

## VELOCIDAD DE FLUJO CAPILAR EN ESQUINAS: COMPARACIÓN DE DOS MÉTODOS DE CÁLCULO DE ÁREA TRANSVERSAL

SILVIA A. WILIŃSKI G., AURA LÓPEZ DE RAMOS

Departamento de Termodinámica y Fenómenos de Transferencia, Grupo de Investigación de Fenómenos de Transporte (GID-10). Universidad Simón Bolívar. Apartado Postal 89000, Caracas 1080A, Venezuela.

Tel.: +58-212-9064110; fax: +58-212-9064137.

e-mails: silvia.wilinski@gmail.com / wilinski@usb.ve, alopez@usb.ve / alopez.usb@gmail.com

Recibido: agosto 2013

Recibido en forma final revisado: marzo 2014

### RESUMEN

Esta investigación tuvo por objeto comparar los resultados de aplicar un modelo de aproximación de área de flujo de filamentos triangular y un modelo riguroso para el cálculo del área transversal de flujo. Se realizó un montaje experimental para visualizar el agotamiento de un puente de líquido dentro de un capilar debido a la formación y avance de filamentos en las esquinas. Se determinó la velocidad de agotamiento del puente de líquido para tres sustancias y, por medio de un balance de masa, el caudal desplazado por los filamentos líquidos. El área transversal de flujo para cada filamento fue determinada por dos modelos, uno aproximando el área a un triángulo y otro riguroso considerando la geometría de la esquina y la curvatura de la superficie libre de los filamentos. La velocidad de flujo de los filamentos también fue calculada para cada uno de los casos, considerando los efectos de la fuerza de gravedad despreciables. Los resultados para cada modelo fueron comparados y se encontraron diferencias significativas en el valor de las velocidades de flujo obtenidas en cada uno. El modelo riguroso proporcionó los valores más cercanos a los esperados dentro del régimen laminar para el flujo capilar. El modelo aproximado se alejó considerablemente de lo esperado, con diferencias que se incrementaron para ángulos de contacto menores debido al incremento de la curvatura de la superficie libre, llegando incluso hasta valores superiores al orden del 1000%. Se esperaría un incremento de las diferencias entre ambos modelos para radios de curvatura de esquina mayores (mayores imperfecciones). Se concluye que para el cálculo de las velocidades de flujo es necesario determinar el área transversal de los filamentos rigurosamente a fin de obtener resultados más cercanos a los reales.

*Palabras clave:* Flujo capilar en esquinas, Medio poroso, Filamentos líquidos, Capilaridad, Esquinas reales.

### CAPILLARY FLOW VELOCITY AT CORNERS: COMPARISON OF TWO CROSS SECTION AREA CALCULATION METHODS

#### ABSTRACT

This research was aimed at comparing the results of applying a model for approximating the flow area of triangular filaments and a rigorous model for calculating the flow cross-sectional area. An experimental setup was built to display the exhaustion of a bridge of liquid within a capillary due to the formation and advance of filaments the corners. The depletion rate for liquid bridge for three substances was determined as well as the flow rate displaced by the liquid filaments, by using a mass balance. The cross-sectional flow area for each filament was determined by two models, one approximating the area to a triangle and the other more rigorous considering the geometry of the corner and the curvature of the free surface of the filaments. The flow rate of the filaments was also calculated for each case, considering the effects of the gravity force negligible. The results for each model were compared and differences in the value of the flow rates obtained in each one were found. The rigorous model provided the closest values to the expected ones within the laminar regime for capillary flow values. The approximate model is considerably away than expected, with differences increased for smaller contact angles due to increased curvature of the free surface, reaching even higher values of the order of 1000 %. An increase in the differences between the two models for bending radii larger corner (major imperfections) would be expected. We conclude that for calculating the flow velocities, the cross sectional area of the filaments must be strictly determined, in order to obtain values closest to the actual results

*Keywords:* Capillary flow at corners, Porous media, Liquid filaments, Capillarity, Real corner.

## INTRODUCCIÓN

El fenómeno de capilaridad ha sido estudiado desde hace muchos años. Sin embargo, históricamente, el interés por lograr una mayor recuperación de fluidos de provecho que se encuentran atrapados en el suelo y subsuelo terrestre, o en partículas apiladas, incentivó las investigaciones referidas al flujo de líquidos a través de medios porosos; las cuales permitieron progresos en el campo de la recuperación mejorada de petróleo (Enhanced Oil Recovery) y el desarrollo de nuevas tecnologías basadas en el manejo de pequeñas cantidades de líquidos a través de espacios reducidos, como por ejemplo las esquinas o grietas de ciertas superficies. Aplicaciones en nanotecnología, diseños de equipos para naves espaciales, entre otros, han sido beneficiadas e impulsadas por avances en este campo (López de Ramos, 1993; López de Ramos & Cerro, 1994; Huelsman & Kolb, 1996, 1997; Aguilera *et al.* 2002; Weislogel, 2003; Nardin & Weislogel, 2005).

En ese sentido, un trabajo de ruptura de puente de líquido debido a la formación y avance de filamentos líquidos a través de las esquinas de un capilar cuadrado, fue realizado anteriormente (Wilinski *et al.* 2011). En esa investigación, el área de la sección transversal de flujo de los filamentos fue calculada rigurosamente por medio de parámetros geométricos, permitiendo con ello estimar la velocidad de flujo en las esquinas (Wilinski *et al.* 2011). Sin embargo, trabajos previos también han mostrado el uso de una aproximación triangular de área transversal de flujo para determinar la magnitud de la velocidad de los filamentos en las esquinas (De Freitas, 2005).

El objetivo de esta investigación fue comparar el efecto de considerar el modelo de aproximación de área transversal triangular en el cálculo de la velocidad de flujo capilar en los filamentos formados en las esquinas en comparación con el modelo riguroso de cálculo de área de flujo. Este trabajo compara los resultados obtenidos con esa aproximación con los estimados al emplear la corrección del área transversal de flujo de los filamentos líquidos en las esquinas y considerar la curvatura de la superficie libre de contacto y las irregularidades naturales de las esquinas.

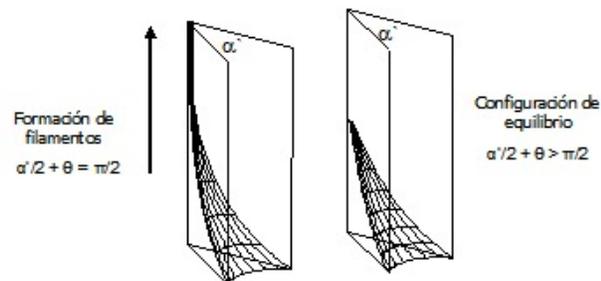
## MOVIMIENTO DE LÍQUIDOS POR ESQUINAS

El registro más antiguo que evidencia el estudio científico del desplazamiento espontáneo de líquidos a través de esquinas parece ser del año 1712, y corresponde al trabajo realizado por Taylor (1712). Este científico, realizó un experimento muy sencillo. Tomó dos (2) láminas de vidrio (porta objeto para microscopio), las unió por uno de sus

extremos laterales y formó una esquina de ángulo interno 2,5 grados. Él colocó esta esquina verticalmente sobre un recipiente con agua y observó que el agua ascendía a lo largo de la esquina formada, aún en contra de la fuerza de gravedad. Este experimento fue reproducido meses más tarde por Hauksbee (1712) quien describió que la línea de contacto aire-agua-vidrio que se forma cuando el líquido asciende por la esquina, representaba una hipérbola.

Alrededor de los años 1804-1805, los científicos Young y Laplace encontraron separadamente una relación matemática para describir el fenómeno de capilaridad (ascenso espontáneo de columnas de líquidos por el interior de tubos capilares cilíndricos), en términos de las curvaturas de la superficie, la tensión superficial y el ángulo de contacto (Adamson & Gast, 1997). Con esto demostraron que dicho desplazamiento ocurre en pequeños orificios, como los del tubo capilar, debido a que la curvatura de una superficie está asociada con un diferencial de presión que actúa como fuerza impulsora del movimiento (fuerza capilar). Además de esto, demostraron que mientras más pequeño resultaba el orificio por el cual ascendía el líquido, mayor es la diferencia de presión capilar y, por ende, el desplazamiento total del líquido resulta mayor.

Concus & Finn (1969) estudiaron el comportamiento de la superficie de equilibrio de líquidos contenidos en un recipiente con cierta angularidad ( $\alpha'$ ) (Figura 1).



**Figura 1.** Formación de filamentos en las esquinas

Determinaron analíticamente que cuando la suma del ángulo de contacto ( $\theta$ ) de un líquido más la mitad del ángulo geométrico de la esquina por la que asciende es menor a  $\pi/2$  (Ecuación 1), matemáticamente no existe una configuración de equilibrio; por lo cual, el ascenso ocurrirá indefinidamente.

$$\theta + \frac{\alpha'}{2} < \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

Estos autores intentaron reproducir los resultados teóricos de su análisis matemático por medio de un pequeño

ensayo. Colocaron dos láminas de vidrio (porta objeto para microscopio) formando esquinas de diferentes ángulos, sumergiéndolas parcialmente en una piscina de aceite comestible. Comprobaron que al cumplirse las condiciones matemáticas específicas existe una formación de filamentos; sin embargo, no pudieron comprobar que el filamento efectivamente avanza indefinidamente. La discrepancia entre sus resultados, teóricos y experimentales, la atribuyeron a los errores experimentales y al poco refinamiento de su montaje.

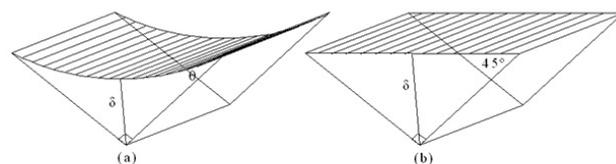
Aun cuando la teoría propuesta por Concus & Finn (1969) no fue totalmente demostrada en la práctica, la rigurosidad del análisis planteado por estos autores permitió explicar el ascenso del agua hasta las copas de los árboles de gran altura. La razón más importante de esta comparación fue la angulosidad presente en los capilares que conducen la savia de los árboles, los cuales poseen un área transversal más cuadrada que circular, que favorecería el ascenso del líquido por las esquinas. Especialmente al poder observarse (microscópicamente) que los vasos capilares formados durante las épocas de sequía, tienen un área transversal menor con mayores angulosidades; lo cual permite a estos últimos aumentar la fuerza capilar que se desarrolla en el interior de estos conductos, capacitando a los árboles para absorber el agua subterránea que, a su vez, es retenida en el suelo y subsuelo por fuerzas capilares (Wilinski, 2009).

Esta breve observación permite apreciar cómo el fenómeno de capilaridad constituye parte importante del movimiento de líquidos en la naturaleza, como una forma de transporte espontáneo y relativamente continuo de pequeñas cantidades de líquidos. La sencillez y espontaneidad de este fenómeno ha sido de gran interés para su aplicación en otra gran variedad de situaciones, por lo cual algunos investigadores han mostrado su interés en modelarlo.

En los estudios de fuerzas capilares en las esquinas, Ayyaswamy *et al.* (1974) propusieron un modelo de flujo para simular el flujo de líquidos por esquinas. Sin embargo, en su modelo, estos autores consideraron como única fuerza impulsora del movimiento del líquido a la fuerza de gravedad y no a la fuerza capilar, dejando a esta última el único rol de mantener los líquidos en la esquina y establecer la forma de la superficie libre del líquido.

Posteriormente, Pomeau (1986) demostró matemáticamente la espontaneidad del flujo de líquidos por angulosidades, afirmando que los líquidos tienden a ocupar en primer lugar las esquinas de un sólido debido a la disminución de energía que ocurre en esa zona (Figura 2).

Los trabajos de modelaje de flujo de líquido por angulosidades han sido impulsados, entre otros aspectos, por los estudios de la dinámica de flujo de líquidos a través de lechos porosos. Inicialmente, el flujo de líquido a través de los poros de la roca fue simulado suponiendo que dichos poros tenían una forma semejante a un capilar cilíndrico. Por esta razón, para simular el comportamiento de los mismos, se utilizaron modelos como el de Washburn (1921) que predice la posición y la velocidad de avance del líquido considerando como fuerza impulsora el gradiente de presión capilar (Lenormand & Zarcone, 1984). Esta aproximación, aun cuando se utilizaba para ciertas estimaciones, conducía a diferencias apreciables entre los valores teóricos y experimentales como consecuencia de la presencia de zonas angulares. Esto se explicó al demostrar microscópicamente que las partículas de un lecho apiladas unas con otras forman pequeños ángulos en los puntos de contacto entre ellas, y por lo tanto, los poros presentes en estos lechos se asemejan más a estructuras poligonales que a circulares (Birdi *et al.* 1988; Mason & Morrow, 1991; Wong *et al.* 1992 a, b; Or & Tuller, 2004).



**Figura 2.** Modelo de aproximación de área transversal de flujo

Los estudios realizados en flujo por esquinas han sido ampliamente utilizados en diversas áreas; una de ellas ha sido en la recuperación mejorada de petróleo para la simulación del flujo de crudo a través de los poros de la roca. En este sentido, López de Ramos (1993) realizó una investigación en medios porosos en la cual desarrolló un estudio sobre el flujo de líquidos por las esquinas considerando como fuerza impulsora la fuerza capilar.

López de Ramos (1993) efectuó experimentos para estudiar el ascenso de filamentos líquidos por las esquinas de un capilar cuadrado, demostrando que dicho ascenso ocurre hasta una altura finita definida, y no infinitamente como se esperaba según la teoría de Concus & Finn (1969). La razón la atribuyó a la imperfección natural de las esquinas que poseen una pequeña curvatura en su interior. A partir de esta observación, López de Ramos desarrolló un método de medición de ángulos de contacto pequeños (López de Ramos & Cerro, 1994), estableciendo que los parámetros que definen el proceso de ascenso son: la tensión superficial, la viscosidad, el ángulo de contacto y el radio de curvatura

que posee la esquina. Dong & Chatzis (1995) reafirmaron que la velocidad de imbibición dentro de capilares cuadrados depende de esos mismos parámetros.

López de Ramos (1993) también propuso un modelo de flujo de filamentos líquidos a través de esquinas de un capilar cuadrado colocado en forma horizontal. Similar a Lenorman & Zarcone (1984), determinó una aproximación partiendo del modelo desarrollado por Washburn (1921) para capilares cilíndricos. Con ello obtuvo una expresión del caudal como función de la viscosidad, el espesor de filamento, la diferencia de presión (por efecto capilar) a lo largo del canal y un parámetro de ajuste que depende de la geometría y el ángulo de contacto. Este modelo, permite determinar el flujo, la posición y la velocidad de avance de un filamento líquido por la esquina de un capilar cuadrado horizontal a partir de las propiedades de viscosidad, tensión superficial y ángulo de contacto.

El modelo desarrollado por López de Ramos (1993) contempla la formación y avance de filamentos manteniendo constante el área transversal de flujo (espesor constante) para cualquier instante de tiempo. Sin embargo, durante la formación y avance del filamento, la punta del mismo presenta una diferencia de espesor respecto al resto del filamento, lo cual conlleva a un cambio de curvatura en el menisco. Esta diferencia de curvatura es la que genera una diferencia de presión que resulta en la fuerza impulsora del movimiento de líquido a través de la esquina. Esto en términos de la ecuación de capilaridad representa una diferencia de presión capilar. La corrección de este parámetro ha sido incorporada posteriormente en el modelo de flujo.

Romero & Yost (1996) presentan un modelo matemático para predecir el avance de filamentos en las esquinas considerando el cambio de espesor que presenta el filamento durante su formación y avance. Rye *et al.* (1996) por su parte, compararon los resultados de los modelos teóricos de Washburn (1921) y Romero & Yost (1996) con resultados experimentales observados en el avance de filamentos dentro de una pequeña grieta en V. Sin embargo estos investigadores destacaron que no observaron diferencias significativas entre los resultados obtenidos experimentalmente y los predichos por los modelos teóricos.

Fuentes (1998) presenta un modelo similar al de Romero & Yost (1996) y evalúa los modelos de López de Ramos (1993), Romero & Yost (1996) y el de Fuentes & López de Ramos (1998) con resultados experimentales, verificando así la validez de los modelos y comprobando que las expresiones

matemáticas de Fuentes & López de Ramos (1998), corrigen el cambio de espesor del líquido en el modelo de López de Ramos (1993), con expresiones matemáticas más sencillas y de menor error que las reportadas por Romero & Yost (1996) para el caso de esquinas en capilares de sección transversal cuadrada, orientadas horizontalmente.

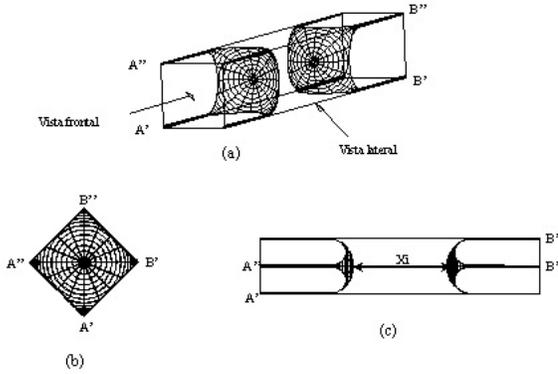
Posteriormente, se han realizado investigaciones para determinar el efecto del filamento formado en las esquinas de un sistema sobre el proceso de transferencia de calor (Zhang & Faghri, 2001; Zhao & Liao, 2002; Wayner, 2002; Gokhale *et al.* 2003 (a, b); Dong & Chatzis, 2004) y el proceso de transferencia de masa (Aguilera, 1999; Aguilera *et al.* 2002; Bico & Quéré, 2002; De Freitas, 2005). Algunas aproximaciones fueron realizadas para estimar el área transversal de flujo de los filamentos formados en las esquinas. De Freitas (2005), consideró una aproximación triangular, estableciendo el área transversal como un triángulo isósceles de altura igual al espesor de filamento e hipotenusa igual a dos veces la magnitud del espesor crítico del filamento.

La espontaneidad del flujo por las esquinas fue verificada cualitativamente, al observar como una gota colocada dentro de un capilar cuadrado desaparece de manera natural al transcurrir un lapso, debido a la formación y avance de filamentos en las esquinas (López de Ramos, 1993). Mientras que en un capilar cilíndrico, una gota colocada en su interior permanece como un pequeño tapón de líquido independientemente del tiempo que transcurra (López de Ramos, 1993; Aguilera, 1999; Aguilera *et al.* 2002; De Freitas, 2005). Es decir, en presencia de esquinas y el cumplimiento de la ecuación de Concus & Finn (1969), el líquido puede ser “bombeado” a lo largo de las esquinas a través de los filamentos hasta que el puente de líquido desaparece (López de Ramos & Cerro, 1994).

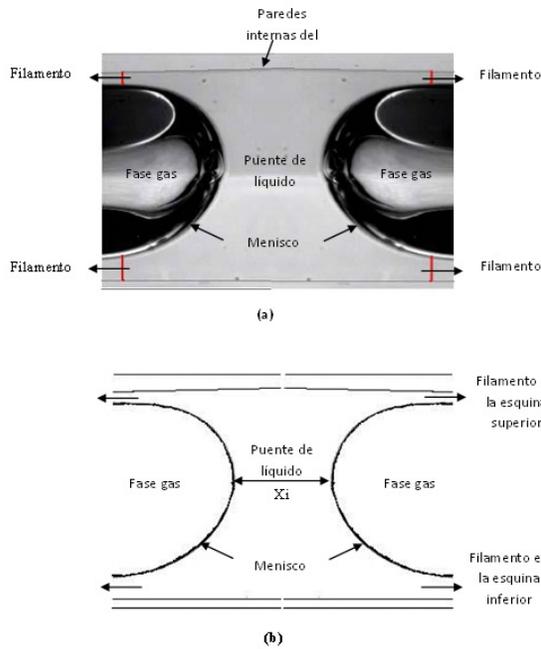
El proceso de ruptura de un puente de líquido por efecto de la formación de filamentos en las esquinas de un sistema fue estudiado detalladamente por Wilinski *et al.* (2011) (Figuras 3 y 4). Durante esa investigación, se logró captar fotografías a alta velocidad (4500 fotos por segundo, fps) del proceso de ruptura del puente de líquido; las cuales permitieron explicar el comportamiento de la superficie libre del líquido, antes, durante y después de dicho rompimiento, observando un proceso organizado y suave.

## **DETERMINACIÓN DE LA VELOCIDAD DE FLUJO CAPILAR**

Para determinar la velocidad de flujo del líquido a través de las esquinas, se consideró un experimento de ruptura de



**Figura 3.** Puente de líquido en el interior de un capilar cuadrado horizontal



**Figura 4.** Puente de líquido en el interior de un capilar cuadrado horizontal

puente de líquido en el interior de capilares cuadrados. De este modo, se realizó un balance de masa sencillo para el proceso de agotamiento del puente de líquido, en conjunto con un balance en las esquinas capilares donde se forman los filamentos.

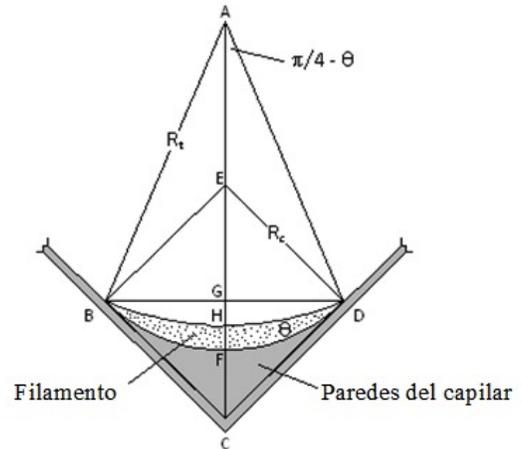
Para esta investigación, se realizó un cálculo considerando el modelo de aproximación triangular del área transversal de flujo y otro cálculo considerando el modelo riguroso de determinación de la sección transversal para filamentos líquidos en esquinas capilares.

Para el balance de masa de agotamiento del puente de líquido, se determinó en primer lugar una velocidad de

agotamiento del puente de líquido, la cual fue considerada constante (Aguilera, 1999; Aguilera *et al.* 2002) y se determinó experimentalmente al determinar una relación entre el tiempo de agotamiento y el espesor del puente de líquido.

### Modelo riguroso para el cálculo del área transversal de flujo

Esencialmente el área se calcula por relaciones geométricas que se establecen entre los distintos parámetros que caracterizan la esquina y al fluido, específicamente en la condición crítica al ocupar la esquina capilar (Figura 5). Por lo tanto el área de la sección transversal de flujo corresponde al área encerrada entre los puntos BFDHB ( $A_{BFDHB}$ ). Para calcularla, algunas áreas adicionales son definidas: el área EBFDE ( $A_{EBFDE}$ ) que es un cuarto de círculo de radio  $R_c$ , el área ABHDA ( $A_{ABHDA}$ ) que corresponde a una pieza de círculo de radio  $R_t$ , los triángulos ABGDA ( $A_{ABGDA}$ ) y EBGDE ( $A_{EBGDE}$ ).



**Figura 5.** Detalles del área de la sección transversal de filamentos en esquinas reales

De este modo, el área BFDHB ( $A_{BFDHB}$ ) se determina como:

$$A_{BFDHB} = [A_{EBFDE} - A_{EBGDE}] - [A_{ABHDA} - A_{ABGDA}] \quad (2)$$

$$A_{BFDHB} = \left[ \frac{\pi R_c^2}{4} - \frac{R_c^2}{2} \right] - \left[ \left( \frac{\pi}{4} - \theta \right) R_t^2 - \frac{\left( \frac{\sqrt{2}}{2} R_c \right)^2}{\tan\left( \frac{\pi}{4} - \theta \right)} \right] \quad (3)$$

Reordenando y haciendo  $A_{BFDHB} = A_p$  la ecuación 3 puede ser reescrita como:

$$A_i = \left[ \frac{\pi}{2} - 1 + \frac{1}{\tan\left( \frac{\pi}{4} - \theta \right)} \right] \cdot \frac{R_c^2}{2} - \left[ \frac{\pi}{4} - \theta \right] \cdot R_t^2 \quad (4)$$

El flujo másico de líquido que sale del puente de líquido puede ser calculado con un balance de masa en éste ( $\dot{m}=\rho Q$ ), además es conocido que la tasa de flujo es  $=vA$ , donde:  $A$  es el área de la sección transversal del tubo capilar (Figura 3) y  $v$  es la velocidad de desaparición. Tomando esto en consideración, la tasa de flujo del puente de líquido puede ser escrita por la ecuación 5:

$$Q = \frac{(x_0 - x_i)(b^2 - 8A_t)}{(t - t_0)} \quad (5)$$

Por otra parte, para capilares horizontales en donde el filamento se mueve a lo largo del eje que se encuentra a lo largo de la esquina, y donde la fuerza de gravedad no ejerce influencia directa en la dirección del movimiento, esta última puede ser despreciada. En ese caso, al despreciar los efectos de la fuerza de gravedad, el flujo es distribuido equitativamente en ocho filamentos (uno en cada esquina del puente de líquido) (Figura 3), así la velocidad de los filamentos es calculada con una octava parte del flujo total y el área de la sección transversal de cada filamento en la esquina (Ecuaciones 6 y 7), la cual es determinada por aproximación triangular o rigurosamente:

$$v_{\text{filament}} = \frac{Q}{8A_t} \quad (6)$$

$$Q_{\text{filament}} = \frac{Q}{8} \quad (7)$$

### Modelo de aproximación triangular para el cálculo del área transversal de flujo

El modelo de cálculo aproximado considera el área transversal de flujo como un triángulo determinándola como el cuadrado del espesor crítico del filamento dado por el segmento ( $\overline{HF}$ ), de esta forma:

$$\overline{HF} = \delta \quad (8)$$

$$\delta = R_c \cos(\alpha) \left[ \frac{\sin(\alpha + \theta) - 1}{\cos(\alpha + \theta)} - \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} \right] \quad (9)$$

$$A_t = \delta^2 \quad (10)$$

El resto de los cálculos concernientes a caudales y velocidades son iguales en expresión (Ecuaciones 5, 6 y 7) variando únicamente el valor del área de la sección transversal del filamento.

### MONTAJE EXPERIMENTAL

Se realizó un montaje experimental para determinar la velocidad de flujo de líquido a través de las esquinas presentes en un medio poroso por efecto de la fuerza

capilar similar al del estudio de la ruptura de puente de líquido (Wilinski *et al.* 2011). Se empleó un tubo capilar de sección transversal cuadrada (2mm x 2mm Vitocrom Inc.). El capilar se colocó en forma horizontal en el interior de una celda de visualización alineándolo en el centro y colocando sus aristas en oposición a las caras de la celda. Posteriormente la celda de visualización fue conectada a un baño térmico de glicerina para mantener la temperatura constante y el radio de curvatura de las esquinas del capilar fue visualizado y determinado ( $R_c = 103 \times 10^{-6}$  m). Se consideró que la configuración horizontal del tubo capilar permite minimizar los efectos de la fuerza de gravedad a lo largo de la esquina capilar.

El puente de líquido fue formado con una jeringa y una aguja larga y delgada (longitud 8.8 cm, diámetro 0.5 mm; *Beckton Dickinson, Spinal Needle*). Se colocó en el centro del capilar una cantidad de líquido cuidando de no tocar las paredes del capilar para evitar mojarlas con las sustancias de trabajo, las cuales presentan ángulos de contacto ( $\theta$ ) muy pequeños con la superficie interna del capilar (mucho menores a  $90^\circ$ ; Tabla 1) considerados como el ángulo que se forma entre las pendientes de la curvatura de la esquina y de la superficie libre del líquido en el punto de triple contacto (Figura 5). Los tubos capilares fueron previamente limpiados con un procedimiento estándar y una solución sulfocrómica para remover los contaminantes. Las sustancias empleadas fueron: Iso-octano, decyl-alcohol y n-decano (Tablas 1 y 2). En la Figura 6 se muestran detalles del montaje experimental.

**Tabla 1.** Propiedades de mojado de las sustancias utilizadas

Líquido	$\Theta$ (deg.)	$R_t \times 10^6$ (m)
Iso-Octano	$7,3 \pm 0,3$	119
n-Decano	$10,3 \pm 0,3$	128
Decyl-alcohol	$37,23 \pm 0,02$	539

**Tabla 2.** Propiedades de las sustancias empleadas

Líquido	$\sigma$ (mN/m)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\mu \times 10^4$ (Pa.s)
Iso-Octano	19	692,2	5
n-Decano	22	730,5	9
Decyl-alcohol	26	835,1	140

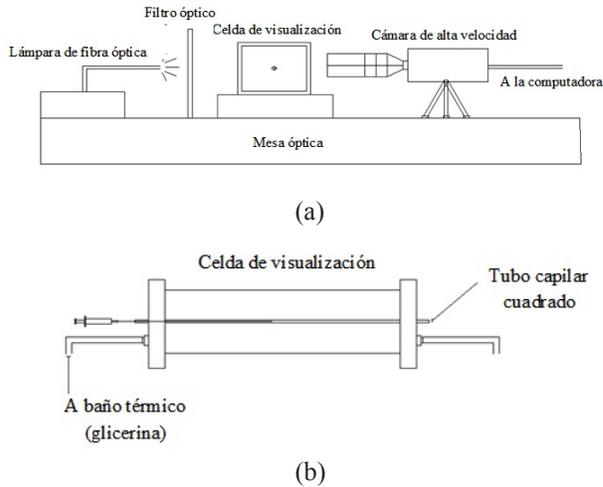


Figura 6. Montaje experimental

La celda de visualización fue colocada sobre una mesa óptica con soportes especiales para suprimir las vibraciones y alineada con una cámara de alta velocidad (KODAK, modelo EKTAPRO 4540mx), con dos anillos de expansión (NIKKON PK-13) y un lente (AF Micro Nikkon de 60 mm). La iluminación fue suministrada con una lámpara de fibra óptica y un filtro difusor para una distribución uniforme de la luz. La cámara fue conectada a una computadora para visualizar y grabar las imágenes. El proceso de captura de las fotografías se realizó a 4500 fotos por segundo (fps), lo cual significa un tiempo entre imágenes de  $1/4500$  segundo ( $2,2 \times 10^{-4}$  s). Los experimentos fueron realizados en condiciones estándar de temperatura y presión. Se observó el proceso de agotamiento o desaparición del puente de líquido.

## RESULTADOS

Del experimento, se observó el agotamiento del puente de líquido (Figura 7) y se determinaron las velocidades de agotamiento (Tabla 3) del puente de líquido para las sustancias utilizadas. Se determinaron las áreas transversales de flujo y se utilizó el balance de masa para determinar las velocidades de flujo capilar por las esquinas (Tablas 3, 4 y 5).

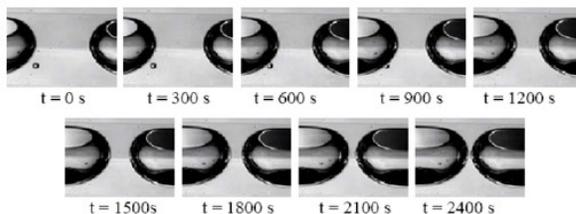


Figura 7. Vista lateral de la disminución del puente de líquido (Wilinski et al. 2011)

Se obtuvieron resultados distintos en cada caso. Cuando se calcula el caudal por medio de la aproximación de área transversal triangular, el error es despreciable y se encuentra en órdenes de magnitud aceptables por cuanto la magnitud del caudal es del orden de  $10^{-12}$  m<sup>3</sup> y el área transversal en una magnitud por  $10^{-12}$  m<sup>2</sup>; sin embargo, cuando se desea estimar la velocidad de flujo del filamento a través de las esquinas, utilizar un área transversal aproximada propaga un error de grandes magnitudes que en algunos casos pueden llegar a superar el 1000%. Se consideran los valores obtenidos con el método riguroso como los más cercanos a los valores reales, en virtud de la magnitud de velocidad de flujo capilar, la cual se esperaría fuese relativamente baja dentro de régimen laminar.

Tabla 3. Velocidad de desaparición del puente de líquido y área del filamento

Líquido	Velocidad desaparición puente de líquido	Área x 1010 m <sup>2</sup>		
	v (mm/min)	Aprox	Riguroso	Variación (%)
Iso-Octano	6,49	0,2785	5,5780	95,007
n-Decano	0,79	0,5516	7,7560	92,888
Decyl-alcohol	0,07	6,3630	25,4700	75,017

Tabla 4. Caudal de líquido transportado en el filamento

Líquido	Caudal x 10 <sup>10</sup> m <sup>3</sup> /s		
	Aproximado	Riguroso	Variación (%)
Iso-Octano	4,3260	4,3220	0,092
n-Decano	0,5266	0,5258	0,152
Decyl-alcohol	0,0466	0,0464	0,431

Tabla 5. Velocidad del filamento

Líquido	Velocidad del filamento x 10 <sup>3</sup> m/s		
	Aproximado	Riguroso	Variación (%)
Iso-Octano	1942	97	1902,062
n-Decano	119	8,475	98,596
Decyl-alcohol	0,9156	0,2279	301,755

El porcentaje de error entre la aproximación y el cálculo riguroso se incrementa a medida de que disminuye el ángulo de contacto ya que la curvatura del menisco sería mayor y la aproximación al área de un triángulo estaría más alejada de la realidad. Se esperaría que dicha diferencia se incrementara también en la medida de que aumenta el

radio de curvatura de la esquina (mayor imperfección de la esquina), puesto que el área crítica del filamento varía considerablemente. Por lo anterior, no se recomienda emplear la aproximación de calcular el área como un triángulo, porque aumenta considerablemente la diferencia respecto a los valores reales que se obtendrían en sistemas de esquinas capilares.

## CONCLUSIONES

El cálculo de área transversal de flujo de filamentos en las esquinas utilizando una aproximación triangular, reporta valores muy diferentes a los obtenidos del cálculo riguroso (geométrico), esto conlleva a la propagación y aumento del error para la estimación de las velocidades de flujo a partir de un determinado caudal. Los errores se vuelven considerables al emplear la aproximación triangular para el cálculo de velocidades de flujo, por lo que se concluye que es necesario utilizar el método riguroso para obtener valores más cercanos a los reales.

## AGRADECIMIENTO

Las autoras agradecen al Decanato de Investigación y Desarrollo de la Universidad Simón Bolívar por su apoyo financiero. También desean agradecer al FONACIT ya que algunos equipos fueron adquiridos con subvenciones S1 y Agenda de Petróleo aprobadas en años anteriores.

## REFERENCIAS

- ADAMSON, A. & GAST, A. (1997). Physical chemistry of surfaces. 6ta Edición. John Wiley & sons, Inc. Estados Unidos.
- AGUILERA, M. E. (1999). Estudio de la transferencia de masa en regiones capilares. Tesis de Maestría en Ingeniería Química. Universidad Simón Bolívar. Venezuela.
- AGUILERA, M. E., CERRO, R. L., LOPEZ DE RAMOS, A. L. (2002). Enhanced CO<sub>2</sub> diffusion in wedges. *J. Chem. Eng.* 87: 31-40.
- AYYASWAMY, P. S., CATTON, I., EDWARDS, D. K. (1974). Capillary flow in triangular grooves. *J. Applied Mech. Transactions of ASME* 41: 332-336.
- BICO, J. & QUÉRÉ, D. (2002). Rise of liquid and bubbles in angular capillary tubes. *J. Interface Sci.* 247: 162-166.
- BIRDI, K. S., VU, D. T., WINTER, A., NORREGARD, A. (1988). Capillary rise of liquids in rectangular tubings. *Colloid Polym. Sci.* 266: 470-472.
- CONCUS, P. & FINN, R. (1969). On the behaviour of a capillary surface in a wedge, *Proceedings of Nat. Acad. Sci.* 63: 292-299.
- DE FREITAS, A. (2005). Estudio del efecto de las esquinas en la transferencia de masa en medios porosos. Tesis de Maestría en Ingeniería Química. Universidad Simón Bolívar. Venezuela.
- DONG, M. & CHATZIS, I. (1995). The imbibition and flow of a wetting liquid along the corners of a square capillary tube. *J. Colloid Interface Sci.* 172: 278-288.
- DONG, M. & CHATZIS, I. (2004). An experimental investigation of retention of liquids in corners of a square capillary. *J. Colloid Interface Sci.* 273: 306-312.
- FUENTES, J. & LÓPEZ DE RAMOS, A. (1998). Position and Velocity of the Advancing Filaments. CHISA'98: Proceeding of the 13th International Congress of Chemical and Process Engineering, Praga.
- FUENTES, J. (1998). Estudio hidrodinámico de los filamentos: Formación y avance de los mismos. Tesis de Maestría en Ingeniería Química. Universidad Simón Bolívar.
- GOKHALE, S., PLAWSKY, J., WAYNER, P. (2003a). Effect of interfacial phenomena on dewetting in dropwise condensation. *Advan. Colloid Interface Sci.* 104: 175-190.
- GOKHALE, S., PLAWSKY, J., WAYNER, P. (2003b). Experimental investigation of contact angle, curvature and contact line motion in dropwise condensation and evaporation. *J. Colloid Interface. Sci.* 259: 354-366.
- HAUKSBEE, F. (1712). An account of an experiment touching the ascent of water between two glass planes, in hyperbolic figure. *Philos. Trans. Royal Society. London*, 27: 539, c.X
- HUELSMAN, G. & KOLB, W. (1996). Coated substrate drying system. United State Patent. Patent Number 5581905.
- HUELSMAN, G. & KOLB, W. (1997). Coated substrate drying system. United State Patent. Patent Number 5694701.
- LENORMAND, R. & ZARCONE, C. (1984). Role of roughness and edges during imbibition in square. *Society of Petroleum Engineers. SPE 13264 Proceedings de 59th*

- Annual Technical Conference and Exhibition. Houston Texas. Estados Unidos.
- LÓPEZ DE RAMOS, A. (1993). Capillary enhanced diffusion of CO<sub>2</sub> in porous media. Doctor of Philosophy Dissertation. The University of Tulsa. Estados Unidos.
- LÓPEZ DE RAMOS, A. & CERRO, R. (1994). Liquid filament rise in corners of square capillaries: A novel method for measurement of small contact angles. *Chem. Eng. Sci.* 49 (14): 2395-2398.
- MASON, G. & MORROW, N. (1991). Capillary behavior of a perfectly wetting liquid in irregular triangular tubes. *J. Colloid Interface.* 141 (1): 262–274.
- NARDIN, C. & WEISLOGEL, M. (2005). Capillary driven flows along differentially wetted interior corners. *Nacional Aeronautics and Space Administration.* CR—2005-213799.
- OR, D. & TULLER, M. (2004). Capillarity. *Encyclopedia of Soils in the Environment.* Volume 1. Elsevier Ltd., Oxford, U.K.
- POMEAU, Y. (1986). Wetting in a corner and related questions. *J. Colloid Interface Sci.* 113 (1): 5-11.
- ROMERO, L. & YOST, F. (1996). Flow in an open channel capillary. *J. Fluid Mech.* 322: 109-129.
- RYE, R., MANN, J., YOST, F. (1996). The flow of liquids in surfaces grooves. *Langmuir* 12: 555-565.
- TAYLOR, B. (1712). Concerning the ascent of water between two glass planes. *Philos. Trans. Royal Soc. London*, 27, 538, c.IX.
- WASHBURN, E. (1921). The dynamics of capillary flow. *Physical Rev.* 17: 273-283.
- WAYNER, P. (2002). Nucleation, growth and surface movement of a condensing sessile droplet. *Colloids and Surfaces: A Physicochemical and Engineering Aspects.* 206: 157-165.
- WEISLOGEL, M. M. (2003). Some analytical tools for fluids management in space: isothermal capillary flows along interior corners. *Adv. Space Res.* 32 (2): 163-170.
- WILINSKI, S. (2009). Diseño de un sistema de recolección y manejo de condensados empleando fuerzas capilares por esquinas. Tesis de Maestría. Universidad Simón Bolívar.
- WILINSKI, S., DE FREITAS, A., LÓPEZ DE RAMOS, A. (2011). Visualization of liquid bridge rupture due to flow induced by corner effects. *Che. Eng. Sci.* 66 (15): 3551-3556.
- WONG, H., MORRIS, S., JADKE, J. (1992a). Two-Dimensional Menisci in Nonaxisymmetric Capillaries. *J. Colloid Interface Sci.* 148 (2): 284-287.
- WONG, H., MORRIS, S., JADKE, J. (1992b). Three-dimensional menisci in polygonal capillaries. *J. Colloid Interface Sci.* 148 (2): 317-336.
- ZHANG, Y. & FAGHRI, A. (2001). Numerical simulation of condensation on a capillary grooved structure. *Num. Heat Trans. Part A*, 39: 227-243.
- ZHAO, T. & LIAO, Q. (2002). Theoretical analysis of film condensation heat transfer inside vertical mini triangular channels. *International J. Heat Mass Trans.* 45: 2829-2842.