

**DETERMINACION DE UN MODELO DE CORTEZA USANDO INVERSION
 NOLINEAL Y TIEMPOS DE ARRIBO RELATIVOS DE EVENTOS SISMICOS.
 (DETERMINATION OF A CRUSTAL MODEL USING NONLINEAR INVERSION
 AND RELATIVE TRAVEL TIMES OF SEISMIC EVENTS)**

Jorge Mendoza, FUNVISIS, APDO. 1892, Caracas 1010-A

RESUMEN

Un esquema de inversión basado en el método de los mínimos cuadrados con ecuaciones no lineales, es usado para determinar un modelo de corteza de capas planas donde tanto las velocidades y localizaciones hipocentrales son desconocidas. Tomando como referencia la estación más cercana a un evento sísmico, es posible reducir el número de incógnitas de $2n-1+4q$ a $2n+3q$ donde n representa el número de capas del modelo y q el número de eventos sísmicos simultáneos usados en la inversión. De esta manera, se logra una reducción sustancial en el tamaño de la matriz linealizada y por ende un aumento en la eficiencia del algoritmo y un incremento en el número de eventos que pueden ser invertidos simultáneamente.

La velocidad de convergencia de la inversión puede ser acelerada si al invertir los datos sísmicos, el factor λ de Marquardt es sustituido por $\lambda = RMSE/\beta$ donde $RMSE$ representa la raíz cuadrada media de los errores y β es una constante a ajustar por prueba y error.

Como ejemplo, se usaron datos registrados por la red sísmológica de Uribante-Caparo de sismos de la región occidental de Venezuela.

TEORIA

El método usado para la determinación de un modelo de corteza, está basado en la inversión de datos sísmicos usando una técnica generalizada de inversión por mínimos cuadrados (Crosson, 1976; Drowley et al., 1980). En este trabajo se usa un modelo de corteza de capas planas donde la velocidad de las ondas corpóreas es constante dentro de cada capa. Consideremos un conjunto de capas con diferentes velocidades que reposan sobre un semi-espacio como la indica la Figura 1. El tiempo de arribo de una onda corpórea generada por un evento y registrada en la estación viene dado por:

$$T_a(i,j) = T_{ij}(x_j, y_j, z_j, v_1 \dots v_n, h_1 \dots h_{n-1}) + t_{oj} \quad (1)$$

donde T_{ij} representa el tiempo de viaje, x_j, y_j y z_j , son las coordenadas espaciales de la fuente j (asumida puntual), t_{oj} es el tiempo origen, y v_m y h_m representan la velocidad y espesor de la capa respectivamente. Las coordenadas de la estación están representadas implícitamente por el sub-índice i . Sea q el número de fuentes y e el número de estaciones sísmológicas usadas para registrar los eventos con $i=1,2,\dots,e$, y $j=1,2,\dots,q$. Entonces, el número de incógnitas p a determinar viene dado por:

$$p = 2n-1+4q \quad (2)$$

Para reducir el número de incógnitas p , se emplean dos modificaciones de la ecuación (1). Primero, ya que estamos interesados en encontrar el modelo de velocidades, el tiempo origen puede ser eliminado de (1) y los tiempos de viaje son tomados como tiempos relativos comunes a todos los eventos. Esto se logra calculando los tiempos de arribo para todas las estaciones, tomando como referencia la estación con el tiempo de arribo más pequeño. Usando la estación $i=r$ como punto de referencia, la ecuación (1) se transforma:

$$Tr(i,j) = T_a(i,j) - T_a(i,r) - T_a(r,j) = T_{ij} - T_{rj} \quad (3)$$

Para j fijo y para $i=1,2,\dots,e$ donde $Tr(i,j)$ representa el tiempo de arribo relativo con respecto a la estación r para el evento. La ecuación (1) puede ser entonces reemplazada por la ecuación (3). Físicamente esto significa que hemos elegido un nuevo sistema de referencia.

En este trabajo se asume que el espesor de cada capa es conocido. Aunque es imposible conocer "a priori" el número de capas y sus respectivos espesores, es posible variar el número de capas y calculando los errores residuales producidos por la inversión, determinar el número óptimo de capas que mejor se adapte a los datos experimentales. Usando estas dos modificaciones, el número total de incógnitas se reduce a:

$$p = 2n+3q \quad (4)$$

y la ecuación para el tiempo de arribo relativo es:

$$Tr(i,j) = Tr_{ij}(x_j, y_j, z_j, v_1 \dots v_n) \quad (5)$$

La ecuación (5) representa un conjunto de ecuaciones no lineales. Expandiendo (5) en serie de Taylor y tomando la parte lineal de la expansión, tenemos que:

$$\Delta Tr = A \Delta w \quad (6)$$

donde la matriz A contiene las derivadas parciales de los tiempos de arribo con respecto a las incógnitas, y Δw es el vector de

perturbación de las incógnitas. La solución a la ecuación (6) (Crosson, 1976) es:

$$\Delta w = (\tilde{A}A)^{-1} \tilde{A} \Delta Tr \quad (7)$$

La dimensión de la matriz A viene dada por:

$$m = (e)(q)+p \quad (8)$$

La ecuación (7) no puede ser resuelta con precisión porque es típicamente inestable, debido a que los datos presentan generalmente ruido y la lectura de los mismos no es totalmente confiable. Levenberg (1944) y Marquardt (1963), han demostrado que si una pequeña perturbación es añadida a la traza de la matriz A, la solución se vuelve más estable, aún cuando el conjunto de datos iniciales no sea óptimo. Usando el método de Marquardt la ecuación (7) puede escribirse como:

$$\Delta w = (\tilde{A}A + \lambda \bar{I})^{-1} \tilde{A} \Delta Tr \quad (9)$$

donde λ es conocido como el factor de perturbación e \bar{I} es la matriz identidad.

Durante el proceso de inversión, el parámetro λ es escogido de tal manera que al comienzo de la inversión su valor es alto y a medida que el proceso converge, se va tornando pequeño. Sin embargo, este proceso de reducción del valor de λ puede presentar un inconveniente, ya que λ puede volverse extremadamente pequeño prematuramente y el algoritmo tratará de modelar el ruido introducido en los datos. Esto por supuesto puede acarrear divergencia en la solución.

Para casos donde las varianzas de los datos (r_o) y del modelo (r_m) son independientes y constantes, λ puede ser racionalizado usando la inversa estocástica para convertirse en $\lambda = r_o/r_m$ (Aki y Richard, 1978). Asumiendo que no conocemos r_m "a priori" y que r_o puede ser aproximado por:

$$r_o = (RMSE) \quad (10)$$

donde RMSE representa la raíz cuadrada media de los errores. Entonces λ puede ser expresada por:

$$\lambda = RMSE/\beta \quad (11)$$

El valor de β debe ser escogido por el método de prueba y error. Experimentalmente se ha determinado que escogiendo $\beta^2=10$ se obtiene una buena convergencia. Nótese que un hecho relevante introducido por (11) es que un buen ajuste de los datos (bajo RMSE) implica pequeño y viceversa. Esto es precisamente como queremos que λ se comporte.

La ecuación (9) y su inversión han sido aplicadas en el pasado con datos de ondas P exclusivamente (Crosson, 1976;

Drowley et al., 1978). El uso de ondas P presenta desventajas, ya que dos fuentes diferentes pueden producir el mismo resultado y el tiempo origen, como fue demostrado anteriormente, entra en las ecuaciones de tiempo de arribo como un factor aditivo. Como ejemplo, considere una estación y dos eventos l y m como se muestra en la Figura 2. Asumamos que ambos eventos comparten el mismo epicentro pero ocurren a diferentes profundidades. Si $TaP(1,l)$ y $TaP(1,m)$ son los tiempos de arribo para las ondas P para los eventos l y m respectivamente, entonces sus tiempos de arribo pueden ser escritos como:

$$TaP(1,m) = TP1_l(x,y,z,vp)+t_o \quad (12)$$

$$TaP(1,l) = TP1_m(x,y,z',vp) + t_o \quad (13)$$

pero $TP1_m(x,y,z',vp)$ y t_o pueden ser ajustados de tal manera que

$$TaP(1,l) = TaP(1,m) \text{ para } TP1_l \neq TP1_m \text{ y } t_o \neq t_o' \quad (14)$$

La anterior ambigüedad puede ser reducida significativamente si incluimos en el proceso de inversión los datos producidos por las ondas S. Si $TaS(1,l)$ y $TaS(1,m)$ representan los tiempos de arribo de las ondas S, entonces:

$$TaS(1,l) = TS1_l(x,y,z,vs)+t_o \quad (15)$$

$$TaS(1,m) = TS1_m(x,y,z',vs)+t_o' \quad (16)$$

Si tomamos los tiempos S-P bajo las condiciones expresadas por la ecuación (14):

$$TaS(1,l) - TaP(1,l) \neq TaS(1,m) - TaP(1,m) \quad (17)$$

Aunque aquí la solución no es totalmente única, está mucho mejor acotada que en (14). Por consiguiente, es recomendable usar para la inversión, no solamente los datos de las ondas P, sino también los datos S-P. Además, la inclusión de los tiempos S-P permite determinar las velocidades para las ondas P y S simultáneamente.

EJEMPLO

Como un ejemplo de la aplicación de este método, se usaron datos sismológicos procedentes de la región de Bucaramanga, Colombia, obtenidos por la red sísmica instalada por FUNVISIS en los Andes venezolanos. La localización geográfica de las estaciones y las fallas más resaltantes de la región de Bucaramanga están representadas en la Figura 3. La región de Bucaramanga tiene la característica de producir sismos a razón de uno cada tres horas, a profundidades de alrededor de 160 Km y con magnitudes que van en general de 1 a 4. El volumen que encierra los hipocentros de estos eventos es de alrededor de 40X10X12

kilómetros cúbicos (Pennington et al., 1979). De allí que esta zona sea conocida como el nido sísmico de Bucaramanga.

Los registros sísmicos obtenidos por la red de estaciones contienen dos tipos de eventos: eventos superficiales locales que se originaron cerca de las estaciones sísmológicas y los eventos profundos producidos en Bucaramanga. Los eventos profundos de Bucaramanga son fácilmente distinguible de los eventos locales, ya que presentan largos tiempos S-P. Los eventos locales tienen tiempos S-P no mayores de 5 segundos, mientras que los sísmos de Bucaramanga, presentan tiempos S-P iguales o mayores a 20 segundos.

Para obtener un modelo de velocidades para el oeste de los Andes Venezolanos, se utilizaron once días de registros en ocho estaciones sísmológicas.

El primer paso en la determinación del modelo de corteza, consistió en determinar el número óptimo de capas del modelo. Para ello se usó una técnica que consistió en minimizar el RMSE para varios números de capas. Modelos con más de diez capas no produjeron convergencia, ya que el número de datos de que se disponía, no fue suficiente para resolver la compleja estructura. Un gráfico de RMSE versus el número de capas como los que se muestra en las Figura 4, revela que el modelo de nueve capas representa el modelo óptimo ya que minimiza el RMSE. Como las velocidades de las ondas P y S fueron invertidas simultáneamente, se encontró que las velocidades de las ondas S son proporcionales a las velocidades de las ondas P, con una relación dada por:

$$V_p/V_s = 1.76 \pm 0.02 \quad (18)$$

La Figura 5 muestra los mejores estimados para las velocidades de las ondas P y S del modelo de corteza para el oeste de los Andes venezolanos. Las velocidades de las dos capas superiores son las más inciertas debido probablemente a la complejidad de la estructura geológica superficial. La onda P salta de 6.9 a 8.2 km/s, identificando el Moho a 40 km de profundidad. Esta profundidad es mayor que el promedio de profundidad para el Moho bajo los continentes y es típica para el grosor de la corteza en cinturones de montañas. Debajo del Moho se encontró una capa de bajas velocidades entre las profundidades de 60 km y 80 km. Entre los 80 km y 140 km, la velocidad incrementa de nuevo. Una segunda capa de baja velocidad fue encontrada entre los 140 km y los 160 km de profundidad. Los eventos pertenecientes al nido sísmico de Bucaramanga se originan debajo de esta capa.

CONCLUSION

Para obtener un modelo de velocidades para la corteza superior, se implementó un método de inversión basado en los mínimos cuadrados no lineales. Como datos para la inversión se

utilizó una combinación de tiempos de arribo relativos para las ondas P y S provenientes de la región de Bucaramanga, Colombia. El modelo de corteza consistió en nueve capas planas y un semi-espacio. La discontinuidad del Moho se encontró aproximadamente a los 40 km de profundidad.

BIBLIOGRAFIA

- Aki, K., y Richards, P. (1978). Quantitative Seismology. W. H. Freeman and Co., San Francisco, California, Vol. II, Chap. 12.
- Crosson, R. (1976). Crustal Structure Modeling of Earthquake Data. I. Simultaneous least Square Stimulation of Hipocenter and Velocity Parameters. J. Geophys. Res. 31:3036-3046.
- Drowley, D. y MacNally, K. (1980). Location of Earthquake Swarm Events Near Palmdale, California, Using a Linear Gradient Velocity Model. Bull. Seismol. Soc. Amer. 70 (6):2145-2158.
- Levenberg, K. (1944). A Method for the Solution of Certain Nonlinear Problems in Least Squares. Quant. Appl. Math. 2:164-168.
- Marquardt, D. (1963). An Algorithm for Least Squares Estimation of Nonlinear Parameters. J. Soc. Indust. Appl. Math. 11:431-441.
- Pennington, W., Mooney, W. Van Hissenhoven, R., Meyer, H., y Ramirez, J. (1979). Results of a Reconnaissance Microearthquake Survey of Bucaramanga, Colombia. Geophys. Res. Let. 6:65-68.

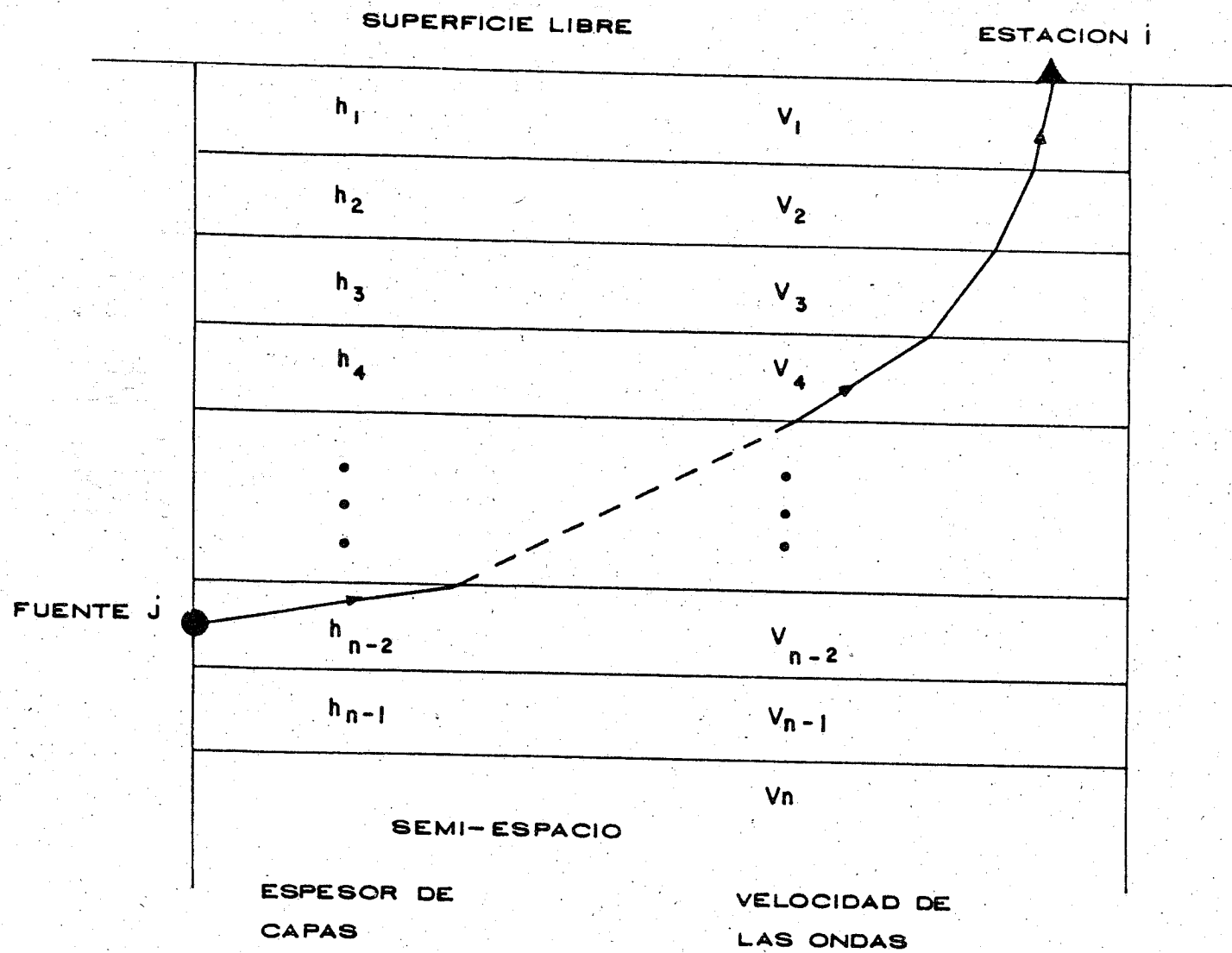


Figura 1: Diagrama esquemático de un modelo de capas planas.

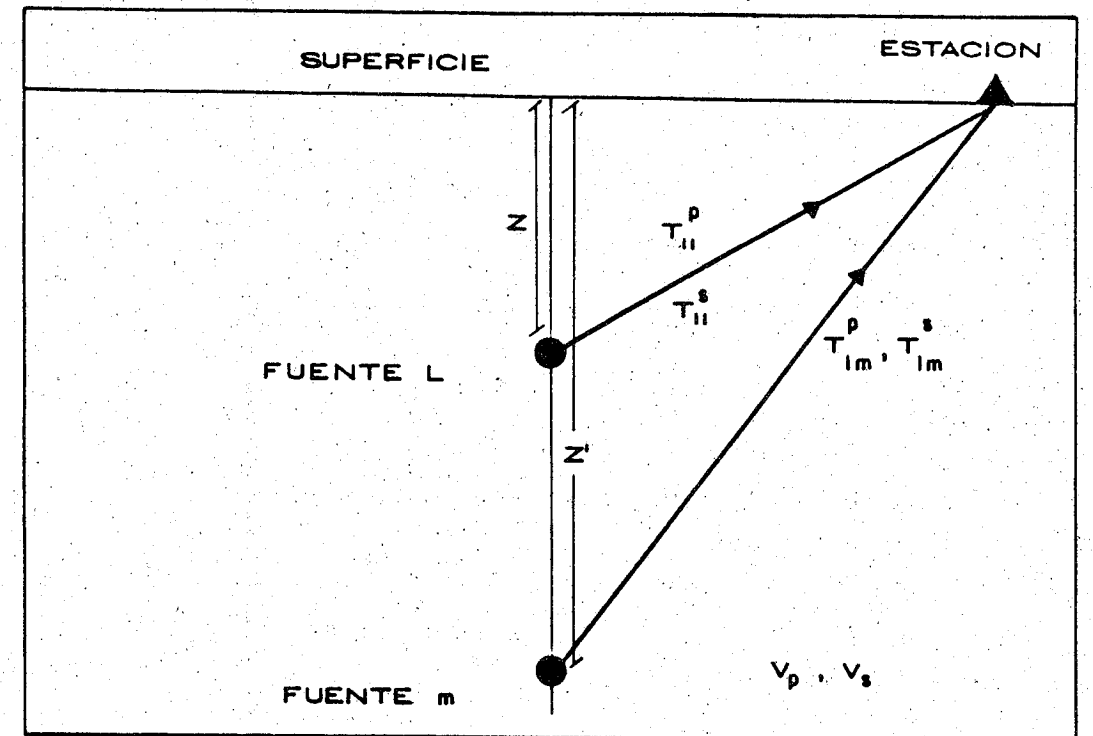


Figura 2: Diagrama esquemático para la trayectoria de las ondas corpóreas (P Y S), originadas por dos sismos (l y m) y registradas por una estación. Ambos eventos comparten el mismo epicentro pero tienen diferentes profundidades.

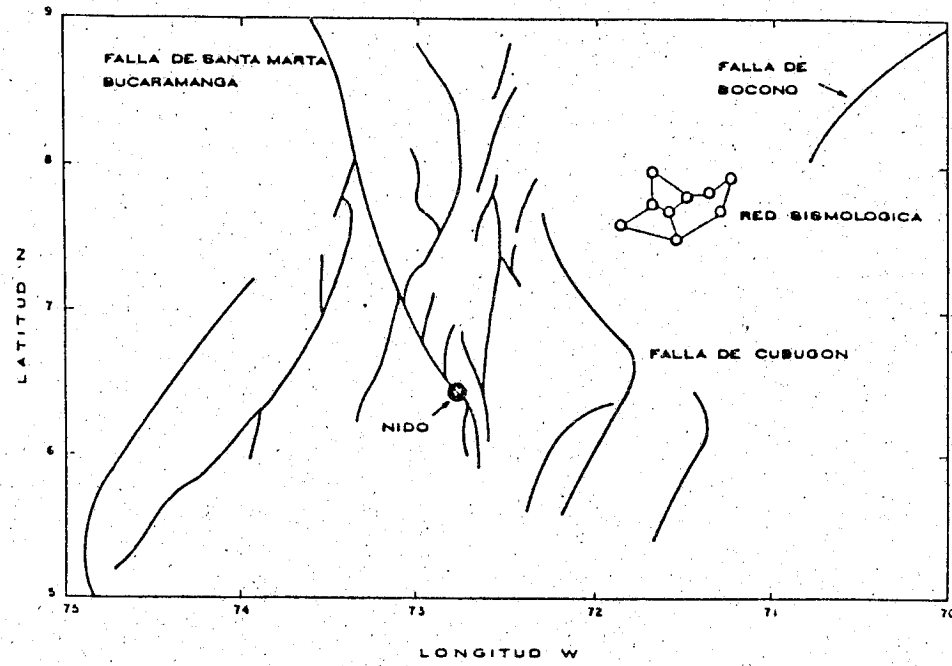


Figura 3: Fallas principales de la región de Bucaramanga. Los círculos indican la localización de las estaciones sismológicas usadas en este estudio. La estrella indica la ubicación de nido sísmico.

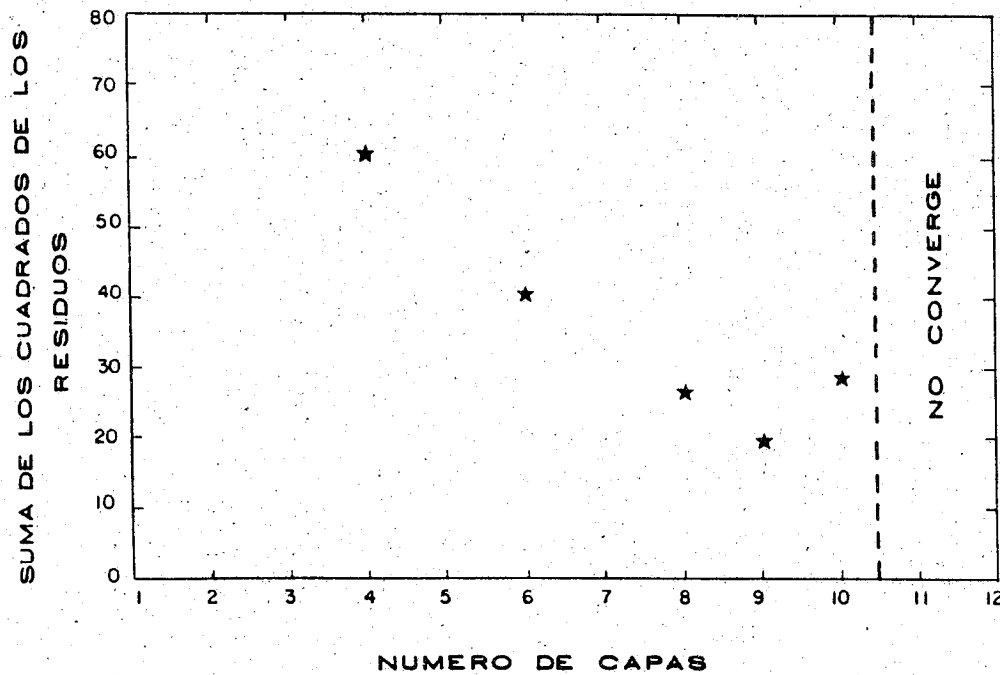


Figura 4: Gráfico mostrando el RMSE versus el número de capas. Note que el modelo con nueve capas minimiza el RMSE.

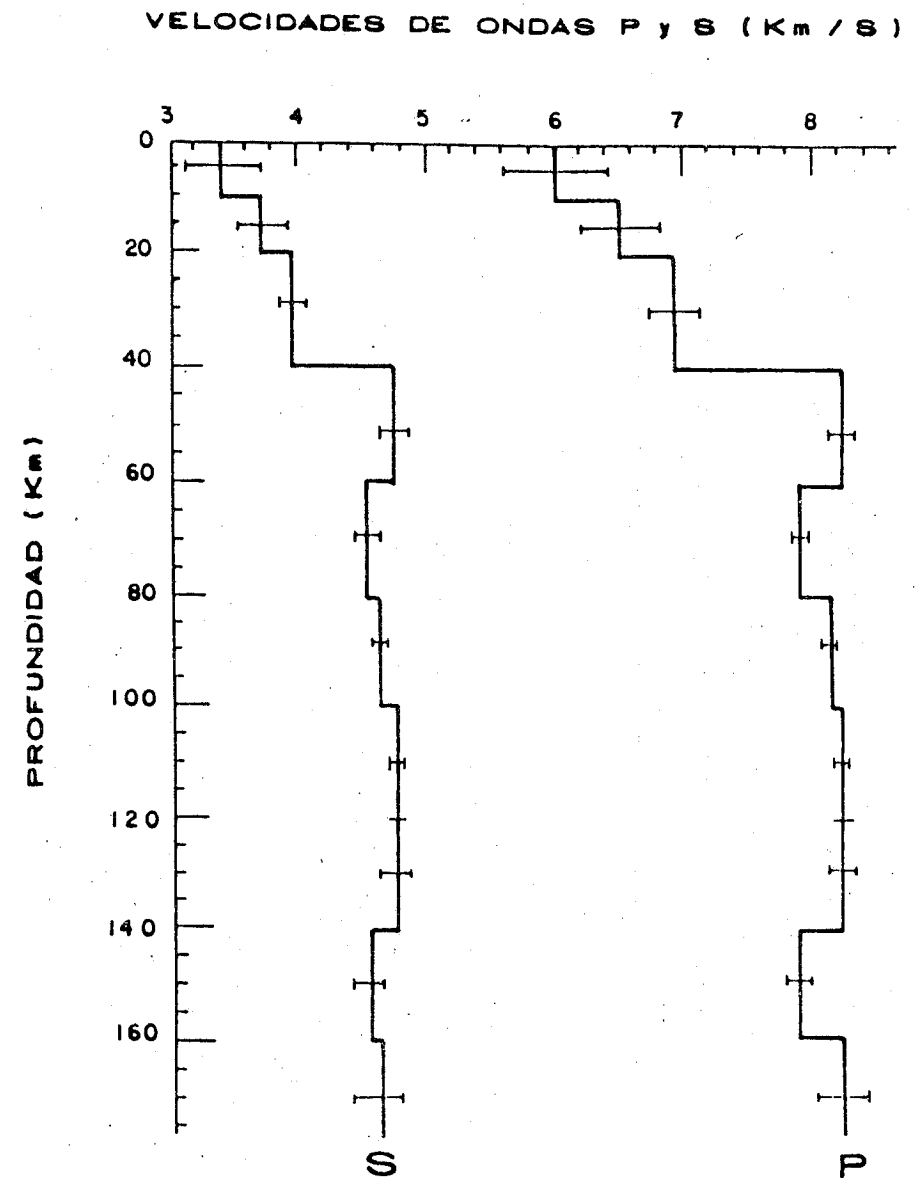


Figura 5: Gráfico mostrando el mejor resultado de la inversión para la estructura de velocidades del oeste de los Andes venezolanos. Tanto las velocidades de las ondas P y S han sido representadas. Las barras de errores indican la incerteza para las diferentes capas del modelo.