

UNA HEURÍSTICA PARA EL PROBLEMA DE INTERDICCIÓN DETERMINÍSTICA

SARA HERNÁNDEZ¹, CLAUDIO ROCCO^{1*}, JOSÉ RAMÍREZ-MÁRQUEZ², BELZYT GONZÁLEZ¹

¹Universidad Central de Venezuela, Facultad de Ingeniería, Ciclo Básico.

²Stevens Institute of Technology, NJ, USA

e-mail: croccouv@gmail.com

Recibido: marzo de 2009

Recibido en forma final revisado: julio de 2009

RESUMEN

Este artículo presenta un nuevo enfoque heurístico aplicable a la resolución de problemas de interdicción determinística en redes (PIDR). El problema de interdicción analizado considera la minimización del máximo flujo que puede ser transmitido entre un nodo fuente y un nodo sumidero de una red dada, cuando existe una cantidad limitada de recursos disponibles para intervenir los arcos de la red. Para ilustrar este enfoque, se usan ejemplos de redes de distintos tamaños y topologías. En términos de esfuerzo computacional, los resultados obtenidos evidencian que la heurística es capaz de obtener excelentes soluciones mediante la exploración de un espacio de búsqueda de solución significativamente reducido.

Palabras clave: Heurística, Interdicción determinística, Redes, Algoritmo, Espacio de búsqueda, Flujo máximo.

A HEURISTIC FOR THE DETERMINISTIC INTERDICTION PROBLEM

ABSTRACT

This paper introduces a new heuristic approach that can be readily applied to solve deterministic network interdiction problems (DNIP). The network interdiction problem solved considers the minimization of the maximum flow that can be transmitted between a source node and a sink node for a fixed network design when there is a limited amount of resources available to interdict network links. Examples for different network topologies are used throughout the paper to illustrate the approach. In terms of computational effort, the results illustrate that excellent solutions are obtained from a significantly reduced solution search space.

Keywords: Heuristic, Deterministic interdiction, Networks, Algorithm, Search space, Maximum flow.

INTRODUCCIÓN

El actual proceso de globalización ha agudizado la ocurrencia de fenómenos sociales, tales como el terrorismo, la delincuencia organizada transnacional, el problema mundial de las drogas, la corrupción, el lavado de activos, el tráfico ilícito de armas y las conexiones entre ellos, que afectan la estabilidad y democracia, erosionan la cohesión social y vulneran la seguridad de los Estados. Estos fenómenos constituyen factores de consecuencias dañinas, por lo que en la Declaración de Seguridad de las Américas correspondiente al 2003, la OEA adoptó un nuevo concepto de seguridad hemisférica, según el cual las amenazas, preocupaciones y otros desafíos a la seguridad en el Hemisferio son de naturaleza diversa y alcance multidimensional, por lo que el concepto y los enfoques tradicionales deben ampliarse para abarcar amenazas nuevas y no tradicionales, que incluyan aspectos políticos, económicos, sociales, de salud y

ambientales (Chillier & Freeman, 2005).

En tal sentido, los investigadores se han dado a la tarea de proponer modelos orientados a establecer relaciones funcionales matemáticas entre eventos, para predecir el comportamiento de los sistemas y proponer alternativas de solución. Entre éstas, figura la interdicción de redes, la cual según Pan (2005), es el acto de confrontar y detener una actividad. De acuerdo con este autor, los modelos matemáticos que representan la interdicción de redes pueden proporcionar tácticas y estrategias para atenuar las actividades de un adversario que esté operando en un sistema modelado a través de una red, con nodos y arcos.

Las estrategias de interdicción de redes se refieren a la interrupción total o parcial de sus arcos, para así detener o atenuar el logro de las metas propuestas por el adversario. Esta interrupción acarrea la asignación de recursos por par-

te del ente que propone la interdicción o interventor, por lo cual éste debe decidir selectivamente cuál arco debe ser intervenido.

El estudio de los modelos de interdicción de redes en Investigación de Operaciones comenzó en la década de los 70, durante la guerra de Vietnam. En 1970, McMaster, Mustin y Ghare; y en 1971, Montgomery y Turner (todos referidos por Pan (2005)), desarrollaron modelos matemáticos determinísticos para interrumpir el flujo de materiales y tropas enemigas. A partir de allí, se derivó una gama de nuevos modelos que no sólo han permitido ampliar su espectro de aplicabilidad, sino que, de acuerdo con Evans & Minieka (1992), también ha planteado el reto de diseñar métodos efectivos para su resolución. A tal efecto, Wood (1993) formuló el problema de la interdicción en redes, mediante la programación entera, incorporándole variantes y generalizaciones; Israeli & Wood (2002) enfocaron el problema desde la óptica de la programación entera mixta; y Dai & Poh (2002) propusieron una heurística basada en un algoritmo genético, para analizar el problema de la interdicción en redes.

De acuerdo con Taha (2004) y Hillier & Lieberman (2006), los métodos que se han desarrollado para resolver los modelos matemáticos se clasifican en exactos y heurísticos. Según los referidos autores, los enfoques de resolución enumerativos resultan adecuados para redes pequeñas, pero presentan la desventaja de que no son aplicables en redes que modelen situaciones de la vida real, debido al tamaño de los espacios de búsqueda asociados a ellos. Los enfoques heurísticos, por su parte, ofrecen la posibilidad de resolver problemas más grandes y de encontrar cierto nivel de calidad en la solución hallada, pero sacrifican la garantía de encontrar una solución óptima.

En concordancia con lo antes expuesto, esta investigación usa como base la heurística Búsqueda Probabilística de Soluciones (o “Probabilistic Solution Discovery” PSDA), para resolver el problema de interdicción determinística, en el cual se supone que se tiene conocimiento preciso sobre cuáles son los nodos origen y destino en la red y sobre las capacidades de los arcos. Esta heurística ha sido usada exitosamente para resolver problemas combinatorios (Ramírez-Márquez & Rocco, 2008), tales como el que se analiza en este trabajo. Asimismo, esta técnica resulta atractiva debido a que su adaptación al problema de interdicción es intuitiva.

Un estudio detallado de la heurística PSDA condujo a identificar las modificaciones necesarias para generar PSDA-INT, una versión adaptada al problema de interdicción determinística. PSDA-INT fue aplicada a tres tipos de redes:

a) problemas de redes ilustrativas, b) problemas de redes cuyo óptimo se conoce y que han sido resueltos previamente en la literatura desde la óptica de interdicción, y c) problemas de redes con solución desconocida y espacios de solución grandes. Los resultados obtenidos mediante la aplicación de la heurística PSDA-INT se compararon con los reportados en la literatura para las redes que han sido estudiadas desde la óptica de la interdicción. Tal comparación se efectuó en términos de calidad de la solución (valores extremos y promedio), y eficiencia en el espacio de búsqueda.

El artículo se encuentra estructurado de la siguiente manera: introducción, el problema de interdicción determinística, la heurística propuesta para resolver el problema de interdicción determinística (PSDA-INT), resultados, conclusiones y futuros trabajos.

EL PROBLEMA DE INTERDICCIÓN DETERMINÍSTICA

En este estudio se plantea una situación modelada a través de una red dirigida, en la cual un adversario pretende trasladar mercancía desde el nodo origen de dicha red hasta su nodo destino. Los nodos en la red están interconectados mediante arcos, cada uno de los cuales permite el paso de cierta cantidad de unidades de mercancía. Asimismo, existe un interdicator que debe asignar unidades de recursos para interrumpir cada arco y al mismo tiempo, desea minimizar la cantidad máxima de flujo que el adversario puede hacer pasar por la red, a través de los arcos que no haya interrumpido el interdicator. Se supone que el flujo es de tipo divisible y que la interdicción en los arcos es infalible. La capacidad de transporte del adversario está limitada por las restricciones físicas de capacidad de los arcos, mientras que el interdicator está condicionado al uso de las unidades de recurso de las cuales dispone.

Desde el punto de vista matemático, esta situación puede plantearse como sigue:

Sea $G=(N, A)$ una red dirigida con una sola fuente s y un solo destino t , en donde N es un conjunto de nodos y A es un conjunto de arcos dirigidos, tales que $(i,j) \in A$, si y sólo si hay un arco dirigido desde el nodo i al nodo j . Cada arco (i,j) tiene una capacidad de u_{ij} unidades y requiere de c_{ij} unidades de recurso para ser destruido. Además, sea F_{ij} el flujo del nodo i al nodo j y C la cantidad total de recursos de las que dispone el interdicator.

Se define la variable de decisión $x_{ij} = 0$ si el arco (i,j) es inutilizado por el interdicator y $x_{ij} = 1$ en el caso contrario. El problema matemático se formula entonces como:

$$\begin{aligned} \min_{x \in X} \max_F F_{ts} \\ \text{s.a.} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\sum_j F_{sj} - \sum_j F_{sj} - F_{ts} = 0 \quad (2)$$

$$\sum_j F_{ij} - \sum_j F_{ji} = 0 \quad \forall i \in N - \{s, t\} \quad (3)$$

$$\sum_j F_{ij} - \sum_j F_{jt} + F_{ts} = 0 \quad (4)$$

$$0 \leq F_{ij} \leq x_{ij} \cdot u_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (5)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} c_{ij} \cdot (1 - x_{ij}) \leq C \quad (6)$$

$$X = \{x_{ij} \in \{0,1\} \mid \forall (i,j) \in A\} \quad (7)$$

La función objetivo (ecuación (1)) minimiza el flujo máximo que atraviesa la red. Las ecuaciones (2-4) son restricciones referidas a los balances de conservación de flujo en el nodo origen, en los nodos de transbordo y en el nodo destino, respectivamente. La ecuación (5), por su parte, restringe el flujo a través de cada arco a su capacidad máxima, si el interventor no lo interrumpe. Caso contrario, esta restricción limitará el flujo a cero. La ecuación (6) limita el uso de recursos a la máxima cantidad disponible. Finalmente, la ecuación (7) define las variables de decisión como binarias.

LA HEURÍSTICA PROPUESTA PSDA-INT

A continuación se presenta la propuesta de adaptación del PSDA al problema de interdicción (PSDA-INT).

Notación empleada en la formulación de la heurística PSDA-INT

- Parámetros conocidos derivados de las características de la red en estudio y del problema en sí:

n	Número de nodos.
l	Número de arcos.
c_{ij}	Unidades de recurso (costo) requeridas para inhabilitar el arco entre los nodos i y j .
C	Total de recursos de que dispone el interdicator

- Parámetros auxiliares:

U	Contador que identifica un ciclo en la secuencia de cálculos del algoritmo.
H	Contador que identifica una estrategia de interdicción generada en un ciclo.
K	Conjunto donde se almacenan las mejores soluciones generadas en cada ciclo.

- Parámetros requeridos por la heurística:

γ_1	Vector inicial de probabilidades de existencia de cada arco en la red (ciclo 1).
α	Factor de penalización.
SAMPLE	Número de estrategias de interdicción construidas en cada ciclo.
S	Número de mejores soluciones extraídas del conjunto de estrategias de interdicción construidas en cada ciclo (TOP).
U	Número máximo de ciclos (actualizaciones del vector γ_u).

- Variables de decisión:

x_{ij}	Variable de decisión binaria que indica si el arco entre los nodos i y j está habilitado ($x_{ij} = 1$) o inhabilitado ($x_{ij} = 0$) en la configuración de red.
x	Vector de configuración de red asociada a una estrategia de interdicción:

$$x = (x_{12}, \dots, x_{1n}, x_{23}, \dots, x_{2n}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{n-1n})$$

x_u^h	Vector de configuración de red h -ésimo asociado a una estrategia de interdicción potencial:
---------	--

$$x_u^h = (x_{12u}^h, \dots, x_{1nu}^h, x_{23u}^h, \dots, x_{2nu}^h, \dots, x_{iju}^h, \dots, x_{n-1nu}^h)$$

- Otras variables calculadas:

$C(x)$	Costo en que se incurre al implementar la estrategia de interdicción según lo indicado por el vector de configuración de red
--------	--

$C(x_u^h)$	Costo en que se incurre al implementar la h -ésima estrategia de interdicción potencial
------------	---

$F(1)$	Flujo máximo antes de interdicción. El argumento de F supone que todos los enlaces están operativos.
--------	--

$F(x_u^h)$	Flujo máximo bajo la estrategia de interdicción h -ésima del ciclo u .
------------	--

$F^o(x_u^h)$	Flujo máximo penalizado.
--------------	--------------------------

γ_u	Vector de probabilidades de existencia de cada arco en la red en el ciclo:
------------	--

$$\gamma_{iju} = (\gamma_{12u}, \dots, \gamma_{1nu}, \gamma_{23u}, \dots, \gamma_{2nu}, \dots, \gamma_{iju}, \dots, \gamma_{n-1nu})$$

γ_{iju}	Se define como $P(x_{ij} = 1)$, en el ciclo u .
----------------	--

x^*	Vector de configuración de red asociada a la estrategia de interdicción óptima.
-------	---

∨ Operador lógico “OR”.

Parámetros requeridos por la heurística PSDA-INT

Antes de proceder con la formulación de la heurística PSDA-INT, conviene ahondar en el conocimiento de los parámetros requeridos por ella.

- Vector inicial de probabilidades de existencia de cada arco en la red (γ_1): este parámetro se construye sobre la base de que la probabilidad de existencia de cada arco en la red es un valor que puede variar en el rango $[0,1]$. Si bien es cierto que hasta tanto se resuelva el problema de interdicción, no se tendrá conocimiento sobre cuáles arcos conformarán la configuración de red óptima, Ramírez-Márquez & Rocco (2008) proponen trasladar el principio de Indiferencia o el principio de la razón insuficiente de Laplace a esta situación, y fijar en 0.5 cada elemento de γ_1 . La escogencia de este valor permite que la existencia o no de cada arco en la configuración final sea igualmente probable.
- Factor de penalización (α): el factor de penalización α permite reflejar en el valor del flujo máximo de una configuración de red infactible, el empleo de una cantidad de recursos mayor a la total disponible. Este parámetro se fija por tanteo, pero los experimentos realizados sugieren valores entre 1 y 2.
- Número de estrategias de interdicción construidas en cada ciclo (SAMPLE): dado que la estrategia de búsqueda de soluciones empleada por la heurística está basada en la generación aleatoria de muestras, resulta necesario indicar a través de SAMPLE el número de soluciones que se generarán por ciclo.
- Número de mejores soluciones extraídas del conjunto de estrategias de interdicción construidas en cada ciclo (S): este parámetro se emplea para la actualización de las probabilidades de existencia, indicadas en el vector γ_u en cada ciclo. Ramírez-Márquez & Rocco (2008) sugieren emplear la relación $SAMPLE/S \approx 7$.
- Número máximo de ciclos (U) o actualizaciones del vector γ_u . Se fija para definir una condición de parada para el algoritmo.

Es importante tener presente que para que la heurística PSDA-INT resulte atractiva con respecto a otros métodos de solución, la escogencia del valor de SAMPLE debe permitir reducir significativamente el espacio de búsqueda. Es decir, el conjunto total de soluciones a explorar ($U \times SAMPLE$) debe ser mucho menor al número máximo de combinaciones que pudiesen derivarse de la red (2^n).

Los pasos secuenciales que usa la heurística PSDA-INT, para resolver el problema de interdicción determinística, se describen a continuación (ver pseudo código en la figura 1):

Paso 1. Desarrollo de la estrategia de interdicción

Se genera aleatoriamente un número determinado (SAMPLE) de estrategias de interdicción, que son las configuraciones de red que reflejan cuáles arcos son seleccionados por el interdicator y cuáles permanecen intactos. Cada una de estas estrategias es considerada como solución potencial al problema de optimización a resolver. La manera de obtener las estrategias de interdicción es generando un número uniformemente distribuido en $[0,1]$ para cada arco y comparándolo con la probabilidad de existencia de dicho arco en la red. Si el número aleatorio es mayor o igual que la probabilidad de existencia del arco, se indica que éste pertenece a la estrategia de interdicción. Caso contrario, el arco no está incluido en dicha estrategia.

Asimismo, en este paso se incluyen las reglas de parada del algoritmo, a saber:

1. Las probabilidades de aparición de los arcos en la red convergieron a 0 ó 1, o;
2. Se alcanza el número máximo de ciclos (actualizaciones del vector de probabilidad de existencia), indicado por el usuario.

Paso 2. Análisis de la estrategia de interdicción

- Determinación del flujo máximo:

Se determina el flujo máximo de la red $G(N,A)$ entre los nodos fuente y sumidero para cada una de las estrategias generadas previamente. Para ello puede emplearse el método de Ford-Fulkerson (Evans & Minieka, 1992), por ser éste uno de los procedimientos genéricos más divulgados para resolver el problema de flujo máximo. Sin embargo, es válido usar cualquier otro método que maximice flujo en redes, o cualquier técnica que permita modelar el flujo en una red, por ejemplo, en un sistema hidráulico o en un sistema eléctrico. En todo caso, lo relevante aquí es reconocer la pertinencia de este paso.

- Cálculo del costo asociado a la estrategia de interdicción:

La contabilización de los recursos requeridos para implementar una estrategia de interdicción se realiza a través de:

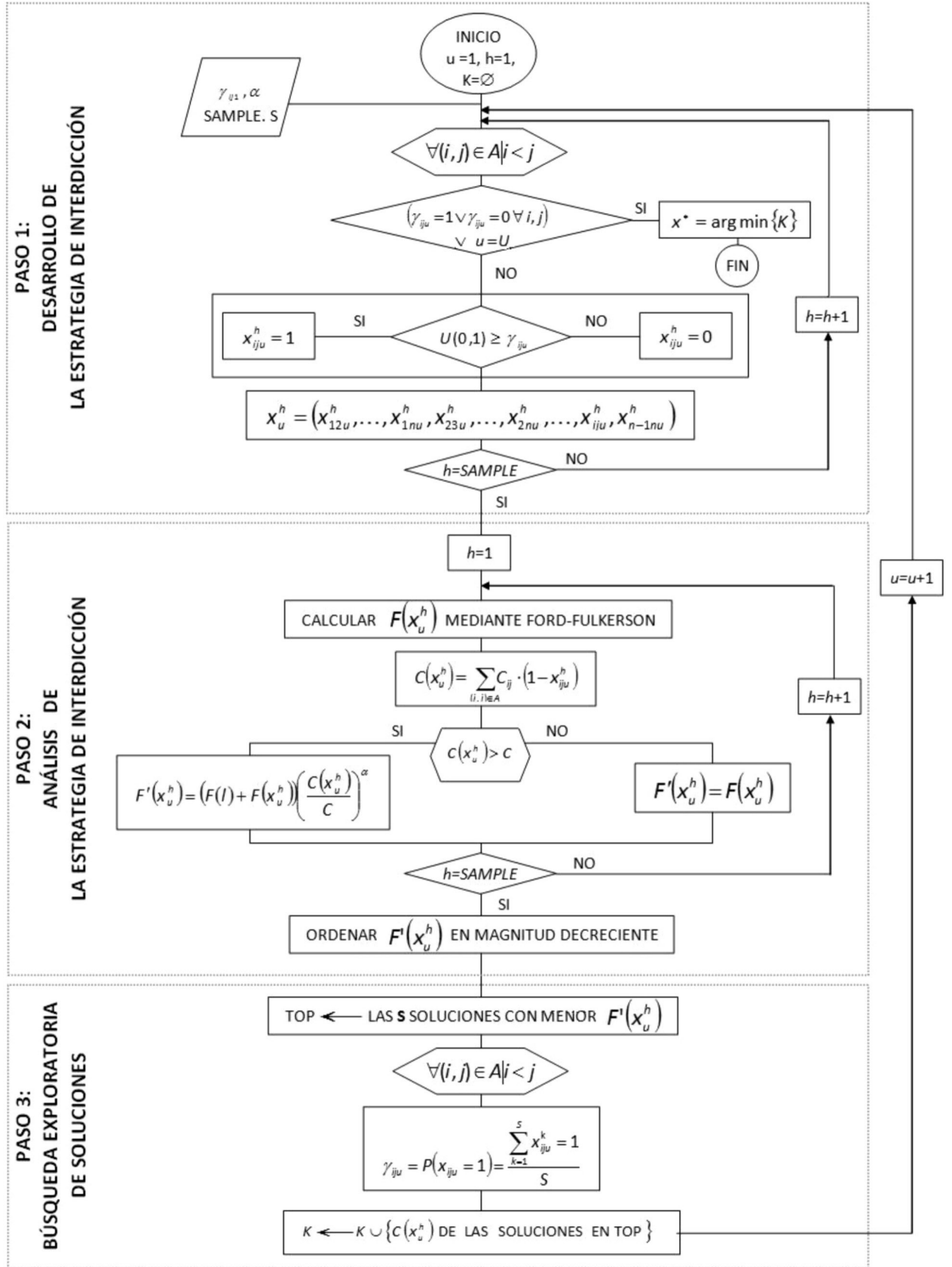


Figura 1. Pseudo-código de la heurística PSDA-INT.

$$C(x_u^h) = \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} (1 - x_{iju}^h)$$

- Penalización del flujo máximo:

La penalización del flujo asociado a cada estrategia de interdicción se realiza cuando ésta involucra el uso de mayor cantidad de recursos que el total del que dispone el interdicator C . Basado en la expresión usada en Ramírez-Márquez & Rocco (2008), se plantea la siguiente forma de calcular el flujo penalizado:

$$F^i(x_u^h) = \begin{cases} [F(1) + F(x_u^h)] \cdot \left[\frac{C(x_u^h)}{C} \right] & \text{si } C(x_u^h) > C \\ F(x_u^h) & \text{caso contrario} \end{cases}$$

- Jerarquización del flujo máximo penalizado

Se jerarquizan las soluciones en orden de magnitud decreciente a través del flujo penalizado, $F(x_u^h)$.

Paso 3. Búsqueda exploratoria de soluciones

De todas las soluciones construidas en el Paso 2, se considera sólo el conjunto de mejores soluciones (TOP) para actualizar las probabilidades de existencia de cada arco (elementos del vector γ_u). Esto se logra promediando las apariciones de cada arco en el conjunto de mejores soluciones. Los conjuntos de mejores soluciones obtenidos en cada ciclo se van almacenando en el conjunto K y de aquí se seleccionará la mejor solución.

Con el nuevo vector γ_u , se reinicia el ciclo de pasos 1-2-3 hasta que se cumpla una de las dos condiciones establecidas por las reglas de parada. Cuando esto ocurre, se procede a identificar la mejor solución, para lo cual se analiza el conjunto de soluciones almacenadas en K y de ellas, se selecciona como solución óptima (x^*) aquella que minimice el flujo máximo y que cumpla con la restricción de disponibilidad de recursos. Es importante enfatizar que el proceso de selección que define el conjunto de mejores soluciones es por ranking del flujo penalizado, de las cuales se eligen las mejores del grupo sin imponer condiciones al costo de interdicción asociado a la configuración de red.

RESULTADOS

En esta sección se describen y analizan los resultados de la aplicación de la heurística PSDA-INT a los tres tipos de redes considerados en esta investigación: 1) problemas de redes ilustrativas, 2) problemas de redes cuyo óptimo se co-

noce y 3) problemas de redes con solución desconocida y espacios de solución grandes.

Problemas de redes ilustrativas

El primer problema de red ilustrativa seleccionado es el ejemplo prototipo planteado por Hillier & Lieberman (2006) para explicar el problema de flujo máximo. Aunque la situación descrita originalmente por los autores no aborda de manera explícita el fenómeno de interdicción, se consideró que la red puede ser adaptada para ilustrar el proceso de interdicción. En este ejemplo, los autores proponen el problema de red presentado en la figura 2 en la cual se muestra, junto a cada arco, un número para indicar su capacidad. En la tabla 1 se presentan los datos de la red.

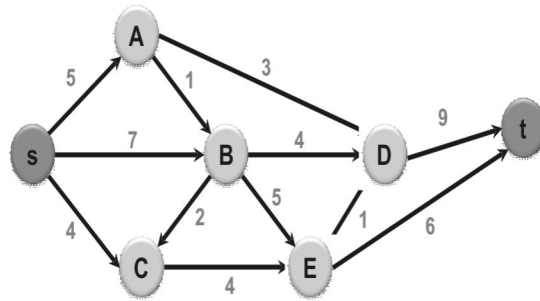


Figura 2. Red dirigida de 7 nodos y 12 enlaces (Hillier & Lieberman, 2006).

Tabla 1. Datos de la red dirigida de 7 nodos y 12 enlaces (Adaptación de Hillier & Lieberman, 2006).

	Arco	Capacidad	Costo de interdicción
1	(s,A)	5	1
2	(s,B)	7	2
3	(s,C)	4	1
4	(A,B)	1	1
5	(A,D)	3	1
6	(B,C)	2	1
7	(B,D)	4	1
8	(B,E)	5	1
9	(C,E)	4	1
10	(D,t)	9	3
11	(E,D)	1	1
12	(E,t)	6	1

Para esta red, el flujo máximo obtenido a través de la aplicación del método de Ford-Fulkerson es 14. De las 2^{12} (4096) soluciones potenciales que podrían originarse de esta red, se analizaron sólo 2500 soluciones distribuidas en un máximo de 5 ciclos, es decir, se fijó $SAMPLE=500$ y $U=5$.

Esta combinación de parámetros permite reducir el espacio de búsqueda en 38.96%. Asimismo, de las 500 redes generadas en cada ciclo, se emplearon 70 para actualizar el vector de probabilidades de aparición de los arcos en la red ($S=70$), en correspondencia con el cociente sugerido de $SAMPLE/S \approx 7$. El factor de penalización se fijó en 1 y se considera $C=1$. De la aplicación del PSDA-INT a esta red se obtiene la evolución del vector de probabilidades de aparición de los arcos que se muestran en la tabla 2. En ella puede apreciarse que en el ciclo 5 se alcanzaron las dos condiciones de parada contempladas en el algoritmo.

Por una parte, todas las probabilidades de aparición de los arcos convergieron a 0 ó 1, y por la otra, se alcanzó el máximo número de ciclos establecidos originalmente (5). El último vector de probabilidades apunta a que la configuración

final de la red luego de la interdicción tiene el arco (E,t) inhabilitado. La tabla 3 muestra las 5 mejores soluciones para cada ciclo del PSDA-INT.

En la tabla 3 se puede apreciar cómo PSDA-INT halló la mejor solución por primera vez en el segundo ciclo, cuando sólo se habían evaluado 10^3 redes (24.24% del espacio de soluciones completo). Esta solución se refiere a inhabilitar el arco 12 (enlace E-t), con lo cual podría lograrse una reducción en el flujo máximo de 14 a 8 unidades. En esta tabla se observa también que sólo en el primer ciclo se produjo penalización del flujo máximo, puesto que del ciclo 2 en adelante, el costo total de las estrategias de interdicción evaluadas fue justamente la unidad de recurso disponible para tal fin.

Tabla 2. Evolución del vector de probabilidades de aparición de los arcos en la red dirigida de 7 nodos y 12 enlaces.

ciclo	Arco											
	(s,A)	(s,B)	(s,C)	(A,B)	(A,D)	(B,C)	(B,D)	(B,E)	(C,E)	(D,t)	(E,D)	(E,t)
1	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
2	0.66	0.7	0.686	0.729	0.586	0.743	0.471	0.757	0.729	0.914	0.771	0.6
3	0.83	1	0.857	0.957	0.829	0.929	0.586	0.886	0.914	1	0.943	0.7
4	1	1	1	1	1	1	0.5	1	1	1	1	0.5
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0

Tabla 3. Las 5 mejores soluciones obtenidas por PSDA-INT en 4 ciclos para la red dirigida de 7 nodos y 12 enlaces.

	Solución	Estrategia de interdicción	Flujo máximo	Costo de interdicción	Flujo máximo penalizado
ciclo 1	1	4	14	1	14
	2	5, 8	8	2	44
	3	5, 6	11	2	50
	4	3, 7, 12	4	3	54
	5	5, 7, 8, 9	0	4	56
ciclo 2	1	12	8	1	8
	2	7	10	1	10
	3	7	10	1	10
	4	7	10	1	10
	5	7	10	1	10
ciclo 3	1	12	8	1	8
	2	12	8	1	8
	3	12	8	1	8
	4	12	8	1	8
	5	12	8	1	8
ciclo 4	1	12	8	1	8
	2	12	8	1	8
	3	12	8	1	8
	4	12	8	1	8
	5	12	8	1	8

Dado que el problema de red ilustrativa seleccionado es un ejemplo prototipo académico orientado al problema de flujo máximo, no existe óptimo reportado para esta red como problema de interdicción determinística. Sin embargo, el óptimo fue hallado empleando el modelo analítico para resolver el problema de interdicción determinística desarrollado por Wood (1993). La solución óptima corresponde a intervenir el arco E-t para reducir el flujo máximo en la red de 14 a 8 unidades.

Problemas de redes con solución óptima conocida

En esta sección se muestran los resultados de la aplicación de la heurística PSDA-INT a dos problemas de interdicción de redes, cuya solución óptima se conoce y que han sido resueltos previamente en la literatura. En el contexto del problema en cuestión, el óptimo se refiere al valor mínimo que puede tomar el flujo máximo que atraviesa la red, luego de la inhabilitación de uno o más de sus arcos.

- Red de Dai & Poh (2002)

La primera red considerada (figura 3) fue empleada por Dai & Poh (2002) para ilustrar la resolución del problema de interdicción determinística a través de un algoritmo genético. Se trata de una red dirigida de 20 nodos y 30 enlaces, con un sólo nodo fuente y un sólo nodo sumidero. Los datos de la red se muestran en la tabla 4.

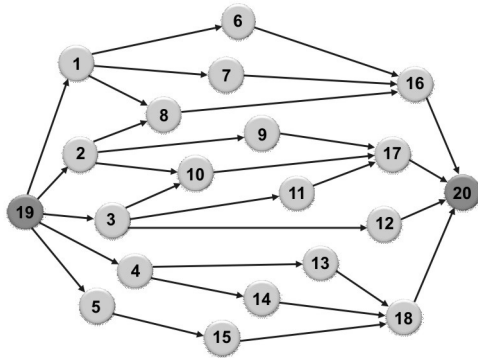


Figura 3. Red dirigida de 20 nodos y 30 enlaces (Dai & Poh, 2002).

El flujo máximo entre la fuente y el sumidero en esta red antes de la interdicción es de 44 unidades. Los autores plantean entonces evaluar a cuánto puede reducirse esta cifra si se dispone de un total de 9 recursos para interdicción.

De las 2^{30} soluciones potenciales que se derivan de esta red, se analizaron 10^4 soluciones distribuidas en un máximo de 10 ciclos (con $SAMPLE=1000$ y $U=10$). Con estos parámetros se redujo el espacio de búsqueda en 99.999%.

Tabla 4. Datos de la red dirigida de 20 nodos y 30 enlaces (Dai & Poh, 2002).

	<i>Arco</i>	<i>Capacidad</i>	<i>Costo de interdicción</i>
1	(1,6)	8	4
2	(1,7)	4	4
3	(1,8)	9	3
4	(2,8)	13	5
5	(2,9)	7	4
6	(2,10)	6	5
7	(3,10)	5	5
8	(3,11)	12	5
9	(3,12)	7	5
10	(4,13)	8	3
11	(4,14)	15	2
12	(5,15)	8	6
13	(6,16)	10	3
14	(7,16)	4	4
15	(8,16)	7	2
16	(9,17)	10	3
17	(10,17)	11	3
18	(11,17)	13	2
19	(12,20)	13	6
20	(13,18)	13	3
21	(14,18)	4	4
22	(15,18)	9	4
23	(16,20)	15	8
24	(17,20)	11	6
25	(18,20)	14	7
26	(19,1)	11	8
27	(19,2)	8	9
28	(19,3)	11	7
29	(19,4)	13	10
30	(19,5)	6	12

Asimismo, de las 1000 redes generadas en cada ciclo, se emplearon 140 para actualizar el vector de probabilidades de aparición de los arcos en la red ($S=140$).

La tabla 5 presenta la evolución del vector de probabilidades de aparición de los arcos a medida que avanzan los primeros 5 ciclos del PSDA-INT. Aunque no se muestra el ciclo 1, no debe perderse de vista que, según fue explicado anteriormente, todas las probabilidades de existencia iniciales de cada arco en la red son 0.5.

Tabla 5. Evolución del vector de probabilidades de aparición en la red dirigida de 20 nodos y 30 enlaces.

ciclo 2	Arco	(1,6)	(1,7)	(1,8)	(2,8)	(2,9)	(2,10)	(3,10)	(3,11)	(3,12)	(4,13)
	Probabilidad	0.621	0.55	0.579	0.671	0.55	0.629	0.614	0.686	0.671	0.621
	Arco	(4,14)	(5,15)	(6,16)	(7,16)	(8,16)	(9,17)	(10,17)	(11,17)	(12,20)	(13,18)
	Probabilidad	0.486	0.686	0.507	0.557	0.521	0.5	0.571	0.6	0.6	0.607
	Arco	(14,18)	(15,18)	(16,20)	(17,20)	(18,20)	(19,1)	(19,2)	(19,3)	(19,4)	(19,5)
	Probabilidad	0.607	0.564	0.564	0.614	0.55	0.764	0.729	0.636	0.786	0.836
ciclo 3	Arco	(1,6)	(1,7)	(1,8)	(2,8)	(2,9)	(2,10)	(3,10)	(3,11)	(3,12)	(4,13)
	Probabilidad	0.7	0.657	0.721	0.85	0.671	0.736	0.714	0.836	0.779	0.664
	Arco	(4,14)	(5,15)	(6,16)	(7,16)	(8,16)	(9,17)	(10,17)	(11,17)	(12,20)	(13,18)
	Probabilidad	0.521	0.871	0.529	0.693	0.457	0.521	0.721	0.643	0.764	0.7
	Arco	(14,18)	(15,18)	(16,20)	(17,20)	(18,20)	(19,1)	(19,2)	(19,3)	(19,4)	(19,5)
	Probabilidad	0.757	0.629	0.757	0.7	0.607	0.929	0.921	0.736	0.964	0.986
ciclo 4	Arco	(1,6)	(1,7)	(1,8)	(2,8)	(2,9)	(2,10)	(3,10)	(3,11)	(3,12)	(4,13)
	Probabilidad	0.836	0.8	0.771	0.95	0.814	0.914	0.929	0.964	0.886	0.793
	Arco	(4,14)	(5,15)	(6,16)	(7,16)	(8,16)	(9,17)	(10,17)	(11,17)	(12,20)	(13,18)
	Probabilidad	0.6	0.964	0.657	0.814	0.45	0.686	0.836	0.686	0.921	0.779
	Arco	(14,18)	(15,18)	(16,20)	(17,20)	(18,20)	(19,1)	(19,2)	(19,3)	(19,4)	(19,5)
	Probabilidad	0.879	0.693	0.886	0.864	0.807	0.979	0.986	0.836	1	1
ciclo 5	Arco	(1,6)	(1,7)	(1,8)	(2,8)	(2,9)	(2,10)	(3,10)	(3,11)	(3,12)	(4,13)
	Probabilidad	0.943	0.964	0.9	1	0.964	0.971	0.993	1	0.971	0.821
	Arco	(4,14)	(5,15)	(6,16)	(7,16)	(8,16)	(9,17)	(10,17)	(11,17)	(12,20)	(13,18)
	Probabilidad	0.7	1	0.793	0.95	0.579	0.821	0.957	0.743	0.993	0.886
	Arco	(14,18)	(15,18)	(16,20)	(17,20)	(18,20)	(19,1)	(19,2)	(19,3)	(19,4)	(19,5)
	Probabilidad	0.95	0.886	0.979	0.971	0.964	1	0.993	0.971	1	1

La solución óptima de este problema es un flujo máximo después de interdicción de 29 unidades (Dai & Poh, 2002). En la tabla 6 se muestra como el PSDA-INT consiguió dicha solución óptima en el cuarto ciclo, luego de evaluar menos de 4000 redes (0.0004% del espacio de soluciones completo). También puede apreciarse en los ciclos 1 y 2, como actúa la penalización sobre el flujo cuando el costo de interdicción excede la cantidad total de recursos disponibles. Asimismo, el extracto de resultados presentados en la tabla 6 refleja la naturaleza de la búsqueda efectuada por el PSDA-INT, según la cual los ciclos no se detienen al encontrar la solución óptima. Esto debido a que el algoritmo realiza la escogencia de la mejor solución factible hallada (menor flujo máximo penalizado y costo de interdicción menor al total de recursos disponible) luego de que se cumple una de las condiciones de parada del algoritmo.

Dai & Poh (2002), reportan los resultados de 10 corridas independientes para un flujo máximo promedio después de interdicción de 30.3 unidades, con una varianza asociada de 2.2 unidades, logrando obtener la solución óptima en sólo 4 casos. En cambio, PSDA-INT produjo un flujo máximo promedio después de interdicción de 29.9 unidades, con una varianza asociada de 0.05 unidades y alcanzó la solución óptima en el 98 % de las corridas efectuadas.

- Red de Wood (1993)

La segunda red considerada (figura 4) fue empleada por Wood (1993) como ejemplo numérico para ilustrar la aplicación de un modelo propuesto por él para resolver el problema de interdicción determinística. Los datos de la red se muestran en la tabla 7.

Tabla 6. Las 5 mejores soluciones obtenidas por PSDA-INT en los 5 primeros ciclos para la red dirigida de 20 nodos y 30 enlaces.

	Solución	Estrategia de interdicción	Flujo máximo	Costo de interdicción	Flujo máximo penalizado
ciclo 1	1	3, 9, 11, 13, 14, 20, 22, 23	11	32	195.6
	2	1, 5, 10, 11, 13, 16, 17, 18, 28	17	31	210.11
	3	6, 13, 16, 18, 22, 23, 24, 25	7	38	215.3
	4	2, 3, 5, 8, 11, 15, 17, 23, 25	7	38	215.3
	5	3, 13, 15, 16, 17, 23, 29	17	32	216.9
ciclo 2	1	6, 11, 15, 19, 20	28	18	144
	2	1, 6, 10, 11, 14, 15	24	20	151,1
	3	3, 10, 11, 13, 15, 18, 22, 24	11	25	152,8
	4	1, 7, 11, 15, 18, 20, 22	19	22	154
	5	1, 5, 14, 16, 18	38	17	154,9
ciclo 3	1	10, 15, 18	39	7	39
	2	3, 16, 20	40	9	40
	3	14, 15, 18	40	8	40
	4	16, 18, 22	42	9	42
	5	3, 11, 15, 18	43	9	43
ciclo 4	1	15, 25	29	9	29
	2	15, 25	29	9	29
	3	10, 11, 22	30	9	30
	4	25	30	7	30
	5	1, 15, 20	32	9	32
ciclo 5	1	15, 25	29	9	29
	2	11, 20, 22	30	9	30
	3	25	30	7	30
	4	25	30	7	30
	5	11, 25	30	9	30

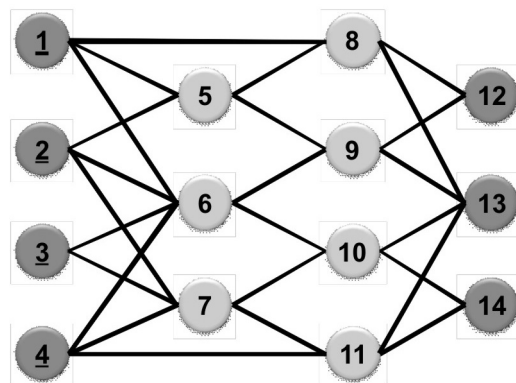


Figura 4. Red no dirigida de 14 nodos y 25 enlaces (Wood, 1993).

Tabla 7. Datos de la red dirigida de 14 nodos y 25 enlaces (Wood, 1993).

	<i>Arco</i>	<i>Capacidad</i>	<i>Costo de interdicción</i>
1	(1,5)	60	5
2	(1,8)	70	4
3	(1,6)	60	5
4	(2,5)	50	3
5	(2,6)	50	3
6	(2,7)	60	5
7	(3,6)	100	3
8	(3,7)	80	5
9	(4,6)	50	5
10	(4,7)	100	5
11	(4,11)	80	4
12	(5,8)	60	4
13	(5,9)	60	7
14	(6,9)	120	4
15	(6,10)	150	6
16	(7,10)	120	6
17	(7,11)	80	4
18	(8,12)	80	4
19	(8,13)	50	5
20	(9,12)	100	5
21	(9,13)	80	4
22	(10,13)	180	6
23	(10,14)	100	4
24	(11,13)	80	5
25	(11,14)	100	6

La relevancia de estudiar esta red reside en el hecho de que tiene dos características que la diferencian de las anteriormente analizadas en este trabajo: 1) Es no dirigida y 2) Tiene múltiples nodos fuente y nodos sumidero.

La primera condición se aborda sustituyendo cada arco no dirigido por un par de arcos dirigidos en direcciones opuestas. Este reemplazo se haría para los arcos que conectan los nodos 5 y 8, 5 y 9, 6 y 9, 6 y 10, 7 y 10 y 7 y 11. Con respecto a la segunda condición, se requiere convertir la red en una que tenga una sola fuente y un solo sumidero. Para ello, se agrega un súper nodo fuente s que alimente a todas las fuentes de la red original mediante arcos unidireccionales artificiales de capacidad infinita, dirigidos a los nodos 1, 2, 3 y 4. Luego se efectúa un procedimiento análogo agregando un súper nodo sumidero t . Con estas dos transformaciones, la red pasa de tener 14 nodos y 25 enlaces

a tener 16 nodos y 57 enlaces. Con estas modificaciones, el flujo máximo entre la fuente y el sumidero antes de interdicción es de 720 unidades (Wood, 1993). La disponibilidad de recursos para interdicción considerada por Wood fue de 15 unidades. De las 2^{57} soluciones que resultarían de la enumeración explícita de las posibles configuraciones de red, se analizaron 10^4 soluciones distribuidas en un máximo de 10 ciclos (aproximadamente 7.0×10^{-7} % del espacio de búsqueda). Se tomó la misma combinación de parámetros empleada en la red de Dai & Poh (2002) ($SAMPLE=1000$ y $U=10$). El tamaño de la muestra escogido para actualizar el vector de probabilidades de aparición de los arcos en la red en cada ciclo fue de 140 ($S=140$).

Al aplicar el PSDA-INT a la red de la figura 4 se obtiene la evolución del vector de probabilidades de aparición de los arcos mostrada en la tabla 8.

Tabla 8. Evolución del vector de probabilidades de aparición de los arcos en la red dirigida de 16 nodos y 57 enlaces.

ciclo 2	Arco	(1,5)	(1,8)	(1,6)	(2,5)	(2,6)	(2,7)	(3,6)	(3,7)	(4,6)	(4,7)
	Probabilidad	0.493	0.479	0.471	0.464	0.536	0.543	0.443	0.464	0.571	0.514
	Arco	(4,11)	(5,8)	(5,9)	(6,9)	(6,10)	(7,10)	(7,11)	(8,12)	(8,13)	(9,12)
	Probabilidad	0.529	0.429	0.479	0.4	0.55	0.436	0.4	0.514	0.486	0.421
	Arco	(9,13)	(10,13)	(10,14)	(11,13)	(11,14)	(15,1)	(15,2)	(15,3)	(15,4)	(12,16)
	Probabilidad	0.45	0.4	0.486	0.479	0.507	0.736	0.814	0.821	0.764	0.836
	Arco	(13,16)	(14,16)								
	Probabilidad	0.764	0.743								
ciclo 3	Arco	(1,5)	(1,8)	(1,6)	(2,5)	(2,6)	(2,7)	(3,6)	(3,7)	(4,6)	(4,7)
	Probabilidad	0.429	0.457	0.429	0.536	0.579	0.607	0.45	0.529	0.579	0.429
	Arco	(4,11)	(5,8)	(5,9)	(6,9)	(6,10)	(7,10)	(7,11)	(8,12)	(8,13)	(9,12)
	Probabilidad	0.529	0.429	0.593	0.407	0.536	0.471	0.343	0.5	0.486	0.4
	Arco	(9,13)	(10,13)	(10,14)	(11,13)	(11,14)	(15,1)	(15,2)	(15,3)	(15,4)	(12,16)
	Probabilidad	0.4	0.329	0.486	0.529	0.614	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Arco	(13,16)	(14,16)								
	Probabilidad	1.000	1.000								
ciclo 4	Arco	(1,5)	(1,8)	(1,6)	(2,5)	(2,6)	(2,7)	(3,6)	(3,7)	(4,6)	(4,7)
	Probabilidad	0.464	0.464	0.521	0.593	0.621	0.65	0.514	0.586	0.771	0.493
	Arco	(4,11)	(5,8)	(5,9)	(6,9)	(6,10)	(7,10)	(7,11)	(8,12)	(8,13)	(9,12)
	Probabilidad	0.471	0.5	0.707	0.421	0.614	0.6	0.343	0.529	0.55	0.407
	Arco	(9,13)	(10,13)	(10,14)	(11,13)	(11,14)	(15,1)	(15,2)	(15,3)	(15,4)	(12,16)
	Probabilidad	0.371	0.314	0.436	0.586	0.586	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Arco	(13,16)	(14,16)								
	Probabilidad	1.000	1.000								
ciclo 5	Arco	(1,5)	(1,8)	(1,6)	(2,5)	(2,6)	(2,7)	(3,6)	(3,7)	(4,6)	(4,7)
	Probabilidad	0.536	0.471	0.686	0.643	0.671	0.814	0.586	0.714	0.821	0.564
	Arco	(4,11)	(5,8)	(5,9)	(6,9)	(6,10)	(7,10)	(7,11)	(8,12)	(8,13)	(9,12)
	Probabilidad	0.421	0.564	0.8	0.443	0.65	0.664	0.371	0.55	0.629	0.471
	Arco	(9,13)	(10,13)	(10,14)	(11,13)	(11,14)	(15,1)	(15,2)	(15,3)	(15,4)	(12,16)
	Probabilidad	0.364	0.229	0.336	0.629	0.721	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Arco	(13,16)	(14,16)								
	Probabilidad	1.000	1.000								

La solución óptima del problema viene dada por la estrategia de interdicción de los arcos 14, 22 y 23 (que corresponde a los arcos (6,9), (10,13) y (10,14)), con la que se reduce el flujo máximo de la red de 720 a 340 unidades, incurriendo en un costo de interdicción de 14 unidades de recurso (Wood, 2002). El PSDA-INT produjo esta solución en el

ciclo 8, tras evaluar 8×10^3 redes. En la tabla 9 se muestran los primeros 5 ciclos de la corrida del PSDA-INT. Como puede apreciarse en la tabla 9, el PSDA-INT produce en estos primeros ciclos soluciones que tienen asociados costos de interdicción muy superiores a la cantidad de recursos disponibles.

Tabla 9. Las cinco mejores soluciones obtenidas por PSDA-INT en los 5 primeros ciclos para la red dirigida de 16 nodos y 57 enlaces.

	Solución	Estrategia de interdicción	Flujo máximo	Costo de interdicción	Flujo máximo penalizado
ciclo 1	1	2,4,7,9,10,12,13,14,18,21,22,23,24,25,29,31,32,35,36,42,43,44,45, 47 y 49	0	113	5424
	2	2,6,12,16,18,20,22,24,25,27,30,31,32,34,35,36,39,40,41,42 y 48	180	98	5880
	3	2,3,4,5,6,7,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20, 28,36,37,38,39,40,41,42,44,45,46,47 y 49	0	147	7056
	4	1,3,5,8,9,10,11,13,19,21,25,30,31,32,33,35,37,38,40,41,43,48 y 49	240	111	7104
	5	4,8,9,10,12,15,17,18,21,22,24,28,29,34,36,37,38,40,41,43,44,46, 48 y 50	290	114	7676
ciclo 2	1	1,5,15,18,20,21,22,24,31,40,43,44,45,46 y 49	250	72	4656
	2	2,5,6,7,8,10,11,12,13,14,16,17,22,23,27,33,35,36,38,41,44,46 y 47	0	110	5280
	3	4,7,10,12,13,14,17,19,21,22,24,26,27,28,29,32,42,43 y 47	250	84	5432
	4	3,4,7,9,10,11,13,15,17,19,28,29,30,33,37,39,44,46 y 49	250	85	5496
	5	12,5,9,11,14,16,17,20,22,23,25,30,32,33,34,41,43,47 y 48	200	90	5520
ciclo 3	1	2,3,11,16,17,20,21,22,23,31,38,39,42,45,46 y 47	60	77	4004
	2	1,6,7,11,14,16,17, 21,22,23,31,34,35,41,43,44 y 46	120	79	4424
	3	1,5,13,14,22,25,27,30,32,40,41,45,46 y 49	300	67	4556
	4	3,7,10,11,13,14,15,16,17,18,20,22,27,32,35,39,46,47 y 49	50	90	4620
	5	3,5,8,9,10,11,15,18,19,20,26,33,38,41,43,45 y 46	140	83	4758
ciclo 4	1	2,3,8,14,18,21,22,24,28 y 43	310	46	3158
	2	12,11,17,21,22,23,28,29,32,42,44 y 48	160	55	3226
	3	1,8,12,15,16,17,20,21,22,24,27 y 32	150	57	3306
	4	12,4,14,15,18,23,32,37,42,46 y 50	280	51	3400
	5	9,12,17,19,20,21,23,27,39,40 y 44	330	50	3500
ciclo 5	1	1,14,18,22,23,43 y 48	270	31	2045
	2	5,12,14,23,27,33 y 42	470	28	2221
	3	2,11,15,22,23,29,39 y 46	310	35	2403
	4	2,3,12,14,21,22,23,37 y 42	220	39	2444
	5	11,14,17,18,20,22,24,43 y 46	210	40	2480

Por definición, el PSDA-INT permite la supervivencia de soluciones infactibles de un ciclo a otro. Pero, estas soluciones son penalizadas de acuerdo con el grado de desviación que presenten con respecto al costo de interdicción objetivo. Esta forma de exploración de las vecindades del espacio de solución permite evitar que la búsqueda se oriente exclusivamente hacia las soluciones con costos de interdicción inferiores al presupuesto de interdicción.

Los resultados anteriores corresponden a una corrida individual del PSDA-INT. Para obtener resultados representativos de la aplicación de la heurística a esta red se realizaron 500 corridas independientes variando entre ellas la semilla que emplea el generador aleatorio en el Paso 1 del algorit-

mo (Desarrollo de la estrategia de interdicción). El PSDA-INT produjo la solución óptima de 340 unidades en 95% de las corridas. La otra solución que halló el PSDA-INT corresponde a un flujo máximo de 360 unidades, pero su frecuencia de ocurrencia fue de tan solo 5%.

Problemas de redes con solución óptima desconocida

En esta sección se muestran los resultados de la aplicación de la heurística PSDA-INT a un problema de redes con espacio de solución grande que no ha sido resuelto desde la óptica de la interdicción determinística. Siendo así, no existe óptimo reportado para esta red como problema de este tipo.

La red considerada fue empleada por Gebre & Ramírez-Márquez (2007), para efectuar análisis de confiabilidad en redes. Se trata de una red dirigida de 36 nodos y 60 enlaces, con un único nodo fuente (nodo 1) y un único nodo sumidero (nodo 36). Los datos de esta red se muestran en la tabla 10. Note que del nodo fuente sólo salen dos arcos, mientras que al nodo sumidero sólo llegan dos enlaces. El flujo máximo entre la fuente y el sumidero de esta red antes de interdicción es 76 unidades.

Tabla 10. Datos de la red dirigida de 36 nodos y 60 enlaces (Gebre & Ramírez-Márquez, 2007).

	<i>Arco</i>	<i>Capacidad</i>	<i>Costo de interdicción</i>
1	(1,2)	33	5
2	(1,7)	43	8
3	(2,3)	23	30
4	(2,8)	48	32
5	(3,4)	24	15
6	(3,9)	42	17
7	(4,5)	35	21
8	(4,10)	44	16
9	(5,6)	29	18
10	(5,11)	33	35
11	(6,12)	53	38
12	(7,8)	39	38
13	(7,13)	37	16
14	(8,9)	46	17
15	(8,14)	74	37
16	(9,10)	40	18
17	(9,15)	38	24
18	(10,11)	51	22
19	(10,16)	46	22
20	(11,12)	68	18
21	(11,17)	40	25
22	(12,18)	52	14
23	(13,14)	39	26
24	(13,19)	55	29
25	(14,15)	63	31
26	(14,20)	63	28
27	(15,16)	45	33
28	(15,21)	26	22
29	(16,17)	71	35
30	(16,22)	56	34
31	(17,18)	48	25
32	(17,23)	51	33
33	(18,24)	37	17
34	(19,20)	39	33

continuación **Tabla 10.**

	<i>Arco</i>	<i>Capacidad</i>	<i>Costo de interdicción</i>
35	(19,25)	26	22
36	(20,21)	63	37
37	(20,26)	41	37
38	(21,22)	61	21
39	(21,27)	75	19
40	(22,23)	28	16
41	(22,28)	70	28
42	(23,24)	59	26
43	(23,29)	25	24
44	(24,30)	38	33
45	(25,26)	38	34
46	(25,31)	65	15
47	(26,27)	61	34
48	(26,32)	50	15
49	(27,28)	51	34
50	(27,33)	47	37
51	(28,29)	23	24
52	(28,34)	66	30
53	(29,30)	48	28
54	(29,35)	45	31
55	(30,36)	61	3
56	(31,32)	53	24
57	(32,33)	49	19
58	(33,34)	31	37
59	(34,35)	32	26
60	(35,36)	34	9

De las 2^{60} soluciones que resultarían de la enumeración explícita de las posibles configuraciones de red, se analizaron 10^4 soluciones distribuidas en un máximo de 10 ciclos. Se tomó la misma combinación de parámetros empleada para las redes estudiadas en la sección anterior ($SAMPLE=1000$ y $U=10$). Se escogió el mismo tamaño de la muestra seleccionada para actualizar el vector de probabilidades de aparición de los arcos en la red ($S=140$). Dado que no existe una limitación específica de recursos disponibles para interdicción de la red, el análisis del problema se enfocó a través de un análisis de sensibilidad. Para ello, se varía la cantidad de recursos disponibles para interdicción, desde 1 unidad disponible hasta alcanzar la cantidad mínima requerida para anular el flujo a través de la red. Cada flujo máximo se obtuvo realizando 10 replicaciones independientes del algoritmo PSDA-INT, considerando semillas distintas. Los resultados promedios obtenidos se muestran en la figura 5.

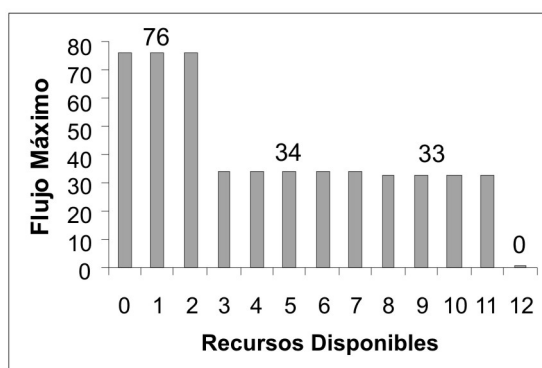


Figura 5. Análisis de sensibilidad sobre la cantidad de recursos disponibles para interdicción en la red dirigida de 36 nodos y 60 enlaces.

En la figura 5 puede apreciarse el impacto que tiene la variación en la cantidad de recursos disponibles para la interdicción de la red sobre el flujo máximo que atraviesa la red. El comportamiento del flujo puede resumirse de la siguiente manera: primer lugar, dado que el mínimo costo de interdicción de cualquiera de los arcos de la red es 3 unidades (arco entre los nodos 30 y 36), PSDA-INT produjo el flujo máximo 76 unidades para los casos en que el presupuesto de interdicción es inferior a esta cantidad. Luego, con 3 unidades de recursos disponibles para interdicción, el flujo máximo pudo reducirse a 34 unidades a través de la inhabilitación del arco (30,36). Ese mismo flujo máximo se obtiene con 4, 5, 6 y 7 unidades de recurso. El incremento de disponibilidad de recursos de 7 a 8 unidades, permite disminuir el flujo máximo a 33 unidades a través de un cambio de la estrategia de interdicción: dejar todos los arcos de la red intactos excepto el (1,7), cuya inhabilitación tiene un costo de 8 unidades de recurso. De la figura 5 puede observarse que con una disponibilidad de recursos de 9, 10 y 11 unidades se mantiene el flujo máximo de 33 unidades.

Finalmente, se alcanza la anulación del flujo máximo mediante la inhabilitación de los arcos (30,36) y (35,36), a un costo de interdicción de 12 unidades de recurso. De 12 en adelante, cualquier incremento en la disponibilidad de recursos para interdicción no se traducirá en una mejor estrategia de interdicción que la indicada por la solución producida por el PSDA-INT para el presupuesto de interdicción de 12 unidades de recurso.

CONCLUSIONES

En el presente trabajo se desarrolló una heurística para resolver el problema de interdicción determinística, con el objeto de identificar la mejor estrategia para atenuar las actividades de un adversario que esté operando en un sistema modelable a través de una red.

El estudio detallado de la heurística PSDA original condujo a identificar las modificaciones necesarias para adaptarla

al problema de interdicción determinística. La heurística modificada, PSDA-INT, requiere solamente 3 parámetros para su ejecución. Su aplicación a distintos tipos de redes permitió ilustrar la capacidad del algoritmo para obtener soluciones óptimas.

Los resultados obtenidos por el PSDA-INT permitieron verificar que la heurística produce soluciones que coinciden con el valor óptimo en un alto porcentaje de las corridas efectuadas. Adicionalmente, desde el punto de vista de esfuerzo computacional, el PSDA-INT es eficiente debido a que produce excelentes soluciones al analizar espacios de búsqueda significativamente reducidos con respecto a los que resultarían de la enumeración explícita de las posibles configuraciones de redes.

Cabe acotar que el uso de un algoritmo de flujo máximo para determinar el flujo en la red obedece a que se supuso que este algoritmo modela adecuadamente el fenómeno que está ocurriendo en la red. Sin embargo, no debe perderse de vista que la heurística propuesta emplea el flujo máximo como una “caja negra” que pudiera ser sustituida por un modelo más real del fenómeno en estudio.

Finalmente, el problema de interdicción determinística fue abordado en esta investigación suponiendo que la interdicción de los arcos es infalible. De allí, se desprende la siguiente incógnita: ¿Cómo afectaría el hecho que exista una probabilidad de éxito en la interdicción de los arcos de la red? Se plantea entonces calcular la confiabilidad de la interdicción, esto es, determinar una estrategia de interdicción que permita minimizar el costo de interdicción y lograr que la probabilidad de reducir el flujo máximo a cierta cantidad, cumpla con una probabilidad mínima especificada.

AGRADECIMIENTO

Parte de este trabajo ha sido financiado por el Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico de la Universidad Central de Venezuela, a través del Proyecto PG-08-7309-2008.

REFERENCIAS

- CHILLIER, G., FREEMAN, L. (2005). El nuevo concepto de seguridad hemisférica de la OEA: Una amenaza en potencia. Informe especial Programa WOLA.
- DAI, Y., POH, K. (2002). Solving the Network Interdiction Problem with Genetic Algorithms. Proceedings on the Fourth Asia-Pacific Conference on Industrial Engineering and Management System, pages 18-20.
- EVANS, J., MINIEKA, E. (1992). Optimization Algorithms for Networks and Graphs. Marcel Dekker.
- GEBRE, B., RAMÍREZ-MÁRQUEZ, J. (2007). Element Substitution Algorithm for General Two-Terminal Network

- Reliability Analyses. IIE Transactions, Vol. 39, No. 3, pages 265-275.
- HILLIER, F., LIEBERMAN, G. (2006). Introducción a la Investigación de Operaciones. McGraw Hill.
- ISRAELI, E., WOOD, R. (2002). Shortest-path Network Interdiction. NETWORKS, Vol. 40, 2, pages 97-111.
- PAN, F. (2005). Stochastic Network Interdiction: Models and Methods. Austin, USA: University of Texas.
- RAMÍREZ-MÁRQUEZ, J., ROCCO, C. (2008). All-terminal network reliability optimization via probabilistic solution discovery. Reliability Engineering and System Safety, Vol. 93, No. 11, pages 1689-1697.
- TAHA, H. (2004). Investigación de Operaciones. Prentice Hall.
- WOOD, R. (1993). Deterministic Network Interdiction. Mathematical Computing Modeling, Vol. 17, No. 2, pages 1-18.