

DETERMINACIÓN DEL RANGO DE APLICABILIDAD DEL MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO EN EL ANÁLISIS DE CODOS DE TUBERÍA

JOHANE HANS BRACAMONTE¹, MANUEL MARTÍNEZ¹ Y MARCO GONZÁLEZ²

¹Universidad Central de Venezuela, Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Mecánica, Departamento de Diseño, Caracas 1041-A, Venezuela. e-mail:johanehb@gmail.com, mjmartinezster@gmail.com

²Universidad Simón Bolívar, Departamento de Mecánica, Valle de Sartenejas, Edo. Miranda 9995, Venezuela. e-mail: margdleon@usb.ve

Recibido: agosto de 2007

Recibido en forma final revisado: marzo de 2008

RESUMEN

En el presente trabajo se calculan los índices de esfuerzos y los factores de flexibilidad para momentos aplicados dentro y fuera del plano en codos de tubería utilizando el método de elementos de contorno (MEC). Este método ha demostrado buen desempeño en el estudio elástico de sólidos semi-infinitos, sólidos de pared gruesa e inclusive en placas de pared delgada. El objetivo de este trabajo es determinar el rango de aplicabilidad del mismo a cascarones cilíndricos y geometrías no lineales, tal es el caso de codos de tubería, elementos de particular interés industrial. Para llevar a cabo este estudio se utilizaron nueve modelos de codos de tubería de geometría comercial, todos los modelos fueron mallados utilizando una cantidad y distribución idéntica de nodos y elementos, el número de elementos fue escogido de tal forma que se obtuvieran buenos resultados en tiempos de cálculo competitivos con respecto a otros métodos. Los resultados obtenidos fueron comparados con las expresiones encontradas en las normas ASME y contra los factores sometidos al factor de corrección propuesto por Thomas (1981). Se encontró que el método muestra buenos resultados dentro de un rango de esbeltez (relación diámetro espesor) entre 10 y 23, por encima del cual los modelos presentan un colapso de la sección transversal del extremo cargado.

Palabras clave: Método de Elementos de Contorno, Índice de esfuerzo, Factor de flexibilidad, Codos de tubería.

DETERMINATION OF THE APPLICABILITY RANGE OF THE BOUNDARY ELEMENT METHOD IN THE STUDY OF PIPING ELBOWS

ABSTRACT

Stress indexes and bend flexibility factors, for in-plane and out-plane bending moments applied to piping elbows, were calculated using the Boundary Element Method (BEM). This method has proved to be very effective in the elastic study of semi-infinite solids, thick wall solids and even thin walled shells. The objective of this work is to determine the range of applicability of the BEM to the analysis of cylindrical thin walled shells and non-linear geometries, in this case piping elbows, objects of particular industrial interest. For this study, nine models of elbows with commercial geometries were used, all were meshed using an identical quantity and distribution of nodes and elements. The total number of elements was chosen in a way that the time consumed were competitive in comparison with other methods. The results of the simulations were compared with the analytical expressions found in the codes, and with the expressions corrected by the factors proposed by Thomas (1981). These results indicates that the BEM its applicable in a range of the diameter thickness ratio between 10 and 23.

Keywords: Boundary Element Method, Stress Index, Flexibility factor, Piping elbows, Pipe bends.

INTRODUCCIÓN

Los métodos numéricos se han convertido en una de las

principales herramientas para el diseño mecánico de componentes presurizados, ya que la tendencia de optimizar su diseño, reduciendo los factores de seguridad, genera

análisis de ingeniería cada vez más complejos, que difícilmente pueden ser desarrollados por métodos analíticos, por la vía experimental (generalmente de alto costo), o por normas de ingeniería, en muchos casos muy conservadores.

El desarrollo obtenido por el método de elementos finitos (MEF) y el método de elementos de contorno (MEC) en este campo, soportan esta realidad. El MEF es usado en la mayoría de los problemas que se resuelven en el área de análisis de esfuerzos de componentes presurizados, debido básicamente a su fácil aplicación, está comercialmente muy desarrollado y genera resultados lo suficientemente precisos en la mayoría de los casos evaluados; sin embargo, en algunos casos el MEF puede tener problemas de convergencia o converger a resultados erróneos (Liu, 1998). Comparativamente, la principal característica del MEC es la reducción de la dimensión del problema (Aliabadi, 2002); de esta manera, los problemas tridimensionales pueden ser analizados con base en elementos bidimensionales, lo cual pudiera permitirle a los diseñadores requerir un menor tiempo para establecer las características más representativas del modelo a ser analizado. Adicionalmente, el MEC genera resultados de mayor precisión en análisis de esfuerzos, además de ser enfocados hacia los verdaderos requerimientos, como lo es conocer lo que sucede en la superficie del componente presurizado (Becker, 1992). Sin embargo, este mismo autor indica que el MEC presenta un pobre desempeño en el análisis de elementos de pared delgada, tema de este trabajo. Debido a esta situación, algunos autores (Ren & Fu, 1998; Aliabadi, 2002; Dirgantara & Aliabadi, 2006) han desarrollado formulaciones basadas en elementos tipo shell, lo cual permite modelar de manera más precisa la configuración física de este tipo de estructuras; sin embargo, esto implica dificultades matemáticas aún mayor a la que generalmente se le otorga al MEF.

En contraposición, Liu (1998) menciona que el MEC, en su formulación convencional para elasticidad tridimensional, puede ser aplicado con ventaja en los componentes de pared delgada, ya que se pueden evitar los problemas de integración para los casos donde el punto de colocación esté muy cercano al elemento en evaluación, introduciendo cambios en la manera de evaluar la integral cuasi-singular que se genera en esos casos, tales como aumentar el número de puntos en la integración de Gauss (Rigby, 1995), subdividir el elemento en el número de partes requerido para disminuir la inexactitud en la integración (Aliabadi, 2002) o convertir la integral cuasi-singular en una integral de línea (Liu, 1998). Además, el autor señala que los elementos tipo shell son poco flexibles, ya que requieren de un espesor uniforme para su correcta simulación. González & Martínez

(2006) presentaron un trabajo que reporta la utilización del MEC en el análisis de esfuerzos en recipientes a presión horizontales apoyados en dos sillas, con resultados acordes a los obtenidos utilizando métodos de ingeniería usuales en la industria, pero que requieren una mayor refinación de los modelos utilizados.

Por su parte, los codos de tubería son elementos que han sido ampliamente estudiados, debido a su importancia dentro de la disciplina de análisis de flexibilidad en sistemas de tuberías. El primer trabajo referido al comportamiento de codos de tubería bajo carga fue publicado en 1910 por Batlin (Kellogg, 1956) en donde se registró por vez primera el fenómeno de ovalización de la sección transversal de un codo, al ser sometido a momentos flectores. Posteriormente Von Karman (Kellogg, 1956) dio inicios a una serie de estudios analíticos que culminaron en 1945 con la publicación de las expresiones analíticas de Beskin (Kellogg, 1956) para el cálculo de la magnitud de la concentración de esfuerzos para momentos aplicados dentro y fuera del plano. Los resultados de estos estudios han sido validados numerosas veces a través de resultados y observaciones empíricas (Kellogg, 1956). Algunos trabajos han sido realizados para analizar los esfuerzos en codos sometidos a momentos y cargas axiales con algún tipo de restricción o condiciones de frontera, entre los que destaca Thomas (1981), quien a través de un estudio de varios modelos utilizando el Método de Diferencias Finitas, determinó que la unión de tuberías o bridas a un codo soportando momentos aplicados dentro y fuera del plano, genera una pérdida relevante de flexibilidad en el codo, a la vez que genera una disminución en los índices de esfuerzos del sistema, con respecto a los publicados en el código ASME Sección III.

El presente artículo explora el comportamiento del MEC en su formulación tridimensional basada en la teoría de la elasticidad, aplicado a un sistema típicamente definido como elemento de pared delgada sometido a presión y otras cargas externas, con el objeto de determinar el rango de aplicación del MEC para este tipo de problemas, y usando el método de subdivisión de los elementos para la integración numérica de los elementos con característica cuasi-singular (Aliabadi, 2002).

Este trabajo presenta una breve descripción de la formulación del MEC, las premisas que se establecieron para desarrollar el trabajo, que incluye el modelo, la discretización del contorno y las condiciones de borde, las variables incluidas en la evaluación: factores de flexibilidad e índices de esfuerzos, los resultados obtenidos con su correspondiente análisis, para finalizar con las conclusiones del trabajo.

FORMULACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO

El MEC es un método numérico de implementación relativamente reciente en comparación con técnicas numéricas más popularizadas en el uso de la ingeniería, tal es el caso del MEF. Este método forma parte de un grupo conocido como métodos de dominio, en los cuales se discretiza todo el dominio del sólido en estudio junto a las ecuaciones que gobiernan el fenómeno, de tal forma que se satisfagan total o parcialmente las condiciones de borde. En el MEC, la discretización se hace únicamente en la frontera del dominio de estudio, lo cual genera que el proceso de mado sea mucho más sencillo y un tamaño de mallas más pequeño. No obstante, a medida que la magnitud de la frontera se hace importante frente a la magnitud del dominio, como es el caso de sólidos de pared delgada, el error por la aproximación hecha en la frontera cobra mayor importancia, por lo que es necesario introducir una cantidad mayor de elementos. Sin embargo, ya que la formulación matemática del MEC es más compleja, sus matrices son llenas a diferencia del MEF, por ejemplo, por lo que si el número de elementos es muy elevado, el método deja de ser económico desde el punto de vista de tiempo de cálculo cuando se le compara con otros métodos.

El análisis de esfuerzos en el sistema codo – tubería se basa en las ecuaciones de Navier (Cruse, 1969) de elasticidad lineal, en ausencia de fuerzas de cuerpo o de volumen, no incluidas en el análisis:

$$\left(\frac{1}{1-2\nu}\right)u_{j,ji} + u_{i,jj} = 0 \quad (1)$$

donde:

u es el vector desplazamiento y ν es la Relación de Poisson del material. Esta ecuación (1) se resuelve mediante la utilización de las soluciones fundamentales de Lord Kelvin y aplicando el Teorema de Recíprocos de Betti, obteniendo la Ecuación Integral del Contorno del problema, conocida como la Identidad de Somigliana (Aliabadi, 2002):

$$u_i(p) = \iint_S t_j(Q)U_{ij}(Q,p)dS - \iint_S u_j(Q)T_{ij}(Q,p)dS \quad (2)$$

donde:

p es el punto de colocación, y Q un nodo perteneciente al contorno.

La forma discretizada de la ecuación (2) que representa la transformación de las fuerzas de cuerpo al contorno, es:

$$c u_i + \sum_{j=1}^n \left(u_j \iint_{\Delta S_n} T_{ij} dS \right) = \sum_{j=1}^n \left(t_j \iint_{\Delta S_n} U_{ij} dS \right) \quad (3)$$

$$c u_i + \sum_{j=1}^n (u_j \Delta T_{ij}) = \sum_{j=1}^n (t_j \Delta U_{ij}) \quad (4)$$

La ecuación (4) puede ser expresada en forma matricial de la siguiente manera:

$$\{c[1] + [\Delta T]\}\{u\} = \{\Delta U\}\{t\} \quad (5)$$

Las matrices $[\Delta T]$ y $[\Delta U]$ contienen todos los valores de esfuerzo y desplazamiento calculados por la integración de las soluciones fundamentales en el contorno. Luego se aplican las condiciones de borde mixtas conocidas (desplazamientos y tracciones), y se obtienen vectores $\{u\}$ y $\{t\}$ con unos valores conocidos y otros desconocidos. Si estos términos se arreglan, pasando todos los coeficientes relacionados con las incógnitas a una nueva matriz $[A]$ y los valores conocidos a una nueva matriz $[B]$, se obtiene un sistema de ecuaciones lineales $[A]\{X\} = [B]$, que al resolverse genera los valores de desplazamiento y esfuerzo desconocidos, incluidos en el vector $\{X\}$.

Para la integración numérica de los elementos regulares se utilizó Cuadratura de Gauss con 16 puntos de integración; para los elementos cuasi-singulares se utilizó el método de Gauss aplicado a elementos subdivididos (Aliabadi, 2002); para los elementos que contienen el punto de colocación y $p \neq Q$, la integración se realizó mediante la división del elemento cuadrilátero en triángulos, a través de una transformación adicional de variables; mientras que cuando $p = Q$, se utilizó el concepto de traslación de cuerpo rígido, que implica que los vectores tracción en cualquier elemento del contorno son iguales a cero (Becker, 1992).

PREMISAS DEL TRABAJO

Modelos

Se plantea el análisis con el MEC de un sistema codo tubería con diversas condiciones de carga para diferentes geometrías. Los codos de tubería fueron modelados como cascarones toroidales perfectos, manteniendo constante el diámetro y el espesor en toda la pieza; adicionalmente se incorporaron a cada extremo del codo, tramos rectos de tubería de longitud igual a tres veces el diámetro, con el

objeto de asegurar que las condiciones de borde afecten al mínimo el comportamiento del codo (Thomas, 1981). Los tramos rectos de tubería fueron simulados como cilindros, con una unión perfecta al codo.

Se consideraron nueve modelos de codos radio largo de acero al carbono, con diámetros externos que varían de 60,33 mm (2,375 pulgadas) a 273,05 mm (10,75 pulgadas), con características geométricas comerciales. Los modelos analizados y sus dimensiones se presentan en la tabla 1.

Tabla 1. Características geométricas de los codos.

Modelo	D(mm)	T(mm)	D/T	h
1	60,33	3,91	15,42	0,37
2	60,33	5,54	10,89	0,56
3	88,90	5,49	16,20	0,36
4	114,30	6,02	18,99	0,31
5	114,30	8,56	13,35	0,47
6	168,28	7,11	23,66	0,25
7	219,08	7,04	31,14	0,19
8	219,08	8,18	26,79	0,22
9	273,05	6,35	43,00	0,14

Las características elásticas del material utilizadas en el estudio son:

- Módulo de Young (E): 203,4 Gpa.
- Relación de Poisson: 0,3.

Los casos de carga simulados fueron momentos aplicados dentro y fuera del plano en un extremo del codo, mientras en el extremo opuesto se impuso un vínculo tipo anclaje. En la figura 1 se presentan las geometrías de los modelos y los casos de carga.

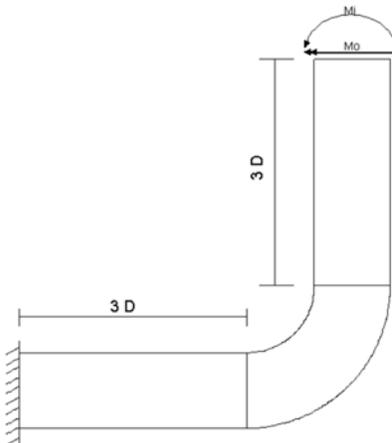


Figura 1. Geometría típica del sistema codo - tubería y ejemplo de caso de carga.

Discretización del contorno

Las mallas utilizadas están constituidas por elementos cuadriláteros cuadráticos, es decir, cuatro lados y ocho nodos. Una cantidad y distribución idéntica de elementos fueron utilizadas para cada modelo, de tal forma que la mayor cantidad se encontraran en las zonas críticas, obteniéndose la siguiente estructura:

- dieciséis divisiones en la dirección circunferencial de la sección transversal.
- dos divisiones en la dirección radial de la sección transversal de ambos extremos.
- cinco divisiones en la dirección longitudinal del tramo recto del extremo cargado.
- 3 divisiones en la dirección longitudinal del tramo recto del extremo restringido.
- doce divisiones en la dirección longitudinal del codo.

De esta manera, para cada modelo se obtuvo un contorno discretizado con 704 elementos y 2112 nodos; en la figura 2 se presenta un ejemplo de la malla obtenida.

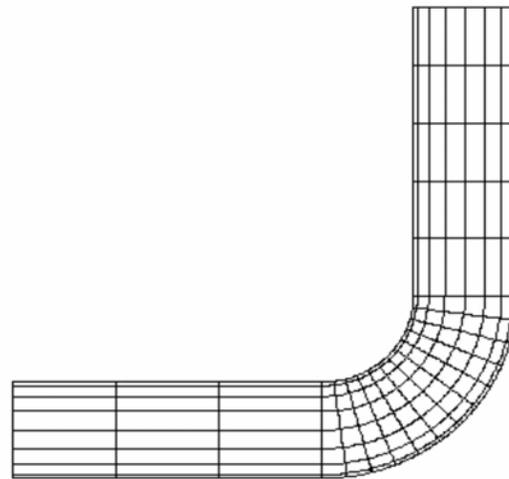


Figura 2. Malla utilizada en la simulación.

Condiciones de borde

En cuanto a las condiciones de borde, se estableció que los anclajes se simularan restringiendo a cero el desplazamiento de todos los nodos pertenecientes a la superficie anclada. Las condiciones de borde, que representan a los momentos aplicados sobre el sistema, se obtuvieron variando linealmente la magnitud del esfuerzo medio de cada elemento

con respecto a su distancia al eje neutro y prescribiendo el esfuerzo máximo como unitario y ubicado en la fibra más alejada del eje neutro, tal como se muestra en la figura 3.

Con este procedimiento se establecieron las siguientes aproximaciones:

- Los elementos se consideran secciones de cascarones cilíndricos perfectos.
- La distribución de esfuerzos en una sección anular se supone lineal con respecto a la distancia al eje neutro.
- Los esfuerzos normales prescritos en cada elemento son estáticamente equivalentes a una fuerza puntual normal aplicada en el centroide del elemento.

Todos los elementos están uniformemente espaciados.

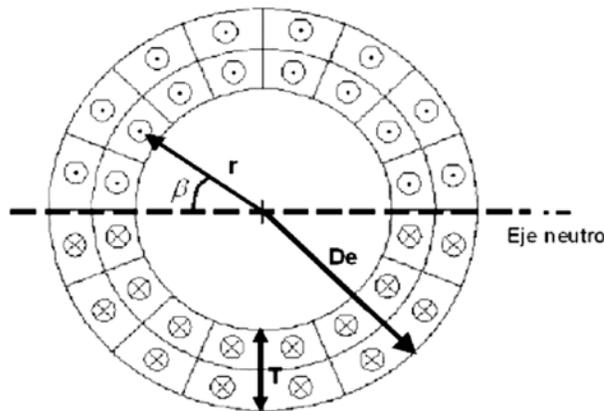


Figura 3. Distribución de esfuerzos en la sección transversal del sistema.

VARIABLES EVALUADAS

Factores de flexibilidad (k)

El factor de flexibilidad (k) es definido como la relación entre la rotación por unidad de longitud del componente estudiado ($\theta_{componente}$) y la rotación por unidad de longitud de un tramo recto de tubería de propiedades equivalentes ($\theta_{tubería}$), al ser sometidos al mismo momento flector (M). Dicho factor se calcula con la siguiente ecuación:

$$k = \frac{\theta_{componente}}{\theta_{tubería}} = \frac{\theta_{componente} \cdot E \cdot I}{M \cdot l} \quad (6)$$

donde:

I es el momento de inercia del componente respecto a su eje neutro y l es la longitud recta de tubería (Diehl, 2002).

Para el cálculo de la rotación del componente se siguió un procedimiento similar al usado por Thomas (1981), esto es la diferencia de la rotación de cada uno de sus extremos. Para momentos dentro del plano, la rotación de cada extremo fue calculada como la pendiente de la recta de mejor ajuste del desplazamiento axial de los nodos a lo largo del diámetro. En la figura 4 se indica la rotación de cada extremo.

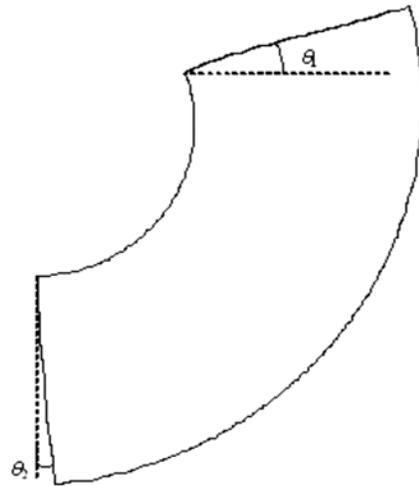


Figura 4. Rotación de los extremos de un codo.

Índices de esfuerzos (C_2)

El máximo esfuerzo obtenido en el codo puede ser definido como secundario según el código ASME Sección III (Thomas, 1981):

$$C_2 = \frac{\sigma}{S} \quad (7)$$

El índice de esfuerzo (C_2) relaciona el máximo esfuerzo encontrado en la pieza (σ) y un esfuerzo nominal (S), el cual puede ser definido como el esfuerzo máximo obtenido en un tramo recto de tubería de características equivalentes al ser sometido a un momento idéntico.

Los índices de esfuerzos fueron calculados directamente como el máximo esfuerzo obtenido en la pieza, debido a que el máximo esfuerzo asignado es unitario.

RESULTADOS

Factores de flexibilidad (k)

En la tabla 2 se presentan los factores de flexibilidad (k) obtenidos de las simulaciones, basados en las características geométricas de cada modelo reportadas en la tabla 1.

Tabla 2. Resultados de las simulaciones.

Modelo	k	C _{2i}	C _{2o}
1	3,01	3,51	2,43
2	1,96	2,71	1,94
3	3,01	3,44	2,49
4	3,24	3,50	2,65
5	2,33	3,02	2,18
6	4,04	4,00	2,84
7	3,48	3,07	4,01
8	4,31	4,48	2,92
9	42,5	3,62	3,05

El factor de flexibilidad calculado para cada modelo es comparado con la expresión encontrada en las normas ASME (2000), y con una curva corregida por un factor de 0,855 propuesto por Thomas (1981); adicionalmente se calculó el error relativo en función de la curva corregida por dicho autor. Los resultados de estas comparaciones se muestran en la tabla 3.

Las figuras 5 y 6 muestran la variación de k versus la flexibilidad característica y la esbeltez, respectivamente. La figura 7 muestra el error relativo de los valores de k obtenidos versus la esbeltez (D/T). En las figuras no se representa el modelo 9 para evitar problemas de escala.

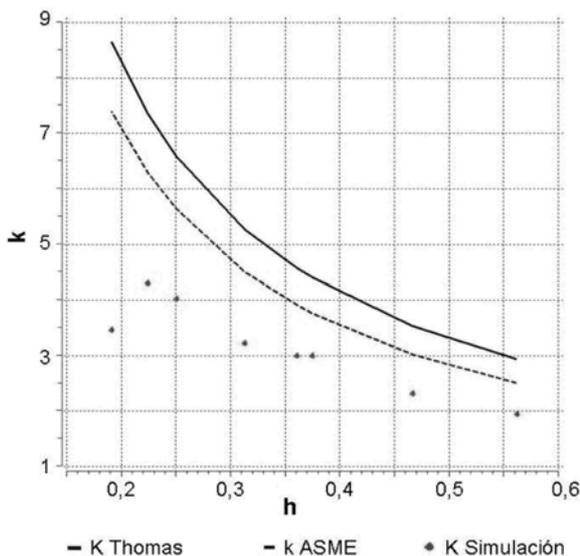


Figura 5. Factor de flexibilidad del codo vs. flexibilidad característica.

El factor de flexibilidad calculado para modelos de codos dentro de un rango de D/T entre 10 y 23, resultó ser alrededor de un 25% menor al factor de flexibilidad corregido en un 14,5% por la unión a codos, según las observaciones de Thomas (1981).

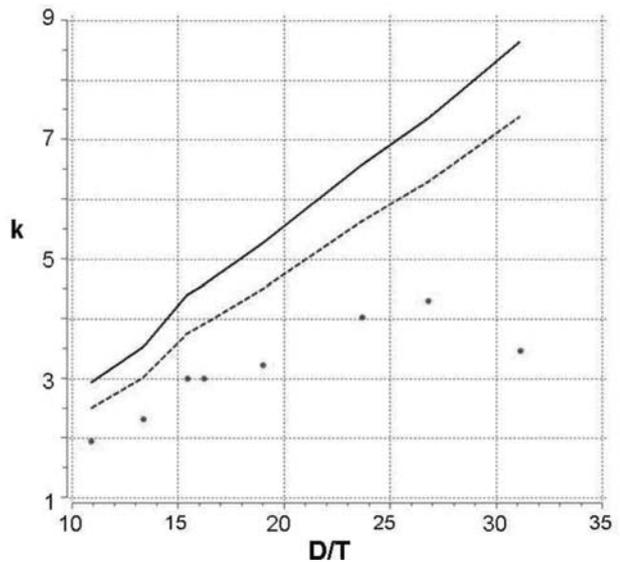


Figura 6. Factor de flexibilidad vs. esbeltez.

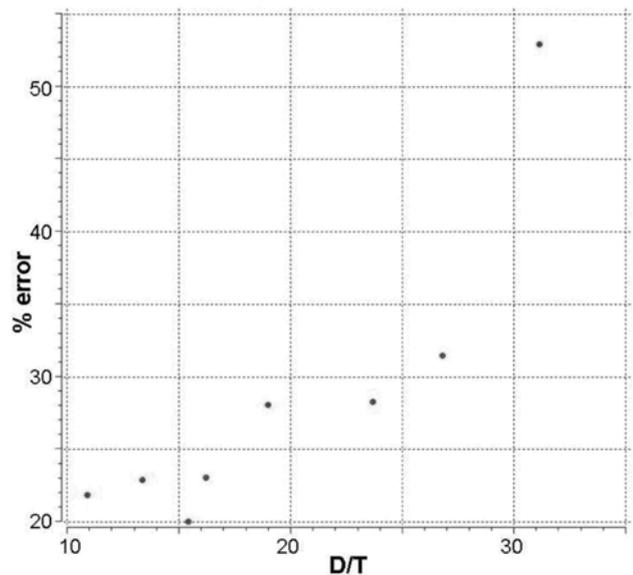


Figura 7. Error relativo entre k de la simulación y el calculado por Thomas vs. esbeltez del codo.

Se observa en las tres gráficas anteriores una tendencia clara de crecimiento del error a medida que aumenta la esbeltez del modelo; sin embargo, el error se mantiene por debajo del 30% hasta alcanzar una esbeltez (D/T) de 23, valor a partir del cual el error comienza a incrementarse aceleradamente hasta llegar a un valor de 310% aproximadamente para un valor de esbeltez (D/T) de 43; el motivo de este desmesurado crecimiento es un colapso de la sección transversal al cual se le prestará especial atención en una sección siguiente.

Para el rango en el cual el valor permanece acotado, se observa una tendencia de los resultados a seguir, por debajo, las curvas obtenidas por Thomas (1981) y las reportadas por ASME (2000), lo que indica que la simulación predice una rigidez mayor a los valores usados en la práctica de la ingeniería.

Tabla 3. Tabla comparativa para valores de k.

Modelo	k norma	k Thomas	k simulación	Error relativo (%)
1	4,40	3,77	3,01	20,07
2	2,93	2,51	1,96	21,88
3	4,58	3,91	3,01	23,08
4	5,27	4,51	3,24	28,12
5	3,54	3,02	2,33	22,92
6	6,59	5,63	4,04	28,30
7	8,65	7,39	3,48	52,94
8	7,36	6,29	4,31	31,51
9	12,13	10,37	42,5	309,88

Índices de esfuerzos (C_2)

Los índices de esfuerzos (C_2) fueron comparados con la expresión encontrada en la norma ASME y las corregidas por los factores de 0,92 (C_{2i}) y 0,552 (C_{2o}) propuestos por Thomas (1981), para momentos aplicados dentro y fuera del plano, respectivamente. En la tabla 4 y en las figuras 8 hasta la 13, se muestran estos resultados.

Para ambos índices de esfuerzos se observa un comportamiento similar; los puntos se ajustan muy bien para modelos poco esbeltos. El error relativo va disminuyendo a medida que aumenta la esbeltez, hasta alcanzar un valor mínimo,

luego del cual el crecimiento es suave hasta que la esbeltez (D/T) alcanza un valor aproximado de 26, después del cual el crecimiento del error es mucho más acelerado (figura 10 y 13). El índice de esfuerzos para momentos fuera del plano (C_{2o}) presenta errores más altos en modelos menos esbeltos, pero errores más bajos cuando el crecimiento acelerado se presenta.

El error que se presenta en modelos robustos ($D/T < 15$) puede explicarse al tomar en cuenta que las ecuaciones encontradas en las normas ASME están basadas en el modelo analítico de Beskin (Departamento de Energía de los Estados Unidos de América, 2005), las cuales parten de una serie de simplificaciones fundamentadas en suponer que el espesor es mucho más pequeño que el diámetro (cuerpos de pared delgada), condición que no se cumple en los modelos robustos.

Por otra parte, en los modelos robustos para momentos aplicados dentro del plano, se observa un alza en los esfuerzos en el intrados del codo, lo cual ocurre por el incremento en los efectos de compresión a medida que la pared del codo se hace más gruesa. La figura 14 permite comparar la distribución de esfuerzos hacia el intrados de los modelos 5 y 6.

En la figura 15 se presentan los resultados para el Modelo 1, en cuanto a la distribución de esfuerzos en la superficie del codo se refiere. Allí se verifica que ésta concuerda claramente con los trabajos analíticos y experimentales previos. Para el caso de momentos aplicados dentro del plano, el máximo esfuerzo se encuentra en el centro del arco hacia el lado del codo, el conjunto de esfuerzos más elevados se encuentra distribuido siguiendo el arco del codo y extendiéndose hacia los extremos del mismo, esto concuerda con la propagación de la grieta observada en ensayos destructivos (Markl, 1952). En cuanto a momentos aplica-

Tabla 4. Tabla comparativa para valores de índices de esfuerzos.

Modelo	C_2 norma	C_{2i} Thomas	C_{2i} simulación	Error relativo (%)	C_{2o} Thomas	C_{2o} simulación	Error Relativo (%)
1	3,75	3,45	3,51	1,68	2,25	2,43	7,93
2	2,86	2,63	2,71	2,91	1,72	1,94	12,96
3	3,85	3,54	3,44	2,87	2,31	2,49	7,80
4	4,23	3,89	3,50	10,06	2,54	2,65	4,41
5	3,24	2,98	3,02	1,28	1,94	2,18	12,10
6	4,91	4,52	4,00	11,43	2,95	2,84	3,57
7	5,88	5,41	3,07	43,29	3,53	4,01	13,59
8	5,28	4,86	4,48	7,84	3,17	2,92	7,90
9	7,37	6,78	3,62	46,62	4,42	3,05	31,04

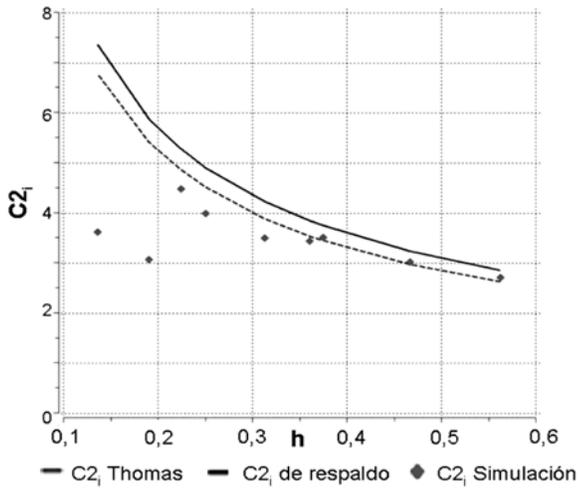


Figura 8. Índice de esfuerzos para momentos dentro del plano vs. flexibilidad característica.

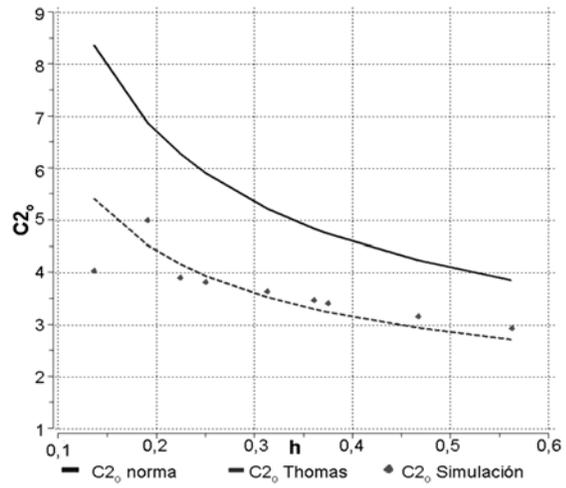


Figura 11. Índice de esfuerzo para momentos fuera del plano vs. flexibilidad característica.

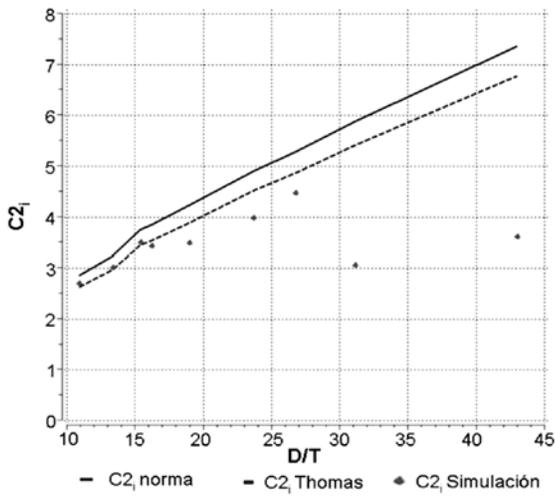


Figura 9. Índice de esfuerzos para momentos dentro del plano vs. esbeltez.

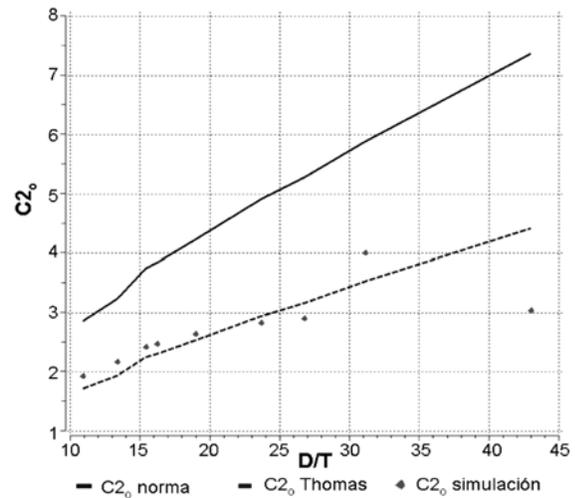


Figura 12. Índice de esfuerzo para momentos fuera del plano vs. esbeltez.

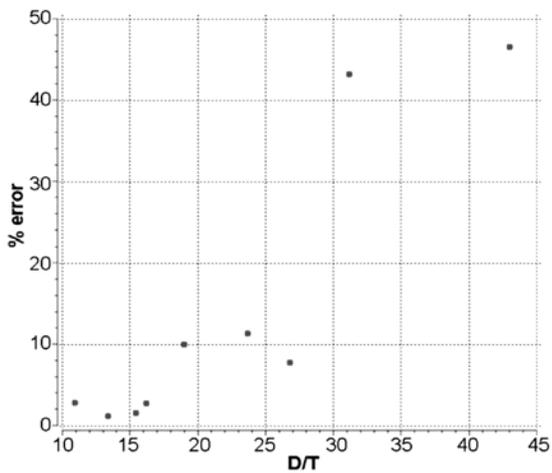


Figura 10. Error relativo entre índice de esfuerzo dentro del plano por simulación y el índice corregido por el factor de Thomas vs. esbeltez.

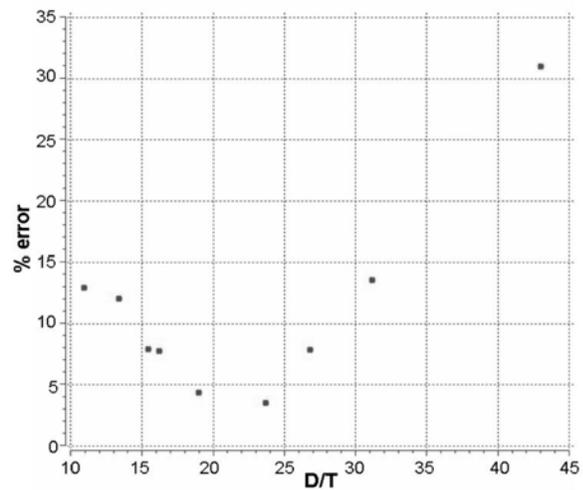


Figura 13. Error relativo entre índice de esfuerzo fuera del plano por simulación y el índice corregido por el factor de Thomas vs. esbeltez.

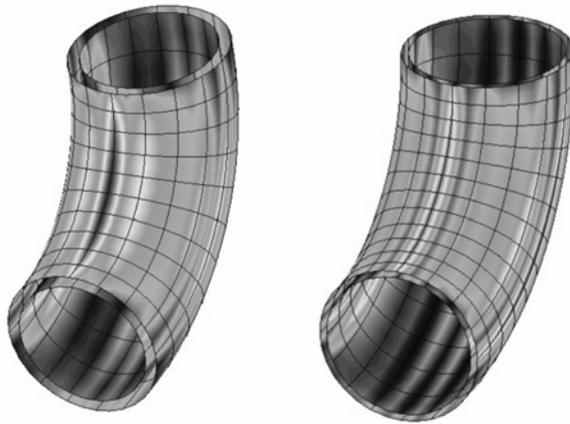


Figura 14. Distribución de esfuerzos hacia el intrados del modelo 5 ($D/T=13,35$) y del modelo 6 ($D/T=23,66$).

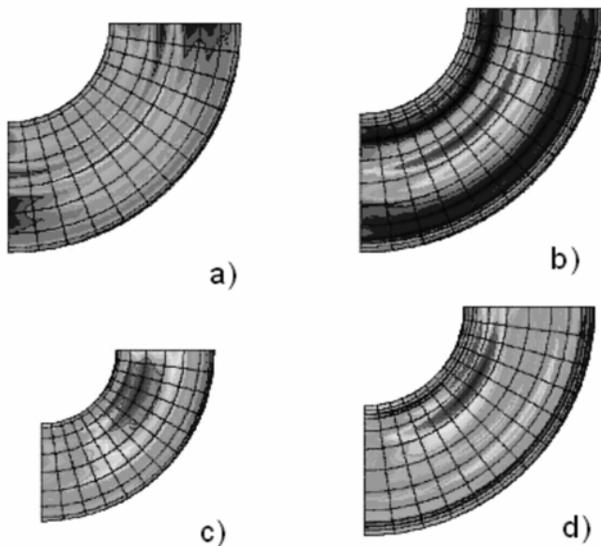


Figura 15. Distribución de esfuerzos para el Modelo 1 simulado con el MEC. a) Superficie externa para momento aplicado dentro del plano, b) Superficie interna para momentos aplicados dentro del plano, c) Superficie externa para momento aplicado fuera del plano, d) Superficie interna para momentos aplicados fuera del plano.

dos fuera del plano, la ubicación de los esfuerzos corresponde a lo predicho por los resultados analíticos de Beskin (Kellogg, 1956), en este caso desplazado 40° aproximadamente del centro del arco de curvatura y aproximadamente 15° del eje a un lado del codo (figura 15).

En todos los resultados presentados anteriormente se observa una fuerte divergencia entre los valores obtenidos y aquellos utilizados en la práctica de la ingeniería, como los calculados según las formulas de las normas ASME (2000), a partir de cierto valor de esbeltez.

Rango de aplicabilidad del MEC en elementos de pared delgada

En general, para relaciones de esbeltez (D/T) mayores a 23, los factores de flexibilidad (k) e índices de esfuerzos (C_2) obtenidos con el MEC, presentan problemas de precisión, con un máximo importante en el modelo 9, el cual con una relación de esbeltez (D/T) de 43, presenta importantes valores de error.

En la figura 16 se observa la deformación de la sección transversal del extremo cargado de los modelos en función de su esbeltez; allí se puede observar que para modelos de pared mas delgada el extremo cargado presenta un colapso de su sección transversal, resultado no reportado en la literatura consultada.

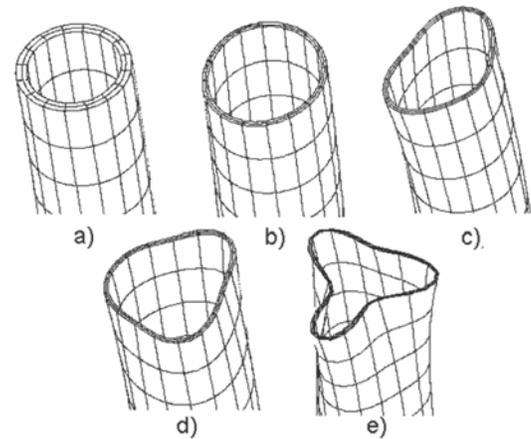


Figura 16. Deformación de la sección transversal del extremo cargado para diferentes modelos con mallas idénticas. Esbeltez: a) 10, b) 23, c) 26, d) 31 y e) 43. Deformaciones exageradas por un factor de 15 a excepción de la figura e) cuyo factor es 3.

Se procedió a variar las condiciones de carga para los modelos esbeltos, disminuyendo la magnitud del esfuerzo máximo prescrito, y a incrementar el número de elementos en la dirección radial de la superficie sometida a carga, sin encontrar variaciones relevantes en el comportamiento indicado.

Estos resultados pudieran reafirmar que el MEC presenta problemas de precisión cuando se aplica en elementos de pared delgada, debido a la existencia de puntos de colocación muy cercanos a elementos que no incluyen dichos puntos, lo que genera integrales cuasi – singulares en el proceso de integración numérica.

Para futuros trabajos relacionados con la utilización de MEC para el análisis de esfuerzos en cuerpos cilíndricos de pared

delgada, se deben evaluar otros métodos para resolver integrales cuasi-singulares al utilizado en este trabajo.

CONCLUSIONES

En este trabajo se determinó el rango de aplicación del MEC para el análisis de esfuerzos en codos de tuberías, considerando un cierto número de relaciones de esbeltez (D/T). Para ello, se obtuvieron resultados de factores de flexibilidad (k) e índices de esfuerzos (C_2) para nueve relaciones de esbeltez (D/T) de codos de tubería, con momentos aplicados dentro y fuera del plano, y se compararon con valores reportados por dos fuentes distintas: Código ASME - Sección III (2004) y Thomas (1981), usando el MEF. Para valores de esbeltez menores a 30, los resultados mostraron un grado relevante de concordancia con dichas fuentes, mientras que para valores D/T mayores o iguales a 30, se detectó un comportamiento diferente al reportado en la literatura. Esto confirma los problemas de precisión, reportados en la literatura, que posee el MEC para el análisis de esfuerzos en elementos de pared delgada.

REFERENCIAS

- ALIABADI, M.H. (2002). *The Boundary Element Method. Volume 2. Applications in Solids and Structures*. John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, England, p. 580.
- BECKER, A. (1992). *The Boundary Element Method in Engineering. A complete course*. Mc Graw – Hill Book Co., England, p. 337.
- CRUSE, T. (1969). *Numerical solutions in three dimensional elastostatics*. International Journal of Solid Structures, vol. 5, pp.1259-1274/
- DEPARTAMENTO DE ENERGÍA DE LOS ESTADOS UNIDOS DE AMERICA. (2005). *Background of SIFs and Stress Indices for Moment Loadings of Piping Components*. Washington D.C.
- DIEHL, D. (2002). *The bend flexibility factor*. Mechanical Engineering News. [Revista en línea]. Disponible en <http://www.coade.com>. [Consulta 2006, octubre 30].
- DIRGANTARA, T. & ALIABADI, M.H. (2006). *A boundary element formulation for geometrically nonlinear analysis of shear deformable shells*. Computational Methods Applied in Mechanical Engineering. 195, 4635–4654.
- GONZÁLEZ, M & MARTÍNEZ, M. (2006). *Influencia de la Longitud del Recipiente y la Ubicación de las Sillas en los Esfuerzos Circunferenciales de Recipientes Horizontales usando el Método de Elementos de Contorno*. Revista de la Facultad de Ingeniería (UCV-Caracas), Vol 21. No. 4.
- LIU, Y. (1998). *Analysis of shell – like structures by the Boundary Element Method based on 3-D elasticity: Formulation and verification*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 41, 541-558.
- MARKL, A. (1952). *Fatigue Test of Welding Elbows and Comparable Double Mitre Bends*, Pressure Vessel & Piping Collected Papers. ASME.
- REN, D. & FU, K. (1998). *Analysis of shallow cylindrical shell by Boundary Element Method*. Int. J. Solids Structures Vol. 35. Nos 1-2, pp 1-17.
- RIGBY, R.H. (1995). *Boundary element analysis of cracks in aerospace structures*. PhD Thesis, Wessex Institute of Technology, University of Portsmouth.
- SOCIEDAD AMERICANA DE INGENIEROS MECÁNICOS: ASME.(2000). ASME B31.3 Process Piping. New York, ASME. 346 p.
- THE M.W. KELLOGG COMPANY (1956). *Design of Piping Systems*, 2ª ed., Wiley & Sons New York, p. 358.
- THOMAS, K. (1981). *Stiffening effects on thin-walled piping elbowson adjacent piping and nozzle constrains*. Pressure Vessel & Piping, L : 93-104.