

NÚMERO DE MODOS PARA EL ANÁLISIS SÍSMICO DE EDIFICIOS

MIGUEL F. CRUZ¹ Y OSCAR A. LÓPEZ²

¹ M. S. Ingeniería Sismo-Resistente, IMME·UCV. Facultad de Ingeniería. Universidad de Costa Rica, San José.

² Ph. D., División de Estudios Especiales, IMME, Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela.

RESUMEN

Se estudia el efecto de los modos superiores en la máxima respuesta de estructuras de edificios sin acoplamiento torsional, bajo la acción de una componente horizontal del sismo. Se han considerado estructuras ideales de corte y de flexión de alturas comprendidas entre 8 y 50 pisos. Los movimientos sísmicos se han caracterizado mediante espectros de respuesta ideales. Se presentan recomendaciones sobre el número mínimo de modos a utilizar en el análisis dinámico como una función del error admisible, del número de pisos y de las características del espectro de respuesta.

ABSTRACT

The effects of higher modes on the maximum response of buildings neglecting torsional coupling and subjected to one horizontal component of earthquake ground motion is presented. Idealized shear and bending structures and response spectra have been considered in the analysis. Recommendations regarding the minimum number of modes to be included in a dynamic analysis as a function of the error, number of stories and response spectra characteristics are presented.

INTRODUCCIÓN

La acción sísmica sobre edificios puede usualmente expresarse en términos de un conjunto de fuerzas laterales aplicadas sobre cada piso del edificio. En aquellos casos en que la edificación satisface ciertas condiciones de regularidad, la magnitud y distribución de estas fuerzas pueden derivarse de expresiones simples tales como las encontradas en el llamado método estático de análisis. Cuando la edificación no satisface estas condiciones se hace necesario recurrir a un método de análisis más refinado tal como el método de superposición modal con espectro de respuesta, cuya mayor ventaja radica en que requiere sólo de la combinación de los primeros modos de vibración del sistema. Aunque en algunos códigos sismo-resistentes^{1,2,3,4,5,6} se dan recomendaciones sobre el número mínimo de modos a combinar, ellas no incorporan las características del espectro utilizado ni definen explícitamente el error que se introduce en el análisis.

Trabajos referentes a las técnicas de superposición modal para el análisis sísmico de edificios han sido realizados previamente. Jennings⁷ estudió el efecto de los modos superiores en edificios idealizados por la viga continua de corte y compara algunas de sus propiedades con aquellas de edificios reales. El efecto de modos superiores ha sido también estudiado por Clough⁸ aunque limitado sólo a

algunos edificios y a espectros individuales de aceleraciones tales como el de El Centro, 1940. Ambos trabajos no concluyen sobre el número mínimo de modos a utilizar en el análisis.

El presente trabajo estudia el efecto de los modos superiores en la máxima respuesta sísmica de edificios sin acoplamiento torsional, con el objetivo de desarrollar recomendaciones prácticas sobre el número de modos a incorporar en el análisis. Se consideran edificios ideales de corte y de flexión, y se evalúa su validez para predecir la respuesta de edificaciones reales. Se prescriben recomendaciones sobre el número mínimo de modos a utilizar en función del error admisible, de las propiedades del sistema estructural, y las características del espectro utilizado.

RESPUESTA SÍSMICA DE EDIFICIOS

Idealizando los edificios como sistemas lineales con masas concentradas a nivel de cada entrepiso y despreciando el acoplamiento torsional, la respuesta para una componente horizontal del sismo puede escribirse mediante el método de superposición modal de la siguiente forma:

$$\bar{U}(t) = \sum_{i=1}^N \bar{\phi}_i Y_i(t) \quad (1)$$

donde \bar{U} es el vector de desplazamientos laterales $\bar{\phi}_i$ es el modo i del sistema, Y_i es la coordenada modal correspondiente y N es el número de modos de vibración. El amortiguamiento se introduce directamente en cada coordenada modal.

Si el movimiento sísmico se describe mediante su espectro de respuesta, los valores máximos en el modo i para la cortante en el piso k (V_{ki}), cortante en la base (V_{oi}), cortante en el último piso (V_{Ni}), desplazamiento del tope (U_{Ni}), desplazamiento del primer piso (U_{1i}) y desplazamiento relativo entre el último y penúltimo piso (D_{Ni}) están dados por:

$$V_{ki} = \rho_{ki} \cdot M_k \cdot S_{ai} \quad (2)$$

$$V_{oi} = \beta_i \cdot M \cdot S_{ai} \quad (3)$$

$$V_{Ni} = \alpha_i \cdot m_N \cdot S_{ai} \quad (4)$$

$$U_{Ni} = \alpha_i \cdot S_{di} \quad (5)$$

$$U_{1i} = \delta_i \cdot S_{di} \quad (6)$$

$$D_{Ni} = \sigma_i \cdot S_{di} \quad (7)$$

donde M_k es la suma de las masas comprendidas entre el piso k y el último piso, M es la masa total del edificio, m_N es la masa del último piso, S_{ai} y S_{di} son la aceleración y el desplazamiento espectral correspondientes, y ρ_{ki} , β_i , α_i , δ_i , y σ_i son los factores de participación asociados a cada parámetro de respuesta, dados por:

$$\rho_{ki} = \frac{1}{M_k} \cdot \frac{\sum_{j=k}^N m_j \phi_{ji} \cdot \sum_{j=1}^N m_j \phi_{ji}}{\sum_{j=1}^N m_j \phi_{ji}^2} \quad (8)$$

$$\beta_i = \frac{1}{M} \cdot \frac{\left(\sum_{j=1}^N m_j \phi_{ji} \right)^2}{\sum_{j=1}^N m_j \phi_{ji}^2} \quad (9)$$

$$\alpha_i = \frac{\phi_{Ni} \sum_{j=1}^N m_j \phi_{ji}}{\sum_{j=1}^N m_j \phi_{ji}^2} \quad (10)$$

$$\delta_i = \frac{\phi_{1i}}{\phi_{Ni}} \alpha_i \quad (11)$$

$$\sigma_i = \alpha_i \left(1 - \frac{\phi_{N-1,i}}{\phi_{Ni}} \right) \quad (12)$$

Combinando los máximos valores modales de acuerdo al criterio del máximo probable y normalizando con respecto a la contribución del primer modo, se estiman los máximos valores para cada parámetro de respuesta como,

$$\frac{V_K}{V_{K1}} = \left[1 + \sum_{i=2}^N \left(\frac{\rho_{ki}}{\rho_{k1}} \cdot \frac{S_{ai}}{S_{a1}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (13)$$

$$\frac{V_o}{V_{o1}} = \left[1 + \sum_{i=2}^N \left(\frac{\beta_i}{\beta_1} \cdot \frac{S_{ai}}{S_{a1}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (14)$$

$$\frac{V_N}{V_{N1}} = \left[1 + \sum_{i=2}^N \left(\frac{\alpha_i}{\alpha_1} \cdot \frac{S_{ai}}{S_{a1}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (15)$$

$$\frac{U_N}{U_{N1}} = \left[1 + \sum_{i=2}^N \left(\frac{\alpha_i}{\alpha_1} \cdot \left(\frac{\omega_1}{\omega_i} \right)^2 \cdot \frac{S_{ai}}{S_{a1}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (16)$$

$$\frac{U_1}{U_{11}} = \left[1 + \sum_{i=2}^N \left(\frac{\delta_i}{\delta_1} \cdot \left(\frac{\omega_1}{\omega_i} \right)^2 \cdot \frac{S_{ai}}{S_{a1}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (17)$$

$$\frac{D_N}{D_{N1}} = \left[1 + \sum_{i=2}^N \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_1} \cdot \left(\frac{\omega_1}{\omega_i} \right)^2 \cdot \frac{S_{ai}}{S_{a1}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (18)$$

donde ω_i es la frecuencia natural del modo i . Las frecuencias están ordenadas en orden creciente.

La sumatoria en cada una de las ecuaciones anteriores representa el efecto de los modos superiores, el cual depende de los cocientes entre factores de participación, cocientes entre frecuencias y de la forma espectral utilizada. En el caso de un espectro plano, S_{ai}/S_{a1} es igual a uno. Para el caso de un espectro hiperbólico de aceleraciones, los cocientes S_{ai}/S_{a1} dependen a su vez de la separación de frecuencias o cocientes ω_1/ω_i . Los cocientes entre factores de participación y frecuencias naturales son función del tipo estructural en consideración.

EDIFICIOS IDEALES

Los edificios ideales aquí utilizados son el edificio de corte 1, el edificio de corte 2 y el edificio de flexión (Figura 1). Cada sistema posee masas iguales y concentradas en cada nivel de entrepiso. El sistema estructural del edificio de flexión consiste en una viga en voladizo de rigidez a flexión constante. El sistema estructural del edificio de corte 1 consiste en un pórtico de vigas infinitamente rígidas y columnas axialmente indeformables; la variación de rigidez de piso se selecciona de tal manera que el primer modo de oscilación es aproximadamente una línea recta. El sistema estructural del edificio de corte 2 es igual al de corte 1, sólo que la rigidez de piso es igual para todos los pisos. En la Ref. 9 se presentan las propiedades dinámicas de los edificios ideales de 8, 14, 20, 30 y 50 pisos.

Parámetros de respuesta con mayor demanda modal

Un examen de los cocientes entre los factores de participación (ecuaciones 8, 9 y 10) que definen el efecto de los modos superiores (ecuaciones 13, 14 y 15) en el cortante

de cada piso, revela que en la gran mayoría de los casos los cocientes asociados a la cortante en el tope son mayores que los asociados a la cortante en cualquier otro piso para los primeros modos de vibración. Se concluye entonces que la cortante en el tope requiere de una mayor demanda modal que la cortante en cualquier otro piso para cualquiera de los edificios ideales considerados con alturas comprendidas entre 8 y 50 pisos⁹. El desplazamiento del último piso requiere de un número considerablemente menor de modos que el cortante del tope por estar el primero multiplicado

por los cocientes ω_i/ω_1 (ecuaciones 15 y 16). El mismo argumento es aplicable al desplazamiento relativo del último piso (ecuación 18) y al desplazamiento del primer piso (ecuación 17). Resultados numéricos de la Ref. 9 validan la afirmación anterior. En consecuencia, el error que se introduce en la cortante del tope al incorporar un número reducido de modos en el análisis dinámico del edificio, debe ser mayor que los errores que se obtienen en cualquier otro parámetro de respuesta.

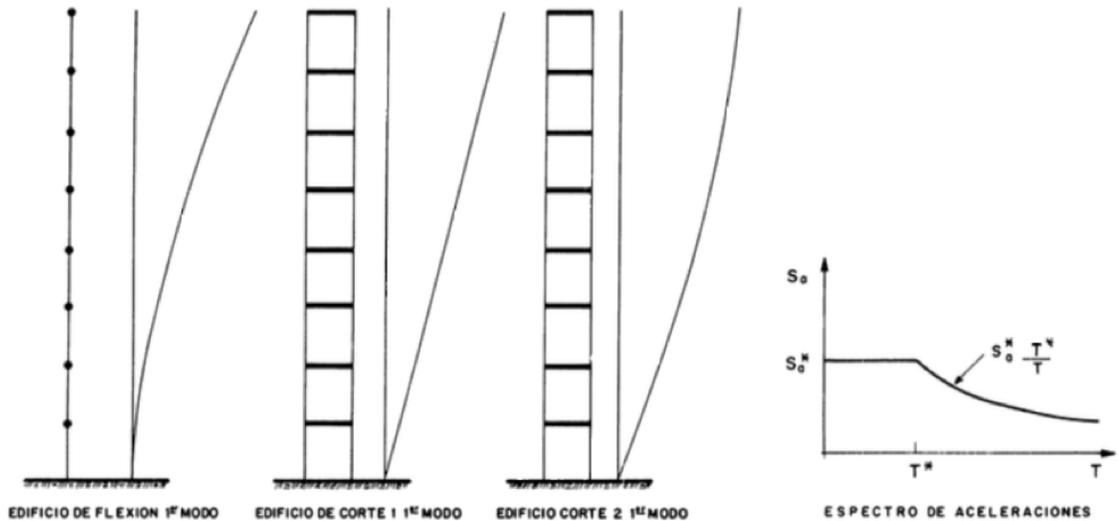


Figura 1. Edificios ideales y espectro de respuesta

Comparación de las propiedades dinámicas de edificios reales e ideales

La validez de los modelos ideales para predecir el efecto de los modos superiores en la máxima respuesta sísmica de edificios, se evalúa mediante la comparación de sus propiedades dinámicas con las propiedades de algunos edificios construidos en el área de Caracas¹⁰. Las edificaciones reales fueron analizadas con modelos matemáticos más refinados que incorporan la contribución de cada elemento estructural a la rigidez lateral del edificio, despreciando el acoplamiento torsional y tomando en consideración la flexibilidad de las vigas y deformaciones axiales de las columnas. La validez de los dos primeros edificios ideales (corte 1 y flexión) para la simulación del comportamiento de edificaciones reales ha sido discutida previamente por López y Acuña¹¹.

En la figura 2 se presentan los cocientes entre los factores de participación para la cortante en el tope (α_i/α_1) correspondientes a los primeros modos de vibración de los edificios ideales de 25 pisos y algunos edificios reales de 23, 25 y 27 pisos. Los cocientes α_i/α_1 de estos edificios

reales están razonablemente comprendidos entre los valores correspondientes a los edificios ideales de la misma altura. Resultados similares se han encontrado para edificios de 8, 12 y 30 pisos⁹. En la Fig. 2 se incluyen algunos edificios clasificados como irregulares por presentar variaciones significativas en su distribución de masas y rigideces. Se desprende que estas irregularidades no introducen cambios sustanciales en los cocientes entre los factores de participación de la cortante en el tope.

Comparaciones similares han sido realizadas para los cocientes β_i/β_1 y ω_i/ω_1 , encontrándose en general que estos valores para los edificios reales se encuentran comprendidos entre los valores correspondientes a los edificios ideales.

Dado que el efecto de los modos superiores en la cortante en el tope depende del producto entre los cocientes α_i/α_1 y S_{ai}/S_{a1} (ecuación 15), siendo este último dependiente del cociente ω_i/ω_1 , los resultados encontrados indican que los edificios ideales deben conducir a una estimación del efecto de los modos superiores del mismo orden que el correspondiente a los edificios reales.

EFFECTO DE LOS MODOS SUPERIORES EN LA CORTANTE DE LA BASE Y DEL TOPE

El efecto de los modos superiores, en relación al modo fundamental, en las cortantes máximas de la base y del tope se describe por las ecuaciones 14 y 15. Los cocientes α_i/α_1 y β_i/β_1 dependen del tipo estructural y del número de pisos del edificio. Los cocientes entre las aceleraciones espectrales S_{ai}/S_{a1} son funciones de la forma espectral, de la separación

de frecuencias o cocientes ω_i/ω_1 y de la ubicación del período fundamental T_1 en el espectro considerado. Este último factor se expresa adecuadamente por el cociente T_1/T^* , donde T^* es el período de esquina del espectro (Fig. 1). El espectro ideal aquí considerado sigue la forma usual recomendada por diversos autores; una zona de aceleración espectral constante para períodos cortos, seguida por una zona de velocidad espectral constante para períodos mayores.

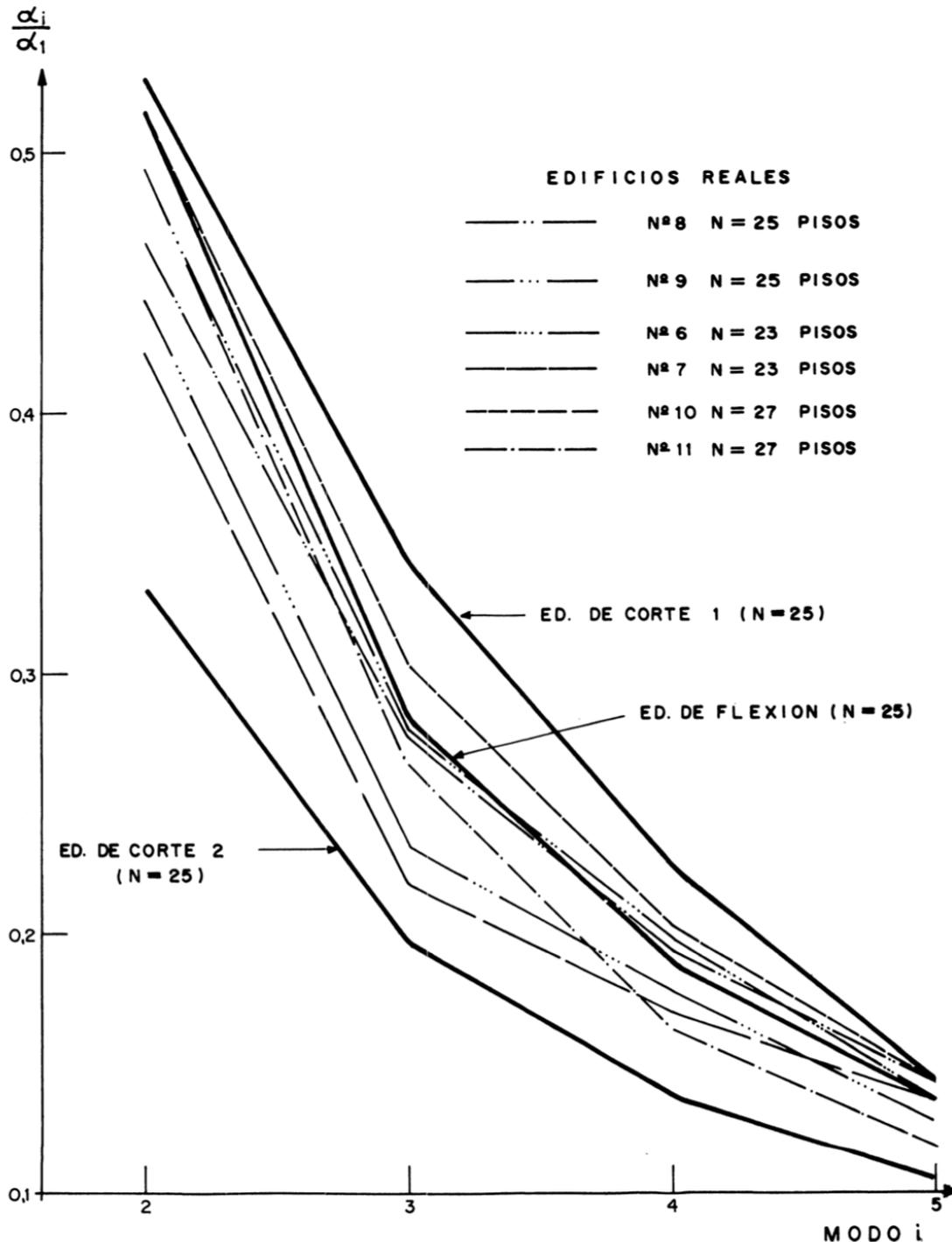


Figura 2. Cocientes entre factores de participación para la cortante en el tope de edificios de 23, 25 y 27 pisos

El error que se obtiene de calcular las cortantes en la base y en el tope considerando sólo 1 modos en el análisis, puede escribirse convenientemente a partir de las ecuaciones 14 y 15:

$$e_o^l = 1 - \left[\frac{1 + \sum_{j=2}^l \left(\frac{\beta_j S_{aj}}{\beta_1 S_{a1}} \right)^2}{1 + \sum_{j=2}^N \left(\frac{\beta_j S_{aj}}{\beta_1 S_{a1}} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (19)$$

$$e_N^l = 1 - \left[\frac{1 + \sum_{j=2}^l \left(\frac{\alpha_j S_{aj}}{\alpha_1 S_{a1}} \right)^2}{1 + \sum_{j=2}^N \left(\frac{\alpha_j S_{aj}}{\alpha_1 S_{a1}} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (20)$$

En referencia a la cortante del tope, cuando se incorporan 1 modos en el análisis el error depende de la sumatoria de los productos $(\alpha_j/\alpha_1) (S_{aj}/S_{a1})$, siendo S_{aj}/S_{a1} dependiente

de ω_j/ω_1 y de T_j/T^* . Para $T_j \leq T^*$ se tiene que S_{aj}/S_{a1} es igual a 1 para todo 1 y en consecuencia el error depende únicamente de la sumatoria de los cocientes α_j/α_1 . Los valores absolutos de α_j/α_1 oscilan entre 0,31 y 0,56 para todos los edificios ideales aquí considerados. Los valores para α_3/α_1 y α_4/α_1 están comprendidos entre 0,17 y 0,07 y 0,30, respectivamente. Para $T > T^*$ el error depende además de los cocientes ω_j/ω_1 y de T_j/T^* ; para la forma espectral considerada, el error crece para valores crecientes de ω_j/ω_1 y T_j/T^* .

El error en la cortante de la base al incorporar 1 modos en el análisis, debe ser menor que el error en la cortante del tope por ser los cocientes β_j/β_1 menores que α_j/α_1 . Para los primeros modos se tiene que β_2/β_1 , β_3/β_1 y β_4/β_1 están comprendidos entre 0,11 y 0,31, 0,035 y 0,110, y 0,015 y 0,055, respectivamente, para los diversos edificios ideales considerados.

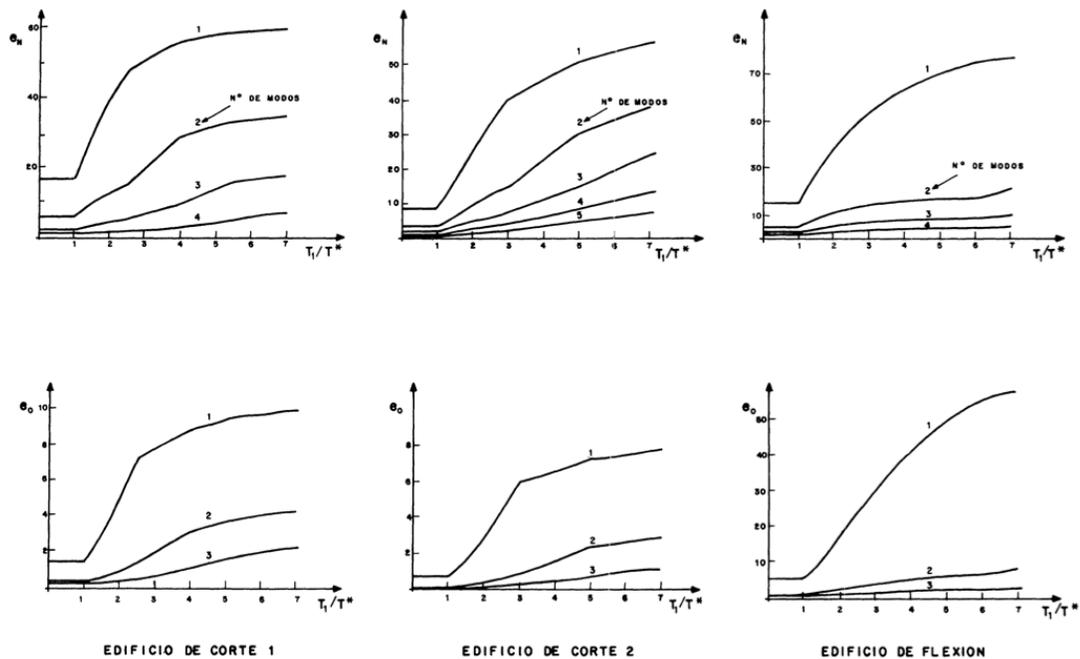


Figura 3. Errores (%) en la cortante del tope (e_N) y de base (e_o) para los edificios ideales de 20 pisos

Edificios ideales

El error de la cortante en el tope y en la base que resulta de incorporar un número l de modos en el análisis dinámico se presenta en la Fig. 3 para los edificios ideales de 20 pisos en función de la relación T_j/T^* . Cálculos similares fueron realizados para los edificios ideales de 8, 14, 30 y 50 pisos. Un examen de las figuras revela la importancia de la relación T_j/T^* la cual influencia notablemente el error obtenido, especialmente cuando se consideran pocos modos en el análisis. El efecto del tipo estructural en el error

obtenido depende del número de modos incorporados en el análisis. Así por ejemplo el error en la cortante V_N cuando se considera sólo el primer modo, es menor en el edificio de corte 2 que en los otros modelos para cualquier valor de T_j/T^* . Sin embargo, cuando se consideran 4 modos en el análisis el error en el edificio de corte 2 pasa a ser mayor que en los otros edificios para la mayoría de los valores de T_j/T^* . En el caso de los errores en la cortante en la base, estos son siempre menores que el error en la cortante en el tope para todos los casos considerados.

Edificios reales

Los errores en la cortante del tope provenientes de considerar un número reducido de modos en el análisis de un edificio real regular, aporticado de 8 pisos, se comparan en la Fig. 4 con los errores generados en los edificios ideales del mismo número de pisos. De la figura se desprende que al incorporar únicamente dos o tres modos en el análisis, el edificio real genera errores ligeramente mayores que los correspondientes a los edificios ideales para cualquier valor de T_i/T^* . Sin embargo, la situación se invierte cuando se incorporan uno o cuatro modos en el análisis y algunos modelos ideales generan más error que el edificio real. En la Tabla 1 se presenta el error en la cortante del tope que se origina al considerar un número reducido de modos en el

análisis de los edificios ideales de 25 pisos y cuatro edificios reales, clasificados como irregulares, de 23 pisos (N° 6 y 7) y de 27 pisos (N° 10 y 11), para valores de $T_i/T^* \leq 1$. Los edificios de 23 pisos son estructuras aporticadas con una gran masa en el primer nivel, cuyo valor aproximado es del 16% de la masa total del edificio. Los edificios de 27 pisos son estructuras mixtas constituidas por pórticos y muros que presentan una distribución vertical irregular de masas. Los resultados de la Tabla 1 indican que cuando se consideran uno o dos modos en el análisis, los errores en los cuatro edificios reales están comprendidos entre los errores correspondientes a los edificios ideales. Al considerar tres o más modos, algunos de los edificios reales pueden generar errores ligeramente mayores que los correspondientes a los edificios ideales.

Tabla 1. Error (%) en V_N para $T_i/T^* \leq 1$

EDIFICIOS							
N° Modos	Flexión	Corte 1	Corte 2	Real N° 6	Real N° 7	Real N° 10	Real N° 11
1	16,1	17,7	8,4	12,9	12,3	14,4	17,0
2	5,6	7,0	3,5	4,7	4,8	4,6	6,7
3	2,7	2,8	1,8	2,5	2,9	2,0	3,3
4	1,4	0,53	1,0	1,3	1,9	1,0	1,9
5	0,75	0,34	0,59	0,68	1,2	0,50	1,2

Número de modos en función del error admisible

Del análisis dinámico de los edificios ideales de 8, 14, 20, 30 y 50 pisos para diversos valores de T_i/T^* , se calculó el número mínimo de modos necesario para mantener el error en las cortantes de la base y del tope dentro de cierta tolerancia seleccionada previamente. Los resultados para una tolerancia del 5% se presentan en la Fig. 5a y 5b para la cortante en el tope y en la base, respectivamente. Los valores allí mostrados incluyen a los tres tipos de edificios ideales; es decir, el número mínimo de modos ha sido seleccionado tal que el error en los tres tipos estructurales sea menor que 5%. La Figura se ha construido para un rango de valores de T_i/T^* lo suficientemente amplio para incorporar todos aquellos valores de T_i/T^* que aparecen en diversas recomendaciones de cálculo sísmico.

El valor de T_i/T^* influye notablemente la demanda modal del corte en el tope para una tolerancia fija. Así por ejemplo y en referencia a la Fig. 5a, para edificios de 50 pisos se requieren 9 modos si $T_i/T^* \geq 8$, pero sólo se requieren 4 modos. para $T_i/T^* \leq 1,5$. Los edificios de 8 y 14 pisos sólo requieren de 2 modos cuando $T_i/T^* < 1$.

Para el caso de la cortante en la base (Fig. 5b), el número de modos necesarios es prácticamente independiente del número de pisos del edificio, ya que los factores de participación de (β_i/β_1) y los cocientes entre frecuencias ω_i/ω_1 para los primeros modos de vibración son esencialmente los mismos para cualquier número de pisos en exceso de ocho en cada uno de los edificios ideales. La demanda modal indicada en la Fig. 6 proviene exclusivamente del edificio ideal de flexión por tener éste valores de β_i/β_1 mayores que los otros edificios ideales. Para esta tolerancia del 5%, dos modos son suficientes para edificios con cualquier número de pisos y $T_i/T^* \leq 3$, mientras que se requieren de cuatro modos para el edificio de 50 pisos y valores de $T_i/T^* \geq 11,5$.

De los resultados obtenidos para otras tolerancias se ha encontrado⁹ que un aumento del error admisible desde 3 al 10% en la cortante del tope implica una disminución de 1, 2 a 3 modos en el número mínimo de modos requeridos en el análisis, dependiendo del valor de T_i/T^* y del número de pisos considerados. Para la cortante en la base, un incremento de 3 a 10% de error significa aproximadamente una reducción de 1 modo en el número de modos requeridos. En la mayoría de los casos la mitad del número de modos

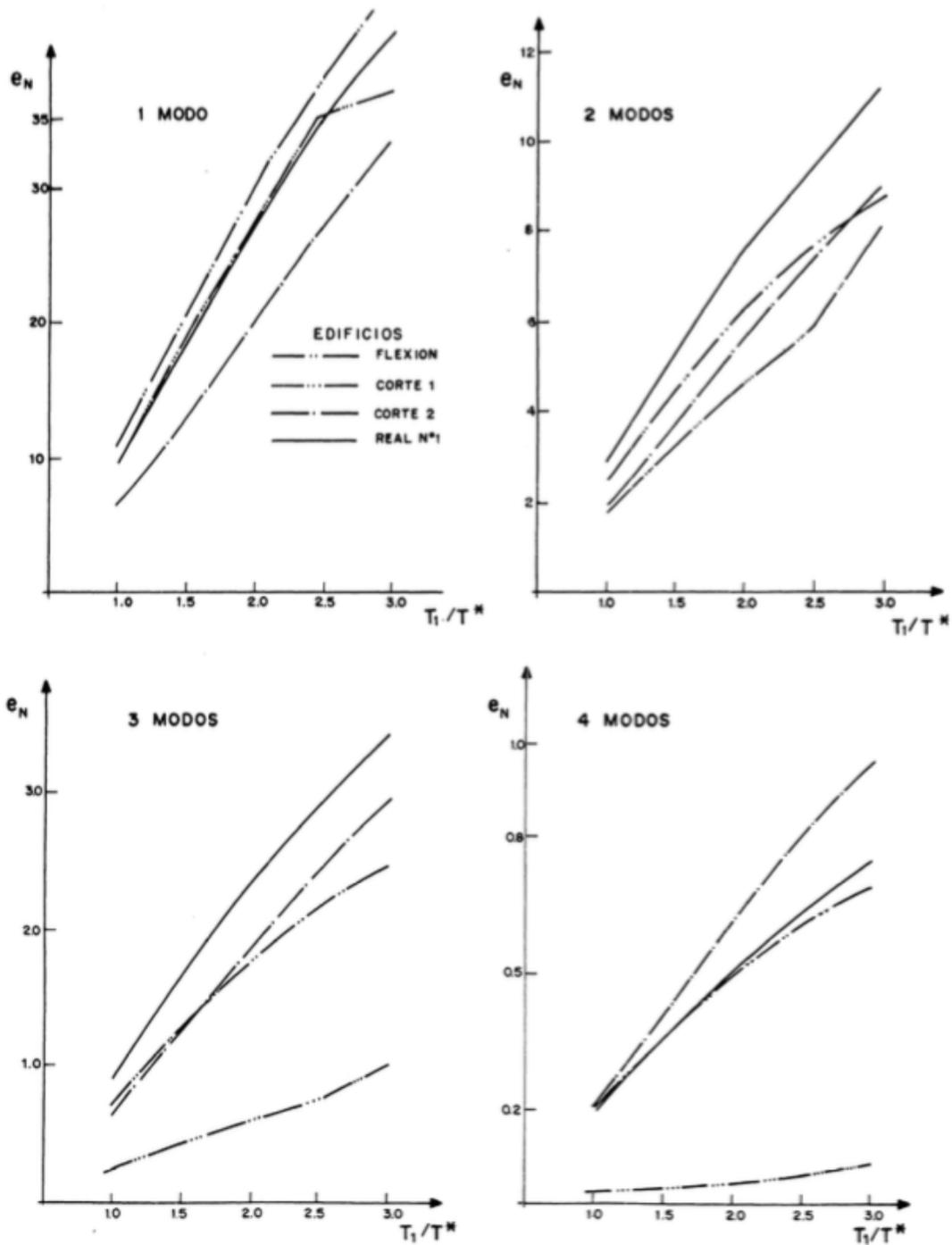


Figura 4. Errores (%) en la cortante del tope para los edificios ideales y un edificio real regular de 8 pisos

requeridos por la cortante del tope es suficiente para mantener un error igual o menor en la cortante en la base.

Aunque estos resultados han sido obtenidos para los edificios ideales, su rango de aplicabilidad se extiende a edificios reales tal como se ha discutido en las secciones precedentes; los errores generados por los edificios ideales son en general similares a los generados por los edificios reales -regulares o irregulares- aquí considerados. El grado de seguridad que se introduce en la construcción de la Fig. 5

al considerar el valor más conservador entre los tres tipos de edificios ideales, pretende tomar en cuenta aquellos casos particulares de edificios reales que pudieran dar origen a una mayor demanda modal.

Si la acción sísmica se describe por un espectro de respuesta con una zona descendente proporcional a $1/T^\eta$ donde $\eta < 1$, en lugar del espectro aquí considerado ($\eta = 1$), se producirá una disminución del efecto de modos superiores debido a las reducciones de los cocientes S_{ai}/S_{ai} en las ecuaciones 19

y 20. En consecuencia, las conclusiones sobre el número de modos para una tolerancia especificada presentadas anteriormente son conservadoras si se considera un espectro de aceleraciones con $\eta < 1$.

RECOMENDACIONES Y COMPARACIÓN CON OTROS CRITERIOS

Con el objeto de desarrollar criterios simples que permitan estimar el número mínimo de modos requeridos en un análisis dinámico para mantener el error en la cortante del tope dentro de una tolerancia especificada, los resultados presentados previamente se muestran en forma simplificada en la Fig. 6 para unas tolerancias de 5 y 10%. Las curvas de trazo continuo allí mostradas se han obtenido de figuras como la Fig. 5a uniendo los puntos más al extremo derecho de cada escalón horizontal para los edificios de 20 y 50 pisos. El número mínimo de modos que proviene de esta simplificación debe redondearse al entero inmediato

superior. Las curvas de trazo discontinuo permiten simplificar aún más las expresiones resultantes. Estas simplificaciones dan origen a valores conservadores del número mínimo de modos para edificios de alturas distintas a 20 y 50 pisos.

La recomendación para el número mínimo de modos (NM) puede en consecuencia resumirse así:

a) Error admisible de 5%

$$N \leq 20 \text{ pisos} \begin{cases} NM = 3 & ; \frac{T_1}{T^*} \leq 1.5 \\ NM = \frac{1}{2} \left(\frac{T_1}{T^*} - 1.5 \right) + 3; & \frac{T_1}{T^*} > 1.5 \end{cases} \quad (21)$$

$$N > 20 \text{ pisos} \begin{cases} NM = 4 & ; \frac{T_1}{T^*} \leq 1.5 \\ NM = \frac{2}{3} \left(\frac{T_1}{T^*} - 1.5 \right) + 4; & 1.5 < \frac{T_1}{T^*} \leq 6 \\ NM = \frac{1}{2} \left(\frac{T_1}{T^*} - 6 \right) + 7; & \frac{T_1}{T^*} > 6 \end{cases} \quad (22)$$

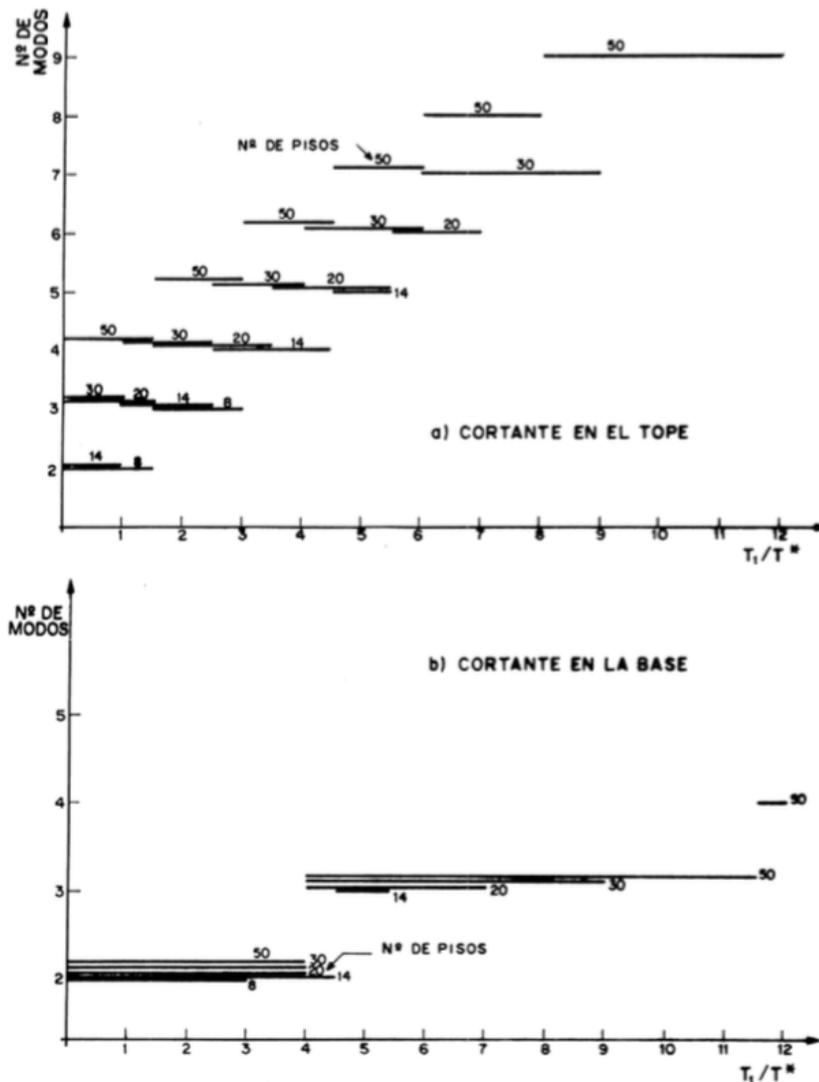


Figura 5. Número mínimo de modos necesarios para que el error sea menor que 5%

b) Error admisible de 10%

$$N \leq 20 \text{ pisos} \begin{cases} NM = 2 & ; \frac{T_1}{T^*} \leq 1.5 \\ NM = \frac{1}{2} \left(\frac{T_1}{T^*} - 1.5 \right) + 2; & \frac{T_1}{T^*} > 1.5 \end{cases} \quad (23)$$

$$N > 20 \text{ pisos} \begin{cases} NM = 3 & ; \frac{T_1}{T^*} \leq 1.5 \\ NM = \frac{1}{2} \left(\frac{T_1}{T^*} - 1.5 \right) + 3; & \frac{T_1}{T^*} > 1.5 \end{cases} \quad (24)$$

La recomendación está limitada a edificios no mayores de 50 pisos. Su aplicación debe dar origen a errores en cualquier parámetro de respuesta menores que la tolerancia especificada.

La incorporación de T_1/T^* en la recomendación propuesta toma en consideración explícitamente el aumento en la participación de los modos superiores a medida que el sistema estructural se desplace hacia la zona descendente del espectro. Este factor no ha sido incorporado apropiadamente en los códigos vigentes de diseño sísmico; un examen de diversas normas revela que buena parte de éstas (1, 4, 5 y 6) prescriben un mínimo de tres modos para el análisis, o todos aquellos modos con periodo mayor de 0,4 segundos. Como un ejemplo, considérese un edificio alto de 30 pisos con $T_1 = 2,0$ segundos, propiedades dinámicas idénticas al del edificio de corte 2, y un espectro de aceleraciones (Fig. 1) con valores de T^* de 0,33 y 2,0 segundos. De aquí resulta que T_1/T^* vale 6 y 1, respectivamente. Estos valores de T^* son similares a los que se encuentran en algunas normas (1). La recomendación propuesta para una tolerancia de 5% (ecuación 22) exige 7 modos para $T_1/T^* = 6$ y 4 modos para $T_1/T^* = 1$, dando origen a errores en la cortante del tope de 3 y 1,5%, respectivamente, menores que 5% como era de esperar. Las normas mencionadas anteriormente recomiendan tomar tres modos en el análisis, lo cual conduce a errores en la cortante del tope de 21% para $T_1/T^* = 6$ y 2,2% para $T_1/T^* = 1$, un error aceptable en el segundo caso pero tal vez excesivo en el primer caso. Lo que es importante destacar es que para un mismo edificio el error varía sustancialmente con el espectro utilizado, ya que el criterio seguido por estas normas no incorpora el efecto de la ubicación del edificio en la zona espectral correspondiente.

La mención en las normas de Estados Unidos¹ de que puede ser necesario considerar seis o más modos en el caso de estructuras muy altas o muy flexibles, es incompleta por las razones expuestas anteriormente; la flexibilidad del edificio no es el parámetro que gobierna la demanda de modos superiores, sino más bien el cociente entre la flexibilidad efectiva (T_1) y el período de esquina del espectro (T^*).

Aun en estructuras muy flexibles, tres modos pueden ser suficientes siempre que T_1/T^* adopte valor cercanos a uno.

La recomendación de la norma de Costa Rica³ de incorporar todos aquellos modos con período mayor que 0,03 segundos debe conducir a una demanda excesiva de modos, especialmente en aquellos casos en los cuales se tengan valores pequeños de T_1/T^* .

Una comparación entre el criterio propuesto (ecuaciones 21 y 22) y el recomendado en las normas de Estados Unidos, ATC¹, se presenta en la Fig. 7; se ha graficado el error generado en la cortante del tope al aplicar el criterio correspondiente para el edificio ideal de corte 2 de 20 pisos con un período fundamental de 1,5 seg. Se grafica el error en función de la relación T_1/T^* , para los espectros 1 y 2 con zonas descendentes proporcionales a $1/T$ (Fig. 7a) y $1/T^{2/3}$ (Fig. 7b), respectivamente. La aplicación del criterio propuesto conduce a errores menores que 5% en todos los casos, y aproximadamente independientes del espectro (T^*) utilizado. El análisis dinámico siguiendo las recomendaciones del ATC (3 modos), conduce a errores cuyas magnitudes crecen proporcionalmente a T_1/T^* , alcanzando un máximo de 18% para $T_1/T^* = 6$ en el espectro 1.

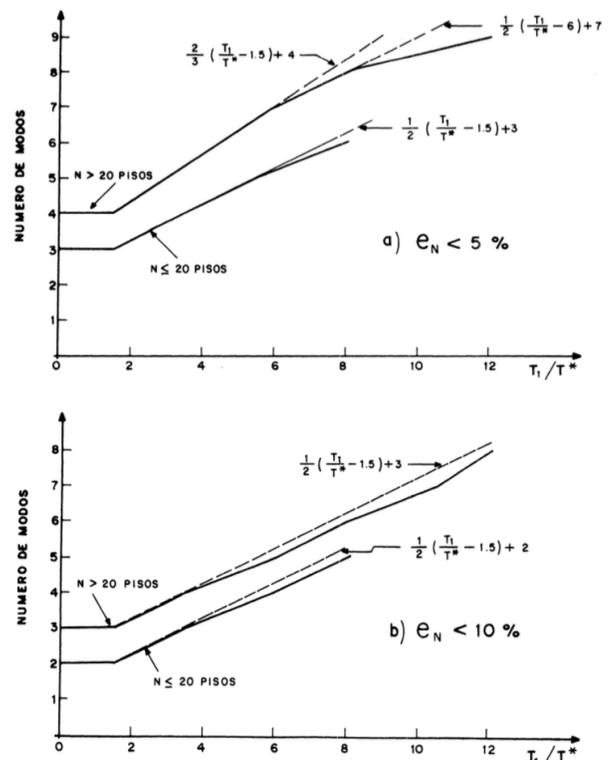


Figura 6. Recomendación propuesta para el número mínimo de modos a incorporar en el análisis dinámico de edificios menores de 50 pisos

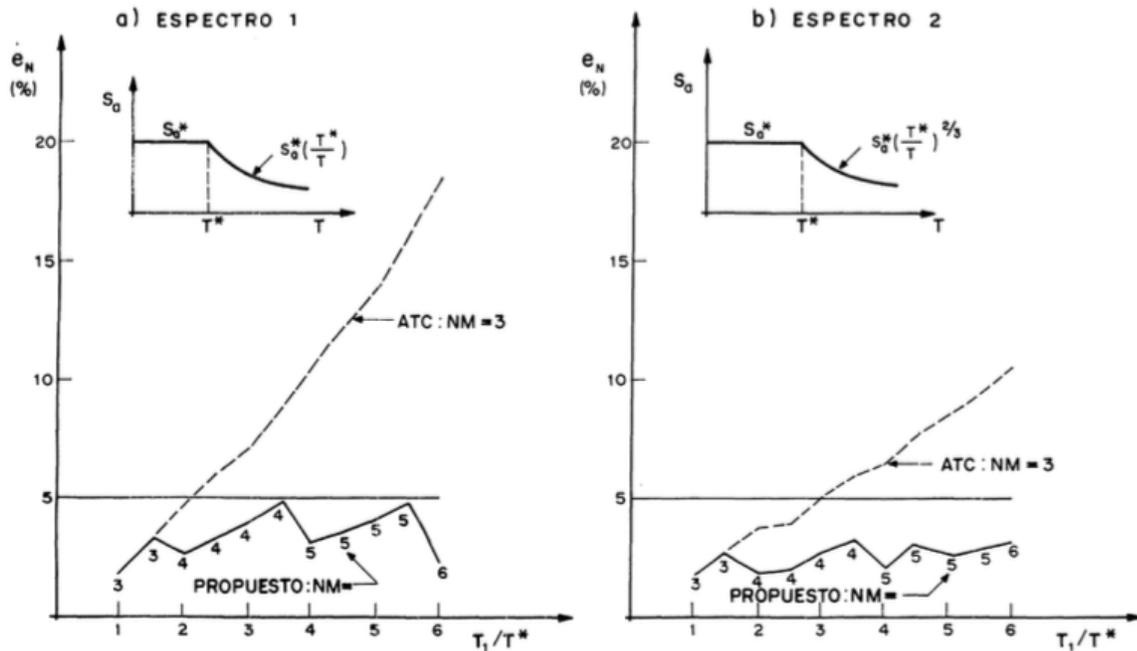


Figura 7. Comparación de criterios para el cálculo del número mínimo de modos (NM). Edificio ideal de corte 2 de 20 pisos. $T_1 = 1.5$ seg.

CONCLUSIONES

El efecto de los modos superiores en la máxima respuesta de estructuras de edificios sin acoplamiento torsional bajo la acción de movimientos sísmicos caracterizados por sus espectros de respuesta, ha sido presentado en este estudio. Como sistemas estructurales se han utilizado modelos ideales lineales de corte y de flexión con masas concentradas a nivel de entresijos, y se ha señalado que éstos son representativos de edificaciones reales. Del estudio de los factores de participación modal asociados a los diversos parámetros de respuesta máxima del edificio, se ha indicado que la cortante en el tope es el parámetro que exige una mayor demanda de modos superiores.

El efecto de los modos superiores depende las propiedades del sistema estructural, cocientes entre factores de participación modal y separación de frecuencias naturales, así como de la ubicación del período fundamental (T_1) en el espectro sísmico considerado, factor éste que se representa adecuadamente por la relación T_1/T^* , siendo T^* el período correspondiente al inicio de la rama descendente del espectro de aceleraciones. El cociente T_1/T^* influye notablemente la demanda de modos superiores; los errores generados al considerar un número reducido l de modos en el análisis, crecen significativamente al aumentar el cociente T_1/T^* . El efecto del tipo estructural en el error generado cuando se consideran sólo l modos, depende del valor adoptado para l . El número de pisos influye la demanda de modos

superiores principalmente en edificios de pocos pisos y en edificios de cualquier altura cuya rigidez lateral de piso disminuya hacia los pisos superiores.

Del examen de los errores generados en la cortante del tope al incorporar un número reducido de modos en el análisis dinámico de edificios ideales de 8, 14, 20, 30 y 50 pisos para un rango amplio de valores de T_1/T^* , se desprende que estos errores son similares a los obtenidos en diversos edificios reales, aun cuando algunos de éstos presentan irregularidades significativas en su distribución de masas y rigideces.

De los resultados numéricos obtenidos para los diferentes tipos estructurales, número de pisos, y valores de T_1/T^* , se han presentado recomendaciones que permiten seleccionar el número mínimo de modos requeridos en el análisis en función del error admisible para la determinación de la cortante en el tope. En la mayoría de los casos, la mitad del número de modos requeridos para la cortante del tope es suficiente para mantener un error igual o menor en la cortante en la base. Las recomendaciones se han expresado en función de T_1/T^* , por ser éste el factor que más influencia la demanda de modos superiores. El cálculo del error generado en la cortante del tope cuando en el análisis dinámico se incorpora el número mínimo de modos siguiendo el criterio recomendado en diversos códigos sísmicos, revela que la magnitud del error depende del espectro (T^*) utilizado, alcanzando en algunos casos

valores relativamente altos. Por el contrario, la aplicación del criterio propuesto en este estudio conduce a errores que son aproximadamente independientes del espectro (T^*) utilizado, y siempre menores que la tolerancia especificada.

RECONOCIMIENTO

Los autores desean dejar expreso reconocimiento al apoyo brindado por la Fundación Venezolana de Investigaciones Sismológicas -FUNVISIS- durante el desarrollo de este trabajo.

BIBLIOGRAFÍA

1. "ATC. Tentative Provisions for the Development of Seismic Regulations for Buildings". Applied Technology Council Associated with the Structural Engineers Association of California. 1975.
2. INSTITUTO NACIONAL DE NORMALIZACIÓN: Cálculo Antisísmico de Edificios. Santiago. Chile. 1974.
3. COLEGIO FEDERADO DE INGENIEROS Y ARQUITECTOS: Código Sísmico de Costa Rica. San José. Costa Rica. 1974.
4. SECRETARÍA DE ESTADOS DE OBRAS PÚBLICAS Y COMUNICACIONES: Recomendaciones Provisionales para el Análisis Sísmico de Estructuras. Santo Domingo. República Dominicana. 1979.
5. INSTITUTO NACIONAL DE INGENIERÍA; Manual de Diseño por Sismo. UNAM. México. 1977.
6. "CÓDIGO PROVISIONAL DE DISEÑO ESTRUCTURAL EN NICARAGUA". II Seminario Latinoamericano de Ingeniería Sismo-Resistente. Lima. Agosto. 1980.
7. JENNINGS. P. C.: "Spectrum Techniques for Tall Buildings". Proceedings of IV World Conference on Earthquake. Engineering. Vol. II. Chile. 1969.
8. CLOUGH. R. W.: Earthquake Analysis by Response Spectrum Superposition. BSSA. Vol. 52. N° 3. 1962.
9. CRUZ. M.: "Número Mínimo de Modos a incorporar en el Análisis Sísmico de Estructuras". Trabajo de grado para optar al título de Magister Scientiarum. IMME. Facultad de Ingeniería. Universidad Central de Venezuela. 1981.
10. CALVO. J. Y M. PECEÑO: "Sistemas Estructurales en Edificios Altos utilizados actualmente en el valle de Caracas". Trabajo Especial de Grado. Universidad Católica Andrés Bello. Caracas. 1980.
11. LÓPEZ. O. A. Y ACUÑA. R.: "Estimación de Cortantes en Edificios sometidos a Movimientos Sísmicos". IMME. Universidad Central de Venezuela. Caracas. 1980. Boletín Técnico IMME N° 66. enero-junio 1980. pp. 49-99.



Entrada al Decanato de la Facultad

