

## **OPTIMIZACIÓN MULTI OBJETIVO -MULTIDISCIPLINARIO DEL DISEÑO DE ESTRUCTURAS USANDO COLONIAS DE ENJAMBRES DINÁMICOS**

*WILLIAM ANNICCHIARICO<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Departamento de Mecánica, Sección de Estructuras, Universidad Simón Bolívar. Apartado 89000. Caracas 1080-A, Venezuela. Email: wannicchiarico@usb.ve

Recibido: febrero 2012

Recibido en forma final revisado: junio 2012

### **RESUMEN**

El diseño de estructuras en la actualidad debe ser visto no sólo como el resultado de una sola disciplina, como lo es la Ingeniería Estructural, sino como la interacción entre varias disciplinas que se relacionan entre sí para aprovechar mejor los recursos disponibles y proporcionar diseños que, sin dejar de ser seguros, sean globalmente más cónsonos con el medio en que se encuentran. En este orden de ideas, en este trabajo se presenta y discute una metodología para el diseño multiobjetivo multidisciplinario de estructuras basado en paradigmas emergentes de la computación evolutiva como lo son los algoritmos basados en colonias de enjambres. Este tipo de algoritmos ha mostrado ser más eficientes y robustos en problemas no lineales y de objetivos contradictorios como los estudiados en este trabajo. En particular se estudia la optimización del diseño sismo resistente de una estructura y de su sistema de control asociado, de manera de optimizar las propiedades dinámicas de la estructura que permitan controlar y/o mejorar el desempeño de la misma ante sollicitaciones sísmicas. A fin de demostrar la eficiencia de la herramienta desarrollada se presenta el diseño óptimo del sistema estructural/sistema de control del modelo de un edificio de corte de tres pisos bajo varios escenarios de diseño, concluyéndose que el diseño integrado de ambas disciplinas es el más adecuado que aquel obtenido considerando cada disciplina por separado.

*Palabras clave:* Optimización por colonias de enjambres, Optimización Multiobjetivo-Multidisciplinaria, Optimización Estructural.

### **MULTIDISCIPLINARY - MULTI OBJECTIVE STRUCTURAL DESIGN OPTIMIZATION BY USING DYNAMICAL PARTICLE SWARM ALGORITHM**

#### **ABSTRACT**

The actual design of structures has to be seen not only as the result of a single discipline such as structural engineering, but the result of the interaction among concurrent disciplines which take advantage of available resources and obtain designs that are as safe as possible and also environmentally friendlier. In accordance with these ideas, in this work is presented and discussed a methodology to the multiobjective - multidisciplinary structural design of buildings based on an improved particle swarm optimization algorithm, which has proved to be more efficient and robust in nonlinear problems and when the optimization objectives are conflicted. In particular a structural earthquake resistance optimum design is carry out in conjunction with the optimum design of the active control system of the dynamical properties of the structure. A novel integrated optimization system was developed to solve this problem which is able to control and even improve the behavior of the structure under seismic excitations. In order to demonstrate the effectiveness of the proposed methodology, a structural model of a 3 story building is optimized under different objective cases, concluding that the integrated multiobjective/multidisciplinary optimization case is the most convenient and resource effective compared with those obtained for each discipline applied by it.

*Keywords:* Particle swarm Optimization, Multidisciplinary-Multiobjective structural/control optimization, Evolutionary Computation algorithms.

## INTRODUCCIÓN

En el diseño estructural moderno los métodos de optimización cada día juegan un papel más importante, ya que su aplicación permite obtener diseños de estructuras que se adaptan simultáneamente a las múltiples condiciones que son impuestas por las diferentes disciplinas involucradas en el diseño de la misma. En la actualidad existe la concepción de que el diseño de las edificaciones modernas no es sólo el producto de una disciplina en particular, como lo puede ser la ingeniería estructural, sino el resultado de la interacción de ésta con otras disciplinas, las cuales, por ejemplo, pueden incluir criterios basados en el control dinámico de sistemas, o con las condiciones arquitectónicas o económicas del proyecto, o con criterios de seguridad de la estructura ante situaciones imprevistas, entre otras. Esta sinergia de factores hace que el desarrollo de metodologías basadas en la optimización por múltiples objetivos y disciplinas sea de vital importancia para lograr diseños estructurales integrales y cónsonos con los estándares de análisis y diseño que se manejan en la actualidad.

En la literatura técnica (Kicinger et al. 2005) se pueden conseguir gran cantidad de trabajos en los cuales se ha comprobado la aplicabilidad y robustez de los diferentes algoritmos pertenecientes a la computación evolutiva en la solución de problemas estructurales. Partiendo de los trabajos de Goldberg & Santani (1986), donde se presenta la metodología de optimización por Algoritmos Genéticos (AG) y se muestra su aplicabilidad potencial en el área por medio de la optimización de una armadura plana de 10 barras, hasta la metodología presentada por Greco & Marano (2011), donde se propone la mezcla de varias versiones de algoritmos de evolución diferencial aplicada a la optimización del diseño de estructuras de acero y el tratamiento factible de las restricciones de diseño. Pasando por las primeras aplicaciones de la optimización por colonias de enjambres, las cuales han demostrado ser exitosas en la solución de diversos problemas de diseño de la ingeniería, entre los cuales podemos mencionar el diseño de circuitos lógicos (Coello & Luna, 2003), en el diseño de controles (Zheng et al. 2003), en el diseño de sistemas de potencia (Abido, 2002). Así como también su aplicación en el campo de la optimización estructural donde se consiguen aplicaciones para la optimización estructural de formas (Venter & Sobieszczanski-Sobieski, 2004) y en la optimización del tamaño y la topología de estructuras (Fourie & Groenwold, 2002). Se puede decir que la computación evolutiva ha sido bastante prolifera en el desarrollo de metodologías de optimización simple y con múltiples objetivos para la optimización estructural por lo que pretender realizar una recopilación extensa de

todas ellas saldría del alcance de el presente artículo. Como resultado de esa extensa revisión bibliográfica el autor no conoce, hasta la fecha, de aplicaciones de optimización multidisciplinaria usando optimización por colonias de enjambres.

Las ventajas de esta técnica emergente de la computación evolutiva con respecto a otros algoritmos de carácter global, son numerosas y la hacen un candidato ideal para explorar nuevas aplicaciones en la optimización de problemas de la ingeniería. El algoritmo es robusto y se adapta muy bien en espacios de diseño no-lineales, no convexo con discontinuidades. Es también más eficiente, requiriendo menor número de funciones de evaluación para obtener resultados mejores o de igual calidad (Hassan et al. 2005) que sus antecesores. Como se verá más adelante, su fácil implementación lo hace aún más atractiva, ya que no requiere de información específica del dominio donde se aplica, y no hace uso de transformaciones internas de las variables.

En vista de las ventajas generales que ofrecen los algoritmos de optimización pertenecientes a la computación evolutiva sobre los algoritmos tradicionales, a la necesidad de evaluar y desarrollar aplicaciones, basadas en los nuevos desarrollos de la computación evolutiva, para la solución y optimización de sistemas de diseño estructural de acuerdo a las tendencias más actuales en el diseño de edificios modernos. El presente trabajo busca evaluar, analizar y proponer una herramienta, basada en paradigmas de comportamiento social, para la optimización de modelos estructurales de edificios en los que no sólo se tomen en cuenta consideraciones estructurales, sino que también incluya su interacción con el control dinámico de los mismos ante solicitaciones de carácter sísmico.

El presente trabajo de investigación se encuentra dividido en las siguientes secciones: inicialmente se discutirá la formulación teórica de la optimización por Colonias de Enjambres y las modificaciones propuestas al mismo para hacerlo más efectivo en este tipo de problemas, luego se introducirá los conceptos de control dinámico del sistema en estudio, posteriormente se presentará los diferentes criterios de diseño que pueden usarse para el análisis multiobjetivo de modelos estructurales. A fin de evaluar la metodología de optimización propuesta, en la sección de ejemplos numéricos se presentará y discutirá el análisis de un modelo de un edificio de pórticos bajo la combinación de diferentes criterios de optimización. Luego del análisis de los resultados, se presentará las recomendaciones y conclusiones a tomar en cuenta para continuar el desarrollo novedoso de la metodología propuesta.

## MODELOS DE OPTIMIZACIÓN CON COLONIAS DE ENJAMBRES

Las técnicas más populares de la computación evolutiva (CE), como lo son las Estrategias Evolutivas (Back, 1996; Beyer & Schwefel, 2002; Rechenberg, 1994), Algoritmos Genéticos (Goldberg, 1989; Michalewicz, 1994), Programación Genética (Koza, 1992), Programación Evolucionaria (Fogel, 1996) están inspirados en principios de evolución y adaptación de las especies (Darwin, 1859). La optimización por Colonias de Enjambres (PSO, por sus siglas en inglés) aunque son parte de los métodos emergentes pertenecientes a la computación evolutiva, se diferencia de las anteriores en los principios que usan para alcanzar el óptimo buscado, basándose en comportamientos sociales o socio-cognitivos-inteligentes que se observan en la naturaleza (Kennedy & Eberhart, 2001).

La metodología PSO fue inicialmente propuesta en 1995 (Eberhart & Kennedy, 1995; Kennedy & Eberhart, 1995; Eberhart et al. 1996), a través de los años su aplicación en problemas de optimización de carácter global han demostrado su fácil implementación, bajo costo computacional, no requerir de la información de gradientes de la función objetivo a optimizar, solo de sus valores y, principalmente, su gran habilidad para resolver problemas en ambientes cambiantes y con ruido, ventajas que la hacen candidatos ideales para estudiar su potencial aplicabilidad en la identificación de parámetros dinámicos y su control. La idea del estudio del comportamiento social como paradigma de evolución surgió inicialmente (Eberhart et al. 1996) al analizar el comportamiento de los individuos de diferentes poblaciones de sociedades organizadas en la naturaleza, como los observados en las colonias de insectos, cardúmenes de peces, parvadas de pájaros y muchas otras más, inclusive la humana. Se puede observar como sus miembros se adhieren a un conjunto de reglas implícitas que les permiten moverse en forma sincronizada, sin chocar unos con otros, resultando en el bien de la comunidad en general y no en el beneficio de unos pocos, surgiendo la creencia general, confirmado a partir de muchos ejemplos de la naturaleza, de que el intercambio de “información social” entre los diferentes individuos que conforman esa población puede resultar en una ventaja competitiva para la preservación y mejora de la colonia, en comparación con aquellas sociedades que no las tienen.

La optimización por colonias de enjambres tienen en común con las técnicas de computación evolutiva la manera como exploran el espacio de búsqueda, por medio de una población de soluciones candidatas. Sin embargo, se diferencia de éstas en que cada partícula o individuo de

la colonia tiene memoria, es decir es capaz de recordar la mejor posición en el espacio de búsqueda que ha visitado, y su posición final viene determinada por el uso de este conocimiento previo y de la atracción ejercida por el mejor individuo de la configuración topológica de su vecindario particular o de toda la colonia en general.

En general se distinguen dos variantes principales de la metodología de optimización mediante PSO. En la variante global la posición final de cada partícula resulta del compromiso entre su mejor posición anterior y la posición de la mejor partícula de todo el enjambre. Sin embargo, en la variante local, en vez de considerarse la posición del mejor individuo de toda la colonia se toma en cuenta la posición del mejor individuo del vecindario local al cual pertenece la partícula en cuestión. A continuación se describe la variante global y las mejoras incorporadas (operador dinámico de exploración y variación lineal del factor de inercia) para adecuarlo al problema de optimización del presente trabajo. En general, el problema de minimización de una función  $f$  de valores reales, consiste en encontrar un vector  $x^*$ , tal que:

$$\begin{aligned} f: S &\longrightarrow \mathfrak{R} \\ f(x^*) &\leq f(x), \quad \forall x \in S \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $S \subset \mathbb{R}^D$  es un conjunto compacto no vacío.

Supongamos que el espacio búsqueda es  $J$ -dimensional y que la partícula  $i$  del enjambre se puede representar como un vector  $J$ -dimensional de su posición  $X_i$ ,

$$X_i = \langle x_{i1} \ x_{i2} \ x_{i3} \ \cdots \ x_{iJ} \rangle \quad (2)$$

definiendo el cambio en posición (velocidad)  $V_i$ ,  $j$  como:

$$V_{i,j}^{n+1} = w \cdot V_{i,j}^n + c_1 \cdot r_1 \cdot \left( \frac{n}{p_{i,j}} - x_{i,j} \right) + c_2 \cdot r_2 \cdot \left( \frac{n}{p_{g,j}} - x_{i,j} \right) \quad (3)$$

su nueva posición será, entonces:

$$X_{i,j}^{n+1} = X_{i,j}^n + V_{i,j}^{n+1} \quad (4)$$

donde,  $V_{i,j}$ : es la velocidad de la partícula  $i$  en la  $j$ -ésima dimensión,  $w$  representa el factor de inercia,  $c_1$ , se conoce como el parámetro que controla la conciencia individual y representa el coeficiente de peso que pondera la influencia de la mejor posición alcanzada por la partícula  $i$  hasta ese momento ( $p_{i,j}$ ) y  $c_2$ , es el parámetro de la conciencia social o colectiva de la partícula, y representa el coeficiente de peso

que pondera la influencia de la mejor posición alcanzada por partícula alguna en toda la colonia ( $p_{g,j}$ ).

El factor de inercia ( $w$ ) pondera el efecto de la historia de velocidades alcanzada por la partícula en iteraciones anteriores con respecto a las posibilidades de cambio de la misma en la actual iteración. Representando el mejor compromiso entre la exploración global del espacio de búsqueda que ha tenido la partícula en iteraciones previas y la explotación local que pueda realizar la partícula en la iteración actual. Valores grandes de  $w$  favorecen una búsqueda global en el vecindario de la partícula, mientras que valores pequeños de  $w$  favorecen la exploración local de la partícula.

En la literatura (Shi & Eberhart, 1998; Kennedy, 1998) se pueden encontrar valores recomendados para los coeficientes de ponderación, aunque también se pueden ajustar a cada problema en particular, en este trabajo los valores recomendados,  $w$  variando linealmente entre 1,2 y 0,4 ; y  $c_1 = c_2 = 2$ , resultaron adecuados en la solución del problema de optimización presentado en este trabajo. Finalmente  $r_1$  y  $r_2$  son números aleatorios con distribución normal ( $N [0,1]$ ) y los superíndices representan el número de iteraciones.

El método de optimización por colonias de enjambres se basa en cinco principios socio-cognitivos básicos, los cuales se han observado en el comportamiento de diferentes poblaciones de sociedades organizadas en la naturaleza (Eberhart et al. 1996; Millonas, 1994), resumiéndose en los siguientes: a) el movimiento espacio-temporal del enjambre debe ser simple (proximidad), b) el enjambre debe ser capaz de responder positivamente o negativamente a factores de calidad que encuentre en el ambiente donde se mueve (calidad), c) la respuesta del enjambre debe ser lo más amplia posible evitando aquellos caminos excesivamente estrechos (diversidad en la respuesta) d) el enjambre no debe modificar su comportamiento cada vez que el ambiente se altera (estabilidad), y e) el enjambre debe ser capaz de modificar su comportamiento, cuando el beneficio supere al costo invertido para lograr dicho cambio de comportamiento (adaptabilidad).

La actuación del enjambre se basa en un mecanismo que repercute sobre la posición espacio-temporal de toda la colonia. Este mecanismo toma en cuenta factores de calidad derivados de la mejor posición de cada partícula y de la mejor partícula en la colonia, distribuyendo las respuestas de cada partícula sobre el espacio de búsqueda, asegurando de esta manera la diversidad de las mismas. Más aún, el comportamiento de la colonia cambia sólo cuando la mejor

partícula de la colonia cambia, por lo que la respuesta del algoritmo se puede decir que es a la vez adaptativa y estable. Al igual que la mayoría de los algoritmos de optimización pertenecientes a la CE, la optimización por colonias de enjambres sufre de la pérdida de diversidad en estados avanzados del proceso de búsqueda. La misma se manifiesta por la disminución en la capacidad de exploración del algoritmo, debido a la concentración de los individuos en una zona particular del espacio de búsqueda, consecuentemente el algoritmo pierde su habilidad para reaccionar y mirar mejores lugares para explorar. A fin de mejorar la capacidad de exploración, especialmente cuando el algoritmo tiende a estancarse al final del proceso de búsqueda, en este trabajo se implementó la idea de un operador de mutación dinámico de la posición de las partículas del enjambre.

El operador dinámico de exploración se define a través de un factor dinámico de mutación ( $P_{mut}$ ) el cual representa la probabilidad de mutación de la posición de las partículas, el mismo se define por medio de los siguientes parámetros

$$P_{mut} = \frac{(P_{max} - P_{min}) \times (\text{Interest} - \text{iter}_{current} \text{ mod } \text{Inter}_{est})}{\text{Interest}} + P_{min} \quad (5)$$

donde:

$p_{max}$  = límite superior de  $P_{mut}$   
 $\text{Inter}_{est}$  : Intervalo de Estancamiento  
 $p_{min}$  = límite inferior de  $P_{mut}$   
 $\text{iter}_{current}$  : iteración actual

Cuando se detecta el estancamiento del enjambre, por ejemplo no se observa mejoría en los valores de la función objetivo en cinco generaciones, se calcula  $p_{mut}$  para la iteración actual y se aplica independientemente a cada coordenada de las partículas, actualizando su posición aleatoriamente dentro del rango de valores permitidos para las variables de diseño de cada parámetro. La probabilidad de mutación se ajusta dinámicamente en el intervalo [ $p_{max}$ ,  $p_{min}$ ], si en alguna iteración el valor de  $p_{mut}$  resulta menor a  $p_{min}$  se fija  $p_{mut} = p_{min}$ , se modifican las posiciones de las partículas de la colonia y el proceso de evaluación continua fijando de nuevo  $p_{mut}$  a su valor máximo y el contador de iteraciones se reinicializa en uno.

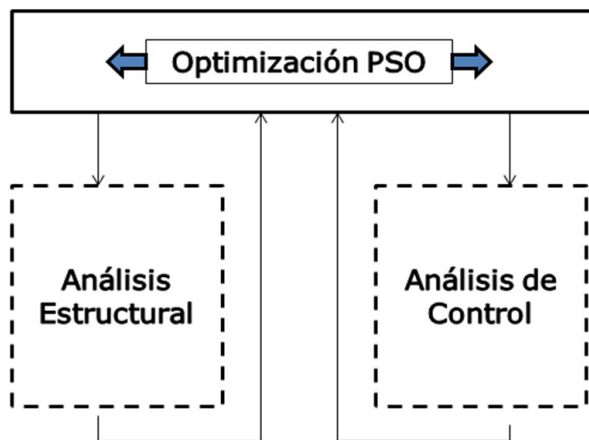
A fin de seleccionar los valores más apropiados para los diversos parámetros usados en los operadores descritos anteriormente ( $p_{max}$ ,  $p_{min}$ ,  $\text{Inter}_{est}$ ) un conjunto de experimentos previos se realizaron siguiendo las recomendaciones de van den Bergh (2002). Dicho estudio permitió inferir los valores más adecuados para los límites inferior y superior del factor dinámico de mutación

( $p_{\max} = 0,8$   $p_{\min} = 0,4$ ), del intervalo de estancamiento en diez ( $Inter_{est} = 10$ ) y del umbral de estancamiento en cinco generaciones.

## EL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN Y CONTROL DINÁMICO DE ESTRUCTURAS

El problema a estudiar en este trabajo pertenece a la categoría de optimización multidisciplinaria, el cual consiste en encontrar aquella solución que represente el mejor compromiso entre la forma estructural de una edificación, entendiéndose por ésta como las dimensiones de sus miembros, los desplazamientos permitidos y las derivas de piso, y su sistema de control activo, representado por variables de lazo cerrado sobre los factores de amortiguamiento, las frecuencias modales y los modos de vibración, entre otros, el cual sea capaz de controlar el comportamiento de la estructura cuando esta alcance su diseño estructural óptimo bajo los requerimientos y restricciones dadas por los criterios de diseño sísmico y de control.

Para lograr la interrelación entre las disciplinas del análisis estructural con la de análisis de control se desarrolló una estrategia basada en la factibilidad individual por disciplina (Figura 1), es decir cada disciplina mantiene su entorno de solución individual, y es el algoritmo de optimización el que maneja la interrelación entre cada disciplina, haciendo el enlace entre las variables comunes a ambas disciplinas. La solución de este problema presenta un acoplamiento implícito entre las variables de diseño estructural y las de control. Para resolver este problema deben usarse métodos



**Figura 1.** Esquema general de la herramienta computacional de optimización multiobjetivo - multidisciplinaria desarrollada

de solución por auto valores y métodos de análisis de la respuesta de sistemas transitorios, los cuales se traducen en grandes costos computacionales, requiriéndose muchas veces largas iteraciones hasta que la respuesta de las variables estructurales y las de control converjan.

A partir de la metodología descrita anteriormente se desarrolló el sistema de optimización PSO-MO/MD en lenguaje Intel Visual Fortran 10.0 y se implementó en un computador I7 de cuatro núcleos de 3,60 MHz. En los apartados siguientes se definirán los sistemas de análisis estructural y de control que componen el sistema de optimización multidisciplinario propuesto para la optimización estructural.

## SISTEMA DE OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL

La implementación de un sistema multidisciplinario/multiobjetivo (MD/MO) para la optimización estructural requiere de la definición de funciones de optimización que permitan valorar las diferentes variables involucradas en el diseño sísmico de la estructura y a su vez permita el control de las mismas. En la literatura se pueden encontrar diferentes funciones de evaluación para lograr optimizar la distribución y localización de la masa de una estructura y definir criterios para mejorar la seguridad de la misma (Cheng & Li, 1996). En este trabajo se utilizarán las siguientes funciones de optimización estructural:

a) Minimización del peso: es una de las funciones de evaluación más usada, con la misma se busca disminuir el peso de la estructura y la mejor utilización de los materiales que la componen.

$$Fobj_1 = W = \sum_{i=1}^{nels} \rho_i A_i l_i \quad (6)$$

donde:

- $\rho$  = peso unitario
- $A$  = área de la sección transversal
- $l$  = largo del elemento
- $nels$ : número de elementos que componen la estructura.

b) La forma más natural de la estructura se puede conseguir al minimizar la energía de deformación de la misma para un sistema de cargas dadas. La energía de deformación de un sistema se define como el área bajo la curva esfuerzo-deformación, en forma discreta se expresa:

$$Fobj_2 = E_s = \sum_{i=1}^{nels} \sigma_i \epsilon_i \nu_i \quad (7)$$

donde,  $\sigma$  representa el esfuerzo en el elemento,  $\epsilon$  su deformación y  $v$  volumen del mismo.

c) La seguridad de la estructura se puede relacionar con la reducción de la energía potencial del sistema estructural, en la misma se relaciona un sistema de cargas aplicadas sobre la estructura con el desplazamiento que producen en la misma.

$$Fobj_3 = E_p = \{\bar{P}\}^T \{\Delta\} = \sum_{i=1}^{ndof} p_i \delta_i \quad (8)$$

La evaluación de este parámetro depende del modelo discreto de análisis que se haya escogido para evaluar la estructura, en el sentido de que se deben identificar los grados de libertad ( $N_{dof}$ ) en los cuales se va a evaluar la energía potencial ( $E_p$ ), determinar las cargas aplicadas en el mismo ( $p_i$ ) y calcular el desplazamiento que producen ( $\delta_i$ ).

d) Cuando la estructura está sometida a acciones sísmicas, el objetivo del diseño está relacionado con la disminución de la respuesta dinámica del edificio de manera de reducir los daños al mismo debido a la acción de las cargas sísmicas. Este objetivo se puede lograr, entre otras cosas, controlando las deformaciones que ocurren en la estructura de manera de reducir los daños experimentados por los elementos estructurales como los no estructurales; o también minimizando la aceleración experimentada por las masas del edificio o limitando la energía absorbida por la estructura debido a la acción sísmica. En este trabajo se optó por evaluar la energía introducida por el sismo a la estructura como función objetivo y dependiendo del tipo de estructura a optimizar, limitar las deformaciones mediante restricciones que consideren las recomendaciones dadas por los códigos de diseño en cuanto a los valores máximos de la deriva de entrepiso.

La energía introducida por un terremoto ( $E_i$ ) se define como el trabajo realizado por el corte basal de la estructura ( $S_{vi}$ ) por los desplazamientos del terreno debido a las ondas sísmicas y puede ser expresada como (Cheng & Li, 1996):

$$Fobj_4 = E_i = \sum_{i=1}^{N_{mode}} \left( \frac{\{\varphi_i\}^T \{m\}}{\sqrt{M}} \right)^2 \left( \frac{1}{2} MS_{vi}^2 \right) \quad (9)$$

donde  $\{\varphi_i\}$  representa  $i$ th modo normalizado;  $\{m\}^T = \{m_1, m_2, \dots, m_{N_{mode}}\}$  las masas asignadas a cada grado de libertad dinámico del modelo de la estructura y  $M = \sum m_i$  la masa total de la estructura.

Entre los criterios de diseño y rangos de valores de las variables de diseño a considerar para la optimización sísmica de la estructura se usaran los siguientes (International Code Council – UBC1997, – COVENIN 1756-2001)

a) El esfuerzo en las columnas estará limitado al esfuerzo admisible del material empleado en las mismas, calculándose mediante la expresión:

$$\sigma = \frac{P}{A} + \frac{M_x y}{I_x} + \frac{M_y x}{I_y} \quad (10)$$

En el caso de los ejemplos numéricos presentados en este trabajo se limitara al siguiente valor

$$\sigma_i \leq \sigma_{adm} = 165,000 \text{ KN}/m^2 \quad (11)$$

b) la deriva de piso ( $\delta_i$ ):

$$|\delta_i| \leq \frac{1}{400} h_i \quad (12)$$

donde  $h_i$  representa la altura de entresijos.

c) el período fundamental de la estructura a considerar será:

$$T_1 \geq 0.3 \text{ s} \quad (13)$$

d) la relación de rigidez de entrepiso ( $k_i$ ) a considerar será:

$$0.5 \leq \frac{k_{i+1}}{k_i} \leq 1 \quad (14)$$

A fin de guiar la búsqueda del algoritmo propuesto hacia las regiones factibles en el espacio de diseño y considerar a la vez las restricciones mencionadas anteriormente se pueden usar diferentes técnicas, entre las cuales se pueden mencionar (Coello, 2002): 1) Técnicas de Penalización, 2) Técnicas de Reparación, 3) Técnicas de Separación y 4) Técnicas Híbridas. En este trabajo se escogió la técnica de penalización externa, ya que el proceso de optimización puede empezar en cualquier región del espacio de búsqueda, haciéndolo más flexible que por ejemplo el de penalización interna en el que primero se debe comenzar por una región factible del espacio de diseño. La idea básica del método de penalización externa es mover la solución de la región no-factible a la factible añadiéndole algún valor (penalizando) a el valor de la función objetivo de la solución que viola las restricciones. Para una descripción detallada del manejo

de restricciones consultar, por ejemplo, Annicchiarico et al. 2005.

### Sistema de Análisis de Control

Desde el punto de vista del análisis de control de una estructura, el comportamiento de la misma debe ser tal que bajo la acción de casos de carga normal o de servicio, la estructura por si misma resista las cargas y cumpla los requerimientos de diseño, y cuando sobre la estructura actúen excitaciones sísmicas fuertes el sistema de control implementado reduzca la respuesta de la misma. En la Figura 2 muestra el esquema general del sistema de control propuesto a lazo cerrado y su funcionamiento es el siguiente: en la estructura se instalan una serie de sensores conectados

a un ordenador digital. Los sensores miden de forma continua la respuesta de la estructura proporcionando una señal eléctrica analógica  $z_1$ , la cual es transformada en una secuencia en tiempo discreto  $z$  por el convertidor analógico-digital (A/D). El ordenador digital calcula la señal de control en tiempo discreto  $u$  usando un algoritmo numérico denominado algoritmo de control (siendo la optimización multiobjetivo de este algoritmo el objeto de la investigación de este trabajo y no su implementación física)). La señal digital de control  $u$  es transformada en una señal  $u_1$  en tiempo continuo por el convertidor digital-analógico (D/A). Finalmente, los mecanismos actuadores interpretan el valor de  $u_1$  y activan los requerimientos de control sobre la estructura. (Leipliolz & Abdel-Rohman, 1985)

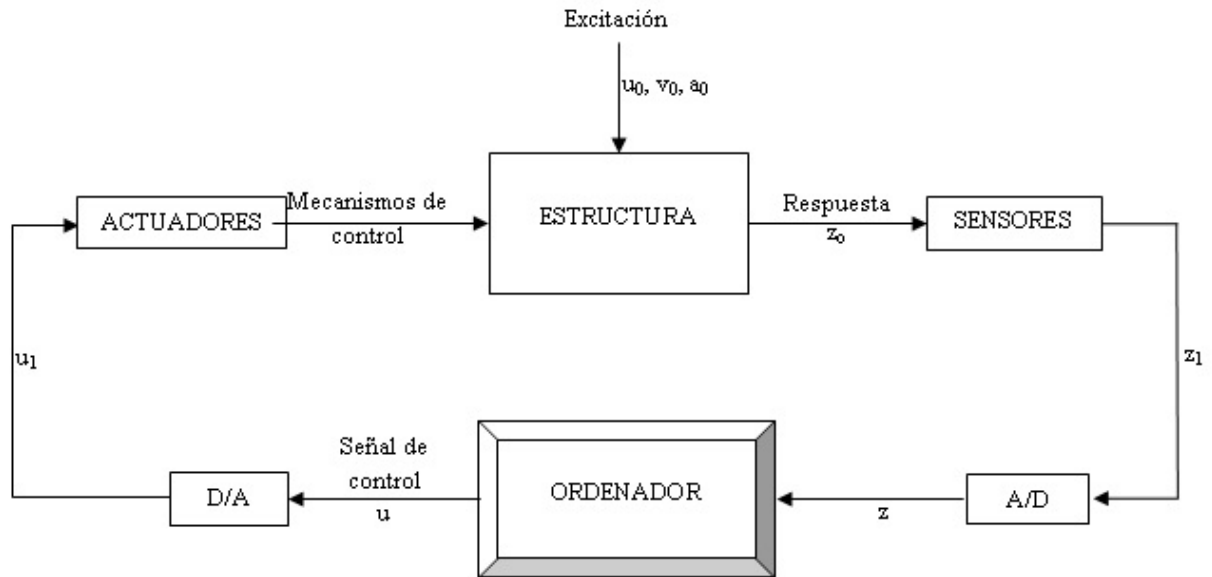


Figura 2. Esquema general del lazo de control activo cerrado implementado

Generalmente la optimización de este sistema se puede lograr mediante la minimización de un índice o parámetro que evalúe la actuación de la estructura (IA) ante la situación a controlar. Este índice puede estar relacionado con la cantidad de energía absorbida por la estructura durante un terremoto o con el tiempo de respuesta del amortiguamiento efectivo que se desea incorporar a la estructura ante la excitación sísmica.

donde:

- [Q]: matriz ponderada de estado
- {z}: vector de estado de desplazamientos
- [R]: matriz ponderada de control
- {u}: vector de control de entrada

Las matrices de peso [Q] y [R] se expresan como:

$$[Q] = \begin{bmatrix} [K] & [0] \\ [0] & [M] \end{bmatrix} \quad (16)$$

Y

$$[R] = [D]^T [K]^{-1} [D] \quad (17)$$

Para diseñar un controlador usando un regulador cuadrático lineal, el índice de actuación (IA) se puede definir como

$$IA = \int_0^{t_f} (\{z\}^T [Q] \{z\} + \{u\}^T [R] \{u\}) dt \quad (15)$$

Minimizando el índice de actuación y cumpliendo la ecuación de estado del sistema estructural obtenemos la ley de realimentación de control de estado:

$$\{u\} = -[R]^{-1}[B]^T[P]\{z\} = -[G]\{z\} \quad (18)$$

siendo [G] la matriz de ganancia del sistema y [P] la matriz de salida de realimentación, obtenida al resolver la ecuación algebraica de Riccati (Leipnik, 1983).

Finalmente, podemos expresar la función objetivo del sistema de control, planteado inicialmente como la minimización de IA, mediante la minimización de una función que tome en cuenta la repuesta obtenida al resolver problema de control y los desplazamientos del sistema estructural (Rao et al. 1988):

$$Fobj_5 = \{z_0\}^T [P] \{z_0\} \quad (19)$$

donde  $\{z_0\}$  representa el vector de deformaciones iniciales, el cual se obtiene al deformar el modelo del edificio al aplicar una carga lateral en el último piso del mismo. En este trabajo se considero una carga de 100 kN.

Así mismo, se podría plantear la optimización del problema de control en función del tiempo de respuesta del amortiguamiento efectivo de la estructura:

$$Fobj_6 = \frac{\{z_0\}^T [P] \{z_0\}}{\{z_0\}^T [Q] \{z_0\}} \quad (20)$$

Los requerimientos del sistema de control se especifican en términos de parámetros estructurales o propiedades dinámicas, los cuales deben comportarse de acuerdo a un patrón predefinido o alcanzar un valor umbral para activar el mecanismo de control diseñado. Generalmente estos parámetros se especifican mediante variables de lazo cerrado de los factores de amortiguamiento ( $\xi_i$ ), frecuencias ( $w_i$ ), deformaciones ( $\delta_i$ ), etc., como se expresa en la siguiente relación

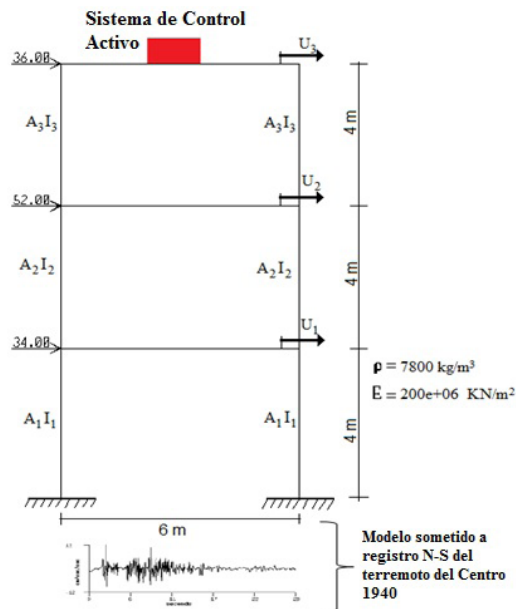
$$\xi_i \geq \xi_{min} \quad (21)$$

En el ejemplo numérico presentado más adelante, el factor de amortiguamiento para el primer piso del modelo debería ser mayor que 0,06 ( $\xi_{min}=0.06$ ), mientras que el amortiguamiento pasivo de la estructura se asume como cero.

## EJEMPLO NUMÉRICO

En la figura 3 se presenta el modelo estructural de un edificio de corte de tres pisos con un sistema de control activo localizado en el último piso. El material empleado en el mismo es el acero, los diafragmas de los pisos se consideran rígidos y se desprecia las deformaciones axiales en las columnas. En cada piso fue considerado una combinación de carga muerta más carga viva equivalente a 56 kN/m, sin incluir el peso de las columnas.

En la tabla 1 se presentan los casos de diseño estudiados para presentar la versatilidad de la herramienta computacional desarrollada. En la misma se presentan las funciones objetivo y restricciones usadas para el problema de diseño estructural multiobjetivo/multidisciplinario. En el caso de diseño 1 se busca obtener la estructura óptima desde el punto de vista estructural considerando tanto cargas verticales como cargas sísmicas, para lo cual se plantea un problema de optimización con dos objetivos que consiste en obtener la estructura óptima con el menor peso posible y que absorba la menor energía producto de la acción sísmica. En el caso 2 se consideró con un solo objetivo de manera de obtener los parámetros para implementar el sistema de control activo para los casos de diseño 3 al 5. Los cuales se plantearon para estudiar la interacción entre el diseño óptimo del sistema estructural con el del sistema de control. Finalmente el caso 5 considera el diseño en conjunto para la optimización multiobjetivo-multidisciplinario del problema objeto de este trabajo.



**Figura 3.** Modelo estructural de edificio de corte de 3 pisos, con dimensiones, cargas y variables de la estructura



**Tabla 1.** Casos de diseño estudiados para el diseño MO/MD del edificio de corte de tres pisos

Caso de Diseño	Objetivos	Restricciones	Sistema de Control
1	Mín. Peso: (Fobj1) Min. Energía Entrada: (Fobj4)	Restricciones sísmica y estructural	Sin sistema de control
2	Mín. Peso: (Fobj1)	Restricciones sísmica y estructural. Calculo de parámetros del sistema de control ( $\xi_i$ )	No activo
3	Mín. Peso: (Fobj1)	Restricciones sísmica y estructural. Aplicar factor de amortiguamiento de lazo cerrado ( $\xi_i$ )	Activo
4	Min. Índice Actuación: (Fobj5)	Restricciones sísmica y estructural. Aplicar factor de amortiguamiento de lazo cerrado ( $\xi_i$ )	Activo
5	Mín. Peso: (Fobj1) Min. Índice Actuación: (Fobj5)	Restricciones sísmica y estructural. Aplicar factor de amortiguamiento de lazo cerrado ( $\xi_i$ )	Activo

Como variables de diseño para la optimización multiobjetivo (caso 1) se consideraron las inercias  $I_i$  de las columnas de cada piso de la estructura. En cambio, cuando se estudió el problema multidisciplinario (casos de diseño 2 al 5) se consideraron las áreas  $A_i$  de las columnas de cada piso de la estructura y los factores de amortiguamiento por piso ( $\xi_i$ ).

A fin de considerar la variación de la masa de cada piso ( $m_i$ ) y la rigidez del mismo ( $EI_i$ ) producto de la variación de las variables de optimización ( $A_i$  o  $I_i$ ), la masa del piso  $i$  de la estructura se obtiene como

$$m_i = \frac{(56 \text{ kN/m}) \cdot 6 m}{g} + 2 \cdot (4 m) \cdot A_i \cdot \rho \quad (22)$$

Donde  $g$  es la aceleración de gravedad,  $\rho$  el peso unitario y  $E$  el módulo de elasticidad del acero ( $E=200 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$  y  $\rho= 7800 \text{ kg/m}^3$ ).

Las secciones de las columnas se diseñaran como perfiles I de ala ancha, de acuerdo a los criterios de AISC -2005, el área ( $A$ ) y el modulo de sección ( $S$ ) se pueden expresar en función del momento de inercia usando las siguientes relaciones

$$A = 0,80\sqrt{I} \quad S = \sqrt[4]{I^3} \quad (23)$$

Usando estas expresiones y haciendo un análisis espectral de la estructura cuando está sometida a la componente N-S del terremoto del Centro 1940 se obtienen las cargas laterales aplicadas en cada piso del modelo. En la figura se presenta su valor para la configuración inicial del sistema ( $F1= 34 \text{ kN}$ ,  $F2= 52\text{kN}$ ,  $F3= 36 \text{ kN}$ ).

Aunque en primera instancia la aplicación de los Algoritmos de tipo Evolutivo no garantiza de manera exacta obtener la frontera real de Pareto, si es que esta existe, numerosos estudios (Debet al. 2002; Zitzler &Thiele, 1999; Zitzler et al. 2001) han demostrado que las soluciones obtenidas por estos métodos si no lo son están muy cercanas a la solución exacta, representando la mejor solución conocida del problema estudiado.

En este sentido, la metodología propuesta en este artículo permite obtener el conjunto de soluciones compromiso de alta calidad y mayor certeza posible de manera que el usuario final pueda tomar la mejor decisión en cuanto al problema que intenta resolver. Con esto en mente y debido al tipo de heurística en la que se basan los algoritmos evolutivos para explorar el espacio de diseño, los resultados que se reportan para la solución compromiso representan la mejor obtenida con un promedio de al menos 20 corridas por cada problema estudiado.

En la Figura 4 se muestra la frontera de Pareto obtenida al resolver el caso de diseño 1. En la misma se puede observar como el menor peso del modelo ( $W_i$ ) fue de 1,5605 kN, mientras que la menor energía absorbida por la estructura ( $E_i$ ) resultó ser de 2,85 kNm.

En la gráfica se puede apreciar la relación inversa entre estos dos objetivos: a menor  $W_i$  la estructura tiende a ser más flexible con lo que se ve más afectada por el sismo obteniendo un valor alto de  $E_i$ . Para este caso la solución compromiso o codo de la curva de frontera de Pareto óptimo se consiguió en (2,811 kN; 5,1635 kNm).

A fin de obtener los parámetros necesarios para evaluar los casos de diseño 3 al 5 fue necesario diseñar la estructura bajo restricciones estructurales solamente (caso 2), de esta manera se pudo calcular la matriz de ganancia del sistema a lazo cerrado  $[G]$  para resolver las ecuaciones 18 y 19.

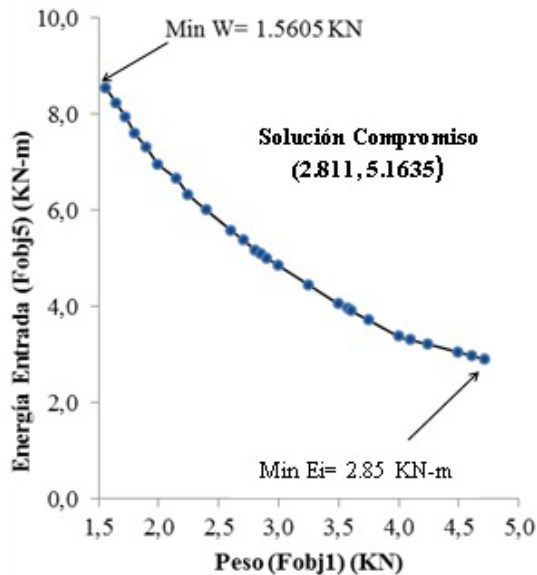


Figura 4. Curva de Pareto obtenida para el caso de diseño 1: Optimización MO, menor peso-menor energía absorbida

Los resultados obtenidos al resolver los casos de diseño 3 al 5 se presentan en la frontera de Pareto mostrada en la Figura 5. En la misma se presenta el mejor peso de la estructura obtenido (caso 3), el mejor índice de actuación IA (caso 4) y la solución compromiso para el problema integrado diseño estructural - diseño de control, mejor ( $W_i$ ,  $P_i$ ).

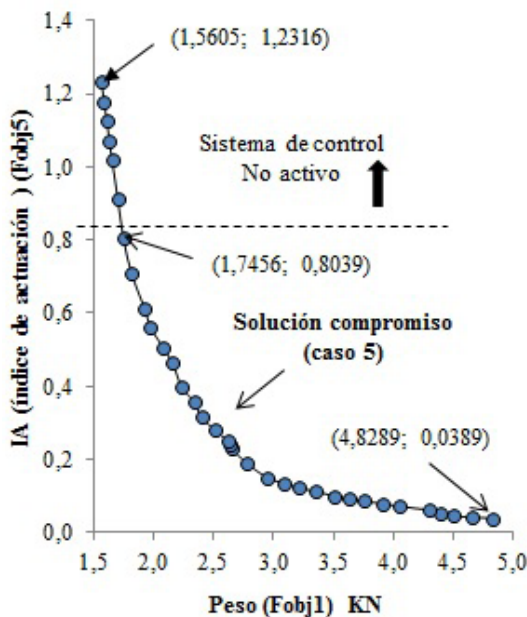


Figura 5. Curva de Pareto obtenida para la optimización MO/MD estructural y del sistema de control del edificio de corte de 3 pisos

Finalmente, en la tabla 2 se presentan los resultados finales del proceso de optimización multiobjetivo – multidisciplinario del modelo estructural del edificio de corte de 3 pisos estudiado en este trabajo.

Tabla 2. Resultados finales problema MO/MD del edificio de corte de tres pisos

Caso	2	3	4	5
<b>VARIABLES DE DISEÑO</b>				
$A_1$ cm <sup>2</sup>	1020,81	1020,33	2580,10	1492,41
$A_2$ cm <sup>2</sup>	866,56	888,50	2579,57	1389,51
$A_3$ cm <sup>2</sup>	612,94	880,54	2579,56	1356,78
<b>FACTORES AMORTIGUAMIENTO</b>				
$\xi_1$	0,02138	0,0600	0,0600	0,060
$\xi_2$	0,16528	0,1746	0,17506	0,17494
$\xi_3$	0,53495	0,5319	0,52965	0,5205
<b>OBJETIVOS</b>				
Peso (Fobj1) (kN)	1,5605	1,7456	4,8289	2,6445
IA (Fobj5)	1,2316	0,8039	0,0389	0,2313

En el caso 2 el sistema de control no está activo y la estructura es diseñada para conseguir su mínimo peso ( $W_2=1,5605$  kN) el cual corresponde a un índice de actuación de  $IA=1,2316$ . Cuando se implementa el sistema de control, y la estructura se diseñada para conseguir el mínimo peso y mantener los requerimientos del sistema de control ( $\xi_1 \geq 0,06$ ), el peso de la estructura se incrementa a 1,7456 kN (un aumento del 12% en el peso de la estructura) pero el índice de actuación (IA) disminuye a 0,8039 (disminución del 35%) de manera de poder satisfacer las restricciones estructurales y lograr que el factor de amortiguamiento se mantenga sobre el límite fijado por la ley de estado del sistema de control.

En la Figura 5 se puede observar la curva de Pareto que representa el conjunto de mejores soluciones compromiso para el comportamiento óptimo de la estructura para la optimización multidisciplinaria propuesta. Como puede apreciarse en la misma, el caso de diseño 3 corresponde al extremo de la curva de Pareto que corresponde a los diseños con menor peso y mayor índice de actuación. Mientras que el caso 4 se ubica en el otro extremo de la curva, donde se consiguen los diseños con el máximo peso y el mínimo índice de actuación IA. Finalmente, en el caso de diseño 5 donde el sistema de optimización estructural/control está completamente implementado, la metodología propuesta consigue la solución compromiso ( $W_i= 2,6445$  kN,  $IA=0,2313$ ) que hace mejor uso de los recursos y genera un diseño en conjunto más efectivo.

Comparando la solución obtenida al considerar el diseño multiobjetivo (caso 1) con respecto al diseño multiobjetivo/multidisciplinario (MO/MD, caso 5), se puede apreciar que este último consigue una estructura con un peso ligeramente menor al pasar de 2,811 kN a 2,6445 kN, pero al mismo tiempo se logra reducir considerablemente la cantidad de energía absorbida por la estructura, representado por la disminución de 95,52% del Índice de Actuación (IA). En vista de estos resultados, se puede concluir que el diseño MO/MD representa una solución más cercana al óptimo o cuasi óptimo global del problema planteado, lo cual se traduce en un manejo y utilización más eficiente y efectiva de los recursos estructurales y de control que posee la estructura analizada.

A fin de evaluar la calidad del conjunto-óptimo-de Pareto obtenido en la optimización MO/MD se evaluaron las métricas de actuación descritas en Coello et al. (2007) y Deb (2001) para el caso 5. Entre las distintas métricas existentes en la literatura, el algoritmo es evaluado en términos de la proximidad al mejor conjunto de Pareto (Distancia Generacional GD, y el Hiper-Volumen Normalizado HVR), así como en términos de la diversidad de las soluciones óptimas ( $\Delta$ ). En cuanto a la proximidad, algoritmos con valores GD que tiendan a cero (o con valores de HVR que tiendan a uno) son preferibles; para la diversidad de soluciones se prefieren aquellos algoritmos con valores de  $\Delta$  pequeños, siendo una indicación de mayor diversidad y de distribución más uniformes a lo largo de la frontera de Pareto. Los valores obtenidos en las métricas anteriores:  $GD = 0,01118 \pm 0,00012$ ,  $HVR = 0,99882 \pm 0,00005$  y  $\Delta = 0,31768 \pm 0,02375$  demuestran la calidad de la solución encontrada.

## CONCLUSIONES

En este artículo se presentó y discutió un enfoque multidisciplinario para la optimización de estructuras según criterios estructurales considerando la acción sísmica y un sistema de control activo para el diseño de “Edificios Inteligentes”. El diseño simultáneo del sistema estructural/control es necesario para obtener el sistema de control ideal con un mínimo costo.

Las estructuras que se encuentran en el mundo real son multimodales por naturaleza, su optimización considerando un solo objetivo generalmente conduce a diseños estructurales ideales que no se apegan al comportamiento real observado de las mismas. En este sentido, el estudio y desarrollo de herramientas de optimización del diseño que se apeguen más a la realidad, donde se deben satisfacer objetivos que muchas veces son contradictorios entre

sí, como el presentado en este trabajo, son importantes para ayudar a los diseñadores a concebir estructuras más eficientes en diferentes escenarios o bajo la consideración de diferentes disciplinas. En última instancia la incorporación de este tipo de herramientas asegura que el proceso de diseño ingenieril sea más confiable y robusto.

## AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo fue realizado con los auspicios del Decanato de Investigación de la Universidad Simón Bolívar y el Fondo Nacional para la Ciencia y la Tecnología FONACIT.

## REFERENCIAS

- ANNICCHIARICO, W., PERIAUX, J., CERROLAZA, M., WINTER, G. (2005), *Evolutionary Algorithms and Intelligent Tools in Engineering Optimization*. Cimme Barcelona WitPress (Edt) Southhampton, Boston, 345 p.
- ABIDO, M. (2002). Optimal design of power system stabilizers using particle swarm optimization, *IEEE Trans Energy Conversion*, Vol. 17, No. 3, pp. 406–413.
- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION, AISC STEEL CONSTRUCTION MANUAL. (2005). 13th Edition.
- BÄCK, T. (1996). *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice*. Oxford University Press, New York
- BEYER, H-G. & SCHWEFEL, H-P. (2002). *Evolution Strategies: A Comprehensive Introduction*. Natural Computing, 1(1), pp.:3-52. (DOI: 10.1023/A:1015059928466) Kluwer Academic publisher.
- CHENG, Y. F. & LI, D. (1996). Multiobjective Optimization of Structures with and without Control, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 19(2), pp.:392-397
- COELLO, C. (2002). Theoretical and Numerical Constraint-Handling Techniques used with Evolutionary Algorithms: A Survey of the State of the Art. *Computer Methods in Applied Mech and Engng* 8(2):1245–1287
- COELLO, C. & LUNA, E. (2003). Use of particle swarm optimization to design combinational logic Circuits, Tyrell A, Haddow P, Torresen J, editors. 5th International conference on evolvable systems: from biology to hardware, ICES 2003. Lecture notes in computer science, vol. 2606. Springer, Trondheim, Norway, pp. 398–409.

- COELLO, C., LAMONT, G., VAN VELDHIJZEN, D. (2007). Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems. p. 810. Springer 2 Ed. (ISBN 978-0-387-33254-3)
- DARWIN, C. (1859). On the origin of species by means of natural selection, or the preservation of favoured races in the struggle for life. London: John Murray.
- DEB, K. (2001). Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms. John Wiley & Sons, LTD, NY. p. 491. (ISBN 047187399-X)
- DEB, K., PRATAP, A., AGARWAL, S., MEYARIVAN, T. (2002). A Fast and Elitist MultiObjective Genetic Algorithm: NSGA-II. IEEE Trans Evol. Comput. 6(2):182–197.
- EBERHART, RC. & KENNEDY, J. (1995). A New Optimizer Using Particle Swarm Theory, Proceedings Sixth Symposium on Micro Machine and Human Science, pp. 39–43. IEEE Service Center, Piscataway, NJ.
- EBERHART, RC., SIMPSON, P., DOBBINS, R. (1996). Computational Intelligence PC Tools. Academic Press
- COVENIN-MINDUR-FUNVISIS. (2001). Edificaciones Antisismicas 1756-2001, 190 págs.
- FOGEL, D. (1996). Evolutionary Computation: Towards a New Philosophy of Machine Intelligence. IEEE Press, Piscataway, NJ
- FOURIE, P. & GROENWOLD, A. (2002). The particle swarm optimization algorithm in size and shape optimization, Struct Multidiscip Optimiz, Vol. 23, No. 4, pp. 259–267.
- GOLDBERG, D (1989) Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. Addison Wesley, Reading, MA
- GOLDBERG, D. E. & SANTANI, M. P. (1986). 'Engineering Optimization via Genetic Algorithms'. Proceedings of the Ninth conf. On Elect. Comp., ASCE, New York, pp. 471-482.
- GRECO, R. & MARANO, G.C. (2011). Optimal Constrained Design Of Steel Structures By Differential Evolutionary Algorithms Int. J. Optim. Civil Eng., 3:449-472.
- HASSAN, R., COHANIM, B., DE WECK, O., VENTER, G. (2005). A comparison of particle swarm optimization and the genetic algorithm, 1st AIAA multidisciplinary design optimization specialist conference, Paper No. AIAA-2005-1897, Austin, TX.
- INTERNATIONAL CODE COUNCIL (1997), 1997 Uniform Building Code, Vol. 2: Structural Engineering Design Provisions, 492 p, ISBN-10: 1884590896.
- KENNEDY, J. & EBERHART, RC. (1995). Particle Swarm Optimization. Proceedings IEEE International Conference on Neural Networks, IV: pp. 1942–1948.. IEEE Service Center, Piscataway, NJ.
- KENNEDY, J. (1998). the behavior of particles. In: Porto VW, Saravanan N, Waagen D and Eiben AE (eds) Evolutionary Programming VII, pp. 581–590. Springer
- KENNEDY, J. & EBERHART, RC. (2001). Swarm Intelligence. Morgan Kaufmann Publishers
- KICINGER, R., ARCISZEWSKI, T., AND DE JONG, K. A. (2005). Evolutionary computation and structural design: a survey of the state of the art. Computers & Structures, 83(23-24), 1943-1978.
- KOZA, JR. (1992). Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection. MIT Press, Cambridge, MA.
- LEIPNIK, R. B. (1983). A Canonical Form and Solution for the Matrix Riccati Differential Equation, J. Austral. Math. Soc. Ser. B 26 (1985), 355-361
- LEIPLIOLZ, H.H.E. & ABDEL-ROHMAN, M. (1985). Control of structures, Structural Control, H.H.E. Leipholz Editor, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, The Netherlands.
- MICHALEWICZ, Z. (1994). Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs. Springer, Berlin.
- MILLONAS, MM. (1994). Swarms, phase transitions, and collective intelligence. In: Palaniswami M, Attikiouzel Y, Marks R, Fogel D and Fukuda T (eds) Computational Intelligence: A Dynamic System Perspective, pp. 137–151. IEEE Press, Piscataway, NJ
- RAO, S. S., VENKAYYA, V. B., KHOT, N. S. (1988). Game theory approach for the integrated design of structures and controls, AIAA Journal, 26(4), pp.: 463-469.
- RECHENBERG, I. (1994). Evolution Strategy. In: Zurada JM, Marks RJ II and Robinson C (eds) Computational

Intelligence: Imitating Life. IEEE Press, Piscataway, NJ

SHI, Y & EBERHART, RC. (1998). Parameter selection in Particle Swarm Optimization. In: Porto VW, Saravanan N, Waagen D and Eiben AE (eds) Evolutionary Programming VII, pp. 611–616, Springer.

VAN DEN BERGH, F. (2002). An analysis of particle swarm optimization. Ph.D. thesis, Faculty of Natural and Agricultural Science, University of Pretoria. South Africa.

VENTER, G. & SOBIESZCZANSKI-SOBIESKI, J. (2004). Multidisciplinary optimization of a transport aircraft wing using particle swarm optimization, Struct Multidiscip Optimiz, Vol. 26, No. 1–2, pp. 121–131.

ZHENG, Y., MA, L., ZHANG, L., QIAN, J. (2003). Robust pid controller design using particle swarm optimizer, IEEE international symposium on intelligence control, pp. 974–979.

ZITZLER, E. & THIELE, L. (1999). Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach. IEEE Trans. Evol. Comput. 3(4):257–271.

ZITZLER, E., LAUMMANS, M., THIELE, L. (2001). SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm. TIK Report No. 103. Swiss Federal Institute of Technology (ETH). Computer Engineering and Networks Laboratory (TIK).