TOMAS DE LA BARRA Insumo producto e interaccion espacial

Tomás de la Barra

INSUMO PRODUCTO E INTERACCIÓN ESPACIAL

1/ INTRODUCCIÓN

En un artículo anterior (véase *Urbana*, Nº 1) se revisaron dos enfoques aparentemente antagónicos con respecto a la localización de actividades en el espacio: la teoría micro-económica de uso del suelo y renta de la tierra, y los modelos de interacción espacial. El objetivo central de ese trabajo era el de lograr un enfoque integrado, para lo cual era necesario resolver ciertas cuestiones fundamentales:

- el enfoque micro-económico es desagregado; los modelos de interacción espacial son agregados.
- La teoría micro-económica es interpretable causalmente; los modelos de interacción espacial son descriptivos.
- El enfoque micro-económico supone mercados perfectos, racionalidad de los individuos y optimización del sistema; los modelos de interacción espacial no hacen explícitos dichos conceptos.
- Los modelos micro-económicos urbanos son teóricos y utilizan matemática continua; los modelos de interacción espacial son empíricos y utilizan matemática discreta.

El problema central en la integración de ambos enfoques está en la agregación de las funciones de demanda individuales. Para resolverlo se recurrió a la teoría de utilidad aleatoria, con la cual se obtienen modelos agregados que hacen explícita la racionalidad *relativa* de individuos y del sistema, combinando las ventajas operativas de los modelos agregados con las interpretaciones causales del otro enfoque. Más aún, el enfoque integrado permite una representación "experimentable" (con datos reales) de los distintos mecanismos de mercado que pueden operar en la mayoría de los sistemas urbano-regionales. Los mercados, sin embargo, serán imperfectos por definición (los perfectos y los inactivos serían casos especiales), y el grado de racionalidad de los individuos y de optimalidad del sistema serán variables, de acuerdo a la racionalidad y optimalidad imperantes en el caso real que se esté representando.

En el trabajo que se expone a continuación se examinan los principios macro-económicos, en especial el modelo de insumo-producto, con el objeto de poder incorporarlos al marco anterior. Esto introduce una nueva dimensión a la interpretación del fenómeno urbano: el fenómeno de la producción y su relación con la localización. Se espera que esto permita la construcción de un modelo más general y flexible, en donde la definición de sectores dependerá de las características del problema que se esté analizando, más que de una definición *a priori* del sistema urbano o regional.

La teoría del multiplicador y de la producción de Keynes (1936) constituye uno de los puntos de partida fundamentales de la macro-economía y es la base para muchos de los desarrollos posteriores de la ciencia regional, tales como la teoría de la renta regional y el estudio de la base económica. En muy pocas palabras, el modelo keynesiano supone que el motor fundamental de toda economía radica en el nivel de inversión, el cual acentúa su efectos a través del "multiplicador". La teoría de la renta regional sostiene que el efecto multiplicador depende de los niveles de exportación. Aquí no se revisan en detalle estas posiciones, y se entra directamente a la discusión de los principios en que se basa el modelo de insumo-producto, el cual es un desarrollo lógico de los modelos anteriores. En especial se estudia el problema de la desagregación espacial del modelo (insumo-producto regionalizado), revisando brevemente diversos esfuerzos al respecto. Con ello se deriva una nueva proposición de insumo-producto regionalizado. Con el objeto de aplicar estas conclusiones al caso urbano se hace una reinterpretación del modelo de Lowry como insumoproducto. En este punto se introducen los principios de interacción espacial y renta desarrollados en el trabajo anterior (*Urbana* Nº 1) con el objeto de explicitar los mecanismos de mercado dentro del modelo de insumo-producto. Como resultado se obtiene un modelo muy general, el cual puede ser aplicado a diversos niveles de planificación (regional, sub-regional o urbano), y que además facilita considerablemente las posibilidades de desagregación.

2/ BASES DEL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO

El modelo de insumo-producto, desarrollado originalmente por Leontief y Strout (1963)*, constituye un intento de envergadura en la representación de las principales relaciones existentes entre los distintos componentes productivos de un país, región, e incluso, un área urbana. Está basado en el modelo de Keynes, aunque aporta una interpretación mucho más detallada del efecto multiplicador. De igual forma cubre el modelo de renta regional y el de base económica, ya que puede incluir fácilmente a sectores o regiones externos al sistema analizado. En otras palabras, se trata de un modelo mucho más general, y que, por tanto, puede reemplazar con ventaja los modelos anteriores.

En la Figura 1 se representan los elementos básicos de la tabla de insumo-producto para una sola región. La primera distinción más obvia es entre los orígenes del sistema productivo o *insumos*, representados en sentido vertical, y los *destinos* de la producción, representados horizontalmente. Los insumos, a su vez, se dividen entre *insumos producidos* e *insumos primarios*. Los destinos, o sectores de demanda, se dividen entre *demanda intermedia* y *demanda final*.

La demanda intermedia puede ser representada por medio de una matriz x, en la cual cada elemento x^{mn} representa la cantidad de producto del sector m que se requiere para producir una unidad de producto del sector n. Los sectores incluidos en la demanda final representan el uso final que se le da a lo que produce cada sector m. Generalmente, se distinguen los siguientes sectores dentro de la demanda final: inversión (I), consumo (C), gobierno (G) y exportaciones (E).

Los insumos producidos corresponden a los orígenes de la matriz x y, por tanto, corrresponden a aquellos elementos que son producidos dentro del sistema. Los insumos primarios (también llamados valor agregado) describen la distribución de insumos que no fueron generados dentro del sistema, tales como recursos naturales, empleo, importaciones, capital, etc.

FIGURA 1. Elementos de la tabla de insumo producto de una sola región.

destinos (productos) / orígenes (insumos)			SECTORES DE DEMANDA: Demanda intermedia x^{mn} — Sectores							Demanda final Y^m					Producc. Total
			1	2	...	n	...	z	Total W^m $\Sigma_n x^{mn}$	I^m	C^m	G^m	E^m	Total Y^m	X^m
Insumos Producidos	Sectores	1	x^{11}	x^{12}	...	x^{1n}	...	x^{1z}	W^1	I^1	C^1	G^1	E^1	Y^1	X^1
		2	x^{21}	x^{22}	...	x^{2n}	...	x^{2z}	W^2	I^2	C^2	G^2	E^2	Y^2	X^2
			⋮	⋮		⋮		⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
		m	x^{m1}	x^{m2}	...	x^{mn}	...	x^{mz}	W^m	I^m	C^m	G^m	E^m	Y^m	X^m
			⋮	⋮		⋮		⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
		z	x^{z1}	x^{z2}	...	x^{zn}	...	x^{zz}	W^z	I^z	C^z	G^z	E^z	Y^z	X^z
	Total	U^n $\Sigma_m x^{mn}$	U^1	U	...	U^n	...	U^z							
Insumos Primarios		V^n	v^1	v^2		v^n		v^z		v_I	v_C	v_G	v_E		V
Producc. Total		X^n	x^1	x^2		x^n		x^z		I	C	G	E		X

De la tabla es posible derivar una serie de relaciones formales fundamentales. En primer lugar, la producción total, X^m, en cada sector m, debe ser igual a la suma de todas las demandas intermedias más la demanda final. Es decir:

$$X^m = \Sigma_n x^{mn} + I^m + C^m + G^m + E^m \quad \textbf{(1)}$$

Si W representa la demanda intermedia total ($W^m = \Sigma_n x^{mn}$), e Y^m la demanda final total ($Y^m = I^m + C^m + G^m + E^m$), entonces:

$$X^m = \Sigma^n X^{mn} + Y^m = W^m + Y^m \quad \textbf{(2)}$$

Ya que suponemos que la demanda total es igual a la producción, la producción total en cada sector debe ser igual, también, al valor total de los insumos comprados desde todos los sectores, más los insumos primarios, V^n

$$X^n = \Sigma_n x^{mn} + V^n = U^n + V^n \qquad (3)$$

En este punto es necesario introducir un supuesto simplificativo al modelo: existe una relación lineal entre la producción total en cada sector, y la cantidad de insumos requeridos desde otros sectores. Es decir:

$$X^{mn} = a^{mn} X^n , \qquad (4)$$

o bien:

$$a^{mn} = \frac{x^{mn}}{X^n}$$

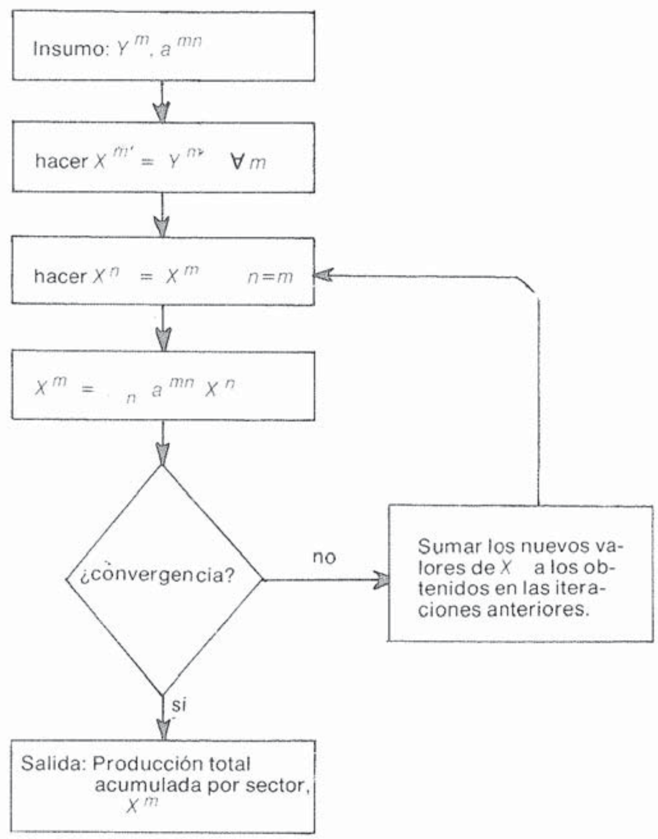
en donde a^{mn} es un conjunto de constantes denominadas *coeficientes técnicos*, los cuales representan la cantidad de producto del sector m que se requiere para producir una unidad de producto del sector n.

De esta manera, si bien los x^{mn} cambiarán constantemente, los a^{mn} se suponen más estables en el tiempo. Los coeficientes técnicos podrán cambiar a largo plazo debido a cambios en la tecnología de la producción, pero para plazos más cortos se les supone exógenos al modelo. Se supone que no hay economías de escala en el sistema. Reemplazando la ecuación **(4)** en la **(2)**, el modelo puede reformularse como:

$$X^m = \Sigma_n a^{mn} X^n + Y^m \qquad (5)$$

Esta relación representa un conjunto de ecuaciones simultáneas en X^m, que puede ser resuelto para un conjunto dado de demandas finales, Y^m. Una vez resuelto el sistema de ecuaciones, el conjunto de X^m representa una nueva demanda, la cual debe ser resuelta nuevamente por un nuevo conjunto de ecuaciones **(5)**. Este proceso iterativo, que se representa en la Figura 2, debe proseguir hasta que se produce la convergencia del sistema, y es el que genera el efecto multiplicador.

FIGURA 2. Algoritmo para el modelo de insumo-producto de una sola región.



Alternativamente, es posible lograr una solución directa utilizando métodos de álgebra matricial, de la siguiente manera:

$$Y = (I - a)\,X, \tag{6}$$

$$\text{y}\, X = (I - a)^{-1}\, Y, \tag{7}$$

en donde I es la matriz unidad. Para los objetivos de este trabajo, sin embargo, se considerará a la ecuación **(5)** como la forma estándar del modelo de insumo-producto en su forma "abierta", general, estática y para una sola región.*

Si se conoce la demanda final y la matriz estructural a^{mn}, es posible calcular el nivel de producción total, $X^1, X^2, \ldots X^N$, resolviendo el sistema de N ecuaciones a través del proceso iterativo. Se dice que esta versión del modelo está *abierta,* ya que la totalidad de la demanda final es dada. En

*/ Aquí se trabaja únicamente con la forma algorítmica del modelo por ser de computación más eficiente.

consecuencia, puede ser *cerrada* mediante la incorporación de algunos de los elementos de la demanda final a la matriz, como sectores complementarios. Puede resultar interesante relacionar, por ejemplo, inversión con producción, caso en el cual la ecuación **(5)** adquirirá la forma:

$$X^m = \Sigma_n \ a^{mn} X^n + I^m \qquad \textbf{(8)}$$

Este modelo puede responder a la pregunta: ¿cuanta inversión se requiere en cada sector para poder lograr un cierto nivel de producción? O bien, ¿qué niveles de producción se obtendrán si se distribuye la inversión sectorial de determinada manera? Este tipo de análisis puede ser muy útil para el diseño de políticas, ya que la inversión es considerada generalmente como variable de control.

Es posible ir un poco más allá y relacionar directamente inversión con empleo. Aunque la variable empleo puede ser objeto de una definición explícita en el modelo, puede resultar preferible utilizar un coeficiente que transforme las unidades de producción en unidades de empleo, suponiendo una tasa de generación de empleo constante.

$$E^m = \varnothing^m \ \Sigma_n \ a^{mn} X^n + I^m, \qquad \textbf{(9)}$$

en donde E^m es el empleo en cada sector m. El coeficiente $\varnothing^m$ deberá ser calculado como $\varnothing^m = E^m / X^m$, y representaría un índice de productividad inverso. Un modelo como el de la ecuación **(9)** serviría para predecir los niveles de empleo en cada sector derivado de una determinada política de inversión sectorial.

3/ EL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO REGIONALIZADO

El problema más importante que se evidencia cuando se quiere aplicar el modelo de *I-P* a un sistema compuesto por varias regiones es la representación de los flujos que existen entre las regiones. El problema no es trivial, y ciertamente no se resuelve a través de la simple introducción de un sub-índice más al sistema de ecuaciones que represente a las regiones. Si hacemos esto, el sistema de ecuaciones fundamentales se transformaría en:

$$X_i^m = \Sigma_n \ a_i^{mn} \ \Sigma_j \ X_{ij}^n + Y_i^m \qquad \textbf{(10)}$$

en donde a_i^{mn} es el conjunto de coeficientes técnicos para las unidades productivas de la región i, y X_{ij}^m representa el flujo de mercancías tipo m desde la región i a la región j. La ecuación **(10)** podría ser considerada como la relación contable más importante del modelo multi-regional, pero no es suficiente para resolver el sistema, ya que existiría una sola ecuación **(10)** para cada región y sector ($i \times m$ ecuaciones), y debido a X_{ij}^n se requirirían $i^2 \times m$ ecuaciones. Se necesitaría, en consecuencia, un conjunto de ecuaciones en X_{ij}^n que permita resolver el sistema.

Leontief y Strout (1963) resolvieron el problema mediante el supuesto de que todos los bienes producidos en la región *i* van a un *pool de oferta*, y que todos los bienes consumidos en la región *i* llegan desde un *pool de demanda*. El término X_{ij}^{m} representa, entonces, la cantidad de mercancías tipo *m* producidas en *i* que van al *pool de demanda de otra región j*. Los autores introducen, luego, un conjunto de ecuaciones del siguiente tipo:

$$X_{ij}^{m} = \frac{\Sigma_j \; X_{ij}^{m} \; \Sigma_i \; X_{ij}^{m}}{\Sigma_i \; \Sigma_j \; X_{ij}^{m}} \, Q_{ij}^{m} \qquad \forall \; i \neq j, \tag{11}$$

en donde Q_{ij}^{m} representa una especie de función de la distancia a ser estimada empíricamente con datos reales de algún año base.

Con este punto de partida, Wilson (1970), intenta una integración entre el modelo de insumo-producto e interacción espacial, utilizando principios de maximización de la entropía. Para ello considera las siguientes restricciones:

$$\Sigma_j \; X_{ij}^{m} = X_{i}^{m}, \tag{12}$$

$$\Sigma_i \; X_{ij}^{m} = \overset{o}{Y}{}_{j}^{m}, \tag{13}$$

$$\text{y} \; \Sigma_i \; \Sigma_j \; X_{ij}^{m} \; c_{ij}^{m} = C^{m}. \tag{14}$$

($\overset{o}{Y}$ = suma de todos los flujos desde el *pool* de demanda de *i* a todos los sectores de *i*, + la demanda final).

(C^{m} = costo de transporte total del sistema)

A estas restricciones debe someterse la ecuación **(10)** la cual puede transformarse, en consecuencia, en los cuatro tipos fundamentales de modelos de interacción espacial: sin restricción, restringido en el origen, restringido en el destino, y de doble restricción.*

i/ Modelo de insumo-producto regionalizado sin restricciones.

Si se planteara este modelo con absoluta consistencia con respecto al modelo general sin restricción, deberíamos suponer que existe una estimación independiente de X^{m}, pero no para X_{j}^{m}. Sin embargo, Wilson (1970) supone que no hay tal estimación independiente de X^{m} para mantener consistencia con las hipótesis de Leontief y Strouf. En consecuencia, sólo la restricción **(14)** es válida. Maximizando la entropía de la distribución asociada con X_{ij}^{m}, el autor llega a:

$$X_{ij}^{m} = \delta_{i}^{m} \quad \varepsilon_{j}^{m} \quad exp\,(-\beta^{m} c_{ij}^{m}) \tag{15}$$

en donde

$$\varepsilon_{j}^{m} = \frac{\mathbf{Y}_{j}^{m} + \Sigma_n \; a_{j}^{mn} \; \delta_{j}^{n} \; \Sigma_i \, \varepsilon_{i}^{n} \; exp\,(-\beta^{n} c_{ij}^{m}),}{\Sigma_i \; \delta_{i}^{m} \; exp\,(-\beta^{m} \; c_{ij}^{m})} \tag{16}$$

*/ Estos cuatro tipos de modelos se explican en el artículo de *Urbana*, N° 1.

y

$$\delta_i^m = \pi_n \, (\varepsilon_i^n) \cdot a_{i}^{mn} \tag{17}$$

El valor de los parámetros β^m se obtendría por calibración.

Para resolver el sistema, la demanda final Y_i^m de la ecuación **(16)** debe ser conocida exógenamente. El resto del cálculo puede realizarse iterativamente, partiendo de un valor cualquiera de ε_i^m, luego calculando δ_i^m en la ecuación **(17),** luego re-calculando ε_i^m con la ecuación **(16),** y así sucesivamente hasta que se converja a una solución.

ii/ Modelo de insumo-producto regionalizado con restricción en el origen.

En este caso se supone que existe una estimación independiente de X_i^m, pero no de Y_i^m, considerándose a la ecuación **(12)** como restricción adicional. Entonces:

$$X_{ij}^m = A_i^m \, X_i^m \, \varepsilon_j^m \, exp\,(-\beta^m \, c_{ij}^m), \tag{18}$$

en donde

$$A_i^m = \left[\Sigma_j \, \varepsilon_j^m \, exp\,(-\beta^m \, c_{ij}^m)\right]^{-1} \tag{19}$$

y

$$\varepsilon_j^m = \frac{Y_j^m + \Sigma_n \, a_j^{mn} \, X_j^n}{\Sigma_i \, A_i^m \, X_i^m \, exp\,(-\beta^m \, c_{ij}^m)} \tag{20}$$

iii/ Modelo de insumo-producto regionalizado con restricción en el destino.

$$X_{ij}^m = \delta_i^m \, B_j^m \, \overset{o}{Y}_j^m \, exp\,(-\beta^m \, c_{ij}^m), \tag{21}$$

en donde δ_i^m se obtiene resolviendo:

$$\Sigma_n \, a_i^{mn} \, \delta_i^n = \overset{o}{Y}_i^m - Y_i^m, \tag{22}$$

que es un conjunto de ecuaciones lineales en δ_i^m para cada región, y en donde:

$$B_j^m = \left[\Sigma_i \, \delta_i^m \, exp\,(-\beta^m \, c_{ij}^m)\right]^{-1} \tag{23}$$

iv/ Modelo de insumo-producto regionalizado de doble restricción.

Tanto la ecuación **(12)** como la **(13)** deben ser incorporadas como restricciones con lo cual:

$$X_{ij}^{m} = A_i^m \; B_j^m \; X_i^m \; \overset{o}{Y}{}_j^m \; exp \; (-\beta^m c_{ij}^m), \qquad \textbf{(24)}$$

en donde

$$A_i^m = \left[\Sigma_j \; B_j^m \; \overset{o}{Y}{}_j^m \; exp \; (-\beta^m c_{ij}^m)\right]-1, \qquad \textbf{(25)}$$

y

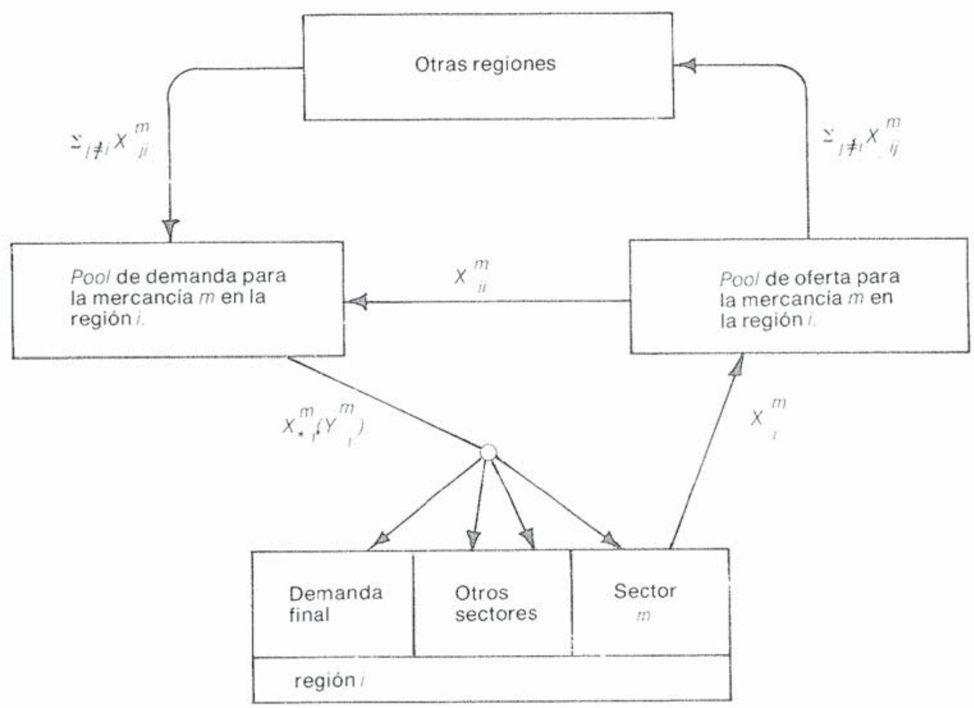
$$B_j^m = \left[\Sigma_i \; A_i^m \; X_i^m \; exp \; (-\beta^m c_{ij}^m)\right]-1 \qquad \textbf{(26)}$$

Basándose en estos cuatro tipos básicos, Wilson (1970) propone un modelo híbrido para diferentes tipos de mercancías. "Es obvio que cada mercancía puede ser clasificada diferentemente. Así, por ejemplo, una mercancía primaria como carbón, deberá ser considerada como restringida en el origen; una mercancía que sea fundamentalmente considerada como intermedio para sectores primarios será restringida en el destino; un bien primario que es insumo, a su vez, de otros bienes primarios será doblemente restringida; finalmente existirá una gran variedad de productos que no serán restringidos ni en el origen ni en el destino".

Como resumen, se puede decir que todo el planteamiento de Wilson, ya sea de los cuatro tipos fundamentales o del modelo híbrido, gira en torno al flujo de mercancías, X_{ij}^m, es decir, de una mercancía en especial m desde la zona de producción i a la zona de consumo j. El proceso debe interpretarse de la siguiente forma: primeramente se produce una mercancía m en una región i; luego la producción acumulada de todas las regiones va a un *pool* de demanda para la región i $(\Sigma_{j \neq i} X_{ji}^m)$, de donde es distribuida a todos los sectores y a la demanda final de i. Por otra parte, todo lo producido en i va a un *pool* de oferta, el cual satisface la demanda en la propia región (X_{ii}^m) o todas las otras regiones $(\Sigma_{j \neq i} \; X_{ij}^m)$. Esto se representa diagramáticamente en la figura 3.

Aquí se explora una estrategia diferente. En lugar de interpretar los flujos como la matriz X_{ij}^m, se considera una matriz X_{ij}^{mn} como objetivo fundamental de la simulación, con lo cual se permite que las mercancías fluyan directamente desde regiones y sectores de origen hacia regiones y sectores de destino. Esta situación se expresa en la Figura 4, en donde se ha incluido también un gráfico similar al de la Figura 3.

Existen varias posibilidades para explorar el sistema propuesto en la Figura 4. Los cuatro pasos que plantea Wilson son perfectamente aplicables aquí, pero por conveniencia y consistencia con el artículo anterior (*Urbana*, Nº 1) sólo se utilizará uno: el modelo restringido en el origen. Dentro de este modelo, todavía existiría una cierta libertad para elegir los elementos que se ubicarán en el origen y en el destino. En los cuatros casos descritos anteriormente, se ubicó la producción en el origen y la demanda en el destino, pero lo opuesto es igualmente factible y es la opción que guarda mayor consistencia.



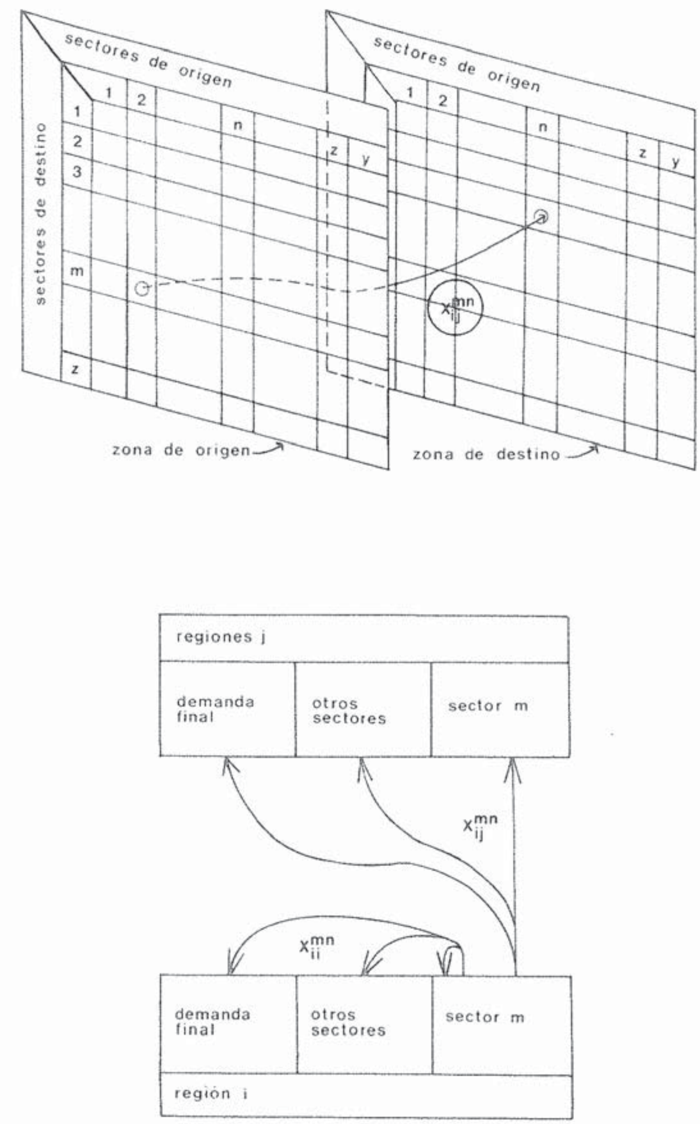


FIGURA 4 Flujos inter-sectoriales e inter-regionales de mercancías.

La demanda final, entonces, es considerada como exógena al modelo y dada en las zonas de origen, desde donde es distribuida a las zonas de producción a través de un modelo de distribución, y del conjunto de coeficientes técnicos. Los destinos de estos *flujos de demanda* no son conocidos, ya que se supone que no existe una estimación inicial o independiente de X_j^n. En consecuencia, la distribución sectorial y espacial de la demanda X_{ij}^{mn}, puede expresarse de la siguiente forma:

$$X_{ij}^{mn} = Y_i^m a_i^{mn} (W_j^n)^{\alpha^n} \quad exp\ (-\beta^n c_{ij}^n)\ A_i^m \ , \qquad \textbf{(27)}$$

en donde

$$A_i^m = \left[\Sigma_j \ \Sigma_n (W_j^n)^{\alpha^n} \quad exp\ (-\beta^n c_{ij}^n\right]^{-1}, \qquad \textbf{(28)}$$

y en donde W_j^n representa el atractor de la zona de destino en términos de elementos tales como capacidad instalada, productividad, especialización, etc. El conjunto de coeficientes técnicos a_i^{mn} representa la cantidad de mercancía n que se requiere para satisfacer una unidad de demanda de m en i; aquí se supone que puede variar de una región a otra, suponiendo que las características del proceso productivo pueden variar. El parámetro α^n debe ser determinado por calibración y representa las economías de escala. (En la sección anterior se mencionó que el modelo de Insumo-Producto no contemplaba las economías de escala). El término c_{ij}^n representa el costo de proveer la mercancía n desde j a i, y puede incluir los costos de transporte, costos terminales y costos de producción. En realidad, la función exponencial de la ecuación **(27)** representa una función de utilidad a los productores, y por tanto puede adoptar formas más complejas, o diferentes para cada n.

El resultado de esta distribución, es decir, el conjunto de los X_{ij}^{mn}, deberán ser sumados a i y a m y transformados en un nuevo conjunto de demandas finales, $\bar{\bar{Y}}_i^m$, las cuales deberán ser distribuidas nuevamente a sectores y regiones con un modelo similar a **(27)**, excepto que ahora $\bar{\bar{Y}}_i^m$ reemplazaría a Y_i^m. De esta manera se genera un proceso iterativo que terminará en una convergencia. La secuencia de cálculo del algoritmo puede ser la siguiente:

a/ Introdúzcanse los datos: demanda final para cada sector y región; conjunto de coeficientes técnicos a_i^{mn}, los atractores W_j^n, los costos de provisión c_{ij}^n y los parámetros α^n y β^n.

b/ En la primera iteración, hacer demanda total = demanda final, es decir, $\bar{\bar{Y}}_i^m = Y_i^m$, para todo m, i.

c/ Súmese a la demanda total, la demanda generada en las iteraciones anteriores.

d/ Distribúyase la demanda total a todos los sectores productores, utilizando la ecuación **(27)** (con $\bar{\bar{Y}}_i^m$, reemplazando a Y).

e/ Verifíquese la convergencia del sistema. Si ésta no se ha logrado, volver a **c/.**

En la Figura 5 se expresa diagramáticamente el proceso de cálculo.

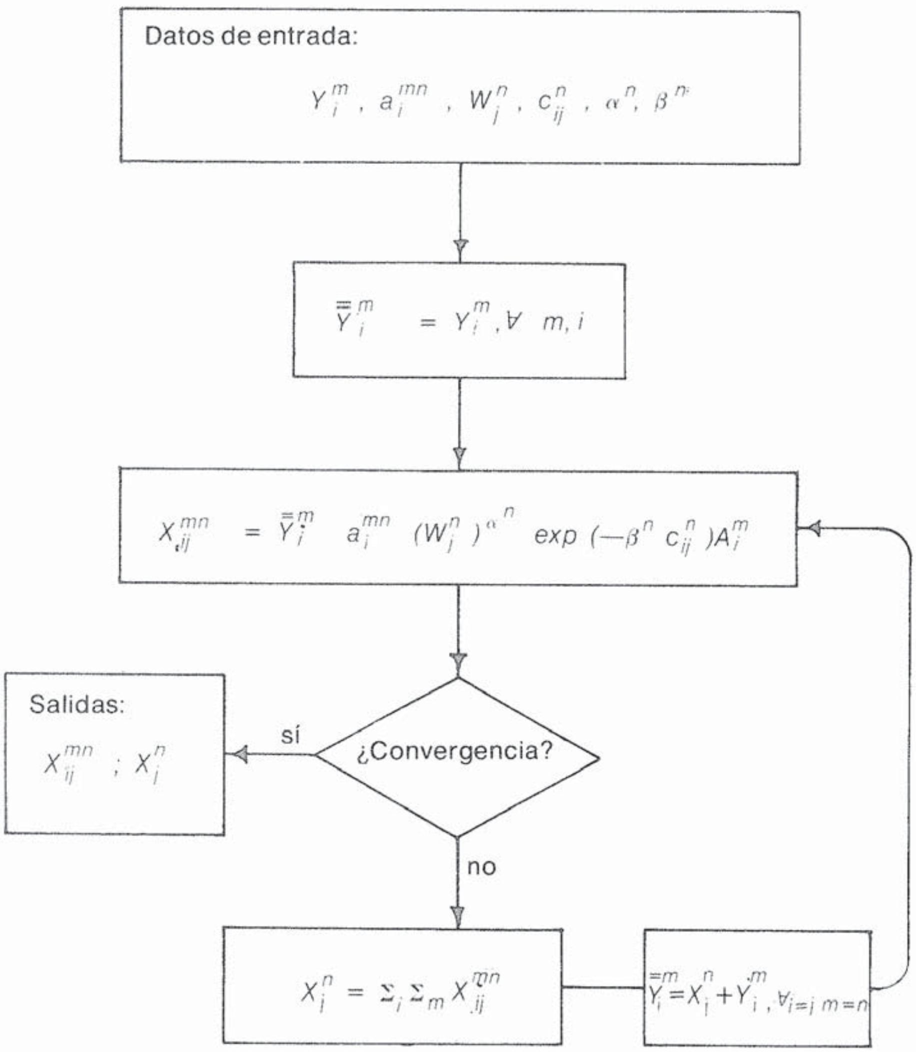


FIGURA 5. Algoritmo para el modelo de insumo-producto multi-regional.

Nótese que la ecuación **(28)** garantiza que la demanda esté siempre satisfecha, es decir, que $\Sigma_i \Sigma_n X_{ij}^{mn} = Y_i^m a_i^{mn}$ (ó = $\bar{\bar{Y}}_i^m \; a_i^{mn}$ después de la primera iteración). Este modelo puede aplicarse tanto con flujos monetarios como materiales.

Para comprender mejor el modelo de las ecuaciones **(27)** y **(28)**, tómese como ejemplo una planta siderúrgica en una región determinada, cuya producción de acero se va a considerar, por el momento, como demanda final, exógena al sistema. Para producir una cierta cantidad de acero en la región, que estará representada por Y_i^m se requerirá de una serie de insumos, tales como mineral de hierro, carbón, maquinaria y herramientas, etc. El primer paso, entonces, es el transformar las cantidades de acero producidas en cantidades de insumos que serán demandados de otros sectores, lo cual se realiza a través de multiplicar la demanda Y_i^m por a_i^{mn}. El término a_i^{mn} representa la cantidad de producto del sector *m.* Por diversas razones las relaciones tecnológicas pueden variar de una zona a otra; así, por ejemplo, si la planta siderúrgica se localiza cerca de una gran fuente de energía eléctrica, puede requerir una menor cantidad de otros elementos como carbón o petróleo.

Supóngase que *n* representa al sector maquinaria, tal que $Y_i^m \; a_i^{mn}$ representa la cantidad de maquinaria demandada en *i.* Esta demanda de maquinaria es luego distribuida a todas las posibles zonas de oferta, de acuerdo a las probabilidades establecidas por $(W_j^n)^{\alpha^n} \; exp \; (-\beta \; c_{ij}^n) \; A_i^m$ en la ecuación **(27).** Esto quiere decir que aquellas zonas que tienen términos W_j^n más altos, como, por ejemplo, una mayor capacidad instalada para la producción de maquinarias, tendrán una mayor probabilidad de abastecer a la demanda en *i.* Esto es lo que se denomina una *probabilidad a priori.*

El parámetro α^n regula la forma en que actúa la probabilidad *a priori.* Si α^n es muy grande (>1), aquellas zonas que tienen una capacidad relativamente mayor tenderán a acaparar una gran parte de la demanda. Si $\alpha^n = 1$, entonces la demanda será distribuida en proporción directa a las capacidades, W_j^n.

La *función de utilidad* representada por $exp \; (-\beta^n \; c_{ij}^n)$ representa la forma en que actúan sobre la distribución de la demanda los costos de transporte. Nótese que los subíndices son *n,* es decir, se refieren al costo del transporte del bien que efectivamente se está moviendo en el sistema, en este caso, la maquinaria. El término c_{ij}^n representa, entonces, el costo de transportar una unidad del producto *n* desde *j* hasta la demanda en *i,* en el cual deben estar considerados los costos directos, tiempos de viajes, costos y tiempos terminales, almacenamiento, carga y descarga, etc. Si el producto *n* se puede transportar a través de varios modos, entonces c_{ij}^{n} representa el *costo compuesto*. El parámetro β^n representa la elasticidad de los productores de n respecto al costo de transporte. Si el valor de β^n es muy bajo, entonces la distribución de la demanda a todos los sectores de oferta va a ser muy amplia, por lo cual zonas muy alejadas van a poder proveer el producto n, aunque deba recorrer largas distancias. Esto ocurre generalmente cuando el producto en cuestión es fácil y barato de transportar. Si, por el contrario, β^n es grande, la distribución se restringirá a aquellas zonas más cercanas a i.

El valor del parámetro β^n también puede ser interpretado como una medida de la eficiencia del sistema con respecto a los costos de transporte. Así, si $\beta^n \longrightarrow 0$, se puede decir que la racionalidad es mínima, ya que la demanda se distribuirá tanto a productores alejados como cercanos con la misma probabilidad (solamente proporcional a W_j^n). Si, en cambio, $\beta^n \longrightarrow \infty$, entonces la racionalidad del sistema con respecto al costo de transporte será máxima, ya que toda la demanda será asignada a los sectores inmediatos. Como el verdadero valor de β^n se obtiene a través de la calibración del modelo con respecto a una situación *datum*, entonces se supone que β^n representa el grado de racionalidad imperante en el sistema real.

Aquí se han mencionado fundamentalmente los costos de transporte, pero tal como se señaló, se trata en realidad de una función de utilidad que deberá contener muchos elementos además del costo de transporte, tales como costos de producción, costo de la tierra, etc. De esta manera se podrá estimar el nivel de eficiencia del sistema con respecto a todos los elementos que compongan la función de utilidad.

A través de este procedimiento, entonces, se podrá estimar la cantidad de maquinaria que fluirá entre la demanda en i y la producción en j. Ya que es posible que varias otras zonas o sectores del sistema también demanden maquinarias, la producción total de éstas en j será la suma $\Sigma_i \Sigma_m X_{ij}^{mn}$. Ahora bien, la producción de maquinarias en j requiere de una serie de insumos como plásticos, metales (acero entre otros), energía, etc. Por ello la producción de maquinaria en j pasa a ser ahora una nueva demanda, por lo cual la consideraremos nuevamente como Y_i^m (por ello se hace $\bar{\bar{Y}}_i^m = X_j^n + Y_i^m$, $\forall\ i=j,\ m=n$. Figura 5). Esto da lugar a una serie de iteraciones hasta que el sistema converge.

Al igual que en el caso de una sola región, la versión multi-regional puede ser *cerrada*, aislando, por ejemplo, la inversión en la demanda final. Entonces:

$$X_{ij}^{mn} = I_i^m \; a_i^{mn} \, (W_j^n)^{\alpha^n} \quad exp\ (-\beta^n c_{ij}^n) \; A_{i\cdot}^m \qquad \textbf{(29)}$$

en donde $A_{i\cdot}^m$ tiene la misma expresión que en la ecuación **(28)**.

I_i^m representa el nivel de inversión en cada región y sector, exógeno al modelo. Dados ciertos niveles de inversión por región y sector, el modelo puede predecir entonces los flujos que ocurren en la estructura regional. En otras palabras, si se invierte una determinada cantidad de dinero en un sector y región, parte de la inversión quedará allí, pero otra parte fluirá a otras regiones y sectores. Así, por ejemplo, si se invierte en agricultura en una región, parte de la inversión quedará en el mismo sector y región, puesto que se requerirá de alimentos para los obreros o porque se requieren semillas; parte de la inversión fluirá a otros sectores de la misma región, puesto que la actividad agrícola requerirá servicios locales o se necesitará construir silos y bodegas; parte de la inversión puede ir al mismo sector de otras regiones, porque se requerirán madera, fertilizantes o alimentos que no se producen localmente; finalmente, parte de la inversión podrá ir a otro sector de otra región si se requieren, por ejemplo, máquinas y equipos no producidos localmente.

Bajo esta concepción del sistema regional se puede explicar por qué algunas regiones localizadas centralmente y con aparatos productivos más fuertes y que, por lo tanto, son capaces de producir más bienes y servicios, pueden retener una mayor proporción de la inversión en su propia región, e incluso pueden atraer flujos de inversión desde otras regiones más débiles, las cuales retendrán porciones menores de inversión.

De la ecuación **(27)** es posible derivar también el empleo:

$$E_{ij}^{mn} = I_i^m \varnothing^n a_i^{mn} (W_i^n)^{\alpha^n} \exp(-\beta^n c_{ij}^n) A_i^m, \qquad \textbf{(30)}$$

en donde E_{ij}^{mn} representa el empleo generado en la región j y sector n como resultado de una inversión en el sector m de la región i. Nuevamente $\varnothing^n$ es el inverso de la productividad del sector n. El empleo en cada región y sector será, entonces:

$$E_j^n = \Sigma_i \Sigma_m E_{ij}^{mn} \qquad \textbf{(31)}$$

Este modelo puede ser de gran utilidad para evaluar los efectos de un plan nacional de desarrollo, siempre que podamos traducir el plan en términos de inversión regional y sectorial, y siempre que conozcamos una situación base de la cual podamos calcular los coeficientes técnicos. Dada una distribución futura de la inversión, el modelo entregará una predicción de los niveles de empleo generados en cada región y sector, además de los flujos de mercancías entre ellos (o de dinero).

Existen dos áreas de interés que se relacionan con este modelo a nivel regional. La primera se refiere a los movimientos y crecimiento poblacionales, ya que el empleo representa una demanda de fuerza de trabajo, y en consecuencia, atrae movimientos migratorios. La segunda área de interés se relaciona con el sistema de transporte regional. Por un lado la matriz c_{ij}^n ejerce una influencia decisiva sobre la distribución de los flujos inter-sectoriales e inter-regionales y, por otra, los flujos generados representan una demanda que debe ser satisfecha por el sistema de transporte. Si bien es cierto que la congestión en las vías a nivel regional puede no tener la misma trascendencia que a nivel urbano, ésta puede ser importante si es que se define el sistema de transporte regional en su contexto más amplio, incluyendo terminales, puertos y aeropuertos, y depósitos. El acoplamiento de este modelo de insumo-producto regionalizado con un modelo de transporte adecuado permite analizar y proyectar la demanda futura de transporte regional de mercaderías y pasajeros, la separación por modos de transporte, y los niveles de carga en la red, depósitos y terminales.

Otro desarrollo interesante que se puede derivar del modelo de insumo-producto es la inclusión de sectores ambientales. Esto es factible si es que se extiende la matriz de coeficientes técnicos para incluir los diversos elementos que componen al medio ambiente, ya sea en una sola columna agregada, o en varias que representan elementos como aire, agua, tierra, etc., que de esta forma interactúan con las variables socio-económicas. Igualmente es factible construir una matriz paralela a los flujos económicos que represente los intercambios de energía entre sectores y regiones, pudiéndose evaluar así el consumo de diversas fuentes.

4/ EL ANÁLISIS DE INSUMO-PRODUCTO A LA ESCALA URBANA. REINTERPRETACIÓN DEL MODELO LOWRY

La mayoría de los modelos regionales son difíciles de aplicar a la escala urbana, en donde las frecuentes relaciones espaciales de una zona a otra, como viajes al trabajo o viajes al servicio, hacen imposible el determinar el ingreso de una zona. Más aún, si bien resulta difícil recoger la información a nivel regional, al nivel urbano es virtualmente imposible. Sin embargo, el modelo de insumo-producto, si se modifica y amplía convenientemente, puede resultar útil para describir el funcionamiento de un área urbana y, en tal caso, sería posible construir un modelo suficientemente general que pueda ser aplicado a ambas escalas. Esto es lo que se persigue en los párrafos siguientes.

Ha habido algunos intentos de aplicar el modelo de insumo-producto al caso urbano. Broadbent (1973) proporciona un buen punto de partida, aunque su proposición se basa, más bien, en la técnica de *análisis de actividades.*

El método de análisis de actividades posee una estructura similar al modelo de insumo-producto, pero la matriz central está formada de manera diferente: las columnas representan actividades y las filas representan mercancías, y las últimas columnas representan restricciones. Esta representación tiene por objeto facilitar la aplicación de programación lineal, técnica con la cual a menudo se le confunde. Sin embargo, debe señalarse que el análisis de actividades es un modelo, mientras que la programación lineal es una técnica o un método para determinar soluciones numéricas.

En el análisis de actividades, las mercancías son las entidades del sistema, y pueden ser producidas por las actividades. Las actividades, por otra parte, son las que transforman a las mercancías de insumos a productos. La relación entre actividades y mercancías puede representarse, entonces, en una matriz A, en donde un elemento típico a^{mn} representa la cantidad de insumo o producto m requerido o producido por una actividad n. Los productos se representan positivamente, y los insumos negativamente.

Las restricciones V^m son elementos exógenos, y pueden ser mercancías básicas o demandas finales. Las demandas finales se representan positivamente, los insumos primarios negativamente, y las demandas intermedias con ceros. En la Figura 6, se muestra un arreglo simplificado, en donde las actividades han sido agrupadas en industrias, y en donde empleo y tierra han sido incorporados como mercancías. La matriz no tiene que ser cuadrada, ya que el número de actividades y mercancías no tiene que ser el mismo. Igualmente, una actividad puede producir y consumir la misma mercancía.

El aporte fundamental de la proposición de Broadbent es que se puede identificar a los coeficientes de la matriz con modelos de interacción espacial. Si se adopta este enfoque, es posible aplicar el análisis de actividades a áreas urbanas y, más aun, aplicar el modelo dual derivado de la programación lineal, para objetivos de evaluación. Por lo tanto, señala Broadbent, el modelo directo de programación puede ser útil para determinar la distribución de actividades que permita satisfacer ciertos niveles de demanda dados, y el modelo dual puede determinar la distribución de costos (o beneficios) por zona para la localización de residentes (costos).

	Actividades											**Restricciones**
	Industr. 1			**Industr. 2**			**Industr. 3**			....	**Deshecho**	
Mercancias	A^1	A^2	A^3	A^4	A^5	A^6	A^7	A^8	A^9	....		
Mercancia 1	a^{11}	a^{12}	a^{13}	a^{14}	a^{15}	a^{16}	a^{17}	a^{18}	a^{19}	....	a^{1z}	V^1
Mercancia 2	a^{21}	a^{22}	a^{23}	a^{24}	a^{25}	a^{26}	a^{27}	a^{28}	a^{29}	....	a^{2z}	V^2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮
Empleo	$-a^{L1}$	$-a^{L2}$	$-a^{L3}$	$-a^{L4}$	$-a^{L5}$	$-a^{L6}$	$-a^{L7}$	$-a^{L8}$	$-a^{L9}$	....		$-V^L$
Tierra	$-a^{11}$	$-a^{12}$	$-a^{13}$	$-a^{14}$	$-a^{15}$	$-a^{16}$	$-a^{17}$	$-a^{18}$	$-a^{19}$	....		*mínimo*

FIGURA 6. Elementos de una matriz de actividades/mercancías (los elementos sin signo pueden ser positivos o negativos).

Tómese como ejemplo el modelo de Lowry, cuyas ecuaciones fundamentales se repiten aquí por conveniencia:

Localización residencial:

$$R_i = \Sigma_j R_{ij} = \Sigma_j E_j u F_i^r \exp(-\beta^r c_{ij}) B_j$$

en donde R_i = población residencial en la zona i.

R_{ij} = población residencial en i que trabaja en j.

u = tasa de actividad (población total/empleo total).

F_i^r = superficie construida para uso residencial.

B_j = factor de balance = $\left[\Sigma_i F_i^r \exp(-\beta^r c_{ij})\right]^{-1}$

Localización de servicios:

$$E_j^S = \Sigma_i E_{ij}^S = \Sigma_i R_i v (W_j)^{\alpha} \exp(-\beta^S c_{ij}) A_i$$

en donde v = tasa de generación de servicios (empleo servicio total/población total)

W_j = atractor para el servicio

A_i = factor de balance = $\left[\Sigma_j (W_j)^{\alpha} \exp(-\beta^S c_{ij})\right]^{-1}$

El empleo total es $E_j = E_j^S + E_j^b$, en donde E_j^b es el empleo básico dado exógenamente, y E_j^S es el empleo de servicio. Los términos de balance B_j y A_i aseguran que $\Sigma_i R_{ij} = E_j$ y que $\Sigma_j E_{ij}^S = R_i$. Si ordenamos estos elementos en una matriz de actividades/mercancías, obtendremos el resultado de la Figura 7.

La explicación de la Figura 7 es la siguiente: las actividades residenciales producen empleo en j (arribaizquierda) e insumen servicios desde todas las demás zonas de acuerdo a los coeficientes correspondientes (medioizquierda). Las actividades básicas insumen trabajo desde todas las demás zonas (arribacentro) y producen bienes básicos en su propia zona (abajocentro). Las actividades de servicio insumen trabajo desde todas las zonas (arribaderecha) y producen bienes de servicio en su propia zona (medioderecha).

A partir de esta estructura, Broadbent estudia las posibilidades del modelo directo y de su derivado dual. Aquí sólo interesan, sin embargo, los conceptos básicos, y se desarrollará un ejercicio similar pero utilizando matrices de insumoproducto en lugar del análisis de actividades. Cabe destacar que otros investigadores han adoptado

FIGURA 7
Interpretación del Modelo de Lowry como una matriz de actividades/mercancías. (Broadbent, 1973).

		Actividades			Restricciones
		Residentes	Ind. Básicas	Ind. de Servicio	
		$R_1 \; R_2 \ldots \; R_i \ldots \; R_N$	$E_1^b \, E_2^b \ldots \; E_i^b \ldots \; E_N^b$	$E_1^s \, E_2^s \ldots \; E_i^s \ldots \; E_N^s$	
Empleo en lugar de residencia	zona 1 zona 2 ⋮ zona J ⋮ zona N	$+\frac{1}{u} \; 0 \ldots \; 0 \ldots \; 0$ $0 \; +\frac{1}{u} \ldots \; 0 \ldots \; 0$ ⋮ $0 \; 0 \ldots \; +\frac{1}{u} \ldots \; 0$ ⋮ $0 \; 0 \ldots \; 0 \ldots \; +\frac{1}{u}$	coeficientes $-F_i^r \exp(-\beta^r c_{ij}) B_j$	coeficientes $-F_i^r \exp(-\beta^r c_{ij}) B_j$	0 0 ⋮ 0 ⋮ 0
Bienes de Servicio	zona 1 zona 2 ⋮ zona j ⋮ zona N	coeficientes $-v\,(W_j)^a \exp(-\beta^s c_{ij}) A_i$	0	$+1 \; 0 \ldots \; 0 \ldots \; 0$ $0 \; +1 \ldots \; 0 \ldots \; 0$ ⋮ $0 \; 0 \ldots \; +1 \ldots \; 0$ ⋮ $0 \; 0 \ldots \; 0 \ldots \; +1$	0 0 ⋮ 0 ⋮ 0
Bienes Básicos	zona 1 zona 2 ⋮ zona j ⋮ zona N	0	$+1 \; 0 \ldots \; 0 \ldots \; 0$ $0 \; +1 \ldots \; 0 \ldots \; 0$ ⋮ $0 \; 0 \ldots \; +1 \ldots \; 0$ ⋮ $0 \; 0 \ldots \; 0 \ldots \; +1$	0	E_1^b E_2^b ⋮ E_j^b ⋮ E_N^b

puntos de vista similares a este. Así, por ejemplo, Garin (1966) interpretó el modelo de Lowry en forma matricial, generando una proposición muy similar al modelo de insumoproducto. Más recientemente MacGill (1977) toma la proposición de Broadbent como punto de partida para interpretar el modelo de Lowry como matriz de insumoproducto, aunque la proposición difiere un tanto de la que aquí se presenta.

La proposición de Mac Gill no es sólo una interpretación del modelo original, sino que logra además una extensión para cubrir todas las relaciones posibles dentro del sistema. Lo que aquí se propone es similar al trabajo de Mac Gill, pero realiza la derivación de manera diferente. Más que buscar extensiones al modelo original, las cuales siguen siendo factibles, aquí se persigue su generalización de tal forma que no sólo se trata de llenar los espacios vacíos que se ponen en evidencia al reformular el modelo en términos de insumoproducto, sino que además se busca la manera de incorporar un número no especificado de actividades a cualquier nivel: urbano, subregional, o regional.

Para simplificar la derivación, supóngase inicialmente un sistema de una sola zona, con las actividades agrupadas en las clásicas categorías: empleo básico y de servicio, y población residencial. Estos elementos pueden ordenarse como lo señala la Figura 8. El empleo básico es el único componente de la demanda final, dejando el servicio y la residencia como demandas intermedias. Tal como en el modelo de insumoproducto, la producción total será igual a la suma de todas las demandas intermedias, más la demanda final. Es decir, $R^s + R^b = R^*$, en donde R^s es la población relacionada al empleo de servicio y R^b es la relacionada al básico, siendo R^* la población total. El único insumo primario que se puede reconocer en el modelo de Lowry es tierra, aunque las relaciones estructurales no se hacen explícitas. En la Figura 8 también se muestra la matriz de coeficientes técnicos, a^{mn} que se deriva de la tabla. Utilizando notación anterior, la matriz puede expresarse como:

$$a^{mn}_{\bullet} = \left[\begin{array}{c:c:c} O & u & u \\ \hdashline v & O & O \\ \hdashline O & O & O \end{array}\right]$$

La relación estructural fundamental del sistema es similar al de la ecuación (5) $(X^m = \Sigma_n a^{mn}X^n + Y^m)$, y representa un proceso iterativo similar al método tradicional de resolver el modelo de Lowry. El procedimiento iterativo que se sugiere en la Figura 8 es evidente si se recuerda que para multiplicar una matriz por un vector se debe proceder:

$$\left[\begin{array}{c:c:c} O & a & b \\ \hdashline c & O & O \\ \hdashline O & O & O \end{array}\right] x \left[\begin{array}{c} O \\ \hdashline O \\ \hdashline d \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c:c:c} OxO & axO & bxd \\ \hdashline cxO & OxO & Oxd \\ \hdashline OxO & OxO & Oxd \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} bxd \\ \hdashline O \\ \hdashline O \end{array}\right]$$

De esta manera, en la primera iteración la demanda final E^b genera población en la columna denominada sector básico, al multiplicarse por $a^{mn} = R^b/E^b\ (=u)$. En la segunda iteración, sin embargo, esa población va a generar empleo de servicio, al multiplicarse por $a^{mn} = v$. Así, a través del procedimiento iterativo, el sistema converge en una solución al haberse generado todos los empleos de servicio y toda la población.

$$a^{mn} \left[\begin{array}{c:c:c} O & \frac{R^s}{E^s} & \frac{R^b}{E^b} \\ \hdashline \frac{R^*}{E^s} & O & O \\ \hdashline O & O & O \end{array}\right]$$

destinos / orígenes	Demanda intermedia			Demanda Final	Producc. Total
	Población	Sector Servicio	Sector Básico	$\mathbb{Y}$	$\mathbb{X}$
Población	O	R^s	R^b	O	R^*
Sector Servicio	E^s	O	O	O	E^s
Sector Básico	O	O	O	E^b	E^b
Insumos Primarios	L^s	L^{rs}	L^{rb}	L^b	L^*

FIGURA 8 El modelo de Lowry como insumo-producto, considerando una sola zona.

Si ahora se introducen varias zonas al sistema, los elementos pueden ser arreglados como se indica en la Figura 9, en la cual se representan los coeficientes técnicos en la matriz, más que las cantidades.

En la primera iteración, el empleo se transforma en población en el lugar de residencia con los coeficientes $\{u\ F_j^r\ \exp\ (-\beta^r\ c_{ij})\ A_j\}$, con lo cual se genera una primera cantidad de población total en cada zona en el vector de producción total. En la segunda iteración, una cierta cantidad de empleo de servicio será generada a través de los coeficientes $\{v\ (W_j)^\alpha\ \exp\ (-\beta^s\ c_{ij}^{s\cdot})\ A_i\}$, la cual es agregada también al vector de producción total. En la tercera iteración, los residentes generarán una nueva cantidad de empleo de servicio, pero al mismo tiempo, el empleo de servicio generado en la iteración anterior será transformado en población en el lugar de residencia y sumada a la población acumulada en el vector de producción total. Este proceso iterativo continúa hasta que se converge en una solución.

FIGURA 9 Representación del modelo de Lowry como matriz de insumo-producto multi-zonal.

		Demanda intermedia			Demanda Final	Producción Total
		Población	Emp. Servicio	Emp. Básico		
		zonas $1 \ldots i \ldots N$	zonas $1 \ldots i \ldots N$	zonas $1 \ldots i \ldots N$	Y_i^n	X_i^n
Población	zonas $1 \ldots j \ldots N$	0	$\mu F_j^r \exp(-\beta^r C_{ij}) A_i$	$\mu F_j^r \exp(-\beta^r C_{ij}) A_i$	0	$R_1 \ldots R_i \ldots R_N$
Empleo Servicio	zonas $1 \ldots j \ldots N$	$v(W_i)^\alpha \exp(-\beta^s C_{ij}) A_i$	0	0	0	$E_1^s \ldots E_i^s \ldots E_N$
Empleo Básico	zonas $1 \ldots j \ldots N$	0	0	0	$E_1^b \ldots E_i^b \ldots E_N^b$	$E_1^b \ldots E_i^b \ldots E_N^b$

En general los coeficientes pueden formalizarse de la siguiente manera:

$$a_{ij}^{mn} = a^{mn} T_{ij}^n \qquad (32)$$

Como puede verse, los coeficientes pueden dividirse en dos términos: un término intersectorial, a^{mn}, y una función interzonal T^n. Nótese que $a^{21} = a^{31} = u$, ya que en el modelo original no se hace ninguna distinción entre la población generada por el empleo básico y la generada por el empleo de servicio; esta diferenciación podría ser incorporada de contarse con la información adecuada. Finalmente, nótese que $a^{32} = 0$, ya que tampoco se ha considerado empleo de servicio generado por el empleo básico; todo el empleo de servicio ha sido generado a través de la población residencial, pero esto es algo que también podría ser mejorado de contarse con la información correspondiente. Igualmente aquí sólo se ha incorporado al empleo básico como demanda final, pero esto podría considerarse como restrictivo en un modelo de insumoproducto. Es posible distinguir varios sectores en la demanda final, tales como industria, agricultura, minería, gobierno, etc., introduciendo los coeficientes que corresponda.

5/ GENERALIZACIÓN DEL INSUMO-PRODUCTO ESPECIALIZADO

El objetivo de esta sección es el desarrollar una versión más general del modelo que se acaba de presentar, mediante la introducción de un número no especificado de actividades en la matriz de insumo-producto, integrando luego al modelo los mecanismos de generación de renta edilicia que se evidencian en el sistema. Todas las actividades, tales como los distintos tipos de empleo o población de diversos niveles de ingreso, pueden ser incorporados ahora al modelo, y serán denominados en general, como sectores *m* o *n*. Una ordenación posible se muestra en la Figura 10. Potencialmente, todos los sectores pueden aparecer en la

			Demanda intermedia				**Demanda Final**	**Producción Total**
			Sectores n					
			n = 1	n = 2	....	n = M		
			zonas j 1 2..... N	zonas j 1 2...... N	....	zonas j 1 2.... N	Y_i^m	X_i^m
Sectores m	m = 1	**zonas i** 1 2 . . . N	O	$\left[a_{ij}^{21}\right]$	. . . . .	$\left[a_{ij}^{m1}\right]$	O	X_1^1 X_2^1 . . X_N^1
	m = 2	**zonas i** 1 2 . . . N	$\left[a_{ij}^{12}\right]$	O	. . . . .	$\left[a_{ij}^{m2}\right]$	O	X_1^2 X_2^2 . . X^2
		. . . .	. . . .	. . . .			. . . .	. . . .
	m = M	**zonas i** 1 2 . . . N	O	O	. . . . .	O	Y_1^M Y_2^M . . Y_N^M	X_1^M X_2^M X_N^M

FIGURA 10 Generalización del modelo de insumo-producto espacializado.

demanda final, pero probablemente se excluyen de ella los sectores residenciales. En la Figura 10 se ha incluido un solo sector en la demanda final, pero esto en ningún caso debe ser considerado como una regla general. Los coeficientes a_{ij}^{mn} se definen como en la ecuación (32).

Este modelo muy general para la generación y localización de actividades puede ser integrado, ahora, con un mecanismo de generación de renta (similar al desarrollo en el artículo de Urbana Nº 1). El resultado de esta integración se muestra en la Figura 11, que considera tres procesos iterativos:

1/ Para la convergencia de la generación de actividades a través del efecto multiplicador (similar al de las Figuras 2 y 5).

2/ Para equilibrar el mercado de la tierra.

3/ Para equilibrar el mercado de las edificaciones.

Para el primer proceso iterativo se comienza con uno o más sectores exógenos localizados en el espacio. Estos sectores exógenos generan actividades en otros sectores y zonas que, a su vez, en la siguiente iteración, generan nuevas actividades. Este proceso continúa hasta que se alcanza el equilibrio, estado en el cual se puede estimar la producción total mediante la suma de todas las demandas intermedias más la demanda final dada. Los valores resultantes en el vector de producción total indicarán los niveles de actividad en cada sector y zona, tales como población o empleo. Ya que estas actividades habrán sido localizadas a través de modelos de interacción espacial, se obtendrá también la distribución de flujos entre sectores y regiones. Igualmente será posible construir indicadores de accesibilidad e índices de evaluación para usuarios en forma consistente con el modelo.

Una vez que se hayan localizado las actividades totales, será posible calcular el consumo de tierra por actividades, aplicando funciones de demanda adecuadas. La demanda de tierra por actividad será una función de su precio o renta:

$$L_j^n = f(X_j^n, r_j^t, \lambda^n), \qquad (33)$$

en donde L_j^n es la cantidad de tierra demandada por el sector n en la zona j, X_j^n es el nivel de actividad tipo n en j (en términos de empleo o población), r_j^t es el precio o renta de la tierra en la zona j, y λ^n es la elasticidad del sector n con respecto al precio de la tierra. Para iniciar el segundo proceso iterativo que equilibra el mercado de la tierra se deberá hacer estimaciones iniciales del precio de la tierra, que a falta de mejores estimaciones puede ser $r_j^t = O$ para todo j.

La demanda total de tierra en cada zona será:

$$L_j = \Sigma_n L_j^n \qquad \textbf{(34)}$$

Esta demanda total de tierra en cada zona deberá ser comparada con la

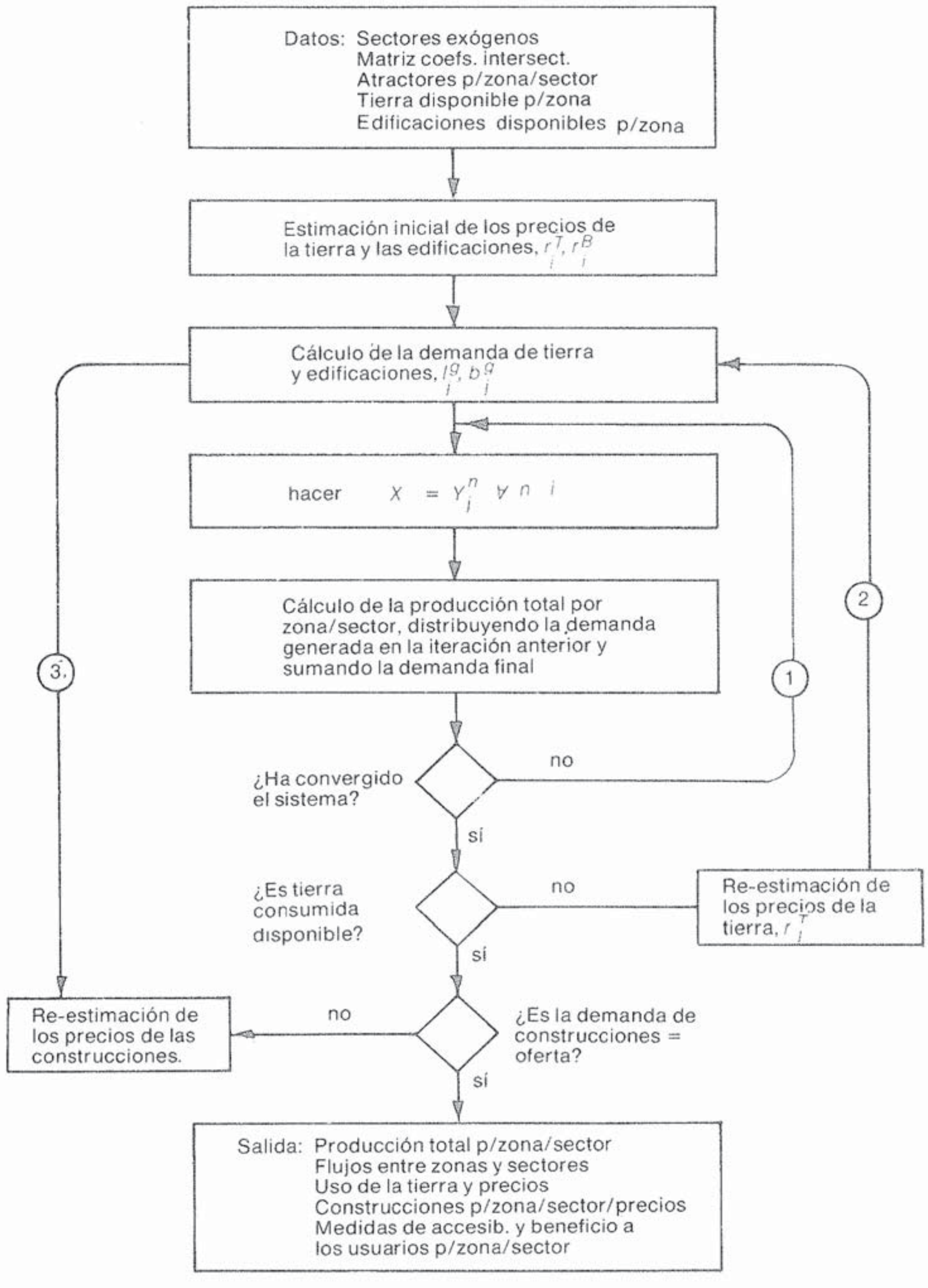


FIGURA 11 Modelo integrado de localización y renta con un procedimiento de insumo-producto

oferta de tierra, L', que se supone fija y exógena al modelo. Si $L_j > L'_j$ es decir, si la demanda es superior a la oferta en una o más zonas, quiere decir que las estimaciones de los precios, r_j^t, eran muy bajas. Igualmente, si $L_j < L'_j$ las estimaciones iniciales de r_j^t fueron muy altas. En ambos casos se debe re-estimar los valores de r_j^t, con lo cual, se comenzará un nuevo ciclo iterativo. Las iteraciones terminan cuando $L_j = L'_j$ en todas las zonas.

Para equilibrar el mercado de las edificaciones se procede de manera similar. Una vez equilibrado el mercado de la tierra se procede a estimar la demanda de espacio construido en cada zona para cada actividad B_j^n

$$B_j^n = f(X_j^n, r_j^b, \gamma^n), \tag{35}$$

en donde r_j^b es el precio de las edificaciones en la zona j (utilizando estimaciones iniciales en la 1ª iteración), y γ es la elasticidad de la demanda del sector n con respecto al precio de las edificaciones. La demanda total de espacio construido en cada zona será:

$$B_j = \Sigma_n B_j^n \tag{36}$$

Esta demanda total, de espacio construido en cada zona deberá ser comparada con la oferta, B'_j que, al igual que la tierra, es considerada fija y dada exógenamente. Si $B'_j \neq B_j$, es decir, si la demanda es distinta de la oferta, quiere decir que las estimaciones previas del precio deben ser corregidas. De lo contrario, si $B'_j = B_j$, el mercado de edificaciones estará equilibrado.

Para que estos mecanismos de mercado sean consistentes con el modelo, tanto el precio de la tierra como el de las edificaciones y sus respectivas elasticidades deberán estar incluidas en la función de utilidad. En las ecuaciones **(27)** y **(28)** sólo se incluyó el costo y elasticidad del transporte, $exp(-\beta^n c_{ij}^n)$. Esta deberá ser reemplazada por:

$$exp(-\beta^n c_{ij}^n + \lambda^n r_j^t + \gamma^n r_j^b) \tag{37}$$

Cuando los tres procesos iterativos convergen en una solución de equilibrio, la secuencia de cálculo termina. Con ello se habrán determinado los niveles de actividad de cada zona y sector, los flujos entre sectores y zonas, y el uso y precio de la tierra y las edificaciones. Complementariamente, y debido al enfoque de utilidad en que están basados los modelos de distribución de la demanda, será posible estimar indicadores de beneficio económico para cada zona y sector, e indicadores de accesibilidad.

6/ ELASTICIDADES Y PRECIOS EN TODOS LOS SECTORES

En la sección anterior se derivó un modelo general de insumo-producto regionalizado. Para su utilización en un área urbana se incluyeron tres mecanismos de mercado: tierra, edificaciones y transporte. El mercado de transporte no fue explicitado, ya que para ello se requiere de la integración de dicho modelo con uno de transporte. Los modelos de transporte tienen precisamente por objeto el equilibrar la demanda de transporte, en términos de viajes de personas o mercancías, con la oferta, en términos de capacidad de las vías, disponibilidad de medios de transporte, costos de operación, capacidad de depósitos y terminales, etc. Del equilibrio entre demanda y oferta de transporte surge un conjunto de precios en términos de tiempos y costos, que se resumen en el término c_{ij}^{n} de las ecuaciones. Una descripción detallada de este procedimiento excede los alcances del presente artículo.

Por su carácter macro-económico, la mayoría de los modelos de insumo-producto no hacen explícitos los mecanismos de mercado. Se supone entonces que los precios de las mercancías que se transan en el sistema no varían según las relaciones oferta-demanda. Más aun, se supone que el consumo de un determinado sector (final o intermedio) es constante e independiente del precio. En otras palabras, supone que la demanda final o intermedia es infinitamente inelástica, lo cual, para un modelo general como el que se pretende desarrollar aquí, es un supuesto irrealista.

Para introducir elasticidades variables en todos los sectores, es posible generalizar los mecanismos de mercado y las funciones de consumo planteadas para tierra, edificaciones y transporte. Estos tres elementos serían sólo algunos de los que se deberán considerar en el sistema, y a ellos habría que agregar el mercado laboral (en base a las relaciones demanda-oferta de empleo) y tantos mercados como sectores productivos se hayan incluido en el modelo.

Esto sugiere un mecanismo general de equilibrio del sistema para cada período, el cual se expresa en forma simplificada en la Figura 12. Al igual que en el modelo anterior, se debe comenzar con la demanda final por sector y zona dada exógenamente. Sin embargo, en lugar de recibir exógenamente los coeficientes técnicos a_{i}^{mn}, sólo se requieren las elasticidades de cada sector y zona, ya que se va a suponer que los coeficientes podrán variar de acuerdo a los precios de cada sector. Complementariamente se requerirá de los parámetros de aglomeración de cada sector, y los atractores, capacidades y costos de producción por zona y sector.

El proceso de cálculo comienza por la estimación de un conjunto inicial de precios de las mercancías por zona y sector, r_{j}^{n}. Para ello se podrá suponer que los precios son iguales al costo de producción en cada zona y sector, más una tasa de ganancia mínima para el productor. Para el caso del trabajo se supondrá mínimo (igual a subsistencia) y el precio de la tierra y las edificaciones será igual al costo.

Con estas estimaciones iniciales de precios es posible calcular la matriz de coeficientes intersectoriales:

$$a_i^{mn} = f(\lambda_i^{mn} \ , \ p_i^{mn}) \qquad \textbf{(38)}$$

en donde a_i^{mn} representa la cantidad del producto n que se requiere para producir una unidad del producto m en la zona i. La ecuación **(38)** dice que esta cantidad será función del precio que deberá pagar el sector m por traer la mercancía n desde las zonas de producción en j a la zona i, p_i^{mn}, y de la elasticidad del sector m con respecto al precio del producto n en la zona i, λ_i^{mn}. Como en el comienzo de la primera iteración no se conocen los flujos, es decir, todavía no se sabe de dónde provienen las mercancías para satisfacer la demanda en i, se debe suponer que el precio p_i^{mn} es igual al precio de producción en la misma zona, r_i^n más el costo de transporte intrazonal, c_{ii}.

Con este primer conjunto de coeficientes a_i^{mn} es posible distribuir la demanda a los sectores y zonas de producción, utilizando las ecuaciones **(27)** y **(28)** modificadas por **(37)**. Como la producción intermedia debe ser satisfecha a través de nuevos insumos, se genera el primer proceso iterativo indicado en la Figura 12. Luego de varias iteraciones el sistema converge, pudiéndose estimar la producción total en cada sector y zona a través de la suma de todas las demandas intermedias más la demanda final. Igualmente se habrá obtenido el flujo de mercancías X_{ij}^{mn} estimado en base a los precios iniciales. Con estos flujos es ahora posible calcular los precios efectivamente pagados por la demanda:

$$p_i^{mn} = \frac{\Sigma_j \ X_{ij}^{mn} \ c_{ij}^n \ r_j^n}{\Sigma_j \ X_{ij}^{mn}}$$

La ecuación **(39)** representa el precio unitario promedio ponderado por los flujos. Cada flujo X_{ij}^{mn} es multiplicado por el costo unitario de transporte, c_{ij}^n y por el precio de la mercancía en la zona de producción, r_j

La etapa siguiente es comparar la producción por sector y zona con la capacidad instalada, ya que ésta no puede ser sobrepasada. En este sentido, la producción por sector y zona que se había calculado corresponde a una "demanda de producción", que en el estado de equilibrio deberá ser igual a la oferta (esto está garantizado por la ecuación **(28)**) e igual o inferior a la capacidad instalada.

Si la "demanda de producción" es inferior a la capacidad instalada en una zona y sector determinados, los precios mínimos iniciales permanecerán inalterados. Si, por el contrario, la "demanda de producción" resulta superior a la capacidad instalada, quiere decir que los precios pueden ser incrementados en esa zona y ese sector.

Con estas estimaciones, el proceso de cálculo vuelve a la estimación de los coeficientes a_i^{mn}, con lo cual se genera el segundo proceso iterativo indicado en la Figura 12. En la segunda iteración, los valores de p_i^{mn} de la ecuación **(38)** ya no son los mínimos calculados al comienzo, sino los estimados en la ecuación **(39)** (las elasticidades, λ_i^{mn} permanecen constantes en todas las iteraciones). Nótese que los nuevos precios calculados por exceso de "demanda de producción" todavía no producen su efecto, sino a partir de la tercera iteración.

Cuando el segundo proceso iterativo converge, la capacidad instalada no será sobrepasada en ningún sector ni zona. En algunos sectores y zonas, sin embargo, puede ocurrir que la producción sea inferior a la capacidad instalada. Igualmente, los precios de cada sector podrán ser diferentes de una zona a otra, así como los salarios. En este último caso la demanda corresponde a la demanda de mano de obra, y la capacidad instalada corresponde a la población económicamente activa en cada zona o región, si la producción, es decir, la población efectivamente ocupada, es inferior a la capacidad instalada, querrá decir que en esa región se genera desempleo.

Finalmente, es necesario destacar que en las ecuaciones **(27)** y **(28)** se incluyó un término atractor, W_j^n, que en la mayoría de los casos estará representado por la capacidad instalada, aunque puede incluir también otros términos. Esto puede acelerar el proceso de convergencia. Nótese que la tasa de ganancia puede ser diferente para cada región y sector, y se evalúa por la relación entre el precio obtenido por los productores y su costo de producción. Nótese también que el sistema puede incluir importaciones y exportaciones.

7/ RELACIONES DINÁMICAS EN EL SISTEMA

Existen dos aspectos fundamentales de la dinámica del sistema propuesto en la sección anterior. El primero de ellos se deriva del tiempo de respuesta o "lapso" que existe entre el surgimiento de una demanda determinada y su provisión por el sector productivo. El segundo elemento se refiere a la forma como varía en el tiempo la capacidad instalada en cada zona y sector.

Con respecto al primero de los factores dinámicos, es obvio que cuando se produce un incremento en la demanda final en una zona y sector determinados, la provisión por parte de los sectores productivos no puede ser instantánea, ya que llevará un cierto tiempo el programar sus actividades, y existirá el tiempo de producción propiamente tal, almacenaje, transporte, venta, etc. Por otra parte, como la demanda estará bastante agregada en sectores amplios en el modelo, en la realidad se trata de una serie de productos cuya demanda no es constante en el tiempo. Un ejemplo extremo puede servir para ilustrar este punto: la construcción de una represa hidroeléctrica estará representada, probablemente, como una gran demanda final en el sector

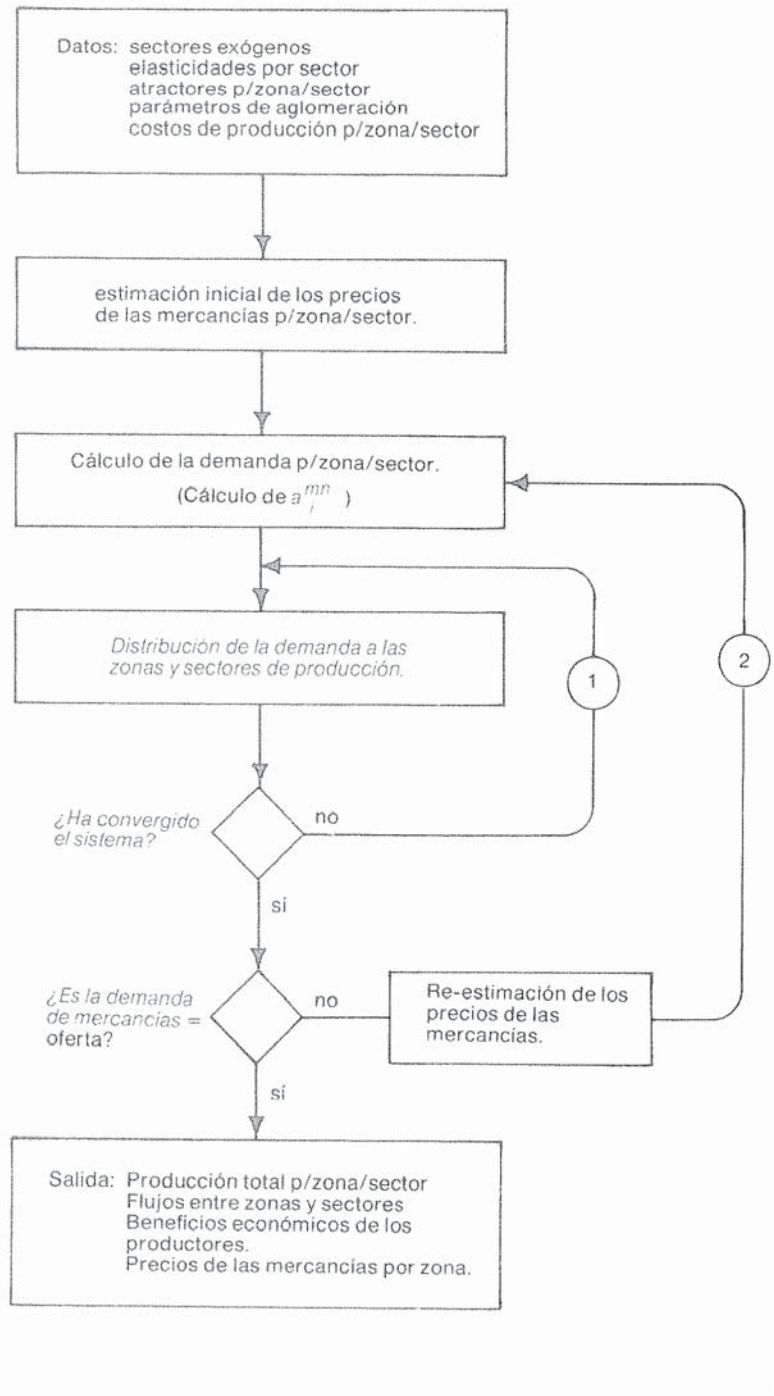


FIGURA 12 Modelo general de insumo-producto regionalizado con múltiples mercados y elasticidades variables.

construcción, requiriendo una serie de productos intermedios calculados a través de los coeficientes a_i^{mn}. Sin embargo, en la primera etapa de la construcción habrá, supóngase, gran cantidad de movimientos de tierra; luego surgirá una fuerte demanda de hierro y cemento; en la etapa final se insumirán cantidades importantes de maquinarias y equipos eléctricos.

Idealmente, se debería extender la representación dinámica del modelo, introduciendo un subíndice temporal a los coeficientes técnicos. Así, los elementos a_i^{mn} se transformarían en ${}^{t}a_i^{mn}$, y representarían el flujo unitario de mercancías del sector m al n durante el período t. De esta manera, el flujo de mercancías no sería instantáneo, sino que tomaría cierto tiempo para que los flujos pasaran de un sector a otro, generando así una serie en el tiempo ${}^{1}a_i^{mn}$, ${}^{2}a_i^{mn}$, ${}^{3}a_i^{mn}$, ..., en donde $\Sigma_t \, {}^{t}a_i^{mn} = a_i^{mn}$

En estas circunstancias, para un conjunto dado de demandas finales $Y_i^{t=1}$, el sistema reaccionaría con una serie de matrices de demanda intermedia, una para cada período. El problema es que esta manera de tratar el tiempo, aunque parezca muy atractiva desde el punto de vista teórico, sería extremadamente difícil de llevar a la práctica, ya que requeriría de un conocimiento muy detallado del comportamiento dinámico del sistema. Ya que en la realidad aparecen nuevas demandas finales en cada período, resultaría imposible aislar el efecto de cada conjunto en el tiempo.

Existen, felizmente, algunas estrategias que pueden ser adoptadas para minimizar el fenómeno señalado. En primer lugar, si es que se trabaja con períodos muy seguidos, el peligro es mayor, de tal forma que entre un período y otro deberá mediar una cantidad razonable de tiempo. Luego, si existen algunos proyectos "traumáticos", como el ejemplo de la represa, cuyo período de ejecución sobrepasa el tiempo que media entre un período y otro, entonces éste deberá ser separado en varias etapas.

El segundo aspecto dinámico posee un carácter diferente. De una situación de equilibrio como la descrita en el capítulo anterior, surgen, como se mencionó, tasas de ganancia diferenciales para cada zona y sector, debido a la situación específica en que cada sector se encuentra con respecto a las relaciones demanda-oferta y con respecto a la localización en el espacio. En el modelo descrito, la capacidad instalada en cada período es fija y dada exógenamente. La capacidad instalada incluye, naturalmente, no sólo la capacidad de producción, sino también la mano de obra, la tierra, las edificaciones y el transporte.

Si se supone un sistema de libre mercado y un número muy grande de productores en cada sector y zona, entonces ningún sector podrá controlar el mercado en ninguna zona. En estas circunstancias, que se podrían denominar como *de mercado amplio* (gran cantidad de productores en competencia imperfecta), cada productor evalúa su situación en el tiempo t, descrita en términos de su tasa de ganancia, y según esta evaluación programa su nivel de actividades para el tiempo $t+1$. Así, si en un período determinado existió una tasa de ganancia muy alta, debido, supóngase, a una alta demanda en una zona determinada con respecto a una capacidad instalada relativamente baja, entonces los productores de esa zona y ese sector tenderán a aumentar su capacidad de producción para el período siguiente. Por el contrario, una tasa de ganancia negativa en el período t producirá una baja en la capacidad instalada del período $t+1$ ya que los sectores productivos tenderán a liquidar sus bienes de capital.

En el caso de aquellos sectores que pueden ser considerados dentro de la definición de mercado amplio, sería posible establecer una función relativamente simple para simular su capacidad de oferta en el tiempo $t+1$ en función de las condiciones imperantes en el período t. Naturalmente, el crecimiento o decrecimiento de cada sector dependerá también de las características macroeconómicas del sector, que serían exógenas a este sistema de interés. Si designamos como q_i la capacidad instalada del sector m en i en el tiempo t, entonces:

$$^{t+1}q^m = f(^{t+1}q^m, \ ^tr^m_i / ^tk^m_i, \ \varnothing^m) \tag{40}$$

Es decir, la capacidad instalada del sector m en la zona i en el período $t+1$ será función del nivel de todo el sector m en el tiempo $t+1$, $^{t+1}q^m$, de la relación entre el precio de la mercancía, $^tr^m_i$, y el costo de producción, $^tk^m_i$, y de un parámetro $\varnothing^m$. El parámetro reflejaría, por una parte, la rapidez de reacción del sector m, y por otra parte reflejaría el nivel de concentración del sector.

Es clara la interpretación de este modelo dinámico de la oferta para los sectores productivos. Para el caso de la mano de obra el modelo deberá interpretarse como que la cantidad de población activa por zona y sector es fija en cada período. Sin embargo, en cada período, la población evalúa su situación $^tr^m_i / ^tk^m_i$, que en este caso es la relación salario/costo de vida, y según ello considera la migración inter-sectorial e inter-regional para el período $t+1$. Los aumentos o disminuciones de población por región y sector estarían restringidos por el crecimiento de la población total, $^{t+1}q^m$ (para m = trabajo).

Igual situación puede plantearse para la tierra, edificaciones y transporte. Así, por ejemplo, el total de nuevas construcciones que se espera existirán para el período $t+1$ se distribuirá en las zonas de acuerdo a la relación entre precio y costo en el período t. Para el caso del transporte, cada situación debe ser analizada a nivel de ruta. Si la relación demanda/oferta de viajes en una ruta determinada significó precios muy altos en el tiempo t, se puede esperar que la capacidad de esa ruta aumente en el tiempo $t+1$.

Existen, sin embargo, diversas circunstancias que pueden afectar las relaciones dinámicas de la ecuación **(40)**. Las dos circunstancias más comunes, que pueden denominarse como *mercados restringidos*, son la intervención del Estado y los sectores monopólicos, estos últimos definidos como muy pocos productores en una zona y sector, o muchos productores de comportamiento solidario.

Si el mercado se restringe por la intervención del Estado, entonces la función **(40)** pierde validez. El Estado programará sus actividades para el período $t+1$ de acuerdo a ciertos objetivos socio-económicos; si éstos están bien definidos, un modelo como el de insumo-producto regionalizado descrito anteriormente, será precisamente la herramienta que permitirá, a través de sucesivas corridas, evaluar la estrategia de desarrollo más adecuada o acorde con los objetivos. Resulta notable comprobar que si el mercado está restringido por la acción de los sectores monopólicos, el modelo es igualmente válido y útil para determinar, tras sucesivas pruebas, cuál es la estrategia más recomendable para el sector, aunque ésta estará condicionada, obviamente, por objetivos socio-económicos bien diferentes a los que se pueda plantear el Estado.

Lo concreto es que no hay manera de predecir los sectores de oferta cuando en ellos existen deformaciones de carácter monopólico, de tal manera que el uso del modelo debe orientarse a probar diferentes alternativas futuras basadas en hipótesis de comportamiento. Para el caso de la intervención del Estado, el modelo servirá para explorar la política más adecuada, y para estimar el efecto que dichas políticas producirán sobre los demás sectores. Igualmente, el poder predecir las tasas de ganancia en los distintos sectores y zonas le permitirá estimar posibles tarifas y subvenciones a aquellos que afronten pérdidas, o impuestos especiales si es que le interesa captar plusvalías provenientes de inversiones públicas. Para el caso de los sectores privados monopólicos, la única manera de estimar su comportamiento futuro es simular distintas políticas a futuro, y luego suponer que la más probable es aquella que maximice los beneficios del sector en esa zona. Nótese que aquí se está considerando no sólo el concepto de monopolio económico, sino también el monopolio espacial.

8/ CONCLUSIONES

El objetivo de este artículo era integrar el modelo de insumo-producto con los de interacción espacial, para desarrollar un modelo muy general con un número no especificado de sectores y zonas. De esta manera los problemas de localización, accesibilidad, renta, flujos y relaciones productivas, pueden ser tratados dentro de un marco teórico común.

Con este objetivo en mente se revisaron los fundamentos del modelo de insumo-producto y se consideró el problema de su desagregación espacial. Tomando como punto de partida la proposición de Wilson, se derivó una forma de insumo-producto espacializado, en que, a diferencia del anterior, los flujos son definidos inter-sectorialmente además de inter-regionalmente. Estos flujos entre sectores y zonas, se demostró, pueden ser simulados con un modelo de interacción espacial, sobre todo si lo consideramos desde el punto de vista de su interpretación económica.

Luego se exploraron las posibilidades de aplicar el modelo de insumo-producto espacializado a nivel urbano, basándose en las interpretaciones que Broadbent (1973) y Mac Gill (1977) hacen del modelo de Lowry. Una nueva interpretación del modelo de Lowry fue propuesta, de la cual surgen numerosas posibilidades de mejorar el modelo original: por un lado es posible incorporar relaciones entre todos los sectores del sistema y, por otro lado, las posibilidades de desagregación del sistema aumentan enormemente al considerar un número no-especificado de sectores.

Con esta base se elaboró un modelo muy general, en el cual el proceso iterativo que permitía generar el efecto multiplicador fue combinado con los mecanismos de generación de renta de la tierra y de las edificaciones. Como resultante se obtiene un modelo operativo que puede ser aplicado tanto a nivel urbano como regional, y que combina los niveles macro- y micro-económicos dentro de una estructura común.

Como una extensión se introdujo al modelo el supuesto de que todos los sectores podían estar sujetos a mecanismos de mercado, suponiendo que la demanda inter-sectorial era elástica con respecto a los precios. El modelo propuesto supone que en cada período la capacidad instalada de cada sector y en cada zona es fija, y sólo podrá variar en el período siguiente. El algoritmo comienza con precios mínimos en cada zona y sector, y en base a establecer equilibrios entre oferta y demanda, estima los niveles de precio y, por ende, los de consumo. El mecanismo iterativo va transfiriendo los aumentos o disminuciones de precios de un sector a otro. El equilibrio al cual se llega al final, como se destacó, no implica necesariamente que existe competencia perfecta ni que los recursos son asignados en forma óptima, como es el caso en los modelos micro-económicos; más bien el equilibrio perfecto es considerado como una caso especial (límite) del sistema. De hecho el sistema propuesto supone, y estima, tasas de ganancia diferenciales por sector y zona.

Finalmente se discuten las características dinámicas del sistema, y son precisamente las tasas de ganancias diferenciales las que se toman como punto de partida para predecir el comportamiento dinámico de los sectores de producción. Básicamente se supone que la capacidad instalada de cada sector y zona en un período determinado estará determinado por el nivel que tenía en el período anterior, por la tasa de ganancia que obtuvo, y por el crecimiento global del sector durante el período. Este último se supone exógeno al sistema. Esta lógica de desarrollo dinámico del sistema puede ser distorsionada, sin embargo, por la acción del Estado y la acción de sectores monopólicos, sugiriéndose en cada caso, la forma en que debe ser utilizado el modelo.

La forma del modelo al cual se llega puede aparecer como demasiado compleja para ser llevada a la práctica. Sin embargo, es necesario destacar que su estructura general es lo suficientemente flexible como para acomodar en ella modelos que sean tan simples como se desee, desde un modelo de Lowry probado en tantas circunstancias diversas, hasta modelos más complejos como es el caso del aplicado al Estado de São Paulo (SONDOTECNIA, 1978). De esta forma el nivel de agregación de las variables, el número de sectores y zonas, el número de tipos de mercado, las elasticidades y precios a ser introducidas en el sistema, dependerán de las necesidades del analista y de la disponibilidad de información.

Por otra parte, es importante destacar que un modelo como el descrito no sólo debe ser considerado como herramienta de análisis, centrando el interés en lo empírico. También es importante considerarlo como un marco conceptual que oriente el diseño de políticas de desarrollo. Así, por ejemplo, el modelo de polos y focos, que debe entenderse como un marco conceptual para la elaboración de políticas de desarrollo regional, está basado en el modelo de renta regional y en el modelo de base económica. Ambos modelos suponen que el nivel de ingreso de una región es función del nivel de exportaciones; un incremento en éstas genera un incremento más que proporcional en el ingreso (efecto multiplicador). Se supone apriorísticamente que el efecto multiplicador tendrá efecto en la región misma, por lo cual la política regional más adecuada es aquella que, aprovechando determinadas ventajas de la región, aumente el nivel de exportaciones. El sistema regional es visto, entonces, como un conjunto de polos que poseen determinadas ventajas comparativas; la inversión en los sectores más aptos de cada polo produce el efecto de manchas de tinta sobre un papel secante, irradiando su efecto multiplicador en torno a cada polo.

La aplicación de la teoría de polos y focos ha sido muy polémica y entra a la palestra en cada oportunidad. Por una parte la crítica de los teóricos ha sido amplia y bien fundamentada, y por otra parte los efectos prácticos de la aplicación en cada caso (nuevas ciudades, polos industriales, nuevas capitales administrativas, etc.) no han sido los esperados. En muchos casos puede considerarse que para determinados objetivos económicos y sociales, las aplicaciones han sido exitosas, pero en lo que no cabe duda es en el hecho de que el efecto "mancha de tinta" no se ha producido en la gran mayoría de ellos.

Parece evidente que el centro del problema está en el supuesto simplificativo de que el efecto multiplicador tiene lugar, espacialmente, en el entorno inmediato del polo. En el modelo que aquí se ha planteado no se utiliza este supuesto, y el efecto multiplicador es explícitamente distribuido sectorial y espacialmente. De esta manera, si llega a surgir un aumento en la demanda final en un determinado sector y región, el modelo distribuye los efectos inducidos en todos los sectores y regiones en función de la capacidad instalada de cada uno, de los costos de producción, transporte, tierra y mano de obra, y de las respectivas elasticidades, tanto de los sectores de demanda como de oferta. La capacidad de una determinada región para retener los efectos inducidos en su propio entorno espacial dependerá, entonces, de su situación dentro del sistema regional, y variará de un sector a otro, aun dentro de una misma región.

Puede ocurrir, entonces, que se realice una inversión en una región y sector determinados que aumenta su capacidad instalada y que representa una demanda final determinada. Puede ocurrir, dentro de la concepción del sistema propuesto aquí, que sólo la fase final del proceso productivo se lleve a cabo en la región misma, ya que ésta ha sido definida exógenamente y en forma voluntarista. Pero el resto de los efectos pueden producirse en regiones distintas de aquella en la que se realizó la inversión. Lo más probable será que aquellas regiones que posean una localización más ventajosa (más centrales) y que ya posean una infraestructura productiva más fuerte, absorban una mayor parte de los flujos. Este será el tipo de regiones que tendrá una mayor capacidad de "retención" de las inversiones.

Aquí no se analizan en detalle las implicaciones del modelo propuesto en términos de políticas de desarrollo regional; sin embargo, parece útil para proveer un marco teórico para dicha discusión. Más aun, si se pone en práctica y alimenta con información pertinente, puede proveer la base empírica para la discusión de un caso concreto. Lo que sí es claro es que si logra ser puesto en funcionamiento (las experiencias hasta ahora realizadas demuestran que sí es posible), la sola comprobación de la validez de sus hipótesis demuestra que el modelo de polos y focos puede conducir a errores importantes en el diseño de políticas regionales. Los modelos de renta regional y de base económica pueden seguir siendo válidos a nivel nacional, suponiendo que los flujos internacionales son relativamente pequeños, pero no pueden explicar el funcionamiento interno del sistema regional mismo.

Agradecimientos

El autor quisiera manifestar su agradecimiento a los investigados del Martin Centre for Architectural and Urban Studies de la Universidad de Cambridge, Inglaterra, en especial al Dr. M. Echenique. Igualmente agradezco a los investigadores del Instituto de Urbanismo de la U.C.V., y en forma específica a Marta Abeucci por su colaboración directa en este artículo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BROADBENT, T.A., (1973). *Activity Analysis of Spatial Allocation Models,* CES WP 82, Londres, Centre for Environmental Studies.
DE LA BARRA, T., (1980). "Teoría Micro-económica e interacción espacial", en *Urbana,* Nº 1, Caracas, Instituto de Urbanismo, UCV, junio de 1980, p. 871-35.

GARIN, G.A., (1966), "A. Matrix Formulation of the Lowry Model for IntraMetropolitan Activity Allocation", en *Journal of the American Institute of Planners,* Vol. 32, p. 361-364.

KEYNES, J.M., (1936), *General Theory of Employment, Interest and Money,* Londres, Macmillan.

LEONTIEF, W. y STROUT, A., (1963), "Multi-Regional Input-Output Analysis", en T. BARNA (ed.), *Structural Independence and Economic Development,* Londres, Macmillan.

MACGILL, S.M., "The Lowry Model as an InputOutput and its Extension to Incorporate Full Intersectorial Relations", en *Regional Studies,* Vol. 11, Nº 5.

SONDOTECNICA, *Sistema do Planejamento de Transporte do Estado de São Paulo S.T.P.* Vols. 1 y 2, Secretaría de Estado de Negócios dos Transportes, FEPASA, DERSA, Brasil, 1978.