3.1. Definición de la tabla paisaje

La tabla que sigue es un ejemplo de las tablas que hemos llamado paisajes.

Tabla de frecuencia de Num y Letras						
	Números				TotFacFil	
	1	2	3	4		
Letras	1	5	2	0	0	7
	2	2	3	2	0	7
	3	0	0	3	3	6
	4	1	1	1	4	7
TotFacCol	7	8	5	7		27
Chi						
0.012						
7mo B						

Tabla 6.3: Frecuencias para los factores *Números* y *Letras*

Lo primero que debe notarse en la tabla (6.3), para aproximarse al significado de la tabla, son las dos palabras: *Letras* y *Números*. Estas palabras, que variarán de acuerdo a las tablas y factores, indican los dos niveles que han servido para definir los ejes del paisaje. Usualmente esos dos niveles serán de un mismo factor. En el ejemplo el factor es *LetNum*. El segundo aspecto es que tanto las filas como las columnas están numeradas del 1 al 4. Estos números indican los cuatro rangos de cada nivel. ¿Cuál es el significado del 5 que aparece en la posición 1-1 (fila 1, columna 1)? El 5 indica que hay cinco estudiantes cuyo rango en ambos factores es 1. El 2 de la posición 2-1 indica que hay dos estudiantes cuyo rango en el nivel letras es 2, pero que tiene rango 1 en números. Es decir ocupan un mejor rango en *Letras* que en *Números*. *TotFacFil* significa total por fila: es la suma de las frecuencias de cada fila. Como se ve no da siete en todas las filas, a pesar de la definición de rangos. Esto se debe a que dos de los estudiantes coinciden en nota en el valor de uno de los separadores de rango. No afecta los resultados. Una interpretación análoga se puede dar a *TotFacCol*. El valor de *Chi* es un indicativo de hasta qué punto la distribución de las frecuencias es aleatoria o de la independencia de los niveles entre ellos. El bajo valor de *Chi* en este ejemplo (por debajo de 0.05) indica que debería de existir una relación entre ambos niveles: no

serían independientes entre ellos.

En segundo lugar, es importante hacerse una visión de conjunto de la tabla. Para los fines del estudio cada posición tiene una interpretación: si un estudiante está en alguna de las cuatro casillas de la diagonal significa que ha obtenido el mismo rango en ambos niveles. Estar por encima de la diagonal, a su derecha, significa que el estudiante tiene un rango más alto en el nivel que define las columnas que en que define las filas. De modo análogo se pueden interpretar las posiciones por debajo (a la izquierda) de la diagonal. Al mirar una tabla miraremos en primer lugar la suma de las frecuencias de la diagonal: ello nos indicará el número total de estudiantes que no parecieran mostrar preferencia por alguno de los niveles, independientemente de su nivel de desempeño. La suma de las frecuencias de las casillas de la derecha es el número de estudiantes que muestran preferencia por el nivel que define las columnas de la tabla. La interpretación para la otra parte de la tabla es similar. Resumiendo:

Asumiendo que i corresponde a las filas y j a las columnas de la tabla paisaje tenemos:

- Si $i > j$, el estudiante está por debajo de la diagonal, y se destaca en las preguntas correspondientes al factor asociado a las filas.
- Si $j > i$, el estudiante está por encima de la diagonal, y se destaca en las preguntas correspondientes al factor asociado a las columnas.
- Si $i = j$, el estudiante se ubica en la diagonal, es decir, figura sobre el mismo rango en las preguntas correspondientes a ambos factores.

Tabla 6.4: Nomenclatura para la dispersión

Desde la perspectiva de la diversidad, nos interesa saber cuáles son los individuos que ocupan las posiciones fuera de la diagonal. Creemos que ocupar una posición fuera de la diagonal podría dar ciertas ventajas al individuo, puesto que el posicionamiento fuera de la diagonal puede verse como una especialización de la persona hacia uno de los dos niveles.

Finalmente otro aspecto que tomaremos en cuenta es la acumulación en los extremos de la diagonal.

En el caso del ejemplo se ve que la suma de las frecuencias de la diagonal es 15 y la proporción sobre el total es $0.5 = 15/28$. Es decir la mitad de los estudiantes no muestran preferencia por ninguno de los dos niveles. El alto porcentaje de estudiantes en la diagonal está directamente relacionado con el pequeño valor obtenido para la *Chi*. El número de estudiantes que muestran preferencia por Num, es 7. Es decir la proporción de estudiantes que muestran preferencia por el nivel de las columnas es 0.25. Una conclusión similar se obtiene para los estudiantes que muestran preferencia por el nivel *Letras*. En nuestro caso 5 es el número de estudiantes acumulados en el extremo 1-1 y 4 el acumulado en 4-4.

Esto nos lleva a la definición de la concentración en la diagonal como la proporción de estudiantes que se encuentra posicionada en ella. La dispersión será la proporción del complemento. Interesará en particular observar cómo es esa dispersión y en particular cuales son las proporciones de estudiantes a la derecha o a la izquierda. Y finalmente la acumulación en los extremos de la diagonal.

En el capítulo se estudiarán sistemáticamente esos aspectos para los factores: *Situación*, *LetNum* y *CasteDiag*. Cuyos niveles son *Algo* y *Sig*, *Letras* y *Num*, *Caste* y *Diag*.

6.3.2. Concentración en la diagonal

Tabla de frecuencia de Num y Letras						
	Números				TotFacFil	
	1	2	3	4		
Letras	1	5	1	0	7	
	2	2	3	2	8	
	3	0	2	3	7	
	4	0	1	2	6	
TotFacCol	7	7	8	6	28	
Chi						
0.075						
7mo A						

Tabla de frecuencia de Num y Letras						
	Números				TotFacFil	
	1	2	3	4		
Letras	1	5	2	0	7	
	2	2	3	2	7	
	3	0	0	3	6	
	4	1	1	1	7	
TotFacCol	7	8	5	7	27	
Chi						
0.012						
7mo B						

Tabla 6.5: Tablas de Frecuencias para los factores *Números* y *Letras*

Estudio de la concentración Factor *LetNum* En la tabla (6.5) generada por la rutina A.3.2 en la página 114, el valor de la Chi del test Chi cuadrado para 7mo A es casi significativo. Mostrando con ello que hay una fuerte relación entre los dos factores a nivel de cada individuo. Esto se manifiesta en números altos en

la diagonal o cerca de ella. Para figurar en la diagonal el individuo debe quedar clasificado en el mismo rango en los dos factores. El 3 de la fila 2, columna 2, indica que hay tres estudiantes que quedaron clasificados con rango dos tanto en “Núm” como en “Let”. En cambio el 1 de la fila 2, columna 4 indica que hay un estudiante que quedó en rango 4 en “Num” (muy bueno en esa capacidad) pero quedó clasificado en rango 2 en “Let”.

La tabla de 7mo B también nos ofrece un panorama claro de la poca dispersión existente en los datos para esta sección. El valor Chi del test Chi-Cuadrado es significativo. Mostrando con ello que hay una fuerte relación entre los dos factores para cada estudiante.

En el cuadro podemos constatar lo siguiente: para 7mo A hay $14+6+1=21$ estudiantes que están en la diagonal o debajo de ella y para 7mo B hay $15+3+1+1=20$ estudiantes, en este caso se puede concluir que el 75 % y 81 % de los estudiantes de las secciones A y B respectivamente se defienden en letras al menos tan bien como en números. Esto es un indicio claro en contra de la creencia de que los estudiantes “no entienden los ejercicios que involucran letras”. Estos resultados precisan los obtenidos en el trabajo Fernandes, L. (2010).

6.3.3. Estudio de la concentración para los tres factores

El hecho señalado para el par de factores *LetNum*, es explorado para los otros dos pares de factores. La tabla que sigue se obtiene mediante la ejecución de la rutina A.3.3 en la página 114y muestran el resultado de los test Chi-Cuadrados respectivos. Incluyen el 0.075 y el 0.012 que se acaban de ver para *LetNum* de ambas secciones.

P-valor	P-valor
AlgoSig 0.039	AlgoSig 0.001
LetrasNum 0.075	LetrasNum 0.012
CasteDiag 0.021	CasteDiag 0.000
7mo A	7mo B

Tabla 6.6: Test Chi para los tres pares de factores

Los resultados del cuadro (6.6) señalan que a nivel de cada individuo se observa que tanto el par *SigAlgo* correspondiente a *Situación* como el par *DiagCaste* dieron altamente significativo, los valores pequeños para Chi corroboran la fuerte relación entre los factores. Esto quiere decir que se da un fenómeno similar al par

NumLetras, las capacidades de los estudiantes van a la par. Los valores extremadamente bajos para 7mo B en el test son debidos a que para esta sección la dispersión en cada tabla de frecuencia es mucho menor que para 7mo A.

Las tablas que siguen en el cuadro (6.7) muestran para cada par de factores cuántos estudiantes están por encima, cuántos por debajo y cuántos en la diagonal. Los comportamientos son bastantes estables para ambas secciones.

	Encima	Diagonal	Debajo
AlgoSig	7	14	7
LetrasNum	7	14	7
CasteDiag	6	15	7
7mo A			

	Encima	Diagonal	Debajo
AlgoSig	6	17	4
LetrasNum	7	15	5
CasteDiag	6	17	4
7mo B			

Tabla 6.7: Distribución por factores

Considerando el total de alumnos para cada sección, ambas tablas reflejan que en promedio para el 55 % de los individuos el desarrollo de la capacidad de uno de los factores va a la par del manejo del otro factor.

6.3.4. Dispersión alrededor de la diagonal para los tres factores

Tomando en cuenta que los estudiantes que se encuentran por debajo de la diagonal se destacan para el primer nivel y los que están por encima se destacan para el segundo, de la tabla (6.7) se observa para ambas secciones que el 20 % del total de estudiantes ($7+4=11$ estudiantes) se desempeñan mejor en las preguntas de tipo “*Algo*” que en las “*Sig*” y a un 23 % ($7+6=13$ estudiantes) les sucede lo contrario. Lo mismo sucede en el caso de los factores “*Caste*” y “*Diag*”. Por otra parte, para “*Letras*” y “*Num*” sucede que el desempeño del grupo en problemas de tipo numérico es ligeramente mejor que en problemas de tipo letras. Estos resultados precisan los obtenidos en el trabajo Fernandes, L. (2010) para la población en estudio, donde se constató que los estudiantes siguen estos patrones para los problemas de tipo *Significante-Algorítmico* y *Letras- Numérico*.

Dado que el género es un factor importante para muchas investigaciones y que en el trabajo Fernandes, L. (2010) se constató influye en algunos resultados, realizamos en la sección que sigue un estudio para ver si el género guarda alguna relación con el fenómeno de estar fuera de la diagonal.

6.4. Paisaje y género

En esta sección se hacen los análisis para constatar si hay indicaciones que impliquen que el posicionamiento en el paisaje es influido por el género. Esto podría ser interpretado como una no uniformidad de las capacidades o un inicio de especialización y posicionamiento en un grupo. En particular verificaremos si el hecho de estar sobre, por encima o por debajo o en alguno de los dos extremos de la diagonal, guarda alguna relación con el género. Nos detendremos en el ejemplo del factor *LetNum* para facilitar al lector la comprensión de los resultados de los dos factores restantes (*DiagCaste* y *SigAlgo*).

6.4.1. Concentración y dispersión, por género, para los tres factores

En esta sección se exponen de modo resumido los análisis, similares a los realizados para el factor *LetNum* en la sección anterior, de los tres factores que se están estudiando. Para ambas secciones se elaboraron unas tablas contentivas de los p-valores asociados a las pruebas Chi-cuadrado correspondientes a los factores restantes.

Factor *LetNum* y género

Los cuadros en la tabla (6.8) nos muestra la distribución de la población femenina y masculina según los factores *Let* y *Num*, este cuadro es el mismo que está en la tabla (6.5) solo que dividida por género. (Para obtener las tablas ejecute la rutina A.3.11 en la página 115)

Femenino						7mo A		Masculino					
1	2	3	4	TotFacFil				1	2	3	4	TotFacFil	
1	1	1	0	0	2			1	4	1	0	0	5
2	1	2	1	1	5	Filas: Letras		2	0	1	1	0	2
3	0	2	0	1	3	Columnas: Num		3	1	0	3	1	5
4	0	1	1	1	3			4	0	0	1	2	3
TotFacCol	2	6	2	3	13			TotFacCol	5	2	5	3	15
P-valor = 0.8165368								P-valor = 0.06653436					

Femenino						7mo B		Masculino					
1	2	3	4	TotFacFil				1	2	3	4	TotFacFil	
1	3	0	0	0	3			1	2	2	0	0	4
2	1	2	1	0	4	Filas: Letras		2	1	1	1	0	3
3	0	0	2	2	4	Columnas: Num		3	0	0	1	1	2
4	0	1	0	2	3			4	1	0	1	2	4
TotFacCol	4	3	3	4	14			TotFacCol	4	3	3	3	13
P-valor = 0.04014468								P-valor = 0.4264488					

Tabla 6.8: Distribución por Rango y Género del factor *LetNum*

Concentración en la diagonal para LetNum Existe una fuerte correlación entre las “habilidades opuestas”. Sin embargo, para 7mo A en el cuadro (6.8), las hembras muestran más dispersión, permitiéndoles ocupar espacios más extraños o de presencia menos frecuente. Los valores de la chi tienden a confirmar esta impresión: en el caso de los masculinos es casi significativo (0.066) valor que contrasta con el 0.81 del género femenino. Para 7mo B, no sucede lo mismo. En esta sección los varones tienden a ser un poco más dispersos que las hembras obteniendo valores contrastantes para la prueba Chi cuadrado de 0.426 y 0.040 respectivamente (Ver cuadro (6.8)).

Dispersión alrededor de la diagonal para LetNum El tipo de dispersión a estudiar está dada por la distribución de la población por encima y por debajo de la diagonal.

Factores LetNum			Factores LetNum		
	Fe	M		Fe	M
Encima	5	2	Encima	2	3
Diagonal	4	10	Diagonal	9	6
Debajo	4	3	Debajo	3	4
P-Valor= 0.144			P-Valor= 0.635		
7mo A			7mo B		

Tabla 6.9: Resumen de la distribución del Género y el Factor *LetNum*

Habiendo 7 Fe y 5 M por encima de la diagonal, no se puede decir que alguno de los géneros muestra preferencia por los ejercicios con números. Lo mismo se puede concluir con respecto al nivel *Letras* para los géneros.

Análisis de la concentración para los tres factores

Tabla de valores para la prueba Chi-Cuadrado			Tabla de valores para la prueba Chi-Cuadrado		
	Fe	M		Fe	M
LetNum	0.817	0.067	LetNum	0.040	0.426
Situacion	0.251	0.008	Situacion	0.102	0.012
CasteDiag	0.172	0.035	CasteDiag	0.007	0.163
7mo A			7mo B		

Tabla 6.10: Dispersión de acuerdo a niveles de significancia

Observando la tabla (6.10) generada por la rutina A.3.5 en la página 114, se nota que para el factor *Situación* el comportamiento es similar en ambas secciones: un poco más concentrado para los varones. En los otros dos factores, los comportamientos son invertidos. La tabla que sigue permite hacerse una idea más precisa.

Dispersión alrededor de la diagonal para los tres factores

La siguiente tabla se obtiene ejecutando la rutina A.3.6 en la página 114.

Factor situación			Factor Situación		
	Fe	M		Fe	M
Encima	3	4	Encima	5	1
Diagonal	4	10	Diagonal	7	10
Debajo	6	1	Debajo	2	2
Chi= 0.046			Chi= 0.206		
7mo A			7mo B		

Tabla 6.11: Distribución para el Factor *Situación* y el Género

Al igual que en *LetNum* el nuevo factor, el de las situaciones significantes y algorítmicas, no pareciera ser mayor obstáculo para los estudiantes. Observando la tabla (6.11), para 7mo A y 7mo B, en ambas tablas, podemos ver que 21 de 28 y 21 de 27 estudiantes, respectivamente, se defienden en problemas que involucran situaciones significantes al menos tan bien como en algorítmicas.

Factor CasteDiag		
	Fe	M
Encima	2	4
Diagonal	5	10
Debajo	6	1
Chi= 0.055		
7mo A		

Factor CasteDiag		
	Fe	M
Encima	2	2
Diagonal	9	8
Debajo	3	3
Chi= 0.989		
7mo B		

Tabla 6.12: Distribución para el Factor *CasteDiag* y el Género

Lo que muestra la tabla (6.12) no difiere significativamente de lo observado para los otros factores.

6.4.2. Extremos de la diagonal para los tres factores

Análisis del factor *LetNum*

En primer lugar se estudia el ejemplo del par *LetNum*, para facilitar la interpretación de las tablas del final de la sección.

En la tabla (6.8), para ocupar el extremo 1-1 de la diagonal el alumno debe tener un desempeño muy bajo, igualmente los estudiantes del extremo 4-4 son los que tienen el mejor desempeño en ambos niveles. Por ello indagar si esas casilla están preferiblemente ocupadas por uno u otro género, equivale a hacerse preguntas como ¿Los estudiantes de peor desempeño en los dos niveles del factor son en una gran mayoría de un género dado?, o su equivalente para los de mejor desempeño. En la tabla (6.8) nótese para 7mo A que la casilla 1-1 en Femenino tiene sólo una persona, mientras que la casilla homóloga de Masculino tiene 4. Igualmente el número de varones en las casilla 4-4 es 2 mientras que para las hembras es 1. Aquí también se puede apreciar la tendencia a la concentración de las M, los varones tienden a concentrarse mas hacia los extremos que las hembras. Para 7mo B la casilla 1-1 en Femenino tiene tres personas, mientras que la casilla homóloga de Masculino tiene 2. Igualmente el número de M en las casilla 4-4 es 2 y para Fe el mismo valor. En esta sección las posiciones extremas son ocupadas indistintamente tanto por las hembras como por los varones.

Ocupación de los extremos de la diagonal

Sin embargo, para la sección A no sucede lo mismo, observando el cuadro (6.8) para 7mo A, tenemos que la posición del conjunto de las hembras es hacia el centro de la matriz. Evitan los extremos. No se destacan ni por extremadamente buenas ni por extremadamente malas.

Las tablas que siguen muestran las frecuencias por género en los extremos de la diagonal para los tres factores.

Estudio de las casillas 1-1

"LetNum"	"Situacion"	"DiagCaste"	
Fe1	1	2	2
M1	4	3	3
7mo A			

"LetNum"	"Situacion"	"DiagCaste"	
Fe1	3	3	4
M1	2	3	2
7mo B			

Tabla 6.13: Distribución por Género y Factores para el rango 1

En el cuadro (6.13) la diferencia más marcada para 7mo A está en la columna *LetNum*, que ya habíamos considerado en el ejemplo. Para 7mo B está en la columna *DiagCaste* donde el número de *Fe* es dos veces el de *M*, en general para todos los factores tenemos que para los alumnos ubicados en bajo rendimiento tenemos los *M* que predominan en la casilla 1-1 con un total de 17 alumnos sobre 15 alumnas.

Estudio de las casillas 4-4

"LetNum"	"Situacion"	"DiagCaste"	
Fe4	1	1	0
M4	2	3	3
7mo A			

"LetNum"	"Situacion"	"DiagCaste"	
Fe4	2	1	1
M4	2	3	2
7mo B			

Tabla 6.14: Distribución por Género y Factores para el rango 4

En el cuadro (6.14) para 7mo A la preponderancia de *M* es mayor que en el caso de las casillas 1-1. En particular en *DiagCaste*. Para 7mo B se da el mismo fenómeno pero no tan marcado. En *LetNum* podemos observar que están a la par. Finalmente, la mayoría de los varones ocupan el rango 4 con un total de 15 alumnos sobre 6 alumnas. (Las tablas anteriores se generaron a partir de la rutina A.3.12 en la página 115)

Podemos extender esa noción estricta de peor o mejor desempeño, al conjunto de casillas 1-1, 1-2, 2-1 y 2-2 o su análogo 3-3, 3-4, 4-3 y 4-4. Al conjunto de las primeras las denominamos “categoría extrema inferior” y al otro conjunto “categoría extrema superior”. Observando la tabla (6.8) se puede extraer la siguientes tabla:

	Cat. Extrem. Inf.		Cat. Extrem. Sup.	
	Fe	M	Fe	M
Sección A	5	6	3	7
Sección B	6	6	6	5

Tabla 6.15: Frecuencia en las Categorías Extremas

La tabla (6.15) señala que no hay diferencias significativas entre ambos géneros para las categorías extremas.

En resumen: no hay elementos numéricos en los datos que sostengan la afirmación de que uno de los géneros tiende a ocupar posiciones correspondientes a las categorías extremas.

6.4.3. ¿Son los mismos individuos los que tienden a estar fuera de la diagonal?

Hasta ahora se ha estudiado varios aspectos del paisaje, como la concentración en la diagonal, la dispersión y la acumulación en los extremos. Quisiéramos responder otra pregunta: ¿existe en nuestros datos información sobre la existencia de individuos que tendrían tendencia a estar fuera de la diagonal en varios factores?. La tabla que sigue, obtenida con la rutina A.3.13 en la página 116 permite hacerse una idea al respecto.

	Siempre en la diagonal	Una vez fuera de la diagonal	Dos veces fuera de la diagonal	Tres veces fuera de la diagonal
Fe	6	7	8	6
M	9	9	5	5
Total	15	16	13	11

Tabla 6.16: Concentración por debajo de la diagonal para 7mo B

De la tabla (6.16), se obtiene que 55 % del total de las posiciones (90 de 165) están en la diagonal. Esto da como estimado de la probabilidad de caer en la diagonal 0,55. Suponiendo independientes los eventos de caer dentro o fuera de la diagonal, la probabilidad p de caer fuera de la diagonal tres veces es $(0,45)^3 = 0,09$. ¿Cuál es la probabilidad de que caigan 11 estudiantes, de 55, todas las tres veces fuera de la diagonal? La respuesta se calcula utilizando la distribución binomial con $n=55$ y $p=0.09$. Dado que $n=55$ esta binomial se puede aproximar a una distribución $Normal(n.p, n.p.(1-p)) = Normal(4,95; 4,5)$. Al normalizar la observación 11 dada por la tabla se obtiene $\frac{11-4,95}{4,5} = 1,34$. Asumiendo que la variable x tiene distribución $N(0,1)$ se tiene que $P(x > 1,34) = 1 - P(x \leq 1,34) = 1 - 0,9177 = 0,0823$ con un porcentaje de confiabilidad del 90 %. Esta probabilidad es casi significativa. Debería ser tomada como un indicativo de la posibilidad de que los estudiantes que caen las tres veces fuera de la diagonal no lo hacen por azar. Podría ser que tienen ciertas peculiaridades que favorecen ese posicionamiento. Dado que su proporción, en la muestra, representa alrededor del 20 % del total de estudiantes, en estudios futuros se debería incluir el estudio de esa posible categoría.

6.5. Conclusiones del capítulo

La ingeniería didáctica con la que los estudiantes realizaron los aprendizajes que analizamos en este trabajo, tiene diferencias marcadas con la presentación tradicional. Una de ellas es la presencia de las nuevas áreas de trabajo y aprendizajes. En este capítulo abordamos la pregunta fundamental de saber si las nuevas áreas son un obstáculo, por su novedad o por alguna otra razón, para subgrupos de nuestros estudiantes. Las nuevas áreas que analizamos son vistas, a efectos del estudio, como niveles de factores, donde aparecen apareados con los niveles tradicionales “opuestos”: el nivel *Algoritmo* es apareado con el *Significante*, el *Letras* con el *Numérico* y finalmente el *Caste* con *Diag*. La pregunta fundamental en este contexto rezaría: ¿se adaptan mejor a los niveles tradicionales que a los nuevos?. La respuesta analizada en las secciones 6.3 y 6.4, es que no hay nada que indique una mejor adaptación a lo tradicional. De manera más fina :

- Mas de la mitad de los estudiantes se adaptan con igual facilidad a los niveles opuestos de un factor.
- Unas tres cuartas partes se desenvuelve con el nuevo nivel al menos tan bien que con el tradicional.
- Una quinta parte de los estudiantes parecieran privilegiar sistemáticamente uno de los dos niveles de un factor.
- No se pudo constatar diferencias de adaptación debidas al género de la persona.

Todo ello nos lleva a concluir que la ingeniería utilizada, al abrir nuevas posibilidades a los estudiantes, aumenta en los hechos, las oportunidades de adaptación, sin discriminar a ningún grupo. Indica sobre todo que es posible trabajar al inicio del bachillerato la formación de competencias, como el manejo de lenguaje simbólico literal, diagramas y razonamientos, necesarias para su ingreso a las universidades y en general para el desarrollo intelectual integral. Este resultado tiene profundas implicaciones éticas, si se piensa en el conjunto de oportunidades que la sociedad debería ofrecer a nuestros jóvenes. Y es desde ese punto de vista que nuestros resultados numéricos adquieren sentido.

Capítulo 7

Trayectoria en el paisaje

7.1. Introducción

El objetivo de este capítulo consiste en aplicar las ideas y conceptos expuestos en los capítulos que definen los marcos teóricos y metodológicos del trabajo, a los datos que disponemos. La intención es doble. Por un lado explorar la data para detectar tendencias y con ello iniciar el proceso de formulación de conjeturas sobre la movilidad a nivel de los aprendizajes de capacidades específicas, de los estudiantes de un curso. En segundo lugar, quisiéramos contrastar el funcionamiento de los diversos tipos de escala de los rangos, en función de su utilidad para observar el fenómeno de movimiento estudiantil.

Algunas preguntas que orientan nuestra búsqueda con los datos son: ¿Hasta qué punto la posición relativa (por rangos) de un estudiante se mantiene a lo largo del año? ¿Se puede detectar avances de los estudiantes en algunos de los factores dados por los atributos de las preguntas? ¿Estos indicios podrían ser suficientes para formular conjeturas? ¿Guardan alguna relación las posiciones relativas con respecto al curso, con los movimientos individuales en cada factor? ¿Para un individuo, los movimientos se dan para los tres factores simultáneamente y en la misma dirección y/o magnitud? ¿Dónde se ubican, con respecto a los demás, los individuos con un comportamiento homogéneo en los tres factores?...etc.

Las preguntas sobre el funcionamiento de los instrumentos son de otra naturaleza. La escala o posicionamiento de los avances de un estudiante en los factores puede hacerse por diferencia de los rangos en los dos momentos o por diferencia de los residuos que resultan del centramiento de los datos en cada uno de los dos

momentos. ¿Hay alguna de las dos que resulta más informativa? ¿Son redundantes los instrumentos?. Buena parte de los objetos y notaciones ya han sido referidos en los capítulos anteriores.

7.2. Preparación de los tres subconjuntos

Para poder hacer una trayectoria debemos tener al menos dos puntos. Estos puntos vienen definidos a partir de las ventanas dadas por las preguntas de los tres primeros exámenes y la dada por los cuatro últimos. Al conjunto de los tres primeros exámenes presentados por los estudiantes lo denominamos *Tiempo1* y al otro, *Tiempo2*. El conjunto de todos los exámenes presentados lo denominamos *Total*.

Las dos secciones se estudian en conjunto. La preparación previa de los datos para estos análisis y el cálculo de las posiciones por rango es esencial para evaluar el movimiento entre la *Tiempo1* y la *Tiempo2* y se ejecuta sobre los datos utilizando ciertas rutinas, de la siguiente manera:

- Definición de la matriz de rangos por examen y géneros para el grupo completo. (Ejecutar rutina A.4.1 en la página 116)
- Paisaje (uno por cada factor) del grupo para los tres primeros exámenes. (Ejecutar rutina A.4.2 en la página 116)
- Paisaje (uno por cada factor) del grupo para los cuatro últimos exámenes. (Ejecutar rutina A.4.3 en la página 117)
- Paisaje (uno por cada factor) del grupo con todos los exámenes. (Ejecutar rutina A.4.4 en la página 117).

Con esta preparación obtendremos tres subconjuntos para el estudio que denominaremos paisajes: el primero (*Etapas1* ó *Tiempo1*) nos dará una visión de los tres primeros exámenes, el segundo (*Etapas2* ó *Tiempo2*) con los 4 últimos exámenes y el tercero (*Etapas1* mas *Etapas2* o *Total*) que aporta la información con todos los exámenes.

7.2.1. Tipos de movimientos

A partir de los paisajes, los movimientos se definen por medio de las diferencias de posiciones que ocupan los alumnos en cada uno de los dos paisajes. Los paisajes, como se ha dicho anteriormente, están dados por *Tiempos* que están conformados por los exámenes y sus preguntas y factores que poseen niveles (*AlgoSig*, *DiagCaste* y *LetNum*). Con el objeto de facilitar la interpretación de los resultados se van a clasificar en nueve posibilidades los movimientos de una persona para esas *Tiempos* y *Niveles*. Cada una de esas posibilidades se le dará un nombre sugestivo que refleja la naturaleza del movimiento en los términos en que nos interesa analizarlo.

- **Movimiento 1** ("Estab"): el alumno permanece estable, es decir no se mueve en ninguno de los dos rangos. Por ejemplo, si su posición en *Tiempo1* era (3,1) en *Tiempo2* va a ser (3,1).
- **Movimiento 2** ("Fracaso"): fracaso, el alumno retrocede en los dos niveles.
- **Movimiento 3** ("Degrad1"): el alumno retrocede en el nivel 1, y permanece estable en el nivel 2. Por ejemplo: de (3,2) a (1,2) ó (2,2).
- **Movimiento 4** ("Degrad2"): el alumno retrocede en el nivel 2, y permanece estable en el nivel 1. Por ejemplo: de (3,2) a (3,1).
- **Movimiento 5** ("Espec1"): el alumno se especializa (avanza) en el nivel 1 sin desmejorar (estable) en el nivel 2.
- **Movimiento 6** ("Espec2"): el alumno se especializa (avanza) en el nivel 2 sin desmejorar (estable) en el nivel 1.
- **Movimiento 7** ("Split1"): el alumno avanza en el nivel 1 pero retrocede en el 2. Por ejemplo de (2,3) a (3,1).
- **Movimiento 8** ("Split2"): el alumno avanza en nivel 2 pero retrocede en el 1.
- **Movimiento 9** ("Éxito"): el alumno avanza en los dos niveles.

La figura (7.1) ilustra estas definiciones gráficamente:

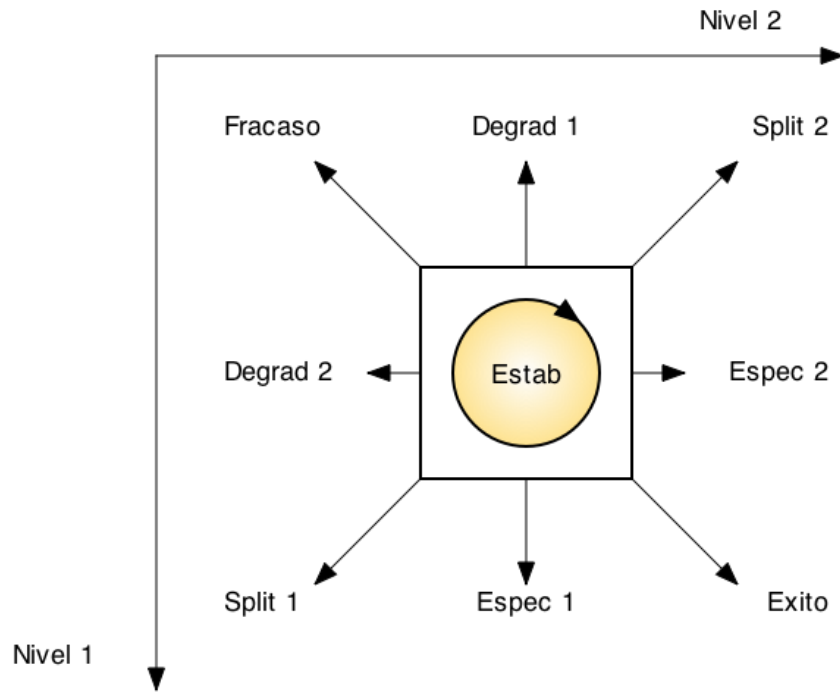


Figura 7.1: Tipos de movimiento para un estudiante

Los movimientos individuales, a partir de las diferencias obtenidas con los datos, se obtiene ejecutando la rutina A.4.5 en la página 117.

7.2.2. Movimientos simplificados

Una clasificación simplificada sugerida por la figura (7.2) que sigue es:

- **Retroceso:** si es Degrad1, Degrad2 o Fracaso. Se le asigna el valor -1.
- **Estable:** si es Estab, Split1 o Split2. Se le asigna el valor 0.
- **Avance:** si es Éxito, Espec1 o Espec2 . Se le asigna el valor 1.

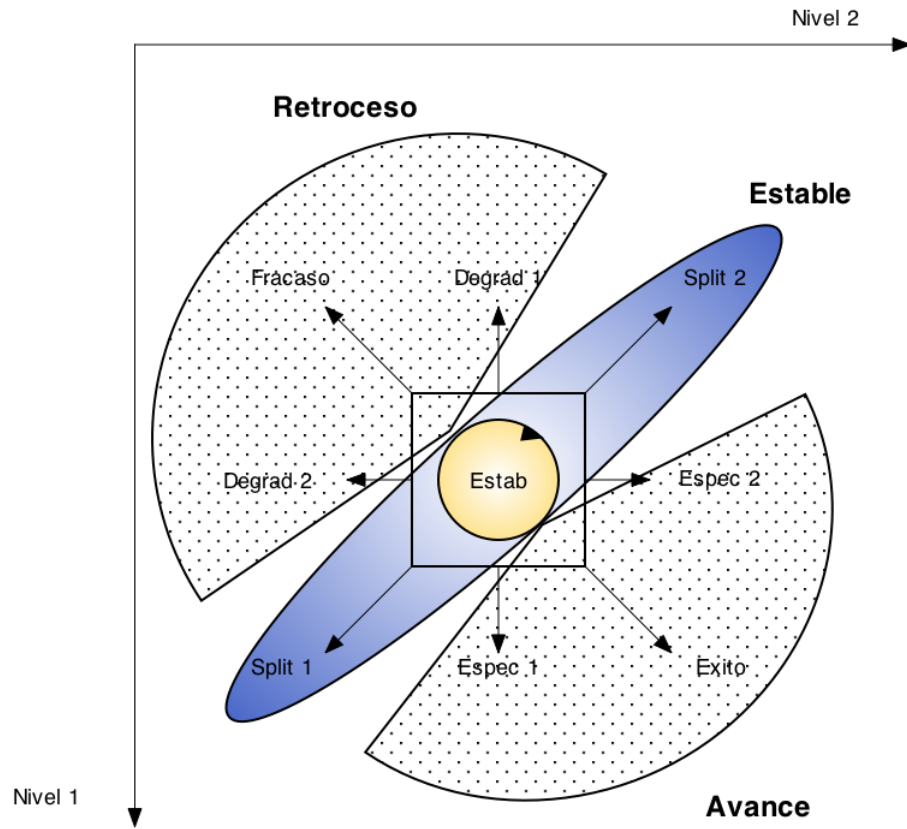


Figura 7.2: Movimientos simplificados

7.3. Movimientos de la escala de rangos

Los dos instantes o tiempos que vamos a considerar son los dados agrupando las preguntas de los exámenes 5, 7 y 8 (*Tiempo1*) por un lado. Y los exámenes 9, 10, 11 y 12 (*Tiempo2*) por el otro. Esto se hace para asegurar que en cada “instante” hay suficientes preguntas de cada atributo o nivel. Para el *Tiempo1* se tienen 32 preguntas y para el otro tiempo las restantes 54. En esta primera parte del capítulo, la posición sobre el eje definido por el nivel de un factor, se hará por *ranqueo* de la variable obtenida promediando las respuestas de los estudiantes sobre las preguntas correspondientes a un nivel o/y al tiempo. Y el movimiento se define por la comparación de posiciones en ejes homólogos entre los dos instantes (Ver Capítulo 2). La definición de las diferencias entre posiciones se hace ejecutando la rutina A.4.6 en la página 117.

7.3.1. Análisis de los movimientos en nuestros datos

Dado que los estudiantes podrían experimentar los 9 movimientos, interesa formular preguntas como las siguientes: ¿La frecuencia de éxitos es muy alta? ¿Mayor o menor que la de fracasos? Y mirando la clasificación simplificada?: ¿Son mas frecuentes los avances o los retrocesos? ¿Cuál es la frecuencia de las sumas de los movimientos simplificados?.

7.3.2. Frecuencia de los movimientos

Frecuencia de los 9 movimientos. La rutina para aplicar esta clasificación a los datos es A.4.7 en la página 118 seguida en cada caso por A.4.8 en la página 118. Al aplicar las dos rutinas se obtiene la siguiente tabla:

		Frac	Deg1	Deg2	Split1	Split2	Estab	Esp1	Esp2	Éxito
Situación	Fe	2	2	2	3	2	6	3	3	4
	M	1	3	5	1	3	6	4	2	2
LetrasNum	Fe	2	5	5	3	0	2	3	2	5
	M	3	6	1	1	2	5	3	1	5
CasteDiag	Fe	0	5	4	3	1	5	4	1	4
	M	2	5	2	1	3	6	3	3	2

Tabla 7.1: Frecuencia de cada movimiento con escala topológica

Como hemos señalado en el Capítulo 2, los instrumentos utilizados para medir esas posiciones son dos: la escala topológica y la escala métrica. En la tabla (7.1) hacemos uso de la primera. En ella se expone la frecuencia de cada uno de los nueve movimientos con respecto los tres factores, separados por género. Dada la magnitud de los números no se observan diferencias notorias entre ellas. Sin embargo, al comparar las columnas *Split1* y *Split2* se nota una tendencia de predominio de *M* en *Split2* mientras que sucede lo contrario para *Split1*. Existen pocos *Fracaso* comparad a *Degrad1* y *Degrad2*. La columna con valores más altos es *Estab*, con alrededor de 2/5 de las frecuencias concentradas en ella. En *Éxito* hay un ligero predominio de *Fe*. Si bien todas estas tendencias configuran posibles pistas, se requerirán más datos para poder establecerlas como hechos.

Frecuencia de Movimientos simplificados. Conviene que el lector tenga presente que *retroceder* en el contexto que estamos tratando en esta sección, significa que su posición con respecto a otros estudiantes empeora (escala topológica). Si hay muchos que empeoran debe haber muchos que mejoran. Aparte de los comentarios puntuales es importante señalar en la tabla (7.2) que los movimientos simplificados en los tres factores involucran cada uno aproximadamente 1/3 de la población. Es decir, alrededor de un 60 % de los estudiantes se mueve. Y el caso del factor *NumLet* el movimiento es mucho mayor: 75 %. Este hecho nos motiva a investigar sobre la movilidad de los alumnos sobre los factores, es decir, las posibles combinaciones entre *Retrocede*, *Estable* y *Avance*. A continuación, consideramos sumar los movimientos por cada factor.

	Retroceso	Estable	Avance
Situación	15	21	18
LetrasNum	22	13	19
CasteDiag	18	19	17

Tabla 7.2: Frecuencia de movimientos simplificados por factores

Frecuencia de suma de los movimientos. Otra manera de mirar los movimientos es sumando para cada estudiante los valores de sus movimientos en cada uno de los factores, si *Retrocede* se le asigna -1 , 0 si es *Estable* y 1 si *Avanza*. Los resultados de las sumas de los movimientos debe ser un valor entre -3 y 3 . Aplicando la rutina A.4.9 en la página 118 se obtienen los siguientes resultados:

	Negativa	Nula	Positiva
Fe	13	1	13
M	14	3	10

Tabla 7.3: Frecuencia de la suma de los movimientos por género

Para la lectura de la tabla (7.3) se establece que un alumno tiene un movimiento *Negativo* si la suma de sus movimientos simplificados para los tres factores es

un valor negativo (-3, -2, -1), tiene un movimiento *Positivo* si la suma es positiva (3, 2, 1) y *Nulo* si la suma da cero. En la tabla se ve que todos menos cuatro se mueven en al menos un factor. Además, se notó que los cuatro estudiantes cuya suma da cero, no se mueven en ninguno de los factores. No hay diferencias significativas entre los géneros, aunque *Fe* pareciera un poco mas movido y con mayor tendencia a ser positivo.

Predicción de movimientos *Negativos* ó *Positivos* de acuerdo al rango en *Tiempo1*. Para entender el significado de la tabla (7.4) conviene que el lector se sitúe en la posición hipotética de contar solamente con la información de las respuestas y correcciones de los exámenes del *Tiempo1* (5, 7 y 8) y con ellos obtiene una clasificación de los estudiantes en cuatro cuartiles (escala topológica). El rango 1 denota a los estudiantes con menores notas. El 7 de esa columna y de la fila *Negativo* indica que para siete de los estudiantes que hasta ese momento estaban en la categoría 1 el conjunto o suma de sus movimientos a partir de ese momento va a ser *Negativo*, es decir, ellos *Retroceden* con respecto al grupo. El 8 significa lo análogo pero para *Positivo*. Esta tabla se obtuvo ejecutando la rutina A.4.10 en la página 118.

Rango en <i>Tiempo1</i>					
Signo del movimiento	1	2	3	4	TotFacFil
Negativo	7	6	6	8	27
Nulo	0	1	0	3	4
Positivo	8	6	6	3	23
TotFacCol	15	13	12	14	54

Tabla 7.4: Distribución de la suma de movimientos por rango en *Tiempo1*

En esta tabla llama la atención cómo, en cualquiera de los cuatro rangos del *Tiempo1* se distribuyen los movimientos a partes iguales entre *Negativa* y *Positiva*.

No se puede hacer predicción tomando en cuenta los rangos hasta el momento, salvo que independientemente del rango las probabilidades de obtener *Negativo* en la evolución inmediata es la misma que la de obtener *Positivo*. Además, la probabilidad de tener un signo es casi 1.

Para culminar el análisis con la escala topológica, se cruzan en la sección que sigue, el factor *Rango Global* o *RankDef* de los estudiantes con los 9 movimientos

para cada factor.

7.3.3. Distribución de los movimientos por posición *RankDef* de los estudiantes.

La siguiente tabla se generó ejecutando la rutina A.4.11 en la página 118 y muestra los movimientos de los alumnos por su posición en *RankDef*, es decir, su desempeño al tomar en cuenta todo el año escolar.

Tabla de frecuencia de Situación y RankDef						Tabla de frecuencia de LetrasNum y RankDef					
Movimientos	Rango				TotFacFil	Movimientos	Rango				TotFacFil
	1	2	3	4			1	2	3	4	
1Frac	0	0	3	0	3	1Frac	1	0	4	0	5
2Degrad1	1	0	3	1	5	2Degrad1	5	2	1	3	11
3Degrad2	4	2	1	0	7	3Degrad2	3	1	1	1	6
4Split1	1	2	0	1	4	4Split1	0	2	1	1	4
5Split2	1	1	2	1	5	5Split2	0	2	0	0	2
6Estab	6	1	0	5	12	6Estab	2	1	1	3	7
7Especl	1	4	1	1	7	7Especl	1	1	1	3	6
8Espec2	0	1	2	2	5	8Espec2	2	0	1	0	3
9Exito	0	2	1	3	6	9Exito	0	4	3	3	10
TotFacCol	14	13	13	14	54	TotFacCol	14	13	13	14	54
Chi= 0.0295393						Chi= 0.1106037					
Tabla de frecuencia de CasteDiag y RankDef											
Movimientos	Rango				TotFacFil						
	1	2	3	4							
1Frac	0	0	2	0	2						
2Degrad1	4	1	3	2	10						
3Degrad2	5	0	1	0	6						
4Split1	0	3	1	0	4						
5Split2	0	2	1	1	4						
6Estab	3	3	0	5	11						
7Especl	1	1	1	4	7						
8Espec2	1	1	0	2	4						
9Exito	0	2	4	0	6						
TotFacCol	14	13	13	14	54						
Chi= 0.00572807											

Tabla 7.5: Cruce de movimientos (Escala Topológica) con *RankDef*

Aunque el comportamiento de los movimientos no es el mismo en las tres tablas, algunos hechos “comunes” pueden ser señalados. Se observa que las mayores frecuencias de estabilidad se sitúan en los rangos 1 y 4. Para *Degrad1* y *Degrad2* las mayores frecuencias están en rango 1. El mayor número de *Espec* se produce en el rango 4.

Por otra parte, mirando el cuadro de *CasteDiag* en la fila dos hay 10 movimientos de degradación en castellano. *LetNum* presenta el menor número de estabilidad en *TotFacFil* y al mismo tiempo de mayor número de *Degrad1*. Esto corresponde a un movimiento de empeoramiento en *Letras*, mientras que en números no empeoran.

Se esperaba en rango 1 muchos *Frac* y en rango 4 muchos Éxitos. Sin embargo, en la tabla este hecho no es apreciable. Al estudiar, más abajo, el mismo cruce de movimientos con rangos, pero con la escala métrica, el comportamiento será como el esperado.

7.4. Movimientos de escala métrica, residuos del centramiento

7.4.1. Definición de la escala métrica

En la escala métrica la posición de un estudiante en un eje viene dada por la parte entera de diez veces el residuo que se obtiene restando su promedio (en ese eje) del promedio de promedios (en ese eje). Multiplicar por diez permite hacer un *zoom* y tener una ubicación más fina del estudiante, acorde a los números que estamos trabajando. El residuo facilita la comparación de las posiciones en ambos tiempos. La parte entera asegura una escala entera para cada estudiante. Para hacer el análisis realizado con la escala topológica, pero ahora con la escala métrica, los residuos son calculados con las rutinas A.4.12 y A.4.13 en la página 119.

Frecuencia de los 9 movimientos.

La tabla (7.6) se obtiene ejecutando la rutina A.4.14 en la página 119. En la tabla (7.6) tenemos la frecuencia de los movimientos de los estudiantes con respecto a ellos mismos (escala métrica).

En negrita podemos observar tres tipos de movimientos mayoritarios: *Fracaso*, *Split* y *Éxito*. En los tres factores, casi a partes iguales. Prácticamente no hay estudiantes que permanezcan estables. Con respecto al género, tanto en esta tabla como en la tabla (7.1) la distribución de los movimientos se da casi uniformemente para *Fe* y *M* lo que indica que el género no juega un papel relevante en los movimientos.

		Frac	Deg1	Deg2	Split1	Split2	Estab	Esp1	Esp2	Éxito
Situación	Fe	6	1	0	6	3	1	1	0	9
	M	8	0	1	4	4	0	1	1	8
LetrasNum	Fe	4	2	2	5	2	0	2	2	8
	M	7	0	1	3	4	0	1	2	9
CasteDiag	Fe	6	1	1	6	3	0	0	0	10
	M	6	0	1	4	4	0	0	2	10

Tabla 7.6: Frecuencia de movimientos en escala métrica

Ejecutando la rutina A.4.15 en la página 119 se obtiene la Tabla (7.7) que es un resumen de la Tabla (7.6), allí se puede apreciar más claramente la fuerte división de los movimientos en las tres categorías que se hicieron notar en negrillas. Se observa una distribución bastante uniforme.

	Frac	Split	Éxito
Situación	14	17	17
LetrasNum	11	14	17
CasteDiag	12	17	20

Tabla 7.7: Distribución en los tres movimientos según los factores

La tabla (7.8) es un estudio de la Tabla(7.7) y se puede obtener con la rutina A.4.16 arrojando unos resultados sobre la distribución de estos tres movimientos al cruzarlos con *RankDef*.

	Puro Frac	Puro Split	Puro Éxito
Nº Estudiantes	7	17	16
Rango ocupado	1	2 y 3	4

Tabla 7.8: Distribución en los tres movimientos según rango

En la tabla (7.8) se muestra la distribución de estudiantes para los tres movimientos pero desde otra óptica. *Puro Frac* quiere decir que los alumnos ubicados en ese movimiento obtuvieron *Fracaso*, simultáneamente, para cualquiera de los niveles de los factores (*SigAlgo*, *CasteDiag* ó *LetNum*), además el rango en el cual se sitúan es 1.

Para los demás tipos de movimientos (*Puro Split* y *Puro Éxito*) se puede hacer la misma lectura. Estos resultados nos muestran una fuerte tendencia a avanzar o retroceder en todos los niveles de los tres factores. Casi la mitad de 54, ($7+16=23$) cumplen con ello. Por otra parte, $1/3$ de 54 (17) son *Puro Split*. Estos grupos tienden a ocupar los rangos 1, 4 y 2, 3 respectivamente. Explorando en esa dirección se notó que 25 estudiantes que presentan al menos un *Split*, de ellos 17 hacia los nuevos niveles ($17/25 = 70\%$ o $2/3$ aproa.). El resto ($1/3$) tienden a reforzar los niveles tradicionales. Esto podría ser un indicativo de que las situaciones con nuevos niveles, ofrecidos por la ingeniería, lejos de ser una dificultad adicional para los estudiantes son utilizadas por ellos para avanzar en detrimento de las situaciones con niveles tradicionales. La tabla (7.8) también permite ver que sólo 7 estudiantes (13%) retroceden en todos los tipos de *Situación*. A pesar de ser pequeño este porcentaje, debería estudiarse con más cuidado el comportamiento de dichos estudiantes.

Frecuencia de Movimientos simplificados.

Con la rutina A.4.17 en la página 119 obtenemos la tabla (7.9), muy similar a la tabla (7.2) que tenía escala topológica. Se observa una estabilidad bastante alta y nuevamente alrededor del 60 % de los estudiantes se mueve.

	Retroceso	Estable	Avance
Situación	15	18	21
LetrasNum	17	16	21
CasteDiag	16	16	22

Tabla 7.9: Movimientos simplificados con escala métrica

Frecuencia de suma de los movimientos.

Con la rutina A.4.18 en la página 120 obtenemos la siguiente tabla:

	Negativa	Nula	Positiva
Fe	11	3	13
M	10	5	12

Tabla 7.10: Frecuencia de la suma de los movimientos con escala métrica

La tabla (7.10) es similar a su análoga en la escala topológica Tabla (7.3). Este gran parecido probablemente se deba a la pérdida de información que se produce al sumar los movimientos simplificados.

Predicción de resultados negativos o positivos de acuerdo al Rango en tiempo 1.

La siguiente tabla puede generarse con la rutina A.4.19 en la página 120 :

Signo del movimiento	Rango en <i>Tiempo1</i>				
	1	2	3	4	TotFacFil
Negativo	7	5	5	4	21
Nulo	1	5	1	1	8
Positivo	7	3	6	9	25
TotFacCol	15	13	12	14	54

Tabla 7.11: Distribución de movimientos en *Tiempo1* con escala métrica

La tabla (7.11) es mucho más nítida que la de los negativos o positivos de rangos de movimientos Tabla (7.4). Globalmente hay poca predicción pero las proporciones varían de rango a rango. Nótese el *Nulo* del rango 2. Y número de positivos de rango 4.

7.4.2. Distribución de los movimientos de escala métrica por posición *RankDef* de los estudiantes

Los rangos dados en las siguientes tablas son los rangos definitivos de los estudiantes. El interés de estas tablas es que relacionan los nueve movimientos con los respectivos rangos. Se espera que los mayores rangos concentren las mayores frecuencias de avances, sean *Éxitos*, *Especializaciones* o inclusive “*spliteos*”. Y eso es lo que muestran, por ejemplo al mirar la fila *Éxito* de cada una de ellas.

Con la rutina A.4.20 en la página 120 obtenemos la tabla (7.12) y los resultados son los siguientes:

Tabla de frecuencia de Situación y RankDef						Tabla de frecuencia de LetrasNum y RankDef					
Rango						Rango					
Movimientos	1	2	3	4	TotFacFil	Movimientos	1	2	3	4	TotFacFil
1Frac	8	1	5	0	14	1Frac	7	1	3	0	11
2Degrad1	0	0	1	0	1	2Degrad1	1	0	1	0	2
3Degrad2	1	0	0	0	1	3Degrad2	0	1	2	0	3
4Split1	2	7	0	1	10	4Split1	2	3	2	1	8
5Split2	1	2	4	0	7	5Split2	1	4	1	0	6
6Estab	0	0	0	1	1	7Espec1	0	1	1	1	3
7Espec1	1	1	0	0	2	8Espec2	1	0	0	3	4
8Espec2	0	0	0	1	1	9Exito	2	3	3	9	17
9Exito	1	2	3	11	17						
TotFacCol	14	13	13	14	54	TotFacCol	14	13	13	14	54
Chi= 0.0001876072						Chi= 0.01755484					
Tabla de frecuencia de CasteDiag y RankDef											
Rango											
Movimientos	1	2	3	4	TotFacFil						
1Frac	7	2	3	0	12						
2Degrad1	0	1	0	0	1						
3Degrad2	0	1	1	0	2						
4Split1	3	4	3	0	10						
5Split2	3	2	1	1	7						
8Espec2	0	0	1	1	2						
9Exito	1	3	4	12	20						
TotFacCol	14	13	13	14	54						
Chi= 0.01240682											

Tabla 7.12: Distribución de movimientos de escala métrica por *RankDef*

Para el cuadro de *LetNum* el *Split* mayoritario (8 alumnos) es hacia *Letras*. Y este nivel es nuevo. Esto indicaría que los enunciados con *Letras* ofrecen ventajas para un sector de los estudiantes, que además no son de mayor rango (7 están en rangos 1, 2 y 3).

Para el cuadro *AlgoSig* se da una distribución de los *Split*. Los estudiantes de rango 1 y 2 tienen tendencia a mejorar en lo *Algorítmico* en detrimento de lo *Significante* (*Split1*). Los estudiantes que mejoran en *Significante*, empeorando en *Algorítmico* (*Split2*) son de los rangos 2 y 3.

Para el cuadro *CasteDiag*, a diferencia de los factores anteriores existe una tendencia, entre los estudiantes de rango 1 y 2, hacia los *Splits* observándose una distribución de los estudiantes sin marcadas diferencias entre ellos .

Resumiendo los últimos comentarios, la tabla (7.12) muestra la distribución de los movimientos *Split* concentrada sobre todo en los tres primeros rangos. Esta distribución, podría ser un indicativo del tipo de estrategia que los estudiantes de los rangos 1, 2 y 3 (el 75 % del total de estudiantes) adoptan para enfrentar el flujo permanente de saberes a ser aprendidos. Y desde esta perspectiva una ingeniería que ofrezca situaciones que tomen en cuenta los niveles de diversos factores, estaría dando mayores posibilidades de adaptación a la situación de aprendizaje representada por el curso de un año, a los estudiantes de rango medio (2 y 3) . La concentración de *Éxitos* es muy grande en el rango 4. Además, casi todos los movimientos sencillos de este rango son de *Éxito*. Esto explicaría su posicionamiento definitivo. Pasa lo equivalente con los *Fracasos* y el rango 1.

Note que existe una diferencia marcada de la tabla (7.5) de tipo escala intercuartil con respecto a la tabla (7.12) de escala métrica. La segunda es mucho más nítida: la correlación entre los movimientos sencillos (entre *Tiempo1* y *Tiempo2*) y rango definitivo (*RankDef*) es la correlación esperada.

7.4.3. Histogramas de los tamaños de los movimientos

La escala métrica permite tener una idea de la magnitud de los movimientos. Para hacernos una idea de ellos se presentan los histogramas que siguen. Uno por cada factor. La rutina A.4.21 en la página 120 permite elaborar los histogramas y hacer el estudio por distancias. En estos histogramas, el eje horizontal representa la distancia entre posiciones de los alumnos y el otro eje la frecuencia.

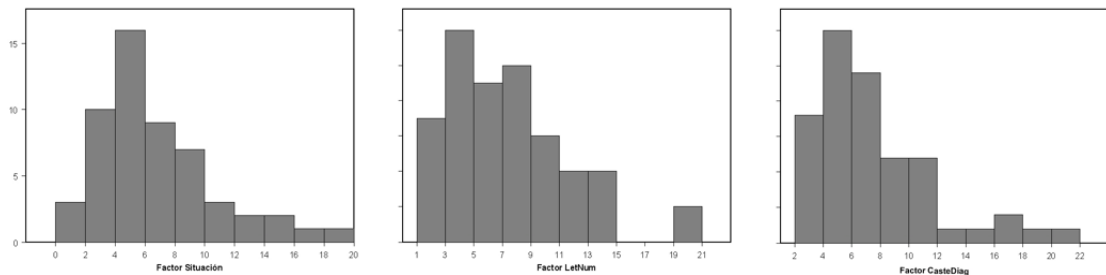


Figura 7.3: Histogramas de la magnitud de los movimientos

En la figura (7.3) podemos observar que casi todos los movimientos están concentrados de cero a 12. Mucha mayor dispersión en los de *LetrasNum*. Predominio de movimientos cortos en *CasteDiag*. Para hacer una interpretación más detallada de estos histogramas, se han formulado ciertas hipótesis sobre los niveles “nuevos” explorados por los alumnos:

1. En el factor *LetNum* hay mayor dispersión de movimientos que en los otros dos factores, una posible razón de esto es la presencia del nivel *Letras*, un nivel novedoso para el grupo que exige madurez y desarrollo de habilidades por parte de ellos, que se va dando gradualmente.
2. El nivel *Diagrama* del factor *CasteDiag*, también es relativamente nuevo. Sin embargo, la poca movilidad en este nivel se debe posiblemente a que la semiótica asociada al mismo es mucho más fácil de manejar por los alumnos, evitando que se genere una diferencia de movimiento significativa del *Tiempo1* al *Tiempo2*. Es decir, la adaptación probablemente se haya dado antes de *Tiempo 1* y por lo tanto entre *Tiempo 1* y *2* no haya marcados progresos.
3. El factor *Situación*, tiene gran parecido con *CasteDiag*. Una posible hipótesis es que los alumnos, en su cotidianidad extraescolar, están constantemente expuestos a resolver situaciones de índole signifiicante. Este hecho, quizás permite que los alumnos manejen este tipo de situación, ahora desde su aprendizaje en matemática, con mucha más facilidad. Y la adaptación se produzca fácilmente.

7.4.4. Histogramas de las magnitudes de los movimientos en cada nivel

Para cada uno de los niveles de los tres factores, con la rutina A.4.22 en la página 121, se hace un histograma de las diferencias del nivel.

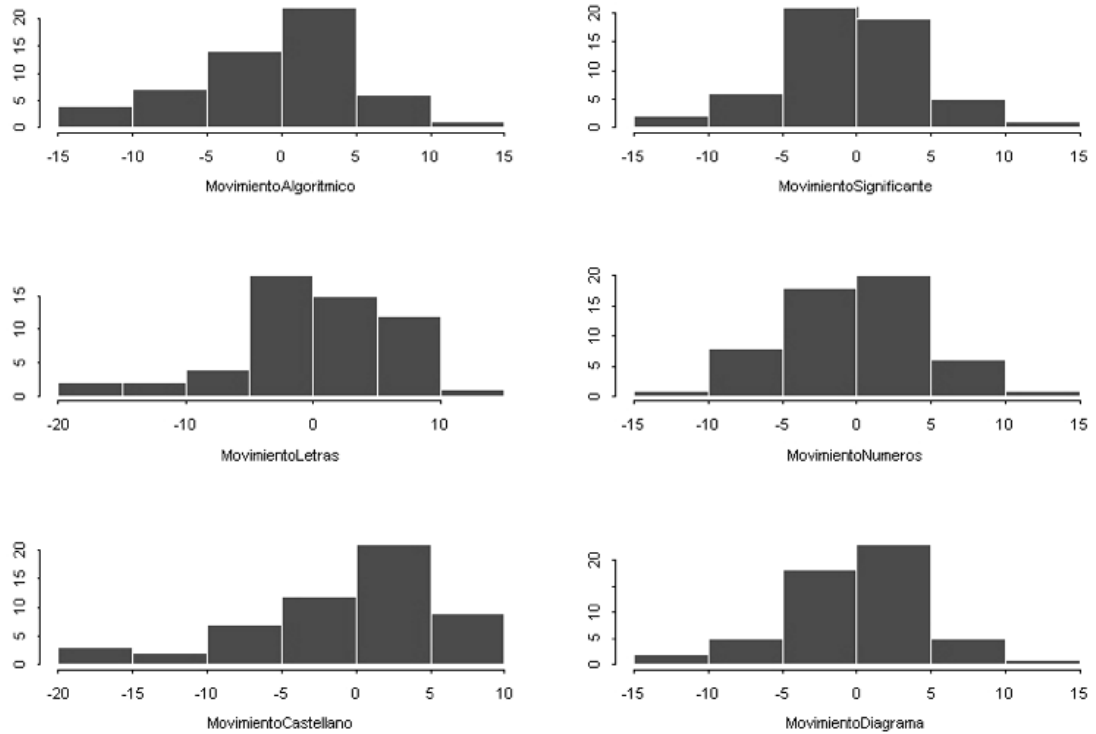


Figura 7.4: Histogramas de la magnitud de los movimientos en cada nivel

En la figura (7.4) en primer lugar, tenemos los histogramas asociados a los movimientos de los estudiantes para el factor *Situación*. Se puede notar que la barra -5-0 de *Algo* es menor que la equivalente de *Sig*. Para el factor *LetNum* podemos apreciar que la barra 0-5 para el histograma de *Num* es ligeramente mayor que la correspondiente de *Letras*, pero la barra de movimientos 5-10 (movimientos grandes) es considerablemente mayor en *Letras*. Finalmente, para el factor *CasteDiag* el comportamiento es muy similar al factor *Situación*, aunque las barras de 0-5 de *Castellano* y *Diagrama* tienen la misma frecuencia.

7.5. La capacidad de predicción a partir de rangos

Es frecuente hacer pronósticos del comportamiento de los estudiantes a partir de un conocimiento parcial. Por ejemplo, ¿qué va a pasar con los estudiantes que “salieron mal en el primer lapso”? La rutina para hacerse una idea al respecto es la que cruza los rangos dados en el tiempo 1 (*RankDef1*) con los rangos definitivos

(*RankDef*). A continuación se hace un breve análisis de este tipo de pronóstico.

7.5.1. Predicción del *RankDef* a partir de *RankDef1*

La tabla (7.13) se obtiene ejecutando la rutina A.4.23 en la página 121 y contiene tres cuadros: el primero es un cruce entre los rangos dados en el *Tiempo1* y el *Tiempo2*, el segundo entre los rangos del *Tiempo1* y los rangos definitivos y el tercero cruza los rangos del *Tiempo2* y con los rangos definitivos.

Para el cuadro de *RankDef1* y *RankDef* tenemos una fuerte correlación entre las posiciones. Buena capacidad de predicción: hay movimiento (30 %) pero es cerca. Se produce principalmente entre los rangos 1 y 2 y entre los rangos 3, y 4. Y en los dos sentidos.

Tabla de frecuencia de RankDef1 y RankDef2						Tabla de frecuencia de RankDef1 y RankDef						Tabla de frecuencia de RankDef2 y RankDef					
RankDef2						RankDef						RankDef					
	1	2	3	4	TotFacFil		1	2	3	4	TotFacFil		1	2	3	4	TotFacFil
RankDef1 1	6	5	2	2	15	RankDef1 1	10	3	2	0	15	RankDef2 1	4	5	6	1	16
RankDef1 2	4	2	3	4	13	RankDef1 2	4	8	1	0	13	RankDef2 2	4	2	3	2	11
RankDef1 3	2	2	5	3	12	RankDef1 3	0	2	5	5	12	RankDef2 3	4	2	1	7	14
RankDef1 4	4	2	4	4	14	RankDef1 4	0	0	5	9	14	RankDef2 4	2	4	3	4	13
TotFacCol	16	11	14	13	54	TotFacCol	14	13	13	14	54	TotFacCol	14	13	13	14	54
Chi= 0.7204785						Chi= 1.939652e-007						Chi= 0.2641868					

Tabla 7.13: Frecuencia de cruces de los rangos

Si observamos los cuadros del extremo derecho e izquierdo de la tabla (7.13) hay mucha dispersión de primer tiempo al segundo. Y del segundo al definitivo. explicación podría ser que los resultados del *Tiempo1* definen la totalidad del año (pesan mas que los resultados del *Tiempo2* a la hora de definir el rango total *RankDef*) y que predicen pobremente *RankDef2* . Además esa mala predicción podría ser un indicativo de que el segundo tiempo exige un cúmulo de aprendizajes donde estudiantes de rango 1 en *RankDef1* pueden adaptarse exitosamente pero al mismo tiempo estudiantes de rango cuatro (en *RankDef1*) que no se esfuerzan son rápidamente desplazados. Esto reflejaría un gran dinamismo durante el *Tiempo 2*. Dinamismo en todos los estudiantes independientemente del rango en que están situados en *RankDef1*.

7.5.2. Movilidad Factor - *RankDef*

Ejecutando la rutina A.4.24 en la página 121 se obtienen las siguientes tablas, contentivas de dos cuadros que muestran, por factor, las frecuencias de cada uno de los nueve movimientos y los rangos de *RankDef* y *RankDef1*.

Tabla de frecuencia de LetrasNum y RankDef1						Tabla de frecuencia de LetrasNum y RankDef					
Rango						Rango					
	1	2	3	4	TotFacFil		1	2	3	4	TotFacFil
Movimientos						Movimientos					
Frac	4	3	2	2	11	Frac	7	1	3	0	11
Degrad1	1	0	0	1	2	Degrad1	1	0	1	0	2
Degrad2	0	0	2	1	3	Degrad2	0	1	2	0	3
Split1	2	3	1	2	8	Split1	2	3	2	1	8
Split2	1	4	1	0	6	Split2	1	4	1	0	6
Espec1	1	0	1	1	3	Espec1	0	1	1	1	3
Espec2	1	0	1	2	4	Espec2	1	0	0	3	4
Exito	5	3	4	5	17	Exito	2	3	3	9	17
TotFacCol	15	13	12	14	54	TotFacCol	14	13	13	14	54
Chi= 0.6898126						Chi= 0.01755484					

Tabla 7.14: Frecuencias de los movimientos según rangos y el factor *LetNum*

En la tabla (7.14) la comparación de los dos cuadros para el factor *LetNum* es delicada. La última fila de la *RankDef1* muestra *Éxito* en todas las columnas de rango. Los mismos números aparecen trasladados en el cuadro *RankDef*. Esto lo que indica es que casi todos los individuos que figuran en *Éxito* en *RankDef1*, mediante ese avance que realizan en los exámenes de la segunda etapa, se sitúan al final del año en el siguiente rango al que se encontraban en *RanDef1*. Representan una quinta parte de los estudiantes, que mediante su esfuerzo se mueven a una posición mayor en los rangos. Este es un resultado a tomar en cuenta en cuanto a movilidad.

Para este factor, observamos que se dan dos tipos de movimientos extremos: *Fracaso*, mayormente ocupado en *RankDef* por los de rango 1 y *Éxito*, ocupado mayormente por los de rango 4. Hay pocas especializaciones. Se dan 14 Split, 8 hacia letras y 6 hacia números. Nuevamente letras aparece como un área de preferencia por un grupo significativo de estudiantes. Los movimientos Split no conllevan un cambio de Rango.

La tabla (7.15), a continuación, muestra las frecuencias de los movimientos para el factor *Situación*.

Tabla de frecuencia de AlgoSig y RankDef1						Tabla de frecuencia de AlgoSig y RankDef					
Rango						Rango					
	1	2	3	4	TotFacFil		1	2	3	4	TotFacFil
Movimientos						Movimientos					
Frac	6	2	3	3	14	Frac	8	1	5	0	14
Degrad1	0	0	0	1	1	Degrad1	0	0	1	0	1
Degrad2	0	1	0	0	1	Degrad2	1	0	0	0	1
Split1	3	5	1	1	10	Split1	2	7	0	1	10
Split2	0	3	3	1	7	Split2	1	2	4	0	7
Estab	0	0	0	1	1	Estab	0	0	0	1	1
Espec1	1	1	0	0	2	Espec1	1	1	0	0	2
Espec2	0	0	0	1	1	Espec2	0	0	0	1	1
Exito	5	1	5	6	17	Exito	1	2	3	11	17
TotFacCol	15	13	12	14	54	TotFacCol	14	13	13	14	54
Chi= 0.2651125						Chi= 0.0001876072					

Tabla 7.15: Frecuencias de los movimientos según rangos y el factor *AlgoSig*

Esta tabla, muestra la alta concentración de estudiantes 9 / 14 ubicados en los rangos 1 y 2 del movimiento *Fracaso*. El mismo fenómeno se da para el caso del movimiento *Éxito*, 15/17 se mueven hacia los rangos 3 y 4 en el rango definitivo. Para el movimiento *Split 1 y 2*, tenemos 9/10 que avanzan el *algorítmico* de los rangos 1 y 2 pero retroceden en *significante*. Avanzan en *significante* (*Split2*) 6/7 estudiantes de rangos 2 y 3. Este tipo de estudiantes de rango 2 y 3, en una ingeniería que no incluya situaciones significantes estarían obligados a especializarse en algorítmicas y desaprovecharían su potencial para las situaciones significantes.

La siguiente y última tabla para este análisis es la del factor *CasteDiag*.

Tabla de frecuencia de CasteDiag y RankDef1						Tabla de frecuencia de CasteDiag y RankDef					
Movimientos	Rango				TotFacFil	Movimientos	Rango				TotFacFil
	1	2	3	4			1	2	3	4	
Frac	4	5	1	2	12	Frac	7	2	3	0	12
Degrad1	0	0	1	0	1	Degrad1	0	1	0	0	1
Degrad2	0	0	1	1	2	Degrad2	0	1	1	0	2
Split1	3	4	2	1	10	Split1	3	4	3	0	10
Split2	3	2	0	2	7	Split2	3	2	1	1	7
Espec2	0	0	1	1	2	Espec2	0	0	1	1	2
Exito	5	2	6	7	20	Exito	1	3	4	12	20
TotFacCol	15	13	12	14	54	TotFacCol	14	13	13	14	54
Chi= 0.4470794						Chi= 0.01240682					

Tabla 7.16: Frecuencias de los movimientos según rangos y el factor *CasteDiag*

En la tabla (7.16) podemos apreciar que en este factor el movimiento ha sido mas pronunciado que en las anteriores, hay movimientos para *Fracaso* y *Éxito* de 12 y 20 estudiantes, respectivamente. En *Fracaso*, tenemos 9/12 de rangos 1 y 2 en *RankDef* que se ubican en este movimiento. En *Éxito*, tenemos 16/20 en rangos 3 y 4. Para los movimientos de *Split*, no podemos concluir preferencia por alguno de los dos niveles, aunque privilegian ligeramente el nivel *Caste*.

Las tres últimas tablas muestran comportamientos muy similares para los tres factores. En particular muestran que un número de estudiantes de los rangos 1 y 4 terminan allí por el desempeño que tienen en los exámenes del *Tiempo 2*. La tabla (7.13) da una visión de conjunto de los movimientos entre los rangos de *RankDef1* y *RankDef2*, estos se realizan entre rangos contiguos: 1 y 2 o bien 3 y 4. Hay pocos pasos entre 2 y 3. Las tres últimas tablas explican un poco el porqué de esos movimientos. Esa visión es posible gracias a que los movimientos son los medidos en la escala métrica, los que indican avances o retrocesos de la persona con respecto a su dominio, medido mediante la consideración de la nota, de los niveles de un factor.

Las corridas análogas a estas tablas, pero para los movimientos simplificados, reflejan los mismo resultados: son mucho más nítidas las de escala métrica.

Escala Métrica						Escala Topológica					
	1	2	3	4	TotFacFil		1	2	3	4	TotFacFil
-1	9	1	6	0	16	-1	5	2	7	1	15
0	3	9	4	2	18	0	8	4	2	7	21
1	2	3	3	12	20	1	1	7	4	6	18
Situación	0.00001260508						0.02023841				

	1	2	3	4	TotFacFil		1	2	3	4	TotFacFil
-1	8	2	6	0	16	-1	9	3	6	4	22
0	3	7	3	1	14	0	2	5	2	4	13
1	3	4	4	13	24	1	3	5	5	6	19
LetNum	0.0002301481						0.3426571				

	1	2	3	4	TotFacFil		1	2	3	4	TotFacFil
-1	7	4	4	0	15	-1	9	1	6	2	18
0	6	6	4	1	17	0	3	8	2	6	19
1	1	3	5	13	22	1	2	4	5	6	17
CasteDiag	0.000373865						0.01459228				

Tabla 7.17: Tipos de escala para los tres factores.

Una posible explicación para el mejor comportamiento del instrumento definido por la escala métrica, podría ser el hecho de que en la escala topológica un movimiento de avance no necesariamente refleja avance de la persona (Ver tabla (7.17)). Podría reflejar el retroceso de las otras. Y esto complica la interpretación.

7.6. Conclusiones del capítulo

Como se señaló en la introducción del capítulo, no solo interesa el describir y medir la movilidad en cuanto al aprendizaje del grupo observado. También el capítulo fue organizado para poder comparar la utilidad de dos escalas diferentes de posicionamiento de los estudiantes.

En cuanto a ello, se puede concluir que :

- La escala métrica es más informativa y de más fácil interpretación que la topológica. Esto tanto para los nueve movimientos, como para los tres movimientos simplificados.
- El paisaje, con cualquiera de las dos escalas, permite captar diferencias de posiciones en tiempos diferentes, dando pie a hablar de trayectorias. Es el mejor instrumento que hemos conseguido para ese fin.

En cuanto al tenor de los movimientos en el grupo de estudiantes observados,

- Probablemente el resultado más importante sea el que al aumentar el campo de opciones, las nuevas oportunidades son utilizadas de manera diferenciada, dependiendo en gran parte de la posición definitiva del estudiante. Los nuevos campos son utilizados sobre todo por los estudiantes de los rangos 1, 2 y 3, al hacer movimientos *Split*. Y pareciera existir una relación entre el tipo de split y el rango. Por otro lado, los de rango 4, suelen avanzar en los dos niveles de cada uno de los tres factores y por ello rara vez presentan movimientos *Split*. Es decir, los mas beneficiados por las nuevas opciones son los estudiantes más débiles.
- En cuanto a la movilidad durante el curso, es notable que inclusive los estudiantes de rango 1 en RankDef1 presentan una rica gama de movimientos (Tabla (7.13), izquierda) y tablas (7.14), (7.15) y (7.16), izquierda. Esto indicaría que los estudiantes están en capacidad de mantenerse activos y con voluntad para mejorar a pesar del rango. El rango no implica disposición a no hacer. El género no influye en la facilidad de adaptación a los nuevos campos.
- El género no parece influir en los movimientos.

Conclusiones y recomendaciones

Conclusiones

En el trabajo se ha abordado la exploración de varias definiciones de trayectoria, iniciando con la que podríamos calificar de más común o tradicional, dada por la secuencia de notas de los exámenes presentados por el estudiante. Esta se estudió en el Capítulo 4 y constatamos que era difícil obtener una visión de conjunto que permitiera detectar tendencias y clasificar de acuerdo a ello a los estudiantes. Esto llevó al estudio de las trayectorias para temas y en el paisaje. Ambas nociones tocan facetas, todas ellas interesantes y relacionadas con los objetivos de este trabajo.

En el Capítulo 5, mediante el uso de una noción de tiempo dada por la unidad temática y el modo en que su cobertura es definida por la ingeniería, se introdujeron los conceptos de estrato y de velocidad grupal de aprendizaje. Mediante ese recurso se pudo apreciar que, en la muestra estudiada, el modo en que los estudiantes adquieren los saberes se da por estratos y que la presencia o ausencia de varios estratos depende del tiempo de exposición del tema. Este resultado podría tener consecuencias de largo alcance en las consideraciones que se hacen al diseñar ingenierías didácticas para la elaboración de material instruccional.

Dada la complejidad y novedad de la noción de paisaje y de movimientos asociados a él, ese aspecto del trabajo fue cubierto en dos capítulos. En el capítulo 6 se explican tanto las nociones de tiempo y posición ligadas al paisaje. En el 7 se estudia el movimiento en el paisaje. Probablemente el aspecto más relevante del análisis de los datos que la noción de paisaje permite es que, para los datos tratados, la distribución de los estudiantes en él, tiene ciertas características. Hay cierta homogeneidad en los posicionamientos de los estudiantes en ambas secciones, caracterizada por una fuerte tendencia a estar en o cerca de una de las diagonales del

paisaje. La facilidad para interpretar el hecho de estar alejado de la diagonal, hace que la presencia de un número de estudiantes, no despreciable, fuera de la diagonal deba considerarse como un fenómeno a ser tomado en cuenta. Pareciera que la introducción de preguntas con diferentes tipos de atributos favorece a ciertos estudiantes, que tienden a aprovechar esos atributos para lograr posicionamientos que no coinciden con la diagonal. De confirmarse esta observación, en contextos más amplios, estaríamos ante la presencia de aptitudes individuales que configuran toda una diversidad con respecto a los modos de adaptación a los saberes y específicamente a los aprendizajes. Otro aspecto no desdeñable, es el hecho de que se constató la presencia de estudiantes en nichos que son considerados por nuestro medio educativo como hostiles a ellos. Nos referimos específicamente a posiciones que exigen un manejo de letras o de razonamiento. El número de estudiantes que se sitúan allí supera el veinte por ciento. Existe una riqueza interpretativa de ese fenómeno, que podría conducir a modelos psicológicos de las aptitudes individuales que hacen posible esta distribución. Lamentablemente esos aspectos no pudieron ser tocados en el trabajo.

Lo que se acaba de exponer permite afirmar que el primer objetivo propuesto al inicio del trabajo, el de dar definiciones de trayectoria, posición y tiempo en didáctica, ha sido ampliamente logrado.

Con respecto al segundo objetivo específico, probablemente sea el Capítulo 7 el que permitió probar los instrumentos, al proponer varias clasificaciones de los movimientos de los estudiantes en el paisaje. En ese quehacer se probaron dos tipos de escalas para los ejes del paisaje: que llamamos métrica y topológica. Como consecuencia se probaron diferentes tipos de rejillas para repertoriar los movimientos. Todo ello nos ha permitido hacernos una idea de la utilidad y posible uso de dichos instrumentos, pero también abre una serie de interrogantes. Las diferentes escalas y rejillas, permiten otras tantas miradas al paisaje, proporcionan visiones cuya relación está por dilucidar. La escala topológica, debido tanto a la definición de posición como a que restringe la escala a cuatro posiciones, capta una movilidad de un tipo diferente a la métrica, que en nuestro caso tuvo diez posiciones. El número de posiciones de la escala influye directamente en la movilidad percibida. La mayor movilidad se obtiene con la métrica, seguida por la topológica y finalmente por la de los movimientos simplificados. Esta última prácticamente reduce el movimiento a un solo eje. En ese sentido se parece a la trayectoria dada en el Capítulo 4 y probablemente por ello ninguna de las dos arroja luz sobre la

movilidad en los aprendizajes. Así como la reducción del número de ellas impide ver tendencias en la movilidad, el aumento desmesurado, probamos con cien posiciones, produce una enorme movilidad en la cual tampoco se pueden apreciar. En ese sentido, se podría hablar de la selección apropiada del número de posiciones como “calibración” del instrumento paisaje. Los intentos de predicción de trayectorias realizados con la data disponible no han producido resultados claros. Llama la atención que las posiciones definitivas, guardan más relación con las posiciones del tiempo 1 que las del tiempo 2. Esto tendería a indicar cierta estabilidad en el uso del nicho. Pero este indicio requiere bastante data y trabajo adicional para poder ser tomado en cuenta y analizar su significado mediante interpretaciones sicosociales.

Recomendaciones

Intentar dar una mirada retrospectiva del trabajo expuesto en los capítulos anteriores, inevitablemente nos lleva a centrarnos en algunos aspectos, que consideramos los más relevantes. El primero de ellos es la valoración, en términos científicos de los resultados. El segundo es el sentido que podrían tener estos resultados referidos a la realidad de sistema didáctico en el cual estamos inmersos. Finalmente están las implicaciones éticas del trabajo.

Desde el punto de vista científico el trabajo pone en evidencia las posibilidades tecnológicas para procesar grandes cantidades de información, con miras a la producción de representaciones inteligibles de la realidad didáctica. Pero simultáneamente, alerta sobre la dificultad real de obtención de grandes cantidades de data confiable. Este hecho marca una dirección futura: se deben ir construyendo las herramientas que faciliten la producción y almacenamiento de datos. La importancia de contar con una mayor cantidad de datos se hace patente en numerosas ocasiones a lo largo del trabajo, donde algunos indicios aparecen tenuemente, pero no pueden ser confirmados, mediante pruebas de inferencia estadística, por falta de datos. También, la falta de datos nos ha impedido incluir variables que indudablemente deben afectar los resultados, como son el docente, el tipo de grupo de estudiantes, tanto a nivel psicológico, como económico y cultural. Finalmente, notando que las trayectorias estudiadas son fenómenos esencialmente discretos, no continuos, pareciera que las cadenas de Markov sean adecuadas para modelarlas

y dar con ello otro paso en la comprensión del fenómeno de la movilidad en los aprendizajes.

El otro aspecto que consideramos relevante desde el punto de vista epistémico y científico, es el poco poder cognitivo de los instrumentos que utiliza el docente para organizar la información del curso. En efecto el capítulo 4, que hace uso de ese instrumento, basado en las notas de los exámenes, no muestra ninguno de los fenómenos expuestos en los siguientes capítulos, obtenidos con otros instrumentos.

Los conceptos de velocidad grupal de aprendizaje, tiempo de exposición, paisaje bidimensional, trayectoria, etc. aparecen como valiosos instrumentos para profundizar en el conocimiento de la movilidad de los aprendizajes.

Entre los resultados, relevantes para nuestra realidad, que estos instrumentos nos han permitido obtener, resaltamos la constatación de la buena adaptación de los estudiantes a modos de funcionamiento parcialmente vetados por la enseñanza tradicional, como son: el uso de expresiones literales en una gran variedad de situaciones, el uso de esquemas y diagramas como recursos semióticos, la inclusión sistemática de preguntas significantes o de razonamiento. Esta buena adaptación es la que permite aumentar la movilidad de los estudiantes al ampliar las áreas de enseñanza. Y la que le podría dar sentido a una modificación de la enseñanza hacia la ampliación de recursos y situaciones de aprendizaje no tradicionales.

Privilegiar y facilitar, de manera sustentable, las condiciones de vida del ser humano, podría verse como un principio ético ampliamente aceptable. Sus consecuencias en nuestro contexto, serían muy a groso modo:

- Se le debe ampliar las oportunidades de aprendizaje de nuestros jóvenes, mediante una modificación de la enseñanza adecuada a sus capacidades.
- Nuestro docente debería contar con instrumentos tecnológicos que le permitan entender mejor su realidad y con ello hacer un trabajo más humano, tanto para él, como para sus estudiantes.

Esperamos que nuestro trabajo contribuya en las direcciones señaladas.

Apéndice A

Rutinas

En este apartado el lector podrá ubicar fácilmente los nombres de las rutinas que fueron utilizadas para generar las tablas y pruebas estadísticas que forman parte de los resultados de este trabajo. Los códigos fuente de dichas rutinas están disponibles por parte de los autores y fueron elaborados en lenguaje C bajo el ambiente del paquete estadístico S-Plus. Además, se le proveerá de datos reales con los cuales el lector podrá, siguiendo ciertas instrucciones, simplemente “cortar” y “pegar” estas rutinas y correrlas en una hoja de comando S-Plus para obtener los resultados. Para cada capítulo se ejecutaron un conjunto de rutinas, en este Apéndice se colocaran secciones para cada uno de esos capítulos con su respectivo conjunto de rutinas.

A.1. Capítulo trayectoria con exámenes o ventanas

A.1.1. Matriz de rango por examen

```
A<-round(fanalicruz4(BCnota,facIndi,ExamenN,mean)*(20/3))
promnotasrank<-fvectorrankeado(round(apply(A, 1, mean,na.rm=TRUE),2))
cbind(fmatrizrankeadaNA(A), promnotasrank)
```

A.1.2. Matriz de fluctuaciones tipo rango final – rango local

```
fesquemaHT(BCnota, list(ExamenN), list("Ex07", "Ex08", "Ex09", "Ex10",
"Ex11", "Ex12"), 7:12)[, 1:10]
```

A.1.3. Distribución de las fluctuaciones por examen

```
fvVEx(BCnota, list(ExamenN), list("Ex07", "Ex08", "Ex09", "Ex10",  
"Ex11", "Ex12"))
```

A.1.4. Distribución de las fluctuaciones por rangos globales

```
M <- fesquemaHT(BCnota, list(ExamenN), list("Ex07", "Ex08", "Ex09",  
"Ex10", "Ex11", "Ex12"), 7:12) table(as.factor(M[1, ]), as.factor(M[4,  
]))
```

A.1.5. Matriz de trayectoria de las fluctuaciones

```
MHTC <-fesquemaHTC(BCnota, list(ExamenN), list("Ex07", "Ex08", "Ex09",  
"Ex10", "Ex11", "Ex12"),facvSexo) zz<-fMatTray(MHTC ,BCnota, ExamenN,  
list("Ex07", "Ex08", "Ex09", "Ex10", "Ex11", "Ex12"), facvSexo)  
zzz<-zz[, 7:8]
```

```
table(zzz[,1],zzz[,2])  
chisq.test(zzz,y=NULL, correct=T)
```

A.1.6. Distribución de las fluctuaciones por género

```
tt<-table(as.factor(M[1, ]), as.factor(M[3, ]))  
  
chisq.test(tt,table(mat))
```

A.1.7. Tabla genero y rango

```
A <- round(fanalicruz4(BCnota, facIndi, ExamenN, mean) * (20/3))  
promnotas <- round(apply(A[, 2:7], 1, mean, na.rm = TRUE),  
2) promnotasrank <- fvectorrankeadoPerso(promnotas, perso)  
table(promnotasrank, facvSexo)  
chisq.test(table(promnotasrank, facvSexo))[[3]]
```

A.1.8. Distribución de las fluctuaciones por rangos globales

```
M <- fesquemaHTPersoPru(BCnota, list(ExamenN), list("Ex07", "Ex08",  
"Ex09", "Ex10", "Ex11", "Ex12"), perso) table(as.factor(M[1, ]),  
as.factor(M[4, ]))
```


A.1.9. Distribución de las fluctuaciones por genero

```
z1<-table(as.factor(M[1, ]), as.factor(M[3, ]))  
chisq.test(z1,y=NULL, correct=T)
```

A.2. Capítulo trayectoria grupal en un tema

A.2.1. Promedio de los temas

```
NotaTema<-tapply(matrix(notapreg,nrow=1),Tema,mean,na.rm=T)  
NotaTema[order(NotaTema)]
```

A.2.2. Tabla de atributos por tema

```
fanaltemaPorcen(BCnota, Porcenrank, " PropDistAplic ")  
fanaltemaPorcen(BCnota, Porcenrank, "Segmento")  
fanaltemaPorcen(BCnota, Porcenrank, "ExpEquiv")  
fanaltemaPorcen(BCnota, Porcenrank, "Inversa")  
fanaltemaPorcen(BCnota, Porcenrank, "Formula")
```

A.2.3. Distribución de los atributos por rango

```
cond <- (Tema == "Segmento") & (ExamenN == "Ex07")  
fcondfacMatLoop(BC,cond,as.factor(RankDef),0:3)
```

A.3. Capítulo el paisaje

A.3.1. Matriz de dificultad entre niveles de un factor ran- keados

```
A<-fmatlinea(BAC,BCnota,AC, list("Situación","NumLet","DiagCaste"),dim(BC)[1])  
matlineaRANK08<-fmatrizrankeada(A) matlinea08<-fmatlinea(BAC,BC,AC,  
list("Situación","NumLet","DiagCaste"),dim(BC)[1])  
B<-cbind(matlineaRANK08,round((matlinea08[,1]-1)*10))
```

A.3.2. Analisis de dispersión

```
fanalicruz1G(BCnota, 1, list(as.factor(B[, "Num"]), as.factor(B[,  
"Letras"])), list("Num","Letras")) fanalicruz1G(BCnota,  
1, list(as.factor(B[, "Algo"]), as.factor(B[, "Sig"])),  
list("Algo","Sig")) fanalicruz1G(BCnota, 1, list(as.factor(B[,  
"Caste"]), as.factor(B[, "Diag"])), list("Caste","Diag"))
```

A.3.3. Dispersión en general

```
B<-cbind(matlineaRANK08,round((matlinea08[,1]-1)*10))  
dimnames(B)[[2]][dim(B)[2]] <- "Nota" BSex<-cbind(B,facvSexo)  
fspread(B, BCnota, list(Situación, NumLet, DiagCaste), list("AlgoSig",  
"LetNum", "CasteDiag"))
```

A.3.4. Cruces de factores rankeados por subgrupos de generos (distribución alrededor de la diagonal)

```
fcomparfac(BSex, list("Let", "Num"))
```

A.3.5. Resumen de las tres propiedades para los tres pares de factores (dispersión)

```
fspreadsexChiList(list(NumLet, Situación, , DiagCaste), list("LetNum",  
"Situación", "CasteDiag"))
```

A.3.6. Resumen de las tres propiedades para los tres pares de factores (distribución alrededor de la diagonal)

```
fcomparfac(BSex, list("Algo", "Sig"))
```

A.3.7. Analisis para el factor DiagCaste

```
fcomparfac(BSex, list("Diag", "Caste"))
```

A.3.8. Comentario final para la concentración por debajo de la diagonal en cada ar de factores

```
B$ex[B[, "Algo"] > B[, "Sig"], ]  
B$ex[B[, "Diag"] > B[, "Caste"], ]  
B$ex[B[, "Let"] > B[, "Num"], ]
```

A.3.9. Mas concentración si se considera un solo nivel de factor (estudio del factor Num)

```
fanalicruz1G(BCnota, 1, list(facvSexo, as.factor(B[, "Num"])),  
list("facvSexo", "Num"))
```

A.3.10. Estudio de los seis factores individualmente

```
fconcentracion(B, list(Situación, NumLet, DiagCaste))
```

A.3.11. Estudio de los seis factores apareados dos a dos

```
#Femenino Cond<-(1:length(as.vector(facvSexo)))[facvSexo=="Fe"]  
fanalicruz1G(BCnota[Cond,], 1, list( as.factor(B[Cond,  
"Num"]),as.factor(B[Cond, "Letras"])), list( "Num","Letras"))  
#Masculino  
Cond<-(1:length(as.vector(facvSexo)))[facvSexo=="M"]  
fanalicruz1G(BCnota[Cond,], 1, list( as.factor(B[Cond,  
"Num"]),as.factor(B[Cond, "Letras"])), list( "Num","Letras"))
```

A.3.12. Estudio de las casillas 1-1 y 4-4

```
fconcentraciondiag(BCnota, list(NumLet, Situación, DiagCaste),  
list("LetNum", "Situacion", "DiagCaste"))
```

A.3.13. Fuera de la diagonal

```
BCnotaA<-fBCnota(BCSecAT)
BCnotaB<-fBCnota(BCSecBT)
AA<-fmatlinea(BAC,BCnotaA,AC, list("Situacion","NumLet","DiagCaste"),dim(BCSecAT)[1])
AB<-fmatlinea(BAC,BCnotaB,AC, list("Situacion","NumLet","DiagCaste"),dim(BCSecBT)[1])
matlineaRANK08A<-fmatrizrankeada(AA)
matlineaRANK08B<-fmatrizrankeada(AB)
BA<-cbind(matlineaRANK08A,round((AA[,1]-1)*10))
BB<-cbind(matlineaRANK08B,round((AB[,1]-1)*10))
Btotal<-rbind(BA,BB)
Btotal<-cbind(Btotal,facvSexoTotal)
dimnames(Btotal)[[2]][dim(Btotal)[2]-1] <-"Nota"
DiSit<-as.integer(Btotal[, "Algo"]!=Btotal[, "Sig"])
DiLN<-as.integer(Btotal[, "Let"]!=Btotal[, "Num"])
DiCD<-as.integer(Btotal[, "Caste"]!=Btotal[, "Diag"])
Disp<-cbind(DiSit,DiLN,DiCD)
DispV<-apply(Disp,1,sum)
DispVSexo<-cbind(DispV,Btotal[, "facvSexoTotal"])
table(DispVSexo[, 1], DispVSexo[, 2])
```

A.4. Capítulo movimiento en el paisaje

A.4.1. Matriz de rangos por examen y géneros

```
BCTotal<-rbind(BCSecA,BCSecB)
BCTotal<-BCTotal[c(1:33,35:55),]
facvSexoSecB
facvSexoSecA<-facvSexo facvSexoTotal<-as.factor(c(facvSexoSecA,facvSexoSecB))
facvSexoTotal34<-facvSexoTotal[c(1:33,35:55)]
```

A.4.2. Paisaje del grupo para los tres primeros exámenes

```
BCetapa1<-BCTotal[,1:32]
BC<-BCetapa1
prepanaltema1<-fprepanaltema(BCetapa1) A1<-fmatlinea(1,prepanaltema1[[1]],AC[,1:32],
list("Situacion","NumLet","DiagCaste"),dim(BCetapa1)[1])
matlineaRANK081<-fmatrizrankeada(A1) B1<-cbind(matlineaRANK081,round((A1[,1]-1)*10))
fanalicruz1G(prepanaltema1[[1]], 1, list(as.factor(B1[, "Letras"]),
as.factor(B1[, "Num"])), list("Letras","Num"))
```

A.4.3. Paisaje del grupo para los cuatro últimos exámenes

```
BCetapa2<-BCTotal[,33:dim(BCTotal)[2]]
BC<-BCetapa2
prepanaltema2<-fprepanaltema(BCetapa2) A2<-fmatlinea(1,prepanaltema2[[1]],
AC[,33:(dim(BCTotal)[2])],list("Situacion","NumLet","DiagCaste"),
dim(BCetapa2)[1])matlineaRANK082<-fmatrizrankeada(A2)
B2<-cbind(matlineaRANK082,round((A2[,1]-1)*10))
fanalicruz1G(prepanaltema2[[1]],1,list(as.factor(B2[, "Letras"]),
as.factor(B2[, "Num"]))), list("Letras","Num"))
```

A.4.4. Paisaje del grupo para todos los exámenes

```
BCTotal<-rbind(BCSecA,BCSecB)
BCTotal<-BCTotal[c(1:33,35:55),]
BC<-BCTotal
prepanaltemaTotal<-fprepanaltema(BCTotal)
ATotal<-fmatlinea(1,prepanaltemaTotal[[1]],AC,
list("Situacion","NumLet","DiagCaste"),dim(BCTotal)[1])
matlineaRANK08Total<-fmatrizrankeada(ATotal)
BTotat<-cbind(matlineaRANK08Total,round((ATotal[,1]-1)*10))
fanalicruz1G(prepanaltemaTotal[[1]], 1, list(as.factor(BTotal[,
"Letras"]), as.factor(BTotal[, "Num"]))), list("Letras","Num"))
```

A.4.5. Tipos de movimientos

```
ftrayecRankFac(difAlgo,difSig)
ftrayecRankFac(difLetras,difNum)
ftrayecRankFac(difCaste,difDiag)
```

A.4.6. Diferencia entre posiciones

```
difAlgo<-B2[, "Algo"]-B1[, "Algo"]
difSig<-B2[, "Sig"]-B1[, "Sig"]
difLetras<-B2[, "Letras"]-B1[, "Letras"]
difNum<-B2[, "Num"]-B1[, "Num"]
difCaste<-B2[, "Caste"]-B1[, "Caste"]
difDiag<-B2[, "Diag"]-B1[, "Diag"]
```

A.4.7. Tendencia de los movimientos

```
tendenFac<-cbind(ftrayecRankFac(difAlgo,difSig)[[3]],ftrayecRankFac(difLetras,
difNum)[[3]], ftrayecRankFac(difCaste, difDiag)[[3]])
```

A.4.8. Tablas de tendencias

```
table(tendenFac[,1]) table(tendenFac[,2]) table(tendenFac[,3])
```

A.4.9. Frecuencia de la suma de los movimientos

```
tendenG<-apply(tendenFac, 1, sum)
table(facvSexoTotal34, cut(tendenG, c(-5, -1, 0, 5)))
```

A.4.10. Distribución de movimiento etapa 1

```
fanalicruz1G(prepanaltema1[[1]],1,list(as.factor(cut(tendenG,c(-5,-1,0))),a
s.vector(prepanaltema1[[4]])),list("TendenG","RankDef1"))
```

A.4.11. Distribución de los movimientos por posición Rank-Def

```
fanalicruz1G(prepanaltemaTotal[[1]],1,list(as.factor(ftrayecRankFac(difAlgo,
difSig)[[5]]),as.vector(prepanaltemaTotal[[4]])),list("Situacion","RankDef"))
fanalicruz1G(prepanaltemaTotal[[1]],1,list(as.factor(ftrayecRankFac(difAlgo,
difSig)[[5]]),as.vector(prepanaltemaTotal[[4]])),list("LetrasNum","RankDef"))
fanalicruz1G(prepanaltemaTotal[[1]],1,list(as.factor(ftrayecRankFac(difCaste
,difDiag)[[5]]),as.vector(prepanaltemaTotal[[4]])),list("CasteDiag","RankDef"))
```

A.4.12. Preparación escala métrica

```
AC1<-AC[,1:32] AC2<-AC[,33:86]
zoom<-10
A1Cen<-ceiling(t(t(A1)-apply(A1,2,mean,trim=0.2))*zoom)
A2Cen<-ceiling(t(t(A2)-apply(A2,2,mean, trim=0.2))*zoom)
```

A.4.13. Movimientos en escala métrica

```
B1<-A1Cen
B2<-A2Cen
difAlgo<-B2[, "Algo"]-B1[, "Algo"]
difSig<-B2[, "Sig"]-B1[, "Sig"]
difLetras<-B2[, "Letras"]-B1[, "Letras"]
difNum<-B2[, "Num"]-B1[, "Num"]
difCaste<-B2[, "Caste"]-B1[, "Caste"]
difDiag<-B2[, "Diag"]-B1[, "Diag"]
```

A.4.14. Frecuencia de los 9 movimientos

```
table(facvSexoTotal34,ftrayecRankFac(difAlgo,difSig)[[5]])
table(facvSexoTotal34, ftrayecRankFac(difLetras, difNum)[[5]])
table(facvSexoTotal34, ftrayecRankFac(difCaste, difDiag)[[5]])
```

A.4.15. Distribución en tres movimientos

```
tipomov<-cbind(ftrayecRankFac(difAlgo, difSig)[[1]],
ftrayecRankFac(difLetras, difNum)[[1]],
ftrayecRankFac(difCaste,difDiag)[[1]])tipomov<-cbind(1:dim(tipomov)[1],
facvSexoTotal34,tipomov
```

A.4.16. Estudio de los tres movimientos

```
tipomov[((tipomov[, 3] == 9) & (tipomov[, 4] == 9) & (tipomov[, 5] ==
9)), ]
```

A.4.17. Frecuencia de Movimientos simplificados

```
cbind(ftrayecRankFac(difAlgo,difSig)[[1]],ftrayecRankFac(difLetras,
difNum)[[1]],ftrayecRankFac(difCaste,difDiag)[[1]])
cbind(ftrayecRankFac(difAlgo,difSig)[[2]],ftrayecRankFac(difLetras,
difNum)[[2]],ftrayecRankFac(difCaste,difDiag)[[2]])
tendenFac<-cbind(ftrayecRankFac(difAlgo,difSig)[[3]],
ftrayecRankFac(difLetras,difNum)[[3]],
ftrayecRankFac(difCaste,difDiag)[[3]])tendenFac[1:10,]
table(tendenFac[,1])table(tendenFac[,2]) table(tendenFac[,3])
```

A.4.18. Frecuencia de suma de los movimientos

```
tendenG<-apply(tendenFac, 1, sum)
table(facvSexoTotal34, tendenG)
table(facvSexoTotal34 , cut(tendenG, c(-5,-1,0,5)))
```

A.4.19. Predicción de resultados negativos o positivos de acuerdo al Rango en tiempo 1

```
fanalicruz1G(prepanaltema1[[1]],1,list(as.factor(cut(tendenG,c(-5,-1,0,5))),
as.vector(prepanaltema1[[4]])), list("TendenG", "RankDef1"))
```

A.4.20. Distribución de los movimientos de escala métrica por posición RankDef

```
fanalicruz1G(prepanaltemaTotal[[1]],1,list(as.factor(ftrayecRankFac(difAlgo,
difSig)[[5]]),as.vector(prepanaltemaTotal[[4]])),list("Situacion",
"RankDef"))
fanalicruz1G(prepanaltemaTotal[[1]],1,list(as.factor(ftrayecRankFac(difLetras,
difNum)[[5]]),as.vector(prepanaltemaTotal[[4]])),list("LetrasNum",
"RankDef"))
fanalicruz1G(prepanaltemaTotal[[1]],1,list(as.factor(ftrayecRankFac(difCaste,
difDiag)[[5]]),as.vector(prepanaltemaTotal[[4]])),list("CasteDiag",
"RankDef"))
```

A.4.21. Estudio por distancias. Histogramas

```
par(mfrow=c(3,2))disSit12<-round(sqrt(difAlgo*difAlgo+difSig*difSig),0)
table(disSit12)hist(disSit12)
disLet12<-round(sqrt(difLetras*difLetras+difNum*difNum),0)table(disLet12)
hist(disLet12)
disCas12<-round(sqrt(difCaste*difCaste+difDiag*difDiag),0)table(disCas12)
hist(disCas12)
```


A.4.22. Histogramas de las magnitudes de los movimientos en cada atributo

```
par(mfrow=c(3,2))disSit12Algo<-(difAlgo)
table(disSit12Algo)
hist(disSit12Algo)
disSit12Sig<-(difSig)
table(disSit12Sig)
hist(disSit12Sig)
disSit12Letras<-(difLetras)
table(disSit12Letras)
hist(disSit12Letras)
disSit12Num<-(difNum)
table(disSit12Num)
hist(disSit12Num)
disSit12Caste<-(difCaste)
table(disSit12Caste)
hist(disSit12Caste)
disSit12Diag<-(difDiag)
table(disSit12Diag)
hist(disSit12Diag)
```

A.4.23. Tabla de frecuencias *RankDef*, *RankDef1* y *RankDef2*

```
fanalicruz1G(prepanaltemaTotal[[1]],1,list(as.factor(prepanaltema1[[4]]),
as.vector(prepanaltema2[[4]])), list("RankDef1","RankDef2"))
fanalicruz1G(prepanaltemaTotal[[1]],1,list(as.factor(prepanaltema2[[4]]),
as.vector(prepanaltemaTotal[[4]])), list("RankDef2", "RankDef"))
fanalicruz1G(prepanaltemaTotal[[1]],1,list(as.factor(prepanaltema1[[4]]),
as.vector(prepanaltemaTotal[[4]])), list("RankDef1","RankDef"))
```

A.4.24. Tabla de frecuencias *RankDef*, *RankDef1* y *LetNum*

```
fanalicruz1G(prepanaltemaTotal[[1]],1,list(as.factor(ftrayecRankFac(difLetras,
difNum)[[5]]),as.vector(prepanaltemaTotal[[4]])),list("LetrasNum",
"RankDef"))
```

Apéndice B

Exámenes

EXAMEN CORTO

Fecha: _____ Curso: _____ Sección: _____

Nombre: _____ N° de lista : _____ Calificación: _____

Evalúe :

$4 () - 8$ en 7	$4.y - y$ en $y = 2$
$6 () - 3$ en x	$2 (w + j)$ en $j = 3$
$2.w + j$ en $w = 4$	$(5.x - 2)/3$ en $x = 4$

¿Cuál es la inversa de $() + 10$? _____

¿Cuál es la inversa de $()/2$? _____

¿Cuál es la inversa de $() - 3$? _____

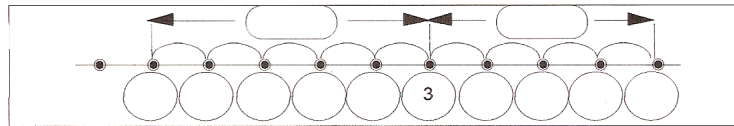
¿Cuál es la inversa de $().8$? _____

Figura B.1: Examen 5

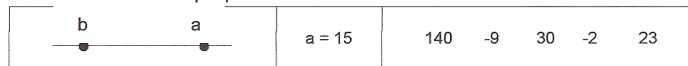
EXAMEN CORTO

Fecha: _____ Curso: _____ Sección: _____

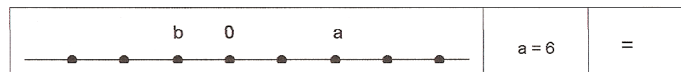
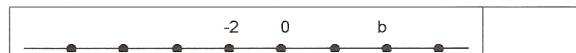
Nombre: _____ N° de lista : _____ Calificación: _____



Rodee con un círculo los números que podrían ser a



Complete con uno de los números del recuadro



Rodee con un círculo el número que representa a

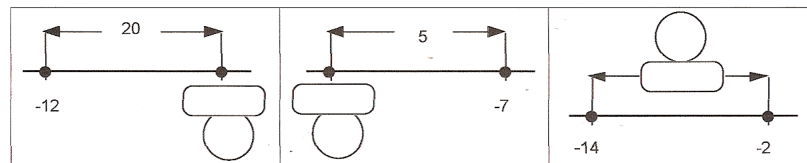
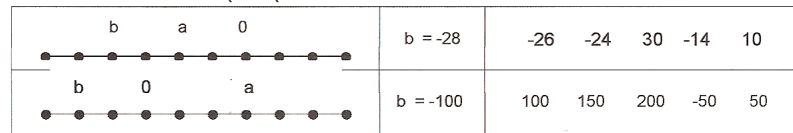
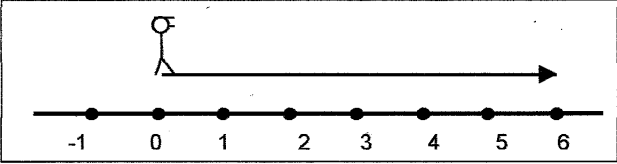


Figura B.2: Examen 7

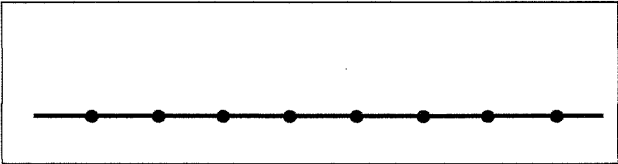
EXAMEN CORTO

Fecha: _____ Curso: _____ Sección: _____

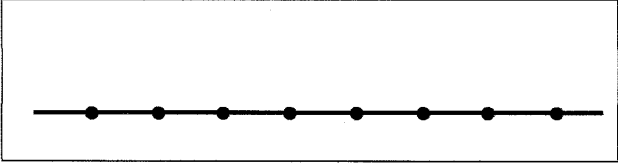
Nombre: _____ N° de lista : _____ Calificación: _____



Sale de		Expresión	
Mirando hacia			
Camina de :		¿Dónde llega?	
Espacios que camina			



Sale de		Expresión	
Mirando hacia		$6 - (+3)$	
Camina de :		¿Dónde llega?	
Espacios que camina			



Sale de		Expresión	
Mirando hacia			
Camina de :		¿Dónde llega?	6
Espacios que camina			

¿A cuáles números puede llegar el muñeco si da 9 pasos a partir del 144?

¿A cuáles números puede llegar el muñeco si da 12 pasos a la izquierda a partir del -23?

El muñeco mira hacia la derecha, queremos que vaya de 3 a 7

¿Va a ir de espaldas o de frente? _____

Figura B.3: Examen 8

EXAMEN CORTO

Fecha: _____ Curso: _____ Sección: _____

Nombre: _____ N° de lista : _____ Calificación: _____

		Colocar -2 - (+5) (o en caso de necesidad, una equivalente)
--	--	--

Expresión	¿El resultado es mayor que el primer número?	¿El resultado es positivo?	¿El resultado está a cuantos pasos del primer número?
6-(-2)			
-3 +(-5)			

Expresión	Cambio a un solo signo en el centro	Lado del resultado	Resultado
-1 - (-10)			
6 - (+3)			

Expresión	¿El resultado es mayor que el primer número?	¿El resultado es positivo?	¿El resultado está a cuantos pasos del primer número?
	si	si	5
	no	no	3

El resultado es	Expresión	¿Cuál número sirve?
Negativo	() -11	10, 15, 30, 25
Positivo	() + 2	0, -2, -1, 2

Figura B.4: Examen 9

EXAMEN CORTO

Fecha: _____ Curso: _____ Sección: _____

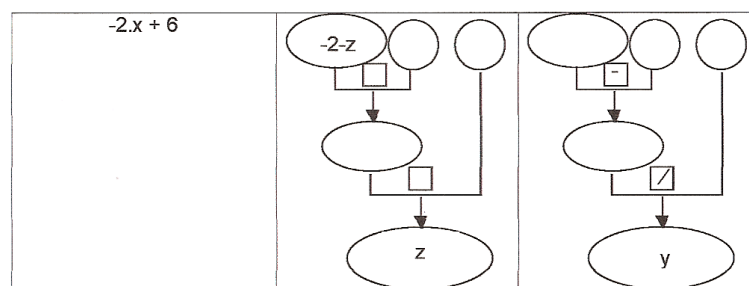
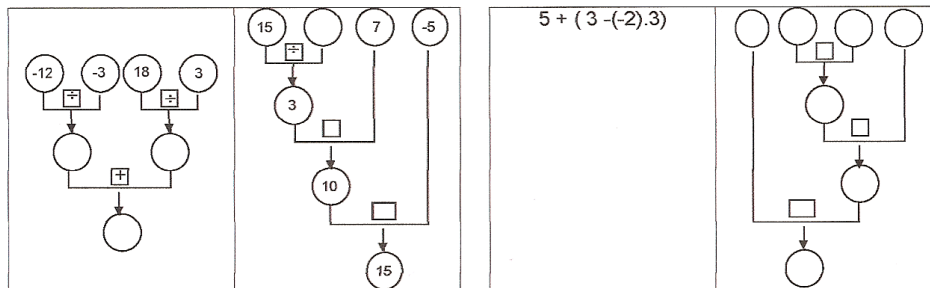
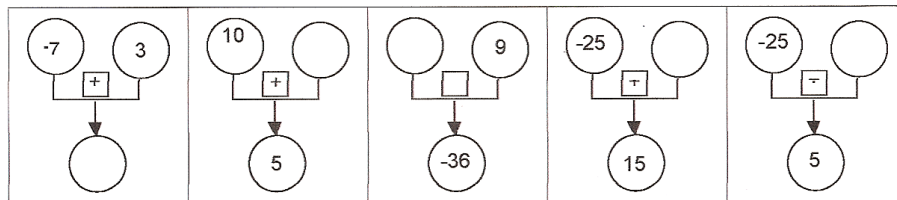
Nombre: _____ N° de lista : _____ Calificación: _____

6.()	-
56	

-11.(-5)	

()/2	+
12	

-30/-10	



Número y Variable

Examen # 10

Figura B.5: Examen 10

EXAMEN CORTO

Fecha: _____ Curso: _____ Sección: _____
 Nombre: _____ N° de lista : _____ Calificación: _____

Expresión	Valor de las variables	Número
$6.x - 4$	$x = -2$	
$3.x + 1$		10
	$x = 4$	24

Igualdad con números	Paso a letras	Chequeo con otros números	Conclusión: es
$5(3-2) = 5.3 - 5.2$		Izquierda: Derecha:	

F. Agrup.	F. Dist.	Con suma	Con resta	$6(63+17)$	$3(132+18)$
$3(x-1)$		4.36	4.36		
$-(w-3)$					
	16				
	$20 - 5.y$				

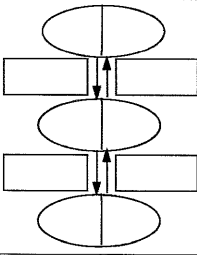
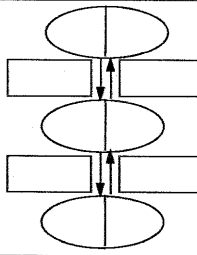
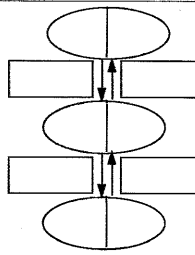
$-3(x - 6) = 3$	$-(3x + 1) = 7$	$2(2+3x) = 1$
		
Chequeo	Chequeo	Chequeo

Figura B.6: Examen 11

EXAMEN CORTO

Fecha: _____ Curso: _____ Sección: _____

Nombre: _____ N° de lista : _____ Calificación: _____

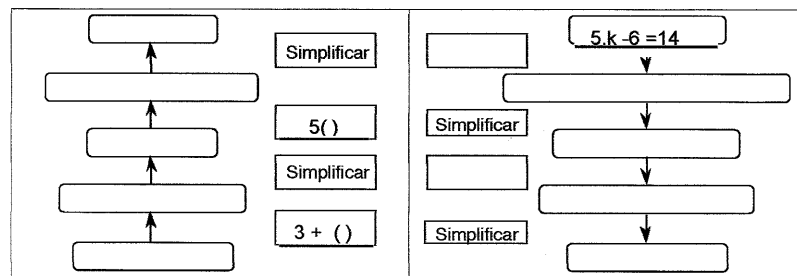
Expresión	Núm letras difer.	Número de letras	Operaciones	Pares de parént.
$\frac{2(y-5)}{2t-x} - y$				

Izquierda	Derecha
$2(5 + 3.k)$	
$\frac{(x-8)(-2)}{2}$	

Simplificar o complicar

$$3h/3 = 81/3$$

$$(22.k - 6) + 6 = -11+6$$



Complete haciendo el despeje.

$-y + 3 = 8$	$5.f + (-3) = 17$

Adivinanza	Ecuación	¿Quién es (o son) el número?
La suma de dos es 7 y su producto es 12		
La cuarta parte de la suma de dos números es 15 y uno de ellos es 23		

Figura B.7: Examen 12

Apéndice C

Matriz de atributos de respuesta

Alum	Ex121	Ex122	Ex123	Ex124	Ex125	Ex126	Ex127	Ex128	Ex129	Ex1210	Ex1211
1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
2	3	3	3	2	3	3	2	2	2	2	2
3	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
5	3	3	3	3	3	3	2	2	3	2	3
6	3	2	2	2	2	3	3	2	3	0	0
7	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
8	3	2	1	3	2	3	2	1	2	1	1
9	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2
10	3	1	1	2	2	3	3	0	1	0	0
11	3	2	2	1	1	2	2	1	2	1	2
12	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
13	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3
14	3	2	2	1	2	2	3	2	2	1	3
15	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0	1
16	3	2	1	3	2	1	2	0	0	1	1
17	3	2	1	0	0	1	0	0	1	1	0
18	3	3	3	3	2	2	3	3	3	2	1
19	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
20	3	2	2	2	3	2	2	3	3	1	0
21	3	3	3	3	2	2	3	3	3	3	2
22	3	2	3	3	1	2	3	0	2	1	1
23	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
24	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
25	3	3	3	2	3	3	3	0	2	1	2
26	3	3	3	3	1	1	3	1	3	0	0
27	3	2	3	3	2	2	3	1	2	2	2

Tabla C.1: Ejemplo del examen 12 sección B.

Apéndice D

Matriz de atributos de preguntas

En este Apéndice se muestran las matrices de atributos con que fueron clasificadas cada una de las preguntas de los 7 exámenes que se aplicaron para la recolección de datos.

	Ex51	Ex52	Ex53	Ex54	Ex55	Ex56	Ex57	Ex58	Ex59	Ex510	Ex511	Ex512	Ex513	Ex514	Ex515
Tema	Fórmula	Fórmula	Fórmula	Fórmula	Fórmula	Fórmula	Evaluación	Evaluación	Evaluación	Evaluación	Evaluación	Inversa	Inversa	Inversa	Inversa
Situación	Sig	Sig	Sig	Algo	Algo	Algo	Algo	Algo	Algo	Algo	Algo	Algo	Algo	Algo	Algo
DiagCaste	Diag	Diag	Diag	Diag	Diag	Caste	Caste	Caste	Caste	Caste	Caste	Caste	Caste	Caste	Caste
NumLet	Letras	Letras	Letras	Num	Num	Letras	Letras	Letras	Letras	Letras	Letras	Num	Num	Num	Num
Parte	Med	Med	Med	Xfin	Xfin	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Xfin	Xfin	Xfin	Xfin
SenAgreg	Senci	Senci	Agreg	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci
Examen	Cinco	Cinco	Cinco	Cinco	Cinco	Cinco	Cinco	Cinco	Cinco	Cinco	Cinco	Cinco	Cinco	Cinco	Cinco

	Ex71	Ex72	Ex73	Ex74	Ex75	Ex76	Ex77	Ex78	Ex79	Ex710	Ex711
Tema	PosEnt	PosEnt	PosEnt	Escala	Escala	Escala	Escala	Escala	Segmento	Segmento	Segmento
Situación	Algo	Sig	Sig	Algo	Sig	Sig	Sig	Sig	Algo	Algo	Algo
DiagCaste	Diag	Caste	Caste	Caste	Caste	Caste	Caste	Caste	Diag	Diag	Diag
NumLet	Num	Letras	Num	Num	Letras	Letras	Letras	Letras	Num	Num	Num
Parte	Inic	Inic	Med	Med	Med	Med	Xfin	Xfin	Xfin	Xfin	Xfin
SenAgreg	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci
Examen	Siete	Siete	Siete	Siete	Siete	Siete	Siete	Siete	Siete	Siete	Siete

	Ex81	Ex82	Ex83	Ex84	Ex85	Ex86
Tema	Muñeco	Muñeco	Muñeco	Muñeco	Muñeco	Muñeco
Situación	Algo	Sig	Sig	Sig	Sig	Sig
DiagCaste	Diag	Diag	Diag	Caste	Caste	Caste
NumLet	Num	Num	Num	Num	Num	Num
Parte	Inic	Med	Med	Xfin	Xfin	Xfin
SenAgreg	Agreg	Agreg	Agreg	Senci	Senci	Senci
Examen	Ocho	Ocho	Ocho	Ocho	Ocho	Ocho

	Ex91	Ex92	Ex93	Ex94	Ex95	Ex96	Ex97	Ex98	Ex99	Ex910	Ex911	Ex912
Tema	DiagEnt	Segmento	ExpEquiv	Segmento	SumEnt	SumEnt	SumEnt	SumEnt	SumEnt	SumEnt	SumEnt	SumEnt
Situación	Sig	Algo	Algo	Sig	Sig	Sig	Algo	Algo	Sig	Sig	Sig	Sig
DiagCaste	Diag	Diag	Diag	Diag	Caste	Caste	Caste	Caste	Caste	Caste	Caste	Caste
NumLet	Num	Num	Num	Num	Num	Num	Num	Num	Num	Num	Num	Num
Parte	Inic	Med	Med	Xfin	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Xfin	Xfin
SenAgreg	Senci	Senci	Senci	Senci	Agreg	Agreg	Agreg	Agreg	Senci	Senci	Senci	Senci
Examen	Nueve	Nueve	Nueve	Nueve	Nueve	Nueve	Nueve	Nueve	Nueve	Nueve	Nueve	Nueve

	Ex101	Ex102	Ex103	Ex104	Ex105	Ex106	Ex107	Ex108	Ex109	Ex1010	Ex1011	Ex1012	Ex1013	Ex1014	Ex1015	Ex1016
Tema	OperEnt	OperEnt	OperEnt	OperEnt	OperEnt	OperEnt	OperEnt	OperEnt	OperEnt	OperEnt	OperEnt	Paréntesis	Paréntesis	DespeBin	DespeBin	DespeBin
Situación	Sig	Algo	Sig	Algo	Algo	Sig	Sig	Sig	Sig	Algo	Sig	Sig	Sig	Sig	Sig	Sig
DiagCaste	Diag	Diag	Diag	Diag	Diag	Diag	Diag	Diag	Diag	Diag	Diag	Caste	Diag	Diag	Diag	Diag
NumLet	Num	Num	Num	Num	Num	Num	Num	Num	Num	Num	Num	Num	Num	Letras	Letras	Letras
Parte	Inic	Inic	Inic	Inic	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Xfin	Xfin	Xfin
SenAgreg	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Agreg	Senci	Senci	Senci	Senci
Examen	Diez	Diez	Diez	Diez	Diez	Diez	Diez	Diez	Diez	Diez	Diez	Diez	Diez	Diez	Diez	Diez

	Ex111	Ex112	Ex113	Ex114	Ex115	Ex116	Ex117	Ex118	Ex119	Ex1110	Ex1111	Ex1112	Ex1113	Ex1114	Ex1115
Tema	EcuaEval	EcuaEval	EcuaEval	Identidad	PropDist	PropDist	PropDist	PropDist	PropDistAplic	PropDistAplic	PropDistAplic	PropDistAplic	EcuaDist	EcuaDist	EcuaDist
Situación	Algo	Sig	Sig	Sig	Algo	Algo	Sig	Sig	Algo	Algo	Algo	Algo	Algo	Algo	Algo
DiagCaste	Diag	Diag	Diag	Caste	Diag	Diag	Diag	Diag	Caste	Caste	Caste	Caste	Diag	Diag	Diag
NumLet	Letras	Letras	Letras	Num	Letras	Letras	Num	Letras	Num	Num	Num	Num	Letras	Letras	Letras
Parte	Inic	Inic	Inic	Inic	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Med	Xfin	Xfin	Xfin
SenAgreg	Senci	Senci	Senci	Agreg	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Agreg	Agreg	Agreg
Examen	Once	Once	Once	Once	Once	Once	Once	Once	Once	Once	Once	Once	Once	Once	Once

	Ex121	Ex122	Ex123	Ex124	Ex125	Ex126	Ex127	Ex128	Ex129	Ex1210	Ex1211
Tema	DescExpre	Simplificar	Simplificar	Simplificar	Simplificar	DespDiag	DespDiag	Despeje	Despeje	EcuaCaste	EcuaCaste
Situación	Algo	Algo	Algo	Algo	Algo	Algo	Sig	Sig	Sig	Sig	Sig
DiagCaste	Diag	Diag	Diag	Diag	Diag	Diag	Diag	Diag	Diag	Caste	Caste
NumLet	Letras	Letras	Letras	Letras	Letras	Letras	Letras	Letras	Letras	Letras	Letras
Parte	Inic	Inic	Inic	Inic	Inic	Med	Med	Med	Med	Xfin	Xfin
SenAgreg	Agreg	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Senci	Agreg	Agreg
Examen	Doce	Doce	Doce	Doce	Doce	Doce	Doce	Doce	Doce	Doce	Doce

Índice alfabético

A

Atributo, 31, 33, 40

C

Centramiento, 35

Conceptualización de un conjunto, 24

D

Didáctica fundamental, 21, 24

E

Escala métrica, 94, 98, 106

Escala topológica, 92

Espacio, 38

Exámenes, 30, 122

F

Fluctuación, 28, 46

I

Instantánea, 59

M

Matriz de atributos, 33

Metáforas, 37

Modelo de markov, 29

Movimiento en el paisaje, 41

Movimientos, 87, 90, 92, 94, 99

Movimientos simplificados, 88

P

Paisaje, 69, 72, 77, 106

Posición, 39

R

Rango, 43

Rango Global, 46

Rango Local, 46

Ranqueo, 35

Rutinas, 111

S

Situación fundamental, 22, 23

Situaciones de producción, 21, 23, 33, 38

T

Tema, 58, 63

Teoría de descriptores, 24

Teoría de sistemas, 25

Tiempo de exposición, 63

Tiempo didáctico, 38

Trayectoria, 26, 28, 37, 43, 85, 86

V

Velocidad, 60

Bibliografía

Alson, P.(2000). *Elements pour une théorie de la signification en didactique des mathématiques*. L'Université Bordeaux 1, Francia.

Alson, P. (2006). *Número y Variable*. Editorial AUNA.

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers.

Fernandes, L. (2010). *Caracterizaciones didácticas de la dificultad de aprendizaje en matemáticas, mediante el uso de una ingeniería didáctica en séptimo grado*. Tesis de licenciatura no publicada, Universidad Central de Venezuela, Caracas.

Foucault, M. (1966). *Les mots et les chose*. Editions Gallimard.

Lerner, D.(2001). *Acerca de la transportación didáctica: la lectura y escritura como objetos de enseñanza*. En Leer y escribir en la escuela. Lo real, lo posible y lo imaginario. México.

Popper, K.(1985). *La lógica de la investigación científica*. Editorial Tecnos.