

ALGORITMO DE LA MATRIZ Z DE BARRA PARA ESTUDIOS DE FLUJO DE POTENCIA EN REDES DE DISTRIBUCIÓN

ALEXIS BARROSO¹

¹ Universidad Central de Venezuela. Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería Eléctrica. Departamento de Potencia.
e-mail: alexisbarroso@gmail.com

Recibido: octubre 2018

Aprobado para publicación: enero 2019

RESUMEN

Se presenta una propuesta para el cálculo de flujos de potencia de una red de distribución. Los flujos de carga convencionales como: el Newton-Raphson, Gauss-Seidel y el Desacoplado Rápido, son efectivos para el análisis de sistemas de potencia a nivel de transmisión; pero pueden presentar inconvenientes cuando se analizan en ciertos sistemas de distribución debido a su naturaleza radial y alta relación R/X. La metodología que se presenta aprovecha la radialidad de la red, y se basa en la modificación de la Matriz de Admitancia Nodal, que incluye las cargas en forma de admitancia constante. Luego se implementa un proceso iterativo tipo Jacobi, hasta que alcance la convergencia. El código fue implementado en el programa MATLAB. La validez del método planteado fue probada en las redes de siete y veintiocho barras de la IEEE, y sus resultados fueron comparados con el programa Neplan y otros algoritmos propuestos por diferentes autores publicados en la IEEE.

Palabras claves: redes de distribución, flujo de carga, red radial, matriz de admitancia, proceso iterativo de Jacobi

MATRIX ALGORITHM ZBUS FOR POWER FLOW STUDIES IN DISTRIBUTION NETWORKS

ABSTRACT

A calculation of power flow of a distribution network is developed. Conventional load flow such as the Newton-Raphson, Gauss-Seidel and fast decoupling, effective for the analysis of power systems at the transmission level, but which may present disadvantages when analyzing distribution systems, due to their nature radial and high R/X ratio. The proposed methodology takes advantage of the radiality of the network, and it is based on the modification of the Nodal Admittance Matrix, which includes the loads in the form of constant admittance. Then, an iterative Jacobi-type process is implemented until it reaches convergence. The code was implemented in MATLAB. The validity of the proposed method was tested on the networks of 7 and 28 bars of the IEEE; compared its results with the Neplan program and other algorithms proposed by different authors published in the IEEE.

Keywords: distribution networks, load flow, radial network, admittance matrix, Jacobi iterative process

INTRODUCCIÓN

Un flujo de potencia es básicamente el cálculo de las condiciones operativas de una red, sea en régimen permanente o estacionario, para una situación de demanda y generación determinadas. Es decir, dada la configuración de un sistema eléctrico de potencia (y sus potencias netas en cada nodo), el flujo de carga consistirá en hallar las tensiones nodales en régimen permanente.

Actualmente, la operación, planificación y estudio de un sistema de distribución de energía eléctrica, es de vital importancia para la gestión institucional que ofrece el servicio; ya que el suministro del flujo eléctrico se relaciona con la confianza y la calidad que se le ofrece al cliente desde los sistemas de distribución. Consecuentemente, se requiere de herramientas confiables para su análisis; una de éstas y, actualmente, una de las más usadas y fundamentales, es el estudio de flujos de potencia o flujos de carga.

Cabe resaltar que antes de la era de los computadores, los estudios de sistemas de potencia se realizaban en los analizadores de redes. Luego, con el auge de los ordenadores surgieron los métodos computacionales; pero por la poca capacidad de cálculo y memoria de los primeros equipos, aparecen métodos más simples que iteraban nodo a nodo, por la dificultad de operar grandes matrices, tanto de admitancia (Ward y Hale, 1956) como de impedancia (Hale y Goodrich, 1959).

Uno de los primeros métodos iterativo para el uso de las nuevas computadoras digitales basado en la matriz de admitancia, fue presentado por Ward y Hale en 1956. Seguidamente, Glimm & Stagg desarrollaron el Gauss-Seidel (Glim & Stagg, 1957); simple, pero requiere un elevado número de iteraciones para su convergencia.

En 1959 es presentado el método Newton-Raphson (Meisel & Bernard, 1970); (Tinney, 1967); fundamentado en sólidas bases matemáticas, aunque para la fecha no era competitivo por sus grandes requerimientos de memoria computacional. Sin embargo, con el mejoramiento y aumento de la capacidad de cómputo el Newton-Raphson se ha popularizado gracias a su gran robustez. El 1967, se publica el método: Desacoplado Rápido y, en 1974, el Desacoplado Rápido con Jacobianos constantes (Stott & Alsac, 1974), que trata de reducir el tiempo de procesamiento y almacenamiento, perdiendo confiabilidad en su convergencia (Bermúdez, 1994).

En los sistemas de transmisión estos algoritmos son muy eficientes, pero suelen presentar problemas de convergencia cuando son aplicados a los métodos de distribución. Esto ocurre por su naturaleza radial y la alta relación R/X. Una red radial de distribución de este tipo es sumamente dispersa, débilmente mallada y entra en la categoría de sistemas mal condicionados o redes enfermas; donde la solución diverge o continúa oscilando.

Por otra parte, las redes de distribución poseen características específicas: un punto o fuente de suministro de energía y topología radial, los cuales pueden ser aprovechados para obtener métodos específicos de solución.

Se ha reportado una amplia discusión sobre los problemas de convergencia de los métodos tradicionales de flujo de potencia en redes de distribución como en Iwamoto, (1981) y Wang (2016). También se han propuesto diferentes modos de solución, los cuales podrían clasificarse en tres grandes grupos a saber: aquellos que realizan modificaciones a los métodos convencionales de Newton-Raphson (Chiang, 1991) y (Zhang, 1997); a los de barrido (*forward/backward sweep*) (Teng, 2000); (Augugliaro,2008) y (Satyanarayana, 2007) y a los métodos de admitancia de barras (Huang & Chen, 2009). Todos ellos son procesos iterativos.

Por lo tanto, dada la configuración de un sistema eléctrico de potencia, topología de red y las potencias netas en cada barra o nodo del mismo, el problema del flujo de carga consistirá en calcular las variables de estado del sistema: las tensiones nodales en módulo y ángulo, en régimen permanente o estado estacionario. Es decir: las condiciones de operación en régimen permanente.

El flujo de carga es una herramienta imprescindible para la planificación, operación y control de sistemas eléctricos de potencia. Es la principal herramienta para predecir el comportamiento del sistema de potencia.

MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA DE FLUJO DE CARGA

Dada la inyección neta de corriente en el nodo k de un sistema de potencia, como se muestra en la figura 1, la corriente en el nodo k-ésimo del sistema será:

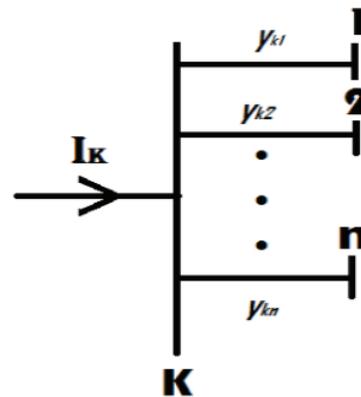


Figura 1. La inyección neta de corriente en el nodo k

$$i_k = \sum_{j=1}^n Y_{kj} v_j \quad k=1,2,\dots,n \quad (1)$$

El cual puede generalizarse, para cualquier nodo i, del sistema como:

$$i_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} v_j \quad i=1,\dots,n \quad (2)$$

Donde:

Y_{ii} : Sumatoria de todas las admitancias que llegan al nodo i , con su propio signo.

Y_{ij} : Sumatoria de todas las admitancias que existen entre el nodo (i,j) .

Para un sistema de potencia se construye el sistema matricial, para cada nodo, a partir de las ecuaciones (2):

$$[I] = [Y_{bus}] [V] \quad (3)$$

Donde:

$[I]$ = Arreglo $n \times 1$ de inyecciones nodales de corriente.

$[Y_{bus}]$ = Matriz $n \times n$ de admitancia nodal del sistema.

$[V]$ = Arreglo $n \times 1$ de tensiones nodales.

Con estas definiciones básicas se puede construir el sistema, con la matriz de admitancia de barra o matriz nodal, con sus elementos diagonales y no-diagonales:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

Además, en cada barra i se debe cumplir:

$$S_i = S_{g1} - S_{ci} = v_i i_i^* = P_i + jQ_i \quad (5)$$

Siendo S_i la potencia aparente, neta, compleja, inyectada en el nodo i , que representa la diferencia entre la potencia generada S_{g1} y la consumida por la carga S_{ci} en dicho nodo. Por lo tanto, conocida la matriz de admitancia de (3) y (4), y la ecuación (5) se tiene un sistema de $2n$ ecuaciones complejas, en función de las $3n$ incógnitas: S_i , V_i e I_i . Sin embargo, las intensidades de corrientes no son especificadas a priori, sino las potencias del sistema eléctrico. De esta manera, se tiene para los elementos de la matriz de admitancia nodal $Y = G + jB$, y la ecuación (5), un sistema no lineal de n ecuaciones cuya expresión será:

$$S_i = V [YV]^* \quad (6)$$

La ecuación (6) puede ser escrita en coordenadas cartesianas:

$$P + jQ = V [G - jB] V^* \quad (7)$$

$$P_i + jQ_i = V_i \sum_{j=1}^n [G_{ij} - jB_{ij}] V_j^* \quad (8)$$

Por la característica conjugada de la expresión (8) no se suele usar a través de los diferentes métodos iterativos, por lo que habitualmente se separan en $2n$ ecuaciones, donde:

$$P_i = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sen \theta_{ij}) \quad (9)$$

$$Q_i = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \sen \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (10)$$

Las ecuaciones (9) y (10) se conocen como ecuaciones del flujo de carga o flujo de potencia. Con respecto a éstas se tienen:

- Representan la inyección neta de potencia activa y reactiva en un nodo genérico i .
- La matriz de admitancia nodal Y está expresada en términos de las diagonales y no diagonales. Esta matriz representa la topología de la red con sus líneas de transmisión, transformadores y compensadores.
- Las inyecciones de potencia activa y reactiva son no lineales en términos de las variables de estado de tensión V_i y de las funciones trigonométricas en función de θ .
- En cuanto a la convergencia matemática, admitirá múltiples soluciones matemáticas; pero solo una tendrá sentido físico. En consecuencia, deben especificarse dos magnitudes por nodo.

En función de las condiciones impuestas por el sistema eléctrico, pueden distinguirse tres tipos de barras, de manera de solventar el problema de solución de las ecuaciones de flujo de carga:

Barra de referencia o barra slack: donde se conoce el módulo de la tensión y su ángulo.

Barra de carga PQ: donde se conoce el consumo de potencia activa P_{ci} y reactiva Q_{ci} , siendo nula la potencia generada P_{gi} y Q_{gi} . Quedando como incógnitas las dos componentes de la tensión: V_i y δ_i .

Barras de generación o PV: barra donde el generador regula el módulo de la tensión V_i , e inyecta potencia activa P_i ,

quedando como incógnitas Q_i y δ_i . También toma en cuenta el posible consumo local $P_i=P_{gi}-P_{ci}$. La presencia de pequeños generadores, sin regulador de tensión, puede modelarse como una barra de consumo negativo.

Dada que las ecuaciones resultantes no son lineales, es probable que su solución sea iterativa, por lo que se deben adoptar valores de arranques (o iniciales), adecuados, que hagan converger el proceso hacia un punto físicamente viable.

La solución propuesta está enfocada en redes de distribución radiales equilibradas, con un nodo de referencia en el que se conoce a priori la tensión; el resto de los nodos se considera del tipo PQ, barras de carga. La topología radial de la red representa una ventaja.

La base del algoritmo consiste en la formulación de las leyes de Kirchhoff y la matriz de impedancia Z_{bus} , considerando los parámetros del sistema: líneas y cargas. La matriz Z , para este caso, se forma a partir de la inversión de la de admitancia conocida como Y_{bus} , lo que permite que la primera deje de ser singular, ya que incluye en ella la carga en forma de admitancia, en función de la potencia, el voltaje.

MATRIZ Z DE BARRA PARA ESTUDIOS DE FLUJO DE POTENCIA EN REDES DE DISTRIBUCIÓN

Dada la topología de un sistema eléctrico y las potencias netas en cada nodo, el flujo de carga consistirá en calcular las variables de estado de dicha red: tensión y ángulo en régimen permanente. Las inyecciones de potencia activa y reactiva son definidas por las potencias nodales generadas y demandadas. En la figura 2, se representa una red radial típica, donde se conoce el voltaje de la subestación.

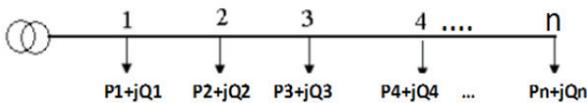


Figura 2. Red radial de distribución

Entonces, para una barra cualquiera del sistema se puede definir su potencia aparente como:

$$s_{ci} = p_{ci} + jq_{ci} = v_i \cdot i_{ci}^* \quad (11)$$

P_{ci} , q_{ci} : Potencia activa y reactiva consumida (carga) en la barra i .

i_i^* : Conjugada de la corriente consumida por la carga en el nodo i .

v_i : Tensión en la barra i .

Por otra parte, la ecuación (11) se puede escribir:

$$s_{ci}^* = p_{ci} - jq_{ci} = v_i^* \cdot i_{ci} \quad (12)$$

Multiplicando el lado izquierdo de la ecuación (12) por el término v_i/v_i :

$$s_{ci}^* = (p_{ci} - jq_{ci}) \frac{v_i}{v_i} = v_i^* \cdot i_{ci} \quad (13)$$

Despejando la corriente consumida por la carga en la barra i , se tiene la siguiente ecuación:

$$i_{ci} = \frac{(p_{ci} - jq_{ci})}{|v_i|^2} \quad (14)$$

Por consiguiente, para cualquier nodo de un sistema de potencia se sabe que la corriente neta inyectada en función de los términos de admitancia de barra es:

$$i_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} v_j + Y_{ii} v_i \quad i=1, \dots, n \quad (15)$$

Ahora, si se incluye la carga en la ecuación (15) y mediante Kirchhoff de corriente se cumple:

$$i_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} v_j + Y_{ii} v_i + \frac{(p_{ci} - jq_{ci})}{|v_i|^2} v_i \quad (16)$$

Donde:

Y_{ii} : Sumatoria de todas las admitancias que llegan al nodo i , con su propio signo.

Y_{ij} : Sumatoria de todas las admitancias que existen entre el nodo (i,j)

Para cada barra de carga, conocida como barra tipo PQ, $i_i=0$, por lo que la ecuación (16) quedaría:

$$0 = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} v_j + \left[Y_{ii} + \frac{(p_{ci} - jq_{ci})}{|v_i|^2} \right] v_i \quad (17)$$

Para un sistema de distribución se construye el sistema matricial, para cada nodo, a partir de las ecuaciones (16) y (17):

$$[I] = [Ybus][V] \quad (18)$$

$[I]$ = Arreglo $n \times 1$ de inyecciones nodales de corriente.

$[Ybus]$ = Matriz $n \times n$ de admitancia nodal del sistema.

$[V]$ = Arreglo $n \times 1$ de tensiones nodales.

Para un sistema radial de $(n-1)$ barras de carga tipo PQ, considerando carga en la barra 1, solo existe un punto de alimentación, donde la tensión v_1 es conocida, al igual que la tensión de la subestación, se tiene el siguiente sistema:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} + \frac{(p_{c1} - jq_{c1})}{|v_1|^2} & \dots & Y_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & \dots & Y_{nn} + \frac{(p_{cn} - jq_{cn})}{|v_n|^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \quad (19)$$

Ahora se resuelve la ecuación:

$$[V] = [Ybus]^{-1}[I] = [Zbus][I] \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \dots & Z_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Particularizando para una red radial, donde se conoce el valor de la tensión de la subestación (S/E), para el caso $v_1 = 1 + j0$, única fuente de alimentación, y desarrollando el producto de matrices de la ecuación (20) se tienen las siguientes submatrices: un producto escalar y una matriz columna multiplicada por un escalar:

$$v_1 = Z_{11} I_1 \quad y \quad \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{21} \\ Z_{31} \\ \vdots \\ Z_{n1} \end{bmatrix} I_1 \quad (21)$$

Como v_1 es conocida, por lo tanto $I_1 = \frac{v_1}{Z_{11}}$, esta reducción es gracias a las particularidades de una red radial, de allí su ventaja para el análisis en sistemas de distribución de energía eléctrica. En base a lo anterior se programó un ciclo iterativo tipo Jacobi, comenzando con un perfil de tensiones de arranque para cada barra de $v_i = 1 + j0$ p.u. y una tolerancia dada 10^{-5} . El algoritmo propuesto puede ser resumido en los siguientes pasos:

- 1) Leer data del sistema radial de distribución.
- 2) Construir la Ybus del sistema, matriz de admitancia, con los datos topológicos de la red.
- 3) Definir las tensiones de arranque y la tolerancia, la tensión de la subestación es conocida.
- 4) Comenzar las iteraciones formando la matriz, ecuación (19).
- 5) Invertir la Ybus nueva para obtener la matriz Zbus.
- 6) Calcular el sistema (21).
- 7) Calcular $|V_i^{k+1} - V_i^k| \leq \epsilon$ para $i=2, \dots, n$
- 8) Si converge la solución ir a 9, si no, ir a 4 con los voltajes actualizados.
- 9) Imprimir resultados.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Con la ayuda del programa MATLAB se implementó el algoritmo, usando las redes de siete y veintiocho barras de la IEEE para su simulación y comparación. Se prueban dos casos que se describen a continuación:

Caso I: IEEE 7 barras; sistema de 12,47 kV, Sbase=100 kVA. Los datos de la red se muestran en la tabla 1. Se comparó con otros algoritmos como el TRX propuesto por Oliveira (De Oliveira, 2010), que se basa en un método de barrido (*forward and backward sweep*), el Newton-Raphson y el propuesto en MATPOWER, los resultados se muestran en la tabla 2. Al comparar los valores se observa que el método propuesto arroja resultados iguales al tradicional de Newton-Raphson y el MATPOWER, con una menor variación en conjunto con el método de barrido TRX.

Tabla 1. Datos de red de prueba de 7 barras IEEE.

Nodo e	Nodo r	r(p.u)	x(p.u)	PI (p.u)	QI (p.u)
1	2	0,0265	0,0462	0,1017	0,0635
1	3	0,1005	0,0693	0,0547	0,0342
3	4	0,067	0,0462	0,0809	0,0596
3	5	0,0265	0,0462	0,1017	0,0635
5	6	0,1005	0,0693	0,0547	0,0342
5	7	0,067	0,0462	0,0809	0,0596

Tabla 2. Voltajes de barra del caso de la red radial de 7 barras IEEE.

Nodos	TRX	Método Propuesto	Matpower	Newton-Raphson
1	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
2	0,99432	0,99433	0,99434	0,99434
3	0,99042	0,99075	0,99074	0,99075
4	0,93164	0,93198	0,93197	0,93198
5	0,92559	0,92600	0,92599	0,92600
6	0,91694	0,91742	0,91742	0,91742
7	0,91660	0,91708	0,91708	0,91708

Caso II: IEEE de 28 barras, 11 kV, Sbase= 100 kVA, cuyos datos se muestran en la tabla 3. Para este caso se compararon los resultados con un programa comercial para el análisis de sistemas de potencia NEPLAN y con el método de barrido TRX. Los resultados se presentan en la tabla 4.

Tabla 3. Datos de red de prueba de 28 barras IEEE.

Nodo e	Nodo r	r(Ω)	x(Ω)	P(kW)	Q(kVAr)
1	2	0.12648	0.05263	140	90
2	3	0.15463	0.06579	80	50
3	4	0.09486	0.03947	80	60
4	5	0.06374	0.02632	100	60
5	6	0.25296	0.10526	80	50
6	7	0.18972	0.07895	90	40
7	8	0.10119	0.04211	90	40
8	9	0.18972	0.07895	80	50
9	10	0.25296	0.10526	90	50
10	11	0.19108	0.05402	80	50
11	12	0.09554	0.02701	80	40
12	13	0.28663	0.08103	90	50
13	14	0.28663	0.05942	70	40
14	15	0.21019	0.05402	70	40
15	16	0.19108	0.08103	70	40
16	17	0.28663	0.05402	60	30
17	18	0.19108	0.05402	60	30
2	19	0.23886	0.06753	70	40
19	20	0.09554	0.02701	50	30

Nodo e	Nodo r	r(Ω)	x(Ω)	P(kW)	Q(kVAr)
20	21	0.19108	0.05402	50	30
21	22	0.34395	0.09724	40	20
3	23	0.37339	0.07023	50	30
23	24	0.21019	0.05942	50	20
24	25	0.38217	0.10804	60	30
6	26	0.19108	0.05402	40	20
26	27	0.09554	0.02701	40	20
27	28	0.09554	0.02701	40	20

Tabla 4. Voltajes de barra del caso de la red radial de 28 barras IEEE.

Nodos	M. propuesto	TRX	NEPLAN
1	1	1	1
2	0,9975	0,9975	0,9975
3	0,9950	0,9950	0,9950
4	0,9938	0,9938	0,9938
5	0,9929	0,9930	0,9930
6	0,9900	0,9900	0,9900
7	0,9882	0,9882	0,9882
8	0,9873	0,9873	0,9873
9	0,9858	0,9859	0,9859
10	0,9841	0,9841	0,9841
11	0,9830	0,9830	0,9830
12	0,9825	0,9826	0,9826
13	0,9814	0,9814	0,9814
14	0,9805	0,9805	0,9805
15	0,9800	0,9800	0,9800
16	0,9796	0,9796	0,9796
17	0,9793	0,9793	0,9793
18	0,9792	0,9792	0,9792
19	0,9970	0,9970	0,9970
20	0,9969	0,9969	0,9969
21	0,9967	0,9967	0,9967
22	0,9966	0,9966	0,9966
23	0,9945	0,9945	0,9945
24	0,9943	0,9943	0,9943
25	0,9941	0,9941	0,9941
26	0,9898	0,9898	0,9898
27	0,9897	0,9897	0,9897
28	0,9897	0,9897	0,9897

Al observar los resultados presentados se tiene la mayor variación de 0,0001 p.u. con respecto al método de barrido TRX, y con el programa comercial NEPLAN no presenta variación. En éste se tomó la opción de análisis de sistemas de distribución, ya que también permite elegir si la red es de transmisión.

CONCLUSIÓN

Este trabajo presenta una metodología para la solución de flujos de carga en redes de distribución, el cual muestra ser eficiente, además de su simplicidad y de su fácil programación. Los resultados fueron validados con un programa comercial: NEPLAN software de análisis de sistemas de potencia, y otros métodos como el TRX, Newton-Raphson y el incluido en MATPOWER.

REFERENCIAS

- AUGUGLIARO, A. D. (2008). A new backward/forward method for solving radial Distribution Network with PV Nodes. *Electrical Power Systems Research*, 78 (3), 330-336.
- BERMÚDEZ, J. F. (1994). Análisis de flujo de carga en sistemas eléctricos de potencia. *VERSION B Publicado en la Universidad Simón Bolívar, Departamento de Conversión y Transporte de Energía*.
- CHIANG, H. D. (1991). A decoupled load flow method for distribution power networks: algorithms, analysis and convergence study. *Electrical Power & Energy Systems*(13), 130-138.
- DE OLIVEIRA, P. (2010). *The distribution TRX-power flow method*. Trabajo de ascenso no publicado. Universidad Simón Bolívar., Caracas
- GLIM, A., STAGG, G. (1957). Automatic calculation of load flows. *IEEE Transactions of Power Apparatus and Systems*, PAS-76, 817-825.
- HALE, H., GOODRICH, R. (1959). Digital Computers of power flows. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Pas-78, 919-924.
- HUANG, W.T., CHEN, S.T. (2009). Sequential three-phase power flow calculation for radial distribution systems via three-phase z-bus distribution factor. *IEEE Fourth International Conference on Innovative Computing, Information and Control*. Taiwan.
- IWAMOTO, S. T. (1981). A load flow calculation method for ill-conditioned power systems, . *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-100(4), 1736-1743.
- MEISEL, J., BERNARD, R. (1970). Application of fixed-point techniques to load flow studies. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-89(1), 136-140.
- SATYANARAYANA, S. R. (2007). An efficient load flow solution for radial distribution network including voltage dependent load models. *Electric Power Components and Systems*, 35(5), 539-551.
- STOTT, B., ALSAC, O. (1974). Fast decoupled load flow. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-93, 859-869.
- TENG, J. H. (2000). A network-topology based three-phase load flow for distribution systems. *Proc. Natl. Sci. Counc. ROC (A)*, 24(4), 259-264.
- TINNEY, W. F. (1967). Power flow solution by Newton's method. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 86(11), 1449-146.
- WANG, Z. C. (2016). A necessary condition for power flow insolvability in power distribution systems with Distributed generators. *IEEE Transactions on Power Systems*.
- WARD, J., HALE, H. (1956). Digital computer solutions of power problems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-75, 394-398.
- ZHANG, F. C. (1997). A Modified Newton method for radial distribution system power flow analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(1), 389-397.

