

ESTUDIO DE MODELOS DE TURBULENCIA APLICABLES AL ANÁLISIS NUMÉRICO DE TURBINAS HIDROKINÉTICAS

GUSTAVO JOSÉ MARTURET PÉREZ¹, EDGAR GUTIÉRREZ² Y SIMÓN CARABALLO³

¹ Instituto Universitario de Tecnología del Estado Bolívar. Centro de Investigación en Tecnología, Educación y Comunicación.

e-mail: marturetg@iuteb.edu.ve / gjmarturetp.doctorando@unexpo.edu.ve

² Universidad Nacional Experimental Politécnica “Antonio José de Sucre” Centro de Estudios Energéticos.

e-mail: egutierrez@unexpo.edu.ve

³ Universidad Nacional Experimental Politécnica “Antonio José de Sucre”

e-mail: scaraballo@unexpo.edu.ve

Recibido: julio 2016

Aprobado para publicación: diciembre 2016

RESUMEN

Para la estimación de potenciales energéticos asociados a turbinas hidrocinéticas (TH) en aplicaciones de dinámica de fluidos computacional (CFD, por sus siglas en inglés), se requiere establecer modelos de turbulencia apropiados para la estimación de los fenómenos del flujo de fluidos en el sistema en estudio. La construcción del modelo matemático, aplicable al dominio computacional considerado, se realiza sobre la base de un estudio de convergencia tendiente a determinar la estabilidad del análisis numérico en su proceso de discretización para los parámetros adimensionales del sistema modelizado. Esta investigación valora siete modelos de turbulencia aplicables en el análisis numérico de TH y su respuesta a los cambios tanto del modelo de turbulencia propiamente dicho, como de parámetros dimensionales del dominio de la TH. Se estudia la incidencia de la densificación del mallado del dominio de volúmenes finitos y de la longitud de estela aguas abajo de la turbina en el torque de la TH. Con los resultados del torque y del error relativo obtenido en cada simulación se construye un análisis de sensibilidad durante la discretización de la solución del análisis numérico. Finalmente, se obtiene un modelo matemático de volúmenes finitos que cuantifica las potencialidades energéticas de la TH.

Palabras clave: turbina hidrocinética, CFD, modelos de turbulencia, torque, convergencia

STUDY OF TURBULENCE MODELS APPLICABLE TO NUMERICAL ANALYSIS OF HYDROKINETIC TURBINES

ABSTRACT

For the estimation of potential energy associated to hydrokinetic turbines (HT) in applications of computational fluid dynamics (CFD), establishing models of turbulence appropriate for the estimation of the phenomena the fluid flow in the system under study is required. The construction of the mathematical model applicable to the considered computational domain is carried out on the basis of a study of convergence which aims to determine the stability of numerical analysis in the process of discretization for the dimensional parameters of the system modeling. This research assesses seven turbulence models applicable in HT numerical analysis and their response to changes in both the actual turbulence model, and the parameters dimensional domain of the HT. The impact of the densification of the meshing of the domain of finite volumes and the length of trail waters down the turbine in the torque of the HT is explored. With the results of the torque and of the error relative retrieved in each simulation an analysis of sensitivity during the discretization of the solution of the analysis numerical is constructed. Finally, a mathematical model of finite volumes that quantifies the potential energy of the HT is obtained.

Keywords: hydrokinetic turbine, CFD, turbulence models, torque, convergence

INTRODUCCIÓN

Un tipo específico de turbina helicoidal, la Gorlov, se ha venido desarrollando como tecnología propia de energías limpias aplicables para la conversión de energía hidráulica en mecánica con la que posteriormente, se motorizan generadores eléctricos. El paso de corrientes de flujo de fluidos a través de la turbina Gorlov (véase Figura 1) induce la rotación de su estructura en función de la velocidad del fluido.

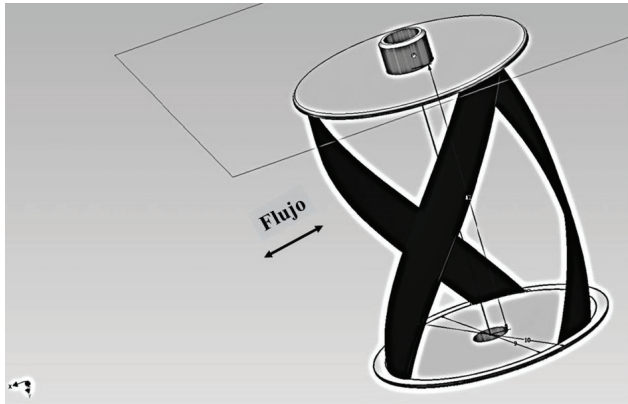


Figura 1. Turbina Gorlov

El estudio de Bruce (2014) indica la uniformidad de esfuerzos de torsión sobre las turbinas hidrocínéticas Gorlov debido a la posición de los álabes en simultáneo con cada posición acimutal durante su rotación, por lo que generan torque positivo en la medida que la turbina gira a una velocidad constante. Estudios de curvas características de turbinas helicoidales son desarrollados por Shiono *et al.* (2002) y Bachant & Wosnik (2015). El análisis numérico se emplea en la determinación de variables de: potenciales de flujo, torque, campos de presión y de velocidad como alternativa a los costosos enfoques experimentales. En las investigaciones de Marturet (2012) y Le *et al.* (2014) se analizan el comportamiento del flujo en diferentes geometrías de turbinas hidrocínéticas Gorlov (THG) mediante técnicas CFD.

En los estudios de Harrison *et al.* (2010), Miller (2010), Hall (2012), Li (2012) y Tsai & Chen (2014) emplean técnicas de análisis numérico en sus estudios sobre TH con aplicación de diferentes modelos de turbulencia. Si bien desarrollan validaciones experimentales de sus modelos matemáticos, se observa el uso de modelos de turbulencia sin soporte en la idoneidad y/o verificación del modelo propiamente en cuanto a comparaciones en resultados de discretizaciones, proceso de convergencia y dominio computacional de la turbina representativo del campo de flujo.

En Oberkamp & Trucano (2002) se establece una metodología para procesos de verificación, calibración y validación de análisis en CFD que abarcan las ecuaciones de estudio de modelos matemáticos, el análisis de convergencia y el estudio de errores. Pero además, diferencia claramente los procesos de validación experimental de los procesos de verificación del análisis numérico en estudios de CFD. Indican la importancia de la verificación en CFD como un proceso de determinar la precisión en la descripción conceptual del modelo y su simulación como una forma de evidenciar la exactitud en la relación entre un modelo matemático y uno experimental. Para ello el estudio debe incluir el asegurar la exactitud de datos de entrada del problema, la estimación del error de la solución numérica y la exactitud de los datos de salida del mismo.

El presente estudio pretende analizar la respuesta de diferentes modelos de turbulencia aplicados a un dominio computacional de una THG. Se valoran las técnicas de análisis numérico en la CFD para un caso específico de una turbina Gorlov con diferentes modelos de turbulencia a los fines de verificar los modelos matemáticos discretizados cuando se modelizan y simulan THG. Para validar los resultados de tal manera que estos no dependan del mallado del dominio computacional se realizará un estudio de convergencia del dominio y del mallado de volúmenes finitos. Con lo que se determinará las dimensiones del dominio cuyos efectos de estela no perturben la turbina, así como la densificación más apropiada del mallado, y que en ambos casos no afecten los resultados del análisis numérico, específicamente en el torque de la misma.

MODELACIÓN NUMÉRICA

Elementos del dominio computacional

El dominio computacional se diseña tomando como base el diámetro D de una THG de 450 mm y su altura H de 600 mm para un perfil de álabes tipo NACA 0020 de 75mm de cuerda. Se construirá una sección de fluido de 3D de ancho por $6H$ de alto y $8,7 D$ de largo, con origen de coordenadas en el centro de la base de la THG. La turbina estará inscrita en una malla de volúmenes para un dominio tridimensional. En la modelación del flujo, sobre los álabes helicoidales de la Gorlov, se emplearán mallas estructuradas para limitar la excesiva difusión numérica y reducir costos computacionales. Así mismo, la zona de álabes se discretizarán empleando celdas de elementos tetraédricos e híbridos para construir una malla híbrida de 517973 nodos con una calidad de 0,851314 (Figuras 2 y 3). La cuantificación de la calidad de la malla Q_{EVS} se hará con base en la ecuación 1.

$$Q_{EVS} = \frac{|S_{eq} - S|}{S_{eq}} \quad (1)$$

donde S es el área del elemento de malla, S_{eq} es el área máxima de la celda equilátera que circunscribe el radio idéntico al elemento de malla. De tal manera que $0 \leq Q_{EVS} \leq 1$. Si $Q_{EVS} = 0$ se describe un elemento equilátero ideal y si $Q_{EVS} = 1$ se describe un elemento completamente deformado. (GAMBIT 2.4, 2007).

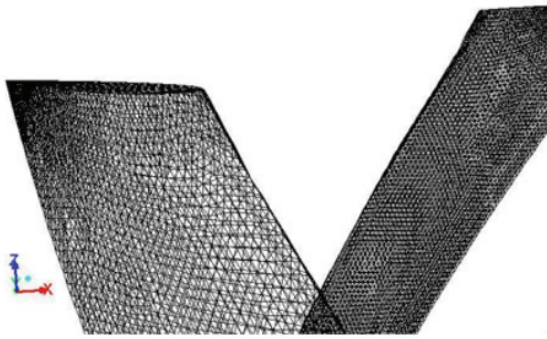


Figura 2. Detalle del mallado de álabes

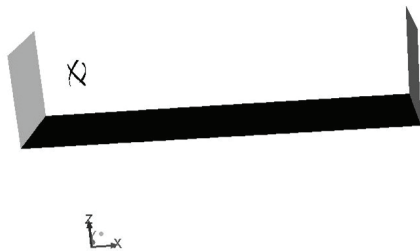


Figura 3. THG inscrita en el dominio

Para la discretización en la construcción del dominio y a efectos del análisis numérico se construirá un mallado de volúmenes finitos (véase Figura 4). Como recurso se emplea un computador con procesador Intel Core 5 (2,5 GHz y 8GB de RAM). Al mismo tiempo, las fronteras del dominio serán configuradas a efectos del análisis numérico tal y como se indica en la Figura 5a.

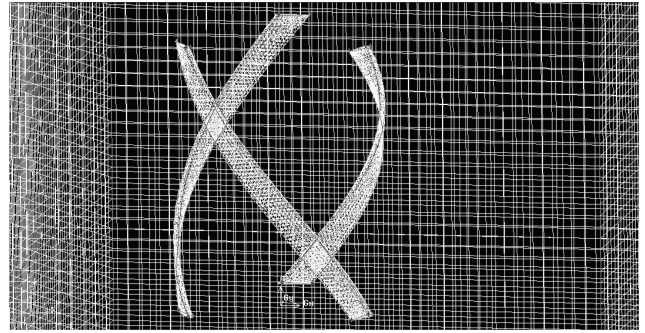
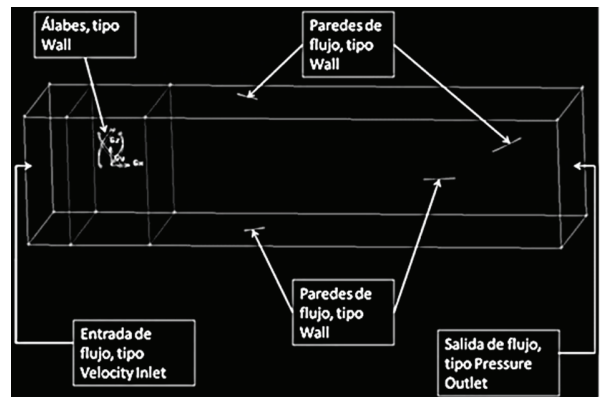


Figura 4. Vista de álabes de la THG y del mallado en sus alrededores

Análisis numérico

Mediante un software de CFD de tipo comercial se realiza el análisis fluidodinámico y se resuelven las ecuaciones que gobiernan el flujo usando la discretización del dominio de volúmenes finitos. Todas las simulaciones de las ecuaciones de continuidad y de momentum, escalares de turbulencia y transporte son resueltas usando el método SIMPLE con modalidad de solución tipo Pressure-Based.

a)



b)

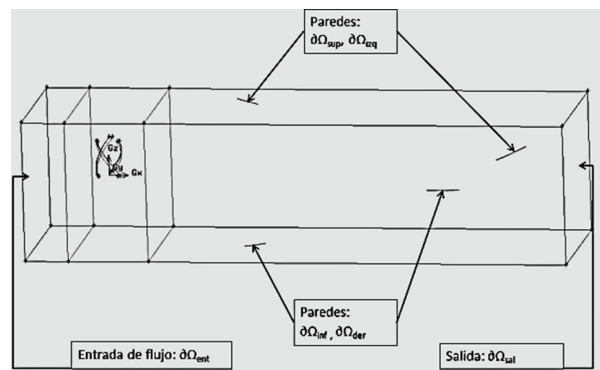


Figura 5. a) Configuración de fronteras del dominio computacional de THG. b) Dominio en condiciones de borde de THG

Los términos convectivos referidos a energía cinética turbulenta, razón de disipación turbulenta, presión y momentum, se resolverán usando la opción de discretización espacial de segundo orden aguas arriba de la turbina. Fenómenos de oscilación propios de ajustes del tipo segundo orden aguas arriba, y en especial en mallas no estructuradas como el caso de THG, se abordarán eligiendo esquemas de gradientes del tipo Least Squares Cell-Based en mejora de la precisión tal y como indica ANSYS (2009). En la entrada de flujo al dominio (Velocity Inlet) se fijará la velocidad de entrada de manera uniforme y en la salida (Pressure Outlet) se fijará la presión. Los álabes rotarán sobre su eje central a las revoluciones del estudio y el torque a determinar se hará en el origen de coordenadas situado en el centro de la THG. La modelación numérica se realizará suponiendo un régimen estable en la turbina cuando el fluido se modela en 3D. Todas las simulaciones se efectuarán para una velocidad de flujo de 5 m/s y 10 RPM de velocidad de giro de la turbina.

Se soporta el análisis numérico en la ecuaciones Navier-Stokes promediadas según Reynolds (*RANS*): ecuación de continuidad y de momentum cuando el flujo es asumido como turbulento, tal y se expresa las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j}(-\rho \overline{u_i u_j}) \quad (3)$$

$$\text{Para: } -\rho \overline{u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij}$$

donde k es la energía cinética turbulenta, y el término μ_t “es la viscosidad de remolino o viscosidad turbulenta, que explica el transporte de cantidad de movimiento mediante remolinos turbulentos”, tal y como expresa Cengel & Cimbala (2006). También, u es un campo de velocidad y ρ es la densidad del fluido. Para determinar el torque en el eje de rotación Gerhart *et. al.* (1995) sugieren el uso de la ecuación 4.

$$\vec{M}_p = \iint_A \vec{r} \times p d\vec{A} - \iint_A \vec{r} \times \tau d\vec{A} \quad (4)$$

donde \vec{M}_p es el momento o torque respecto a un punto p del eje de rotación de la turbina, la integral $\iint \vec{r} \times p d\vec{A}$ representa el torque debido a la presión de fluido, y $\iint \vec{r} \times \tau d\vec{A}$ es el momento debido a los esfuerzos cortantes sobre los álabes (torque viscoso).

Modelos de turbulencia aplicables a THG

Es el flujo turbulento el responsable de fluctuaciones desordenadas en campos de velocidades y presión entre otros, asociados a fenómenos de transporte en cuanto a energía y momentum. Describir el movimiento de partículas de fluidos asociados a flujos turbulentos es en esencia complejo desde el punto de vista de los métodos numéricos aun sin solución por lo que se recurre a aproximaciones. Los modelos Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) se fundamentan en la promediación de las ecuaciones del fluido para obtener comportamientos promedios y aleatorios -turbulentos- de las distintas variables, para lo cual todas las magnitudes se sustituyen por la suma de su valor medio y una componente fluctuacional. El marco referencial para la modelación de turbinas hidrocinéticas revela la no existencia de una predilección particular por un modelo de turbulencia específico para el análisis numérico. Es común que análisis en CFD para TH se realicen sin el acompañamiento de estudios de cálculo de errores en la aplicación de un modelo particular de turbulencia en la solución discretizada de la simulación. A manera de ejemplo autores como Polagye *et. al.* (2013) y Xiao *et. al.* (2013) difieren en sus estudios de TH en la escogencia del modelo de turbulencia para su análisis numérico aunque sin soportarlos en comparaciones con modelos experimentales. No se pretende desarrollar con largueza modelos de turbulencia, por lo que sin entrar en detalles y limitados a lo esencial, se abordan aquí siete modelos que aplican con frecuencia en estudios de THG. Estos son:

- Modelo *Standard k-ε*.
- Modelo *Realizable k-ε*.
- Modulo *Standard k-ω*.
- Modelo *Shear-Stress Transport (SST) k-ω*.
- Modelo *k - kl - ω Transition*.
- Modelo *Transition SST*.
- Modelo *Reynolds Stress (RSM)*.

El modelo *Standard k-ε* es utilizado ampliamente en estudios de fluidos. Se asocia con las ecuaciones de transporte:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M + S_k \quad (5)$$

y

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \epsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{K} (G_k + C_{3\epsilon} G_b) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{K} + S_\epsilon \quad (6)$$

donde k es la energía cinética turbulenta, ϵ es la rata de disipación o disipación turbulenta, G_k representa la generación de energía cinética turbulenta debido a gradientes de velocidad, G_b es la generación de energía cinética turbulenta debida a la flotación, Y_M representa la contribución de la dilatación fluctuante en la turbulencia compresible a la rata o proporción de dispersión global. También, los términos $C_{1\epsilon}$, $C_{2\epsilon}$ y $C_{3\epsilon}$ son constantes, σ_k y σ_ϵ son los números de Prandtl para k y ϵ respectivamente. Mientras μ_t es la viscosidad turbulenta.

Las ecuaciones 7 y 8, conforman el modelo *Realizable k- ϵ* en sus ecuaciones de transporte. El modelo reformula el término viscosidad turbulenta y propone una nueva ecuación de transporte. Como modelo de turbulencia se emplea en geometrías o estructuras complejas, flujos en rotación, y capas límites sometidas a gradientes de presión adversos.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M + S_k \quad (7)$$

y

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \epsilon u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S_\epsilon - \rho C_2 \rho \frac{\epsilon^2}{k + \sqrt{\nu \epsilon}} + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} C_{3\epsilon} G_b + S_\epsilon \quad (8)$$

Para $C_1 = \max \left[0, 43; \frac{\eta}{\eta + 5} \right]$; $\eta = S \frac{K}{\epsilon}$ y $S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}$

El modelo *Standard k- ω* contiene modificaciones para efectos de bajos números de Reynolds, compresibilidad entre otros. El modelo intenta predecir la turbulencia por dos ecuaciones diferenciales parciales, expresadas en las ecuaciones 9 y 10. Donde k es la energía cinética turbulenta y ω es la tasa específica de disipación o rata de disipación específica (variable que determina la escala de la turbulencia).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k \quad (9)$$

y

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad (10)$$

donde G_k es la generación de la energía cinética turbulenta debido a gradientes, mientras G_ω representa la generación debido a ω , Γ_k y Γ_ω son la difusividad efectiva debido a k y ω respectivamente. También, Y_k y Y_ω representan la disipación de k y ω debido a la turbulencia.

El modelo de turbulencia *SST k- ω* es similar al *Standard k- ω* , y añade formulaciones robustas y precisas en la modelación de flujos cerca de paredes con independencia de zonas de flujo libre con lo cual, logra mejorar su respuesta en presencia de gradientes de presión adversos, superficies de sustentación y separación de flujos. Las ecuaciones 11 y 12 modelan sus ecuaciones de transporte.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tilde{G}_k - Y_k + S_k \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \quad (12)$$

donde \tilde{G}_k es la generación de energía cinética turbulencia debido a gradientes de velocidad media y D_ω la difusión transversal.

El modelo *k - kl - ω Transition* se considera un modelo de turbulencia de tres ecuaciones: 13, 14 y 15; y es empleado para predecir el desarrollo de capas límites y calcular la transición de un régimen laminar a turbulento. Aquí las ecuaciones de transporte se conforman de: energía cinética turbulenta k_t , energía cinética laminar k_L , producción de la turbulencia generada por las fluctuaciones turbulentas P_{K_T} , producción del efecto promediado de la ruptura de corrientes de flujo en la turbulencia durante la transición R , ruptura de la turbulencia debido inestabilidades es representada por la producción de la transición natural R_{NAT} , difusividad turbulenta αT , disipación cercana a las paredes D_T y D_L , y la escala de tiempo turbulento inversa ω .

$$\frac{D k_T}{Dt} = P_{K_T} + R + R_{NAT} - \omega k_t - D_T + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\alpha T}{\alpha_k} \right) \frac{\partial k_T}{\partial x_j} \right] \quad (13)$$

$$\frac{D k_L}{Dt} = P_{K_L} - R - R_{NAT} - D_L + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \frac{\partial k_L}{\partial x_j} \right] \quad (14)$$

$$\frac{D \omega}{Dt} = C_{\omega 1} \frac{\omega}{k_T} P_{K_T} + \left(\frac{C_{\omega R}}{f_w} - 1 \right) \frac{\omega}{k_t} (R + R_{NAT}) - C_{\omega 2} \omega^2 + C_{\omega 3} f_\omega \alpha T f_w^2 \frac{\sqrt{k_T}}{d^3} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\alpha T}{\alpha_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (15)$$

El modelo *Transition SST* acopla las ecuaciones de transporte del modelo *SST k- ω* con otras dos ecuaciones de transporte, una para la intermitencia y otra para la el criterio de inicio de la transición en términos del momentum viscoso del número de Reynolds. El modelo integrado por un número importante de correlaciones y constantes se aplica en flujos en transición y turbulentos en entornos de poca corriente libre. La ecuación de transporte en términos de la intermitencia γ , queda definida como:

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \gamma)}{\partial x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (16)$$

donde μ_t es la viscosidad turbulenta, U es la velocidad de la corriente libre, y los términos asociados a P y E , son correlaciones propias estudiadas en ANSYS (2009).

La ecuación de transporte para el momentum viscoso del número de Reynolds de transición $\widetilde{Re}_{\theta t}$ es:

$$\frac{\partial(\rho \widetilde{Re}_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \widetilde{Re}_{\theta t})}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{\theta t} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\nu} \right) \frac{\partial \widetilde{Re}_{\theta t}}{\partial x_j} \right] \quad (17)$$

El acoplamiento de las ecuaciones de transporte entre el modelo *Transition* y el *SST* viene de dado por la ecuación 18.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \widetilde{P}_k - \widetilde{D}_k + \left(\left(\mu + \sigma_k \mu_t \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \quad (18)$$

Finalmente, el modelo *RSM*, en conjunción entre las ecuaciones de tensiones de Reynolds y la ecuación de disipación cierra las ecuaciones *RANS*, por cuanto requiere de cinco ecuaciones de transporte para flujos bidimensionales y siete para flujos tridimensionales. El *RSM* aplica en flujos complejos, flujos en rotación y efectos en líneas de corrientes curvas. Sin negar algunas reservas en cuanto a su capacidad de predicción debido a la modelización tanto de la presión y deformación como la rata o tasa de disipación que el *RSM* emplea. Es también importante el gasto del recurso computacional que el modelo requiere. Aplicable en cámaras de combustión y flujos en torbellino entre otros. La ecuación de transporte de las tensiones de Reynolds, $\rho u_i u_j$, se expresa como:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho \overline{u_i u_j}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k \overline{u_i u_j}) \\ &= \frac{-\partial}{\partial x_k} \left[\rho \overline{u_i u_j u_k} + p(\delta_{kj} \overline{u_i} + \delta_{ik} \overline{u_j}) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\mu \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u_i u_j} \right] - \rho \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{u_i u_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \\ &- \rho \beta (g_i \overline{u_j \theta} + g_j \overline{u_i \theta}) + p \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \\ &- 2\mu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} \end{aligned} \quad (19)$$

RESULTADOS

En Oberkampf & Trucano (Ob. cit.) se establece como estrategia para verificación de los modelos computacionales en ámbitos de CFD: el estudio del error, la convergencia y el establecimiento de un criterio de parada de las iteraciones durante la solución numérica.

Cortés *et. al.* (2014) tratándose de aplicaciones en CFD, indican la necesidad de evaluar modelos de turbulencia así como la independencia del mallado del dominio respecto de alguna propiedad del sistema de estudio. Mientras que Zhang *et. al.* (2013) establecen como parámetro de verificación de la independencia del mallado el coeficiente de torque de una turbina.

Los estudios de Miller (Ob. cit.) emplean los términos calidad de malla y velocidad de flujo como elemento para la verificación de la independencia del mallado. En la investigación de Saboohi *et. al.* (2015) intensifican el mallado de su dominio computacional desarrollado para establecer un torque de la turbina modelada independiente de la red de volúmenes finitos.

Para Hoffman (1992) la convergencia en soluciones iterativas se logra cuando un criterio de precisión o de exactitud se satisface y para ello puede emplearse el error relativo. Como criterio para evaluar la precisión en la construcción del modelo de volúmenes finitos y del modelo de turbulencia para la THG, se estableció el error relativo atendiendo la formulación presentada por Oberkampf & Trucano (Ob. cit.) e indicada en la ecuación 20.

$$Error\ relativo = \left| \frac{t(x) - T(x)}{T(x)} \right| * 100 \quad (20)$$

donde $t(x)$ y $T(x)$ son los torques obtenidos durante la simulación en uso de los modelos de volúmenes finitos para los dominios de la THG junto con el modelo de turbulencia especificado. Con ello se optimiza la independencia del

mallado en el análisis numérico, el tamaño del dominio mismo y el modelo de turbulencia aplicar.

La Tabla 1 muestra el proceso de densificación del dominio y la calidad de mallado para cada modelo “M”. La densificación de la malla se hace desde 517.973 hasta 1.702.942 nodos. Dada la incidencia de fenómenos turbulentos alrededor de los álabes del tipo helicoidal se seleccionó una configuración de paredes tipo *Standard Wall Functions* aplicable en la condición de $30 < Y^+ < 300$, según ANSYS (2009). El adimensional $Y^+ (\equiv \frac{\rho u_\tau y}{\mu})$, donde μ y u_τ son la viscosidad dinámica y la velocidad de fricción respectivamente. Mientras que y es una distancia para la consideración de la subcapa viscosa, la capa turbulenta y región de transición de la capa límite turbulenta. Los valores de Y^+ determinados para la THG oscilan entre 40 y 170. Como muestra se presenta la Figura 6, de tal forma que los refinamientos realizados en las paredes se consideran suficientes en procura de la fidelidad de la solución numérica sobre las mismas.

Tabla 1. Modelos de densificación del dominio de THG en dimensiones 3Dx4Hx7D para D = 450 mm.

Modelo de volúmenes finitos	Número de nodos	Calidad del mallado
M1	517.973	0,851314
M2	767.458	0,868756
M3	1.343.001	0,852716
M4	1.702.942	0,856905

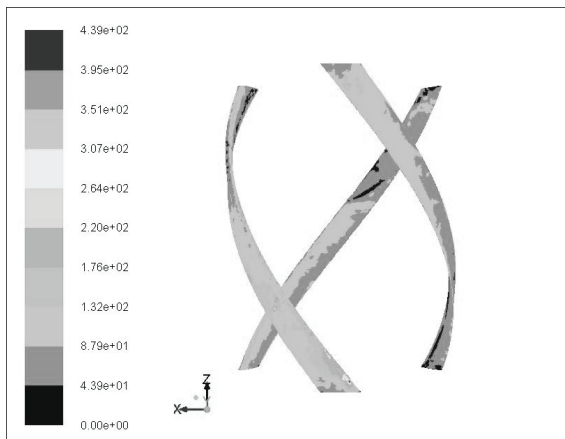


Figura 6. Valor de Y^+ para la THG

Al mismo tiempo, con los datos de la Tabla 1 se realiza la simulación a una velocidad de flujo U de 5 m/s a velocidad angular (ω) de 10 RPM a fin de determinar el torque en la THG tal y como indica en la Figura 7. En todos los casos estudiados se fija como criterio de residuales para la

convergencia el valor de 10^{-5} y se acompañan del control de flujo másico entre la entrada y salida del dominio y del cálculo del coeficiente de momento (ANSYS, Ob. cit.).

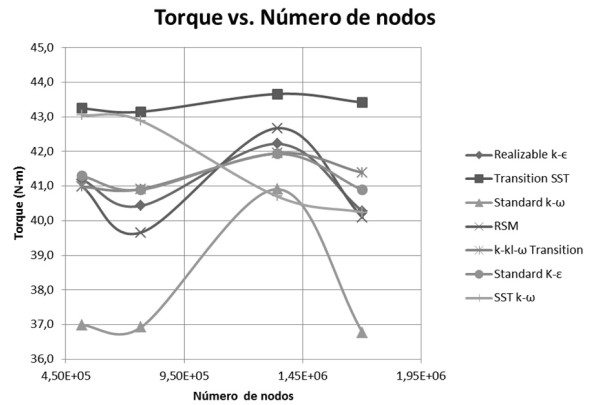


Figura 7. Estabilidad de la discretización del torque de la THG valorados en diferentes modelos de turbulencia

La Figura 8 muestra el uso de la ecuación 20 del error relativo en la aplicación de cada uno de los modelos de turbulencia considerados. A manera de ejemplo en el caso del modelo *Standard k-ε* para la ecuación 20 cuando $t(x) = 40,893 \text{ N} \cdot \text{m}$ en M2 y $t(x) = 41,930 \text{ N} \cdot \text{m}$ en M3 el error relativo es de 2,47%, tal y como se indica en la Figura 8. El modelo *Standard k-ε* muestra una estabilidad de la predicción del torque en dominios por sobre 10^6 nodos. El error relativo más bajo es de 0,15% y corresponde al modelo *k-kl-ω Transition*, en cambio el mayor error relativo es de 11,25% correspondiente al *Standard k-ω* cuando se sitúa en un rango de 517.973 a 1.702.942 nodos. El estudio de Gebreslassie (2012) determina la longitud aguas abajo de la THG cuyos efectos de presión y arrastre no afecten el perfil de velocidad. Su determinación incluye también el análisis de sensibilidad del mallado para el sistema de volúmenes finitos que conforman el dominio computacional.

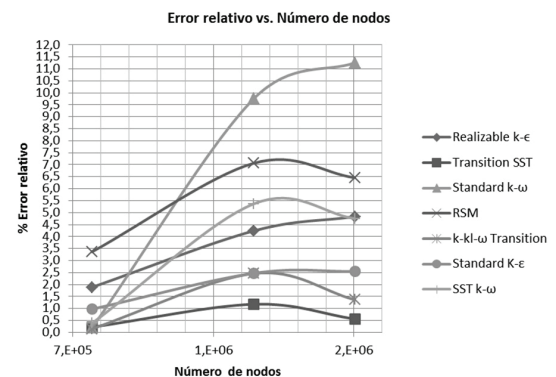


Figura 8. Error relativo de modelo de turbulencia en el número de nodos de la THG

La Tabla 2 muestra las variantes del dominio conforme se incrementa la longitud aguas abajo de la THG.

Tabla 2. Modelos de dominio de THG según la longitud de estela.

Modelo de volúmenes finitos	Dimensiones del dominio	Longitud de estela (m)	Calidad de mallado
M5	3Dx4Hx7D	3,15	0,868756
M6	3Dx4Hx10D	4,5	0,868756
M7	3Dx4Hx13D	5,85	0,868756
M8	3Dx4Hx16D	7,2	0,868756
M9	3Dx4Hx19D	8,55	0,868756
M10	3Dx4Hx22D	9,9	0,868756

La Figura 9 muestra el uso de la ecuación 20 del error relativo en la aplicación de los dominios señalados en la Tabla 2. En esta última figura mencionada, el error relativo asociado a los modelos de turbulencia, según la Ecuación 20, es de un 0,0055% en el modelo *Transition SST* y 1,13 % con el modelo *Realizable k-ε*. Tanto el modelo *Transition SST* como el *Standard k-ε* presentan mayor estabilidad frente a variaciones de la longitud de estela del dominio

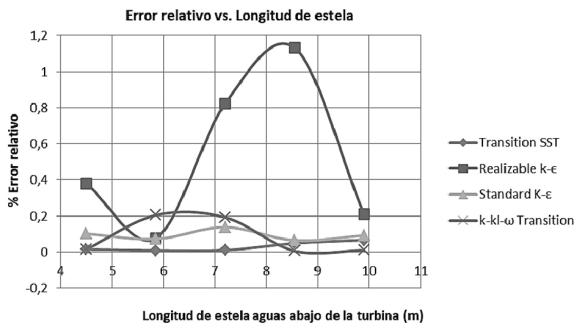


Figura 9. Error relativo de modelos de turbulencia en la longitud de estela de la THG

Finalmente, el modelo matemático para el estudio en CFD de la THG está conformado por la ecuación de continuidad 2, la ecuación de momentum 3, el modelo de turbulencia *Standard k-ε* en sus ecuaciones 5 y 6 las cuales se resuelven en el dominio computacional (véase Figura 5b) para las condiciones de borde:

$$\begin{aligned}
 U &= U_{ent} \text{ en } \partial\Omega_{ent}, \partial\Omega_{inf}, \partial\Omega_{der}, \partial\Omega_{izq} \text{ y } \partial\Omega_{su} \\
 \omega &= \omega_{rot} \text{ en } \partial\Omega_{rot} \\
 k &= k_e(x,y,z) \text{ en } \partial\Omega_{ent}, \partial\Omega_{inf}, \partial\Omega_{der}, \partial\Omega_{izq} \text{ y } \partial\Omega_{sup} \\
 \epsilon &= \epsilon_e(x,y,z) \text{ en } \partial\Omega_{ent}, \partial\Omega_{inf}, \partial\Omega_{der}, \partial\Omega_{izq} \text{ y } \partial\Omega_{sup} \\
 P &= P_{sal} \text{ en } \partial\Omega_{sal} \\
 k &= k_s(x,y,z) \text{ en } \partial\Omega_{sal} \\
 \epsilon &= \epsilon_s(x,y,z) \text{ en } \partial\Omega_{sal}
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

Adicionalmente, podemos valorar energéticamente la THG con el apoyo de las ecuaciones 22 y 23. La relación de velocidad λ , representa la velocidad de rotación de la turbina en el álabe, respecto a la velocidad del flujo en la corriente libre u_0 :

$$\lambda = \frac{\omega R}{u_0}
 \tag{22}$$

donde, R , es el radio de la turbina, y ω , la velocidad angular. Adicionalmente, el coeficiente de potencia C_p o eficiencia, el cual pondera la potencia mecánica de la turbina respecto al potencial cinético incidente sobre un área de sección transversal del mismo tamaño que la turbina, tal y como se indica en la Ecuación 23:

$$C_p = \frac{T\omega}{\frac{1}{2} \rho u_0^3 R A_t}
 \tag{23}$$

donde T es el torque de rotación de la turbina, A_t su área de sección transversal ($A_t = DH$). Se presenta la Figura 10 la cual valora la potencia mecánica ($P = T\omega$) de la turbina para velocidades de flujo 3, 5 y 7 m/s. En uso de las ecuaciones 22 y 23 así como de la simulación del modelo matemático propuesto para el análisis numérico de la THG se construye la Figura 11a.

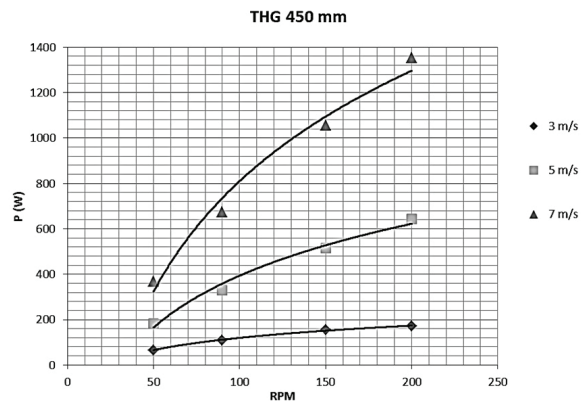
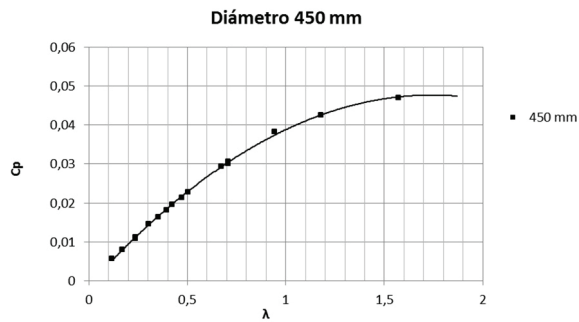


Figura 10. Potencia vs. RPM para THG de 450 mm de diámetro

a)



b)

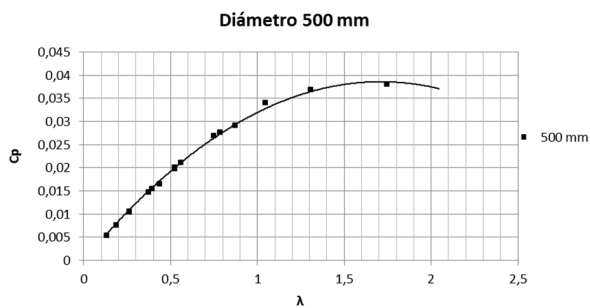


Figura 11. Coeficientes de potencia de THG para 450 y 500 mm de diámetro

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

El análisis numérico revela una mayor afectación de los resultados ante la densificación del dominio de volúmenes finitos que ante variaciones en la longitud de estela de la turbina misma. El modelo *Standard k-ε* muestra una estabilización en la predicción del torque en dominios de mayores 1×10^6 nodos y permite una baja afectación frente a fenómenos de estela de la turbina. Hasta ahora, el modelo *Realizable k-ε* indica la necesidad de incrementar la red de volúmenes finitos en procura de estabilidad de su predicción del torque. Su respuesta en la Figura 8 indica una importante oscilación del modelo frente a fenómenos de estela de flujo.

Las simulaciones con los modelos *Standard k-ω* y el *RSM* arrojan una considerable susceptibilidad de los resultados frente a intensificaciones del número de nodos del dominio, razón por la cual fueron descartados del análisis numérico en fenómenos de estela de flujo. El desarrollo de Bruce (Ob. cit.) emplea entre 6×10^6 y 12×10^6 celdas para la modelación de una THG, a su vez en Le *et al.* (Ob. cit.) logran una malla de 1.512.783 nodos luego de un estudio de convergencia. Mientras que en Hall (Ob. cit.) se refinan mallas de hasta 7×10^6 elementos. En todos estos casos de simulación y modelación emplearon el modelo de turbulencia SST *k-ω*. Sin embargo, los resultados del modelo SST *k-ω* en la

Figura 4, indican la necesidad densificar el dominio en procura de lograr la independencia del modelo de volúmenes finitos del número de número de nodos de la malla. Aquí, una malla de 1.702.942 nodos fue la más grande que el computador empleado pudo resolver, por lo que estudios posteriores de sensibilidad del mallado se hacen necesarios.

El estudio de Gebreslassie (Ob. cit.) aplica como parámetro de comparación las variables presión y velocidad contra incrementos longitudinales aguas abajo de la turbina. Tomando en cuenta los modelos de turbulencia y su afectación por longitud de estela de THG, en análisis con modelos *Standard k-ε* y *Transition SST* se presentan una menor sensibilidad ante incrementos de la longitud del dominio computacional aguas abajo de la turbina.

Pongduang *et al.* (2015) desarrollan investigaciones experimentales para turbinas Gorlov cuyos diámetros de son de 0,5 y 0,6 m por 1,25 m alto y álabes en perfil tipo NACA0020. Miden valores de torque y velocidad angular en las THG. A su vez, determinan curvas características de C_p vs. λ en las cuales se observan una tendencia creciente en C_p con un máximo cuando λ oscila entre 1,7 y 2,2. La Figura 11b muestra los resultados de la modelización de una THG de 500 mm de diámetro por 0,6 m de alto con perfil tipo NACA0020, con un máximo C_p para λ entre 1,7 y 2. Si bien no se trata dimensionalmente de la misma turbina experimental de Pongduang *et al.* (Ob. cit.) se observa una consistencia con las tendencias de los adimensionales C_p y λ por ellos encontrada.

CONCLUSIONES

Se han estudiado siete modelos de turbulencia en dominios computacionales de volúmenes finitos para THG en los que se consideran tanto densificaciones del mallado del dominio por incrementos del número de nodos, como la longitud de estela aguas abajo de la turbina. El análisis numérico para la determinación del torque en el eje de la turbina exhibe variaciones dependiendo del modelo de turbulencia seleccionado. El error relativo asociado al torque de cada dominio muestra un rango entre 0,15 y 11,25% en los estudios de sensibilidad de malla cuando se incrementan el número de nodos del dominio de THG aquí estudiada. Errores relativos menores a 2%, asociados a simulaciones en diferentes longitudes de estela del dominio computacional, podrían indicar una menor dependencia del torque de THG de este factor geométrico. Hasta ahora los resultados en simulaciones para la determinación de torques en THG muestran que modelos de turbulencia: *Standard k-ε*, *Transition SST* y *k - kl - ω Transition*

presentan comportamientos estables durante estudios de convergencia cuando se construye un modelo matemático para el estudio de THG mediante el análisis numérico en CFD.

TRABAJOS A FUTURO

Hasta ahora los resultados muestran sólo una tendencia consistente con otras investigaciones en CFD para THG. Es necesario efectuar un proceso de optimización de la THG estudiada, previa validación experimental de los resultados del análisis numérico, a fines de incrementar el potencial energético de la turbina. La construcción de un prototipo experimental permitirá validar el torque mecánico obtenible en la turbina con los resultados del análisis numérico.

AGRADECIMIENTO

Los autores expresan su agradecimiento al Centro de Estudios Energéticos - CEE - de la UNEXPO Vicerrectorado Puerto Ordaz y al Centro de Investigación en Tecnología, Educación y Comunicación - CITEC - del IUTEB por su apoyo en el desarrollo de esta investigación.

REFERENCIAS

- ANSYS. (2009). ANSYS FLUENT 12.0 Theory Guide. ANSYS.
- BACHANT, P., & WOSNIK, M. (2015). Performance Measurements of Cylindrical-and Spherical-helical Cross-flow Marine Hydrokinetic Turbines, with Estimates of Exergy Efficiency. *Renewable Energy*, 74, pp.318-325.
- BRUCE, E. (2014). Numerical Modelling of a Gorlov Cross Flow Tidal Turbine. 3rd Oxford Tidal Energy Workshop, Oxford, UK.(p.9), Apr.
- CENGEL, YUNUS A. & CIMBALA, J. (2006), *Mecánica de fluidos. Fundamentos y aplicaciones*. 1era. ed. México: McGraw-Hill. p. 337.
- CORTÉS, M., FAZIO, P., RAO, J., BUSTAMANTE, W., & VERA, S. (2014). Modelación CFD de casos básicos de convección en ambientes cerrados: Necesidades de principiantes en CFD para adquirir habilidades y confianza en la modelación CFD. *Revista ingeniería de construcción*, 29(1), pp.22-45.
- GAMBIT 2.4 (2007). User's Guide. CFD preprocessor. Fluent, Incorporated.
- GEBRESLASSIE, M. G. (2012). Simplified CFD Modelling of Tidal Turbines for Exploring Arrays of Devices (Doctoral dissertation, University of Exeter).
- GERHART, P. M., GROSS, R. J. & HOCHSTEIN J. I. (1995). *Fundamentos de mecánica de fluidos*. 2da. ed. USA: Addison-Wesley Iberoamericana.
- HALL, T. J. (2012). Numerical simulation of a cross flow marine hydrokinetic turbine Tesis doctoral no publicada, University of Washington, Estados Unidos.
- HARRISON, M. E., BATTEN, W. M. J., MYERS, L. E., & BAHAJ, A. S. (2010). Comparison Between CFD Simulations and Experiments for Predicting the Far Wake of Horizontal Axis Tidal Turbines. *IET Renewable Power Generation*, 4(6), 613-627, 2010.
- HOFFMAN, J.E. (1992). *Numerical Methods for Engineers and Scientist*. Second Edition. USA: McGraw-Hill.
- LE, T. Q., LEE, K. S., PARK, J. S., & KO, J. H. (2014). Flow-driven Rotor Simulation of Vertical Axis Tidal Turbines: A Comparison of Helical and Straight Blades. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 6(2), 257-268, 2014.
- LI, Z. (2012). Advanced Computational Modeling for Marine Tidal Turbine Farm. Tesis doctoral no publicada, University of Cincinnati, Estados Unidos.
- MARTURET, G. (2012). Simulación fluidodinámica de un modelo de turbina hidrocínética tipo Gorlov. Tesis de maestría no publicada, UNEXPO, Venezuela
- MILLER, V. B. (2010). Dynamic Modeling and Environmental Analysis of Hydrokinetic Energy Extraction. Tesis doctoral no publicada, University of Pittsburgh, Estados Unidos.
- OBBERKAMPF, W. L., & TRUCANO, T. G. (2002). Verification and Validation in Computational Fluid Dynamics. *Progress in Aerospace Sciences*, 38(3), 209-272.
- POLAGYE, B., CAVAGNARO, R., NIBLICK, A., HALL, T., THOMSON, J., & ALISEDA, A. (2013). Cross-flow Turbine Performance and Wake Characterization. In *Proceedings of the 1st Marine Energy Technology Symposium*, Washington, DC.
- PONGDUANG, S., KAYANKANNAVEE, C., & TIAPLE, Y. (2015). Experimental Investigation of Helical Tidal Turbine

- Characteristics with Different Twists. *Energy Procedia*, 79, 409-414.
- SABOOHI, Z., SORKHKHAH, S., & SHAKERI, H. (2015). Developing a Model for Prediction of Helical Turbine Flowmeter Performance Using CFD. *Flow Measurement and Instrumentation*.
- SHIONO, M., SUZUKI, K., & KIHO, S. (2002). Output Characteristics of Darrieus Water Turbine with Helical Blades for Tidal Current Generations. In *Proceedings of the Twelfth International Offshore and Polar Engineering Conference*, Kitakyushu, Japan (p.859e864), May.
- TSAI, J. S., & CHEN, F. (2014). The Conceptual Design of a Tidal Power Plant in Taiwan. *Journal of Marine Science and Engineering*, 2(2), 506-533.
- XIAO, Q., LIU, W., & INCECIK, A. (2013). Flow Control for VATT by Fixed and Oscillating Flap. *Renewable energy*, 51, 141-152.
- ZHANG, L. X., LIANG, Y. B., LIU, X. H., JIAO, Q. F., & GUO, J. (2013). Aerodynamic Performance Prediction of Straight-bladed Vertical Axis Wind Turbine Based on CFD. *Advances in Mechanical Engineering*.

