

UN NUEVO METODO PARA DETERMINAR LA RESISTENCIA AL CORTE EN MACIZOS ROCOSOS.

(A MEW METHOD TO DETERMINE THE SHEAR STRENGTH OF ROCK MASSES)

Ucar Navarro, Roberto. Profesor Asociado, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes.

Resumen

En el presente trabajo se ha desarrollado una expresión analítica que permite hallar la resistencia al corte en macizos rocosos al utilizar el criterio empírico de rotura desarrollado por Murrell (1965) y expresado posteriormente en forma adimensional por Bieniawski (1974), en el cual los esfuerzos principales en el instante de la falla están vinculados a través de la ecuación:

$$\sigma_1 / \sigma_c = A \left( \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^K + 1$$

siendo  $\sigma_c$  la resistencia a la compresión simple de la roca intacta y los parámetros A y K, constantes que dependen de las características geomecánicas de la roca.

Así, aplicando esta nueva hipótesis, conjuntamente con los conceptos matemáticos básicos para obtener la envolvente de una familia de círculos de falla, se ha determinado la resistencia al corte, tal que  $\tau_w = f(\sigma_w, \sigma_c, K, A)$ , en donde  $\sigma_w$  es el esfuerzo normal sobre el plano de rotura.

Una expresión de este tipo nos ayudará a desarrollar nuevos métodos de cálculo en lo concerniente a estabilidad de taludes y galerías, diseño del soporte en macizos rocosos mediante anclajes, estimación de la resistencia al fuste en rocas de calidad pobre en cimentación por medio de pilotes, también como otras innumerables aplicaciones relacionadas con el campo de la Geotecnia.

DEDICATORIA

El autor dedica con admiración y cariño el presente estudio al Dr. EDUARDO PELAEZ como un reconocimiento a su extraordinaria labor docente y humana, la cual llevó a cabo con notable dedicación en la formación de profesionales de la ingeniería en nuestra querida y recordada Escuela de Geología y Minas de la Universidad Central de Venezuela.

Introducción

En los últimos años un gran esfuerzo se ha realizado en el campo de la mecánica de las rocas con el objeto de poder determinar con mayor precisión la resistencia al corte en macizos rocosos tanto sanos como muy fracturados.

Como es sabido por todos han habido gran cantidad de intentos para definir un criterio teórico que permita predecir la rotura de las rocas, desde que en 1773 Coulomb postulara la primera hipótesis de falla.

La causa fundamental de que ninguno de los criterios existentes haya tenido una utilización universal radica en el hecho de que son muchos los factores que gobiernan el proceso de rotura de la roca, parámetros que dependen tanto del propio macizo rocoso como del estado tensional.

Por ello se han desarrollado algunos criterios empíricos que, aunque no poseen el esperado fundamento científico, ofrecen la gran ventaja de acercarse a la realidad del fenómeno físico.

De esta forma Bieniawski (1974), aprovechando los resultados de los ensayos realizados en la división de geomecánica del CSIR de Sud-Africa propone utilizar el criterio desarrollado por Murrell (1965) y lo expresa en forma adimensional.

En base a lo antes dicho se ha analizado en detalle en este trabajo la solución exacta utilizando el criterio de falla modificado por Bieniawski (op cit) para calcular la envolvente de rotura por cizallamiento, que proporcione una base adecuada para estimar las tensiones tangenciales tanto en roca intacta como en aquella que posea diferentes planos de discontinuidad; de forma de poder resolver gran variedad de problemas que habitualmente se encuentran en el área de la geotecnia y que se observan en las diferentes obras mineras o de ingeniería civil.

### Determinación de la Envolvente de Falla por Corte

En el año 1974, en el Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy, el profesor Z.T. Bieniawski publica los resultados obtenidos a través de una serie de ensayos realizados en macizos rocosos, al utilizar el criterio de rotura propuesto por Murrell (1965), en la cual la relación entre los esfuerzos principales viene expresada como sigue:

$$\sigma_1 = F \sigma_3 + \sigma_c \quad (1)$$

Donde:

$\sigma_1$  = Esfuerzo Principal mayor en la falla.

$\sigma_3$  = Esfuerzo Principal menor en la falla.

$\sigma_c$  = Resistencia a la Compresión Simple de la roca intacta.

F, K = Constantes que dependen de las propiedades y características del macizo rocoso.

En forma adimensional tal como lo sugiere Bieniawski (op cit), la ecuación anterior se transforma:

$$\left( \frac{\sigma_1}{\sigma_c} \right) = A \left( \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^K + 1 \quad (2)$$

La tabla No 1 muestra los diferentes valores de A obtenidos por dicho investigador para roca intacta, mientras que K permanece constante para todo tipo de roca, siendo su valor de 0.75.

De acuerdo a Attewell (1985, comunicación personal), los valores de  $\sigma_c$  y A medidos a través de los planos de discontinuidad y diferentes grados de meteorización, pueden expresarse en función de la clasificación geomecánica (Rock Mass Rating - RMR), desarrollada por Bieniawski (1973), mediante las ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_c)_j &= \sigma_c \exp \left[ \frac{\text{RMR} - 100}{18.75} \right] \\ A_j &= A \exp \left[ \frac{\text{RMR} - 100}{75.5} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2a)$$

TABLA No 1.- CRITERIO DE BIENIAWSKI (1974)

TIPO DE ROCA (INTACTA)	A
NORITA	5.0
CUARCITA	4.5
ARENISCA	4.0
LIMOLITA	3.0
LODOLITA	3.0
MAYORIA DE LAS ROCAS	3.5

Para el caso particular que  $K = 1$ , la ecuación (2) corresponde a una línea recta, y por ende la resistencia al corte también será lineal, obteniéndose la bien conocida envolvente de falla de Mohr-Coulomb, y en donde el valor de

$$A = \tan^2(45^\circ + \phi/2) = \left( \frac{1 + \text{Sen } \phi}{1 - \text{Sen } \phi} \right)$$

como se demostrará más adelante.

Por otro lado al considerar la pendiente de la ecuación (2) se obtiene:

$$\frac{\delta\sigma_1}{\delta\sigma_3} = K A \left( \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^{1-K} \quad (3)$$

puesto que  $K < 1$  ( $K = 0.75$ ), entonces:

$$\frac{\delta\sigma_1}{\delta\sigma_3} = \left[ \frac{K A}{\left( \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^{1-K}} \right] \quad (4)$$

Al observar la fórmula anterior nos damos cuenta de inmediato que para el caso particular que

$$\left( \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right) \rightarrow 0, \quad \frac{\delta\sigma_1}{\delta\sigma_3} \rightarrow \infty,$$

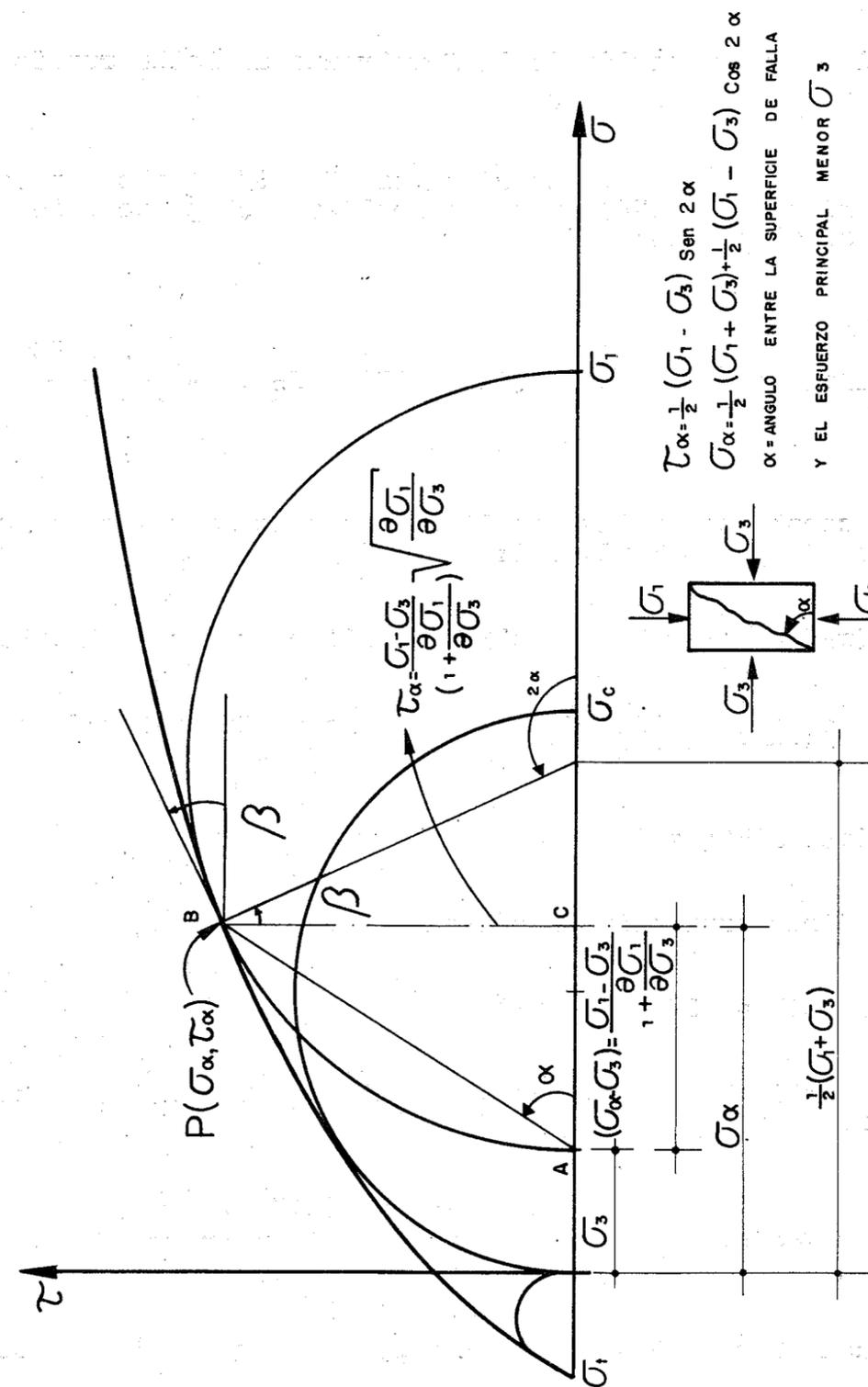
es decir la curva es normal al eje de las abscisa en el origen. Al mismo tiempo indica que el esfuerzo principal menor no puede existir en la rama de esfuerzos negativos o de tracción, lo cual es una limitación de este criterio.

Utilizando las ecuaciones de equilibrio en un estado bidimensional y mediante la figura (1) se sabe que:

$$\left[ \sigma_\alpha - \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) \right]^2 + \tau_\alpha^2 = \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 \quad (5)$$

Donde  $\sigma_\alpha$  y  $\tau_\alpha$  representan el esfuerzo normal y tangencial sobre el plano de rotura respectivamente.

ENVOLVENTE DE ROTURA POR CIZALLAMIENTO EN ROCA INTACTA.



(FIG. 1)

2-1. Determinación de la Envolvente de Falla cuando  $K \neq 1$ .

La solución de la ecuación para  $K = 3/4$  (valor recomendado por Bieniawski, (1974), una vez realizado el proceso de integración es el siguiente:

$$\left(\frac{\sigma_\alpha}{\sigma_c}\right) = \bar{x} = \cos\beta \tan^7\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\beta\right) \left[ K_3 + \frac{4 - 3\cos^2\beta}{(1 - \sin\beta)^3} \right] \quad (63)$$

La constante de integración puede calcularse considerando en (31) que  $\Gamma_\alpha = y' = \tan\beta$ , así:

$$KA(\sigma_3/\sigma_c)^{k-1} = 1 + 2\tan^2\beta + 2\tan\beta\sec\beta = \tan^2(45^\circ + \frac{1}{2}\beta) \quad (64)$$

Si la inclinación de la envolvente de falla  $\beta = 0$  (es decir  $\alpha = \frac{1}{2}\pi + \frac{1}{2}\alpha = 45^\circ$ ) la ecuación anterior resulta:

$$KA(\sigma_3/\sigma_c)^{k-1} = 1 \quad (65)$$

De dicha expresión se obtiene que:

$$\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c}\right)^k = (1/KA)^{k/(k-1)} \quad (66)$$

Al sustituir (65) y (66), se obtiene para  $\sigma_\alpha/\sigma_c$  la siguiente ecuación:

$$\bar{x} = \left(\frac{\sigma_\alpha}{\sigma_c}\right) = \frac{\{ A(1/KA)^{k/(k-1)} \cdot (1+K) + 1 \}}{2} \quad (67)$$

Entonces para  $K = 0.75$  y  $A = 3$ ,  $A = 4$  y  $A = 5$ , se obtiene:

$$\left(\frac{\sigma_\alpha}{\sigma_c}\right)_{\beta=0} \approx 30 \quad \dots \quad A=3$$

$$\left(\frac{\sigma_\alpha}{\sigma_c}\right)_{\beta=0} \approx 95 \quad \dots \quad A=4$$

$$\left(\frac{\sigma_\alpha}{\sigma_c}\right)_{\beta=0} \approx 231 \quad \dots \quad A=5$$

Finalmente la constante de integración  $K_3$  se determina a través de (63), al considerar que  $\beta=0$ , y el valor de  $(\sigma_\alpha/\sigma_c)_{\beta=0}$ . Por lo tanto:

$$\left(\frac{\sigma_\alpha}{\sigma_c}\right)_{\beta=0} = (K_3 + 1) \quad (67)$$

$$\left. \begin{array}{l} K_3 = 29 \quad \dots \quad A = 3 \\ K_3 = 94 \quad \dots \quad A = 4 \\ K_3 = 230 \quad \dots \quad A = 5 \end{array} \right\}$$

Una vez conocida dicha constante, el valor de  $\bar{x} = (\sigma_\alpha/\sigma_c)$  (el cual dependerá de  $\beta$ ), se calcula fácilmente. A su vez la inclinación de la envolvente de falla ( $\beta$ ) será una función del intervalo de esfuerzos ( $\sigma_1, \sigma_3$ ).

Bajo estas condiciones  $(\Gamma_\alpha/\sigma_c)$  se determina a través de (44), es decir:

$$\left(\frac{\Gamma_\alpha}{\sigma_c}\right) = \frac{1}{K_1} \left[ \left(\frac{\sigma_\alpha}{\sigma_c}\right) \sec\beta + (K_1 \frac{\sigma_\alpha}{\sigma_c} - K_2) \tan\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\beta\right) \right] \quad (68)$$

## Ejemplos de Aplicaciones Prácticas.

Con la finalidad de apreciar la importancia de este nuevo método, consideremos el ejemplo No 1:

Datos:

$\alpha=60^\circ$  (ángulo que forma el plano de falla con la dirección del esfuerzo principal menor  $\sigma_3$ ).

$$\alpha = (45 + \frac{1}{2}\beta) \dots \beta=30^\circ$$

Tipo de roca: Limolita  
Condición: Intacta

A=3, K=0.75  
(ver tabla N01)

Cuando A=3, la constante de integración  $K_3=29$ , por lo tanto a través de la ecuación (63) resulta:

$$\frac{\sigma_\alpha}{\sigma_c} = \bar{x} = \cos 30^\circ \tan^7 30^\circ \left[ 29 + \frac{4 - 3\cos^2 30^\circ}{(1 - \sin 30^\circ)^3} \right]$$

$$\left( \frac{\sigma_\alpha}{\sigma_c} \right) = \bar{x} = 0.80$$

Conociendo a  $K=0.75$ ,  $K_1 = (1+K)/2 = 0.875$  y  $K_2 = K/2 = 3/8$ , conjuntamente con la ecuación (68) la resistencia al corte es:

$$\left( \frac{\Gamma_\alpha}{\sigma_c} \right) = \bar{y} = 1.14 \{ 0.8 \sec 30^\circ + (0.875 * 0.8 - (3/8)) \tan 30^\circ \}$$

$$\left( \frac{\Gamma_\alpha}{\sigma_c} \right) = 1.27$$

Un aspecto muy importante sería comparar los valores de

$(\sigma_\alpha/\sigma_c)$  y  $(\Gamma_\alpha/\sigma_c)$  con esos obtenidos al aplicar el criterio de rotura empírico de Hoek y Brown (1980).

Al aplicar dicha hipótesis de falla, Ucar (1986) recientemente determinó que:

$$\bar{x} = \left( \frac{\sigma_\alpha}{\sigma_c} \right) = \frac{m}{8} \left( \frac{1}{2\sin^2 \beta} + \sin \beta \right) - \left( \frac{3m}{16} + \frac{S}{m} \right)$$

Y

$$\bar{y} = \left( \frac{\Gamma_\alpha}{\sigma_c} \right) = \frac{m}{8} \left( \frac{1 - \sin \beta}{\tan \beta} \right)$$

Siendo (m) y (S) constantes que dependen de las características de la roca.

Los valores "equivalentes" de (m) y (S) para una roca limolita intacta son:

$$m=10 \text{ y } S=1. \text{ (Hoek y Brown, 1980)}$$

Por lo tanto para  $\beta=30^\circ$ , resulta:

$$\bar{x} = \left( \frac{\sigma_\alpha}{\sigma_c} \right) = \frac{10}{8} \left( \frac{1}{2\sin^2 30^\circ} + \sin 30^\circ \right) - \left( \frac{30}{16} + \frac{1}{10} \right) = 1.35$$

Y

$$\bar{y} = \left( \frac{\Gamma_\alpha}{\sigma_c} \right) = \frac{10}{8} \left( \frac{1 - \sin 30^\circ}{\tan 30^\circ} \right) = 1.08$$

Aquí es interesante indicar en este ejemplo en particular, que al comparar el criterio propuesto por Bieniawski (1974), el valor de  $(\sigma_\alpha/\sigma_c)$  es un 60% con respecto al obtenido por Hoek y Brown (op cit).

Por otro lado a pesar que el esfuerzo normal es menor, el valor de  $(\Gamma_\alpha/\sigma_c)$  es un 17 % más alto que el calculado utilizando

Hoek y Brown (op cit).

Por tal motivo sería de gran importancia comparar la envolvente de falla para diferentes valores de A, y sus equivalentes de (m) y (S), con la finalidad de poder llegar a conclusiones bien fundamentadas.

#### Ejemplo N°2

En una excavación subterránea a la profundidad de 2.500 m, la presión vertical natural (litostática) es  $\sigma_v = 65$  MPa, y la horizontal  $\sigma_h = 40$  MPa, si  $A=5$ ,  $K=0.75$  y  $\sigma_c = 160$  MPa, determinar el factor de seguridad por compresión y cizallamiento, bajo la suposición que  $\sigma_h = \sigma_3$  (esfuerzo principal menor en la falla).

A través de (64) se sabe que:

$$KA(\sigma_3/\sigma_c)^{k-1} = \tan^2(45^\circ + \frac{1}{2}\beta)$$

$$3.75(0.25)^{-0.25} = \tan^2(45^\circ + \frac{1}{2}\beta)$$

$$\beta = 43.06^\circ \quad \alpha = (45^\circ + \frac{1}{2}\beta) = 66.53^\circ$$

Al considerar (2) el esfuerzo principal en la rotura es:

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_c}\right) = A \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c}\right)^k + 1 = 5 \left(\frac{40}{160}\right)^{0.75} + 1 = 2.77$$

$$\sigma_1 = 2.77 \quad \sigma_c = 443.2 \text{ MPa}$$

Factor de seguridad (compresión) =  $(\sigma_1/\sigma_v) = 6.82$ .

El valor de  $(\sigma_\alpha/\sigma_c)$  mediante la ecuación (63) se determina como sigue:

$$(\sigma_\alpha/\sigma_c) = \cos 43.06 \tan^7(23.47) \left[ 230 + \frac{4 - 3\cos^2 43.06}{(1 - \sin 43.06)^2} \right]$$

$$(\sigma_\alpha/\sigma_c) = 0.648$$

Una forma de comprobar dicho valor es mediante la conocida ecuación:

$$\left(\frac{\sigma_\alpha}{\sigma_c}\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_c} + \frac{\sigma_3}{\sigma_c}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_c} - \frac{\sigma_3}{\sigma_c}\right) \cos 2\alpha$$

$(\sigma_\alpha/\sigma_c) = 1.51 + 1.26 \cos 133.06 = 0.649$ , valor que concuerda perfectamente con el de la ecuación (63).

En un estado plano el esfuerzo cortante actuante, viene dado por la fórmula:

$$(\Gamma_\alpha)_{\text{actuante}}/\sigma_c = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_c} - \frac{\sigma_3}{\sigma_c}\right) \sin 2\alpha$$

Así:

$$(\Gamma_\alpha)_{\text{actuante}}/\sigma_c = 1.26 \sin 133.06 = 0.92$$

Finalmente a través de (68) la resistencia al corte  $\Gamma_\alpha/\sigma_c$  se determina como sigue:

$$\left(\frac{\Gamma_\alpha}{\sigma_c}\right) = \frac{1}{K_1} \left[ \left(\frac{\sigma_\alpha}{\sigma_c}\right) \sec \beta + (K_1 \frac{\sigma_\alpha}{\sigma_c} - K_2) \tan(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\beta) \right]$$

En donde:

$$\left(\frac{\sigma_\alpha}{\sigma_c}\right) = 0.648$$

$$K_1 = \frac{1}{2}(1+K) = 0.875$$

$$K_2 = \frac{1}{2}K = 3/8$$

$$\beta = 43.06^\circ$$

Siendo  $(\Gamma_\alpha/\sigma_c) = 1.11$

De esta manera el factor de seguridad por corte será:

$$\text{Factor de seguridad (corte)} = \frac{(\Gamma_\alpha/\sigma_c)}{(\Gamma_\alpha/\sigma_c)_{\text{actuante}}} = 1.21$$

#### Conclusiones:

Utilizando la contribución de Bieniawski (1974) al expresar en forma adimensional el criterio de rotura propuesto por Murrell (1965), y tomando en cuenta al mismo tiempo el método analítico desarrollado en esta investigación para evaluar la resistencia al corte en rocas, es lógico concluir que se abre un nuevo campo de investigación a través de dicha envolvente de falla por cizallamiento en todo lo concerniente a estabilidad de taludes, soporte de galerías, así como nuevos métodos de cálculo en fundaciones en roca de calidad pobre, y en el diseño de anclajes en macizos rocosos inestables, como también otros problemas que generalmente se presentan en el campo de la geotecnia.

Por otro lado dicha fórmula reemplaza la envolvente de falla de Mohr-Coulomb, la cual se ha estado utilizando en una forma aproximada, a sabiendas que la verdadera ecuación que gobierna la resistencia al corte en las rocas no es lineal.

Finalmente con el objeto de considerar el efecto de los esfuerzos de tracción, en la hipótesis de rotura aquí mencionada, a través de una pequeña traslación de ejes se recomienda para fines prácticos utilizar la siguiente ecuación:

$$(\sigma_\alpha/\sigma_c) \approx \cos\beta \tan^2(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\beta) \left[ K_3 + \frac{4 - 3\cos^2\beta}{(1 - \sin\beta)^2} \right] - (2/7A)$$

De esta forma cuando  $\beta = \frac{1}{2}\pi$  ( $\alpha = 45^\circ + \frac{1}{2}\beta = \frac{1}{2}\pi$ ),

$$\sigma_\alpha = - (2/7)(\sigma_c/A) = \sigma_t \text{ (tracción).}$$

NOTA: Dada su extensión, este artículo ha sido publicado parcialmente

#### Referencias.

- 1.- Bieniawski, Z, T.(1973). Engineering Classification of Jointed Rock Masses. Trans. S. Afr. Inst Civil Engrs. 15: 335-344.
- 2.- Bieniawski, Z.T. (1974). "Estimating the Strength of Rock Materials", Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy, 74(8):312-320.
- 3.- Elgosts, L. (1980). Differential Equations and the Calculus of Variations, Mir Publishers. 440 p.
- 4.- Hoek, E, y Brown T. (1980). Empirical Strength Criterion for Rock Masses, Journal of the Geotechnical Engineering Division, Asce, 106(GT9): 1013-1035.
- 5.- Mataix, C. (1967). Análisis Algebraico e Institucional, tomo II, Cálculo Integral, Editorial Dossat, S.A., 375 p.
- 6.- Murrell. S.A. (1965). The Effect of Triaxial Stress System on the Strength of Rock at Atmospheric Temperatures. Geophys. J. Roy. Astr. Soc., 10: 231-281.
- 7.- Ucar, R. (1986). Determination of Shear Failure Envelope in Rock Masses, Journal of the Geotechnical Engineering Division, Asce, 112(3): 303-315.