

METRÓPOLIS – HASTING Y GIBBS POR BLOQUES: UTILIZACIÓN DE ALGORITMOS DE MONTE CARLO VÍA CADENAS DE MARKOV EN EL MODELADO DE COLUMNAS ESTRATIGRÁFICAS, CAMPO LAMA, LAGO DE MARACAIBO

EVERT LEONARDO DURÁN¹, MARÍA BEATRIZ SOTO², MILAGROSA ALDANA^{1}*

¹ Departamento de Ciencias de la Tierra, Universidad Simón Bolívar, e-mail: evertduan@usb.ve;

* maldana@usb.ve (Autor contacto)

² Coordinación de Ingeniería Geofísica, Universidad Simón Bolívar. Afilación actual: Baker Hughes Incorporated/ Gaffney-Cline & Associates, Singapore. e-mail: asoamam@yahoo.com

Recibido: diciembre 2013

Recibido en forma final revisado: julio 2014

RESUMEN

En este trabajo se caracterizó estocásticamente un yacimiento modelando columnas estratigráficas a partir de la implementación de algoritmos de Metrópolis – Hasting y Muestreo de Gibbs por bloques; ambos constituyen métodos de Monte Carlo vía Cadenas de Markov (MCMC). La unidad estratigráfica evaluada es la arena C4 de la Formación Misoa, Campo Lama, Lago de Maracaibo, consistente de areniscas intercaladas por escasas capas de limolita y lutita. A partir de la información proveniente de 11 pozos localizados en el área de estudio, se modelaron pseudo-columnas estratigráficas en 20 nuevas localizaciones utilizando ambos algoritmos. Combinando la información de las columnas reales y las columnas estimadas, se generaron mapas de contenido de arena. El método de Metrópolis – Hasting distinguió, principalmente, la presencia de arenas a lo largo de las pseudos-secuencias generadas, las cuales representan más del 70% del sedimento presente en el área de estudio. Este algoritmo también señala las zonas donde ocurren las principales variaciones de contenido de arena, aunque no posee la sensibilidad suficiente para detectar la variabilidad de las facies limo y arcilla. Los mapas obtenidos con el algoritmo de Gibbs por bloques, al igual que con el de Metrópolis-Hastings, muestran claramente una tendencia NE-SO en el contenido de arena que concuerda con los resultados de estudios previos en el área. Adicionalmente, el algoritmo de Gibbs por bloques aquí desarrollado, cuando se utiliza una longitud apropiada del bloque, es capaz de detectar la presencia de capas delgadas de las otras litologías observadas en el área.

Palabras clave: Metrópolis-Hastings, Gibbs por Bloques, Algoritmos MCMC, Modelado columnas estratigráficas, Markov, Campo Lama.

METROPOLIS – HASTING AND GIBBS BY BLOCKS: USE OF MARKOV CHAIN MONTE CARLO ALGORITHMS TO MODEL STRATIGRAPHIC COLUMNS, LAMA FIELD, MARACAIBO LAKE

ABSTRACT

In this article we stochastically characterize a reservoir through the modeling of stratigraphic columns using two algorithms: Metropolis-Hasting and Gibbs sampling by blocks; both constitute Markov chain Monte Carlo (MCMC) methods. The stratigraphic unit considered corresponds to the C4 sands of the Misoa Formation, on Lama Field, at the Maracaibo Lake, consisting of inter-bedded sandstones with scarce intercalations of siltstone and shale. Using the information of 11 wells located in the study area, 20 new pseudo-columns were modeled in new locations by means of both algorithms. Combining the information of real columns and the estimated ones, maps of sand content were generated. The Metropolis-Hasting algorithm reproduced, mainly, the presence of sands along the pseudo-sequences generated, which represent more than 70% of the sediment present in the study area. This algorithm suggests the areas where the main variations of sand content could occur, but does not seem to be sensible enough to detect the facies variations of silt and clay. The maps obtained with the Gibbs-by-block algorithm, like that using Metropolis-Hasting, clearly show a NE-SW trend in sand content which correlate with the results of previous works in the area. Furthermore, the Gibbs-by-block algorithm developed here is capable of reproducing the presence of fine layers of the other lithologies observed in the area, if a geologically well thought-out length for the block is used.

Keywords: Metropolis-Hastings, Gibbs by blocks, MCMC algorithms, Modeling of stratigraphic columns, Markov, Lama Field.

INTRODUCCIÓN

La mayoría de las trampas de hidrocarburos se encuentran en cuencas sedimentarias, donde la roca porosa está subyacente o completamente rodeada por rocas impermeables. Así, las secuencias sedimentarias comúnmente están formadas por la alternancia entre areniscas y lutitas/limolitas/carbones (Sinvhal & Sinvhal, 1992). Por tanto, el entendimiento de la alternancia de las litofacies con la profundidad resulta ser un punto crucial en el análisis de yacimientos de hidrocarburo. Esta alternancia obedece a diferentes agentes de sedimentación presentes durante la formación de los estratos del intervalo de interés. Usualmente, la información sedimentaria se obtiene de datos de núcleos o de registros de pozos disponibles sólo en las localizaciones de éstos. Esta información debe ser extendida a toda el área de estudio, para lo cual suelen utilizarse distintas aproximaciones matemáticas. Sin embargo, en el área de las geociencias ha resultado relativamente difícil capturar el conocimiento geológico en un modelo cuantitativo que se ajuste al análisis estadístico (Eidsvik *et al.* 2002).

Estos problemas pueden ser solucionados al suponerlos como problemas de multivariantes espaciales con un juego limitado de datos. Para poder adquirir los nuevos juegos de datos (modelo posterior), los modelos Bayesianos se basan en el conocimiento general de modelos anteriores y similares de las variables del área en estudio (Walsh & Raftery, 2005). Las variables del yacimiento de interés representan un problema específico. En la caracterización de yacimientos, éstas pueden incluir valores discretos, como el tipo de roca, facies o relleno de fluidos, o variables continuas como, por ejemplo, permeabilidad, porosidad o parámetros elásticos del material. El modelo previo debe contener una de estas variables, rasgos geológicos característicos y/o relaciones físicas entre las variables (Sinvhal & Sinvhal, 1992; Doveton, 1994; Eidsvik *et al.* 2002). En algunos casos, los modelos aleatorios de tipo Gaussiano son usados para establecer las correlaciones analíticas espaciales (Shen *et al.* 1997). Sin embargo, en la mayoría de los casos se debe emplear técnicas estocásticas de muestreo para poder estudiar el modelo posterior y las variables del yacimiento (Eidsvik *et al.* 2002).

Distintas técnicas estadísticas han sido utilizadas para modelar y caracterizar matemáticamente las heterogeneidades de un yacimiento y obtener una alternancia de facies que sea geológicamente representativa y posible (Elfeki & Dekking, 2001). Algunas de estas técnicas incluyen el uso de variogramas o de funciones de correlación o de covarianza (Carle & Fogg, 1996; Carle & Fogg, 1997). En estos casos, se necesita un número de datos

relativamente alto para modelar la variabilidad espacial a partir de los variogramas (Carle & Fogg, 1996). Otro método usado para modelar alternancia de facies emplea Cadenas de Markov basándose en la dependencia, de alguna manera, de una facies particular con la facies previa (Till, 1974). Esta dependencia sugiere que el proceso sedimentario que pudo controlar a un tiempo específico la distribución de facies, tiene memoria (Leeder, 1982). En una Cadena de Markov la probabilidad de transición de un estado discreto al siguiente de la cadena depende del estado previo, por lo que éstas han sido utilizadas como una herramienta para la determinación indirecta del tipo de facies y de su espesor y alternancia en una columna sedimentaria (Doveton, 1994; Sinvhal & Sinvhal, 1992; Eidsvik *et al.* 2002; Eidsvik *et al.* 2004ab). Suárez (1997) utiliza un análisis Markoviano para definir las relaciones genéticas de las litofacies encontradas en una columna de la Formación Río Negro, sección La Vueltoza (estados Mérida y Barinas). Utilizando una secuencia vertical representativa de las distintas litofacies, en ese estudio se logró representar cuantitativamente una secuencia estratigráfica. Este tipo de análisis contribuyó a la interpretación de los ambientes de sedimentación en el área. Los resultados permitieron demostrar la memoria estratigráfica de la columna estudiada, a pesar de utilizar una sola sección.

En un estudio reciente, Soto *et al.* (2014) utilizan Cadenas de Markov para modelar columnas estratigráficas en el Campo Lama, Lago de Maracaibo. En este caso se incluyó más de una secuencia vertical para el análisis lo cual, en principio, garantiza la conservación de la “memoria” estratigráfica y una mejor predicción de las pseudo-secuencias. De esta manera, las pseudo-columnas generadas mantuvieron el carácter geológico tipo de la zona. De hecho, los resultados indicaron que el algoritmo pudo modelar, apropiadamente, pseudo-secuencias estratigráficas y cuantificar la proporción relativa de facies, con un bajo error de incertidumbre, medido en términos del contenido relativo de sedimentos en un pozo de prueba. Además, el mapa de arena neta generado utilizando las pseudo-columnas Markovianas y la información de los pozos disponibles, indicó la presencia de cuerpos de arena con orientaciones coincidentes con estudios geológicos previos en el área.

En el presente trabajo se aplican dos técnicas alternativas de simulación matemática y reconocimiento de patrones para intentar modelar escenarios geológicos. Las técnicas utilizadas corresponden a algoritmos de Metrópolis – Hasting y Muestreo de Gibbs (simple y por bloques o secuencias, dependiendo de cómo se realiza la sustitución de la litología). Ambas técnicas integran métodos de Monte Carlo a las Cadenas de Markov (algoritmos Markov Chain

Monte Carlo o MCMC). Utilizando ambos algoritmos, se desea caracterizar estocásticamente un yacimiento hidrocarburífero previamente analizado usando Cadenas de Markov (Soto *et al.* 2014). En el estudio previo de Soto *et al.* (2014) se desarrolló y utilizó un algoritmo de Cadenas de Markov para generar pseudo-columnas, como se indicó anteriormente, y analizar la posible ciclicidad de los estratos de interés. El algoritmo desarrollado en ese trabajo no integraba métodos de Monte Carlo a las Cadenas de Markov. Los algoritmos de Metrópolis-Hastings y de muestreo de Gibbs, ambos métodos MCMC, tienen la misma base, la cual consiste en generar muestras de una distribución de probabilidades sobre un espacio de elevada dimensión, sin que exista una expresión matemática explícita para dicha distribución (Sambridge & Mosegaard, 2002). Los métodos de MCMC han sido utilizados en distintas áreas de las Ciencias de la Tierra incluyendo el tratamiento de problemas inversos en Geofísica (Sambridge & Mosegaard, 2002); en la localización y cuantificación de fuentes de emisión de gas (Hirst *et al.* 2013); en el estudio de problemas de contaminación analizando datos de ozono (Romo *et al.* 2012); en la estimación de parámetros climáticos (Solonen *et al.* 2012); en problemas paleosísmicos, estimando edades de capas, de sismos e intervalos de recurrencia (Hilley & Young, 2008); en la simulación de las profundidades y distribución espacial de precipitaciones (Gagnon *et al.* 2011) y en la predicción de la conectividad vertical en acuíferos (Short *et al.* 2010), entre otros.

El yacimiento de interés en el presente estudio pertenece a las Arenas C4 de la Formación Misoa, donde se pueden distinguir gruesas capas de arenas intercaladas con delgadas capas de limo y arcilla. Utilizando la información de 11 pozos del área, se modelan pseudo-columnas estratigráficas en 20 nuevas localizaciones utilizando ambos algoritmos de MCMC (Metrópolis-Hastings y Muestreo de Gibbs). Con la intención de mejorar el nivel de incertidumbre mediante la aplicación de estos métodos estadísticos, se realizan 20 corridas para cada una de las 20 pseudo-secuencias estimadas en el caso del algoritmo de Metrópolis-Hastings. En el caso de Gibbs, cada simulación implica 20 iteraciones del algoritmo. Adicionalmente, en el caso del muestreador de Gibbs por bloques o secuencias, se estudiará el efecto de la variación en la longitud del bloque. Los resultados se correlacionan con los datos existentes de los pozos del área y se integran con éstos para generar mapas de contenido de arena en el campo estudiado, con lo que se le otorga carácter dimensional al análisis de las pseudo-secuencias estimadas.

UBICACIÓN GEOGRÁFICA Y GEOLOGÍA LOCAL

El área de estudio se encuentra ubicada en la parte central de la Cuenca del Lago de Maracaibo, específicamente en el Campo Lama al suroeste del Bloque IX (Figura 1).

La parte oeste del Campo Lama corresponde a una de las mayores acumulaciones de hidrocarburos en el área central del Lago de Maracaibo. Esta zona colinda con el borde oeste de la Falla Lama–Icotea. El área sur de este Campo está limitada por un sistema de fallas inversas de dirección noroeste–sureste. A lo largo del Campo Lama es posible encontrar una serie de fallas normales antitéticas a la falla principal de Icotea (Delgado, 1993; Arminio *et al.* 1994). En la zona central y sur del Campo se observa una segunda tendencia estructural, caracterizada por la presencia de fallas inversas en dirección oeste suroeste–este noreste (Delgado, 1993) (Figura 2). Un domo anticlinal de rumbo norte-noreste constituye la característica geológica más importante del área. La complejidad tectónica asociada con el desarrollo del Lago de Maracaibo, dio lugar a la formación de varios compartimientos estructurales entre las fallas de distintas edades que se intersecan en el área (Ambrose & Ferrer, 1997). Las trampas estructurales más importantes del área se localizan a lo largo del alto de Icotea y corresponden a yacimientos de edad Cretácea y Eocena (Yoris & Ostos, 1997).

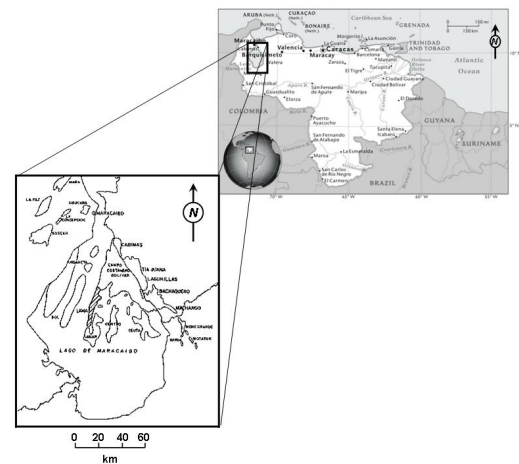


Figura 1. Ubicación Geográfica del Campo Lama (Modificada de PDVSA-Intevep (1997) y Sheppard & Chapgar (2014))

El yacimiento de interés en este estudio comprende las arenas C4 de la Formación Misoa, de edad Eoceno. Los estratos de la Formación Misoa inferior fueron depositados en un delta dominado por mareas. La fuente de sedimentos se encontraba localizada hacia el oeste o suroeste (Delgado, 1993; Talukdar & Marcano, 1994). Las arenas C4 de la Formación Misoa se caracterizan por tener gruesas capas de

areniscas intercaladas con capas de lutitas y limolitas más delgadas, y ocasionales capas de calizas en la parte inferior (Yoris & Ostos, 1997) (Figura 3).

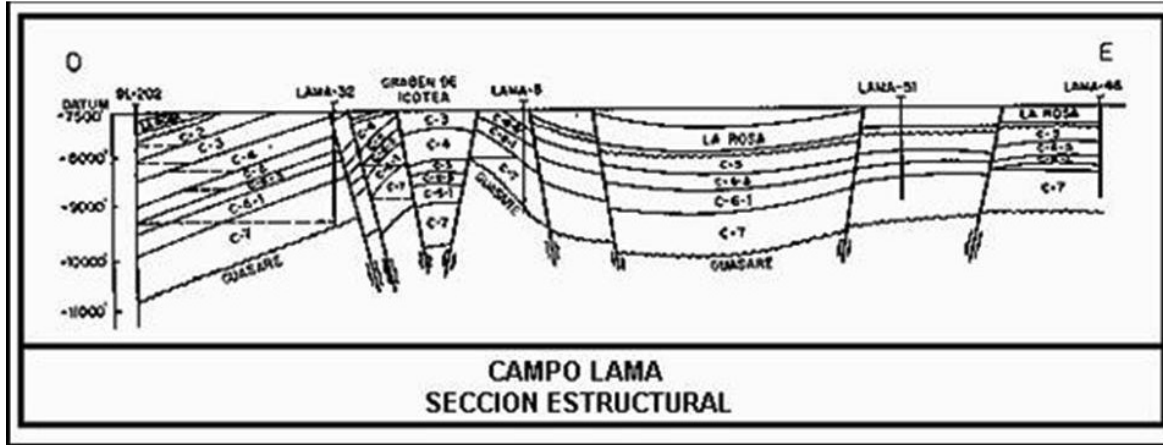


Figura 2. . Sección estructural del Campo Lama (Tomada de Delgado (1993))

Formación	Miembro	Espesor (m)	Litología Gráfica	Roca Madre	Reservorio	Sello	Descripción Litológica
Misoa	"Arenas B"	1000-1600	[Diagrama de litología con capas de areniscas, limolitas y lutitas]	NO	SI	[Diagrama de sello]	Intercalación de areniscas, limolitas y lutitas con algunas capas de caliza en la parte inferior
	"Arenas C"						

Figura 3. Descripción Geológica de la Formación Misoa (Modificada de Yoris & Ostos (1997))

METODOLOGÍA

ALGORITMO DE METRÓPOLIS-HASTINGS

En estadística se conoce como muestreo a la técnica para la selección de una muestra a partir de una población. Al elegir una muestra aleatoria se espera conseguir que sus propiedades sean extrapolables a la población. Muestrear correctamente una población depende del tamaño de la muestra y de la técnica de muestreo. En ocasiones, muestrear directamente una población no es fácil. El algoritmo de Metrópolis-Hastings es un método de Monte Carlo vía Cadenas de Markov (MCMC) para obtener una secuencia de muestras aleatorias a partir de una distribución de probabilidad cuyo muestreo directo no es simple. El algoritmo genera una cadena de Markov (cada estado depende solamente del estado previo y no de estados

visitados anteriormente). En términos generales, cada iteración de Metrópolis-Hastings (MH) consiste de dos pasos: proponer un nuevo estado del sistema y aceptarlo o rechazarlo, con cierta probabilidad (Eidsvik & Tjelmeland, 2006). En caso de rechazarlo, se mantiene el estado actual. Para aplicar MH se desarrolló un algoritmo que emplea, primero, el principio de Markov y luego muestrea de acuerdo a MH. La parte Markoviana se basa en estudios previos desarrollados por Sinval & Khattri (1983), Sinval & Sinval (1992), Doveton (1994), Suárez (1997) y Eidsvik *et al.* (2004a). El algoritmo, implementado en Matlab, incluye cuatro pasos principales: (1) carga y análisis de los registros de pozos, (2) cálculo de la matriz contador, (3) cálculo de la matriz de probabilidad y (4) determinación de la probabilidad de ocurrencia de un nuevo estado usando MH para generar las pseudos-columnas.

Para identificar las principales facies en la secuencia sedimentaria estudiada y así determinar la probabilidad de que una litología se encuentre supra o subyacente a otra litología particular, se utilizaron registros de Rayos Gamma (GR), resistividad y/o Potencial Espontáneo (SP). Siguiendo el análisis convencional de registros de pozos (Bassiouni, 1994), se asignaron los intervalos de respuesta correspondientes a las facies en el área (arenas, limos y arcillas) para cada tipo de registro. De esta forma, la litología se discrimina automáticamente en profundidad, asignándole una respuesta numérica para distinguir una facies de otra: (1) arenas, (2) limo y (3) arcilla. El algoritmo genera una respuesta alfanumérica en profundidad que representa una columna de litofacies desde el punto de vista geológico (Figura 4).

La relación entre eventos geológicos adyacentes se resume

en la matriz contador T . En esta matriz, cada celda suma el número de veces que un estado, identificado con las filas de la matriz, es sucedido por otro, identificado con las columnas. En el presente estudio, la matriz T ilustra el número de veces que, por ejemplo, una arenisca suprayace una arena (1) o un limo (2) o una arcilla (3). Esta matriz tiene la siguiente forma:

$$T = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \end{matrix}$$

donde: a_{ij} representa el número de veces que la facies j suprayace a la facies i , es decir, el número de transiciones, hacia arriba, desde la facies i a la facies j .

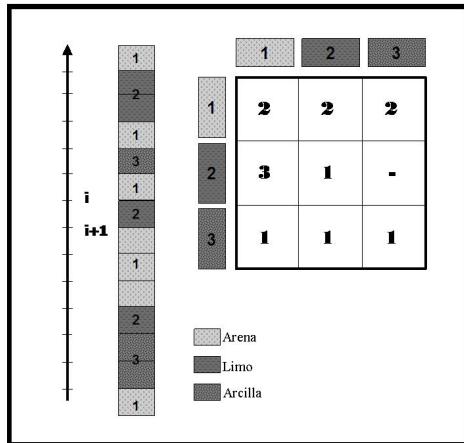


Figura 4. Ejemplo de una secuencia ideal de arenas (1), limo (2) y arcilla (3), en profundidad y/o tiempo, y la matriz contador T asociada con esta columna (Modificada de Doveton (1994)).

La división de la matriz contador T por cada uno de los totales (sum_i) a lo largo de una fila, da lugar a la Matriz de Probabilidades de Transición P :

$$P_{ij} = a_{ij} / sum_i \quad (1)$$

Esta matriz refleja la probabilidad de que, por encima de una facies dada, esté ella misma o alguna de las otras dos posibilidades, es decir, representa la probabilidad de alternancia de facies. A partir de la matriz P se calcula la matriz de probabilidades acumuladas, P_{cum} , como la suma acumulada, por columna, a lo largo de una fila. El valor correspondiente a la probabilidad acumulada en la última

columna de una fila dada es igual a 1. La matriz P_{cum} es el punto de partida para la simulación de las pseudocolumnas.

En el algoritmo de Metrópolis-Hastings las probabilidades de transición P_{ij} están dadas por la siguiente expresión, de acuerdo con Sambridge & Mosegaard (2002):

$$P_{ij} = \frac{1}{N} \min\left(1, \frac{P_{ij}}{P'_{ii}}\right) \quad (2)$$

donde: P' es la probabilidad de que se dé un estado particular y éste se mantenga, por lo que corresponde a los valores en la diagonal de la matriz P_{ij} . De forma general, supongamos que el estado actual es i . Se propone, entonces, N estados vecinos j con probabilidad:

$$P_{prop} = \frac{1}{N} \quad (3)$$

Se acepta el nuevo estado sólo con probabilidad:

$$A_{ij} = \min\left(1, \frac{P_{ij}}{P'_{ii}}\right) \quad (4)$$

Se calculan, entonces, los valores mínimos de la probabilidad de obtener el estado esperado j a partir del estado actual i y se determina la tasa de aceptación dada por la matriz A . El movimiento es aceptado con probabilidad A o rechazado con probabilidad $1-A$. Si se acepta, el algoritmo se mueve hacia el nuevo estado. En caso contrario, permanece en el estado actual, el cual es nuevamente evaluado en el proceso.

Se obtuvieron pseudo-columnas estratigráficas en 20 localizaciones nuevas, usando el mallado que se muestra en la Figura 5, tratando de optimizar el muestreo espacial del área de estudio. Cada pseudo-pozo se localiza equidistante a cada par de pozos originales. De esta manera, sólo se está considerando la contribución de los dos pozos más cercanos a la nueva localización, sobre el mismo segmento de recta, y ambos contribuyen con el mismo peso en la estimación obtenida a partir de un promedio, P y P_{cum} , de las matrices P y P_{cum} de los pozos involucrados.

El tipo de sedimento o litología inicial en la cadena de Markov se decidió mediante la generación de un valor aleatorio. A partir de este número, el algoritmo genera los subsecuentes estratos muestreando la matriz de probabilidades acumuladas P_{cum} . Para seleccionar un tipo de sedimento en cierto instante a lo largo de la secuencia, se identifica el estado actual i , entre 1 y 3, con lo que se determina cuál de las tres filas de la matriz será muestreada. Luego se genera un número aleatorio R_n entre 0 y 1 para

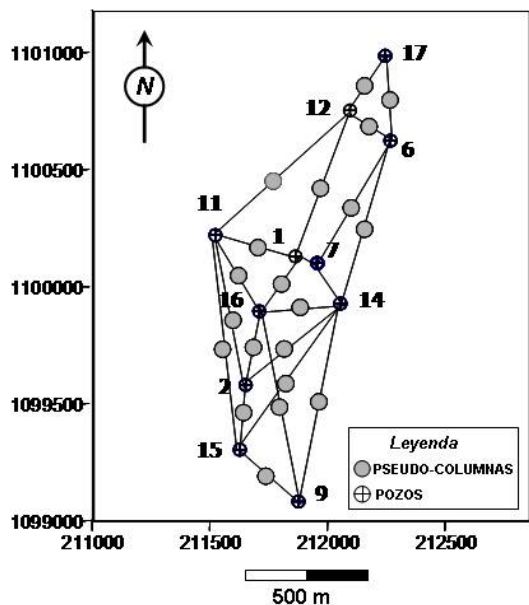


Figura 5. . Ubicación de los 11 pozos (círculos con cruz) y de las 20 pseudo-columnas (círculos grises) en el área de estudio. Las nuevas localizaciones se ubicaron equidistantemente a cada par de pozos seleccionado (Modificado de Soto et al. (2014))

inferir el estado siguiente. Este número se compara con el rango de valores de la fila i de la matriz P_{cum} . Si $0 < Rn \leq a_{i1}$, la siguiente facies será 1. Si $a_{i1} < Rn \leq a_{i2}$, la siguiente facies será 2; si $a_{i2} > Rn$, la facies suprayacente será 3 (Sinval & Sinval, 1992). Este proceso se reitera hasta completar toda la columna. La generación de cada pseudo columna se inicia desde la base y continúa hacia el tope, tratando de simular el proceso de sedimentación. Se estimaron, además, pseudo-secuencias en algunas posiciones seleccionadas de los pozos disponibles en el área con la finalidad de comprobar la bondad de la simulación y estimar el error de predicción.

GIBBS SIMPLE Y POR BLOQUES O SECUENCIAS.

El muestreador the Gibbs es un método de MCMC generalmente empleado en estadística Bayesiana para explorar y esquematizar distribuciones de probabilidad a posteriori (Smith & Roberts, 1993). El algoritmo se utiliza en computación Bayesiana para obtener una secuencia de observaciones que son aproximadas de una distribución de probabilidad multivariada cuando el muestreo directo es difícil. Frecuentemente se usa como un método de inferencia estadístico, especialmente de inferencia Bayesiana, haciendo uso de números aleatorios. En estadística, la inferencia Bayesiana es un método de inferencia en el cual el teorema de Bayes se utiliza para actualizar el estimado de probabilidad de una hipótesis (Box & Tiao, 1992; Geman &

Geman, 1984). Cuando el muestreo de Gibbs se usa en este contexto, las muestras aleatorias generadas se usan para actualizar o inferir la probabilidad de que una hipótesis sea válida o cierta.

El muestreo de Gibbs es una variante del algoritmo de Monte Carlo mediante Cadenas de Markov, en el cual se eligen muestras al azar de una distribución de probabilidad que cumple con la Condición de Markov para aproximar, mediante la toma de muestras aleatorias sobre un modelo inicial, la distribución de probabilidad conjunta de la variable observada (Gagnon et al. 2011). Así, el algoritmo muestrea un nuevo valor de la variable de acuerdo a una distribución de probabilidad basado en los valores previos. Este proceso se repite de forma iterativa y los nuevos valores actualizan la distribución de probabilidad con cada iteración para continuar el muestreo. Al terminar el proceso iterativo, la secuencia de Gibbs debería converger a una distribución estacionaria o de equilibrio, independiente de los valores iniciales. Esta distribución estacionaria, por construcción, debería ser la distribución objetivo que se está tratando de simular (Tierney, 1994).

En el caso de las columnas sedimentarias estudiadas, la posición aleatoria a estimar tiene una probabilidad a priori dependiendo de la litología infrayacente y suprayacente; esta probabilidad a priori condiciona la verosimilitud de escoger una transición determinada (contenida en la matriz de transición promedio) que nos permite elegir una litología en cada iteración. Al final de cada iteración se tiene una nueva función de verosimilitud (nueva matriz de transición como estimación a posteriori) que se utiliza como entrada para la siguiente implementación del muestreo (una nueva función de verosimilitud o distribución a posteriori)

En el presente trabajo se utilizaron dos muestreadores de Gibbs: uno que denominamos “simple” y el otro que señalamos como muestreador por “bloques” o “secuencias”. En ambos casos se consideran tres parámetros, es decir, los tres tipos de litologías principales identificadas en el área (arena, limo y arcilla). La diferencia entre uno y otro muestreador corresponde a cómo se realiza la sustitución de la litología. En el caso del muestreador que denominamos simple, la sustitución se hace muestra a muestra. En el caso del muestreador que denominamos por bloques o segmentos, las sustituciones litológicas se hacen por segmentos o bloques de una litología particular.

Cuando se realiza el muestreo simple, el proceso seguido para implementar el algoritmo se puede resumir de la siguiente manera:

1. Se elige una posición aleatoria $z1$.
2. El nuevo valor de $z1$ se elige condicionado a los antiguos valores de $z2$ y $z3$.
3. El nuevo valor de $z2$ se muestrea condicionado en el nuevo valor de $z1$ y el antiguo valor de $z3$.
4. El nuevo valor de $z3$ se muestrea condicionado en los nuevos valores de $z1$ y $z2$.
5. El algoritmo se repite un número grande de veces hasta alcanzar un estado estacionario. El número de saltos en el algoritmo de Gibbs que se implementa en este trabajo, depende de la cantidad de muestras dentro de una columna. Si una columna tiene 14000 muestras en promedio, las iteraciones son más de 200000, ya que el algoritmo se repite 20 veces por salto.

En el caso de las columnas litológicas que se pretenden predecir, los tres estados posibles son Arena (1), Limo (2) y Arcilla (3), como se indicó anteriormente. Estos tres estados son escogidos de una columna inicial con una matriz de probabilidad de transición que cumple la función de la distribución de probabilidad a priori. Al saltar aleatoriamente a nuevas posiciones de la columna, se escoge un valor nuevo de la variable para esa posición en función de la litología suprayacente e infrayacente. Una vez escogido este valor, se actualiza la matriz de probabilidad de transición antes de dar el salto a otra posición. Este proceso se repite un número de veces equivalente al número de muestras en la columna.

El muestreo de Gibbs por secuencias propuesto en este trabajo parte de la columna promedio utilizando el algoritmo descrito anteriormente. Sin embargo, las sustituciones litológicas no se hacen muestra a muestra, sino que ahora se sustituyen segmentos de un cierto espesor de la litología elegida (bloques).

La metodología de trabajo es la siguiente:

1. Se calcula la columna promedio para una posición (x,y) en coordenadas métricas UTM.
2. La columna promedio se remuestrea a un cierto espesor de secuencia (número de muestras) para obtener una pseudocolumna.
3. A esta pseudocolumna se le calcula la matriz de conteo y la matriz de transición de probabilidad.
4. Se aplica el algoritmo de Gibbs por secuencias sobre la columna promedio original utilizando la matriz de transición de probabilidad de la pseudo-columna determinada en el paso anterior.

En resumen, el algoritmo toma una columna original muestreada a un detalle mayor y sustituye, en cada salto,

secuencias de un espesor mayor tomando en cuenta las transiciones que existirían si los litotipos en el pozo se contasen a ese espesor de secuencia particular. La idea detrás de esta implementación es reducir el peso de los conteos en la diagonal principal de la matriz de transición, además de evaluar la posibilidad de que el algoritmo produzca un número mayor de variaciones.

En el caso de los dos algoritmos implementados en este trabajo para realizar el muestreo de Gibbs, a diferencia del algoritmo de MH desarrollado, se considera una parasecuencia completa en la columna sedimentaria. Una parasecuencia contiene sucesiones litológicas relacionadas entre sí por procesos sedimentológicos que se manifiestan en facies; el uso de bloques litológicos permite capturar posibles variaciones de facies causadas por cambios abruptos de ambiente o tiempos de sedimentación. Se consideraron parasecuencias para poder variar apropiadamente el tamaño del bloque o secuencia en el algoritmo implementado. En este caso se está incluyendo en el muestreo pequeñas capas adicionales al intervalo de las arenas C4 de Misoa.

El bloque se elige en función del número de muestras. El número de muestras en un bloque permite reducir el peso de transiciones detalladas dentro de la columna. Estas transiciones pueden deberse a cambios litológicos de alta frecuencia que, vistos a la escala de una parasecuencia, pueden no cumplir la propiedad Markoviana. El tamaño del bloque se varió desde una muestra (muestreo simple) hasta 10 muestras (muestreo por bloques).

RESULTADOS

Inicialmente se determinó el contenido porcentual de las facies presentes en cada uno de los pozos disponibles en el área (Soto *et al.* 2014). Estos valores se presentan en la Tabla 1 en la que (P1) corresponde a arenas, (P2) a limo y (P3) a arcilla. En este trabajo se analiza con detalle el contenido de arena presente en el área de estudio, debido a que ésta constituye la roca yacimiento. Como se observa, el contenido de arena es predominante a lo largo del área, variando entre 90,9% en la zona norte y 19,3% en la parte central del área de estudio. A pesar de la variabilidad de los valores de arena, el promedio del contenido de esta facies es, aproximadamente, 68%. Esto indica que en la mayor parte de la zona de interés el contenido de arena es alto, excepto en zonas específicas del área.

Con el objetivo de validar los resultados obtenidos aplicando MH, se estimó una pseudo-secuencia en la posición del Pozo 2, utilizando la información de los pozos 15 y 16. Después de 20 corridas, los valores promedio

obtenidos en esta posición utilizando MH fueron 98,2%, 0,7% y 1,1% para arenas, limo y arcilla, respectivamente. Estos resultados y los de la Figura 6 indican una diferencia significativa entre los porcentajes reales de contenido de limo y arcilla del Pozo 2 (Tabla 1) y los estimados por MH, pues el algoritmo no parece percibir la presencia de intercalaciones de estas litofacies. Para esta estimación se calculó el error de proporción (EPROP). Este último se calculó a partir de las diferencias entre las proporciones normalizadas de cada litología a lo largo del Pozo 2 y a lo largo de la pseudo-secuencia obtenida por MH. El error proporcional promedio del contenido de arena (EPROP1) es 2,2%, por lo que el nivel de confianza del algoritmo de Metr6polis - Hasting en la detecci3n de contenido de arenas es 97,8% en la posici3n del pozo 2. El error proporcional promedio de limos EPROP2 y arcillas EPROP3 es de 93% y 88%, respectivamente, debido a que, como se indic3, el algoritmo no percibe la presencia de las litofacies limolita y lutita. Como se explic3 anteriormente, este m3todo detecta, principalmente, la litofacies arenas, que en el Pozo 2 corresponde al 80,7% de los sedimentos presentes. Es importante destacar que en todas las posiciones de los pozos que se evaluaron, el resultado fue el mismo, es decir el algoritmo reconoci3 principalmente la presencia de arenas. En la Tabla 2 se muestran los valores del contenido de arena (P1), limo (P2) y arcilla (P3) promedio para los pseudo-pozos generados en cada una de las 20 nuevas localizaciones utilizando MH.

Tabla 1. Contenido de arenas (P1), limo (P2) y arcilla (P3) en los pozos del 3rea de estudio (modificado de Soto *et al.* 2014)

Pozo	P1(%)	P2(%)	P3(%)
1	80,3	19,7	0,0
2	80,7	10,3	8,9
6	54,5	41,9	3,6
7	81,8	9,5	8,8
9	70,7	29,3	0,0
11	49,3	41,8	8,9
12	90,9	9,1	0,0
14	19,3	34,8	45,9
15	77,1	18,3	4,6
16	81,9	13,6	4,52
17	68,6	1,9	29,5

Tabla 2. Contenido de arenas (P1), limo (P2) y arcilla (P3) en las 20 pseudo columnas generadas por Metr6polis-Hastings

Pseudos-pozos	P1(%)	P2(%)	P3(%)
161	92,52	6,36	1,12
216	94,68	3,67	1,65
215	96,49	1,77	1,75
112	99,49	0,51	1e-4
1115	95,33	1,65	3,02
1101	94,11	4,65	1,24
1116	96,53	2,04	1,44
1102	95,88	3,51	0,61
1217	92,29	2,5	5,21
1706	97,07	2,47	0,47
614	94,24	5,21	0,55
67	87,47	9,52	3,01
1614	97,15	1,50	1,35
1409	95,66	3,72	0,62
1407	89,10	7,89	3,01
214	96,49	1,99	1,53
1415	92,7	5,35	1,95
159	94,1	4,97	0,94
29	89,72	9,13	1,16
169	92,72	3,41	3,87

En general, la t3cnica de Metr6polis – Hasting indica que el contenido de arenisca es predominante en toda el 3rea, con un valor promedio de 94 %, y que el contenido de limolita y lutita es escaso a lo largo del 3rea de estudio y s3lo se presenta en el tope de las secciones estimadas (Figura 6). El mapa de contenido de arena generado integrando la informaci3n de los datos de pozos y de las pseudo-columnas de MH (Figura 7), corrobora que el porcentaje de arena se mantiene alto (m3s de 80%) en la parte central del 3rea de estudio. En este mapa puede observarse, con mayor claridad, que las estructuras sedimentarias tienen orientaci3n NE–SO, as3 como una disminuci3n de espesores hacia los extremos del 3rea de estudio. Esta disminuci3n se hace m3s pronunciada hacia el lado este del 3rea, donde el contenido de arena llega a alcanzar el 50%.

Los resultados de MH se comparan con los obtenidos previamente en el 3rea (Soto *et al.* 2014), utilizando s3lo cadenas de Markov (Figura 8). El mapa obtenido a partir de las pseudo-columnas MH muestra menor variabilidad lateral en el comportamiento de las estructuras con respecto al mapa generado para el caso Markoviano. Sin embargo, la tendencia general se ajusta a los resultados obtenidos

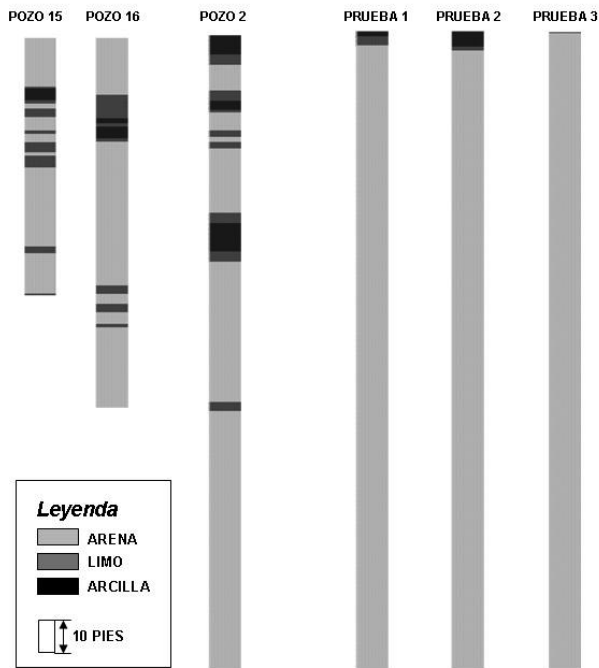


Figura 6. Columna generada en la localización del Pozo 2, usando el algoritmo de Metrópolis-Hastings y la información de los pozos equidistantes 15 y 16. Se muestran las tres primeras corridas. La columna final en esta localización es el promedio después de 20 corridas. (Gris: arena; gris oscuro: limo; negro: arcilla)

en estudios previos del área que indican una dirección de sedimentación NE-SO (Arminio *et al.* 1994; Cedillo *et al.* 2004). De acuerdo con estos estudios, los sedimentos fluvio-deltaicos del Eoceno progradaron hacia el este y noreste sobre la plataforma (Ambrose & Ferrer, 1997).

En relación con el muestreo de Gibbs por bloques, se probó el efecto del tamaño del bloque en la generación de pseudo-columnas. El tamaño del bloque se varió entre 1 y 10 muestras; cada muestra corresponde al intervalo de muestreo de los registros (0,5 pies).

En la Figura 9 se presentan los resultados de estimar una pseudo-columna en la posición del pozo 16 usando información del pozo 11 y 14, variando el tamaño del bloque del muestreo de Gibbs en 1, 5 y 8 muestras. Como se observa, el bloque de una muestra da lugar a una columna estimada que indica la presencia de numerosas capas delgadas intercaladas, de una u otra litología, siendo predominante las arenas. Aunque el porcentaje neto de arenas es representativo del contenido promedio de los pozos utilizados en la estimación, el espesor de las capas simuladas no lo es. A medida de que el tamaño del bloque aumenta, los resultados obtenidos reproducen de una manera más cercana el espesor de las capas en la columna

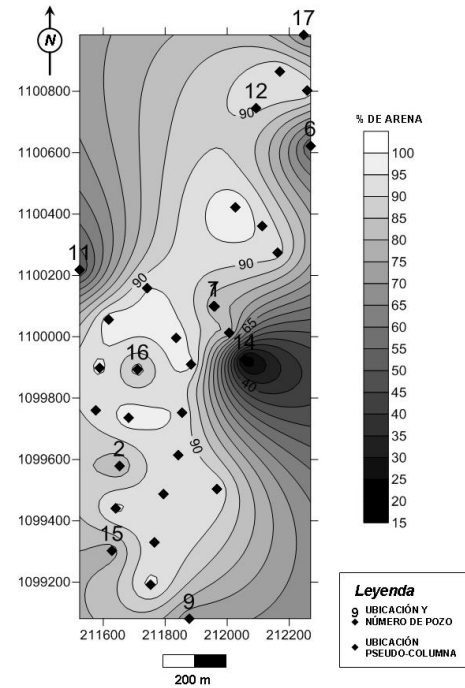


Figura 7. Mapa de porcentaje de arena obtenido integrando la información de los pozos y las pseudo-columnas generadas usando Metrópolis-Hastings

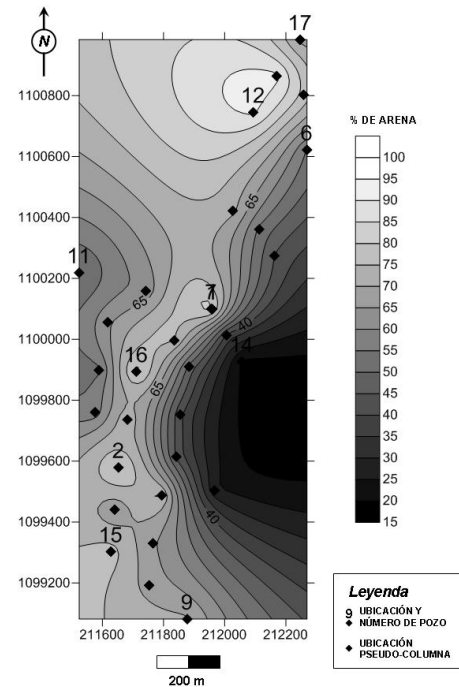


Figura 8. Mapa de porcentaje de arena obtenido integrando la información de los pozos y las pseudo-columnas generadas usando Cadenas de Markov (Modificado de Soto *et al.* 2014)

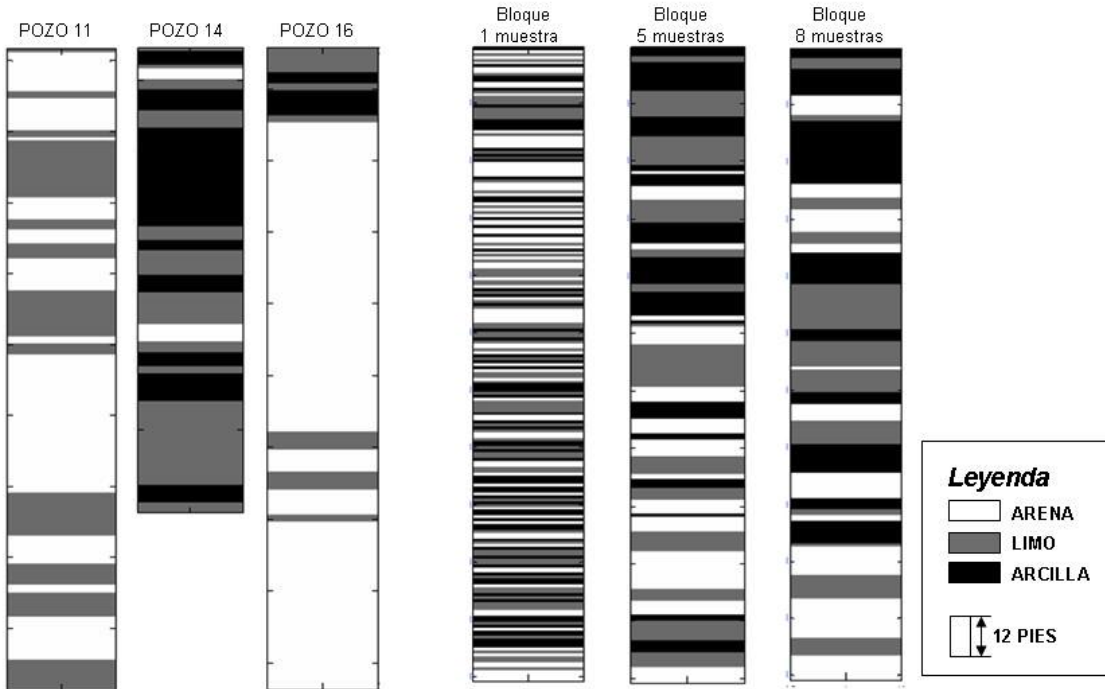


Figura 9. Columna generada en la localización del Pozo 16, usando el algoritmo de Gibbs por bloques y la información de los pozos equidistantes 11 y 14. Se muestran los resultados de variar el tamaño del bloque en 1, 5 y 8 muestras. (Blanco: arena; gris: limo; negro: arcilla)

real. Esto se debe a la reducción del peso de la diagonal principal de la matriz de probabilidades con el tamaño del bloque que permite, además, que el algoritmo avance o muestree un estado distinto al actual. El tamaño del bloque para 8 muestras corresponde a 4 pies de espesor, aproximadamente. Geológicamente este espesor estaría representando mejor ciertas características del ambiente sedimentario, por lo que se logra una mejor aproximación a la columna real. En efecto, un bloque de 1 muestra corresponde a una capa de 0,5 pies, lo que conlleva a demasiado detalle a una escala muy pequeña y, por tanto, un muestreo no apropiado si se trata de reconocer litofacies.

El algoritmo de Gibbs por bloques propuesto en este trabajo está reproduciendo, de alguna manera, patrones a lo largo de la columna. Algoritmos que utilizan el muestreo de Gibbs, considerando las variables en un bloque o bloques de una secuencia o cadena, se han aplicado para resolver problemas de modelado de secuencias de cadenas de proteínas (Neuwald *et al.* 1995).

Integrando la información de las pseudo-columnas de Gibbs, obtenidas con un bloque de 8 muestras, con las de los pozos del área, se generó el mapa de contenido de arena que se muestra en la Figura 10. La tendencia general es similar a los mapas de las Figuras 7 y 8, sugiriendo una dirección de sedimentación NE-SO. A diferencia de los mapas

obtenidos con las pseudo-columnas de MH, el mapa de la Figura 10 refleja mayor variabilidad lateral, acercándose más a lo esperado para el ambiente sedimentario y a los resultados de Markov (comparar con la Figura 7). Esto se debe a que el algoritmo que aplica muestreo de Gibbs sí está reconociendo la presencia de limos y arcillas. Sin embargo, la conectividad de las arenas en el área central del mapa de Gibbs por bloques es menor que en el obtenido usando sólo Cadenas de Markov. Esto posiblemente se deba a que, como se indicó anteriormente, la matriz de transición fue calculada considerando una sección más grande de la columna que incluye, por tanto, una parasecuencia completa y no sólo el intervalo mayoritariamente arenoso de la unidad C4, asociado con el ambiente deltaico dominado por mareas en el área de estudio. Así, aunque la tendencia NE-SO en el mapa obtenido a partir del muestreo de Gibbs es la esperada, el algoritmo subestima los porcentajes de arena y no muestra la misma conectividad entre ellas que sí refleja el algoritmo de Markov en el centro del área. El muestreo de Gibbs, utilizando la mejor longitud del bloque, produjo columnas con proporciones de arena, limo y arcilla de 37%, 37% y 26%, respectivamente. Las proporciones litológicas de las pseudo-columnas estimadas con el muestreo de Gibbs parecen acercarse al promedio de los pozos 14 y 11, cuyas proporciones promedio son 31% (arena), 45% (limo), 24% (arcilla). Es decir, el algoritmo de Gibbs parece repetir los patrones de distribución litológica de las columnas

involucradas en el cálculo de la matriz de probabilidad de transición promedio.

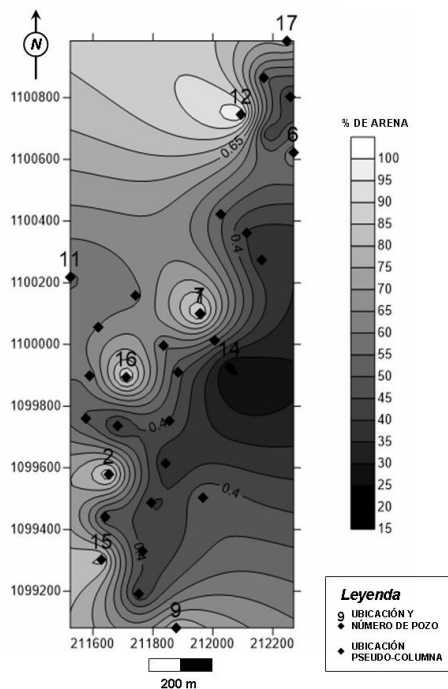


Figura 10. Mapa de porcentaje de arena obtenido integrando la información de los pozos y las pseudo-columnas generadas usando muestreo de Gibbs con una longitud del bloque de 8 muestras.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos al aplicar los dos algoritmos MCMC, Metrópolis-Hastings y Gibbs por bloques, para caracterizar estadísticamente el yacimiento en estudio indican que ambos son capaces de reconocer los caracteres globales del área. En efecto, los mapas obtenidos en ambos casos integrando la información de las columnas reales y las generadas con uno u otro algoritmo, muestran claramente una tendencia NE-SO en el contenido de arena, que constituye la roca yacimiento en la zona. Sin embargo, el algoritmo de Metropolis – Hasting implementado percibió, principalmente, la presencia de areniscas a lo largo de las pseudo secuencias generadas, las cuales representan más del 70% del sedimento presente en el área de estudio. El algoritmo de Gibbs por bloques aquí desarrollado, cuando se utiliza una longitud apropiada del bloque, fue capaz de indicar la presencia de capas delgadas de las otras litologías observadas en el área. Estos resultados sugieren que el muestreo de Gibbs propuesto en este trabajo está actuando, de alguna manera, como un emulador de patrones de sedimentación a lo largo de la columna. Sin embargo, se

debe prestar atención durante la aplicación del algoritmo para calcular transiciones dentro de secuencias o facies sedimentarias relacionadas entre sí. La presencia de discordancias o fallas cambiaría el conteo litológico en el sentido estratigráfico (temporal) correcto y se estaría mezclando secuencias sedimentarias no encadenadas. En este sentido sería interesante analizar si el cumplimiento de la propiedad Markoviana dentro de un intervalo podría utilizarse como indicador de que las secuencias tomadas presentan una sucesión estratigráfica cuasi-continua, es decir, que no hay discordancias temporales (hiatos) o espaciales (fallas).

AGRADECIMIENTOS

Quisiéramos agradecer a M. Bermúdez y L. Bravo, árbitros de este trabajo, por sus comentarios que contribuyeron a mejorar la calidad del mismo.

REFERENCIAS

- AMBROSE, W. A. & FERRER, E. R. (1997). Seismic stratigraphy and oil recovery potential of tide-dominated depositional sequences in the Lower Misoa Formation (Lower Eocene). LL-652 Area, Lagunillas Field, Lake Maracaibo, Venezuela. *Geophysics*, 62 (5); pp. 1483-1495.
- ARMINIO, J. F., ZUBIZARRETA, J., GONZALEZ, G. (1994). Evolución tectónica y habitat de hidrocarburos del área Lama Sur, Lago de Maracaibo. *Memorias VII Congreso Venezolano de Geofísica SOVG*, Caracas,; pp.384-392.
- BASSIOUNI, Z. (1994). *Theory, Measurement, and Interpretation of Well Logs*. Richardson, Texas: SPE Society of Petroleum Engineers, Textbook Series, Vol. 4.
- BOX, G. E. P. & TIAO, G. C. (1992). *Bayesian Inference in Statistical Análisis*. New York: John Wiley & Sons, 588 pp.
- CARLE, S. F. & FOGG, G. E. (1996). Transition probability-based indicator geostatistics. *Mathematical Geology*, 28 (4); 453-476.
- CARLE, S. F. & FOGG, G. E. (1997). Modeling Spatial Variability with One and Multidimensional Continuous-Lag Markov Chains, *Mathematical Geology*, 29 (7); pp 891-918.
- CEDILLO, I., ALDANA, M., ANGULO, R. (2004). Estudio de transformadas multiatributo para predecir propiedades

- de registros. Memorias XII Congreso Venezolano de Geofísica SOVG, Caracas; pp 1-8.
- DELGADO, I. (1993). Lama Field - Venezuela, Maracaibo Basin, Zulia State, in N. H. Foster and E. Q. Beaumont, Eds., Structural Traps VIII, Treatise of Petroleum Geology, Atlas of Oil and Gas Fields: AAPG Special Publications, v.A022, 271-294.
- DOVETON, J. H. (1994). Theory and application of vertical variability measures from Markov chain analysis, in J.M. Yarus J.M. and A.L. Chamberlain Eds., Computer applications in geology, N° 3, Am. Assoc. Petrol. Geol., 55-64.
- EIDSVIK, J., MUKERJI, T., SWITZER, P. (2002). Modeling lithofacies alternations from well logs using Hierarchical Markov Chains. SEG Technical Program Expanded Abstracts 2002; pp. 2463-2466.
- EIDSVIK, J., MUKERJI, T., SWITZER, P. (2004a). Estimation of geological attributes from well logs: an application of hidden Markov chains. *Mathematical Geology*, 36 (3); pp. 379-398.
- EIDSVIK, J., AVSETH, P., OMRE, H., MUKERJI, T., MAVKO, G. (2004b). Stochastic reservoir characterization using prestack seismic data, *Geophysics*, 69 (4); pp. 978-993.
- EIDSVIK, J. & TJELMELAND, V. (2006). On directional Metropolis-Hastings algorithms, *Stat Comput.*, 16; pp. 93-106.
- ELFEKI, A. & DEKKING, M. (2001). A Markov chain model for subsurface characterization: theory and applications, *Mathematical Geology*, 33 (5); pp. 569-589.
- GAGNON, P., ROUSSEAU, A. N., MAILHOT, A., CAYA., D. (2011). Spatial disaggregation of mean areal rainfall using Gibbs sampling. *Journal of Hydrometeorology*. 13; pp. 324-337.
- GEMAN, S. & GEMAN, D. (1984). Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 6; pp. 721-741.
- HIRST, B., JONATHAN, P., GONZÁLEZ DEL CUETO, F., RANDELL, D., KOSUT, O. (2013). Locating and quantifying gas emission sources using remotely obtained concentration data. *Atmospheric Environment*. 74; pp. 141- 158.
- HILLEY, G. E. & YOUNG, J. J. (2008). Deducing paleoearthquake timing and recurrence from paleoseismic data, Part I: Evaluation of new Bayesian Markov-chain Monte Carlo simulation methods applied to excavations with Continuous peat growth. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 98 (1); pp. 383-406.
- LEEDER, M. (1982). London: Allen & Unwin. *Sedimentology: process and product*. 344 pp.
- NEUWALD, A. F., LIU, J. S., LAWRENCE, C. E. (1995). Gibbs motif sampling: Detection of bacterial outer membrane protein repeats. *Protein Science*. 4; pp.1618-1632.
- PDVSA-Intevep (1997). Campos Petrolíferos de Venezuela en Código Geológico de Venezuela, Cap. 24. (<http://www.pdvsa.com/lexico/camposp/cp024.htm>)
- ROMO, V. D. J., RODRIGUES, E. R., TZINTZUN, G. (2012). A Gibbs sampling algorithm to estimate the parameters of a volatility model: an application to ozone data. *Applied Mathematics*. 3; pp. 2178-2190.
- SAMBRIDGE, M. & MOSEGAARD, K. (2002). Monte Carlo Methods in Geophysical Inverse Problems, *Rev. Geophys*, 40(3); pp. 1009-1038.
- SHEN, F., ZHU, X., TOKSOZ, N. (1997). Anisotropy of aligned fractures and P-wave azimuthal AVO response. SEG Technical Program Expanded Abstracts; pp.2001-2004.
- SHEPPARD, B. & CHAPGAR, J. (2014). Capitals of South and Central America. *Cartographer*. Sheppard Software. Didactalia. Obtenido el 6 de Julio de 2014 de <http://mapasinteractivos.didactalia.net/comunidad/mapasflashinteractivos>
- SHORT, M., HIGDON, D., GUADAGNINI, L., GUADAGNINI, A., TARTAKOVSKY, D. M. (2010). Predicting vertical connectivity within an aquifer system. *Bayesian Analysis*. 5 (3); pp. 557-582.
- SINVAH, A. & KHATTRI, K. (1983). Application of seismic reflection data to discriminate surface lithostratigraphy, *Geophysics*. 48 (11); pp. 1498-1513.
- SINVAH, A. & SINVAH, H. (1992). *Seismic Modelling and Pattern Recognition in Oil Exploration*. The Netherlands : Kluwer Academic Publishers. 178 pp.
- SMITH, A. F. M. & ROBERTS, G. O. (1993). *Bayesian*

- Computation via the Gibbs Sampler and Related Markov Chain Monte Carlo Methods. *Journal Royal Statistical Society, Ser. B*, 55, pp 3-24.
- SOLONEN, A., OLLINAHOY, P., LAINE, M., HAARIOX, H., TAMMINEN J., JÄRVINEN, H. (2012). Efficient MCMC for climate model parameter estimation: parallel adaptive chains and early rejection. *Journal Bayesian Analysis*. 7 (3); pp. 715- 736.
- SOTO, M. B., DURÁN, E. L., ALDANA, M. (2014). Stratigraphic columns modeling and cyclicity analysis of the Misoa Formation, Maracaibo Lake, Venezuela, using Markov chains. *Geofísica Internacional* 53(3); pp.277-288.
- SUAREZ, C. (1997). Análisis de Markov de la secuencia estratigráfica de la Formación Río Negro en la sección La Vueltoza, Estados Mérida y Barinas. *Memorias del Primer Congreso Latinoamericano de Sedimentología, Sociedad Venezolana de Geólogos, Caracas, Venezuela. Tomo 1. pp. 227 – 283.*
- TALUKDAR, S. C. & MARCANO, F. (1994). Petroleum systems of the Maracaibo Basin, Venezuela, in L.B. Magoon and W.G. Dow Eds., *The petroleum system – from source to trap: AAPG Memoir. 60; pp.463-481.*
- TIERNEY, L. (1994), Markov chains for exploring posterior distributions, *The Annals of Statistics*, 22 (4); pp. 1701-1728.
- TILL, R. (1974). *Statistical methods for the earth scientist-an introduction.* London: The Macmillan Press Ltd. 154 pp.
- WALSH, D. C. I. & AFTERY, A. E. (2005). Classification of mixtures of spatial point processes via partial Bayes factors. *Journal of Computational and Graphical Statistics*. 14 (1); pp. 139–154.
- YORIS, F. & OSTOS, M. (1997). *Geology of Venezuela: General Geology and Oil Basins*, in : Singer, J. (Edr.) WEC 1997 Well Evaluation Conference. Schlumberger - Surencó, C.A.; 1^{ra}. Ed. English: Jolley Printing (Texas) ; Chapt. 1, 1 - 17 ; 24 -44.

