

# Determinación de la energía plástica que puede disipar una estructura durante un terremoto

Miguel F. Cruz A. / Oscar A. López

## Resumen

Durante los terremotos la energía fluye del suelo a las estructuras y éstas deben disiparla mediante los mecanismos de amortiguamiento en rango elástico y mediante las deformaciones plásticas, las cuales son responsables del daño estructural. La energía plástica que puede disipar una estructura es un parámetro importante en las nuevas tendencias para el diseño de estructuras en zonas de elevada amenaza sísmica. Este trabajo relaciona la energía plástica con las características del movimiento sísmico y con las propiedades de la estructura. Para derivar estas relaciones se efectuaron estudios paramétricos con cinco estructuras de un grado de libertad y dos estructuras de varios grados de libertad con diferentes resistencias y periodos propios. Se presentan expresiones simples para calcular la energía plástica en función de la energía de entrada y la duración del sismo, y de la resistencia, el amortiguamiento y el periodo propio de oscilación de la estructura.

## Abstract

During earthquakes input energy flows from the ground to structures and should be dissipated by damping mechanisms and by plastic deformation that is responsible in part for structural damage. The plastic energy is an important parameter in new design procedures for structures located in high seismicity regions. This work relates the dissipated plastic energy to the ground motion characteristics and to the structural parameters. Five single-degree of freedom structures and two multi-degree of freedom structures with different strengths and periods are used in parametric studies in order to develop this relations. Simple expressions are found to calculate the plastic energy as a function of the input energy and duration of ground motion, and strength, damping ratio and vibration period of the system.

## 1. Introducción

El daño en las estructuras debidas a los movimientos sísmicos es causado por las deformaciones y la fatiga en los materiales (Banan *et al.*, 1981). El daño asociado a la fatiga se relaciona con la energía plástica disipada durante el sismo. Chung *et al.* (1990) demostraron que el daño en las estructuras de concreto reforzado puede ser controlado en primera instancia con el refuerzo longitudinal, el cual está relacionado directamente con la resistencia.

Después de los trabajos de Park y Ang (1985) parece razonable aceptar que cualquier método de diseño tendente a controlar el daño debe considerar el nivel de deformación, así como la energía plástica que pueda disipar la estructura. La energía plástica va a depender, entre otras variables, de la energía que suministre el movimiento sísmico, o energía de entrada a la estructura. La energía de entrada en sistemas inelásticos de un grado de libertad es aproximadamente independiente del amortiguamiento y del tipo de relación fuerza-deformación (Kuwamura y Galambos, 1989), y de la resistencia de la estructura para rangos de periodos medios y largos (Fajfar *et al.*, 1989). La energía plástica, por el contrario, es muy sensible a la resistencia y al amortiguamiento viscoso. Si la resistencia va a ser utilizada como un parámetro para controlar el daño, entonces debería conocerse la relación que hay entre la energía plástica y la resistencia.

## Descriptores:

Energía de entrada; energía plástica; disipación de energía; diseño sísmico.

## Descriptors:

Input energy; plastic energy; energy dissipation; seismic design.

TECNOLOGÍA Y CONSTRUCCIÓN. Vol. 17-2, 2001, pp. 09-20.  
Recibido el 29/06/00 - Aceptado el 22/03/01

## artículos

En sistemas de varios grados de libertad, la energía de entrada para una estructura específica se puede obtener del espectro de energía de entrada para sistemas de un grado de libertad (Akiyama, 1985; Uang y Bertero, 1990). El cociente entre la energía plástica y la energía de entrada ha sido examinado en sistemas de varios grados de libertad por Léger y Dussault (1992) para varios valores de modelos de amortiguamiento de Rayleigh. Sin embargo, menos esfuerzo ha sido dedicado para obtener expresiones simples del cociente entre la energía plástica y la energía de entrada, como una función de las propiedades del sistema y de los parámetros del movimiento sísmico, que pueda ser utilizada en el diseño.

El objetivo de este trabajo es obtener una expresión que relacione la energía plástica con la energía de entrada y la duración del terremoto, y con la resistencia, el periodo y el amortiguamiento de la estructura. Para ello se efectúan estudios paramétricos de sistemas no-lineales de uno y varios grados de libertad con seis niveles distintos de resistencia, sujetos a seis registros de terremotos con diferentes valores de duración e intensidad obtenidos en diversos lugares del planeta. Resultados adicionales son presentados por Cruz (1996).

### 2. Movimientos sísmicos

Las características más importantes de los seis registros de los movimientos sísmicos utilizados en este trabajo se muestran en el cuadro 1. Se incluye allí el bien conocido componente N-S del terremoto del Valle Imperial en El Centro, 1940, el registro más fuerte obtenido en el terremoto de México (1985) en la estación SCT, y el registro CIG obtenido en San Salvador durante el terremoto de 1986. Fueron utilizados también tres registros obtenidos en Costa Rica, cuyos terremotos, Cóbano (25 de marzo de 1990), Alajuela (22 de diciembre de 1990) y Limón (22 de abril de 1991) son descritos en la publicación N° 93-A del EERI (1993). En el estudio de estructuras de un grado de li-

bertad, los registros del Limón serán escalados con un factor de amplificación de 2, por lo que se dispondrá de un registro adicional. Por lo tanto, las estructuras de un grado de libertad serán analizadas con siete registros. En el cuadro 1,  $T_g$  es el período característico del registro,  $T_D$  es la duración, de acuerdo con Bolt (1969), para una aceleración acotada de 0.05 g,  $A$  es la aceleración máxima del terreno,  $M_s$  es la magnitud del terremoto y  $A/V$  es el cociente entre la aceleración máxima y la velocidad máxima del terreno.

### 3. Energía de entrada, energía plástica y potencia normalizada del sismo

En este trabajo se utiliza la definición de energía de entrada basada en el desplazamiento relativo de la estructura. Esta energía representa el trabajo hecho por una fuerza lateral equivalente debida al movimiento sísmico, a través del desplazamiento relativo de la masa (Uang y Bertero, 1990). La energía relativa de entrada,  $E_i$ , se calcula por la siguiente expresión:

$$E_i = - \int M \ddot{u}_g(t) du \quad (1)$$

Donde  $M$  es la masa,  $\ddot{u}_g$  es la aceleración del terreno y  $u$  es el desplazamiento relativo.

En el rango de períodos desde 0,2 s a 5,0 s, los valores de la energía relativa son bastante similares a los valores de la energía absoluta (Uang y Bertero, 1990). Por lo tanto, no se realiza ninguna diferenciación entre ambas energías en este trabajo.

La energía de entrada del sismo puede aceptarse que es independiente de los parámetros del sistema (Kuwanura y Galambos, 1989; Zahrah y Hall, 1984). El amortiguamiento viscoso, la ductilidad y la resistencia tienen un efecto menor en la energía de entrada. Es más, la energía de entrada no se ve muy influenciada por el tipo de relación no-lineal fuerza-deformación de la estructura.

**Cuadro 1:**  
Características de los registros sísmicos

Registro	Estación	$T_g$ (s)	$T_D$ (s)	$A$ (g)	$M_s$	$A/V$ (g/m/s)
Alajuela Dec./22/90	Cipet N90E	0.4	17.00	0.45	5.7	1.10
Limón Apr./22/91	UCR N00E	0.45	20.8	0.19	7.4	1.54
Cóbano Mar./25/90	Hospital N90E	1.30	9.64	0.25	6.9	0.55
San Salvador Oct./10/86	CIG N90E	0.50	8.20	0.68	5.4	0.85
Imperial V. May./18/40	El Centro N00E	0.55	27.00	0.34	6.3	1.14
México Sep./19/85	SCT N90E	2.0	33.15	0.17	8.1	0.27

Esto significa que independientemente que la relación fuerza-deformación sea elasto-plástica, bi-lineal, con o sin degradación de rigidez, la energía de entrada permanece más o menos constante. En las estructuras de varios grados de libertad la energía de entrada puede ser calculada a partir de los espectros de energía obtenidos en estructuras de un solo grado de libertad.

Al final del sismo, toda la energía de entrada debe haber sido disipada por la estructura, a través de los mecanismos de disipación en rango elástico (amortiguamiento viscoso) o de disipación en rango inelástico (energía plástica). La energía plástica  $E_p$  se define, en consecuencia, como aquella porción de la energía absorbida por la estructura que es utilizada para deformar el material en el rango plástico. Esta energía plástica se determina a partir de:

$$E_p = \int F du_p \tag{2}$$

donde  $F$  es la fuerza elástica de restitución y  $u_p$  es el componente plástico del desplazamiento relativo. Debe señalarse que la estabilidad relativa demostrada por la energía de entrada no es una característica de la energía plástica, la cual es muy sensible al tipo de estructura y a los parámetros del movimiento sísmico.

La energía plástica normalizada  $E_{pm}$  se define como:

$$E_{pm} = E_p / E_i \tag{3}$$

y representa la porción de la energía de entrada que es disipada por deformaciones plásticas.

La potencia media de entrada del sismo se define en este trabajo como la energía de entrada, dividida por la duración de Bolt del registro:  $E_i / T_d$ . La duración  $T_d$  de Bolt es el intervalo de tiempo entre los cuales se tienen aceleraciones mayores que 0,05 g. La potencia media normalizada del sismo,  $N_p$ , se define como:

$$N_p = (E_i / T_d) / (E_d / T) \tag{4}$$

donde

$$E_d / T = \frac{MC_y^2 g^2}{4\pi\omega} \left( 1 - \frac{1}{e^{4\pi\zeta}} \right) \tag{5}$$

$C_y$  es el coeficiente sísmico a nivel cedente, el cual representa la resistencia normalizada de la estructura, definido como la fuerza cedente lateral dividida por el peso;  $T$  es el periodo de la estructura, en segundos;  $g$  es la constante de la aceleración de gravedad, igual a 9,81 m/s<sup>2</sup>;  $\zeta$  es el coeficiente de amortiguamiento relativo, adimensional, y  $\omega$  es la frecuencia natural de la estructura, en s<sup>-1</sup>. El término  $E_d / T$  es la potencia media disipada por amortiguamiento en rango elástico; está dada por la energía disipada por el amortiguador viscoso durante un ciclo de oscilación libre iniciado desde el desplazamiento cedente, dividida entre el periodo de la estructura.

Es conveniente destacar que la potencia media normalizada,  $N_p$ , dada por la ecuación 4, depende de la intensidad del movimiento sísmico (energía de entrada y duración) y de los parámetros estructurales (resistencia, amortiguamiento y periodo).

#### 4. Estructuras de un grado de libertad

Treinta estructuras de un grado de libertad fueron definidas para ser analizadas, con diferentes valores del periodo natural de oscilación y del coeficiente sísmico cedente  $C_y$ , tal como se muestra en el cuadro 2. Para cada periodo se definieron seis niveles de resistencia designados como S1, S2, S3, S4, S5 y S6, los cuales corresponden a la resistencia de estructuras localizadas en un área de elevada amenaza sísmica (aceleraciones máximas de 0,30 g) y diseñadas con factores de reducción de fuerzas entre 1 y 3, a fin de incorporar el comportamiento inelástico. Como resultado se observan en el cuadro 2 valores de  $C_y$  comprendidos entre 0,03 (sistema menos resistente) y 0,55 (sistema más resistente). La relación fuerza-deformación es una relación elasto-plástica perfecta, con una fuerza cedente dada por el producto del coeficiente sísmico (cuadro 2) y el peso del sistema. No se consideran efectos

**Cuadro 2:**  
Coeficiente sísmico cedente ( $C_y$ ) para los sistemas de IGDL

Resistencia	Periodo (s)				
	0.25	0.50	1.00	1.50	3.00
S1	0.184	0.184	0.090	0.060	0.030
S2	0.258	0.258	0.126	0.084	0.042
S3	0.331	0.331	0.163	0.108	0.054
S4	0.405	0.405	0.199	0.132	0.065
S5	0.478	0.478	0.235	0.156	0.077
S6	0.552	0.552	0.271	0.180	0.089

## artículos

de segundo orden ( $P$ ) y todos los cálculos se realizaron con el programa DRAIN 2D, Kannan y Powell (1973), con un intervalo de tiempo constante de 0,02 s para la integración numérica. Un amortiguamiento viscoso de 2% fue asignado a todos los sistemas.

### 4.1 Determinación de $E_p/E_i$ como una función de $N_p$

La energía de por unidad de masa,  $E_i/M$  y la energía plástica normalizada,  $E_p/E_i$ , se presentan en los cuadros 3 a 7 para cada período de oscilación, nivel de resistencia y registro sísmico. El cociente  $E_p/E_i$  depende de la duración, de la intensidad y del período característico del movimiento sísmico. Por ejemplo, la estructura con un período de 1 segundo (cuadro 5) y con una resistencia S4 tiene igual a 0,54 para el registro de Alajuela. Este valor se compara con 0,59 para el registro de El Centro. Estos va-

lores de  $E_p/E_i$  son similares a pesar del hecho de que la energía de entrada,  $E_i/M$  es diferente para cada registro (0,166 para Alajuela y 0,625 para El Centro). La similitud de  $E_p/E_i$  se puede explicar observando que Alajuela suministra su energía de entrada en una duración de 17 s, mientras que el registro de El Centro suministra su energía en 27 s (cuadro 1). Este fenómeno puede ilustrarse adicionalmente con la estructura de período igual a 0,5 s (cuadro 4). Para la resistencia de S2,  $E_p/E_i$  es 0,70 con el registro de Cóbano, y 0,72 con el registro de El Centro. La energía de entrada para estos registros es, sin embargo, igual a 0,353 y 0,662, respectivamente. La duración del Cóbano es de 9,6 s y la duración de El Centro es de 27 s (cuadro 1). Estos resultados sugieren que además de depender de la resistencia de la estructura, el cociente  $E_p/E_i$  depende también de la potencia media, la cual contiene a la duración del sismo y, por tanto, depende también de la potencia media normalizada,  $N_p$ , dada por la ecuación 5.

**Cuadro 3:**  
Energía de entrada por unidad de masa  $E_i/M$  ( $m^2/s^2$ ) y energía plástica normalizada  $E_p/E_i$ ,  $T=0.25$  s

Resistencia		Limón	Limón x 2	Cobano	Alajuela	San Salvador	El Centro	México
S1	$E_p/E_i$	0.57	0.82	0.84	0.89	0.87	0.82	0.20
	$E_i/M$	0.082	0.528	0.103	0.458	0.570	0.413	0.004
S2	$E_p/E_i$	0.32	0.75	0.63	0.87	0.88	0.73	0.00
	$E_i/M$	0.065	0.449	0.040	0.515	0.596	0.367	0.0035
S3	$E_p/E_i$	0.05	0.65	0.38	0.90	0.87	0.59	0.00
	$E_i/M$	0.054	0.376	0.029	0.550	0.590	0.302	0.0035
S4	$E_p/E_i$	0.00	0.47	0.13	0.79	0.78	0.45	0.00
	$E_i/M$	0.053	0.300	0.025	0.532	0.588	0.294	0.0035
S5	$E_p/E_i$	---	0.35	0.0	0.73	0.78	0.30	0.00
	$E_i/M$	---	0.271	0.023	0.456	0.630	0.303	0.0035
S6	$E_p/E_i$	---	0.12	0.0	0.66	0.73	0.21	0.00
	$E_i/M$	---	0.246	0.023	0.369	0.673	0.310	0.0035

(--- conducta elástica)

**cuadro 4:**  
Energía de entrada por unidad de masa  $E_i/M$  ( $m^2/s^2$ ) y energía plástica normalizada  $E_p/E_i$ ,  $T=0.50$  s

Resistencia		Limón	Limón x 2	Cobano	Alajuela	San Salvador	El Centro	México
S1	$E_p/E_i$	0.55	0.68	0.78	0.78	0.89	0.78	0.54
	$E_i/M$	0.18	0.60	0.31	0.53	0.93	0.64	0.08
S2	$E_p/E_i$	0.44	0.61	0.70	0.67	0.87	0.72	0.18
	$E_i/M$	0.20	0.65	0.35	0.53	1.00	0.66	0.06
S3	$E_p/E_i$	0.31	0.57	0.56	0.59	0.86	0.65	0.00
	$E_i/M$	0.20	0.70	0.35	0.56	1.11	0.69	0.06
S4	$E_p/E_i$	0.25	0.53	0.39	0.52	0.82	0.61	0.00
	$E_i/M$	0.20	0.74	0.32	0.59	1.23	0.70	0.06
S5	$E_p/E_i$	0.13	0.48	0.30	0.46	0.79	0.54	0.00
	$E_i/M$	0.19	0.78	0.30	0.62	1.32	0.71	0.06
S6	$E_p/E_i$	0.00	0.42	0.16	0.40	0.73	0.48	0.00
	$E_i/M$	0.18	0.80	0.28	0.66	1.31	0.70	0.06

**Cuadro 5:**

Energía de entrada por unidad de masa  $E_i/M$  ( $m^2/s^2$ ) y energía plástica normalizada  $E_p/E_i$ ,  $T=1.0$  s

Resistencia		Limón	Limón x 2	Cobano	Alajuela	San Salvador	El Centro	México
S1	$E_p/E_i$	0.005	0.47	0.82	0.73	0.87	0.78	0.93
	$E_i/M$	0.051	0.18	0.38	0.25	0.56	0.44	2.47
S2	$E_p/E_i$	0.00	0.31	0.80	0.65	0.86	0.71	0.92
	$E_i/M$	0.051	0.19	0.37	0.20	0.63	0.51	1.64
S3	$E_p/E_i$	---	0.15	0.79	0.57	0.83	0.66	0.82
	$E_i/M$	---	0.20	0.39	0.17	0.68	0.58	0.62
S4	$E_p/E_i$	---	0.60	0.76	0.54	0.81	0.59	0.41
	$E_i/M$	---	0.21	0.39	0.16	0.68	0.62	0.20
S5	$E_p/E_i$	---	0.0	0.71	0.46	0.78	0.53	0.15
	$E_i/M$	---	0.20	0.39	0.16	0.69	0.64	0.15
S6	$E_p/E_i$	---	0.0	0.62	0.33	0.74	0.47	0.00
	$E_i/M$	---	0.20	0.40	0.15	0.69	0.65	0.13

(--- conducta elástica)

**Cuadro 6:**

Energía de entrada por unidad de masa  $E_i/M$  ( $m^2/s^2$ ) y energía plástica normalizada  $E_p/E_i$ ,  $T=1.5$  s

Resistencia Nivel		Limón	Limón x 2	Cobano	Alajuela	San Salvador	El Centro	México
S1	$E_p/E_i$	---	0.31	0.82	0.83	0.89	0.79	0.92
	$E_i/M$	---	0.082	0.512	0.186	0.504	0.266	3.58
S2	$E_p/E_i$	---	0.06	0.77	0.76	0.84	0.62	0.92
	$E_i/M$	---	0.065	0.592	0.227	0.586	0.237	4.45
S3	$E_p/E_i$	---	0.0	0.74	0.67	0.79	0.50	0.92
	$E_i/M$	---	0.061	0.661	0.259	0.563	0.222	4.99
S4	$E_p/E_i$	---	---	0.69	0.57	0.73	0.41	0.90
	$E_i/M$	---	---	0.702	0.287	0.551	0.231	5.11
S5	$E_p/E_i$	---	---	0.64	0.44	0.69	0.32	0.89
	$E_i/M$	---	---	0.742	0.306	0.572	0.243	5.17
S6	$E_p/E_i$	---	---	0.56	0.30	0.63	0.17	0.87
	$E_i/M$	---	---	0.773	0.320	0.595	0.245	4.70

(--- conducta elástica)

**Cuadro 7:**

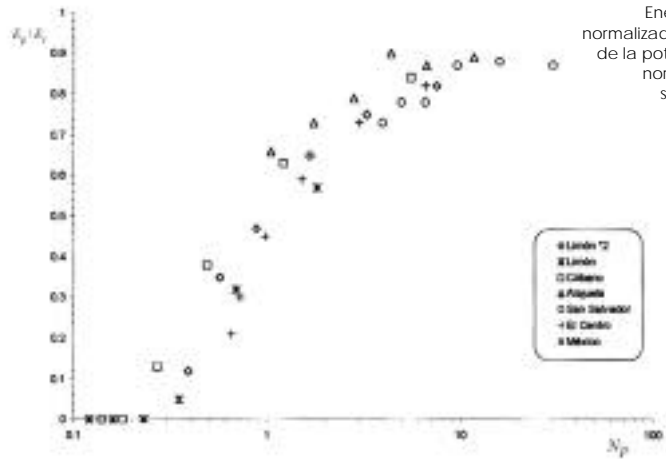
Energía de entrada por unidad de masa  $E_i/M$  ( $m^2/s^2$ ) y energía plástica normalizada  $E_p/E_i$ ,  $T=3.0$  s

Registro		Limón	Limón x 2	Cobano	Alajuela	San Salvador	El Centro	México
Resistencia S1	$E_p/E_i$	---	0.51	0.78	0.43	0.75	0.78	0.83
	$E_i/M$	---	0.089	0.180	0.040	0.126	0.271	1.72
S2	$E_p/E_i$	---	0.32	0.74	0.14	0.71	0.75	0.83
	$E_i/M$	---	0.094	0.220	0.022	0.134	0.336	2.14
S3	$E_p/E_i$	---	0.06	0.69	0.00	0.56	0.72	0.82
	$E_i/M$	---	0.094	0.256	0.021	0.142	0.402	2.48
S4	$E_p/E_i$	---	0.00	0.62	---	0.43	0.68	0.90
	$E_i/M$	---	0.094	0.290	---	0.144	0.461	2.76
S5	$E_p/E_i$	---	---	0.55	---	0.30	0.63	0.78
	$E_i/M$	---	---	0.318	---	0.148	0.515	3.00
S6	$E_p/E_i$	---	---	0.48	---	0.12	0.58	0.76
	$E_i/M$	---	---	0.340	---	0.146	0.565	3.19

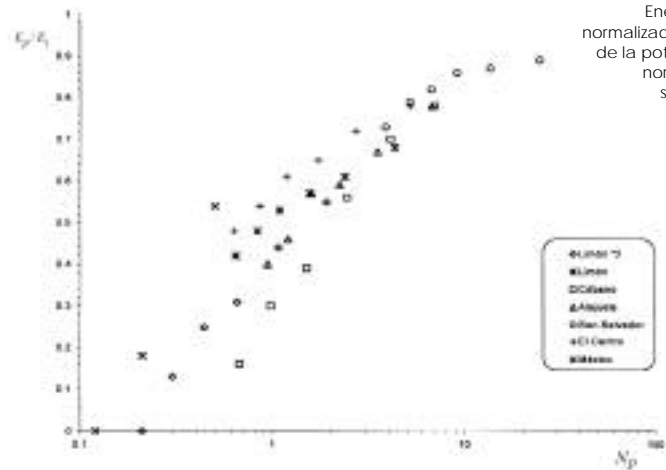
(--- conducta elástica)

## artículos

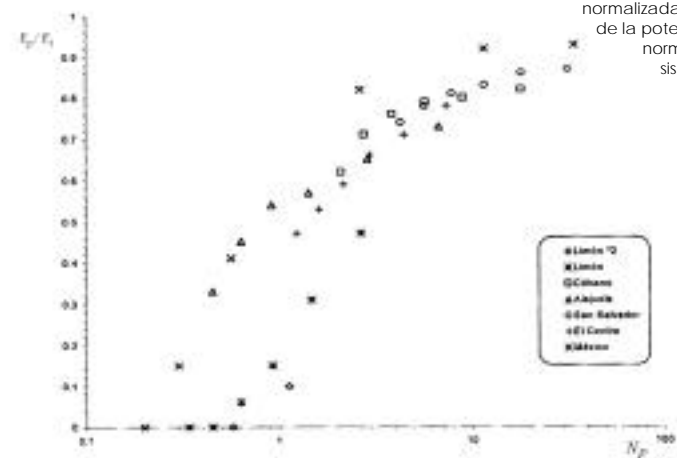
Los gráficos 1 al 5 muestran  $E_p/E_i$  como una función de la potencia media normalizada  $N_p$ , para los periodos de vibración de 0,25, 0,5, 1,0, 1,5, y 3 segundos, respectivamente. En cada figura se presentan los valores de  $E_p/E_i$  para todos los 7 registros sísmicos definidos previamente. Se puede observar de las figuras que el cociente  $E_p/E_i$  aumenta cuando  $N_p$  aumenta, y  $N_p$  aumenta cuando la resistencia decrece. Se observa que hay un límite superior, menor que 1, para los valores de  $E_p/E_i$ ; esta relación de energías no puede alcanzar el valor de uno debido al hecho de que la energía disipada por el amortiguador viscoso, que depende de la velocidad de la estructura y que, junto con  $E_p$  constituyen el valor de  $E_i$ , no puede reducirse a cero porque el sistema siempre tendrá alguna velocidad, aun cuando sea muy pequeña. Se debe notar también de la figuras que la correlación entre el cociente  $E_p/E_i$  y  $N_p$  es poco influenciada por el tipo de registro sísmico, ya que la definición de  $N_p$  incluye por sí misma las principales características que controlan la intensidad del registro (energía de entrada y duración).



**Gráfico 1**  
Energía plástica normalizada en función de la potencia media normalizada del sismo.  $T=0.25$  s

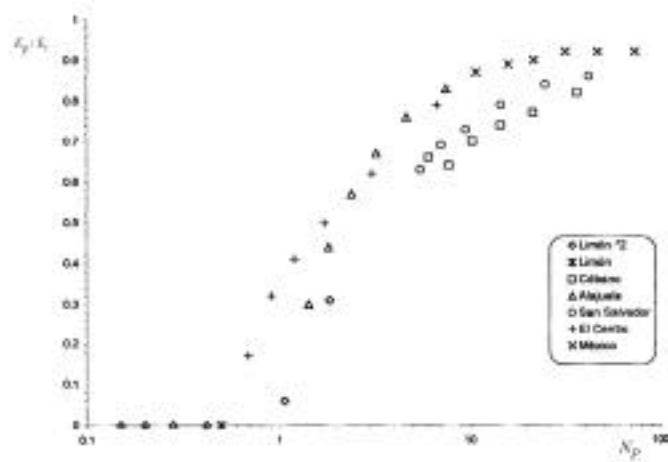


**Gráfico 2**  
Energía plástica normalizada en función de la potencia media normalizada del sismo.  $T=0.50$  s

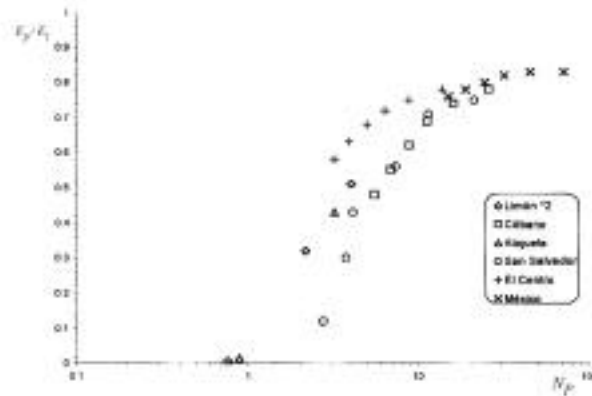


**Gráfico 3**  
Energía plástica normalizada en función de la potencia media normalizada del sismo.  $T=1.00$  s

**Gráfico 4**  
Energía plástica normalizada en función de la potencia media normalizada del sismo. T=1.50 s



**Gráfico 5**  
Energía plástica normalizada en función de la potencia media normalizada del sismo. T= 3.00 s



**4.2 Expresiones propuestas para determinar el cociente  $E_p / E_i$**

Con los datos de los gráficos 1 a 5 se llevó a cabo un análisis de regresión para ajustar la información obtenida a la siguiente ecuación:

$$E_p / E_i = m \log(N_p) + b \tag{6}$$

donde  $m$  es la inclinación, la cual varía en este caso de 0,42 a 0,47, de acuerdo con el valor del período de vibración. Debido a la similitud de los valores de  $m$ , un valor único de  $m = 0,44$  fue finalmente adoptado y  $b$  es ajustado en cada caso. De acuerdo con este procedimiento, los valores resultantes de  $b$  son 0,49, 0,45, 0,41, 0,30 y 0,19 para los períodos 0,25, 0,50, 1,0, 1,5 y 3,0 segundos, respectivamente. Si aceptamos que el límite superior de  $E_p / E_i$  está dado por 0,9, entonces  $b$  puede calcularse como:

$$b = 0,9 - 0,44 \log a \tag{7}$$

donde,  $a$  está dada por:

$$a = 7,47 \log T + 13 \quad T \leq 1,0s \tag{8}$$

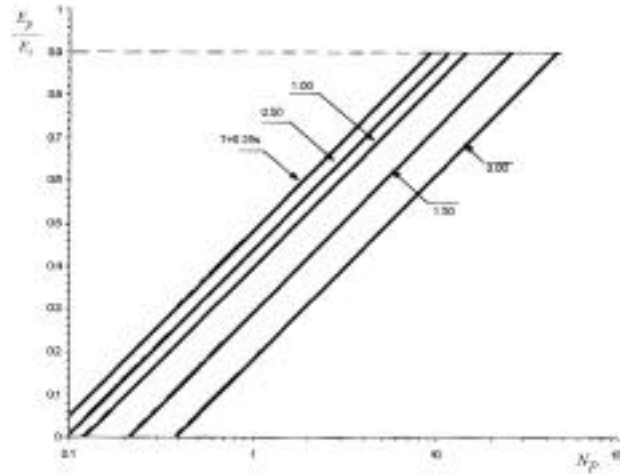
$$a = 58,68 \log T + 13 \quad T \geq 1,0s \tag{9}$$

Las curvas obtenidas en las ecuaciones 6 a 9 se muestran en el gráfico 6 para los períodos de vibración de 0,25, 0,5, 1,0, 1,5 y 3,0 segundos. Este gráfico corresponde a las estructuras cuyo amortiguamiento es 2% del amortiguamiento crítico.

# artículos

## Gráfico 6

Curvas propuestas para calcular la energía plástica normalizada



## 5. Estructuras de varios grados de libertad

La relación entre la energía plástica normalizada  $E_p/E_i$  y la potencia media normalizada  $N_p$  se investiga a continuación para dos estructuras de varios grados de libertad constituidas por pórticos regulares de concreto armado. El primero es un pórtico de seis pisos de altura y dos vanos, y el segundo es un pórtico de tres pisos con un vano. Ambos pórticos fueron diseñados según la Norma Sísmica de Costa Rica (1986), la cual, en líneas generales, es bastante similar a la de Caracas o California. Se consideran seis diferentes niveles de resistencia ( $s_1$  a  $s_6$ ) asociados a factores de reducción por efectos inelásticos comprendidos entre 1 y 3. Los correspondientes valores del coeficiente sísmico cedente  $C_y$  se presentan más adelante. Los períodos fundamentales de ambas estructuras fueron arbitrariamente ajustadas a 1,0 s y 0,50 s, para los pórticos más altos y más bajos, respectivamente, para obtener períodos similares a los de las estructuras de un grado de libertad presentadas previamente. Un amortiguamiento de 2% fue considerado para todos los modos de vibración en todas las estructuras.

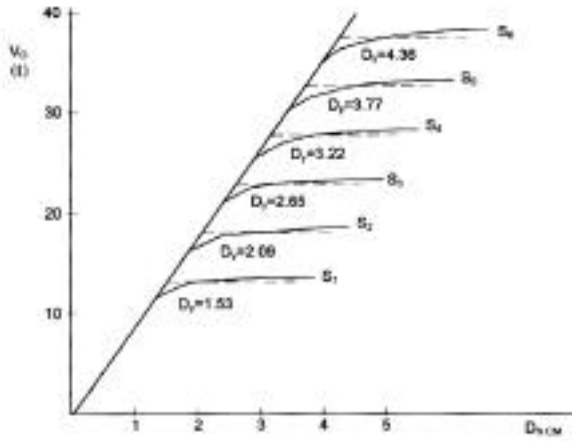
### 5.1 Determinación de la resistencia cedente

Con la finalidad de determinar el valor de  $N_p$  en estas estructuras de varios grados de libertad, es necesario determinar en primer lugar el valor del coeficiente sísmico cedente  $C_y$ . En este trabajo este coeficiente fue determinado de acuerdo con el siguiente procedimiento.

La estructura primero es cargada con una carga vertical igual a  $0,75 (1,4CP+1,7CV)$  donde  $CP$  es la carga permanente y  $CV$  es la carga variable utilizada en el diseño. Luego, la estructura es sometida a cargas laterales en cada piso, cuya distribución vertical está dada por el método estático definido en la norma venezolana (Funvisis, 1983). Estas cargas laterales aumentan monótonicamente desde cero hasta agotar la capacidad de la estructura. La conducta de las rótulas plásticas en los extremos de los miembros se supone elasto-plástica perfecta y se ignoran los efectos P- $\Delta$ .

El gráfico 7 muestra la relación entre la fuerza cortante basal y el desplazamiento del piso superior del pórtico de tres pisos, para cada uno de los diseños ( $s_1$  a  $s_6$ ) considerados. Se indica también sobre cada curva de trazos continuos otra curva de trazos discontinuos que representa al sistema equivalente elasto-plástico perfecto, con la misma rigidez inicial de la curva anterior. La segunda recta de pendiente cero del sistema equivalente es dibujada de tal forma que las áreas comprendidas entre ambas curvas son iguales. Esta condición permite la determinación del punto de cedencia de cada estructura (Chopra, 1990). Los valores del desplazamiento  $D_y$  se indican en el gráfico 7. La fuerza cortante basal cedente determinada de esta manera en el gráfico 7, es dividida entre el peso de cada estructura para determinar el coeficiente sísmico a nivel de cedencia  $C_y$ . En el cuadro 8 se presentan los valores encontrados para el coeficiente sísmico cedente  $C_y$  correspondiente a cada nivel de resistencia ( $s_1$  a  $s_6$ ), para cada pórtico. Nótese que los valores de  $C_y$  están comprendidos entre 0,11 (estructura menos resistente) y 0,48 (estructura más resistente).





**Gráfico 7**  
Corte basal en función del desplazamiento en el último piso para el pórtico de 3 pisos

### 5.2 Energía de entrada y energía plástica

De una manera similar a la hecha para sistemas de un grado de libertad, la energía de entrada  $E_i$  fue determinada mediante la siguiente expresión :

$$E_i = - \sum_j \int M_j \ddot{u}_j(t) dt_j \quad (10)$$

donde  $M_j$  y  $u_j$  son la masa y el desplazamiento relativo en el piso  $j$ . La sumatoria se efectúa para todos los grados de libertad de la estructura. La energía plástica  $E_p$  se obtiene al añadir las contribuciones de cada rótula plástica que se forme en la estructura. Para calcular  $N_p$ , dada por la ecuación 4,  $T$  se adopta como el período fundamental de la estructura. Un análisis dinámico inelástico fue llevado a cabo con cada una de las estructuras definidas en el

cuadro 8, sujetas a cada uno de los movimientos sísmicos definidos en el cuadro 1. La energía de entrada por unidad de masa,  $E_i/M$ , para cada estructura se muestra en el cuadro 9 para el pórtico de seis pisos (6

GDL). También se muestra en la misma tabla la energía de entrada de las estructuras con un único grado de libertad (1 GDL) del mismo período y resistencia que la de seis pisos. Los resultados del cuadro 9 ponen de manifiesto la similitud entre los valores de la energía de entrada que induce el sismo en sistemas de uno y varios grados de libertad. Esta similitud ha sido reseñada previamente por Akiyama (1985) y por Uang y Bertero (1990).

**Cuadro 8:**  
Coeficiente sísmico cedente (Cy) para pórticos de varios pisos

Resistencia	Pórtico de 6 pisos	Pórtico de 3 pisos
S1	0.108	0.168
S2	0.134	0.229
S3	0.157	0.29
S4	0.186	0.353
S5	0.212	0.413
S6	0.238	0.478

**Cuadro 9:**

$E_i / M$  en sistemas de 1 piso (1 GDL) y 6 pisos (6GDL),  $T=1$  s

Resistencia	Sistema	Limón	Cobano	Alajuela	San Salvador	El Centro	México
S1	1 GDL	0.051	0.38	0.25	0.56	0.44	2.47
	6 GDL	0.070	0.32	0.26	0.57	0.47	1.98
S2	1 GDL	0.051	0.37	0.21	0.63	0.51	1.64
	6 GDL	0.067	0.32	0.24	0.61	0.51	1.20
S3	1 GDL	0.051	0.39	0.17	0.68	0.58	0.62
	6 GDL	0.066	0.34	0.22	0.64	0.54	0.48
S4	1 GDL	0.051	0.39	0.17	0.68	0.62	0.20
	6 GDL	0.064	0.35	0.21	0.66	0.56	0.20
S5	1 GDL	0.051	0.39	0.16	0.69	0.64	0.15
	6 GDL	0.063	0.35	0.21	0.67	0.57	0.15
S6	1 GDL	0.051	0.40	0.15	0.69	0.65	0.13
	6 GDL	0.063	0.35	0.21	0.68	0.58	0.13

## artículos

### 5.3 Valores de $E_p/E_i$ como una función de $N_p$

La relación entre la energía plástica normalizada,  $E_p/E_i$ , y la potencia media normalizada del sismo,  $N_p$ , se muestra en los gráficos 8 y 9 para los pórticos de seis y tres pisos, respectivamente, y para todos los registros sísmicos.

Comparando los resultados mostrados en el gráfico 8, correspondiente al pórtico de 6 pisos con  $T=1$  s, con aquellos presentados previamente en el gráfico 2 (sistemas de 1 GDL con  $T=1$  s), se observa una similitud entre las curvas  $E_p/E_i - N_p$  para los sistemas de uno y de varios grados de libertad. La misma similitud se aprecia al comparar la curva del gráfico 9 (pórtico de tres pisos con  $T=0,5$  s) con la del gráfico 2 (sistema de 1 GDL con  $T=0,5$  s). En el caso del pórtico de 6 pisos ( $T=1$  s), la siguiente ecuación se obtiene de ajustar los datos mostrados en el gráfico 8:

$$E_p/E_i = 0,47 \log N_p + 0,39 \quad (11)$$

la cual es muy similar a la ecuación obtenida para los sistemas de 1 GDL:

$$E_p/E_i = 0,44 \log N_p + 0,41 \quad (12)$$

Análogamente, en el caso del pórtico de tres pisos ( $T=0,5$  s) la ecuación obtenida del gráfico 9 es:

$$E_p/E_i = 0,43 \log N_p + 0,45 \quad (13)$$

también muy similar a la obtenida para sistemas de 1 GDL:

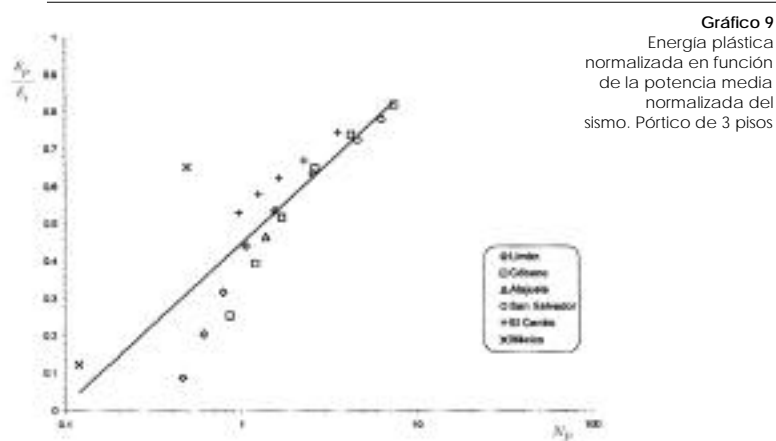
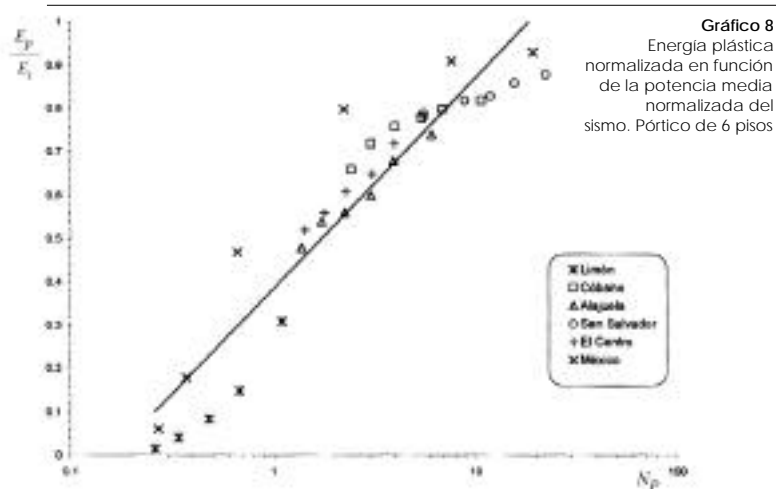
$$E_p/E_i = 0,44 \log N_p + 0,45 \quad (14)$$

Estos resultados sugieren que las curvas propuestas por los sistemas de 1 GDL pueden ser utilizadas para obtener la energía plástica normalizada en sistemas de muchos grados de libertad caracterizados por pórticos regulares. Tso, Zhu y Heidebrecht (1993) obtuvieron conclusiones similares para pórticos resistentes a momento con baja ductilidad.

### 6. Procedimiento propuesto para calcular la energía plástica

De los resultados presentados en este trabajo se propone un procedimiento para calcular aproximadamente la energía plástica  $E_p$  en estructuras de varios grados de libertad. Los pasos a seguir son:

a) Determinar el período fundamental ( $T$ ) y el coeficiente cedente sísmico ( $C_y$ ) de la estructura, y estimar el valor del amortiguamiento ( $\gamma$ ). El período corresponde a la estructura en su estado original, es decir, sin daño. La fuerza cortante basal que resiste la estructura y, en consecuencia,  $C_y$ , pueden determinarse haciendo algunas hipótesis simplificadoras sobre el mecanismo de falla más probable de la estructura. Sin embargo, se recomienda hacer un análisis del tipo *push over*, similar al mostrado en este trabajo, adoptando una distribución de cargas laterales sobre la estructura.



- b) Determinar la energía de entrada ( $E_i$ ) del movimiento sísmico y su duración ( $T_d$ ), utilizando expresiones como las propuestas por Kuwamura and Galambos (1989), y Fajfar *et al.* (1989).
- c) Calcular la potencia media del sismo,  $N_p$ , a partir de las ecuaciones 4 y 5.
- d) Calcular la energía plástica normalizada,  $E_p/E_i$ , a partir de las ecuaciones 6 a 9.
- e) Finalmente, la energía plástica  $E_p$  se obtiene multiplicando el cociente  $E_p/E_i$  por la energía de entrada  $E_i$ .

Como ejemplo, supongamos que la estructura está definida por un pórtico de 6 pisos con una masa total igual a 27.400 kg-s<sup>2</sup>/m, un periodo fundamental de 1 s y un amortiguamiento de 0,02. El coeficiente sísmico cedente es 0,128. La duración estimada del movimiento sísmico y la energía de entrada por unidad de masa es 20 s y 0,5 m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>, respectivamente; por lo tanto, la energía de entrada es 13.700 kg-m. De la ecuación 4, encontramos que  $N_p$  igual a 5,6. Utilizando las ecuaciones 6 a la 9,  $E_p/E_i$  es igual a 0,74 y, por tanto, la energía plástica es 10.140 kg-m.

## 7. Conclusiones

Se han propuesto expresiones sencillas para calcular la energía plástica disipada por una estructura durante un terremoto. La energía plástica, expresada como una fracción de la energía de entrada, es calculada en términos de la potencia media normalizada del sismo,  $N_p$ , definida en este trabajo.  $N_p$  incorpora las características más importantes del movimiento sísmico (energía de entrada y duración) y de la estructura (periodo fundamental, resistencia y amortiguamiento).

- 1- Para los pórticos regulares aquí considerados, la energía de entrada por unidad de masa de estos sistemas de varios grados de libertad es muy similar a la energía de entrada por unidad de masa en los sistemas de un solo grado de libertad. Adicionalmente, la energía de entrada no se ve muy afectada por las variaciones de la resistencia de la estructura.
- 2- Las expresiones obtenidas para el cociente entre la energía plástica y la energía de entrada en pórticos regulares son muy similares a las expresiones correspondientes para un sistema de un único grado de libertad con el mismo periodo que el periodo fundamental del sistema de varios grados de libertad. Estos resultados sugieren que la energía plástica en sistemas de varios grados de libertad puede ser calculada utilizando las expresiones propuestas en este trabajo obtenidas para sistemas de un grado de libertad. La energía plástica puede ser utilizada para calcular el nivel del daño en estructuras sujetas a terremotos.
- 3- La energía plástica dividida por la energía de entrada, tiene un límite superior que depende del valor del amortiguamiento. Para un amortiguamiento de 2%, este límite es cercano a 0,90.

## 8. Bibliografía

- AKIYAMA, H. 1985. *Earthquake Resistant Limit-State Design for Buildings*. University of Tokyo Press.
- BANON, H.; BIGGS, J.M. & IRVINE, H.M. 1981. *Seismic Damage in Reinforced Concrete Frames*. ASCE, *Journal of Structural Division*, vol. 107, N. ST9: 1713-1729.
- BOLT, B.A. 1969. "Duration of Strong Motion". *Proceedings of the 4th World Conference in Earthquake Engineering*: 1304-1315.
- CHOPRA, A.K. 1995. *Dynamics of Structures*. New Jersey: Prentice Hall.
- CHUNG, Y.S.; MEYER, C. & SHINOZUKA, M. 1990. "Automatic Seismic Design of Reinforced Concrete Building Frames". *ACI Structural Journal*, vol. 87: 326-340.

## artículos

COLEGIO FEDERADO DE INGENIEROS Y ARQUITECTOS DE COSTA RICA, 1996. *Código Sísmico de Costa Rica*. Cartago, Editorial Tecnológica.

CRUZ, M.F. 1996. "Una metodología para el diseño sísmo-resistente de estructuras con daño controlado". Tesis doctoral. Universidad Central de Venezuela, Caracas.

EERI 1993. Proceedings U.S.- Costa Rica Workshop Costa Rica Earthquakes of 1990-1991. Effects on soils, and structures. Publication n° 93-A.

FAJFAR, P.; VIDIC, T. & FISHINGER, M. 1989. "Seismic Demand in Medium and Long Period Structures". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 18:1133-1144.

FUNVISIS, 1983. *Norma Venezolana de Edificaciones Antisísmicas* Ministerio de Fomento. Caracas, Cartografía Nacional.

KANAAN, A.E. & POWELL, G.H. 1973. "Drain 2D A General Purpose Computer Program for Dynamic Analysis of Inelastic Plane Structures", Report N. EERC 73 6. Berkeley: University of California.

KUWAMURA, H. & GALAMBOS, T.V. 1989. "Earthquake Loads for Structural Reliability". ASCE, *Journal of Structural Engineering*, vol. 115, n° 6: 1446-1462.

LEGEN P., DUSSAULT, S. 1992. "Seismic Energy Dissipation in MDOF Structures". ASCE, *Journal of Structural Engineering*, vol. 118, n° 5, pp. 1251-1269.

PARK, Y. & ANG, A.H.S. 1985. "Mechanistic Seismic Damage Model for Reinforced Concrete". ASCE, *Journal of Structural Engineering*, vol. 111, n° 4, pp. 722-739.

Qi, X. & MOEHLE, J.P. 1991. "Displacement Design Approach for Reinforced Concrete Structures Subjected to Earthquakes". Report N° UCB/EERC-91/02. University of California, Berkeley.

TSO, W.K.; ZHU, T.J. and HEIDEBRECHT, A.C. 1993. "Seismic Energy Demands on Reinforced Concrete Moment-Resisting Frames". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 22, pp. 533-545.

UANG, C.M. & BERTERO, V.V. 1990. "Evaluation of Seismic Energy In Structures". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 19, pp. 77-90.

ZAHRAH, T.F. & HALL, W.J. 1984. "Earthquake Energy Absorption in SDOF Structures". ASCE, *Journal of Structural Engineering*, vol. 110, n° 8, pp. 1757-1772.

### Agradecimientos:

Los autores agradecen al IMME-Facultad de Ingeniería-UCV, donde se realizó esta investigación como parte de los estudios de doctorado del primer autor bajo la tutoría del segundo autor