Terra. Vol. XXIV, No. 36, pp. 163-186.

DETERMINACIÓN MATEMÁTICA-ESTADÍSTICA DE LA LONGITUD MÍNIMA REQUERIDA PARA LOGRAR LA ESTABILIDAD DE LA MEDIA ARITMÉTICA EN REGISTROS PLUVIOMÉTRICOS ANUALES*

Mathematical-statistical determination of the minimun length required to achieve the stability of the Arithmetic Mean in annual pluviometric records

Andrés E. Blanco T. y Jorge Rodríguez G.

Resumen:

En Climatología, la determinación de la cantidad mínima de registros necesarios que logren estadísticos muestrales representativos ha sido un objetivo para los investigadores en esta área desde mediados del siglo pasado. Esta investigación se aboca a la obtención de esa cantidad mínima de valores que generen una media aritmética representativa o estable de la serie de tiempo de 29 datos de lluvias anuales de una estación pluviométrica ubicada en el estado Monagas. Mediante una transformación de variables, se han combinado las técnicas de **regresión lineal simple** y del **diferencial de funciones** a partir de las cuales, previo cálculo de derivadas parciales con respecto a las variables $\mathbf{m_U}$ y $\mathbf{n}$, donde $\mathbf{m_U}$ es la media aritmética unitaria pluvial acumulada y $\mathbf{n}$ un indicador del número acumulado de años, se ha estimado que el umbral que separa la

* Recibido: 20-02-2008.
Aceptado: 06-06-2008.

condición *estable* de las medias aritméticas de su condición no *estable*, es de **14 años**, límite que se interpreta como la cantidad mínima requerida para lograr una media aritmética representativa o estable de registros anuales de lluvia, para esa serie climática en cuestión, solución estadística que se aproxima a la expresión del enfoque figura-empírico. Lo relativamente sencillo de la estructura procedimental y el carácter general del algoritmo matemático aconsejan su empleo en otras series climatológicas pluviales anuales en diferentes zonas climáticas. Se considera que el conocimiento de tales particularidades matemáticas del procedimiento diferencial de funciones facultaría al profesional no matemático explorar sobre su aplicación en las series de tiempo de otros elementos climáticos o bien a otros estadísticos de la base de datos.

Palabras clave: serie temporal, lluvia, media aritmética, cantidad mínima, diferencial de funciones, regresión lineal.

****

Abstract:

In Climatology, the determination of the minimum amount of necessary records which allows us to obtain statistical representative samples has been an objective pursued by researchers in this area from mid last century. This research is focused on finding that minimum amount of values that will generate an average representative or stable arithmetic mean of the series of time of 29 annual rain data from a rainfall station located in Monagas State. By means of a transformation of variables, the techniques of simple linear regression and those of differential functions have been combined which allow the previous calculation of partial derivatives with respect to the variables $\mathbf{m_U}$ and $\mathbf{n}$, where $\mathbf{m_U}$ is the accumulated pluvial arithmetic unitary average and $\mathbf{n}$ is an indicator of the accumulated number of years. It has been considered that the threshold which separates the stable condition of the average arithmetic mean from its nonstable condition is of 14 years, a limit which is interpreted as the minimum amount required to obtain an average representative or stable arithmetic mean of annual rain records for the climatic series at issue. This statistical solution comes close to the solution obtained with a graph-empirical approach. The relatively simple procedural structure and the general character of this mathematical algorithm advocate their use in other annual pluvial climatologic series in different climatic zones. It is considered that the knowledge of such mathematical particularitities of the differential procedure of functions would authorize the non mathematical professional to explore its application in the series of time for other climatic elements or else to other statistics of the data base.

Key words: time series, rain, arithmetic mean, minimum amount, differential of functions, linear regression.

****

Introducción

Al estudiar una red pluviométrica, con características pluviales homogéneas a nivel regional, el investigador suele interrogarse sobre el lapso mínimo común de análisis temporal, para las estaciones que constituyen la red de estaciones climatológicas, para de este modo satisfacer dos requerimientos básicos: (1) utilizar el máximo posible de puntos de medición pluvial y (2) garantizar que las medidas de orden climático sean representativas de los datos pluviales.

Landsberg (tomado de Rodríguez, 1986) ha sugerido el procedimiento figura que confronta el estadístico en estudio versus el número de datos o años asociado al valor del estadístico respectivo. Frecuentemente, el estadístico estudiado es la media aritmética, que se compara acumulativa y cronológicamente con el número de años respectivo. En la figura 1, se muestra un patrón estándar de tal relación.

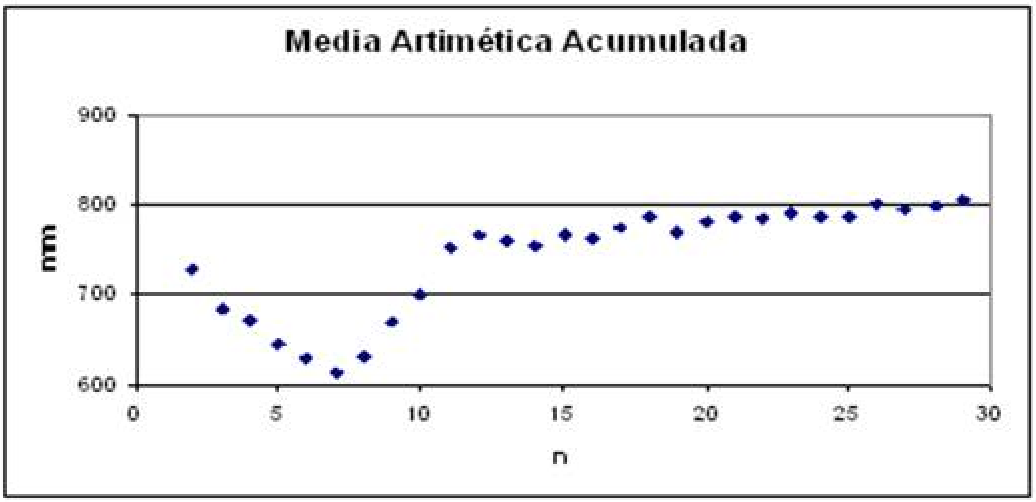


Figura 1. Media Aritmética Acumulada

En el eje de ordenadas se gráfica la media aritmética a medida que se va acumulando el número de años de registro, y se representa en el eje de abscisas. Por ejemplo, el primer punto tiene por coordenada horizontal (n = 2) los dos años más antiguos de la base de datos pluviales y por coordenada vertical, la media aritmética de tales años de registro.

Se observa, en la parte inicial de la figura un comportamiento inestable, es decir, al principio descendente y luego ascendente. Después de más de 10 años –momento indicado aproximadamente por la flecha–, la media aritmética tiene un comportamiento más regular, ello puede significar que: (1) los nuevos totales pluviales, que se incorporan al cálculo, son relativamente similares a los ocurridos anteriormente o (2) la cantidad de valores anteriores es de un orden de magnitud muy grande determinando que se mantenga la estabilidad de la media aritmética.

En ese orden de ideas, la solución, sobre la cantidad mínima de datos, se hallará identificando, en la figura, en qué momento se presume ocurre la estabilidad del estadístico analizado, momento que, el caso que nos interesa, se ubicaría después del umbral indicado por la flecha.

El propósito de este escrito es obtener mediante la combinación de procedimientos matemáticos y estadísticos, una solución numérica a la cantidad mínima de años en la cual cambia la estabilidad de la media aritmética de una base de datos pluviales anuales, sin menoscabo de la pertinencia de la solución gráfica.

METODOLOGÍA EMPLEADA

Base de datos

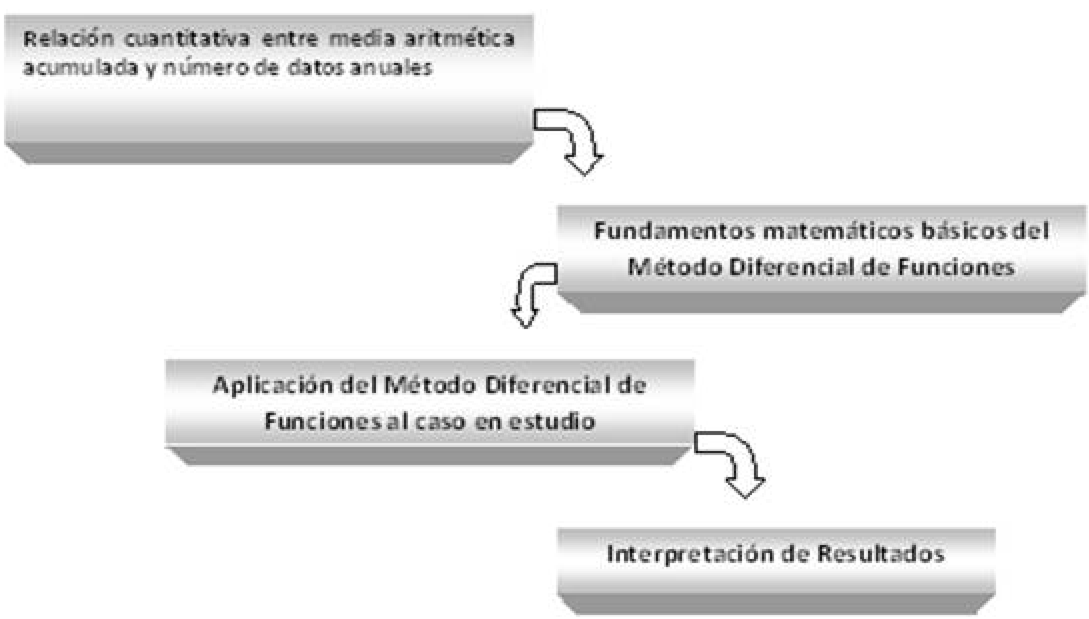
En la aplicación de la metodología propuesta se utilizará el registro pluviométrico anual (en mm) de la estación San Félix para el período 1971-1999 de 2.810; estado Monagas (Méndez, 2006), con las siguientes coordenadas geográficas: latitud norte: 9º 57′ 20''; longitud oeste: 63º 38′ 40''; altitud: 160 m. De inmediato se muestra, la respectiva base de datos de 29 años.

Cuadro 1. Registro pluviométrico anual

Año	Lluvia (anual) mm	Año	Lluvia (anual) mm	Año	Lluvia (anual) mm
1971	710,5	**1981**	1.282,1	**1991**	901,4
1972	749,2	**1982**	912,4	**1992**	737,9
1973	595,1	**1983**	700,1	**1993**	942,3
1974	633,6	**1984**	655,8	**1994**	701,1
1975	541,6	**1985**	958,7	**1995**	753,5
1976	549,7	**1986**	678,8	**1996**	1.161,3
1977	512,6	**1987**	965,2	**1997**	658
1978	764,1	**1988**	1.005,6	**1998**	925
1979	983	**1989**	456	**1999**	976,5
1980	969,5	**1990**	1.002,8		

Procedimiento

En la búsqueda de la solución numérica de la cantidad de datos requeridos para que cambie el grado de estabilidad de la media aritmética se ha diseñado el siguiente esquema lógico– secuencial:



Relación cuantitativa entre media aritmética acumulada y número de datos anuales

Sea m_n, o abreviadamente m, la media aritmética obtenida al promediar n datos anuales. Si se divide a m entre el número de datos n, usados para su cálculo se obtiene:

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{n} m = m_U$$
$$m = n \bullet m_U$$

Donde el cociente m_U podría interpretarse, por analogía, con el significado que podría atribuírsele al estadístico de la media aritmética *simple* o *no ponderada*, según el siguiente planteamiento. Sea P_j el total de la lluvia en el j-ésimo año; entonces la media aritmética $\bar{x}$ de los n años es:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{J=1}^{n} L_J}{n} \therefore \quad \sum_{J=1}^{n} L_J = n \bullet \bar{x}$$

Por lo tanto, $\bar{x}$ es

1. la contribución hipotética atribuible a cada n-sima lluvia anual o
2. la contribución hipotética atribuible a cada lluvia anual o
3. la contribución unitaria atribuible a la lluvia anual en n años.

Por lo tanto, dado que $m = n * m_U$, ello implica que m_U cuantifica, la contribución unitaria de la lluvia anual al total a la media aritmética m. Al despejar m_U, se tiene que:

$$m_U = \frac{m}{n} = \frac{1}{n} m$$

Si además m es constante, entonces la gráfica bidimensional de m_U en función de n tendría el siguiente comportamiento:

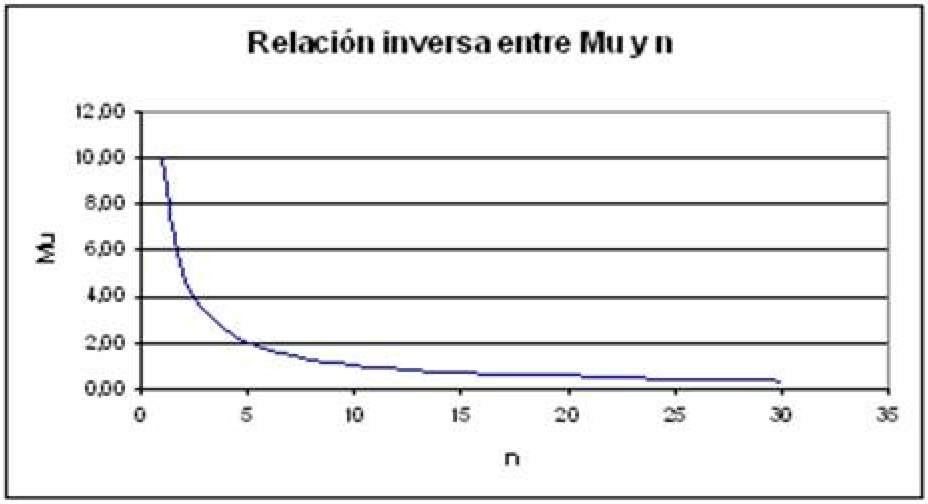


Figura 2. Relación inversa entre Mu y n

Si se utilizará, repetidamente, una m distinta, ello ocasionaría distintas funciones inversas, tal como se exhibe en la figura:

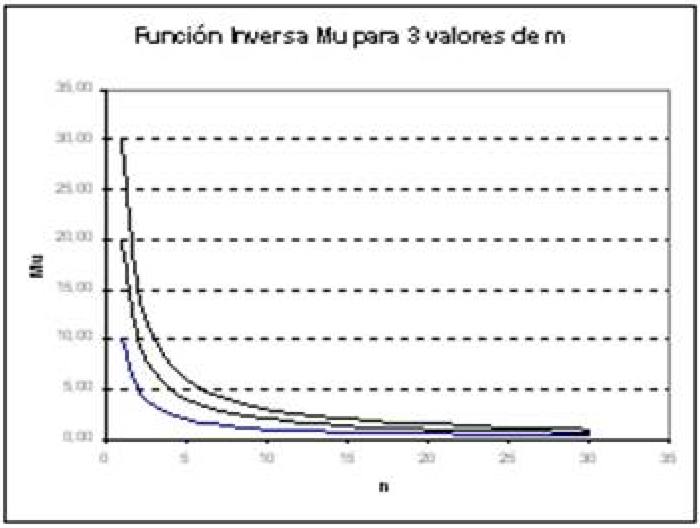


Figura 3. Función Inversa Mu para 3 valores de m

La gráfica de 1 tiene por ecuación $Mu_1 = \dfrac{30}{n}$

La gráfica de 2 tiene por ecuación $Mu_2 = \dfrac{20}{n}$

La gráfica de 3 tiene por ecuación $Mu_3 = \dfrac{10}{n}$

En consecuencia, habría tantas funciones inversas m_U como valores de m.

El número de datos n es conocido porque comprende una secuencia parcial de los números naturales. Ello significa que en la función multivariable de m ($m = n * m_U$) se tendría dos incógnitas: m y m_U.

Ahora bien, si se tiene una base de datos que permita acumular la media aritmética y calcular el inverso de esa media aritmética confrontándola con el número de datos, es factible hallar una función lineal, también inversa, entre m_U y n, lo que permitiría expresar m_U según n. Gráficamente, la función lineal inversa sería:

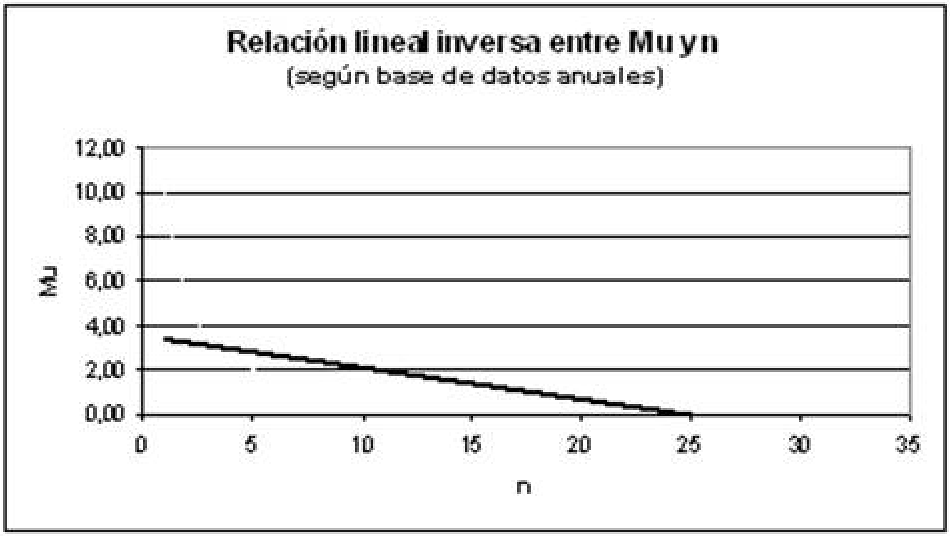


Figura 4. Relación lineal inversa entre Mu y n

Hasta aquí se han generado 2 funciones:

$$1)\quad m = n\, m_U$$

$$2)\quad m_U = a + b\, n$$

Donde a y b son los coeficientes regresores de la función lineal **m_U.** Al reformular la función 2 como ecuación lineal, se tendría:

$$1)\quad m = n\, m_U$$

$$2)\quad m_U = a + b\, n \quad o$$

$$\phi(n, m_U) = m_U - a + b\, n = 0$$

En resumen, surgen las 2 siguientes ecuaciones:

$$1)\quad m = n\, m_U$$

$$2)\quad \phi(n, m_U) = m_U - a + b\, n$$

Nótese, además que:

$$m_U = a - b\, n \quad \therefore \quad m_U = g(n)$$

$$m = n\, m_U \quad \therefore \quad m = f(n, m_U) = f(n, g(n))$$

Es decir, m es función solamente del número de datos n.

Dado que a y b son determinables estadísticamente, quedaría por resolver, primero, los valores específicos de n y m_U, para finalmente conocer cuál es el respectivo valor de m. Para ello se aplicará el método Diferencial de Funciones, y se explicará en el próximo aparte.

El método diferencial de funciones (MDF) se aplica, al menos, en la obtención de valores extremos condicionados (Yamane, 1983). Para apreciar de un modo práctico los conceptos matemáticos involucrados en el MDF, se mostrará el siguiente ejemplo. Dada la función (1) $u = x^2 + y^2$, bajo la condición (2) $x + y = 1$, hallar el punto en que la función u presenta un extremo.

La función u es factible escribirla de modo implícito como $u = f(x, y)$. Si se conviene en que $y = g(x) = 1 - x$, resulta, entonces que la ecuación (1) equivale a $u = f(x, g(x))$, es decir, u es función únicamente de la variable independiente x. Así mismo, si $x + y = 1$, es válido considerar que $x + y - 1 = 0 = Ö (x, y)$

Si en la función u existe un valor extremo, necesariamente su diferencial de primer orden es nulo, vale decir, se cumplirá que $du = 0$. Bajo esa condición, Yamane (1983) demuestra que d u puede expresarse como:

$$(1) \qquad du = \left(\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial f / \partial y}{\partial \phi / \partial y} \right) dx = 0$$

Con el propósito de simplificar la escritura de las derivadas parciales, véanse las siguientes simbologías equivalentes:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \equiv f_x' \quad \frac{\partial f}{\partial y} \equiv f_y' \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} \equiv \phi_x' \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} \equiv \phi_y'$$

recordando que: $u = f(x, y) = x^2 + y^2$; $Ö (x, y) = x + y - 1$

Re-escribiendo (1), según la equivalencia señalada,

$$(2) \qquad du = \left(f_x' - \phi_x' \frac{f_y'}{\phi_y'} \right) dx = 0$$

Debido a que **d x** "' **0**, necesariamente resultará que:

$$(3) \qquad \left(f_x' - \phi_x' \frac{f_y'}{\phi_y'} \right) = 0$$

Reajustando los términos de la sustracción indicada,

$$f_x' = \phi_x' \frac{f_y'}{\phi_y'} \quad \therefore \quad (4) \qquad \frac{f_x'}{\phi_x'} = \frac{f_y'}{\phi_y'}$$

Al aplicar las derivadas parciales, indicadas según (4), en las ecuaciones del ejercicio mencionado, se tendrá:

$$\frac{f_x'}{\phi_x'} = \frac{2\,x}{1} \quad \therefore \quad \frac{f_y'}{\phi_y'} = \frac{2\,y}{1}$$

$$\therefore \quad \frac{2\,x}{1} = \frac{2\,y}{1}$$

O sea, **x = y**. Así mismo, se tiene la relación lineal indirecta x + y = 1 Por lo tanto, habrá 2 variables (x, y) y dos ecuaciones. Al resolver, se tiene:

x = ½ **y = ½**

El punto P con coordenadas x = ½ y = ½ satisface simultáneamente a la función cuadrática y a la función lineal, significando ello que P (x,y) = P (½, ½) es común a las respectivas gráficas de las respectivas funciones. La gráfica de f (x, y) = u es una circunferencia; la gráfica de g (x) es una línea recta, y es tangente a la circunferencia en el punto P (½, ½). Es decir, de las innumerables circunferencias dadas por $u = x^2 + y^2$ habrá sólo una que está condicionada a tener en un punto una recta tangente. En otras palabras, se ha determinado, de las infinitas circunferencias, la menor circunferencia que tendría un radio que se extiende desde su centro hasta el punto de tangencia P.

Representación gráfica de la ecuación $u^2 = x^2 + y^2$

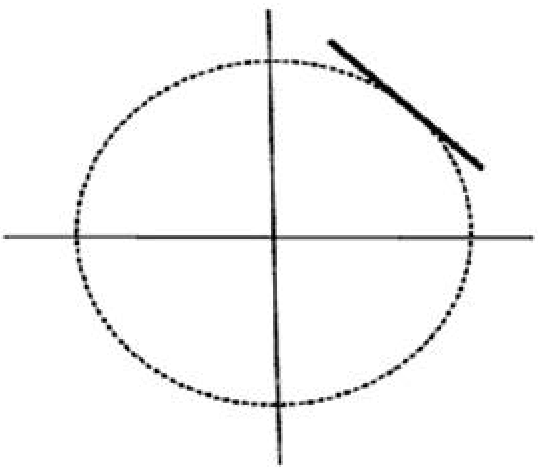
$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = x^2 + y^2$$

$$y^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - x^2$$

RESULTADOS

$$y = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - x^2}$$

Solución simultánea de circunferencia y recta



Aplicación del método diferencial de funciones al caso en estudio

Se ha establecido que, de modo general, existe una relación multivariable entre m, n y m_U, que explícitamente está dada por la expresión $m = n \cdot m_U$. Así mismo, la función de regresión lineal de m_U con respecto a n, según la base datos de lluvias anuales para 29 años, y por medio de la hoja de calculo Excel, resultó $m_U = 176 - 6{,}50\ n$.

De ese par de funciones, se generan dos de tipo multivariable, que relacionan a m, n y m_U, y tienen la siguiente formulación:

1. $\mathbf{m = n \cdot m_U}$
2. $\mathbf{Ö\ (n, m_U) = m_U - 176 + 6{,}50\ n}$

donde

m = media aritmética pluvial (mm) acumulada en n años

n = número de años o datos de la media aritmética m

m_U = media aritmética unitaria

Siguiendo el procedimiento explicado por Yamane (1983) para el MDF, se hallará el valor extremo de $m = n \cdot m_U$ condicionada por la relación lineal indirecta $m_U = 176 - 6{,}50\ n$. Como se explicó previamente, el MDF consiste en igualar los cocientes de las derivadas parciales de las ecuaciones $m = n \cdot m_U$ y $Ö\ (n, m_U) = m_U - 176 + 6{,}50\ n$.

Las derivadas parciales de m con respecto a n y m_U son:

El cociente entre ambas derivadas parciales es:

$$\frac{\partial m}{\partial n} = m_n{}' = (n m_U)_n{}' = m_U$$

$$\frac{\partial m}{\partial m_U} = m_{m_U}{}' = n$$

El cociente entre ambas derivadas parciales es:

$$\frac{m_n{}'}{m_{m_U}{}'} = \frac{m_U}{n}$$

Para la función **2, Ö (n, $\mathbf{m_U}$) = $\mathbf{m_U}$ - 176 + 6,50 n**:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \Phi_n{}' = (m_U - 176 + 6{,}50\, n)_n{}' = 6{,}50$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial m_U} = \Phi_{m_U}{}' = (m_U - 176 + 6{,}50\, n)_{m_U}{}' = 1$$

El cociente entre las respectivas derivadas parciales resulta en:

$$\frac{\Phi_n{}'}{\Phi_{m_U}{}'} = \frac{6{,}50}{1}$$

Al igualar las derivadas parciales se obtiene:

$$\frac{m_n{}'}{m_{m_U}{}'} = \frac{m_U}{n} = \frac{\Phi_n{}'}{\Phi_{m_U}{}'} = \frac{6{,}50}{1}$$

$$m_U = 6{,}50n$$

Pero, $\mathbf{m_U = 176 - 6{,}50\ n}$. Sustituyendo en $m_U = 6{,}50\,n$, se logra:

$$m_U = 176 - 6{,}50\,n = 6{,}50\,n$$
$$\therefore n = \frac{176}{13} = 13{,}54 \approx 14 \textit{ años}$$
$$m_U = 87{,}9\ \frac{mm}{año} \quad \Rightarrow \quad m = 1189{,}9\,mm$$

En resumen, de las infinitas relaciones inversas entre m_U y n, la que satisface la restricción lineal $m_U = 176 - 6{,}50$ n es la de ecuación inversa

$$m_U = 1189{,}9\ \frac{1}{n}$$

Ello determina la siguiente solución gráfica:

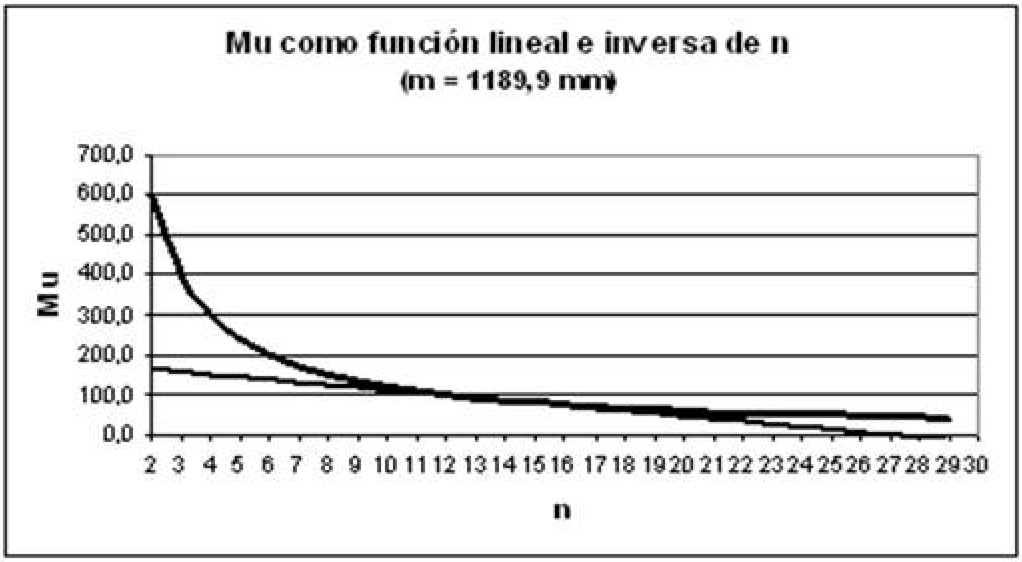


Figura 5. Mu como función lineal e inversa de n

En consecuencia, el punto de tangencia (indicado de modo aproximado por la flecha) tiene por coordenadas (14; 1189,9mm) y pertenece tanto a la función inversa como a la función lineal.

DISCUSIÓN

Interpretación de resultados

¿Cuál es el significado matemático que tiene el resultado n H" 14 años?

La estrategia seguida consistió en combinar dos modelos: (1) un modelo matemático general y teórico y (2) un modelo estadístico basado en la base de datos. El modelo matemático se fundamenta en que, en general, la relación entre las variables m, n y m_U es factible que se cumpla la relación $m_U = m / n$, lo cual determina el siguiente lugar geométrico (figura 6):

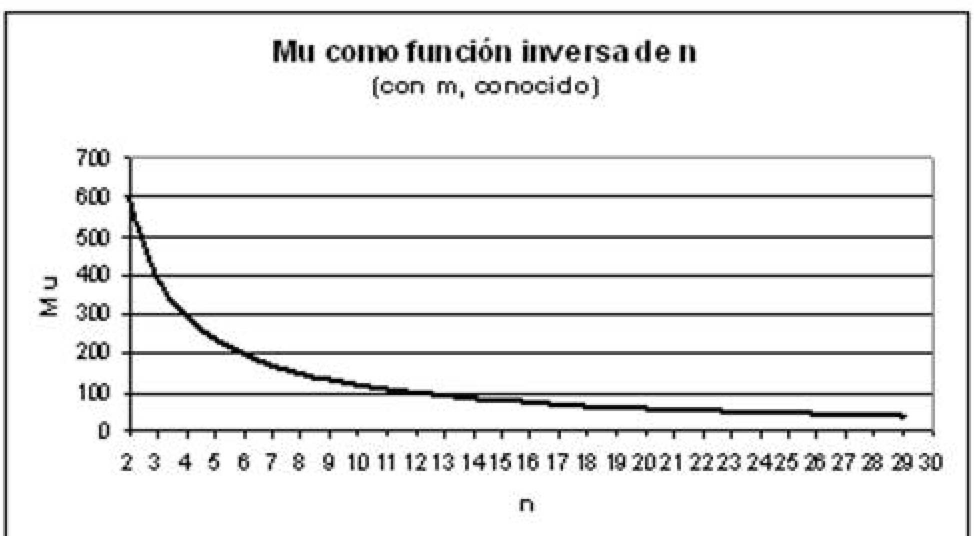


Figura 6. Mu como función inversa de n
Fuente: Elaboración propia

Esa gráfica teórica sólo es posible obtenerla cuando se resuelve la función $m = n \cdot m_U$, la cual tiene solución mediante el Método Diferencial de Funciones e incorporando la función de regresión lineal sabiendo la relación estadística $m_U = a + b\,n$. Dado que se conoce el diagrama de dispersión de los puntos $(n, \; m_U)$, se estimaron los coeficientes regresores de dicha función lineal, obteniéndose la siguiente expresión: $m_U \; - 176 + 6{,}50\,n$. Gráficamente ello corresponde a:

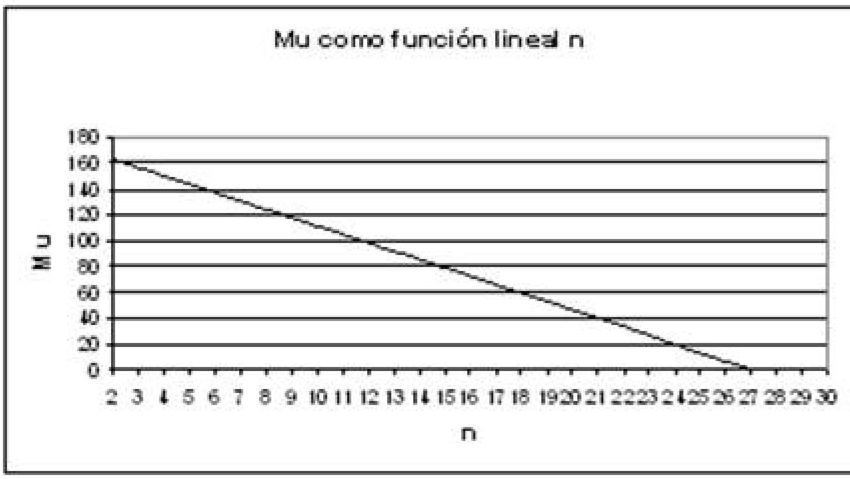


Figura 7. Mu como función lineal n

Combinando el modelo matemático general y el modelo estadístico lineal de la base de datos, se obtuvo, el siguiente resultado:

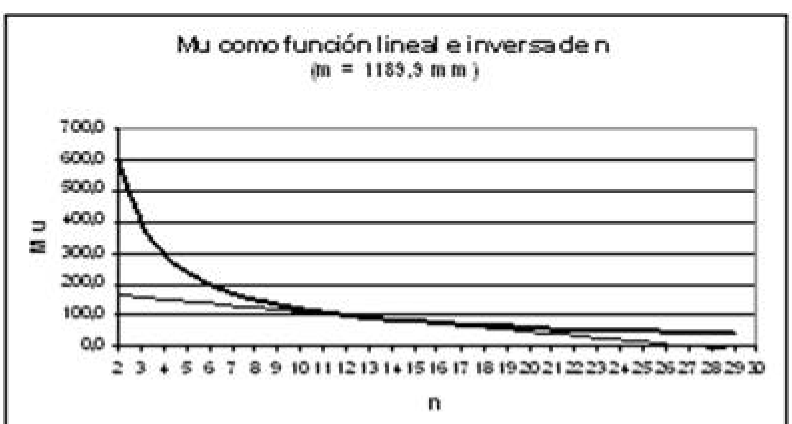


Figura 8. Mu como función lineal e inversa de n

El punto donde la recta es tangente a la curva inversa es el de coordenadas (n, m_U), tal que (n, m_U) = (14 años; 87,9 mm / año). Dado que $m = n \bullet m_U$, resulta $m = 1189{,}9$ mm. En consecuencia, de la familia de funciones inversas generalizadas por $m_U = m / n$, la única que satisface las restricciones del problema es la que tiene por ecuación

$$m_U = 1189{,}9\,\frac{1}{n}$$

En otras palabras, de todos los posibles valores de m, el valor que determina la gráfica anterior es m =1189,9, tal como lo indica la flecha en el dibujo.

Ahora bien, nótese que cuando n pertenece al intervalo [2 ; 14), la tasa de variación de curva inversa es mayor que la tasa de variación de la recta de regresión. Ello significa que la inestabilidad de m_U (y por ende, de m) es mayor en la curva. Cuando n = 14, ambas funciones tienen la misma tasa de variación y, finalmente, cuando n > 14, la tasa de variación de m es menor que el modelo lineal. Dado que en el modelo inverso multiplicativo participan las 3 variables en estudio, el comportamiento del mismo es el que nos permite concluir en que:

1. Si n < 14, mayor inestabilidad en **m**
2. Si m > 14, menor estabilidad en **m**

En consecuencia, n = 14 es el umbral que separa los grados de inestabilidad de la media aritmética acumulada m, sugiriendo ello que m sea menos inestable con n > 14, por lo que para obtener una media aritmética representativa de la base de datos se recomienda, para este caso, que la sucesión pluvial anual debe tener más de 14 años de registro. En otro orden de ideas, si la estación pluviométrica analizada es la estación piloto de un conjunto pluviométricamente homogéneo, el análisis espacial pluvioanual se realizaría con todos los puntos de medición que tuvieran un período de registro concurrente y con más de 14 años de funcionamiento.

Otra interpretación matemática: el MDF ha determinado la existencia de un valor extremo: el máximo valor de m, válido para los datos usados, es 1.189,9 mm. Es decir, no se debiera utilizar ningún modelo multiplicativo inverso con valores de m > 1.189,9 mm.

Para apreciar la aplicación de la solución matemático – estadística al problema planteado, considérese la figura de la media aritmética acumulada m con respecto a la cantidad de años de registro n:

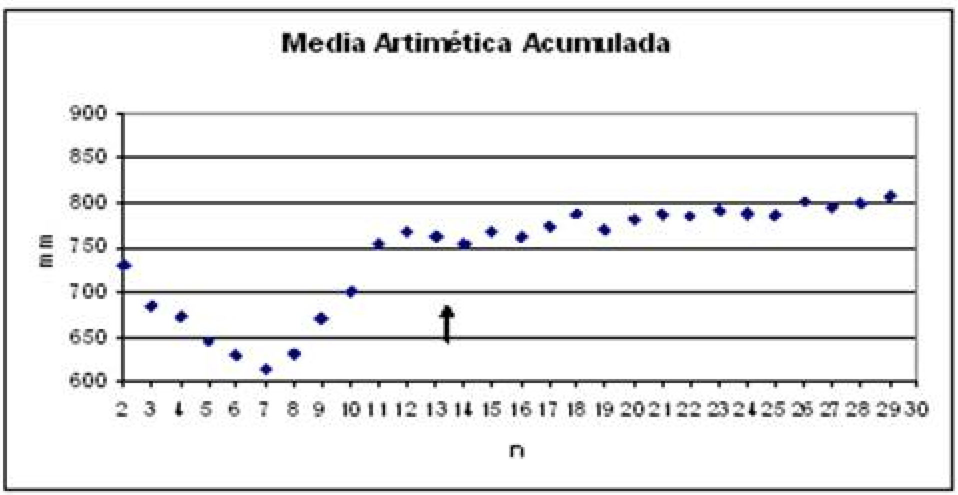


Figura 9. Media Aritmética Acumulada

La flecha señala el valor de m para n = 14.

Obsérvese que la solución matemática es compatible con la apariencia de la menor inestabilidad de m a la derecha de n = 14 o, igualmente, antes de n = 14, m tiene un comportamiento de mayor inestabilidad que en medias aritméticas estimadas con mayor número de años.

Para constatar, cuantitativamente, el rol que asume como *umbral de inestabilidad de m* el punto que tiene por abscisa n = 14, se analizará el siguiente cuadro de diferencias sucesivas absolutas de las medias aritméticas de la base de datos original.

Cuadro 2. Medias Aritméticas

1 n	2 m	3 Dif Abs	
2	729,9		
3	684,9	**44,9**	
4	672,1	**12,8**	
5	646,0	**26,1**	
6	630,0	**16,1**	
7	613,2	**16,8**	
8	632,1	**18,9**	
9	671,0	**39,0**	
10	700,9	**29,8**	
11	753,7	**52,8**	
12	767,0	**13,2**	promedio
13	761,8	**5,1**	**25,1**
14	**754,2**	7,6	
15	767,9	13,6	
16	762,3	5,6	
17	774,2	11,9	
18	787,1	12,9	
19	769,7	17,4	
20	781,3	11,7	
21	**787,0**	5,7	
22	**784,8**	2,2	
23	791,7	6,8	
24	787,9	3,8	
25	786,5	1,4	
26	800,9	14,4	
27	795,6	5,3	
28	800,2	4,6	promedio
29	806,3	6,1	**8,2**

La columna 1 señala el número de años de la respectiva media aritmética acumulada en m (columna 2). En la columna 3 se registraron las sucesivas diferencias absolutas de la columna 2.

El promedio de diferencias absolutas, cronológicamente anteriores al umbral n = 14, fue de 25,1 mm. Después de n = 14, el correspondiente promedio fue de 8,2 mm; o sea, el período previo de 13 años al valor umbral fue un 67% más inestable que el período a posteriori del valor umbral.

Una gráfica de las sucesivas diferencias absolutas pone en evidencia la comparación numérica (figura 10).

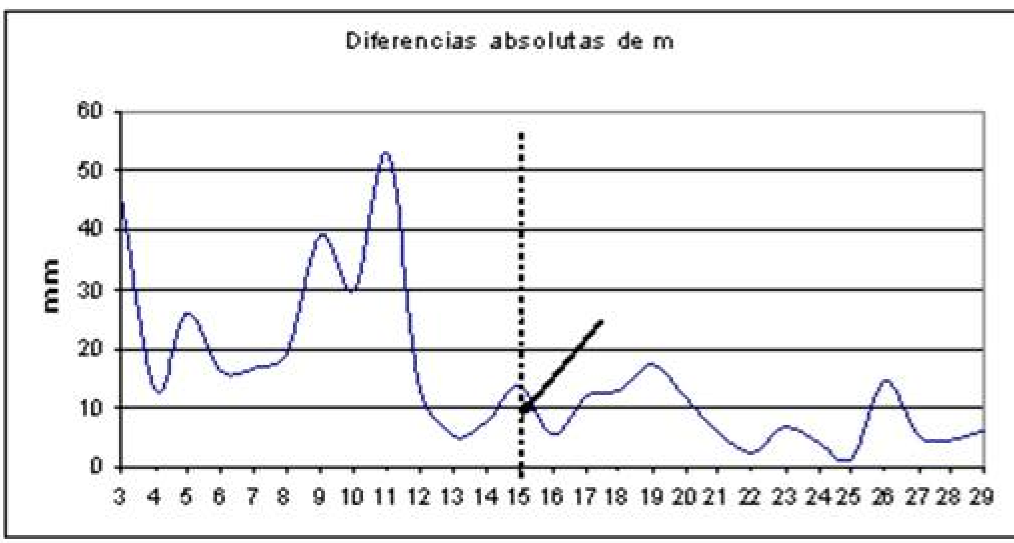


Figura 10. Diferencias absolutas de m

Nótese que antes del umbral n = 14 (señalado de modo aproximado por la flecha), las medias aritméticas acumuladas presentan una mayor variabilidad que después del mencionado umbral.

Conclusiones

El procedimiento matemático–estadístico, basado en el método diferencial de funciones, revela según la compatibilidad del resultado obtenido con el aproximado de la solución gráfica, una opción viable para precisar la cantidad de años en series de tiempo de registros anuales, donde el estadístico de la media aritmética cambia de inestabilidad. Lo relativamente sencillo de los procedimientos cuantitativos utilizados en el MDF, como lo consistente del resultado logrado, lleva a los autores recomendar a los geógrafos-climatólogos, u otros especialistas del área climatológica, para precisar la solución que brindan otras opciones tanto cualitativas como gráficas.

Se recomienda la utilización de este procedimiento matemático–estadístico a diferentes series pluviales anuales, en distintas regiones geográficas del país para tener sus respectivas cantidades mínimas de registros necesarios, para cada área en cuestión.

Referencias bibliográficas

Bras, R. L., Rodríguez, I. (1985). *Random functionsand hydrology*. Addison-Easley Publishing Company. USA. pp. 393, 399, 404.

Morrison, D. F. (1978). *Multivariate statistical methods*. 2ª. Edición. McGraw-Hill. Tokio.

Chambadal, L. (1984). *Diccionario de matemáticas*. 1ª. Edición. Ediciones Grijalbo. Barcelona.

Méndez ,Y. (2006). *Influencia de las plantaciones de pino caribe (pinus caribea var) en el comportamiento del elemento climático precipitación (Período 1971-1999)* UCV. Caracas-Venezuela.

Rodríguez, J. 1986. *Proposición y evaluación de conocimientos teóricos y de procedimientos cuantitativos aplicables en Climatología en el estudio geográfico regional*. UCV. Caracas

Yamane, T. 1983. *Estadística*. 3ª. Edición. Editorial Harla. México, México, pp. 216-226.

****

Jorge Armando Rodríguez Gómez. Licenciado en Geografía, Mención Cartografía (1968, UCV). Ingeniero Civil, Mención Estructuras (1983, USM). Magister Scientiarum en Geografía (1986, UCV). Especialista en Planificación e Ingeniería de los Recursos Hidráulicos (1991, USB). Profesor Titular (2000). Escuela de Geografía. UCV. Docencia en Matemática (USB). Maestría en Estadística (escolaridad completa; UCV). Especialista en Análisis de Datos en Ciencias Sociales (2004, UCV). Área de Investigación: Climatología Básica y Climatología Aplicada; Modelos Lineales Univariados y Multivariados; Series de Tiempo.
Correo electrónico: jargpine@yahoo.es

****

Andrés Eloy Blanco T. Licenciado en Geografía (2000, UCV). Profesor Instructor por concurso (2007, UCV). Escolaridad en la Especialización de Análisis de Datos en Ciencias Sociales (2008, UCV). Área de Investigación: Climatología Básica y Climatología Aplicada. Modelos Lineales Univariados y Multivariados. Series de Tiempo.
Correo electrónico: andeloblant@yahoo.com