

FUNCIONES RECEPTORAS DE ONDA P: UNA RESEÑA DE CONCEPTOS Y MÉTODOS BÁSICOS

MARIANO S. ARNAIZ-RODRÍGUEZ^{1*}; JEIKER BALAGUERA²; ANA K. SÁNCHEZ-GAMBOA¹

¹ Universidad Central de Venezuela, Departamento de Geofísica, Escuela de Geología, Minas y Geofísica, Facultad de Ingeniería, ²CodingTel, C.A.
E-mail: marianoarnaiz@gmail.com

Recibido:

Recibido en forma final revisado:

RESUMEN

Las Funciones Receptoras son una herramienta matemática-sismológica que permite el estudio de la estructura de la Tierra debajo de una estación sismológica. Desarrollada a finales de los 80-principio de los 90, se ha transformado en una de las herramientas más utilizadas en el ámbito de la sismología regional. En este trabajo se pretende describir de forma sistemática los conceptos fundamentales, el procedimiento para el cálculo de las funciones receptoras y presentar una herramienta sencilla para la aplicación de esta técnica con el fin de difundir esta información en los países hispanohablantes.

Palabras Claves: Sismología, Funciones Receptoras, Moho, Deconvolución.

P-WAVE RECEIVER FUNCTIONS: A REVIEW OF CONCEPTS AND BASIC METHODS

ABSTRACT

Receiver Functions analysis is a mathematical and seismological tool that allows studying the Earth's structure beneath a station. Developed between the late 80s and early 90s, has turned into one of the key tools in regional seismology. In this work we pretend to systematically describe the fundamental concepts, the computational process and present a simple tool for the application of this technique with the objective to spread this information in Spanish speaking countries.

Keywords: Seismology, Receiver Functions, Moho, Deconvolution.

INTRODUCCIÓN

En el momento que ocurre un evento sísmico se libera energía que se transmite por la Tierra en la forma de ondas mecánicas. Los tiempos de llegada y forma de los registros en superficie de estas ondas son información de utilidad para estudiar la estructura interna de nuestro planeta (e.g. Dziewonski & Romanowicz, 2007). Una de las técnicas más utilizada se conoce como Funciones Receptoras, por su nombre en inglés *Receiver Functions*, aunque una traducción más apropiada sería "Funciones del Receptor". Estas consisten en calcular la respuesta relativa (en cierta forma análogo a una serie de pulsos reflejados o serie de reflectividad) de la Tierra por debajo de una estación sismológica a partir de la relación entre las señales registradas en las distintas componentes de ésta (e.g. Ammon *et al.*, 1990; Rondenay, 2009).

El estudio de las funciones receptoras telesísmicas proporciona información de la estructura local donde existen contrastes significativos de velocidades, definiendo por ejemplo: la transición entre el manto y la corteza, la litósfera y la astenósfera, o el límite entre el basamento y la secuencia sedimentaria (e.g. Langston, 1979; Owen *et al.*, 1984; Ammon & Zandt, 1993). El método se fundamenta en las conversiones de fase que ocurren mientras el tren de ondas viaja a través de un medio heterogéneo desde su origen hasta llegar al receptor. Éstas ocurren mientras la onda viaja por las distintas capas e interfaces del interior de la Tierra, que alteran la onda. A partir de esta información es posible estimar la profundidad de estas interfaces y las propiedades mecánicas de las capas sobre ellas. Debido a su facilidad de aplicación, implemen-

tación y flexibilidad, esta técnica sismológica se ha transformado en una de las más utilizadas para caracterizar la litósfera (e.g. Bostock, 2007). El presente es un trabajo recopilatorio que pretende exponer las bases teóricas y prácticas de la técnica de funciones receptoras, aplicadas con una estación. Éste pretende contribuir a la divulgación de información sobre métodos de estudios sismológicos, en idioma español, que pueda ser de utilidad para estudiantes e investigadores que están iniciándose en la aplicación de este método. En paralelo con el manuscrito, se presenta un código sencillo que permite de forma interactiva realizar los procedimientos que aquí se describen a detalle.

DEFINICIÓN DE LA FUNCIÓN RECEPTORA A PARTIR DEL MODELO CONVOLUCIONAL

Un sismograma es una serie de tiempo. En ésta se guarda información (en función del tiempo) de una serie de eventos que van ocurriendo. En el caso de la sismología, un sismograma registra los desplazamientos verticales y laterales que sufre un punto de la Tierra en el tiempo. En un estado de “reposo” se registran pequeñas vibraciones que pueden provenir de cualquier fuente cercana al punto de registro (actividad antrópica, fenómenos climáticos, etc.). En el momento que las ondas originadas por un sismo alcanzan el punto de medición, estas vibraciones serán registradas como eventos de mayor amplitud en el desplazamiento.

El modelo más sencillo para definir matemáticamente un sismograma cualquiera se basa en su representación como el resultado de enviar una señal (en este caso una función que describa la fuente del tren de ondas en el origen del evento, o “*source-time function*”) a través de un conjunto de sistemas lineales (Claerbout, 1976; Russell, 1988). En el caso más sencillo, el sismograma $s(t)$ se puede escribir como:

$$s(t) = f(t)*q(t)*g(t)+n(t)$$

$$s(t) = f(t)*q(t)*e(t)*i(t)+n(t) \quad (\text{ec. 1})$$

donde $f(t)$ representa la función de la fuente, $q(t)$, que representa la atenuación de la onda en el tiempo $g(t)$, es una función de Green que se define como la respuesta de la estructura a la incidencia, desde abajo, de una onda plana e impulsiva (efectos de la propagación del rayo). Esta última se compone de: $e(t)$, el efecto que tiene la estructura de la Tierra a lo largo de la trayectoria seguida por la onda (rayo) desde la fuente al receptor (análoga a la función o serie de reflectividad en sísmica de reflexión), e $i(t)$, la respuesta impulsiva del sismómetro (**Figura 1**). Finalmente, $n(t)$ es el

ruido aleatorio que puede constar de varias componentes (e.g. ruido ambiental, ruido electrónico, etc). Si asumimos que: (a) el nivel de ruido es bajo (la relación señal-ruido es tan alta que lo podemos descartar), (b) podemos eliminar la respuesta instrumental de $s(t)$ (ya que conocemos el comportamiento del sensor en el instrumento utilizado), y (c) el registro sismológico refleja el desplazamiento de la superficie $u(t)$ (no la velocidad $\dot{u}(t)$ o aceleración $\ddot{u}(t)$), podemos reescribir la ecuación 1 como:

$$u(t) = f(t)*q(t)*e(t) \quad (\text{ec. 2})$$

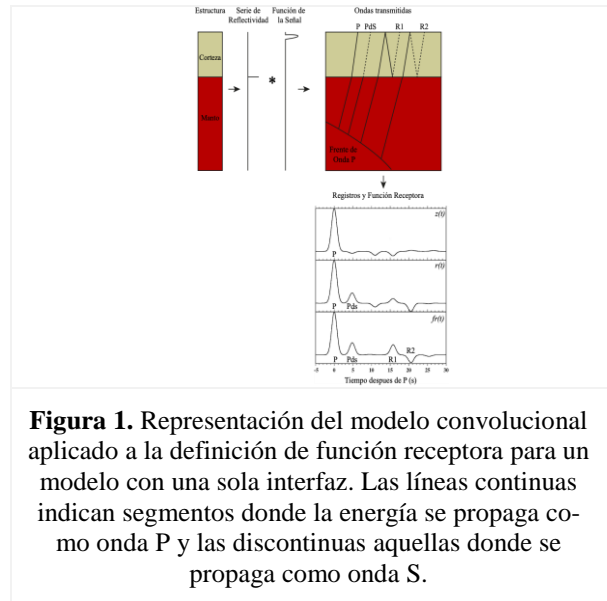


Figura 1. Representación del modelo convolucional aplicado a la definición de función receptora para un modelo con una sola interfaz. Las líneas continuas indican segmentos donde la energía se propaga como onda P y las discontinuas aquellas donde se propaga como onda S.

o como el producto de sus transformadas de Fourier en el dominio de la frecuencia como:

$$U(\omega) = F(\omega) \cdot Q(\omega) \cdot E(\omega) \quad (\text{ec. 3})$$

Si el objetivo es conocer, de alguna forma, la estructura de la Tierra debajo del receptor ($E(\omega)$), entonces es necesario hacer la deconvolución entre el desplazamiento y la función de la fuente sísmica de la forma:

$$E(\omega) = U(\omega) / (F(\omega) \cdot Q(\omega)) \quad (\text{ec. 4})$$

El desplazamiento $U(\omega)$ en la superficie de la Tierra es grabado en 3 componentes: dos orientadas al Norte y Este geográficos ($N(t)$ y $E(t)$) y una componente vertical $Z(t)$. Es necesario acotar, por experiencia, que al instalar una estación sismológica se debe de considerar la declinación magnética en el punto y momento de instalación, de manera de evitar introducir un error en la orientación de las componentes del registro. Estas componentes “globales” pueden ser rotadas a un sistema “local” que depende del acimut inverso (*back azimuth*, B) entre la estación y el sismo dado por:

$$\begin{pmatrix} R(t) \\ T(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(B) & \sin(B) \\ -\sin(B) & \cos(B) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N(t) \\ E(t) \end{pmatrix}$$

Las nuevas componentes son: $R(\omega)$ (radial, en la dirección acimutal entre la fuente y el receptor), $T(\omega)$ (perpendicular al acimut entre la fuente y el receptor) y $Z(\omega)$ (vertical), por lo que es conveniente reescribir entonces la ecuación 4 como:

$$E_R(\omega) = R(\omega)/(F(\omega) \cdot Q(\omega)) \quad (\text{ec. 5.1})$$

$$E_T(\omega) = T(\omega)/(F(\omega) \cdot Q(\omega)) \quad (\text{ec. 5.2})$$

$$E_Z(\omega) = Z(\omega)/(F(\omega) \cdot Q(\omega)) \quad (\text{ec. 5.3})$$

Donde $E_R(\omega)$, $E_T(\omega)$ y $E_Z(\omega)$ son, respectivamente, la respuesta impulsiva radial, tangencial y vertical de la estructura debajo del receptor. En tal sentido, de conocer una función que pueda describir el comportamiento de la fuente sísmica, se podría obtener información sobre la estructura de la Tierra.

Es en este momento necesario explicar que, para el caso de datos telesísmicos, donde la incidencia del tren de ondas es casi vertical a una interfaz plana en profundidad, en la componente $Z(t)$ quedan grabadas, primordialmente las ondas P y las ondas S verticales, mientras que en las componentes $R(t)$ y $T(z)$ se graban casi exclusivamente ondas S horizontales (con algunas ondas P apareciendo en la componente $R(t)$). Aquellas ondas S horizontales en $R(t)$ se encuentran asociadas a las transformaciones que sufre la onda P en su camino hacia la estación. Una observación común en este tipo de registros es que la componente vertical del desplazamiento ($E_Z(t)$) tiene un comportamiento similar a un pulso (delta de Dirac) con pequeñas perturbaciones (reverberaciones y fases convertidas) entre las llegadas de las fases P y S (e.g. Burdick & Helmberger, 1974). De tal manera que $Z(\omega)$ contiene, fundamentalmente, la misma información que $F(\omega)$, permitiendo aproximar:

$$Z(\omega) \simeq F(\omega) \quad (\text{ec. 6})$$

permitiendo reescribir las ecuaciones 5.1 y 5.2 como:

$$E_R(\omega) = R(\omega)/(Z(\omega) \cdot Q(\omega)) \quad (\text{ec. 7.1})$$

$$E_T(\omega) = T(\omega)/(Z(\omega) \cdot Q(\omega)) \quad (\text{ec. 7.2})$$

Al realizar la transformada inversa al dominio del tiempo se obtienen dos funciones $e_R(t)$ y $e_T(t)$ que pueden ser interpretadas como funciones que contienen la información de la reflectividad del subsuelo. En la práctica, $e_T(t)$ contiene poca información puesto que ésta viene asociada a reverberaciones y fases convertidas que tienen muy poca amplitud en la componente tangencial. En tal sentido, la función que mejor representa la estructura del subsuelo debajo de una estación en el dominio de la frecuencia ($FR(\omega)$) se puede cal-

cular a través de la deconvolución de la transformada de Fourier de las componentes vertical y radial del desplazamiento de un registro sísmológico, de la forma:

$$FR(\omega) = R(\omega)/Z(\omega) \quad (\text{ec. 8})$$

Finalmente, la función receptora $fr(t)$ (que describe la respuesta de la Tierra debajo del receptor) viene dada por la transformada inversa de Fourier de $FR(\omega)$:

$$fr(t) = \text{IFT}\{FR(\omega)\} \quad (\text{ec. 9})$$

LA FUNCIÓN RECEPTORA DE ONDA P (FRP)

Considere una onda P ascendente que se dirige hacia una estación sísmológica en superficie localizada entre 30° y 90° de distancia del epicentro de la fuente (**Figura 1**). Antes de llegar a la superficie, una parte de la energía contenida en el tren de onda se refracta de forma casi vertical a través de una interfaz abrupta situada a una profundidad d donde se genera una fase convertida P-a-S polarizada en las direcciones radial y vertical. Esta onda convertida se conoce como la fase P_s o P_{ds} y llega a la superficie después de la onda P, una vez transcurrido un tiempo que es directamente proporcional a d . Por lo tanto, en principio, se podría estimar la profundidad de la discontinuidad (d), si se conoce el tiempo de retraso de la onda P_{ds} con respecto a la onda P ($\Delta t_{P-P_{ds}}$) (e.g. Zhu & Kanamori, 2000):

$$d \propto \Delta t_{P-P_{ds}} = t_{P_{ds}} - t_P \quad (\text{ec. 10})$$

La fase P_{ds} es difícil de observar en el registro sísmológico pues es parte de la coda de la onda P. En vista de que la función fuente-tiempo (*source-time function*) del evento (modificada por la atenuación a lo largo del camino del rayo) es la misma para la onda P y P_{ds} , ambas deben de tener la misma forma de onda. En tal sentido, la fase P_{ds} puede ser extraída de la coda de la onda P al utilizar la componente vertical ($Z(\omega)$) y radial ($R(\omega)$) de sismo para calcular la Función Receptora $FR(\omega)$ utilizando la ecuación 8. Para garantizar que el denominador de la ecuación 8 sea siempre real y positivo se puede multiplicar y dividir por la conjugada compleja de $Z(\omega)$ ($Z^*(\omega)$):

$$FR(\omega) = R(\omega) \cdot Z^*(\omega) / Z(\omega) \cdot Z^*(\omega) \quad (\text{ec. 11})$$

Con el objetivo de simplificar el resultado de este proceso y eliminar componentes de alta frecuencia no presentes en los registros originales, Langston (1979) introdujo en la ecuación anterior un filtro Gaussiano pasabajo ($G(\omega)$). Este tipo de filtro fue seleccionado por tener una forma sencilla, carecer de lóbulos a los lados (como la ondícula de Ricker) y tener distorsión de fase cero. Adicionalmente, la introducción de este

parámetro permite que $fr(t)$ tenga la forma de una traza (una función suave) y no de una serie de deltas positivos y negativos (serie de reflectividad). Finalmente, la ecuación de la Función Receptora se puede escribir como:

$$FR(\omega) = (R(\omega) \cdot Z^*(\omega) \cdot G(\omega) / Z(\omega) \cdot Z^*(\omega)) \quad (\text{ec. 12})$$

$$fr(t) = \text{IFT}\{FR(\omega)\}$$

donde:

$$G(\omega) = e^{\omega^2 / 4a^2}$$

Lamentablemente, la deconvolución de dos señales no es un proceso sencillo porque $r(t)$ y $z(t)$ tienen un contenido de frecuencia particular y $n(t)$ no es igual a cero (ec. 1). Por lo tanto, es necesario recurrir a algún tipo de estrategia especial para poder calcular $fr(t)$. Una de las estrategias más comunes es la planteada por (Helmberger & Wiggins, 1971), conocida como deconvolución por nivel de agua (*water level deconvolution*), en el que ésta establece un valor mínimo que puede tomar el denominador de la ecuación 11 reemplazando éste por:

$$\Phi(\omega) = \max\{Z(\omega) \cdot Z^*(\omega),$$

$$k \cdot \max\{Z(\omega) \cdot Z^*(\omega)\} \quad (\text{ec. 13})$$

$$FR(\omega) = (R(\omega) \cdot Z^*(\omega) \cdot G(\omega) / \Phi(\omega)) \quad (\text{ec. 14})$$

donde k se conoce como el valor de nivel de agua. Este proceso sustituye los valores menores a un umbral en el denominador eliminando las inestabilidades que resultan de dividir entre valores muy pequeños y permitiendo determinar $fr(t)$ de forma consistente. Cabe destacar que ésta no es la única técnica para realizar la deconvolución en la ecuación 11, pero ésta es una de las más utilizadas. Cabe destacar que existen muchos métodos numéricos para realizar la deconvolución entre dos funciones. El aquí expuesto es el que se encuentra incorporado en el código que acompaña a este manuscrito.

Cálculo de la Función Receptora de onda P

Para poder calcular la función receptora de onda P se puede seguir, de forma generalizada, la siguiente secuencia de pasos (**Figura 2**):

1. Se selecciona el registro de un sismo grabado en una estación sismológica que cumpla con las siguientes condiciones:
 - A. La distancia epicentral debe encontrarse entre 30° y 100° (e.g. Bostock, 2007). En este rango de distancias: (a) la fase P que viaja a través del manto inferior que se caracteriza por tener un perfil de velocidades suave que se traduce en una propagación simple del frente de onda; (b) se puede considerar el

frente de onda incidente como plano (“*far field approximation*”); y (c) el rayo incidente se puede considerar cuasi-normal a la horizontal. En distancias menores, las ondas viajan a través del manto intermedio, experimentando triplicaciones por la presencia de fuertes gradientes de velocidades y produciendo un registro varias fases superpuestas que son difíciles de distinguir o separar.

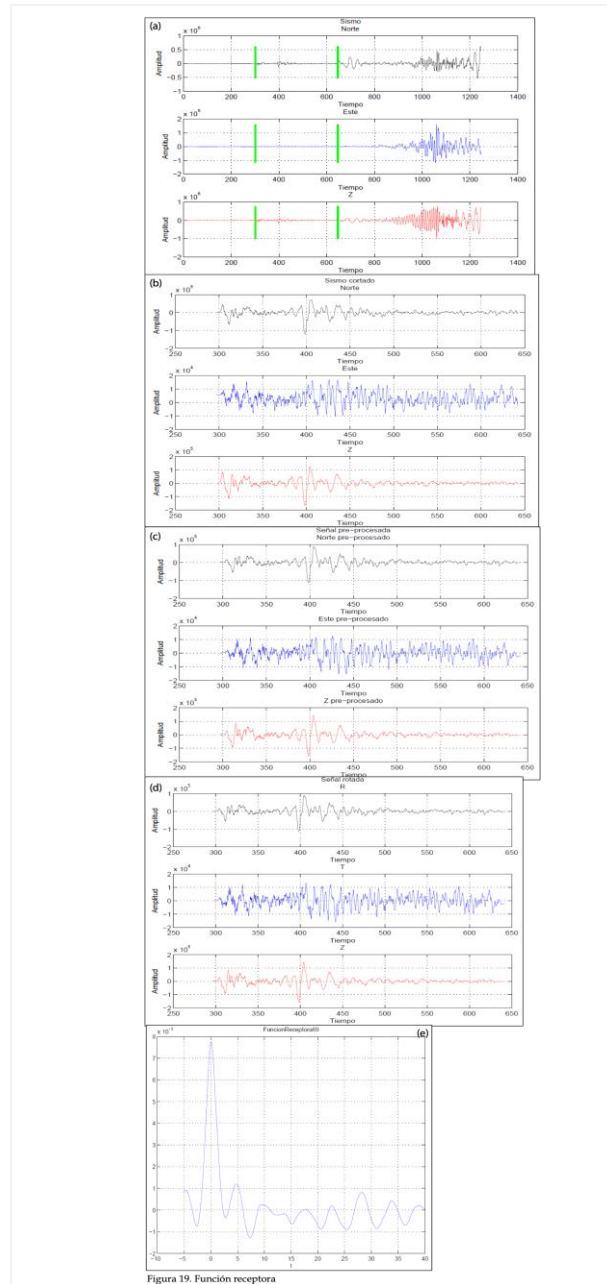


Figura 2. Secuencia de procesamiento de las señales para obtener la función receptora de un sismo. a) Registro completo, (b) Evento cortado entre las dos barras verdes, (c) Señales pre-procesadas, (d) Señales

rotadas, (e) Función Receptora.

- B. La magnitud del sismo debería ser mayor a un valor determinado (usualmente $\sim 5,5$) para garantizar una buena relación señal-ruido.
2. Se pre-procesan las 3 componentes del sismo ($n(t)$, $e(t)$, $z(t)$), cortando la señal antes de la llegada de la onda P y antes de la llegada de la onda S, atenuando los extremos a cero (aplicando un filtro de ventana gradual, “*taper cosine filter*”, el cual previene la aparición del fenómeno de Gibbs), removiendo una tendencia lineal, la media y la respuesta instrumental (de ser considerado necesario). Esto se lleva a cabo con el fin de evitar la generación de artefactos al aplicar la transformada de Fourier.
3. Las componentes se rotan en función del acimut inverso (“*back azimuth*”), para obtener la componente radial $r(t)$, donde la energía predominante será la de la llegada de P, y transversa $t(t)$. Adicionalmente se pueden calcular las componentes $p(t)$, $sv(t)$ y $sh(t)$ para aislar mejor los desplazamientos de las ondas corpóreas (e.g. Kennett, 1991).
4. Se aplica un filtro pasa-banda (e.g. entre 0,01 y 2 Hz) para eliminar el ruido de alta frecuencia (ruido ambiental e instrumental) y componentes de baja frecuencia (modos normales) de la señal que no son de interés para este tipo de estudios.
5. Se realiza la transformada de Fourier para obtener las funciones $R(\omega)$ y $Z(\omega)$.
6. Se realiza la deconvolución de la componente radial ($R(\omega)$) de la componente vertical ($Z(\omega)$), aplicando algún método numérico para obtener $FR(\omega)$. Es importante destacar que, aunque la inclusión del filtro gaussiano $G(\omega)$ no es parte de la definición general de la función receptora, sin la inclusión de éste, el resultado de la deconvolución (ec. 11) será muy complicado para interpretar u obtener algún resultado.
7. Se realiza la transformada inversa de Fourier para obtener $fr(t)$ a partir de $FR(\omega)$ (**Figura 2e**).

Una vez calculada la función receptora para un sismo $fr_i(t)$, se procede a realizar el mismo proceso con varios eventos (**Figura 3a**), y a apilar las funciones receptoras con el fin de mejorar la relación señal-ruido (**Figura 3b**), pero con métodos de apilamiento no lineales, como “*Nth root stack*” (Muirhead & Datt, 1976) y “*phase-weighted stack*” (Schimmel & Paulsen, 1997), con el fin de resaltar señales débiles.

$$fr(t) = \sum_{i=1}^n fr_i(t) \text{ (ec. 15)}$$

En general, se utilizan todos los eventos grabados por una estación que cumplan con los parámetros expuestos anteriormente. La cantidad de los eventos grabados afectará de forma dramática la función receptora final. Usualmente, una vez calculado cada $fr_i(t)$, se procede a revisar manualmente cada una de ellas, de manera de solo apilar las funciones de buena calidad.

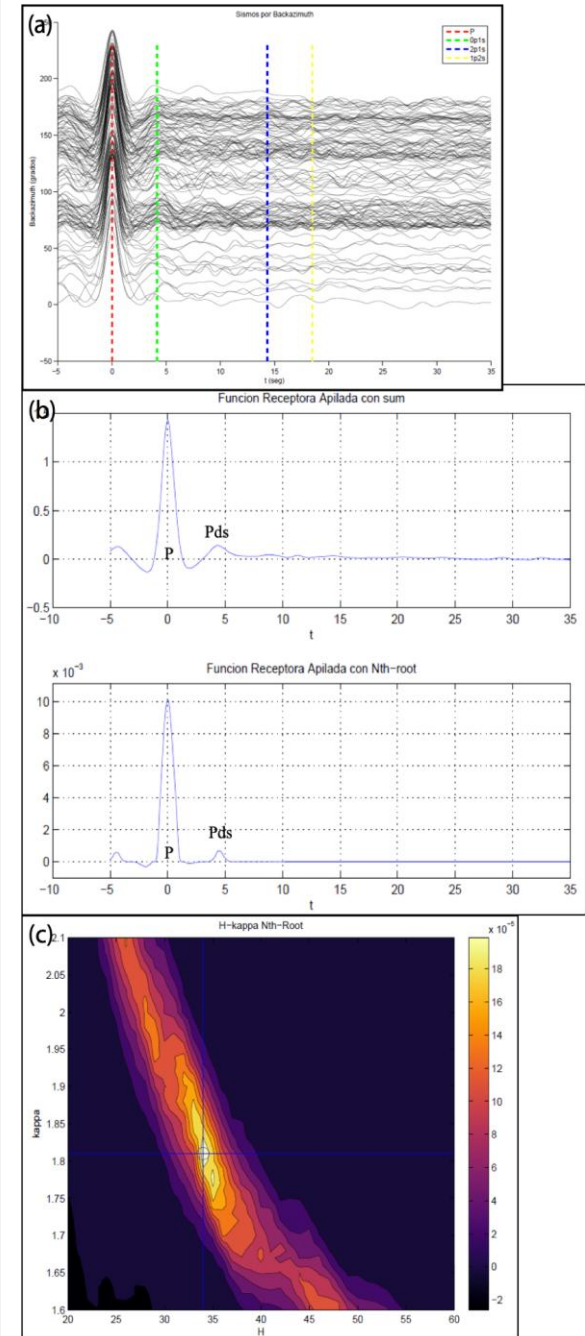


Figura 3. (a) Todas las funciones receptoras calculadas para una estación. (b) Función Receptora apilada.

(c) Análisis H- κ aplicado a las señales seleccionadas.

Obtención de información a partir de la Función receptora de onda P

Como se ha discutido anteriormente, la función receptora $fr(t)$ muestra la reflectividad del subsuelo bajo una estación y el comportamiento de la onda a lo largo del rayo. Como esta se encuentra en función del tiempo, es difícil obtener directamente la información deseada a partir de ésta. A pesar de que existe una gran variedad de formas de interpretar $fr(t)$, las formas más utilizadas son: (a) análisis H- κ (**Figura 3c**), (b)

modelado directo 1-D, (c) inversión 1-D, (d) apilamiento 1-D en profundidad, y (e) construcción de perfiles 2-D a partir de puntos de conversión común en profundidad (CCP). Debido al extenso desarrollo de cada una de estas técnicas, en la **Tabla 1** resumimos las generalidades de cada una de ellas y se refiere al lector a la bibliografía citada para las puntualidades y ecuaciones específicas asociadas a cada una de ellas. En el código asociado a este trabajo se pueden aplicar dos de estas técnicas (Modelado 1-D y Análisis H- κ) de forma sencilla con el fin de obtener resultados rápidos a partir de las funciones receptoras.

Tabla 1. Técnicas empleadas para la interpretación de FR.

Técnica	Generalidades	Referencias Claves
Análisis H- κ	Método de búsqueda matricial que permite determinar la profundidad de la interfaz de interés y la relación Vp/Vs promedio por encima de esta interfaz. Se establece un rango de profundidades (H) y un rango de valores de la relación Vp/Vs (κ). Se calcula el tiempo para cada fase a partir de ellos, y se evalúa su valor de amplitud en la función receptora radial. Cuando las tres fases se apilan coherentemente, se obtiene una matriz cuyo mayor valor de amplitud corresponde a los valores de profundidad de la discontinuidad y de relación Vp/Vs del área estudiada.	Zhu & Kanamori (2000)
Modelado Directo 1-D	Determinar de forma manual la estructura que explica la forma de onda y tiempo de retraso entre las ondas consideradas en la FR.	Tkalčić <i>et al.</i> (2006)
Inversión 1-D	Determinar de forma computacional la estructura que explica la forma de onda y tiempo de retraso entre las ondas consideradas en la FR.	Sambridge <i>et al.</i> (2012)
Perfiles CCP	Reconstrucción de la estructura bidimensional de las interfaces que causan la transformación de onda. En cierta forma, es como construir una sección de sísmica de reflexión a partir de datos de funciones receptoras.	Dueker & Sheehan (1998); Ryberg & Weber (2000); Kumar <i>et al.</i> (2005)

HERRAMIENTAS DISPONIBLES PARA EL CÁLCULO E INTERPRETACIÓN DE FUNCIONES RECEPTORAS

Con el fin de facilitar el acceso a las herramientas disponibles para la aplicación de la técnica, la **Tabla 2** provee una breve explicación de cada una de ellas, así como los vínculos para su descarga.

COMENTARIOS FINALES

En las últimas décadas, el uso de las funciones receptoras ha contribuido sustancialmente al entendimiento de la estructura de la corteza y el manto. En este breve trabajo se reporta el concepto fundamental de la función receptora, así como las bases fundamentales para la aplicación de esta técnica utilizando la onda P-a-S convertida en una interfaz en profundidad (usualmente el Moho). Adicionalmente, se ha recopilado una breve lista de referencias claves así como una lista corta de herramientas disponibles en la web para la aplicación de la técnica. Es necesario destacar que existen otras aplicaciones de esta

técnica, como aquellas extendidas a varias estaciones (CCP) y Funciones Receptoras de ondas S. Finalmente, incluimos en este trabajo un pequeño código en *Matlab* que desarrolla de forma clara y sencilla los conceptos aquí ex-

puestos (REKIEJRF V1.0) de manera de que el lector se pueda familiarizar con el proceso computacional necesario para la aplicación de la técnica de Funciones Receptoras.

Tabla 2. Programas y códigos disponibles para el cálculo e interpretación de funciones receptoras.

Nombre	Lenguaje	Sistemas Operativos	Funciones	Referencia	Hipervínculo
Rftn Codes	<i>Fortran</i>	Todos	Código original para el cálculo de FR	Ammon <i>et al.</i> (1990)	http://eqseis.geosc.psu.edu/cammon/HTML/RftnDocs/thecodes01.html
Rfgen	<i>Fortran y C</i>	Todos	Código típico para el cálculo de FR	N/A	https://www.ldeo.columbia.edu/~vadim/RF/RF-manual.html
Computer Programs in Seismology	<i>Fortran y C</i>	Todos. Usuarios de <i>Windows</i> requieren (<i>CYGWIN environment</i>)	Serie de programas para el análisis general de datos sísmológicos	Herrmann (2013)	http://www.eas.slu.edu/eqc/eqccps.html
Rf	<i>Python</i>	Todos	Análisis de resultados de FR	N/A	https://rf.readthedocs.io/en/latest/
FuncLab	<i>Matlab</i>	Todos	Cálculo y análisis de FR	Porritt & Miller (2018)	https://robporritt.wordpress.com/software/
IRFFM	<i>Java, C, Fortran y C Shell</i>	<i>Linux, Unix, Mac OSX</i>	Modelado directo de FR	Tkalčić <i>et al.</i> (2006)	http://www.earth.org.au/codes/IRFFM/
rf-RF	<i>Fortran 90</i>	Todos	Inversión 1D de FR por métodos estocásticos	Sambridge <i>et al.</i> (2012)	http://www.earth.org.au/codes/rj-RF/
N/A	<i>Matlab</i>	Todos	Modelado de Funciones Receptoras	Jhansson (2009)	https://www.tjansson.dk/2009/03/my-master-thesis-receiver-function-modeling/
SAC	<i>Fortran y C</i>	<i>Linux, Unix, Mac OSX</i>	Procesamiento de datos sísmológicos	Goldstein, P., A. Snoke, (2005),	https://ds.iris.edu/ds/nodes/dmc/software/downloads/sac/
REKIEJRF V1.0	<i>Matlab</i>	Todos	Cálculo de FR para uno o varios sismos. Modelado directo. Análisis H=k	Este trabajo	https://github.com/marianoar-naiz/REKIEJRF

REFERENCIAS

- AMMON, C.J., RANDALL, G.E. & ZANDT, G., 1990. On the non-uniqueness of receiver function inversions. *Journal of Geophysical Research*, 95: 15303-15318.
- AMMON, C.J., 1991. The isolation of receiver effects from teleseismic P waveforms, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 81 (6), 2504-2510.
- BODIN, T., SAMBRIDGE, M., TKALČIĆ, H., ARROUCAU, P., GALLAGHER, K. & RAWLINSON, N., J., 2012. Transdimensional inversion of receiver functions y surface wave dispersion *Journal of Geophysical Research*, 117, B02301. doi:10.1029/2011JB008560.
- BOSTOCK M.G., 2007. Theory and observations—teleseismic body-wave scattering and receiver-side structure. In ROMANOWICZ, B., & DZIEWONSKI, A. (eds.): *Treatise on Geophysics*. Amsterdam: Elsevier, 1: 219-246
- BURDICK, L.J., & HELMBERGER D.V., 1974. Time functions appropriate for component for deep earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 64:1419-1428.
- CLAERBOUT, J.F., 1976. *Fundamentals to Geophysical Data Processing*, McGraw-Hill, New York, 277 p.
- DUEKER, K. G. & SHEEHAN, A. F., 1998. Mantle discontinuity structure beneath the Colorado Rocky Mountains y High Plains. *J. Geophys. Res.* 103, 7153–7169.
- DZIEWONSKI, A. M., & ROMANOWICZ, B., 2007. Overview. IN ROMANOWICZ, B. & DZIEWONSKI, A. (eds.): *Treatise on Geophysics*. Amsterdam: Elsevier, 1: 1 -29
- GOLDSTEIN, P. & SNOKE, A., 2005. SAC Availability for the IRIS Community, Incorporated Institutions for Seismology Data Management Center Electronic Newsletter.
- HELMBERGER, D. & WIGGINS R. A., 1971. Upper mantle structure of Mid-western United States, *Journal of Geophysical Research*, 76: 3229-3245.
- HERRMANN, R. B., 2013. Computer programs in seismology: An evolving tool for instruction and research. *Seismological Research Letters*, 84(6): 1081-1088.
- JANSSON R. N., 2008. Receiver Function Modeling,” MSc Thesis, University of Copenhagen, Copenhagen, 150 p.
- KENNETT B.L.N. (1991) The removal of free surface interactions from three-component seismograms. *Geophysical Journal International*, 104: 153–163.
- KUMAR, P., KIND, R., HANKA, W., WYLEGALLA, K., REIGBER, C., YUAN, X. & WOLF, D., 2005. The lithosphere–asthenosphere boundary in the North-West Atlantic region. *Earth and Planetary Science Letters*, 236(1-2): 249-257. doi:10.1016/j.epsl.2005.05.029
- LANGSTON, C., 1979. Structure under Mount Rainier, Washington, inferred from teleseismic body waves. *Journal of Geophysical Research*, 84: 4749-4762.
- MUIRHEAD, K.J. & DATT, R., 1976. The Nth-root process applied to seismic array data. *Geophysical Journal of the Royal Astronomy Society, Planetary Interiors*, 15, 28-38, (47): 197-210.
- OWENS T., ZANDT G. & TAYLOR S., 1984. Seismic evidence for an ancient rift beneath the Cumberland Plateau, Tennessee: A detailed analysis of broad by teleseismic P waveforms. *Journal of Geophysical Research*, 89: 7783-7795.
- PORRITT, R. W. & MILLER, M. S., 2018. Updates to FuncLab, a Matlab based GUI for handling receiver functions. *Computers & Geoscience*, 111: 260-271, doi:10.1016/j.cageo.2017.11.022
- RONDENAY, S., 2009. Upper Mantle Imaging with Array Recordings of Converted y Scattered Teleseismic Waves. *Surv Geophys*, 30, 377-405. doi: 10.1007/s10712-009-9071-5.
- RUSSELL, B., 1988. *Introduction to Seismic Inversion Methods*. Society of Exploration Geophysicists, New York, 178 p.
- RYBERG, T. & WEBER, M., 2000. Receiver function arrays: a reflection seismic approach. *Geophysical Journal International*, 141(1): 1-11.
- SCHIMMEL M. & PAULSSEN, H., 1997. Noise reduction y detection of weak, coherent signals through phase weighted stacks. *Geophysical Journal International*, 130: 497-505, doi: 10.1111/j.1365-246X.1997.tb05664.x
- TKALČIĆ, H., PASYANOS, M., RODGERS, A., GÖK, R., WALTER, W. & AL-AMRI, A., 2006. A multi-step approach in joint modeling of surface wave dispersion y teleseismic receiver functions: Implications for lithospheric structure of the Arabian peninsula. *Journal of Geophysical Research*, 111, B11311, doi:10.1029/2005JB004130.
- ZHU L. & KANAMORI H., 2000. Moho depth variation in southern California from teleseismic receiver functions. *Journal of Geophysical Research*, 105(82): 2969-2980.

