

**DETERMINACIÓN DEL TIPO DE RÉGIMEN DE  
LLUVIA ANUAL EN ESTACIONES PLUVIOMÉTRICAS  
VENEZOLANAS, SEGUN ANÁLISIS DE FOURIER  
Y EL ANÁLISIS DE GRUPO\***

Rain Annual Rate Regime of a set of Venezuelan Rainfall  
Stations. Based on Fourier Analysis, and the Analysis of Group

*Andrés Blanco, Jesús Barboza,  
Jorge Rodríguez*

**RESUMEN**

Para describir el régimen climático de precipitación intra-anual, generalmente se identifican los lapsos de valores mayores y menores a la media aritmética de los 12 valores mensuales, así como los montos pluviales extremos. Este trabajo tiene como finalidad configurar la variación de la lluvia en el año aplicando el Análisis de Fourier a los registros climáticos correspondientes al lapso 1961-1990, a 15 estaciones pluviométricas distribuidas en el territorio nacional, para, posteriormente, agruparlas en conjuntos internamente homogéneos pero externamente heterogéneos utilizando la técnica de agrupación automática (*Cluster Análisis*). La obtención de los coeficientes de Fourier, generó una matriz de 15 casos por 6 valores asociados a las curvas armónicas de tres ciclos, valores correspondientes a las amplitudes y ángulos de fases de dichas funciones periódicas, y explican más del 90% de la variabilidad mensual de la lluvia, así se obtuvieron siete grupos: (1) *Barcelona, Ciudad Bolívar, Maturín, San Fernando de Apure*, con un régimen pluvial unimodal y máximo en julio-

---

\* Recibido: 21-03-2009.

Aceptado: 15-10-2009.

agosto; (2) *Barquisimeto, Santa Elena de Uairén*, con máximo en junio y otro secundario en octubre; (3) *Colonia Tovar, Maracaibo, Maracay, Mene Grande* con máximos en septiembre-octubre y otro máximo secundario en mayo-junio; (4) *Coro, Maiquetía* con un régimen de lluvia que se incrementa desde febrero y marzo hasta fines de año; (5) *Mérida* con régimen bimodal con máximos en Mayo y Octubre con mínimo secundario en julio; (6) *Puerto Ayacucho* con régimen pluvial unimodal con máximo en junio y extremo mínimo por encima de los 30 mm y (7) *San Antonio del Táchira* tiene un régimen bimodal con máximos en abril y octubre y mínimo secundario que comprende los meses de Julio y Agosto. Al comparar los resultados de agrupación con los pluviogramas se constató que su representación mediante los coeficientes de Fourier fue adecuada, concluyéndose que puede sugerirse como una opción para incluir la condición de variabilidad pluvial anual.

**PALABRAS CLAVE:** Lluvia, clima, régimen, análisis de Fourier, análisis de agrupamiento, Venezuela.

\*\*\*\*\*

#### **ABSTRACT**

To describe the climate regime of intra-annual precipitation, generally identified lapses greater and less than the arithmetic mean of the 12 monthly values and extreme rainfall amounts. This paper aims to set the variation of rainfall in the year by applying Fourier analysis to the climate record, covering the period 1961-1990, 15 rainfall stations distributed over the national territory, and then combined into groups internally homogeneous but externally heterogeneous using automatic clustering technique (Cluster Analysis). Obtaining the Fourier coefficients by multiple regression, generated a matrix of 15 cases for 6 values associated with three cycles of harmonic curves, which at least explained in more 90% of the variability of monthly rainfall. In this way were seven groups, namely: (1) *Barcelona, Ciudad Bolívar, Maturín, San Fernando de Apure*, which are characterized by a unimodal rainfall regime with a peak in July-August (2) *Barquisimeto, Santa Elena de Uairén*, with maximum in June and October secondary, (3) *Colonia Tovar, Maracaibo, Maracay, Mene Grande* peaks in September-October and another secondary maximum in May-June (4) *Coro, Maiquetía* with a rain which increased from February and March until the end of the year (5) *Merida* presents a bimodal peaks in May and in October with minimal side July (6) *Puerto Ayacucho* with unimodal rainfall regime with maximum in June and far above the minimum of 30 mm and (7) *San Antonio del Tachira* has a bimodal peaks in April and October and lower secondary which

covers the months of July and August. Comparing these results with the automatic grouping respective pluviogramas was found that the representation by means of Fourier coefficients was properly concluded that it may be suggested as a choice to include the status of annual rainfall variability.

**KEYWORDS:** Rain, Climate, Regime, Fourier Analysis, Cluster Analysis, Venezuela.

\*\*\*\*\*

## **PRESENTACIÓN**

La determinación del régimen pluvial anual consiste en identificar la estacionalidad de la lluvia, al señalar los máximos y mínimos relativos así como la ubicación y duración de los lapsos lluviosos y no lluviosos. Por ejemplo, una estrategia a seguir es aplicar los criterios del sistema de clasificación climática de Köeppen, el cual considera hasta, distintivamente, tres regímenes: (1) con máximo o máximos en posición astronómica alta de sol (régimen w); (2) con máximo o máximos en posición astronómica baja de sol (régimen s) y (3) sin diferencia significativa de períodos pluviales (régimen f); de este modo, el régimen pluvial de la estación La Carlota (Distrito Capital) es de carácter unimodal con máximo en el mes de junio, mientras que la estación Observatorio Cagigal es unimodal con máximo en el mes de octubre.

Tal información no es adecuada para incorporarla a una base geográfica de datos por ser incompleta, ya que no aclara acerca de lo acontecido en la pluviosidad en el resto del año. Ello plantea la disyuntiva de incluir, al menos, los doce datos climáticos de la lluvia o bien realizar parámetros, mediante algún procedimiento, tal comportamiento pluvial anual con una menor cantidad de índices, de modo que tal síntesis no implique una pérdida significativa de la información original.

En otro orden de ideas, la literatura matemático-estadística plantea que el Análisis Fourier, tanto de procesos periódicos o no, es pertinente para desagregar los componentes que determinan una curva compleja en el dominio del tiempo. La descomposición de la curva original en sus componentes, llamados armónicos, permite, simultáneamente, estimar

la contribución de los distintos regímenes que intervienen en la curva original y, así mismo, indexar numéricamente cada armónico mediante los coeficientes binómicos Fourier o bien con los coeficientes polares Fourier.

El Análisis Fourier permite desagregar los componentes (armónicos) que determinan una curva compleja, con los cuales se estima la contribución de los distintos subregímenes que intervienen en la curva original e indexar cada armónico mediante sus coeficientes Fourier. En ese orden de ideas, Kyrkyla y Hameed. (1989), en Estados Unidos de América, y Rodríguez (2003), en la región norte de Venezuela, separan matemáticamente los componentes estacionales que contribuyen con la configuración de la curva intra-anual pluviométrica de un conjunto de sitios de medición con distribución espacial irregular. Ahora bien, dado que la curva pluvial climática tiene 12 valores (uno por cada mes), se pueden generar, máximo, 11 coeficientes Fourier (ó 5 armónicos). Pero, según criterio del investigador, es factible reducir el número de armónicos a 3 ó menos, lográndose una solución más parsimoniosa que la información pluvial original.

En consecuencia, si la curva pluvial original tiene 12 valores, es posible generar, hasta un máximo, de 11 coeficientes Fourier, apreciándose que la reducción de valores solamente es de una unidad.

Sin embargo, es posible cuantificar la contribución a la varianza muestral total de cada armónico, y determinar de modo aproximado, si esa contribución es estadísticamente significativa. Por lo tanto, es factible que el número de armónicos significativos sean tres o menos, reduciéndose así el número de coeficientes a seis, un 50% de la información pluvial original.

A tal efecto, este estudio se planteó, a partir de una base de datos climáticos mensuales pluviales, provenientes de un conjunto de estaciones venezolanas, cuatro objetivos, a saber:

1. Obtener los coeficientes Fourier de los seis armónicos, matemáticamente posibles, de cada serie de 12 valores pluviales.
2. Seleccionar el número de armónicos que acumulen una cantidad *importante* de la varianza explicada de la información original, para obtener un modelo con un número menor de coeficientes armónicos.

3. Determinar el número de grupos, según la homogeneidad de los coeficientes armónicos, que constituyen el conjunto de estaciones seleccionadas.
4. Comprobar la validez de los resultados obtenidos, comparándolos con los gráficos pluviales de las series mensuales de orden climático.

#### **METODOLOGÍA EMPLEADA**

##### **Base de datos**

Se hizo una base de datos constituida por una matriz de 15 x 12, correspondientes a 15 estaciones pluviométricas del territorio nacional y a las medias aritméticas de las 12 lluvias mensuales, promedio correspondiente al lapso de 30 años de registro (1961-1990); en el cuadro 1, se compilan los respectivos montos mensuales en mm.

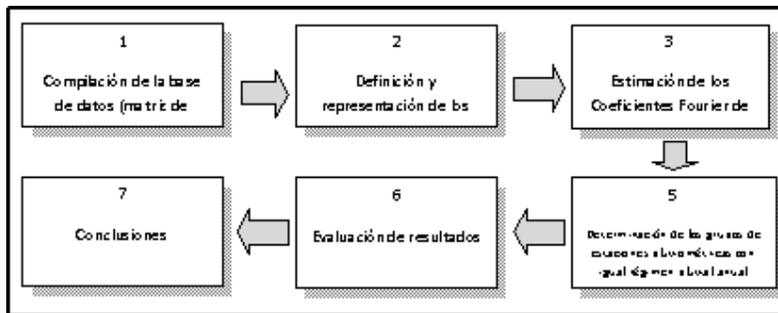
**Cuadro 1.** Estaciones: localización geográfica y lluvia media mensual (mm)

Estación	Acronimo	Latitud Norte	Longitud Oeste	Altitud, metros	ene	feb	mar	abr	may	jun	jul	ago	sep	oct	nov	dic
BARCELONA	BRC	10°27'	64°41'	7	7	3	2	8	48	105	119	121	84	59	44	24
BARQUISIMETO	BRQ	10°14'	69°19'	613	9	8	14	65	75	78	77	53	39	49	48	25
CIUDAD BOLIVAR	CBO	08°09'	63°33'	43	22	13	9	27	102	165	183	160	96	97	62	41
COLONIA TOVAR	COL	10°25'	67°17'	1790	28	24	20	84	122	134	130	147	151	154	111	47
CORO	COR	11°25'	69°41'	6	14	16	9	18	26	26	35	24	32	53	57	54
MAQUETÍA	MIQ	10°36'	66°59'	3	28	17	22	29	36	53	57	50	54	56	54	54
MARACAIBO	MCB	10°14'	71°44'	65	5	3	6	52	67	55	26	60	104	114	71	17
MARACAY	MRC	10°15'	67°39'	436	4	4	7	45	106	133	129	172	135	99	52	15
MATURÍN	MAT	09°45'	63°11'	68	58	33	24	37	100	208	215	177	131	107	135	111
MENE GRANDE	MEN	09°49'	70°56'	27	28	29	47	120	143	132	102	138	167	178	147	86
MÉRIDA	MER	08°36'	71°11'	1479	40	48	63	177	236	164	119	152	229	283	195	79
PUERTO AYACUCHO	PAY	05°36'	67°30'	73	31	36	74	163	311	408	398	298	198	183	127	42
S. ANT del TÁCHIRA	SAT	07°51'	72°27'	377	35	37	47	108	81	35	26	26	55	120	112	71
S. F. de APURE	SFA	07°41'	67°25'	47	1	4	6	72	167	243	276	255	173	99	44	10
S. E. de UAIIRÉN	SEU	04°36'	61°07'	868	68	57	87	165	214	254	229	186	113	122	114	85

En el cuadro 1, puede estimarse que el rango de las coordenadas georreferenciales es, latitudinalmente, del orden de los 800 km, mientras que longitudinalmente es del orden de los 1300 km, lo que supone una amplia cobertura territorial. En cuanto a la altitud, se extiende desde los 3 m (MIQ) hasta los 1.790 m (COL). Así mismo, los datos compilados de la lluvia mensual se extienden desde 1 mm (SFA) hasta 408 mm (PAY).

**METODOLOGÍA**

El estudio cubrió las etapas que se indican en el siguiente diagrama.



**Diagrama 1.** Sinopsis lógico-secuencial de las etapas ejecutadas

**DEFINICIÓN Y REPRESENTACIÓN DE LOS COEFICIENTES FOURIER**

De acuerdo con Quinet (1982; p.159), los trabajos de Fourier (1791-1867) han mostrado que ciertas funciones periódicas pueden ser representadas como la suma de una serie de funciones trigonométricas que algebraicamente se expresan como:

$$f(x) = A_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} (A_n \cos nx + B_n \operatorname{sen} nx) \quad (1.3)$$

Donde:

$f(x)$  es una función univariable de  $x$

$A_0, A_n, B_n$  son los Coeficientes Fourier

$\cos nx$ : la función trigonométrica coseno aplicada sobre el ángulo  $nx$

$\sen nx$ : la función trigonométrica seno aplicada en el ángulo  $nx$

En la ecuación (1.3) se manifiesta que  $f(x)$  es equivalente o se puede representar por la siguiente suma algebraica:

$$f(x) = A_0 + (A_1 \cos x + B_1 \sen x) + (A_2 \cos 2x + B_2 \sen 2x) + \dots \quad (2.3)$$

Por lo tanto, nuestro objetivo, para buscar el equivalente trigonométrico de  $f(x)$ , es la estimación de los ángulos sobre los cuales se aplican las funciones trigonométricas seno y coseno ( $x, 2x, \dots$ ), así como la estimación de todos los pares infinitos coeficientes  $A_n$  y  $B_n$ , así como el coeficiente  $A_0$ .

Ahora bien, si solamente se utiliza  $k$  un número finito de sumandos, la representación de  $f(x)$  sería:

$$f(x) \approx A_0 + \sum_{n=1}^k A_n \cos nx + \sum_{n=1}^k B_n \sen nx \quad (3.3)$$

En la ecuación (3.3) se expresa que  $f(x)$  se representará, aproximadamente, por una serie Fourier con  $k$  pares de sumandos senocosenoidales más el término  $A_0$ .

Si  $f(x)$  es periódica en el intervalo  $[-A, A]$ , los coeficientes Fourier pueden estimarse, si  $x$  es continua, mediante las fórmulas:

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-x}^x f(x) dx \quad (4.3)$$

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{-x}^x f(x) \cos nx dx \quad (5.3)$$

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_{-x}^x f(x) \operatorname{sen} nx \, dx \quad (6.3)$$

Si  $f(x)$  es una serie de tiempo, se tendría que  $f(x)$  se sustituye por  $f(t)$  y, por ende:

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \, dt \quad (7.3)$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n \omega_0 t \, dt \quad (8.3)$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \operatorname{sen} n \omega_0 t \, dt \quad (9.3)$$

Donde  $T$  es el período de recurrencia de  $f(t)$  y la nueva variable  $\omega_0$  es igual a  $2\pi / T$ ;  $2\pi$  es el período fundamental de las funciones trigonométricas seno y coseno, mientras que  $T$  representa el período fundamental o básico de la serie de tiempo  $f(t)$ . La constante  $\omega_0$  es denominada velocidad angular de la serie  $f(t)$  y nos da la cantidad de arco, en *radianes*, por cada unidad de tiempo. Todo ello significa que las unidades finales de los coeficientes Fourier son las mismas de  $f(t)$ .

Es frecuente que, en la práctica, sólo se tenga una información limitada y discreta de  $N$  valores  $t$ , determinando ello que, el operador integral sea reemplazado por el operador lineal suma o sumatoria  $\Sigma$ , resultando el siguiente grupo de fórmulas:

$$A_0 = \frac{1}{N} \sum_1^N f_n(t) = \bar{f}(t) \quad (7.3)$$

$$A_n = \frac{2}{N} \sum_1^N f(t) \cos n \omega_0 t \, \delta t \quad (8.3)$$

$$B_n = \frac{2}{N} \sum_1^N f(t) \operatorname{sen} n \omega_0 t \delta t \quad (9.3)$$

Apréciase que el coeficiente  $A_0$  es la media aritmética del fenómeno temporal  $f(t)$ .  $t$  es el intervalo de separación entre cada valor de  $t$  y si el intervalo  $t$  es unitario, se tendría, finalmente, que los coeficientes  $A_n$  y  $B_n$  se obtendrían de la forma siguiente:

$$A_n = \frac{2}{N} \sum_1^N f(t) \cos n \omega_0 t \quad (10.3)$$

$$B_n = \frac{2}{N} \sum_1^N f(t) \operatorname{sen} n \omega_0 t \quad (11.3)$$

Por lo tanto, la representación en series de Fourier de la serie de tiempo  $f(t)$  quedará como:

$$f(t) \approx A_0 + \sum_{n=1}^N A_n \cos n \omega_0 t + \sum_{n=1}^N B_n \operatorname{sen} n \omega_0 t \quad (12.3)$$

#### **ESTIMACIÓN DE LOS COEFICIENTES FOURIER DE LAS SERIES PLUVIALES**

De acuerdo con Rodríguez (1994) hay distintas maneras de estimar los coeficientes Fourier. Una de ellas es el algoritmo mínimo-cuadrático de la regresión lineal múltiple que se fundamenta en que a los 12 datos climáticos de la lluvia mensual, para cada una de las 15 estaciones climáticas, se les ajustará un hiperplano, el cual se origina de la siguiente ecuación matricial:  $Y = \bar{Y} + \varepsilon = X \bar{B} + \varepsilon$ , donde  $Y$  es un vector columna, de orden  $12 \times 1$ , de los datos compilados de la lluvia mensual de un lugar específico;  $\bar{Y} = X \bar{B}$  es el vector columna de los datos estimados por el modelo lineal;  $\varepsilon$  es el error debido al ajuste del modelo a los datos;  $X$  es una matriz, de orden  $12 \times 11$ , contiene valores trigonométricos seno-cosenoidales y  $\bar{B}$  es el vector de los 11 posibles coeficientes regresores, correspondientes a los coeficientes Fourier.

La solución mínimo cuadrática a las incógnitas de los coeficientes Fourier se obtiene con la formulación matricial:

$$\hat{B} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

11 x 1    11 x 11    11 x 12    12 x 1

Por ejemplo, para la estación *San Fernando de Apure*, se tiene la siguiente sucesión temporal de lluvia mensual (en mm)

t	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
P, mm	1	4	6	72	167	243	276	255	173	99	44	10

Estos datos se compilarán en el vector columna *Y*, de orden *12 x 1*. Así mismo, la matriz *X*, de orden *12 x 11*, tendría el siguiente contenido:

**Cuadro 2.** Valores trigonométricos seno-cosenoidales

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$c W_0 t$	$s W_0 t$	$c2 W_0 t$	$s2 W_0 t$	$c3 W_0 t$	$s3 W_0 t$	$c4 W_0 t$	$s4 W_0 t$	$c5 W_0 t$	$s5 W_0 t$	
1	0,87	0,50	0,50	0,87	0,00	1,00	-0,50	0,87	-0,87	0,50
1	0,50	0,87	-0,50	0,87	-1,00	0,00	-0,50	-0,87	0,50	-0,87
1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
1	1,00	0,00	1,00	0,00	1,00	0,00	1,00	0,00	1,00	0,00

$c W_0 t = \cos(W_0 t)$ ;  $s W_0 t = \sin(W_0 t)$ ;  $c2 W_0 t = \cos 2(W_0 t)$ ;  $s2 W_0 t = \sin 2(W_0 t)$ ; ...;  $c5 W_0 t = \cos 5(W_0 t)$ ;  $s5 W_0 t = \sin 5(W_0 t)$

Fuente: Elaboración propia

El número de columnas se corresponde con el número de coeficientes Fourier a estimar, los cuales se compilan a continuación.

**Cuadro 3.** Coeficientes Fourier

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$A_0$	$A_1$	$B_1$	$A_2$	$B_2$	$A_3$	$B_3$	$A_4$	$B_4$	$A_5$	$B_5$
112,5	-115	-80,63	17,17	22,23	-1,5	2,5	-4,5	-3,18	-0,05	-0,37

Fuente: Elaboración propia

El coeficiente  $A_0$  es la media aritmética de los doce valores mensuales de lluvia, generándose la aproximación de los mismos mediante las series Fourier:

$$f(t) \approx A_0 + \sum_1^5 A_n \cos n\omega_0 t + \sum_1^5 B_n \operatorname{sen} n\omega_0 t$$

$$f(t) \approx A_0 + (A_1 \cos \omega_0 t + B_1 \operatorname{sen} \omega_0 t) + (A_2 \cos 2\omega_0 t + B_2 \operatorname{sen} 2\omega_0 t) \\ + (A_3 \cos 3\omega_0 t + B_3 \operatorname{sen} 3\omega_0 t) + (A_4 \cos 4\omega_0 t + B_4 \operatorname{sen} 4\omega_0 t) \\ + (A_5 \cos 5\omega_0 t + B_5 \operatorname{sen} 5\omega_0 t)$$

Sustituyendo por los valores calculados:

$$f(t) \approx 112,50 + \sum_1^5 A_n \cos n\omega_0 t + \sum_1^5 B_n \operatorname{sen} n\omega_0 t$$

$$f(t) \approx 112,50 + (-114,95 \cos 30t - 80,63 \operatorname{sen} 30t) + (17,17 \cos 60t + 22,23 \operatorname{sen} 60t) \dots$$

Apartando a las series Fourier, se tiene:

Una determinación análoga se realizó para el resto de los catorce lugares, originándose la siguiente matriz de coeficientes Fourier:

**Cuadro 4.** Base de datos con Coeficientes Fourier  
(15 estaciones pluviométricas con 5 armónicos c/u)

		$A_1$	$B_1$	$A_2$	$B_2$	$A_3$	$B_3$	$A_4$	$B_4$	$A_5$	$B_5$
1	BEC	-35,83	-47,06	9,42	13,13	-2,33	-4,33	1,75	-3,32	-2,34	1,73
2	BEO	-27,63	-41,77	11,17	-12,99	1,33	-2,67	-6,00	2,31	-0,20	-3,40
3	CBO	-56,10	-55,90	22,83	12,99	-7,83	-5,67	-3,67	-1,15	1,93	6,74
4	COL	-35,23	-57,27	0,17	-20,50	-5,67	6,67	-8,00	-1,15	-2,61	-1,56
5	COR	8,36	-14,37	8,25	-9,38	0,17	-4,83	-0,08	-0,43	5,47	-1,96
6	MIQ	-1,92	-17,91	7,06	-3,32	1,17	-2,50	3,25	1,88	1,25	-0,99
7	MCE	-8,37	-35,59	-11,39	-30,31	-7,17	12,17	-2,83	-0,58	-3,46	-1,24
8	MRC	-55,00	-59,29	-1,42	1,01	-0,67	9,50	-2,58	-8,23	-3,33	4,79
9	MAT	-39,94	-64,72	40,17	15,01	-3,83	-14,17	7,17	-4,04	-4,72	-2,95
10	MEH	-22,02	-50,60	-3,06	-42,00	0,83	7,00	-1,75	-4,19	-1,81	-2,40
11	MFR	-31,32	-61,14	-4,00	-76,79	-14,50	21,39	-15,00	-1,73	3,32	-0,52
12	PAY	-160,70	-76,62	45,25	-3,03	-20,67	-9,83	-8,58	0,43	-1,64	4,79
13	SAT	13,69	-3,31	-2,42	-42,87	2,17	-2,33	-10,75	4,76	2,14	-3,02
14	SFA	-114,95	-80,63	17,17	22,23	-1,50	2,50	-4,50	-3,18	-0,05	-0,37
15	STU	-80,17	-21,83	31,06	-10,83	0,50	-5,83	-6,42	1,88	-4,83	3,00

Fuente: Elaboración propia

Ahora bien, se puede demostrar que la varianza de cada función armónica o Fourier puede estimarse mediante la fórmula

$$V[f_k(t)] = \frac{A_k^2 + B_k^2}{2} = \frac{C_k^2}{2} \quad (13.3)$$

Donde:

$V[f_k(t)]$  = varianza explicada por el k-ésimo armónico de la función  $f(t)$

$A_k^2$  = cuadrado del coeficiente cosenoidal Fourier del k-ésimo armónico de  $f(t)$

$B_k^2$  = cuadrado del coeficiente senoidal Fourier del k-ésimo armónico de  $f(t)$

Luego, se llega a la siguiente simplificación,  $\frac{C_k^2}{2} = V_k$

Por lo tanto, la varianza total de la función  $f(t)$  es igual a:

$$V[f(t)] = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_2^2}{2} + \dots + \frac{C_5^2}{2} = \sum_{k=1}^5 \frac{C_k^2}{2} \quad (14.3)$$

Con base en la fórmula (14.3) se calculó la varianza aportada por cada armónico, resultado que se llevó al cuadro siguiente.

**Cuadro 5.** Varianza explicada por cada armónico

Var explicada	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	suma	Porcentual	Rendimiento
1	1 749,08	130,00	12,11	7,04	4,23	1 902,46	1 904,33	1,8
2	450,93	146,72	4,44	20,67	5,79	628,55	630,33	1,8
3	3 136,00	345,06	46,74	7,39	24,36	3 559,55	3 565,38	5,8
4	2 260,61	210,06	32,28	32,67	4,61	2 540,23	2 551,67	5,4
5	132,24	78,04	11,69	0,10	16,90	240,97	247,32	2,2
6	162,23	30,00	3,21	7,04	0,96	205,44	205,08	0,4
7	662,46	923,00	99,69	4,12	6,77	1 292,77	1 306,06	3,4
8	3 770,50	1,51	45,35	37,12	17,03	3 871,51	3 320,08	8,5
9	2 892,14	919,35	107,69	33,25	15,30	3 968,53	3 969,32	0,2
10	1 522,25	226,25	24,25	10,29	4,51	2 449,55	2 466,02	16,7
11	2 359,20	3 046,17	332,62	114,00	5,65	5 847,64	5 261,35	3,1
12	15 847,01	1 022,32	261,00	36,93	12,79	17 279,05	17 127,32	0,6
13	99,19	921,76	5,07	69,13	6,26	1 102,01	1 113,69	11,7
14	9 256,00	394,39	4,25	15,17	0,07	10 270,68	10 272,25	1,8
15	3 452,05	541,62	17,14	22,35	16,14	4 049,30	4 062,31	13,4

$V_{pluvial}$  = varianza de la lluvia media mensual ( $mm^2$ )

Fuente: Elaboración propia

Bajo las columnas con los encabezamientos  $V_1, V_2, \dots, V_5$  se han registrado las varianzas aportadas por cada armónico para cada lugar. La columna *suma* totaliza la varianza aportada por la serie Fourier respectiva, mientras que en la columna *V pluvial* se ha inscrito la varianza pluvial muestral, anotándose, finalmente, en columna la *Residuo*, la diferencia entre la columna *V pluvial* y la columna *suma*, donde se aprecia que las series Fourier no están representando el 100% de la varianza muestral dado que, teóricamente, ello se conseguiría con infinitas series Fourier.

Seguidamente, se determinó la varianza acumulada por los cinco armónicos con el propósito de delimitar cuántos armónicos, y por ende, cuántos coeficientes Fourier, se utilizarían para la parametrización pluvial anual. He aquí un cuadro que es el resultado de los cálculos mencionados.

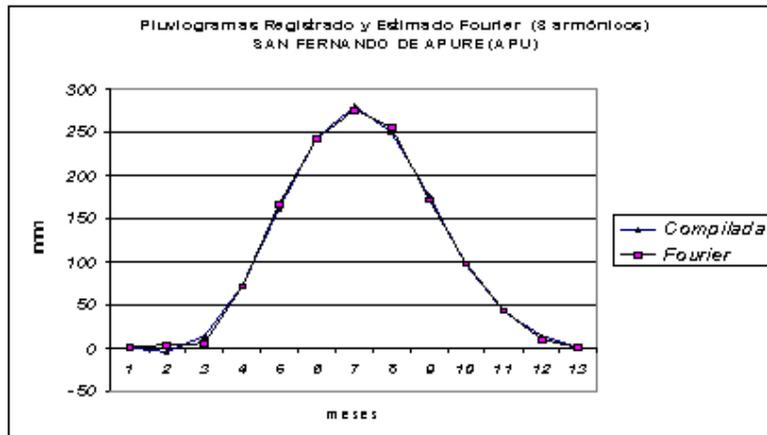
**Cuadro 6.** Varianza acumulada por sucesivos armónicos  
varianza acumulada por los 5 armónicos de  $f(t)$

	% acum	$V_1$	$V_1 + V_2$	$V_1 + V_2 + V_3$	$V_1 + V_2 + V_3 + V_4$	$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5$
1	BRC	91,82	98,68	99,32	99,68	99,91
2	BRQ	71,54	94,82	95,52	98,80	99,72
3	CBO	87,95	97,63	98,94	99,15	99,84
4	COL	88,59	96,83	98,33	99,61	99,79
5	COR	55,92	87,48	92,21	92,25	99,09
6	MIQ	79,11	94,03	95,88	99,31	99,78
7	MCB	51,18	91,27	98,90	99,22	99,74
8	MRC	96,76	96,80	98,14	99,24	99,75
9	MAT	72,86	96,03	98,74	99,59	99,98
10	MEN	61,75	97,72	98,72	99,14	99,32
11	MER	40,26	92,23	97,91	99,85	99,95
12	PAY	92,20	98,18	99,71	99,92	99,997
13	SAT	8,91	91,67	92,13	98,34	98,95
14	SFA	95,95	99,79	99,83	99,98	99,98
15	SEU	84,97	98,30	98,72	99,27	99,67
	mínima varianza	8,91	87,48	92,13	92,25	98,95
	máxima varianza	96,76	99,79	99,83	99,98	99,997

Fuente: Elaboración propia.

La intención es obtener una cantidad de parámetros que sea menor al número de meses del año (12) para que la solución sea *parsimoniosa*. Se ha resaltado que los tres primeros armónicos explican al menos el 92% de la variación total de la pluviosidad mensual, lo cual se consideró como una representación Fourier pertinente para la función pluvial  $f(t)$ .

Para evaluar el grado de aproximación que se logra representando a  $f(t)$  con los 3 primeros armónicos, se presentan, a modo de ejemplo, los gráficos de la serie pluvial original de *San Fernando de Apure* y su representación *Fourier*, modelo trigonométrico que explica el 99,83% de la varianza total.



**Figura 1.** Pluviograma y curva Fourier de San Fernando de Apure (APU)

Apréciase que la serie Fourier de la sucesión pluvial reproduce bastante bien la gráfica original, concluyéndose que los 6 parámetros Fourier serían suficientes para analizar el régimen pluvial en el año.

Cada función armónica  $f_x(t) = A_x \cos k \omega_0 t + B_x \sen k \omega_0 t$  puede transformarse en una función trigonométrica cosenoidal o senoidal única. Por ejemplo, se cumplirá que (H. P. Hsu; 1973; 5; J. Quinet; 1982; 159):

$$f_k(t) = A_k \cos k \omega_0 t + B_k \operatorname{sen} k \omega_0 t = C_k \cos (k \omega_0 t - \Phi_k)$$

$$f_k(t) = C_k \cos (k \omega_0 t - \Phi_k) \quad (15.3)$$

$C_k \cos (k \omega_0 t - \Phi_k)$  representación *polar* de la suma k-ésima de Fourier

$C_k$  a amplitud del k-ésimo armónico

$\Phi_k$  a ángulo de fase, cosenoidal, del k-ésimo armónico.

Por ejemplo, para  $f_1(t)$ , cuando  $T = 12$  meses, es

$$f_1(t) = C_1 \cos (\omega_0 t - \Phi_1)$$

Donde:

$C_1$  = amplitud –máximo valor de  $f_1(t)$ — del primer armónico

$\omega_0 = 2\pi / T = 2\pi / 12 \text{ meses} = 0,524 \text{ rad / mes} \approx 30^\circ / \text{mes}$

$\omega_0$  = frecuencia fundamental

$\Phi_1$  = ángulo de fase cosenoidal del primer armónico

$\Phi_1 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} (B_1 / A_1)$

En el caso de la estación San Fernando de Apure se tiene que

$$C_k^2 = A_k^2 + B_k^2$$

$$C_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2} \quad (16.3)$$

Por lo tanto,

$$C_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} = \sqrt{(-114,95)_1^2 + (-80,63)_1^2} = 140,40 \text{ mm}$$

En cuanto al ángulo de fase cosenoidal ( $\Phi_1 = \Phi_1$ ), se obtiene

$$\Phi_1 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left( \frac{B_1}{A_1} \right) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left( \frac{-80,63}{-114,95} \right) = 215,05^\circ$$

En consecuencia,

$$f_1(t) = C_1 \cos (\omega_0 t - \Phi_1) = 140,40 \cos (0,524 t - 215,05^\circ)$$

$$f_1(t) = 140,40 \cos (0,524 t - 215,05^\circ)$$

Para  $f_1(t)$ , ello significa que su máximo valor  $C_1$  se halla a una distancia angular de  $215,05^\circ$ .

En virtud de que la forma polar  $f_k(t) = C_k \cos(k \omega_0 t - \Phi_k)$  es más adecuada que la forma binómica

$$f_k(t) = A_k \cos k \omega_0 t + B_k \operatorname{sen} k \omega_0 t$$

porque incluye 2 de las características asociadas al comportamiento pluvial en el régimen anual (máximo valor y localización de éste), se decidió elaborar una base de datos de  $15 \times 6$  valores, donde, ahora, los seis valores se corresponden con las amplitudes y ángulos de fase cosenoidales de los tres primeros armónicos.

Pero, debido a que la amplitud y el ángulo de fase se expresan en unidades distintas, se creó una matriz estandarizada de datos, que se anexa de inmediato, que hiciera posible la interpretación de los resultados del análisis multivariable de agrupamiento que se aplicaría subsiguientemente.

**Cuadro 7.** Base de datos reducida y estandarizada ( $15 \times 6$ ) para el *Cluster Analysis*

<i>ord</i>	<i>cp</i>	$C_1$	$AFC_1$	$C_2$	$AFC_2$	$C_3$	$AFC_3$
<b>1</b>	<b>BRC</b>	-0,18	-0,26	-0,74	-1,38	-0,63	0,49
<b>2</b>	<b>BRQ</b>	-0,84	-1,04	-0,69	0,79	-0,91	1,18
<b>3</b>	<b>CBO</b>	0,28	-0,47	-0,19	-1,59	0,05	0,16
<b>4</b>	<b>COL</b>	0,01	-0,11	-0,50	0,45	-0,08	-0,91
<b>5</b>	<b>COR</b>	-1,15	1,53	-0,94	0,79	-0,65	0,87
<b>6</b>	<b>MIQ</b>	-1,12	0,57	-1,19	0,99	-0,94	1,16
<b>7</b>	<b>MCB</b>	-0,69	0,38	0,14	0,27	0,69	-1,04
<b>8</b>	<b>MRC</b>	0,32	-0,41	-1,52	-0,62	0,03	-1,37
<b>9</b>	<b>MAT</b>	0,21	-0,11	0,71	-1,67	0,77	0,65
<b>10</b>	<b>MEN</b>	-0,27	0,11	0,67	0,41	-0,33	-1,50
<b>11</b>	<b>MER</b>	0,04	0,01	2,62	0,35	2,37	-0,99
<b>12</b>	<b>PAY</b>	2,54	-0,98	0,84	1,17	1,95	0,03
<b>13</b>	<b>SAT</b>	-1,21	2,75	0,71	0,41	-0,88	1,38
<b>14</b>	<b>SFA</b>	1,68	-0,73	-0,09	-1,40	-0,92	-1,03
<b>15</b>	<b>SEU</b>	0,37	-1,25	0,17	1,04	-0,50	0,91

Fuente: Elaboración propia

**DETERMINACIÓN DE LOS GRUPOS DE ESTACIONES PLUVIOMÉTRICAS CON IGUAL RÉGIMEN PLUVIAL ANUAL**

Como se comentó en el ítem anterior, se sustituyó la base de quince estaciones con sus doce valores pluviales mensuales ( $15 \times 12 = 180$  datos) por una nueva base de datos constituidas por los coeficientes Fourier estandarizados de los primeros 3 componentes armónicos, los cuales explican, al menos, el 92% de la variación total de la pluviosidad mensual de cada lugar; tal varianza explicada se consideró, tanto numérica como climáticamente, que formaban una representación Fourier pertinente para la función pluvial  $f(t)$  respectiva.

Seguidamente, se indagó acerca de cuántos regímenes pluviales distintos estaban definidos por los quince casos seleccionados. Para obtener la solución a tal propuesta se aplicó la siguiente estrategia:

1. Aplicación del algoritmo del *promedio ponderado* (Average Linkage, en inglés) con distancia euclidiana con el propósito de evaluar qué cantidad de grupos es la adecuada. El promedio ponderado (*PP*) es un algoritmo aglomerativo, jerárquico, combinatorial, compatible y espacialmente invariante (véase, Propuesta de una Metodología de Clasificación Climática Mediante la aplicación de Técnicas Multivariantes a Indicadores Geográficos-Ambientales; Marzo 2005; 208-223). El programa estadístico posee un coeficiente llamado ÍNDICE DE SIMILITUD que orienta al usuario acerca del número conveniente de grupos, el cual se complementa con el respectivo dendrograma. En ese orden de ideas, se seleccionaron siete grupos.
2. *Corrida* del algoritmo promedio ponderado, con distancia euclidiana, requiriéndosele que formara siete grupos, los cuales quedaron constituidos de la forma siguiente:

**Cuadro 8.** Grupos de regímenes pluviales

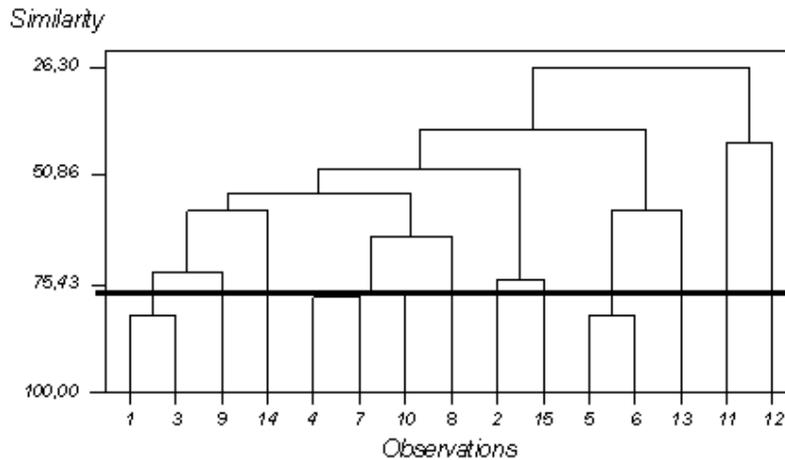
GRUPO	ESTACIÓN
1	EEC, CEQ, MAJ, SPA
2	EEQ, FEU
3	COL, MCE, MEC, MEN
4	COB, MIO
5	MHE
6	PAV
7	SAI

Fuente: Elaboración propia

El cuadro señala, por ejemplo, que las estaciones CORO (COR) y MAIQUETÍA (MIQ) tienen un régimen pluvial semejante, según la base estandarizada de Fourier, de modo que constituyen el grupo cuatro.

3. A fin de validar la solución que genera el procedimiento *semiautomático* anterior, se aplicaron otros algoritmos del programa estadístico, los cuales se consideró no eran satisfactorios en relación con el promedio ponderado (*PP*). El dendrograma (figura 2) donde se muestran estos siete grupos. La línea continua gruesa señala, de modo aproximado, los siete grupos formados.
4. Las 6 variables estandarizadas de las amplitudes y ángulos de fase cosenoidales forman un sistema cartesiano oblicuo, lo que impide que la distancia euclidiana sea la verdadera distancia de los casos en el espacio no métrico de las variables citadas. En consecuencia, se *ortogonalizó* el espacio  $R^6$  de las variables mediante la técnica multivariable de Componentes Principales (ACP) y luego se aplicó el algoritmo *PP*, resultando una solución no pertinente cuando se utilizó como validación la gráfica pluvial de los datos originales de los quince sitios.

**Figura 2.** Dendrograma de los siete grupos



- Finalmente, se decidió que el algoritmo *PP* con distancia euclidiana era el apropiado, aunque la distancia entre los casos podía estar sobre o subestimada por una cantidad que depende del signo y magnitud de la correlación o ángulo entre las variables.

## RESULTADOS

Para comprobar lo pertinente de la agrupación homogénea de regímenes pluviales realizados mediante la metodología aplicada se presentan los distintos pluviogramas para cada grupo especificado.

### GRUPO 1

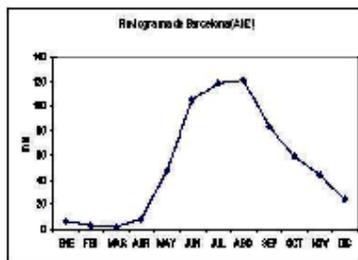


Figura 3. Curva unimodal con máximo en Agosto y valores mínimos en los meses de enero, febrero, marzo, octubre, noviembre y diciembre

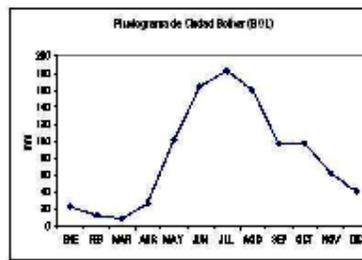


Figura 4. Curva unimodal con máximo en Julio y valores mínimos en los meses de enero, febrero, marzo, octubre, noviembre y diciembre

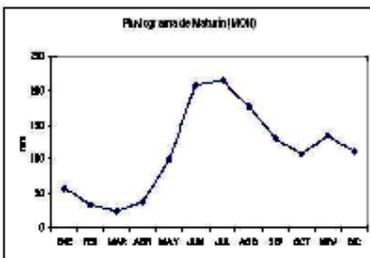


Figura 5. Curva unimodal con máximo en Julio y valores mínimos en los meses de enero, febrero, marzo, octubre, noviembre y diciembre

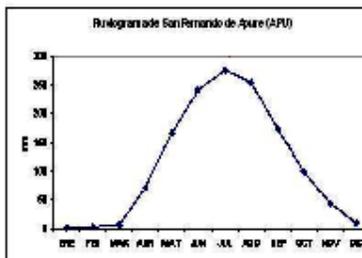


Figura 6. Curva unimodal con máximo en Julio y valores mínimos en los meses de enero, febrero, marzo, octubre, noviembre y diciembre

GRUPO 2

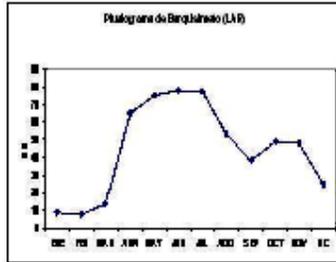


Figura 7. Curva unimodal con máximo en Junio y un mínimo relativo en octubre

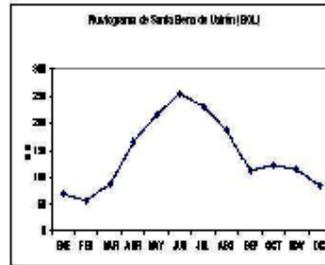


Figura 8. Curva unimodal con máximo en Junio y un mínimo relativo en octubre

GRUPO 3

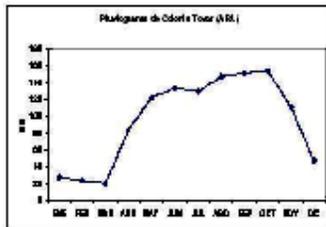


Figura 9. Curva bimodal con máximo principal en Octubre y un mínimo relativo en Julio

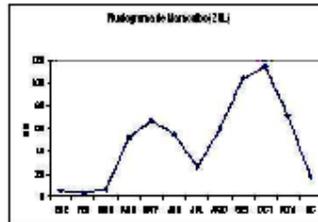


Figura 10. Curva bimodal con máximo principal en octubre y un mínimo relativo en Julio

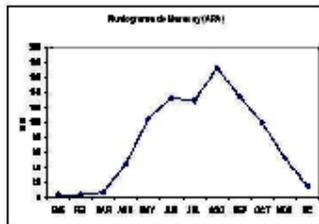


Figura 11. Curva bimodal con máximo principal en agosto y un mínimo relativo en Julio

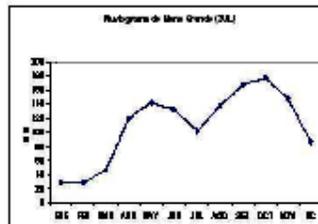


Figura 12. Curva bimodal con máximo principal en octubre y un mínimo relativo en Julio

GRUPO 4



Figura 12. Curva parafocal con máximo en noviembre

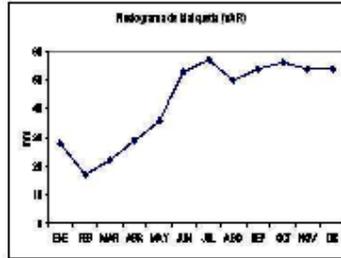


Figura 13. Curva bisetral con máximo en julio

GRUPO 5

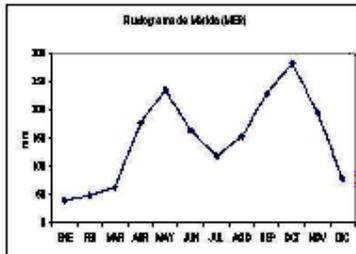


Figura 14. Curva bisetral con máximos pletal relativo en julio.

GRUPO 6



Figura 15. Curva unimodal con máximo de invierno con máximos relativos relativamente elevados (abril y mayo).

GRUPO 7

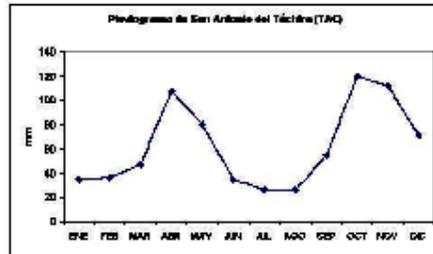


Figura 16. Curva bisetral con período mínimo y local principal de 2 meses en la parte del año donde se presenta en los meses de abril y octubre.

El programa *MINITAB* versión 13.2 produce una serie de estadísticas de las características de los grupos formados, índices que se reproducen parcialmente.

**Cuadro 9.** Algunas características estadísticas de los grupos

Number of clusters: 7				
1	2	3	4	5
	Number of observations	Within cluster sum of squares	Average distance from centroid	Maximum distance from centroid
Cluster1	4	6,774	1,189	1,809
Cluster2	2	1,276	0,799	0,799
Cluster3	4	5,111	1,070	1,589
Cluster4	2	0,597	0,546	0,546
Cluster5	1	0,000	0,000	0,000
Cluster6	1	0,000	0,000	0,000
Cluster7	1	0,000	0,000	0,000

Fuente: programa estadístico MINITAB

En la columna 4 se compila la Distancia Promedio de los casos respecto al *centroide* del grupo (DPC), índice que permite cuantificar la homogeneidad interna del grupo. De esta manera, se puede elaborar el cuadro 10.

**Cuadro 10.** Grado de homogeneidad de los grupos

	Número de casos	DPC	Grado de Homogeneidad
GRUPO 5	1	0,000	5
GRUPO 6	1	0,000	5
GRUPO 7	1	0,000	5
GRUPO 4	2	0,546	4
GRUPO 2	2	0,799	3
GRUPO 3	4	1,070	2
GRUPO 1	4	1,189	1

Fuente: programa estadístico MINITAB

En este cuadro se muestra que los grupos más homogéneos son los grupos 5, 6 y 7, con un solo caso (Mérida, Puerto Ayacucho y San Antonio del Táchira, respectivamente), mientras que el menos homogéneo

es el grupo 1 (Barcelona, Ciudad Bolívar, Maturín y San Fernando de Apure), ello significa que, en el grupo 1 es donde hay menos semejanza en las amplitudes y ángulos de fase cosenoidales estandarizados y por tanto, según nuestra hipótesis, en los regímenes pluviales.

Si se desea escoger el caso más representativo en los grupos múltiples, *MINITAB* estima la distancia de cada estación con respecto al centroide del grupo; de ahí que el caso con menor distancia al centroide puede escogerse como el representante del grupo. En ese orden de ideas, se obtuvieron los siguientes resultados:

**Cuadro 11.** Distancias al centroide por grupo

<b>GRUPO 1</b>			<b>GRUPO 3</b>		
<i>ordinal</i>	<i>grupo 1</i>	<i>distancia centroide 1</i>	<i>ordinal</i>	<i>grupo 3</i>	<i>distancia centroide 3</i>
1	<b>BRC</b>	1,145	4	<b>COL</b>	0,542
3	<b>CBO</b>	0,367	7	<b>MCB</b>	1,026
9	<b>MAT</b>	1,433	8	<b>MRC</b>	1,569
14	<b>SFA</b>	1,809	10	<b>MEN</b>	1,142
	Dist. media	1,189		Dist. media	1,07
<b>GRUPO 2</b>			<b>GRUPO 4</b>		
<i>ordinal</i>	<i>grupo 2</i>	<i>distancia centroide 2</i>	<i>ordinal</i>	<i>grupo 4</i>	<i>distancia centroide 4</i>
2	<b>BRQ</b>	0,799	5	<b>COR</b>	0,546
15	<b>SEU</b>	0,799	6	<b>MIQ</b>	0,546

Fuente: programa estadístico MINITAB.

Ciudad Bolívar (CBO) tiene la menor distancia al centroide del grupo 1 (véase columna 3) lugar que tiene el siguiente pluviograma. Se trata de una curva unimodal con máximo pluvial en julio. Colonia Tovar (COL) tiene la menor distancia al centroide del grupo 3 (véase columna 3), sitio que tiene el siguiente pluviograma. Se trata de una curva unimodal pero con leve descenso antes de alcanzar su máximo pluvial en octubre. Dado que la distancia centroidal de los casos es la misma, es indistinto escoger el caso representativo. Por ejemplo, en Barquisimeto (BRQ) se aprecia una curva unimodal con un mínimo local secundario pluvial en septiembre. La estación Coro (COR), exhibe una curva sin estacionalidad anual pero con mínimo local secundario en agosto. Gráficamente se tiene:

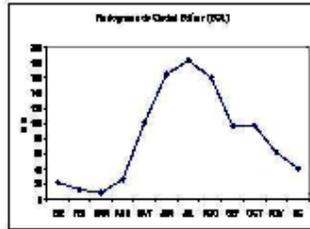


Figura 17. Pluviograma de Ciudad Bolívar (VEN). Señal de una curva unimodal con máximo pluvial en Julio.

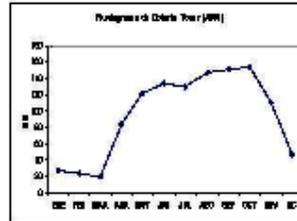


Figura 18. Pluviograma de Colonia Tovar (COL)

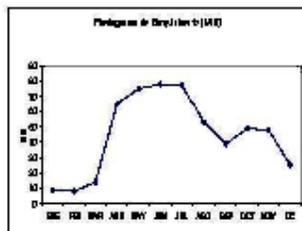


Figura 19. Pluviograma de San Juan de los Rios (VEN)

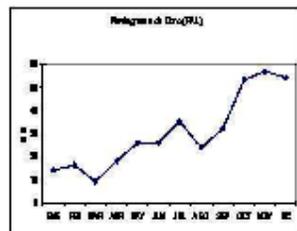


Figura 20. Pluviograma de Coro (VEN)

## CONCLUSIONES

La reducción de los doce montos pluviales, de un grupo seleccionado de quince lugares, a seis coeficientes estandarizados de amplitudes y ángulos de fase cosenoidales de las series Fourier, con aplicación a posteriori de un procedimiento de agrupación automático supervisado, ha resultado ser apropiado en cuanto a que ha permitido definir hasta 7 grupos de regímenes pluviales; estos regímenes se distinguen por su estacionalidad anual (unimodal, bimodal, no estacional), así como por la localización y magnitud de los valores pluviales máximos y mínimos.

Esos resultados sugieren que la parametrización con las series Fourier es una opción válida para caracterizar el régimen anual de la lluvia (así como de cualquier otro elemento climático) e incorporarlos a una base de datos, tanto por su enfoque reduccionista como por la posibilidad de obtener una mayor discriminación del patrón de la distribución espacial que la lograda por los procedimientos climáticos convencionales

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cañada, A. (2002). *Series de Fourier y aplicaciones: Un tratado elemental con notas históricas y ejercicios resueltos*. Ediciones Pirámide.
- Howell, K.B. (2001). *Principles of Fourier Analysis*. Chapman&Hall/CRC.
- Hsu, H. P. (1973). *Análisis de Fourier*. Fondo Educativo Interamericana. EEUU.
- Kyrkyla, K. I. y Hameed, S. (1989). *Harmonic analysis of the seasonal cycle in precipitation over the United States: a comparison between observations and a general circulation model*. *Journal of Climatology*, 2 (12), 1463-1475.
- Quine, J. T. (1982). *Curso de matemática superior*. Editorial Paraninfo. España.
- Programa estadístico MINITAB versión 13.2.
- Rodríguez G, J. (1994). *Conceptos básicos el análisis armónico*. Trabajo de ascenso a la categoría de asociado. UCV-Caracas.
- Rodríguez G, J. (2003). *Distribución de las fechas del inicio de la temporada lluviosa mediante análisis armónico de la región centro norte de Venezuela*. *Estudios Geográficos*, LXIV (251), (335-346). Instituto de Economía y Geografía. Madrid, España. Publicación trimestral.
- Rodríguez G, J. (2005). *Propuesta de una metodología de una clasificación climática* Trabajo de Especialización en Análisis de Datos en Ciencias Sociales. UCV-Caracas.

\*\*\*\*\*

**Andrés E. Blanco T.** Licenciado en Geografía (2000) Especialista en Análisis de Datos en Ciencia Sociales (escolaridad completa) Profesor Instructor por Concurso (2007) Escuela de Geografía UCV. Área de Investigación: Climatología Básica y Aplicada. Modelos Lineales, Univariados y Multivariados; Series de Tiempo. Correo electrónico: andeloblant@yahoo.com.

\*\*\*\*\*

**Jesús L. Barboza.** Licenciado en Geografía (2000). Profesor Instructor Escuela de Geografía UCV. Área de Investigación: Climatología Básica y Aplicada. Modelos Lineales, Univariados y Multivariados; Series de Tiempo. Correo electrónico: jlubarbo@yahoo.com.

\*\*\*\*\*

**Jorge Armando Rodríguez Gómez.** Licenciado en Geografía, Mención Cartografía (1968, UCV). Ingeniero Civil, Mención Estructuras (1983, USM). Magister Scientiarum en Geografía (1986, UCV) Especialista en Planificación e Ingeniería de los Recursos Hidráulicos (1991, USB). Profesor Titular (2000) Escuela de Geografía UCV. Docencia en Matemáticas (USB). Maestría en Estadística (escolaridad completa) Especialista en Análisis de Datos en Ciencia Sociales (2004, UCV). Área de Investigación: Climatología Básica y Aplicada. Modelos Lineales, Univariados y Multivariados; Series de Tiempo. Correo electrónico: [jarpine@yahoo.es](mailto:jarpine@yahoo.es).

