

Resumen

En el presente artículo se reportan resultados de una investigación con un grupo de profesores mexicanos de bachillerato sobre de su comprensión y razonamiento de un concepto clave en el currículo de estadística, como es la comparación de distribuciones de datos. Se caracteriza su nivel de razonamiento mediante el modelo taxonómico SOLO, al resolver cuatro actividades de comparación de distribuciones en un ambiente computacional provisto de diversas representaciones dinámicas de los datos. Los resultados señalan que los profesores pusieron en juego más aspectos clave y conceptos, al comparar las distribuciones en el ambiente computacional que en el ambiente de lápiz y papel; a pesar de ello, su nivel de razonamiento se ubicó principalmente en los niveles inferiores y medios del modelo SOLO. La representación que más construyeron para reducir y organizar los datos fueron las tablas con medidas descriptivas, seguida de gráficas de los datos; sin embargo, la información que proporcionaban estas representaciones fue subutilizada en los procesos de descripción y comparación de las distribuciones, ya que de 18 indicadores existentes, utilizaron principalmente el promedio y puntos especiales de corte, seguidos de un uso moderado de la desviación estándar y el rango. El potencial representacional del ambiente computacional no fue utilizado al máximo, ya que frecuentemente los profesores construyeron representaciones de los datos que el software proporciona por omisión, sin que estas fueran reestructuradas para identificar nuevos patrones.

Palabras Clave: Distribuciones de datos, Formación de profesores, Razonamiento estadístico

Razonamiento que muestran profesores de bachillerato sobre la descripción y comparación de distribuciones de datos

Santiago Inzunza Cazares
Universidad Autónoma de Sinaloa
sinzunza@uas.edu.mx

Resumen

En el presente artículo se reportan resultados de una investigación con un grupo de profesores mexicanos de bachillerato sobre de su comprensión y razonamiento de un concepto clave en el currículo de estadística, como es la comparación de distribuciones de datos. Se caracteriza su nivel de razonamiento mediante el modelo taxonómico SOLO, al resolver cuatro actividades de comparación de distribuciones en un ambiente computacional provisto de diversas representaciones dinámicas de los datos. Los resultados señalan que los profesores pusieron en juego más aspectos clave y conceptos, al comparar las distribuciones en el ambiente computacional que en el ambiente de lápiz y papel; a pesar de ello, su nivel de razonamiento se ubicó principalmente en los niveles inferiores y medios del modelo SOLO. La representación que más construyeron para reducir y organizar los datos fueron las tablas con medidas descriptivas, seguida de gráficas de los datos; sin embargo, la información que proporcionaban estas representaciones fue subutilizada en los procesos de descripción y comparación de las distribuciones, ya que de 18 indicadores existentes, utilizaron principalmente el promedio y puntos especiales de corte, seguidos de un uso moderado de la desviación estándar y el rango. El potencial representacional del ambiente computacional no fue utilizado al máximo, ya que frecuentemente los profesores construyeron representaciones de los datos que el software proporciona por omisión, sin que estas fueran reestructuradas para identificar nuevos patrones.

Palabras Clave: Distribuciones de datos, Formación de profesores, Razonamiento estadístico.

Abstract

In this article results of a research with a group of Mexican high school teachers on their understanding and reasoning of a key concept in the curriculum of statistics, as it is the comparison of data distributions are reported. Their level of reasoning was characterized by the SOLO taxonomy model, once resolved four activities comparison of distributions in a computer environment equipped with various dynamic representations of the data. The results indicate that teachers used more key aspects and concepts, to compare the distributions in the computer environment that in the paper and pencil environment; nevertheless, their level of reasoning were mainly located in the lower and middle levels of the SOLO model. The representations more used to reduce and organize the data were tables with descriptive measures, followed by graphs of data; however, the information provided these representations was underutilized in the process of describing and comparing distributions, as 18 existing indicators, mainly used the average and special cutoff, followed by a moderate use of the standard deviation and range. The representational potential of the computer environment was not used to the fullest, because teachers often constructed representations of data that the software provides by default without these were restructured to identify new patterns.

Introducción

La comparación de distribuciones de datos es un tema que proporciona un contexto relevante para la discusión integral y coordinada de varios conceptos estadísticos, tales como: representaciones gráficas, medidas de tendencia central y de variabilidad; constituye además un recurso para iniciar desde edades tempranas con el análisis de comparaciones de conjuntos de datos y decidir sobre su similaridad o diferencia, situación de suma importancia en muchas aplicaciones de la estadística. Su importancia es tal, que las pruebas de hipótesis –uno de los principales métodos de inferencia estadística- son en sí una comparación de distribuciones, la distribución obtenida de un conjunto de datos recolectados de una muestra, y una distribución supuesta de una población.

La importancia del proceso de comparación de distribuciones ha sido enfatizada por diversos autores. Por ejemplo, Watson y Moritz (1999) afirman: “comparaciones de dos o más grupos puede ser muy motivante, puesto que muchas aplicaciones ideadas por los mismos estudiantes implican comparaciones, tales como comparar características entre hombres y mujeres en el salón de clase. Si impulsamos a los estudiantes a que exploren situaciones que implican dos o más conjuntos de datos, aquellos que eventualmente estudien cursos más avanzados de estadística, estarán familiarizados con la idea de comparación y las formas de realizarla” (p. 146).

De acuerdo con Konold y Higgins (2002) las tareas de comparación proporcionan una oportunidad para que los estudiantes empiecen a considerar a conjuntos de datos como un agregado que tiene una distribución, en vez de ver a los datos como entes aislados. Por su parte Garfield y Ben-Zvi (2008) consideran que la comparación de grupos debe ser un tema en el currículo escolar por las siguientes razones:

1. La comparación de dos o más grupos puede ser un precursor de razonamiento inferencial informal y puede ayudar a los estudiantes a prepararse para los métodos formales de inferencia estadística.
2. Problemas que involucran comparaciones de grupos pueden resultar más interesantes que aquellos que involucran un solo grupo.

3. Resultados de investigación muestran que los estudiantes de todas las edades no tienen buenas estrategias intuitivas para la comparación de grupos.
4. La comparación de grupos motiva la necesidad de usar representaciones de datos más avanzadas, tales como la gráfica de cajas u otras representaciones superpuestas en un mismo sistema de ejes.

Investigadores y organizaciones que promueven la educación estadística (por ejemplo: Batanero, 2001; Wild y Pfannkuch, 1999; Shaughnessy et al., 1996; Franklin et al., 2005) han planteado diversas propuestas y recomendaciones para mejorar la enseñanza de la estadística en todos los niveles escolares. En dichas propuestas se plantea el diseño de investigaciones para la recolección de datos reales y significativos para los estudiantes, que el análisis de datos haga mayor énfasis en la exploración que en la descripción, la automatización de cálculos y gráficas, el planteamiento de preguntas y el desarrollo de proyectos reales que pueden ayudar a desarrollar el razonamiento y el pensamiento estadístico de los estudiantes, y a dar un mayor sentido a la importancia de la estadística como ciencia de los datos. Sin embargo, el cambio en la enseñanza de la estadística en las escuelas dependerá en buena medida de que los profesores estén convencidos de que la estadística es una de las disciplinas más útiles para sus estudiantes y de la medida en la cual estén adecuadamente preparados para enseñar la estadística en su nivel respectivo.

En el caso particular del tema de esta investigación, los profesores deben conocer el amplio potencial que ofrece el concepto de distribución, su descripción y la comparación de dos o más distribuciones de datos, para desarrollar un razonamiento y una comprensión holística de diversos conceptos estadísticos que están involucrados (por ejemplo, variabilidad, tendencia central, forma, sesgo, datos atípicos). Sin embargo, diversos estudios en educación estadística han mostrado que muchos profesores y futuros profesores poseen un conocimiento superficial e insuficiente sobre diversos conceptos estadísticos que forman parte del currículo escolar (Estrada, 2002; Ruiz et al., 2007; Arteaga et al., 2012; Inzunsa y Juárez, 2007).

Con base en lo anterior, en el presente trabajo nos hemos planteado como objetivo general, investigar sobre la comprensión y razonamiento estadístico que muestran profesores de

bachillerato al describir y comparar distribuciones de datos. En específico nos interesa conocer en qué aspectos de las distribuciones se basan para apoyar sus descripciones y comparaciones, qué conceptos estadísticos utilizan para describirlas, y si un ambiente computacional tiene el potencial para ampliar y mejorar el proceso de descripción y comparación que realizan en tareas planteadas en ambiente de lápiz y papel.

Elementos Teóricos y Conceptuales

El conocimiento estadístico y pedagógico de los profesores de estadística

Para mejorar la enseñanza de la estadística, es necesario que los profesores conozcan ampliamente el contenido y la pedagogía de la materia (McClain, 2008; Batanero, 2001): además, los profesores deben también comprender cómo aprenden los estudiantes, ser conscientes de dificultades específicas y considerar medios y recursos para guiar a estudiantes hacia la comprensión. Sorto (2006), señala que los profesores deberían tener: (a) conocimiento de la materia, conocimiento pedagógico, conocimiento de estudiantes como aprendices y conocimiento de la evaluación, (b) ser capaces de manejar discusiones en clase, establecer una cultura de razonamiento matemático, diseñar y seleccionar tareas, analizar el pensamiento y desempeño de estudiantes y planear la instrucción.

Sin embargo, diversas investigaciones han documentado que muchos profesores poseen un insuficiente conocimiento estadístico para la enseñanza. Por ejemplo, Estrada (2002), reporta que los profesores que participaron en su investigación fueron incapaces de detectar contradicciones en un gráfico de un periódico y de obtener conclusiones de información que requería conocimiento estadístico. Asimismo, Alpízar (2005) observó en su estudio con profesores, que aunque éstos conocían el significado de las medidas de tendencia central, presentaron dificultades al conjeturar acerca de sus propiedades. Por otra parte, tienden a utilizar la media aritmética para caracterizar cualquier conjunto de datos, sin considerar las condiciones de éste, en el que otros promedios podrían ser más adecuados. Además, cuando se les pidió describir la variabilidad de un conjunto de datos por medio de una medida adecuada, los profesores eligieron a la desviación estándar, sin proporcionar argumentos claros sobre su elección.

En otra investigación, realizada por Ruiz *et al.*, (2007) con futuros profesores españoles, encontraron que una parte importante de los sujetos de estudio no comprendían el concepto de distribución, y el razonamiento sobre variabilidad les resultaba difícil a la mayoría de ellos. También, Arteaga *et al.*, (2012) encontraron en una investigación sobre comprensión de gráficos estadísticos, que futuros profesores de primaria no eran competentes en la interpretación de diversas representaciones gráficas.

Por su parte, Inzunsa y Juárez (2007) encontraron un bajo nivel de razonamiento estadístico en un grupo de profesores mexicanos de bachillerato, -algunos de ellos con experiencia en la enseñanza de la estadística-, tanto en conceptos propios de estadística como en los que tienen que ver con la probabilidad. Los profesores tuvieron dificultades para identificar el promedio adecuado, teniendo como principal obstáculo la falta del reconocimiento del contexto de aplicación, aspecto de suma importancia en estadística.

El significado de razonamiento estadístico

El razonamiento estadístico es definido por Garfield (2002) como la manera en la cual las personas razonan con ideas estadísticas y el sentido que le dan a la información estadística, lo cual implica hacer interpretaciones basadas en conjuntos de datos y sus representaciones; incluso el razonamiento estadístico puede implicar conectar un concepto con otro (por ejemplo: tendencia central y variabilidad) y combinar ideas sobre datos y azar. El razonamiento significa comprender, ser capaz de explicar e interpretar resultados de procesos y estudios estadísticos.

Modelo taxonómico SOLO

En los últimos años, investigaciones sobre la comprensión de conceptos estadísticos han incorporado el modelo SOLO (Structure of Observed Learning Outcomes) para caracterizar la comprensión y el razonamiento. Este modelo de desarrollo cognitivo fue planteado por Biggs y Collis (1991). El modelo está basado en la idea de que en el progreso de incompetente a experto, los aprendices exhiben una secuencia consistente o ciclo de aprendizaje. Esta secuencia se refiere a un incremento de jerarquía en la complejidad estructural de sus respuestas a una tarea dada. En un momento dado se puede determinar en qué nivel se están desarrollando los sujetos en alguna

tarea. Pueden distinguirse cinco niveles en el ciclo de aprendizaje: preestructural, uniestructural, multiestructural, relacional y abstracto extendido.

En el caso específico del tema que nos ocupa, a través del modelo SOLO se puede evaluar el nivel de sofisticación y complejidad con el que los profesores combinan varios conceptos y procesos requeridos en la comparación de distribuciones. Hemos hecho un resumen de categorías que algunos autores (Reading y Reid, 2006; Makar y Confrey, 2005, Pfannkuch, 2007) han definido para varios de los conceptos involucrados en las fases de análisis de datos y los hemos adaptado para su uso en un ambiente computacional (ver Tabla 1).

Tabla 1: Niveles del Modelo SOLO aplicados a la comparación de distribuciones en un ambiente computacional

Fase	Representación/Organización/Reducción	
Análisis de Datos	<i>Nivel</i>	<i>Características</i>
	Preestructural (P)	Calcula los estadísticos y construye la gráfica que realiza el software por defecto, la cual puede no es adecuada.
	Uniestructural (U)	Construye una gráfica pero no intenta reorganizar los datos para lograr una mejor representación gráfica para obtener otras conclusiones. Usa los estadísticos obtenidos por defecto.
	Multiestructural (M)	Construye dos o más gráficas pero no las utiliza para obtener información adicional que permitan nuevas interpretaciones. Busca calcular estadísticos adicionales
	Relacional (R)	Maneja significativamente múltiples representaciones, gráficas y tablas, organizando y reorganizando los datos
	Descripción / Comparación	
	<i>Nivel</i>	<i>Características</i>
	Preestructural (P)	No hace referencia a aspectos clave para hacer descripciones o comparaciones de las distribuciones.
	Uniestructural (U)	Describe y compara las distribuciones enfocando en un solo aspecto clave de razonamiento (centro, forma, desfase/traslape, dispersión y casos individuales).

	Multiestructural (M)	Describe y compara las distribuciones enfocando en más de un aspecto clave de razonamiento, pero sin integrarlos.
	Relacional (R)	Describe y compara las distribuciones estableciendo conexiones relacionales entre varios aspectos clave de razonamiento.

El conjunto de aspectos clave considerados en el proceso de descripción y comparación de distribuciones se agrupa en cinco categorías: medidas de centro, forma, desfase-traslape, variabilidad y casos individuales. Cada una de estas categorías incluye diversos conceptos como se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2: Aspectos clave y conceptos involucrados en el proceso de Descripción y Comparación de distribuciones

Aspectos Clave	Conceptos
Centro	Media
	Mediana
	Moda
Forma	Agrupamiento modal
	50% central
	Cuartiles
	Otros puntos de corte
	Sesgo
	Lenguaje informal
Desfase	Desfase
	Traslape
Dispersión	Rango
	Desviación estándar
	Rango inter-cuartílico
	Lenguaje informal
Casos individuales	Valores atípicos
	Valores máximos y mínimos
	Otros valores de interés

Metodología

La investigación se dividió en dos etapas. La primera de ellas consistió en el diseño y aplicación de un cuestionario para evaluar el razonamiento estadístico de los profesores. En dicho

cuestionario se contemplaron, además de otros ítems, dos situaciones que involucran la descripción y comparación de distribuciones, las cuales son motivo de análisis en este artículo. La segunda parte consistió en el planteamiento de cuatro actividades de descripción y comparación de distribuciones de datos utilizando para ello, el ambiente computacional que proporciona el software Fathom (Finzer *et al.*, 2001).

Fathom es un software que ha sido diseñado para la enseñanza de la estadística, los datos pueden ser analizados en forma dinámica mediante diversas representaciones gráficas, simbólicas y tabulares, ligadas entre sí y mostradas en la pantalla de la computadora de manera simultánea; de tal forma, el efecto de un cambio en un dato o parámetro en alguna de las representaciones puede ser visualizado de manera instantánea en el resto de las representaciones utilizadas. El software tiene un diseño abierto, en el cual el estudiante tiene que realizar todas las tareas; es decir, no es un software de “caja negra” en el que se introducen los datos, se pulsan algunas teclas y se emiten los resultados; más bien es el usuario quien realiza todas las acciones necesarias para llevar a cabo el análisis de los datos, al nivel que considera necesario o que le exige la tarea que se le ha planteado.

En la primera etapa participaron respondiendo el cuestionario, 31 profesores de matemáticas de bachillerato, de los cuales 16 no habían impartido el curso de estadística; sin embargo, fueron incluidos en la muestra porque pertenecen a la academia de matemáticas en la cual ubica la materia, por lo que son susceptibles de ser programados para su enseñanza. Sin embargo, en el curso de análisis de datos con el software Fathom, solo participaron 7 profesores de manera voluntaria.

Para caracterizar la comprensión y el razonamiento sobre la descripción y comparación de distribuciones, utilizamos dos constructos. El primero de ellos es una jerarquía que permite clasificar por niveles a los sujetos de estudio, con base en la actividad de descripción y comparación realizada sobre las tareas planteadas. Esta jerarquía está basada en el modelo taxonómico SOLO (ver Tabla 1). El segundo constructo es el conjunto de conceptos estadísticos y representaciones utilizadas para realizar el proceso de descripción y comparación de las distribuciones (ver Tabla 2).

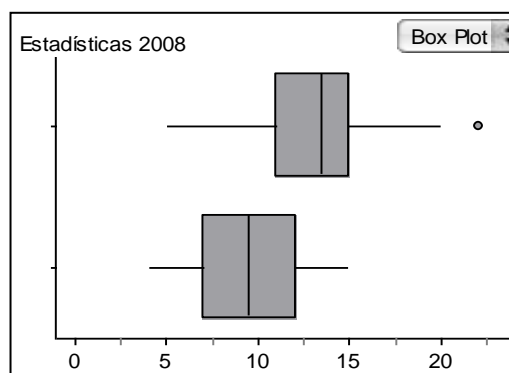
Resultados y Discusión

En la primera parte analizaremos las respuestas que los profesores dieron a los dos ítems abiertos que se plantearon en el cuestionario sobre conocimiento estadístico, identificaremos los aspectos clave de los procesos de descripción y comparación y los conceptos estadísticos utilizados, luego categorizaremos a los profesores en los niveles de razonamiento descritos en el modelo SOLO. Posteriormente, realizaremos un análisis similar de las actividades que fueron resueltas mediante el uso de software.

- **Primera parte**

Situación 1:

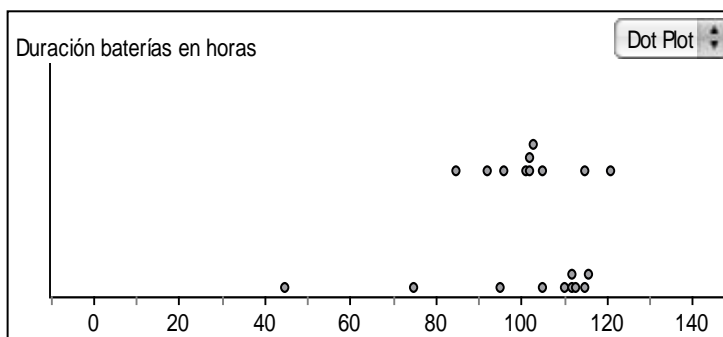
Observa los siguientes diagramas de caja. Ellos muestran los puntos ganados tanto de local como de visita por todos los equipos de fútbol profesional en el torneo de apertura 2008. ¿Piensas que hay diferencia en los puntos ganados para las dos situaciones descritas? Explica tu respuesta.



Situación 2:

Suponga que tiene que hacer un reporte a la revista del consumidor sobre la calidad de dos marcas de baterías. Para ello se le proporcionan los dos conjuntos de datos siguientes, sobre la vida útil de 10 baterías de cada una de las marcas. Argumente con términos estadísticos la calidad de las dos marcas de baterías y cuál recomendaría.

Duración baterías en horas		
	Marca_K	Marca_D
1	45	85
2	75	92
3	95	96
4	105	101
5	110	102
6	112	102
7	112	103
8	113	105
9	115	115
10	116	121



Un análisis conceptual de las respuestas que dieron los profesores nos ha permitido identificar los conceptos de cada aspecto clave utilizados en el proceso de descripción y comparación de las distribuciones.

Tabla 3: Aspectos clave y conceptos utilizados en los dos ítems de lápiz y papel

Aspectos clave	Conceptos	Número de veces utilizado (Ítem 1)	Número de veces utilizado (Ítem 2)
Centro	Media	1	10
	Mediana	2	2
	Moda	0	0
Forma	Agrupamiento modal (mayorías)	0	2
	50% central	0	0
	Cuartiles	1	1
	Otros puntos de corte	0	0
	Sesgo	1	0
	Lenguaje informal	2	3
Desfase	Desfase	1	0
	Traslape	1	0
Dispersión	Rango	0	1
	Desviación estándar	0	3
	Rango inter-cuartílico	0	0
	Lenguaje informal	1	4
Casos individuales	Valores atípicos	1	1
	Valores máximos y mínimos	7	4

	Otros valores de interés	0	0
--	--------------------------	---	---

Según la forma como fueron utilizados los aspectos y conceptos anteriores en las explicaciones y razonamientos de la situación planteada, nos ha permitido identificar los niveles de razonamiento que se muestran en la Tabla 4.

Tabla 4: Niveles y descriptores utilizados en el proceso Descripción/Comparación.

Descripción/Comparación Aspectos clave: centro, dispersión, forma, desfase y traslape, casos individuales.		Número de profesores (Ítem 1)	Número de profesores (Ítem 1)
Nivel	Características del nivel		
Preestructural (P)	No se refiere a aspectos clave para hacer descripciones o comparaciones de las distribuciones.	18 (58%)	12 (38.7%)
Uniestructural (U)	Describe y compara las distribuciones enfocando en un solo aspecto clave de razonamiento (centro, dispersión, forma, desfase/traslape, casos individuales).	8 (25.8%)	9 (29.0%)
Multiestructural (M)	Describe y compara las distribuciones enfocando en más de un aspecto clave de razonamiento, pero sin integrarlos.	5 (16.2%)	10 (32.3%)
Relacional (R)	Describe y compara las distribuciones estableciendo conexiones relacionales entre varios aspectos clave de razonamiento.	0 (0%)	0 (0%)

El análisis de los resultados anteriores revela que la primera actividad resultó muy compleja para los profesores, debido al desconocimiento que tenían de los diagramas de caja, razón por la cual se utilizaron pocos conceptos en sus argumentos. Resolver correctamente este ítem requería tener en cuenta de manera conjunta la mediana como centro de cada distribución, la variabilidad, los datos atípicos y la forma de la distribución.

En el segundo ítem, que involucraba una tabla de datos y un diagrama de puntos, los profesores mostraron un mejor –aunque muy insuficiente- nivel de razonamiento sobre la descripción y comparación de distribuciones. Utilizaron más conceptos estadísticos en sus justificaciones y un porcentaje considerable (32.3%) llegó a mostrar un razonamiento multiestructural; es decir, al

describir y comparar las distribuciones se enfocaron en más de un aspecto clave, pero sin lograr integrarlos en su explicación.

En resumen, la comparación de distribuciones de datos constituyó una actividad compleja para los profesores, pues era necesario utilizar y relacionar varios conceptos de forma simultánea para responder adecuadamente a la situación planteada. Los profesores mostraron poco conocimiento sobre la naturaleza implícita en una descripción y comparación de distribuciones, ya que entre diversos conceptos clave que podían utilizar para responder las situaciones planteadas, en muchos casos utilizaron uno o ninguno; destacan la media, el rango y datos atípicos. Como resultado de ello, la mayoría de los profesores se ubicaron en los dos niveles inferiores del modelo taxonómico SOLO.

- **Segunda parte**

A continuación analizaremos las respuestas que dos profesores dieron a la primera actividad resuelta con el software Fathom, con el propósito de mostrar las representaciones, componentes clave, conceptos y los elementos de razonamiento que utilizaron en el proceso descripción y comparación de distribuciones en el ambiente computacional. Con base en dicho análisis procedimos a ubicar a cada profesor en un nivel de la taxonomía descrita en los apartados anteriores. Los resultados de las cuatro actividades se concentran en las tablas 5, 6 y 7.

Actividad 1: Dieta y Colesterol

Los niveles de colesterol son un factor de riesgo para enfermedades del corazón. Los datos que se muestran a continuación corresponden a los niveles de colesterol de 24 pacientes antes y después de haber tomado una dieta basada en el consumo de vegetales durante un mes.

- *Los médicos recomiendan un nivel de colesterol por debajo de 200, ¿qué porcentaje de pacientes se encuentran por arriba de dicho valor antes y después de la dieta?*
- *Con base en el análisis de los datos, ¿consideras que tuvo efecto la dieta vegetariana en la reducción del nivel de colesterol? Justifica tu respuesta.*

- **Profesor 1**

El profesor 1 utilizó una gráfica de puntos e histogramas con marcas para señalar la media aritmética y una tabla con medidas descriptivas entre las que se encuentran conteos de datos, media, mediana, mínimo, máximo y cuartiles (ver Figura 1). Se apoya en la tabla, utiliza la media aritmética y la mediana para señalar lo siguiente:

De las tablas y gráficas construidas se puede observar que los niveles de colesterol promedio antes del programa eran de 187.79167 mg/dL, mientras que después del programa los niveles de colesterol promedio disminuyeron a 168.25 mg/dL. Después del programa la mitad de los pacientes tuvieron un nivel de colesterol por debajo de 165 mg/dL mientras que antes de entrar al programa los niveles de colesterol eran de 179 mg/dL.

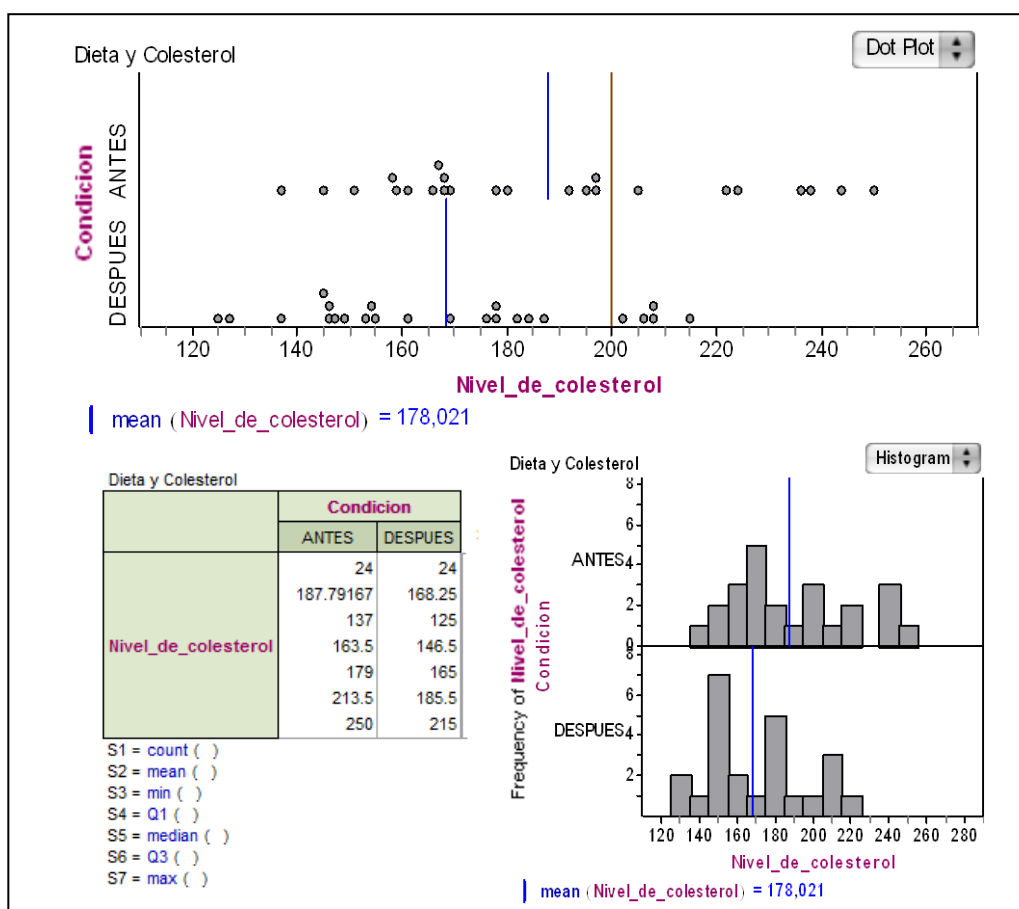


Figura 1: Representaciones utilizadas por el profesor 1 en la actividad “Dieta y Colesterol”

Se apoya en el diagrama de puntos para señalar:

Por otra parte, antes del programa 7 pacientes (29.16%) presentaban niveles de colesterol por encima del nivel recomendado por los médicos que es de 200 mg/dL, sin embargo, después del cambio en la dieta solo 5 pacientes (20.83%) permanecieron con niveles de colesterol por arriba del nivel recomendado. Por lo anterior, basados en los promedios muestrales se puede concluir que la dieta vegetariana tuvo efecto en la reducción del nivel de colesterol.

○ Representación/Organización/Reducción

Según el marco que hemos definido, esta respuesta está a un nivel multiestructural, puesto que se utilizó dos representaciones, ya que el histograma, al igual que otras medidas descriptivas que proporcionaba la tabla no fueron utilizados para argumentar su respuesta.

○ Descripción/Comparación

Utiliza como evidencia estadística, la media, mediana y el porcentaje de pacientes por encima del nivel recomendado por los doctores, puso en juego más de un aspecto clave (promedios y conteos). Según nuestro marco, la respuesta está a un nivel multiestructural.

● Profesor 2

Utiliza un diagrama de puntos con un punto de corte en 200 y una tabla con seis medidas descriptivas antes y después de la dieta (ver Figura 2).

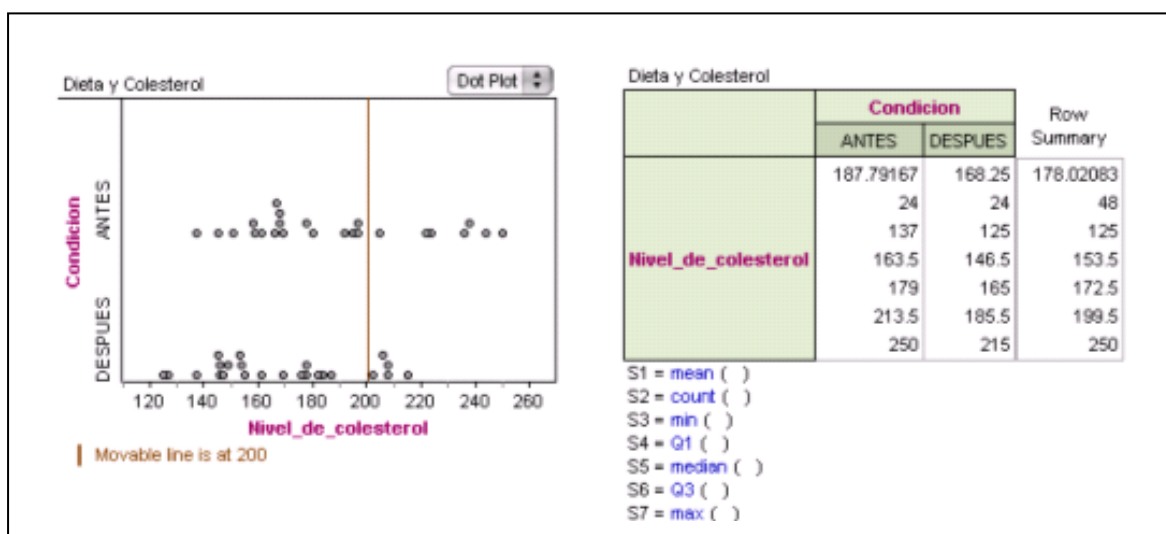


Figura 2: Representaciones utilizadas por el profesor 2 en la actividad “Dieta y Colesterol”

Se apoya en la tabla para señalar:

Los 24 pacientes antes de someterse a la dieta mostraban niveles de colesterol en promedio de 187.79, el valor mínimo era de 137 y el máximo 250, los resultados se modificaron al llevar la dieta en la siguiente manera: el nivel de colesterol mínimo bajo hasta 125, el máximo se disminuyó hasta 215 así como el promedio de estos niveles mostro una baja de 19.54 puntos, manteniéndose en 168.25.

Utiliza el diagrama de puntos:

El 25% de los pacientes presentan niveles de colesterol mayor de 200 después de la dieta. Con la dieta vegetariana los niveles de colesterol más altos no exceden de 220 lo cual demuestra una reducción de 40 puntos con respecto a los datos antes de la dieta.

- Representación/Organización/Reducción

El profesor 2 se limitó a presentar la primera gráfica que el software tiene por omisión y una tabla de resúmenes estadísticos por lo que la respuesta está a un nivel uniestructural.

- Descripción/Comparación

Utiliza como evidencia estadística la media, valor mínimo, valor máximo y primer cuartil. Por tanto su descripción está apoyada en dos aspectos clave: centro y densidad, pero sin relacionarlos. Según nuestro marco, está a un nivel multiestructural.

El análisis de los aspectos clave (centro, forma, desfase/traslape, dispersión y valores individuales) utilizados por cada profesor en los razonamientos nos permitió construir la Tabla 5.

Tabla 5: Aspectos clave y conceptos utilizados por cada profesor en los procesos de Descripción y Comparación de las actividades en el ambiente computacional

Profesores	Actividad	Centro			Forma						Desfase traslape		Dispersión				Valores Individuales		
		C1	C2	C3	F1	F2	F3	F4	F5	F6	D	T	D1	D2	D3	D4	V1	V2	V3
		1	2	3	1	2	3	4	5	6			1	2	3	4	1	2	

1	1	√	√				√										
	2	√	√				√				√			√	√	√	
	3												√				
	4	√					√				√		√	√			
2	1	√					√									√	
	2	√					√							√			
	3	√					√			√						√	
	4						√			√			√				
3	1	√					√										
	2	√					√						√				
	3	√			√		√						√				
	4	√					√				√		√				
4	1	√	√				√			√	√						
	2	√					√				√						
	3	√					√				√						
	4	√					√			√	√		√				
5	1						√		√							√	
	2	√					√						√	√	√		
	3						√										
	4	√											√				
6	1	√					√										
	2	√															
	3	√					√										
	4						√				√		√				
7	1	√	√			√	√									√	

aspectos clave de forma coordinada para responder adecuadamente a las situaciones planteadas. Los profesores mostraron poco conocimiento sobre la naturaleza implícita en una descripción y comparación de distribuciones, ya que de 18 indicadores y 5 aspectos clave que podían utilizar para responder las situaciones planteadas, en muchos casos utilizaron uno o dos, entre las cuales destacaron la media y puntos especiales de corte, seguido de un uso moderado de la desviación estándar, rango y puntos extremos.

Aunque un poco más de la mitad de los profesores lograron ubicarse en el nivel multiestructural, cuando utilizaron el ambiente computacional, debe señalarse que las características del software ayudaron a ello, al proveer una diversidad de representaciones de los datos. No hubo evidencia de que los profesores hayan intentado modificar de manera significativa las gráficas que proporcionaba el software para una reorganización de los datos mediante la relación entre ellas.

La enseñanza de la estadística requiere pasar del énfasis en técnicas de cálculo y una visión descriptiva de los datos a una visión más exploratoria que considere más descriptores y representaciones, sobre todo ahora que se tiene como aliado a potentes herramientas de software diseñado con propósitos de enseñanza, en el que es posible establecer relaciones entre las diversas representaciones de los datos y extraer la información estadística que cada una proporciona.

Aún cuando la muestra de profesores participantes es reducida, los resultados muestran que los profesores en estas condiciones tendrían muchas dificultades para implementar los nuevos enfoques que exigen en los nuevos planes de estudio. Se requiere profundizar la investigación en muestras más grandes de profesores con mayor experiencia en la enseñanza de la estadística.

Referencias

- Alpízar, M. (2005). *Exploración de los conceptos y significados que utilizan los profesores en actividades de resolución de problemas relacionados con el análisis exploratorio de datos*, Tesis de Maestría en Matemática Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.
- Arteaga, P., Batanero, C., Contreras, J. y Cañadas, G (2012). Understanding Statistical Graphs: A Research Survey. *Boletín de Estadística e Investigación Operativa*, 28(3), 261-277.

- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Granada. España.
- Biggs, J. y Collis, K. (1982). *Evaluating the Quality of Learning: The Solo Taxonomy*, New York: Academic Press.
- Estrada, A. (2002). *Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado*. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.
- Finzer, W., Erickson, T. y Binker, J. (2002). *Fathom Dynamic Statistics Software*. Emerville CA. Key Curriculum Press Technologies.
- Franklin, Ch., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J, Peck, M. y Scheaffer, R. (2005). *Curriculum Framework for K-12 Statistics Education, GAISE Report*, Disponible en: www.amstat.org/education/gaise/.
- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of Statistics Education*, 10(3).
- Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2008). *Developing Student's Statistical Reasoning*. Springer Science Business Media
- Inzuna, S. y Juárez, J. A. (2007). Evaluación de Cultura y Razonamiento Estadístico: Un estudio con profesores de preparatoria. *Memorias de XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Querétaro México.
- Konold, C., & Higgins, T. (2002). Highlights of related research. En S. J. Russell, D. Schifter & V. Bastable (Eds.), *Developing mathematical ideas: Working with data*, 165-201. Parsippany, NJ: Seymour Publications.
- Makar, K. (2004). *Developing statistical inquiry: Prospective secondary mathematics and science teachers' investigations of equity and fairness through analysis of accountability data*. Tesis Doctoral. The University of Texas at Austin.
- McClain, K. (2008). The evolution of teachers' understandings of distribution. En Carmen Batanero, Gail Burrill, Chris Reading y Allan Rossman (Eds). *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*.
- Pfannkuch, M. (2006). Comparing box plots distributions: a teacher's reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 5(2), 27-45.
- Reading, Ch. y Reid, J. (2006). An Emerging Hierarchy of Reasoning about Distribution: From a Variation Perspective. *Statistics Education Research Journal*, 5(2), 46-68.
- Ruiz, B., Arteaga, P. y Batanero, C. (2009). Comparación de distribuciones: ¿una actividad sencilla para los futuros profesores? *II Encontro de Probabilidade e Estatística na Escola*. Universidade do Minho. Braga, Portugal.
- Shaughnessy, M., Garfield, J. y Greer, B. (1996). Data handling. En Alan Bishop, Ken Clements, Christine Keitel, Jeremy Kilpatrick y Colette Laborde (Eds). *International handbook of mathematics education*. Netherlands Kluwer Academic Publishers, 205-237.
- Sorto. A. (2006). Identifying content knowledge for teaching statistics", *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching of Statistics*. IASE-ISI. Salvador Bahia Brazil.
- Watson, J, y Moritz, J. B. (1999). The beginning of statistical inference with novice grade 7 students. *Statistical Education Research Journal*, 7(2), 59-82.
- Wild, Ch. y Pfannkuch, M. (1999), Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistics Review*, 67(3), 223-265.