

ESTUDIO NUMÉRICO DEL ASCENSO DE BURBUJAS DE TAYLOR EN MINI-CONDUCTOS VERTICALES DE SECCIÓN NO-CIRCULAR: PARTE II

MIGUEL BARITTO Y JULIO SEGURA

Universidad Central de Venezuela, Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Mecánica.
e-mail: miguelbaritto@gmail.com / e-mail: jsegura@reacciun.ve

Recibido: junio de 2007

Recibido en forma final revisado: abril de 2008

RESUMEN

Este trabajo presenta un estudio numérico del ascenso de burbujas de Taylor en mini-conductos verticales de sección transversal en forma de astroide y pseudoastroide, para flujo bifásico segregado aire-agua. Se resolvió el modelo matemático planteado en la primera parte de este trabajo, donde se demostró que los resultados obtenidos son comparables con los datos experimentales publicados en la literatura. El método numérico empleado para resolver el modelo fue el método de volúmenes finitos basados en elementos (EbFVM), implementado en el *software* ANSYS® CFX™-10.0. Se encontró que la velocidad de flujo de la burbuja presenta la misma tendencia de aumentar con el diámetro hidráulico del conducto, observada en la primera parte de este trabajo, siendo mayor en conductos de sección pseudoastroidal. La forma de la burbuja es reportada, encontrándose meniscos más planos en aquellas con menor velocidad de flujo; al igual que la distribución del esfuerzo cortante en la dirección diagonal al conducto, y a lo largo de su longitud, donde se encontró que la distancia relativa a la longitud de la burbuja, corriente arriba y corriente debajo de la misma, a la cual el líquido no se ve afectado por el ascenso de la burbuja, es independiente de la forma de la sección transversal del conducto.

Palabras clave: Burbujas de Taylor, Velocidad de flujo, Mini-conductos, Astroide, Pseudoastroide, Flujo bifásico, Dinámica de fluidos computacional (CFD), Método de volúmenes finitos basado en elementos (EbFVM).

NUMERICAL STUDY OF TAYLOR BUBBLE RISING IN A VERTICAL NONCIRCULAR MINI CHANNEL: PART II

ABSTRACT

The mathematical model presented in first part of this study was solved for vertical mini channels with astroidal and pseudoastroidal cross-sections, in order to describe behavior of Taylor bubbles rising into these geometries. The model was solved once again by the elements based finite volumen method (EbFVM), implemented in code ANSYS® CFX™-10.0. The drift velocity trend was found to increase with the hydraulic diameter of channel, as in first part of this study. Drift velocities in pseudoastroidal geometries are higer than those in astroidal geometries. Interfacial profiles of bubbles revealed that top and bottom meniscus becomes flatter with a decrease in the channel size. How the shear stress in the diagonal direcction depends on the cross-section shape was also examined.

Keywords: Taylor bubbles, Drift velocity, Mini channels, Astroidal, Pseudoastroidal, Two-phase flow, Computational fluids dynamic (CFD), Elements based finite volumen method (EbFVM).

INTRODUCCIÓN

El estudio de burbujas de Taylor ascendiendo en conductos verticales de sección no circular, responde a la necesidad de conocer en detalle el patrón de flujo bifásico denominado flujo tapón, en aplicaciones cada vez de menor tamaño,

donde se imposibilita el ascenso de este tipo de burbujas en conductos de sección circular, como lo demostraron experimentalmente Bi & Zhao (2001). Estas aplicaciones, que van desde refrigeración de componentes electrónicos hasta estudio de flujo de crudo en yacimientos (Ratulowski & Chang. 1989), demandan conductos de diámetros

hidráulicos en el orden de los milímetros, pudiéndose catalogar como mini conductos. Quizá por la simplicidad de las geometrías, el estudio del ascenso de burbujas de Taylor en mini conductos verticales de sección cuadrada y triangular ha marcado el inicio de la investigación de este fenómeno, considerando dimensiones tan pequeñas. Para secciones triangulares y cuadradas se cuentan con estudios experimentales (Bi & Zhao, 2001) y estudios numéricos (Liao & Zhao 2003; Taha & Cui 2006) que demuestran que, aún cuando la velocidad terminal de la burbuja sigue la misma tendencia de aumentar con el diámetro hidráulico mostrada en conductos de sección circular, existe una importante diferencia entre las secciones no circulares y la circular, en cuanto a la forma de la burbuja se refiere, tanto en la forma de la sección transversal de la burbuja, como en la curvatura de su menisco. La sección transversal de la burbuja, en la zona de película uniforme, deja de ser circular y tiende a adoptar la forma de la sección transversal del conducto, mientras que la curvatura del menisco tiende a ser menos redondeada que su contraparte encontrada en conductos de sección circular, debido a que el efecto de la tensión superficial supera al de las fuerzas viscosas, como lo demuestran los bajos números de capilaridad que caracterizan a este fenómeno. Se han hecho esfuerzos para extrapolar estos resultados a casos de sección transversal de forma arbitraria. Clanet *et al.* (2004) correlacionaron datos experimentales obtenidos para secciones triangulares, cuadradas, rectangulares, circulares y anulares, y determinaron una expresión para la velocidad terminal de la burbuja a bajos números de Reynolds, proporcional al área de la sección transversal e inversamente proporcional a la viscosidad cinemática del líquido. Sin embargo esta expresión fue desarrollada para conductos de grandes diámetros hidráulicos y falla en la predicción para mini conductos por no considerar el efecto de la tensión superficial. En este trabajo se realizó un estudio numérico del comportamiento fluidodinámico de burbujas de Taylor ascendiendo en mini conductos verticales de sección transversal en forma de astroide y pseudoastroide, motivado por la escasa información disponible para estos casos, aún cuando estas geometrías han despertado interés en estudios de convección de calor (Soto *et al.* 2005; Maliska, 2004).

Modelo Matemático

Se resolvió un modelo tridimensional Euleriano-Euleriano y heterogéneo para flujo bifásico con superficie libre, considerándose ambos fluidos como incompresibles y al fenómeno en régimen transitorio. El sistema de ecuaciones resuelto para cada fase consistió en las ecuaciones de conservación de masa y de *momentum*, ambas descritas a continuación:

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_j = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \rho_j \frac{\partial \mathbf{u}_j}{\partial t} + \rho_j \nabla \cdot (\mathbf{u}_j \mathbf{u}_j) = & \\ & -\nabla p_j + \mu_j \nabla \cdot (\nabla \mathbf{u}_j + (\nabla \mathbf{u}_j)^T) \quad (2) \\ & + (\rho_j - \rho_g) \mathbf{g} \end{aligned}$$

El sistema anterior describe el comportamiento fluidodinámico de cada fase por separado, y aplica en aquellos elementos ocupados por completo por la fase en cuestión, es decir donde la fracción volumétrica de esa fase sea igual a la unidad. En los elementos donde se hace presente la interfase gas-líquido se cumple que $0 < r_j < 1$, y la ubicación de la misma se determina a partir de la distribución de r . Las ecuaciones que rigen al fenómeno a nivel de la interfase son las ecuaciones de conservación de masa y de *momentum* para cada fase, sujetas a la condición de que en estos elementos la sumatoria de la fracción volumétrica de las fases debe ser igual a 1:

$$\frac{\partial r_j}{\partial t} + \nabla \cdot (r_j \mathbf{u}_j) = 0 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \rho_j \frac{\partial (r_j \mathbf{u}_j)}{\partial t} + \rho_j \nabla \cdot (r_j (\mathbf{u}_j \mathbf{u}_j)) = & \\ -r_j \nabla p_j + \mu_j \nabla \cdot (r_j (\nabla \mathbf{u}_j + (\nabla \mathbf{u}_j)^T)) & \quad (4) \\ -\sigma (\nabla \cdot \mathbf{n}_{gl}) \mathbf{n}_{gl} \delta_{gl} & \\ + \frac{1}{2} C_D \rho_j A_p |\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_l| (\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_g) & \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^g r_i = 1 \quad (5)$$

El segundo término del lado derecho de la ecuación (4) representa la transferencia de *momentum* interfacial por efecto de la fuerza de tensión superficial (Brackbill *et al.* 1992), mientras que el último término incluye la transferencia de *momentum* debido al arrastre de una fase sobre la otra. El coeficiente de arrastre se fijó en 0.25 para todas las simulaciones, valor típico para un cuerpo con forma elipsoidal en flujo laminar (White, 2004). Para determinar el campo de presión en la interfase se consideró que éste es compartido por ambas fases ($p_j = p$). Esta condición se cumple si la interfase es plana, suposición que no introduce error significativo si los elementos son suficientemente pequeños como para que el efecto del radio de curvatura de la interfase, en cada elemento, sea despreciable. El modelo planteado se resolvió sujeto a las siguientes condiciones de borde:

$$\mathbf{u}_l \Big|_{pared} = 0 \quad (6)$$

$$\mathbf{u}_g \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (7)$$

$$p_l(x, y, l) = 0 \quad (8)$$

La ecuación (6) representa la condición de flujo sin deslizamiento entre la fase líquida y la superficie de la pared del conducto. La ecuación (7) significa que no existe flujo de la fase gaseosa a través de la interfase, estableciendo la condición de flujo con superficie libre. La ecuación (8) representa la condición de conducto con tope abierto, por lo que la presión absoluta es igual a la presión de referencia, resultando en una presión relativa igual a cero.

Experimentos Numéricos

El modelo matemático planteado se aplicó a burbujas ascendiendo en conductos verticales de sección transversal con forma de astroide y pseudoastroide de 1.0 y 1.5 mm de diámetro hidráulico. Las curvas generatrices del pseudoastroide se muestran en la figura 1. La longitud de los conductos fue de 30 mm, resultando suficiente para que la burbuja alcanzase su velocidad terminal. La fase líquida fue agua, mientras que la fase gaseosa fue aire, ambos a 25° C.

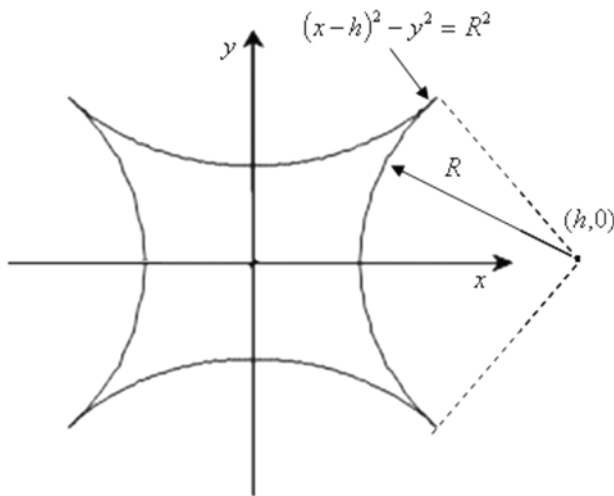


Figura 1. Pseudoastroide.

El modelo se resolvió mediante el método de volúmenes finitos basados en elementos (EbFVM) (Maliska, 2004), implementado en el *software* CFX-10.0. Todas las mallas empleadas en los experimentos numéricos fueron estructuradas y de elementos hexaédricos, presentando mayor densidad de elementos hacia las paredes del conducto por esperarse marcados gradientes de velocidad de líquido y de fracción volumétrica en esa zona. La simetría geométrica y fluidodinámica del fenómeno permitió emplear

sólo una cuarta parte de la sección transversal del conducto como dominio de solución, a fin de reducir tiempo de cómputo. Los elementos ubicados hacia las esquinas del conducto, para ambas geometrías estudiadas, fueron manipulados con la finalidad de obtener ángulos diédricos lo suficientemente grandes como para evitar problemas de convergencia del método, pero lo suficientemente pequeños para describir adecuadamente el fenómeno. El mínimo ángulo diédrico, así como también el tamaño de la malla para todos los casos estudiados, se presentan en la tabla 1.

Tabla 1. Características de las mallas empleadas en cada caso de estudio.

Geometría	Dh (mm)	Edt x Edl	Mínimo. ángulo diédrico
Astroidal	1.0	196 x 776	6.811°
	1.5	256 x 776	13.847°
Pseudoastroidal	1.0	196 x 776	10.016°
	1.5	256 x 776	5.840°

Las simulaciones se realizaron en régimen transitorio, avanzando en el tiempo con un paso constante de 5×10^{-4} s, para un tiempo total de fenómeno simulado que varió entre 0.5 y 0.7 s. Tanto el aire como el agua se consideraron en reposo en el instante inicial. La forma inicial de la burbuja fue un esferoide, forma próxima a la esperada. Emplear otra forma como la inicial para la burbuja genera el mismo resultado pero incrementa el tiempo de cómputo para alcanzar la convergencia en los primeros pasos de tiempo, originando un mayor tiempo total de cómputo. Los términos advectivos presentes en las ecuaciones de conservación fueron interpolados mediante el esquema de alta resolución (HRS), una variante del esquema corriente arriba (US) que disminuye la difusión numérica. Los términos temporales fueron discretizados a partir del esquema regresivo de Euler de segundo orden (SOBES). Las simulaciones se realizaron en un cluster IBM, mediante procesamiento paralelo, empleando dos nodos homogéneos, cada uno con dos procesadores de 64 bits AMD® Opteron® de 2 GHz, 12 GB de memoria RAM y velocidad de conexión entre nodos de 2Gb/s, con sistema operativo Linux, distribución SuSE. Estas simulaciones tuvieron una duración aproximada de 120 horas cada una.

Análisis de Resultados

La tabla 2 muestra la velocidad terminal de burbujas ascendiendo en conductos verticales de sección transversal

con forma de astroide y pseudoastroide, y su correspondiente número de capilaridad. Se observa que para ambas geometrías, la velocidad terminal aumenta con el diámetro hidráulico del conducto, comportamiento también observado, en datos experimentales, en otras geometrías (Bi & Zhao, 2001). Esta tendencia se visualizó en conductos de sección cuadrada y triangular de igual diámetro hidráulico a los aquí estudiados, resolviendo el mismo modelo y aplicando el mismo método numérico en la primera parte de este trabajo (Baritto & Segura, 2007), por lo que desde el punto de vista cualitativo el modelo se aplica a las geometrías consideradas en este trabajo. La velocidad terminal resultó mayor en conductos de sección pseudoastroidal debido a que para esta geometría el efecto de la tensión superficial, como fuerza que se opone al movimiento de la burbuja, es menor que para secciones astroidales, como se evidencia en el número de capilaridad. Un número de capilaridad elevado significa que la fuerza inercial supera a la tensión superficial, disminuyendo el efecto de esta última sobre el ascenso de la burbuja. Un menor radio de curvatura de la interfase en una sección transversal de la burbuja genera una mayor diferencia de presión entre la nariz de la burbuja y la sección transversal en cuestión. Esta diferencia de presión asiste a la acción de la aceleración de gravedad en el flujo de la película de líquido descendente, lo que aunado a una mayor área de flujo, resulta en un mayor flujo másico de líquido descendente y una mayor velocidad terminal de la burbuja, como ocurre en conductos de sección pseudoastroidal.

Tabla 2. Velocidad terminal y número de capilaridad para todos los casos estudiados.

Geometría	Dh (mm)	Vb (mm/s)	Ca
Astroidal	1.0	1.677	2.079×10^{-5}
	1.5	7.917	9.812×10^{-5}
Pseudoastroidal	1.0	5.611	6.954×10^{-5}
	1.5	16.549	20.512×10^{-5}

En las figuras 2 y 3 se muestra la mayor sección transversal de burbujas ascendiendo en conductos de sección astroidal y pseudoastroidal, respectivamente. Se observa que debido a que un pseudoastroide posee esquinas mucho más alargadas que un astroide, la sección transversal de la burbuja se torna también alargada hacia esa zona, disminuyendo el radio de curvatura de la interfase.

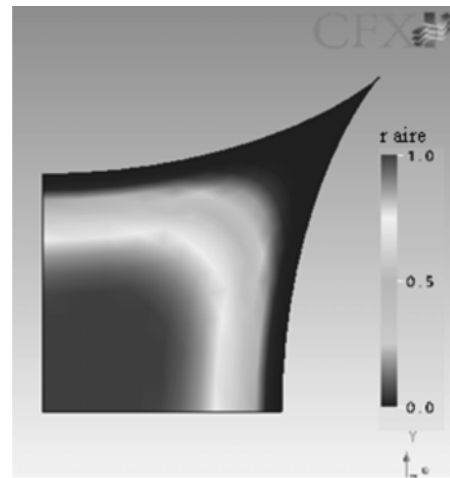


Figura 2. Máxima sección transversal de una burbuja ascendiendo en conductos de sección astroidal de Dh=1.0 mm.

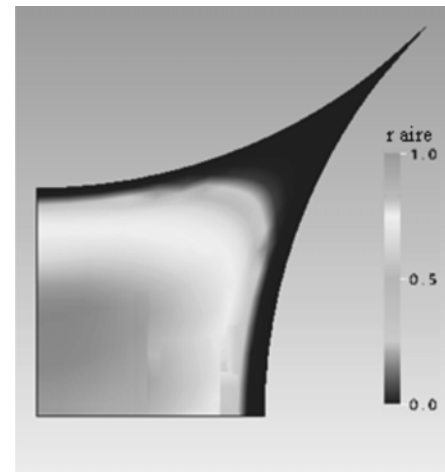


Figura 3. Máxima sección transversal de una burbuja ascendiendo en conductos de sección pseudoastroidal de Dh=1.0 mm.

Además, debido a la misma característica geométrica, una sección pseudoastroidal requiere mayor área transversal para tener el mismo diámetro hidráulico que una sección astroidal, lo que resulta en mayor flujo másico de líquido descendente, como se muestra en las tablas 3 y 4.

Tabla 3. Área de la sección transversal del conducto y de área de flujo para todos los casos estudiados.

Geometría	Dh (mm)	A _{Sección} (m ²)	A _{Flujo} (m ²)
Astroidal	1.0	2.070×10^{-7}	5.452×10^{-8}
	1.5	4.683×10^{-7}	1.994×10^{-7}
Pseudoastroidal	1.0	2.892×10^{-6}	5.650×10^{-7}
	1.5	6.484×10^{-6}	1.510×10^{-6}

Tabla 4. Flujo másico de líquido descendente para todos los casos estudiados.

Geometría	Dh (mm)	m (kg/s)
Astroidal	1.0	1.070×10^{-6}
	1.5	6.404×10^{-6}
Pseudoastroidal	1.0	1.583×10^{-5}
	1.5	8.378×10^{-5}

La figura 4 muestra el perfil adimensional de la burbuja, en un plano longitudinal del conducto que pasa por la diagonal de la sección transversal, para conductos de sección astroidal. Se observó que a menor velocidad de flujo de la burbuja, ésta presenta una nariz más chata. Al aumentar la velocidad terminal de la burbuja, la nariz se alarga como consecuencia de un mayor efecto de la fuerza viscosa sobre la forma de la interfase. Para esta geometría se tiene que la cola de la burbuja presenta cierta concavidad, acentuándose para una mayor velocidad terminal.

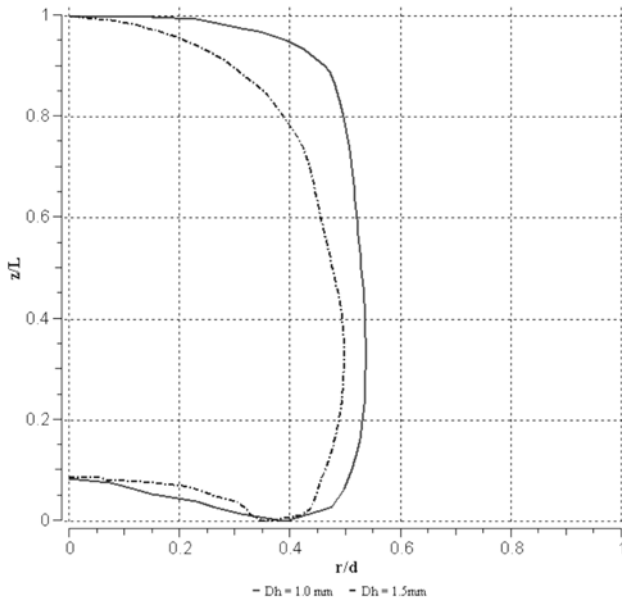


Figura 4. Perfil adimensional de la burbuja en un plano longitudinal del conducto que pasa por la diagonal de la sección astroidal.

La figura 5 muestra que en conductos de sección pseudoastroidal no existe diferencia apreciable en la forma de la cola de la burbuja en relación a la velocidad terminal, debido a que en ambos casos estudiados las fuerzas viscosas superaron a la fuerza de tensión superficial, responsable de dar a la cola de la burbuja la concavidad observada en conductos de sección astroidal.

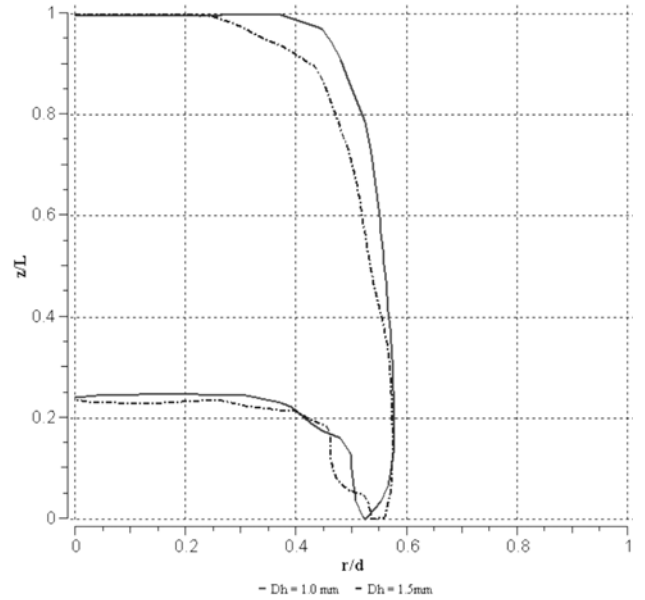


Figura 5. Perfil adimensional de la burbuja en un plano longitudinal del conducto que pasa por la diagonal de la sección pseudoastroidal.

En la figura 6 se observa el desprendimiento de una estela de aire para el caso de burbujas ascendiendo en conductos de sección pseudoastroidal de Dh = 1.5 mm. Este hecho se debe a la predominancia de las fuerzas viscosas sobre la fuerza de tensión superficial, esta última responsable de mantener unida a la burbuja. Este resultado demuestra que el modelo empleado permite describir la ruptura de una burbuja y, aunque no precisa la distribución de las burbujas resultantes, brinda un estimado del comportamiento global de las mismas.

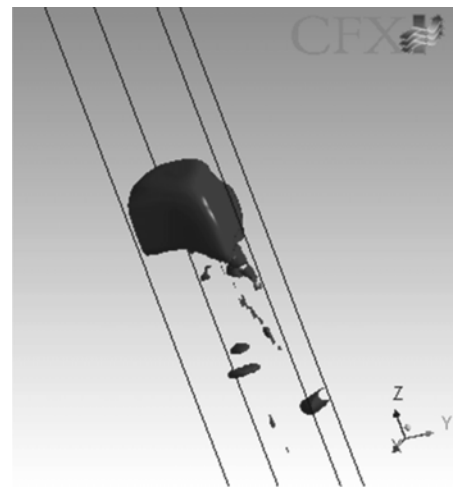


Figura 6. Interfase de una burbuja de Taylor ascendiendo en conducto de sección pseudoastroidal de Dh=1.5 mm.

En las figuras 4 y 5 también se aprecia que, independiente de la geometría del conducto, las burbujas que ascienden en un conducto de diámetro hidráulico igual a 1.5 mm, ocupan menor porción de la sección transversal que aquellas que ascienden en un conducto de 1.0 mm, resultando en una mayor área de flujo y por consiguiente una tasa de flujo de líquido descendente mayor, necesaria para mantener la continuidad del flujo y reponer el espacio dejado bajo la burbuja en su ascenso.

Las figuras 7 y 8 muestran la distribución de esfuerzo cortante en la esquina del conducto en la dirección diagonal, para secciones astroidales y pseudoastroidales, respectivamente. Se observa que la magnitud del esfuerzo cortante es cero hasta una distancia de aproximadamente 2.5 y 3.5 veces la longitud de la burbuja por encima de la nariz de ésta, independientemente del diámetro hidráulico del conducto, para conductos de sección astroidal y pseudoastroidal, respectivamente.

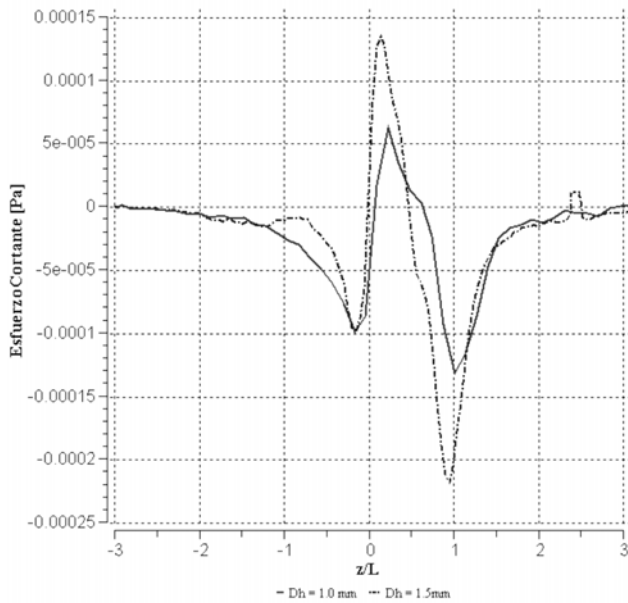


Figura 7. Esfuerzo cortante en la esquina del conducto en dirección diagonal para conductos de sección astroidal.

El esfuerzo cortante aumenta su magnitud producto del efecto pistón que ejerce la burbuja sobre el líquido arriba de la nariz. A medida que el líquido es desplazado alrededor de la nariz de la burbuja, éste experimenta el mayor esfuerzo cortante negativo, justo antes de entrar a la zona de película, siendo esta magnitud mayor en conductos de $D_h = 1.5$ mm. El signo negativo del esfuerzo cortante significa flujo de líquido acercándose de la burbuja. El esfuerzo cortante tiende rápidamente a cero en la zona central de la burbuja, y cambia de signo debido a que el líquido es desplazado al aumentar

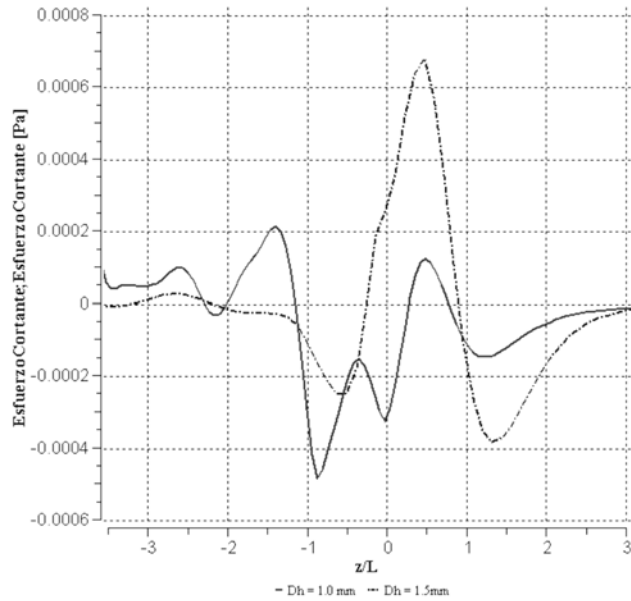


Figura 8. Esfuerzo cortante en la esquina del conducto en dirección diagonal para conductos de sección pseudoastroidal.

la sección transversal de la burbuja, alejándose de esta en la dirección diagonal. En la zona de menisco inferior, a la salida de la zona de película, el esfuerzo cortante cambia de signo nuevamente, debido a que el líquido se acerca a la burbuja a fin de ocupar el vacío dejado por ésta en su ascenso. En conductos de sección astroidal, justo después de la cola de la burbuja, la magnitud del esfuerzo se hace cero a medida que se aleja de la zona de recirculación de líquido. En conductos de sección pseudoastroidal se hacen presentes fluctuaciones del esfuerzo cortante corriente abajo de la burbuja, debido a la presencia de pequeñas burbujas que se desprenden de la cola de la burbuja de Taylor, que afectan al campo de velocidad del líquido y por consiguiente al esfuerzo cortante en esa zona.

CONCLUSIONES

El comportamiento fluidodinámico de una burbuja ascendiendo en un conducto vertical de sección astroidal y pseudoastroidal de diámetro hidráulico igual a 1.0 y 1.5 mm, fue simulado numéricamente empleando un modelo Euleriano-Euleriano, heterogéneo y de superficie libre, resuelto mediante el método de volúmenes finitos basados en elementos. Para los casos estudiados se concluye que:

La velocidad terminal de la burbuja se incrementa al aumentar el diámetro hidráulico del conducto, independientemente de la geometría de la sección transversal del mismo.

En conductos de sección pseudoastroidal, la velocidad de flujo es mayor que en conductos de sección astroidal, para todos los diámetros hidráulicos estudiados.

En conductos de igual diámetro hidráulico, el efecto de la tensión superficial disminuye al aumentar el área transversal de los mismos, haciéndose significativa la influencia de las fuerzas viscosas.

El máximo esfuerzo cortante en la esquina del conducto, en la dirección diagonal, aumenta al aumentar el diámetro hidráulico del mismo.

La influencia del movimiento de la burbuja en el esfuerzo cortante en la esquina del conducto, desaparece a una distancia menor, en relación a la longitud de la burbuja y a partir de la nariz de la misma, en conductos de sección astroidal; siendo esta distancia independiente del diámetro hidráulico del conducto.

Mediante un modelo Euleriano-Euleriano de superficie libre es posible estudiar el comportamiento global de grupos de pequeñas burbujas, así como también del rompimiento de grandes de ellas.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue financiado por el Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico de la Universidad Central de Venezuela (UCV), a través de los proyectos 08.15.5506.2004 y 08.15.5508.2004, apoyo que los autores agradecen. De igual forma, quieren agradecer al Instituto de Mecánica de Fluidos de la UCV, en particular a su director, Prof. Iván Saavedra, por permitir el uso del *cluster* donde se realizaron las simulaciones, y al Ing. Alejandro Alvarado por su esmerada asistencia técnica en el uso del *cluster*. Los agradecimientos se hacen extensivos al M.Sc. Daniel Riveiro de la empresa brasileña ESSS, proveedora del software ANSYS® CFX® para Suramérica, por sus valiosos consejos y asistencia técnica.

NOMENCLATURA

A_p : área proyectada
 Ca : número de capilaridad
 C_D : coeficiente de arrastre
 d : mitad de la longitud de la diagonal de conductos no circulares
 D_h : diámetro hidráulico
Edl: número de elementos en la dirección longitudinal
Edt: número de elementos en la dirección transversal
Eö: número de Eötvös

Fr : número de Froude
 g : aceleración de gravedad
 l : longitud del conducto
 L : longitud de la burbuja
 m : flujo másico de líquido
 M : fuerzas interfaciales
 n : vector normal a la interfase
 p : presión
 r : radio máximo de la burbuja; fracción volumétrica
 S : término fuente
 t : tiempo
 u : vector velocidad
 V_b : velocidad de flujo de la burbuja

Símbolos griegos:

δ : función delta interfacial
 Γ : coeficiente de difusión de la ecuación general de conservación
 κ : curvatura de la interfase
 μ : viscosidad dinámica
 ρ : densidad
 σ : coeficiente de tensión superficial

Subíndices:

g : denota la fase gaseosa
 j : fase
 l : denota la fase líquida

REFERENCIAS

- BARITTO, M. & SEGURA, J. (2007). *Estudio numérico del ascenso de burbujas de Taylor en mini-conductos verticales de sección no-circular: Parte I*. Revista de la Facultad de Ingeniería de la UCV. Enviado para su arbitraje.
- BI, Q. C. & ZHAO, T. S. (2001). *Taylor bubbles in miniaturized circular and noncircular channels*. International Journal of Multiphase Flow, (27); pp. 561-570.
- BRACKBILL, J. U., KOTHE, D. B., ZEMACH, C. (1992). *A continuum method for modeling surface tension*. Journal of Computational Physics, (100); pp. 335-354.
- CLANET, C., HÉRAUD, P., SEARBY, G. (2004). *On the motions of bubbles in vertical tubes of arbitrary cross-sections: some complements to the Dumitrescu-Taylor problem*. Journal of Fluid Mechanics, (519); 359-376.

- KAMARANEV, D.G. & NIKOLOV, L.N. (1992). *Freely rising spheres do not obey Newton's law for free settling*. AIChE Journal, (38), núm 1; pp.1843-1846.
- LIAO, Q. & ZHAO, T.S. (2003). *Modeling of Taylor bubble rising in a vertical mini noncircular channel filled with a stagnant liquid*. International Journal of Multiphase Flow, (29); pp. 411-434.
- MALISKA, C. (2004). *Transferencia de calor e mecânica dos fluidos computacional*. Livros Técnicos e Científicos Editora, Florianópolis. p 453.
- RATULOWSKI, J. AND CHANG, H. C. (1989). *Transport of gas bubble in capillaries*. Physics of Fluids, A 1, pp. 1642-1655.
- SOTO, J., GARCÍA, F., SEGURA, J. (2005). *Estudio numérico del comportamiento térmico y fluidodinámico de microtubos de calor multiranurados*. Revista de la Facultad de Ingeniería de la UCV, (20); pp. 23-33.
- TAHA, T. & CUI, Z. F. (2006). *CFD modelling of slug flow inside square capillaries*. Chemical Engineering Science, (61); pp. 665-675.
- WHITE, F. (2002). *Mecánica de fluidos*. Mc. Graw Hill, Madrid. p 833.