EPISTEME NS, Vol. 18, Nos 1-2, 1998, pp. 5-55

JESÚS F. BACETA V.

UNA RECONSTRUCCIÓN CONJUNTISTA DE LA TEORÍA DEL ORDEN TEMPORAL DE GRÜNBAUM

Abstract: The task is approached of to systematize and to reconstruct the theories of the temporary order of Grünbaum and van Fraassen, using for it the informal axiomatization by means of the introduction of a set predicate. Their antecedents and the budgets of such theories are shown.

§1. Introducción

Algunos autores han reducido el tratamiento del problema acerca de lo qué es el tiempo a la estipulación de un concepto métrico, que asigna a un conjunto dado de eventos, un número real. Tal función se ha caracterizado mediante un conjunto de postulados, los cuales pretenden ser el fundamento de una teoria temporal que subyazga a las teorías físicas actuales; éstos son los casos, por ejemplo, de Walter Noll[1] y Mario Bunge[2]. Esta manera de tratar el problema del tiempo pasa por alto una dificultad: tal estipulación presupone que se poseen ciertos criterios, independientes del uso de nociones métricas, para determinar si un evento es anterior o posterior a otro. Así pues, la pregunta sobre lo qué es tiempo exige una respuesta a una pregunta más fundamental: ¿cómo introducir un orden serial en el conjunto de los acontecimientos? o, con

1 Cf. Noll, W.: "Space-Time Structures in Classical Mechanics", *Delaware Seminar in the Foundations of Physics*, Berlin-Heidelberg-New York, Springer-Verlag, 1967, pp. 28-34.

2 Cf. Bunge, M.: "Physical Time: The Objective and Relational Theory", *Philosophy of Science*, Vol. 35, Nº 4, 1968, pp. 355-388.

más precisión, ¿cómo caracterizar un concepto topológico sobre el dominio del conjunto de los eventos?.

En el presente ensayo, desarrollamos una reconstrucción conjuntista de la teoría del orden temporal de Adolf Grünbaum,[3] la cual constituye uno de los más serios intentos de dar una tentativa de solución al problema planteado. Para ello presentamos los presupuestos que ha de satisfacer dicha teoría, introduciendo dos problemas de enunciación muy simple: ¿cómo caracterizar la simultaneidad de eventos separados espacialmente? y ¿cuál es el sistema geométrico que nos puede ayudar a describir las distintas relaciones entre los diversos acontecimientos?. Luego, se exponen las teorías causales de Reichenbach[4] como los antecedentes más próximos a las formulaciones de Grünbaum y, con esto, se prepara el camino que nos permite lograr nuestro objetivo. Éste culminará con una reconstrucción de la sistematización propuesta por van Fraaseen[5] de la teoría en cuestión. Por último, se establecen las conclusiones generales de este trabajo.

§2. Consideraciones Previas

a. Simultaneidad de Acontecimientos:

Supongamos dos observadores que desean sincronizar sus relojes por medio de algún tipo de señal y que se encuentran en dos estaciones separadas espacialmente X_1 y X_2. Cuando la estación X_2 recibe la señal de la estación X_1 el reloj que se encuentra en X_1 no marcará la misma hora que al momento de enviar la señal, sino que su hora estará aumentada en una constante que representa la duración de la transmisión. Pues bien, ¿Cómo hacer que ambos relojes estén sincronizados?. El tiempo de la transmisión de la señal podría calcularse fácil-

3 Cf. Grünbaum, A.: *Philosophical Problems of Space and Time*, Boston Studies,Vol. XII, Dodrecht-Holland, D. Reidel Publishing Company, 2ª Edición ampliada, 1974.

4 Cf. Reichenbach, H.: *The Direction of Time*, Berkeley, University of California Press, 1956. *The Philosophy of Space and Time*, New York, Dover, 1958.

5 Cf. van Fraassen, B.C.: *Introducción a la Filosofía del Tiempo y del Espacio*, Barcelona, Ed. Labor, 1979.

mente si supiéramos la velocidad de la misma y la distancia que ella recorre. El problema estriba, por lo tanto, en cómo medir la velocidad de la señal. Para medir su velocidad, tenemos que enviar la señal de X_1 a X_2, observar el momento de partida y el momento de llegada y calcular así el tiempo de la transmisión. Dividiendo este tiempo por la longitud del camino recorrido obtenemos la velocidad de la señal (*vid.* For. a.1).

(For. a.1) $$V = \frac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1}$$

Pero, para la medición del tiempo de partida y el tiempo de llegada, necesitamos dos relojes que deben estar ya sincronizados. Y esto nos conduce a un círculo vicioso: a fin de determinar cuándo dos relojes en lugares distintos X_1 y X_2, dan la misma indicación temporal, debemos medir la velocidad de una señal que parta de X_1 y llegue a X_2 y, para llevar a cabo esta medición, es necesario que ambos relojes estén sincronizados.

Se puede argüir que el anterior círculo vicioso se evitaría si pudiéramos medir la velocidad de la señal utilizando tan sólo un reloj. Supongamos que enviamos una señal luminosa y la reflejamos en un espejo que se encuentra en X_2 de modo que regresara a X_1. Para poder determinar la velocidad de la señal tendríamos que dividir el tiempo utilizado para el viaje de ida y vuelta por el doble de la distancia (*vid.* For. a.2)

(For. a.2) $$V = \frac{2(x_2 - x_1)}{t}$$

Pero este procedimiento supone que la velocidad de ida es igual a la velocidad de vuelta. Y para comparar las velocidades de ambas direcciones, tendríamos que medir la velocidad de los trayectos de ida y vuelta por separado. Esta medición requiere dos relojes, y nos encontramos, nuevamente, con el problema de antes.

Podríamos tratar de determinar la simultaneidad por medio del transporte de relojes. Sincronizamos ambos relojes en algún lugar, pongamos por caso X_1, y transportamos uno de los relojes a X_2. Pero ¿cómo sabemos que el reloj transportado permanece sincronizado durante el transporte?. Para probar que permanecen sincronizados tendríamos que hacer uso de algún tipo de señal con lo cual nos confrontamos reiteradamente con el círculo vicioso inicialmente planteado.

Sólo conocemos una salida satisfactoria a este problema, la llamada *Solución Einsteniana de la Simultaneidad.*[6] Supongamos que en el instante t_1 se emite una señal luminosa desde X_1, llega en el instante t_2 a X_2, para ser reflejada y llegar en el instante t_3 de nuevo a X_1; entonces el instante t_2 debe estar entre t_1 y t_3, de modo que satisfaga una fórmula del tipo:

(For. a.3) $$t_2 = t_1 + \xi\,(t_3 - t_1)$$

con $0 < \xi < 1$ (*vid.* Figura a.1).

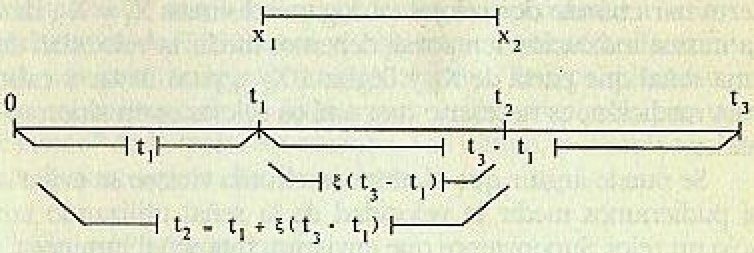

Figura a.1

Tan sólo los límites 0 y 1 están fijados empíricamente: cualquier producto de un vector por un escalar entre 0 y 1 produce otro vector que tiene la misma dirección y sentido que el original, pero de longitud menor. Por el contrario la escogencia del ξ entre 0 y 1 es una cuestión arbitraria. Ahora bien, la elección definitiva del parámetro ξ vendrá determinada por la utilización del criterio metateórico de la simplicidad. Así, bajo este criterio, Einstein escogió para ξ el valor de ½, obteniendo la formula:

(For. a.4) $$t_2 = \frac{t_1 + t_3}{2}$$

Veamos algunas consecuencias que se derivan de la solución einsteniana:

6 Cf. Stegmüller, W.: *Teoría y Experiencia*, Barcelona, Ed. Ariel, 1979, p.99.

i. Sólo por medio de una estipulación podemos decidir cuando dos eventos separados espacialmente son simultáneos. La (For. a.4) es, por lo tanto, una de las infinitas posibilidades de definición de la simultaneidad de eventos separados espacialmente.

ii. Si pudiéramos producir señales con velocidades infinitas las reflexiones precedentes carecerían de sentido. Los instantes t_1 y t_3 en que la señal parte de X_1 y vuelve a X_1 se aproximarían tanto que serían empíricamente indiferenciables. Con ello quedaría fijado unívocamente, desde el punto de vista empírico, t_2 (*vid.* For. a.5). Como señala Stegmüller[7] para que estas reflexiones sean relevantes, lo decisivo es una hipótesis empírica: que hay una velocidad límite máxima, a saber, la velocidad de la luz, y que esta velocidad límite es constante y lo seguirá siendo en el futuro.

(For. a.5) $$V = \frac{d(X_1,X_2)}{t_2 - t_1} = \infty \Rightarrow t_2 - t_1 = 0 \Rightarrow t_1 = t_2,$$

donde $d(X_1,X_2)$ indica la distancia de X_1 a X_2.

iii. De la fórmula (a.3) se infiere una indeterminación con respecto a la comparación temporal de hechos ocurridos en puntos distantes. Supongamos que enviamos una señal luminosa desde X_1 a las doce en punto y que es reflejada desde X_2; regresará, digamos, después de veinte minutos. ¿Qué hora marcará el reloj que se encuentra en X_2 al momento de la llegada de la señal?. Si decimos que esta hora es igual a las 12:10, ello trae como consecuencia que suponemos la misma velocidad de la luz en ambas direcciones; pero, hemos visto que no hay razón para suponer esta igualdad como la única posible. Esto es simplemente aceptar la (For. a.4). Lo que la (For. a.3) nos muestra es que cualquier instante de tiempo entre las 12:00 y las 12:20 podría ser el correcto para la llegada de la señal a X_2. La indeterminación a que nos referimos se debe a que no existe, como hemos visto, ningún método para determinar cuál es la hora de la llegada de la señal a X_2, ni la

7 Cf. *ibid.* pp. 99-100

hora de cualesquiera de los sucesos que ocurran en ese intervalo temporal.

iv. Hemos dicho que el establecimiento de $\xi=\frac{1}{2}$ viene dado por ciertos criterios de simplicidad. Podemos establecer con precisión en qué consiste esto. La estipulación representada en la (For. a.4) permite que el sincronismo de relojes sea una relación de equivalencia. De tal forma, el dominio de los acontecimientos queda dividido completamente en clases mutuamente disjuntas: en aquellas distintas clases de acontecimientos que están entre sí en la relación de equivalencia en un instante dado.

v. La definición representada en la (For. a.4) tiene la consecuencia especial de que un mismo par de acontecimientos pueden ser simultáneos con respecto a un "observador" y no serlo con respecto a "otro" *(Relatividad de la Simultaneidad)*. Veamos seguidamente la demostración:

Sean E, R y F los acontecimientos "emisión de una señal luminosa", "reflexión de la señal" y la "llegada de la señal" respectivamente, y sean $t[E]$, $t[R]$ y $t[F]$ sus respectivas coordenadas temporales. Supongamos que un observador en X_1 envía una señal luminosa a dos espejos A y B en el instante en que un observador en dirección a X_2 coincide con él. Simbólicamente podemos representar esta situación por:

(For. a.6) $$t[E(A)] \underset{X_1}{=} t[E(B)]$$

donde $t[E(A)]$ y $t[E(B)]$ son, respectivamente, el instante en que el observador en X_1 envía la señal a A y el instante en que envía la señal a B. El instante de tiempo de la reflexión de la señal para el observador en X_1, según la ecuación (a.4), viene dado por las ecuaciones:

(For. a.7) $$t[R(A)] \underset{X_1}{=} \frac{t[E(A)] + t[F(A)]}{2}$$

(For. a.8) $$t[R(B)] \underset{X_1}{=} \frac{t[E(B)] + t[F(B)]}{2}$$

Ahora bien, supongamos que el sujeto en X_1 observa que las llegadas de las señales son coincidentes, es decir:

(For. a.9) $$t[F(A)] \underset{X_1}{=} t[F(B)]$$

Sustituyendo en (For. a.8), según (For. a.6) y (For. a.9), obtenemos:

(For. a.10) $$t[R(B)] \underset{X_1}{=} \frac{t[E(A)] + t[F(A)]}{2}$$

y de (For. a.7) y (For. a.10):

(For. a.11) $$t[R(A)] \underset{X_1}{=} t[R(B)]$$

Por tanto, el observador en X_1 considera que las reflexiones de la señal en los espejos A y B, según la definición representada por (For. a.4), son simultáneas.

Ahora bien, para el observador en X_2, quien entretanto se ha movido con velocidad v en dirección a B, las llegadas de la señal no son coincidentes, es decir:

(For. a.12) $$t[E(A)] \underset{X_2}{=} t[E(B)]$$

(For. a.13) $$t[F(A)] \underset{X_2}{\neq} t[F(B)]$$

Luego, por un procedimiento análogo al anterior, $t[R(A)] \underset{X_2}{\neq} t[R(B)]$, y obtenemos la conclusión de que las reflexiones en A y en B no son simultáneas para el observador en X_2.

b. Estructura Topológica del Tiempo

Sobre la estructura topológica[8] del tiempo se han sostenido dos posturas clásicas. Según la primera el tiempo "es un continuo uniforme como una línea recta".[9] En tal caso se dice que la estructura topológica del tiempo es abierta y se identifi-

---

8 El par ordenado $\langle\tau, X\rangle$ es una *Estructura Topológica* de X si, y sólo si, se cumplen las siguientes condiciones:
(1) X es un conjunto no vacío;
(2) $\tau \subseteq \{A \mid A \subseteq X\}$, es decir, τ es una clase de subconjuntos de X;
(3) El conjunto X pertenece a τ y $\varnothing \in \tau$;
(4) La intersección de dos conjuntos cualesquiera de τ pertenecen a τ;
(5) La unión de los conjuntos de τ pertenecen a τ.

9 Leibniz, G. W.: *Nuevos Ensayos sobre el Entendimiento Humano*, Madrid, Editora Nacional, 1977, Libro II, Cap.xiv, p. 172.

ca con la de la recta real euclídea.[10] La segunda afirma que los acontecimientos que conforman la historia del mundo se repiten un número ilimitado de veces, como si el orden de los acontecimientos se asemejara al orden de los puntos en una circunferencia, donde después de cada ciclo o proceso se vuelve al punto de partida.[11] En este caso se dice que el tiempo es cerrado o, más precisamente, que su estructura topológica coincide con la de la línea proyectiva.[12] En uno u otro caso, esto significa que el tiempo no tiene principio ni fin y que es una variedad unidimensional (en contradicción con la doctrina judeo-cristiana de la creación).

Un círculo o una elipse pueden ser considerados como modelos de la recta proyectiva. Tanto la recta real euclídea como la recta proyectiva tienen un número infinito de puntos, cuyo cardinal es el continuo, pero la recta proyectiva tiene un punto adicional que no posee la recta real. Este punto se ha convenido en llamar "punto impropio", que asocia a cada par de rectas paralelas algo que les es común: una dirección (*vid.* Figura a.2). Heurísticamente, la cuestión radica en un simple cambio de denominación: el término "dirección de la recta" se sustituye por el término "punto impropio". Lo anterior induce la siguiente pregunta: ¿Si añadimos este nuevo punto se mantendrán las propiedades de la recta real euclídea?. La respuesta es no. En particular, una vez que hemos introducido dicho punto, pierde todo sentido la noción "entre" tal cual se conoce en la recta real euclídea.

En la recta real euclídea dos puntos están separados por un tercero: por el punto que está entre otros dos que son extremos de un segmento de dicha recta. Sin embargo, esta pro-

10 Entendemos por recta real euclídea la que aparece en la axiomática de la geometría euclídea; *vid., e.g.,* Hilbert, D: *Foundations of Geometry*, La Salle, Illinois, Open Court Publishing Company, 2ª reimpresión, 1980.

11 *Vid. e.g.*, Nietzche, F.: *La Voluntad de Dominio*, Madrid, Aguilar, 3ª Edición, 1951, Libro IV, Cap. III.

12 Entendemos por línea proyectiva la que aparece en la axiomática de la geometría proyectiva; *vid., e.g.,* Veblen O. y Young J.: "A Set of Assumtions for Projective Geometry", *American Journal of Mathematical*, Vol. 30, 1908, pp. 347-380.

piedad no se satisface para la línea proyectiva. Si tomamos como modelo de línea proyectiva una circunferencia, ningún punto está entre otros dos puntos. Así pues, un punto en una circunferencia no puede separar dos puntos de la misma y, esto implica, en la línea proyectiva, la existencia de una ordenación que no está reflejada por la relación "entre". Pero, ¿qué relación es más básica que la relación "entre"?. La llamada "separación de pares". Consideremos un modelo de línea proyectiva y sobre él marquemos cuatro de sus puntos (*vid.* Figura a.2). En él, el par AC es separado por el par BD siempre que no sea posible "moverse" a lo largo de la línea de A a C, sin encontrarse con alguno de los puntos del par BD. Se sigue, inmediatamente, que si el par BD separa al par AC, entonces el par AC separa al par BD. Notemos que una relación así puede darse entre los puntos de la recta real euclídea. Esto nos permite definir la relación "entre" para la recta real euclídea a partir de la "separación de pares".

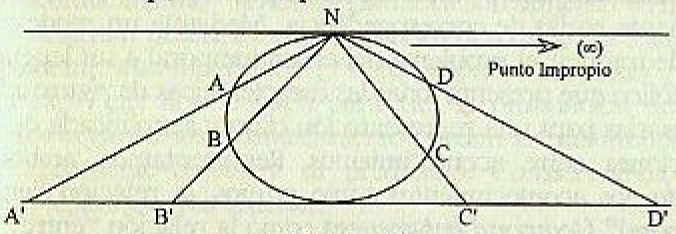

Figura a.2

Lo anterior nos plantea la siguiente pregunta: ¿es la estructura topológica del tiempo la de la recta real euclídea o la de la línea proyectiva?. A partir de todos los registros conocidos acerca de nuestras experiencias podemos hacer las siguientes suposiciones formales acerca del orden de los acontecimientos:

i. Para dos acontecimientos cualesquiera, o bien uno es anterior al otro o bien ambos son simultáneos;
ii. Si A, B y C representan acontecimientos cualesquiera y si A es anterior a B y B es anterior a C, entonces A es anterior a C;

iii. Ningún acontecimiento es anterior (posterior) a sí mismo.

Podemos representar estas relaciones entre acontecimientos sobre la recta real euclídea y decir que la estructura topológica del tiempo coincide con ésta. Pero observemos que hemos aceptado tres enunciados para los cuales no existe ninguna necesidad lógica. Primero, no es una necesidad lógica, sino un mero hecho empírico, que siempre percibamos las mismas relaciones entre acontecimientos. Nuestro mundo podría estar constituido de otro modo. Segundo, tampoco es lógicamente necesario que las relaciones temporales, observadas constantes hasta el momento, permanezcan las mismas en el futuro. Sería imaginable que todas las hipótesis empíricas de este tipo sean falseadas en un futuro.

El problema de la estructura topológica del tiempo ha sido tratado con modelos lógicos–matemáticos a los cuales se les ha intentado dar una interpretación empírica parcial e indirecta mediante reglas de correspondencia. Mediante un modelo se puede traducir el problema del orden temporal a un lenguaje simbólico que presenta todas las características de rigurosidad necesarias para una representación clara y simplificada de las relaciones entre acontecimientos. Representamos, análogamente, los acontecimientos como puntos, la relación "entre temporal" (*temporal betweeness*) como la relación "entre" en la recta real euclídea, o la "separación temporal" como la "separación de pares" en la línea proyectiva. Ahora bien, lo decisivo es la formulación de ciertas reglas de correspondencia que permitan construir enunciados que relacionen algunos términos matemáticos con términos que expresen propiedades y relaciones empíricas. Por ejemplo, veremos que Reichenbach, en su segunda formulación, intenta definir la relación "posterior a" en términos de la relación "entre", tal como se define topológicamente en la recta real euclídea y en ciertas asimetrías factuales en las series actuales de acontecimientos. Por otra parte, Grünbaum desarrolla su teoría basándose en la relación "separación de pares" (como en la línea proyectiva) y en el comportamiento de los rayos de luz.

Concluimos este apartado indicando que la cuestión sobre la estructura topológica del tiempo estriba, por un lado, en la elección de un modelo geométrico que permita, en principio, la mejor aproximación al problema del orden temporal y, por otro, al establecimiento de ciertas "reglas de correspondencia" que proporcionen la conexión del modelo con la llamada "realidad".

§3. Teoría Causal de Orden Temporal de Reichenbach: 1º Formulación

Reichenbach[13] intenta interrelacionar el discurso acerca de los objetos físicos con el discurso sobre los acontecimientos. Con este fin hace una distinción entre los argumentos comunes a los enunciados del lenguaje cotidiano. Llama "argumentos–objeto" *(thing-arguments)* a aquellos términos que se refieren a objetos físicos particulares tales como: "Jorge", "Catedral de Winchester", "Polo Norte", etc. Los "argumentos–acontecimiento" *(event-arguments)* son aquellos términos que designan descripciones de estados de cosas, por ejemplo, "accidente automovilístico", "coronación", "asesinato", "terremoto", etc. Reichenbach parte de la constatación de que ciertos argumentos–acontecimiento pueden ser sustituidos por un argumento–objeto y su predicado. Consideremos, por ejemplo, la siguiente oración:

(1) "El asesinato del Archiduque Francisco Fernando ocurrió en Sarajevo"

Esta oración designa una relación diádica entre un acontecimiento y un objeto físico y puede ser escrita de forma equivalente:

(1') "El archiduque Francisco Fernando fue asesinado en Sarajevo".

En (1') el argumento–acontecimiento original ('asesinato de Francisco Fernando') ha sido suplantado por un argumen-

13 Cf. Reichenbach, H.: *Elements of Simbolic Logic*, New York, Mc. Millan, 1947, pp. 266-274.

to–objeto y su predicado ('Francisco Fernando fue asesinado') y, sin embargo, se mantiene el mismo sentido y significado que en (1).

Ahora consideremos la siguiente oración que designa una relación diádica entre acontecimientos:

(2) "El asesinato del Archiduque Francisco Fernando en Sarajevo es anterior a la explosión de la bomba atómica sobre Hiroshima".

Dada la equipolencia entre (1) y (1') se podría pensar que (2) no perdería sentido si simplemente sustituimos el primer argumento–acontecimiento en (2) por (1'), obteniendo así:

(2') "El Archiduque Francisco Fernando fue asesinado en Sarajevo es anterior a la explosión de la bomba atómica sobre Hiroshima".

Pero, evidentemente, este cambio de estructura material trae como consecuencia que (2) pierda un detalle temporal propio de su contenido original: el término "asesinato" en (2) indica cierto tipo de "acaecer" entre los objetos físicos. ¿Qué nos sugiere este resultado?. Que los argumentos–acontecimiento tienen que considerarse, en ciertos casos, como unidades mínimas del análisis lógico más fundamentales que los argumentos–objeto y sus predicados, y que debemos, por lo tanto, estudiar las relaciones entre estas interpretaciones de los enunciados.

Para ello, Reichenbach nos propone la siguiente equivalencia:

(For. 3.1) $Fx_1 \equiv Gv_1$

donde 'Fx_1' es un enunciado que representa la atribución de una propiedad F a un objeto físico x_1, 'v_1' denota un acontecimiento y 'G' la propiedad del acontecimiento. El tilde sobre el bicondicional indica que dichos enunciados son equipolentes.

En el metalenguaje esta equipolencia nos dice que un ar-

gumento–acontecimiento y su predicado puede ser definido como una función de un argumento–objeto y su predicado. Así, si 'Fx_1' significa 'Francisco Fernando es asesinado', 'G' es el predicado 'asesinato de Francisco Fernando', que es una función del predicado 'es asesinado' y el argumento 'Francisco Fernando'.

El argumento 'v_1' es el nombre del acontecimiento que tiene la propiedad 'G'. Usualmente 'v_1' no es denotado por un nombre propio, sino por una descripción. Entonces, si escribimos la función 'G' de la forma '$(Fx_1)^*$' el argumento–acontecimiento 'v_1' puede ser representado simbólicamente por:

(For. 3.2) $(\iota v)\,[(Fx_1)^* v]$

donde la variable ligada 'v' indica el acontecimiento y el símbolo 'ι' el descriptor definido de la lógica de primer orden. Este modo de expresión prevalece en el lenguaje cotidiano cuando utilizamos predicados tales como "ocurrió" o "tuvo lugar" que meramente expresan existencia. Decimos así, por ejemplo, "El asesinato de Francisco Fernando tuvo lugar". En el lenguaje simbólico esta última proposición se representa por una variable ligada y un cuantificador existencial, incluida una condición de unicidad:

(For. 3.3) $(\exists v)\,\{(Fx_1)^* v \wedge (\forall v')\,[(Fx_1)^* v' \rightarrow v = v']\}$

De acuerdo a esto, la equivalencia (3.1) nos proporciona el siguiente modelo general que interrelaciona el discurso acerca de los objetos físicos con el discurso acerca de los acontecimientos:

"El objeto físico x_1 tiene la propiedad F" es verdadero si, y sólo si, "Un caso de ser Fx_1 tuvo lugar (u ocurrió)" es verdadero.

Basado en lo anterior, Reichenbach propuso las siguientes relaciones básicas de su teoría:

i. Un acontecimiento X es un caso de ser Fx_1 si y sólo si X envuelve a x_1 y X envuelve a F.

Nótese que esta formulación se deriva, como señala van Fraassen,[14] del uso que hacemos de los términos del lenguaje cotidiano cuando decimos, por ejemplo, que ciertas circunstancias y objetos físicos están envueltos en un accidente automovilístico.

La siguiente es una de las más importantes relaciones básicas entre acontecimientos: la genidentidad:

ii. Dos acontecimientos X e Y son *genidénticos* si y sólo si hay un objeto x_i tal que X envuelve a x_i e Y envuelve a x_i.[15]

Esta es una relación de equivalencia entre acontecimientos, y nos dice que dos acontecimientos son genidénticos si le suceden al mismo objeto físico, es decir, si pertenecen a la historia del mismo objeto.

La historia de un objeto x_i es, entonces, el conjunto de todos los acontecimientos en que está envuelto.

La conexión causal *(causation)* es la relación física que conduce al orden temporal. Para Reichenbach, la causalidad es primaria y el orden temporal secundario. Por tanto, su intento estriba en definir el orden temporal en términos causales[16]. Con este fin propone un método mediante el cual intenta diferenciar objetivamente la causa del efecto, sin utilizar nociones de orden temporal. Esta exigencia se debe, en parte, a la crítica de Hume a la causalidad. Recordemos que el argumento central de esta crítica nos dice que de una proposición que afirma la existencia de cierto acontecimiento, nunca se sigue otra proposición sobre la existencia de otro acontecimiento distinto. En palabras de Hume: *"No hay objeto que implique la existencia de otro si consideramos estos objetos en sí mismos"*.[17] Wittgenstein también llega al mismo resultado

14 Cf. van Fraassen, B.C., *Introducción ..., op. cit*, p.46.

15 Hemos tomado esta formulación de *ibidem*, p. 47.

16 Cf. Reichenbach, H.: *The Direction..., op. cit*, p. 24 y Reichenbach, H.: *The Philosophy..., op. cit*, p. 136.

17 Hume, D.: *Tratado de la Naturaleza Humana*, Barcelona, Orbis, 1984, Libro I, Cap. III, sec. 6, p.193.

de Hume cuando afirma en el *Tractatus Logico–Philosophicus*. *"Los estados de cosas son independientes unos de los otros. De la existencia o no existencia de un estado de cosas es imposible inferir la existencia o no de otro"* (2.061 - 2.062). Y más adelante nos dice: *"De ningún modo es posible inferir de la existencia de una situación la existencia de otra situación enteramente distinta a aquella. No existe nexo causal que justifique tal inferencia. No podemos inferir los eventos futuros de los presentes. La creencia en el nexo causal es superstición"* (5.135-5.136).

Reichenbach, consciente de tal resultado, intentó, empero, distinguir la causa del efecto. Lo decisivo es formular un criterio independiente del orden temporal que distinga la causa del efecto. Reichenbach creyó solucionar este difícil problema por medio de lo que se suele llamar "método de la marca" *(mark method)*, al cual dio la siguiente formulación:

> Si E_1 es la causa de E_2, entonces una pequeña variación en E_1 (una marca) es asociada con una pequeña variación en E_2, mientras que una pequeña variación en E_2 no es asociada con una variación en E_1[18].

Si denotamos por 'E^*' un acontecimiento E que tiene una pequeña variación (marca), notamos que sólo son posible las siguientes combinaciones: E_1E_2 ; $E^*_1E^*_2$; $E_1E^*_2$ pero nunca la combinación E^*_1 E_2.

El siguiente ejemplo puede ayudar a comprender con más claridad el mencionado criterio. Supongamos que el acontecimiento E_1 es la emisión de una señal de luz blanca hacia un cristal rojo y que el acontecimiento E_2 es la llegada de dicha señal a un punto espacial Ω. Al traspasar la luz blanca el cristal rojo, la marca (en este caso el cambio de color de la señal) se transmitirá hasta la llegada de la señal a Ω (evento E_2). De aquí que podamos determinar, por el método de Reichenbach, que el acontecimiento E_1 es la causa y que E_2 es el efecto.

Una vez explicadas las nociones básicas de la teoría de

18 Reichenbach, H.: *The Philosophy..., op. cit*, p. 136

Reichenbach, consideremos las definiciones mediante las cuales introduce el orden temporal.

Definición 3.1:
Si E_2 es el efecto de E_1, entonces se dice que E_2 es *posterior a* E_1. Esta es la *definición coordinativa* del orden temporal.[19]

Nótese que, por medio de esta definición, Reichenbach intenta dar una interpretación física completa a la relación asimétrica "posterior a", asignándole el concepto de causalidad. Y, precisamente, esto es lo que pretende con sus llamadas "definiciones coordinativas": proporcionar a los términos primitivos de una teoría una interpretación completa, asignándoles conceptos físicos. Para Reichenbach, un sistema conceptual científico cuyos términos estén provistos sólo parcialmente de un contenido empírico era algo totalmente inimaginable. Sin embargo, se ha mostrado que parte del significado de un concepto físico depende de ciertas hipótesis empíricas y que el concepto se transforma tan pronto se modifican estas hipótesis.[20]

Definición 3.2: E y E' son *indeterminados en cuanto al orden temporal* si, y sólo si, ninguno de los dos es posterior al otro (en el sentido de la definición 3.1).[21]

Esta definición tiene un presupuesto factual: las señales tienen un límite superior para la velocidad de su transmisión. De no ocurrir esto –como hemos indicado–, no tiene sentido hablar de un orden temporal en las cadenas causales. Si no se acepta tal presupuesto tendríamos que afirmar que los acontecimientos que conforman la historia son coetáneos –si es que tiene algún sentido claro esta afirmación.

Definición 3.3:
Cualesquiera dos eventos que sean indeterminados en cuanto al orden temporal pueden ser llamados *simultáneos*.[22]

19 *Ibidem*, p. 136

20 Cf. *e.g.*, Stegmüller, W.: *Teoría y...*, *op. cit*, p. 298.

21 Cf. Reichenbach, H.: *The Philosophy...*, *op. cit*, pp. 143-144.

De este modo, Reichenbach caracteriza la simultaneidad como la exclusión de conexión causal entre eventos. No obstante, algo más queremos decir con la palabra 'simultaneidad', pues pretendemos atribuir a los eventos simultáneos una misma asignación de coordenadas temporales. Pero, ¿en qué forma daremos esta determinación complementaria?. No nos queda otro camino que admitir que la definición (3.3) no sólo es necesaria sino suficiente para la simultaneidad. Y esto sólo es posible porque la definición de 'indeterminado en cuanto al orden temporal' no contradice a la definición (3.1) de la sucesión temporal.

Las críticas a esta concepción se centran en el criterio de Reichenbach para distinguir la causa del efecto. Grünbaum hizo una extensa crítica al método de la marca.[23] La más demoledora crítica indica que el proceso a marcar utilizado ha de ser irreversible: si se borra la marca en un punto de la trayectoria que conecta dos eventos E_1 y E_2, el criterio ya no es válido. Un proceso de marcar irreversible implica como condición necesaria que el objeto marcado no pueda volver al estado que precede al marcaje. Pero ¿cómo distinguir los procesos de marcar irreversibles de los reversibles?. No hay otro camino que acudir a alguna noción de orden temporal tal como "posterior a" o "entre". Por tanto, el criterio de Reichenbach no se puede utilizar en la explicación del orden temporal porque nos conduce a un círculo vicioso: con la finalidad de dar una definición del orden temporal tenemos que poseer un criterio que distinga la causa del efecto, pero este criterio exige el uso de nociones de orden temporal.

§4. *Teoría del Orden Temporal de Reichenbach: 2º Formulación*

En su segunda formulación, Reichenbach distingue el or-

22 Reichenbach, H., *The Philosophy...*, *op. cit*, p.145.

23 Cf. Grünbaum, A., *Philosophical Problems...*, *op. cit*, pp. 181 y ss.

den temporal de la anisotropía del tiempo, basado en el estudio de algunas leyes que describen, por un lado, procesos de tipo dinámico y, por otro, procesos termodinámicos.[24] Según éste, ciertas ecuaciones de la mecánica describen procesos de tipo "reversible", es decir, procesos que pueden ser restaurados a su condición original. Nos propone el siguiente ejemplo:[25]

Sea Q un proceso que consiste en lanzar una bola de A a C (*vid.* Figura 4.1) en dirección de la flecha a. Este movimiento viene dado por las ecuaciones:

(For. 4.1) $X_1 = v_1 t - \frac{g t^2}{2}$;

(For. 4.2) $X_2 = v_2 t$

donde v_1 y v_2 son las componentes de la velocidad con que la bola es lanzada desde A. En B la bola alcanza su altura máxima.

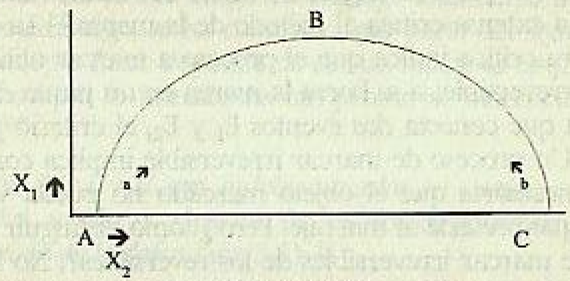

Figura 4.1

Para describir el proceso contrario a Q (que denotaremos por Q*) basta introducir un cambio de signo en la variable temporal. Este nuevo proceso es dado por las ecuaciones:

(For. 4.1') $X_1 = -v_1 t - \frac{g t^2}{2}$;

(For. 4.2') $X_2 = -v_2 t$

Las anteriores ecuaciones describen el lanzamiento de la bola de A a C en dirección a la flecha b. El proceso Q* condujo a la bola a su condición inicial. Por tanto, el lanzamiento de la

24 Cf. Reichenbach, H., *The Direction..., op. cit*, pp. 27-32.

25 Cf. *Ibid.*, pp. 30-31.

bola es un proceso reversible.

Q y Q* tienen en común que B siempre se encuentra entre A y C o entre C y A. Lo importante de esta cuestión radica en que la relación "entre" es una noción de orden simétrica que no define una "dirección" en el tiempo. Esto plantea la siguiente interrogante: ¿es posible definir el orden temporal sin una "dirección" en que ocurran los eventos?. La respuesta es afirmativa y esto condujo a Reichenbach a diferenciar entre el orden temporal y la anisotropía del tiempo.

Nótese que, el uso de la variable $-t$ en lugar de t en las ecuaciones 4.1' y 4.2', y consecuentemente, la sustitución de velocidades negativas en lugar de positivas, no indica, por decirlo metafóricamente, un "fluir hacia atrás del tiempo". El "tiempo negativo" se refiere a dicha inversión de la variable temporal y es matemáticamente compatible con las descripciones "positivas" de los procesos mecánicos.[26] En este caso hemos elegido describir el proceso original como la inversión temporal de $f(t)$, a sabiendas que esta fórmula es idéntica a $f(-t)$. La inversión del signo de la variable o coordenada temporal en las leyes de la física no es más que una operación matemática donde se verifica que $f(t) = f(-t)$, y no tiene nada que ver con una disposición "real" de los acontecimientos. En general, la "reversibilidad mecánica" se refiere a la constatación de que las ecuaciones de la mecánica admiten, junto a la descripción de un estado dinámico posible, una descripción que resulta de la primera por la transformación $f(t) = f(-t)$. Por tanto, éstas no nos muestran una "dirección" en el tiempo, y el acontecer pudiera transcurrir, por decirlo de alguna forma, del futuro al pasado o al revés.

Ahora bien, según Reichenbach, la física nos proporciona un enunciado que muestra cierta unidireccionalidad en los procesos naturales, a saber, el segundo principio de la termodinámica, según el cual: *"La entropía de un proceso en un sistema aislado (para el cual no hay intercambio de calor con otro sistema) aumenta (si el proceso es irreversible) o perma-*

26 Cf. *Ibidem.*

nece constante (si el proceso es reversible)". Este principio sirve a Reichenbach para formular la siguiente definición:

Definición 4.1:
"La dirección en que ocurren la mayor parte de los procesos termodinámicos en un sistema aislado, es la dirección del tiempo positivo".[27]

Dado que gran parte de los procesos naturales son irreversibles y que, por lo tanto, deben producirse con un incremento de entropía, y dada la hipótesis empírica de que nuestro universo es un sistema aislado, entonces debemos concluir que la entropía del universo crece continuamente. De aquí la famosa máxima de Clausius: "*La entropía del universo tiende siempre a un máximo*". La aceptación del enunciado anterior condujo a Reichenbach a afirmar que la dirección del tiempo es la dirección de la curva de la entropía del universo: "*The direction of time is supplied by the direction of entropy*".[28]

Es necesario hacer aquí algunas observaciones críticas. Es erróneo comprometer el significado del concepto topológico de tiempo con un proceso irreversible en particular y, más aún, con una suposición legaliforme sobre dichos procesos por las siguientes razones:

a) Cualquier enunciado que aluda a una tendencia o proceso –tal como el del aumento de entropía en el universo– supone el concepto de tiempo. Además, el hecho de que algunas formulaciones de la termodinámica no incluyan variables temporales, no implica que los procesos que ella estudia sean entidades atemporales.
b) En necesario, como señala M. Bunge,[29] que se mantenga la *independencia lógica* de los conceptos de entropía y tiempo para que podamos averiguar si la entropía de un sistema aislado aumenta efectivamente a través del tiempo.

27 *Ibid.*, p. 127.
28 *Ibid.*, p. 135.
29 Cf. Bunge, M., "Physical Time:..", *op. cit.*, p. 378.

c) Es un sinsentido lógico afirmar (o, al menos, suponer como hace Reichenbach) que el concepto de entropía es más básico que el concepto de tiempo. Para que podamos decidir entre dos conceptos cuál es más básico que otro (en el sentido de primitivo o derivado), ambos conceptos deben figurar necesariamente en el mismo marco teórico.
d) Si bien se acepta que el enunciado: "la entropía del universo aumenta" está confirmado en alto grado, puede ocurrir que nuevos resultados empíricos muestren que este principio es falso. Una relación tan fundamental como la ordenación temporal debería estar libre de suposiciones empírico–hipotéticas. Además, como señala Stegmüller,[30] el intento de definir el sentido del tiempo mediante la dirección de la entropía creciente podría conducir a extrañas inmunizaciones frente a observaciones falseadoras. Por ejemplo, supongamos que a causa de ciertas observaciones y consideraciones teóricas lleguemos a la conclusión de que la entropía del universo no crece sino decrece. "*Podríamos emprender un intento algo paradójico de salvar este principio diciendo que los nuevos resultados empíricos no han mostrado que ese principio es falso sino ¡que el tiempo transcurre en sentido inverso al hasta ahora supuesto!*".[31]
e) En termodinámica se dice que un proceso es reversible cuando los sucesivos estados del mismo difieren de los estados de equilibrio en cantidades infinitesimales[32]; cuando esto no ocurre el proceso se considera irreversible. Los estados de equilibrio son aquellos en los cuales las variables termodinámicas (presión, temperatura, volumen, etc.) permanecen constantes para los diferentes estados y no tienen nada que ver con una supuesta unidireccionalidad de los procesos. Otro error adicional de Reichenbach es confundir los usos termodinámicos de los términos "reversibilidad" e "irreversibilidad" con los usos

30 Cf. Stegmüller, W., *Teoría y...*, *op. cit.*, p. 101.
31 *Ibidem*
32 Cf. Fermi, E.: *Termodinámica*, E.U.D.E.B.A., Buenos Aires, 1968, p. 4.

que se dan de estos términos en el lenguaje cotidiano. Según lo anterior, en la práctica podemos realizar un proceso "termodinámicamente irreversible" que vuelva a su estado original. Consideremos, por ejemplo, una expansión irreversible de un gas encerrándolo dentro de un cilindro con un émbolo movible y desplacemos éste hacia adentro, comprimiéndolo bruscamente. De esta forma, se crearán masas gaseosas en expansión y los estados intermedios dejarán de ser estados de equilibrio. Luego desplacemos el émbolo hacia afuera, de manera tal que el sistema vuelva a estar tal y como lo encontramos originalmente.

f) Para que podamos distinguir si un proceso es reversible o irreversible (en el sentido cotidiano), debemos poseer de antemano un criterio de orden temporal.

Veamos a continuación la definición del orden temporal en esta nueva formulación:

Reichenbach sigue considerando a la genidentidad como una especie de identidad física que puede distinguirse de la identidad lógica. Nos dice:

> Un evento es lógicamente idéntico consigo mismo; pero cuando decimos que diferentes eventos son estados de una misma cosa, empleamos la relación de genidentidad entre estos eventos. Así, un objeto físico es una serie de eventos; cualesquiera dos eventos pertenecientes a esta serie son llamados Genidénticos.[33]

De lo anterior se desprende que si X e Y son acontecimientos genidénticos y simultáneos, entonces X e Y son idénticos.

La nueva noción básica no definida de "coincidencia espacio–temporal aproximada" es la que induce el orden temporal en cada línea del universo. Nos dice Reichenbach: *"La distancia espacial se mide por el tiempo necesario para la*

[33] Reichenbach, H., *The Direction...*, *op. cit.*, pp. 37-38.

transmisión de una acción; proximidad espacial [coincidencia espacio–temporal aproximada] *quiere decir, por lo tanto, la posibilidad de más rápida transmisión de una acción e inmediación espacial, quiere decir conexión de acción"*; *"el tiempo es el concepto más profundo del que hay que derivar el espacio"*.[34]

Como en su primera teoría, Reichenbach considera que dos acontecimientos son simultáneos si y sólo si son indeterminados en cuanto al orden temporal.

El orden temporal se introduce mediante las siguientes definiciones:

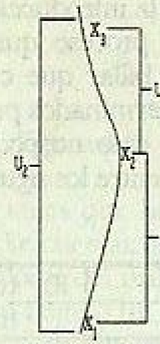

Figura 4.2

Definición 4.2: Sea X un acontecimiento en la línea del universo W. Diremos que U es un *entorno (neighborhood)* de X si, y sólo si:

a) $X \in U$ y

b) para todo acontecimiento $Y \in U$, Y está en coincidencia aproximada con X.

Definición 4.3: Sean X_1, X_2 y X_3 acontecimientos en una línea del universo W y sea Ξ el conjunto de todos los entornos. Diremos que X_2 está *localmente entre* X_1 y X_3 si, y sólo si:

a) $(\exists U_1)(\exists U_2)(\exists U_3)[U_1 \in \Xi \wedge U_2 \in \Xi \wedge U_3 \in \Xi \wedge U_1, U_2, U_3$ son

[34] Reichenbach, H., *Objetivos y Métodos del Conocimiento Físico*, México, F.C.E., 1983, p. 159.

entornos de X_1, X_2, X_3];

b) $U_1 \cap U_2 \neq \varnothing \wedge U_2 \cap U_3 \neq \varnothing \wedge U_1 \cap U_3 = \varnothing$. (*vid.* Figura 4.2)

El empleo del término "local" se debe a que la relación "entre" se aplica sólo a entornos.

La forma de usar la coincidencia aproximada para ordenar todo un conjunto de eventos es la de asignar a cada acontecimiento X una coordenada t(X) tal que: Si Y, y no Z, está en coincidencia aproximada con X, entonces t(Y) estará numéricamente más cerca de t(X) que de t(Z). Pero esto presenta un problema que conduce a la introducción de una nueva noción básica. Supongamos un proceso que consiste en el lanzamiento de dos bolas de billar que chocan y que coinciden aproximadamente en determinados puntos de sus trayectorias (ver figura 4.3). En este caso no podemos decidir, como ha señalado van Fraassen,[35] entre los siguientes grupos de asignación de coordenadas:

I) t(X)=t(X')	II) t(X)=t(X')
t(Y)=t(Y')	t(Y)=t(Z')
t(Z)=t(Z')	t(Z)=t(Y')

Puede ocurrir que la bola en la línea del universo W' recorriera la trayectoria Z'-X'-Y' y que la bola en W recorriera la trayectoria Z-X-Y, estando así conformes con la asignación de coordenadas (I). O bien, puede ocurrir que la bola en W' recorriera la trayectoria Y'-X'-Z' y que la bola en W recorriera la trayectoria Z-X-Y, estando así conformes con la asignación de coordenadas (II). Pero, hasta ahora, en lo que va de exposición, no encontramos ninguna base objetiva para distinguir entre los procesos descritos. Reichenbach creyó solucionar este problema considerando que la comparación de las direcciones temporales de los eventos que ocurren en una yuxtaposición espacio-temporal (tal como la mostrada en la figura 4.3) es posible mediante la verificación observacional del enunciado

35 Cf. Van Fraassen, B.C., *Introducción..., op. cit.*, pp. 213-214.

que afirma, en una descripción dada, que tales procesos tiene una u otra dirección. En el caso de tal verificación, hablaremos de una *"comparabilidad local del orden temporal"*.[36] Dicha verificación se realiza comparando la dirección del proceso en cuestión con algún proceso irreversible.

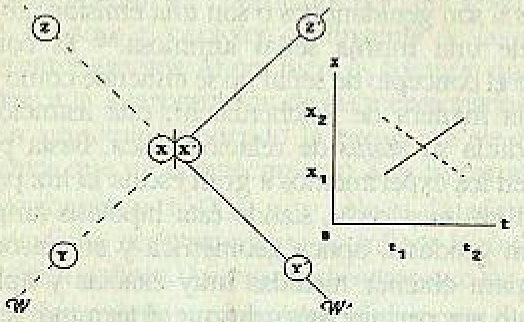

Figura 4.3

Además de las objeciones que hemos introducido a esta mejorada concepción de Reichenbach, se ha señalado[37] que la noción "comparabilidad local del orden temporal" introduce en la teoría topológica del tiempo un componente psicológico que involucra la observación directa y que compromete la determinación de la "dirección" de los procesos con las vivencias subjetivas de los hombres.

§5. Teoría del Orden Temporal de Grünbaum.

Condiciones Estructurales Básicas:

En sus dos formulaciones Grünbaum propone definir el orden serial de los eventos en términos de las relaciones básicas de genidentidad y k-conexión. Las nociones metateóricas de posibilidad física y necesidad física son las que permiten interconectar la teoría del orden temporal de Grünbaum con las distintas teorías físicas existentes. Al igual que en las formulaciones de Reichenbach, se considera que dos aconteci-

36 Cf. Reichenbach, H., *The Direction..., op. cit.*, p. 35.

37 Cf. Grünbaum, A., *Philosophical Problems..., op. cit.*, Nota p. 193.

mientos son genidénticos si envuelven al mismo objeto físico.[38] Para esta relación, introduciremos el signo 'G' como primer relator primitivo de nuestro sistema.

El siguiente signo primitivo 'C_k' denota la relación de k-conexión entre acontecimientos. Dos eventos están *k-conectados* si son genidénticos o son una emisión, absorción o reflexión de una misma señal luminosa.[39] Es conveniente aclarar que el concepto de señal no se entiende como una serie causal (a la manera de Reichenbach); esta asunción podría poner en duda su *status* de relación física. Basta por ahora decir que en los experimentos a gran escala la luz parece que se propaga en línea recta, siendo esta hipótesis ampliamente utilizada en geodesia, óptica geométrica y en astronomía de precisión para obtener medidas muy exactas y aplicaciones exitosas. Esto nos permite asegurar que el término 'señal luminosa' es demasiado fundamental en la física como para negarle una correspondiente carga empírica.

Las señales luminosas son un subconjunto del conjunto E de acontecimientos. Simbolizamos este subconjunto con el signo 'SL'. Acontecimientos que conforman este conjunto son, por ejemplo, la emisión, transmisión, reflexión, absorción, difusión, dispersión, etc., de una señal luminosa. De estos se escogen tres acontecimientos representativos en la evolución de cada señal luminosa, a saber, la emisión, reflexión y absorción. En nuestra representación simbólica, introduciremos tres funciones 'e', 'r' y 'a' que asignan a cada señal luminosa uno de los mencionados acontecimientos. Así, la función 'e' asigna a cada señal luminosa el acontecimiento que consiste en la emisión de la misma, 'r' la reflexión y 'a' la absorción.

Las nociones modales necesidad física y posibilidad física son también primitivas en el contexto de la teoría temporal de Grünbaum. La razón de introducir estas nociones modales se debe a que es puramente contingente que haya alguna conexión de genidentidad (y, por tanto, de k-conexión) entre pares de eventos. Recordemos que una condición de adecuación requerida por la definición del orden temporal es la de suponer un límite superior en la velocidad de transmisión de las señales, y que esta suposición trae como consecuencia que ciertos eventos puedan ser conectados por una señal luminosa y otros no. De aquí el carácter contingente de las relaciones temporales entre eventos. Ahora bien, la cuestión que se plantea concierne a la interpretación de las mencionadas nociones modales. En principio, siguiendo la propuesta de R. Montague,[40] diremos que un acontecimiento X es físicamente necesario (abreviadamente '$\Box_f(X)$') si, y sólo si, la afirmación de hecho sobre dicho acontecimiento se infiere lógicamente de una teoría física exitosa. Asimismo, diremos que un acontecimiento X es físicamente posible (abreviadamente '$\Diamond_f(X)$') si, y sólo si, la afirmación de hecho sobre dicho acontecimiento no contradice la teoría física en cuestión. Expresemos lo anterior simbólicamente:

Definición 5.0: Sea $F = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ donde cada f_i es una teoría física exitosa y sea X una afirmación de hecho sobre un evento, entonces:

a) $\Box_{fi}(X) \leftrightarrow \Box(F \rightarrow X)$

b) $\Diamond_{fi}(X) \leftrightarrow \Diamond(F \wedge X)$

Donde entendemos por teoría física exitosa al conjunto conformado por la estructura matemática de la misma (que determina sus modelos posibles) y el conjunto abierto de sus aplicaciones propuestas[41]. Utilizamos la notación clásica de '$\Box$' y '$\Diamond$' para los operadores modales necesidad lógica y posibilidad lógica respectivamente.

Ahora estamos en condiciones de demostrar la interdefinibilidad de las nociones en cuestión:

38 Cf. Grünbaum, A.: *Modern Science and Zeno's Paradoxes*, Middletown, Wesleyan University Press, 1967, p. 57.

39 Cf. Grünbaum, A., *Philosophical Problems...*, *op. cit.*, p. 193 y van Fraassen, B.C., *Introducción...*, *op. cit.*, p. 215.

40 Cf. Montague, R.: "Necesidad Lógica, Necesidad Física y Cuantificadores", *Ensayos de Filosofía Formal*, Madrid, Alianza Editorial, 1977.

41 Cf. Moulines, U.: *Exploraciones Metacientíficas*, Madrid, Alianza Ed., 1982, pp. 108-116.

Teorema 5.1: i) $\Box_{fi}(X) \leftrightarrow \sim \Diamond_{fi}(\sim X)$
ii) $\Diamond_{fi}(X) \leftrightarrow \sim \Box_{fi}(\sim X)$

Prueba:
i) Por definición 5.0–(a) tenemos: $\Box_{fi}(X) \leftrightarrow \Box(F \rightarrow X)$, obteniendo, por interdefinición de operadores modales –a saber $\Box \leftrightarrow \sim \Diamond \sim$–, $\sim \Diamond \sim(F \rightarrow X)$. Aplicando la definición de implicación, $\sim \Diamond(f \wedge \sim X)$, y aplicando la definición 5.0–(b), obtenemos: $\sim \Diamond_f(\sim X)$.
ii) Por definición 5.0–(b) tenemos $\Diamond_{fi}(X) \leftrightarrow \Diamond(F \wedge X)$. Por definición de operadores modales: $\sim \Box \sim (F \wedge X)$. Aplicando la definición de implicación material: $\sim \Box(F \rightarrow \sim X)$, y por definición 5.0–(a) obtenemos: $\sim \Box_f(\sim X)$.

Por ejemplo, se excluyen del ámbito de la posibilidad física acontecimientos como la transmisión de calor de un cuerpo de menor temperatura a uno de mayor temperatura, la mezcla homogénea de aceite y agua, y la transmisión de una señal con velocidad infinita, entre otros. En cambio el acontecimiento según el cual "el timbre suena" es físicamente posible, ya que su afirmación de hecho no es incompatible con el conjunto de teorías físicas conocidas. Acontecimientos físicamente necesarios son, por ejemplo, la absorción de un rayo de luz y el desprendimiento de gotas de una caída de agua.

Nótese que la inclusión de las nociones modales en cuestión relativizan la introducción del concepto topológico de tiempo a las leyes físicas existentes. Esto tiene la consecuencia especial de que dicho concepto topológico sea aplicable a cualquier teoría física. Por supuesto, las teorías físicas evolucionan y nuestro conocimiento de lo físicamente posible o físicamente necesario es relativo al estado del desarrollo de la ciencia. Se supone, por tanto, en esta reconstrucción, la lógica modal de predicados y la teoría informal de conjuntos.

El símbolo primitivo '$Sim_{T,f}$' representa la relación de simultaneidad topológica. Nos dice Grünbaum: *"dos eventos son* topológicamente simultáneos *si y sólo si no es posible que estén*

conectados por una cadena causal genidéntica".[42] Intuitivamente esta definición nos indica que dos eventos X e Y son simultáneos cuando no es posible enviar una señal de X a Y ni de Y a X. La anterior condición para la simultaneidad de dos eventos es la condición fundamental de la noción *"Sistema de Simultaneidad de Grünbaum"* la cual reproducimos a continuación:

Definición 5.2: x es un *"Sistema de Simultaneidad de Grünbaum"* (abreviado por: $x \in SSG$) si y sólo si existen E, SL, F, e, r, a, G, C_k y $Sim_{T,f}$, tales que:

(1) $x = \langle E, SL, F, e, r, a, G, C_k, Sim_{T,f} \rangle$
(2) E es un conjunto no vacío ($E \neq \emptyset$).
(3) $SL \subset E$
(4) $F = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$, donde cada f_i (con $1 \leq i \leq n$) es una teoría física exitosa.
(5) e, r, a, son funciones de SL en E.
(6) G es una relación binaria en E; reflexiva, simétrica y transitiva. Por lo tanto, de equivalencia.
(7) C_k es una relación binaria en E; reflexiva y simétrica.
(8) $Sim_{T,f}$ es una relación binaria; $Sim_{T,f} \subset E \times E$.
(9) $(\forall X)(\forall Y)\,[X,Y \in E \wedge G(XY) \rightarrow C_k(XY)]$.
(10) $(\forall s)[s \in SL \rightarrow C_k(e(s),r(s)) \vee C_k(e(s),a(s)) \vee C_k(r(s),a(s))]$.
(11) $(\forall X)(\exists Y)(\exists Z)[X,Y,Z \in E \wedge Y \neq Z \rightarrow G(XY) \wedge \sim G(XZ)]$.
(12) Existe $f_i \in F$ tal que, para todo $X,Y \in E$, se cumple:
$Sim_{T,fi}(XY) \leftrightarrow \sim \Diamond_{fi}[C_k(XY)]$.

Las condiciones Def.5.2–(1) a Def.5.2–(12) determinan las propiedades formales de los símbolos básicos del Sistema de Simultaneidad de Grünbaum y limitan sus significados.

La Def.5.2–(9) simplemente nos dice que para cualesquiera acontecimientos, si éstos son genidénticos, entonces están k-conectados. La Def.5.2–(10) nos indica que están k-conectados la emisión, reflexión y absorción de una misma señal luminosa. La Def.5.2–(11) señala que para cualquier

42 Grünbaum, A., *Philosophical Problems...*, *op. cit.*, p. 203.

evento existen acontecimientos que son genidénticos con él y acontecimientos que no lo son.

La Def. 5.2–(12) la consideramos como la ley fundamental que determina todos los modelos del Sistema de Simultaneidad de Grünbaum. De manera más general, y usando el mismo marco teórico de la versión estructuralista de las teorías, diremos que estos modelos corresponden a las diversas aplicaciones de la teoría de Grünbaum a las distintas parcelas de la llamada "realidad", con respecto a las teorías físicas exitosas.

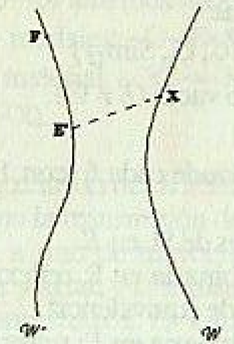

Figura 5.1

Obsérvece, en la Def.5.2–(7), que la única propiedad formal que no se requiere de la k-conexión es la transitividad; pero tampoco se excluye. Para aclarar esta situación supongamos dos líneas del universo como las representadas en la Figura 5.1. En la línea del universo W', F y E' están k-conectados por ser genidénticos (según la Def.5.2–(9)) y E' y X están k–conectados porque coinciden con la emisión y reflexión de una misma señal luminosa (ver línea punteada), pero de esto no se sigue que F y X están k–conectados: puede o no existir una señal luminosa que los conecte. Además la k–conexión no implica genidentidad. Esto se ve claramente cuando consideramos que la clase de los eventos k–conectados incluye la clase de los eventos genidénticos, pero que los eventos k–conectados no son necesariamente genidénticos (*vid.* Figura 5.2).

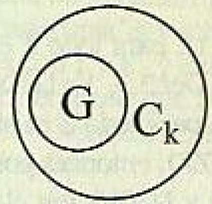

Figura 5.2

Como la genidentidad es una relación de equivalencia en *E*, podemos definir, para todo W∈*E*, la clase de equivalencia W (que designaremos por LU(W)) como el conjunto de elementos de *E* en relación de equivalencia G con el elemento W:

Definición 5.3: Sea W∈*E*, entonces:

$$LU(W)=\{X \mid X\in E \wedge G(WX)\}.$$

Las clases de equivalencia LU son las llamadas *Líneas del Universo* que son clases no vacías de acontecimientos genidénticos.

De los axiomas postulados y de las definiciones precedentes podemos derivar algunos teoremas simples:

Teorema 5.2: Dos acontecimientos cualesquiera que pertenecen a una misma línea del universo son genidénticos entre sí.

<u>Prueba</u>: Si X∈LU(W) y Y∈LU(W), entonces, por Def.5.3, G(WX) y G(WY); de la Def.5.2–(6), la simetría nos da G(YW) y la transitividad G(YX).

Teorema 5.3: Dos líneas del universo que tengan un acontecimiento en común son idénticas (cada acontecimiento pertenece a una y sola una línea del universo).

<u>Prueba</u>: Supongamos que X∈LU(W) y que X∈LU(W'), según el teorema (5.2) el que X∈LU(W) implica que LU(W)=LU(X); análogamente LU(W')=LU(X) y, por consiguiente, LU(W)=LU(W').

Teorema 5.4: Hay al menos dos líneas del universo disjuntas.

<u>Prueba</u>: Por Def.5.2–(11), para todo X existen Y y Z tales que G(XY) y ~G(XZ). Por Def.5.3, Y∈LU(X) y Z∉LU(X). Ahora bien, por Def.5.2–(11), para todo Z existen W y X (con W≠X) tales que G(ZW) y ~G(ZX), entonces por Def.5.3, Z∈LU(W) y Z∉LU(X). Como LU(X) y LU(W) son clases de equivalencia y LU(W) ≠ LU(X), entonces no tienen elementos en común y, por consiguiente, son disjuntas.

Teorema 5.5: $(\forall X)(\forall Y)\{Sim_{T,f}(XY) \leftrightarrow \Box_f[\sim C_k(XY)]\}$.
<u>Prueba</u>: Trivial. Teorema (5.1) y Def.5.2–(12).

Teorema 5.6: $Sim_{T,f}$ es una relación reflexiva y simétrica.
<u>Prueba</u>:
Reflexiva: Trivial, dada la reflexividad de la k–conexión (Def.5.2–(7)).
Simétrica: Trivial, dada la simetría de la k–conexión (Def.5.2–(7)).

Cabe reiterar que son simultáneos aquellos pares de acontecimientos que no son genidénticos y que no pueden estar conectados por una misma señal luminosa. Nótese que bajo este marco teórico no es posible derivar que la simultaneidad topológica es transitiva. Sólo bajo un supuesto de tipo métrico podemos, vía una convención, afirmar que la simultaneidad es transitiva.

Una vez que hemos introducido las nociones básicas y el conjunto mínimo de axiomas que limitan sus significados, pasamos a dilucidar las propuestas de solución, formuladas por A. Grünbaum, al problema del orden temporal.
Orden temporal:

Grünbaum, en su formulación de una teoría del orden temporal, procede como indicamos a continuación.[43] Primero

43 Cf. *ibid.*, pp. 193-194.

define la noción derivada de *n–cuádrupla*: cuatro eventos E, L, E', M forman una 'n-cuádrupla' si y sólo si E es diferente de E', L y M son genidénticos con E y E', y dada la ocurrencia actual de E y E' es físicamente necesario que L o M ocurran para que E y E' estén k-conectados. Seguidamente restringe el conjunto de las n–cuádruplas. Nos dice:

> Dados dos eventos E y E', llamaremos al conjunto α una *'n-cadena'* que conecta a E y E', si el miembro X de α es dado por la siguiente condición: X∈α si y sólo si (∃F)[n(EXE'F)∧~n(EFE'F)].[44]

Finalmente, introduce el orden temporal de la siguiente manera:

> Cualquier evento que pertenece a una n-cadena que conecta a un par de eventos genidénticos E y E' está *temporalmente entre* E y E'.[45]

A primera vista estas definiciones pueden parecer poco claras. Tratamos de remediar esta situación proponiendo el siguiente predicado conjuntista, que procederemos a explicar una vez formulados sus axiomas:

Definición 5.4: x es un *"Sistema del Orden Temporal de Grünbaum"* (abreviado por: $x \in SOTG_1$) si y sólo si existen E, SL, F, e, r, a, G, C_k, $Sim_{T,f}$, n, α y β, tales que:
(1) $x = \langle E, SL, F, e, r, a, G, C_k, Sim_{T,f}, n, \alpha, \beta\rangle$
(2) $\langle E, SL, F, e, r, a, G, C_k, Sim_{T,f}\rangle \in SSG$
(3) n es una relación tetrádica; $n \subset E^4$
(4) $\alpha \subset 2^E \times E \times E$, α es una relación triádica
(5) β es una relación triádica; $\beta \subset E^3$
(6) Existe $f_i \in F$ tal que, para todo $E, L, E', M \in E$, se cumple: n(ELE'M) si y sólo si:
a) E ≠ E'
b) $\Box_{fi}[(G(EL) \wedge G(E'L)) \vee (G(EM) \wedge G(E'M))]$

44 *Ibidem*
45 *Ibidem*

c) $\Box_{fi}\{[(G(EL)\wedge G(E'L))\vee(G(EM)\wedge G(E'M))]\rightarrow C_k(EE')\}$

(7) $(\forall X)(\forall E)(\forall E')\{X\in\alpha(EE')\leftrightarrow(\exists F)[n(EXE'F)\wedge\sim n(EFE'F)]\}$,
donde $X,E,E',F\in \mathcal{E}$

(8) Para todo $E,X,E'\in \mathcal{E}$, se tiene:
$\beta(EXE')\leftrightarrow X\in\alpha(EE')$

(9) Sea $\mathcal{G}(EE') = \{X \mid G(EX) \wedge G(E'X)\}$ entonces,
$(\forall E)(\forall E')\{G(EE')\wedge E\neq E'\rightarrow(\exists\Phi)(\exists\Psi)(\Phi\subseteq\mathcal{G}(EE') \wedge \Psi\subseteq\mathcal{G}(EE') \wedge$
$\#(\Phi) = \#(\Psi) = C \wedge (\forall X)(\forall Y)[X\in\Phi \wedge X\in\Psi \rightarrow n(EXE'Y)])\}$

En la estructura, n representa la relación tetrádica 'n–cuádrupla', α la de 'n–cadena' y la notación 'β(EXE')' puede leerse: "el evento X está temporalmente entre E y E' ". Usamos la abreviatura $\mathcal{E}^n$ para indicar el producto cartesiano de $\mathcal{E}$ n veces y los signos '#', 'C' indican, respectivamente, la cardinalidad del conjunto y la cardinalidad del continuo.[46]

La condición Def.5.4–(6) es nuestra propuesta de formulación de la noción de n-cuádrupla *(n–quadruplet)*. Según ésta, los eventos E, L, E' y M forman una n–cuádrupla si, y sólo si, dada la ocurrencia de los eventos diferentes E y E', es físicamente necesario que los eventos E y E' sean genidénticos con el evento L o con el evento M, y es imposible, según las teorías físicas, que E y E' pertenezcan a la misma línea del universo de L o M sin que E y E' estén k–conectados. Para hacer más comprensivo su contenido consideremos el siguiente ejemplo. Supongamos que el acontecimiento E es la acción de patear un balón y que E' es el rompimiento de un cristal. Estos acontecimientos pertenecen a una n–cuádrupla si es físicamente necesario que exista un acontecimiento L genidéntico con E y E' para la k–conexión de E y E' (condición Def.5.4–(6c)). Pongamos por caso que el evento en cuestión es el contacto del balón con el cristal. En este caso E y E' están k–conectados gracias a la propiedad transitiva de la genidentidad. Si la acción de patear el balón es genidéntica con el contacto del balón y éste es genidéntico con el rompimiento del cristal, entonces

46 Grünbaum no utiliza la notación clásica para la cardinalidad del continuo. Utiliza la notación $\aleph_0$, para indicar la misma. Cf. *Ibid*, p.194.

son genidénticos la acción de patear el balón y el rompimiento del cristal y, por consiguiente, están k–conectados, de acuerdo a la definición 5.2–(9).

El siguiente teorema se sigue de la definición 5.4–(6):

Teorema 5.7: Para todo $E, L, E', M\in \mathcal{E}$, si $n(ELE'M)$ entonces $\Box_f(C_k(EE'))$.

<u>Prueba</u>: Del principio de lógica modal: $\Box(p\rightarrow q)\rightarrow(\Box p\rightarrow\Box q)$, de la definición (5.0) y de la definición 5.4–(6c), derivamos: $\Box_f\{[G(EL)\wedge G(E'L)]\vee[G(EM)\wedge G(E'M)]\}\rightarrow \Box_f[C_k(EE')]$.
Aplicando *modus ponens* con la línea (b) de la definición 5.4–(6) obtenemos lo pedido.

Nótese que la disyunción utilizada en la definición 5.4–(6b) es del tipo inclusivo y que la inferencia de "es físicamente necesario X" o "es físicamente necesario Y" no se sigue lógicamente de la condición (b) de la definición 5.4–(6). Esta constituiría un craso error modal. Para dar cuenta de ello, tómese en cuenta el siguiente ejemplo: de la necesidad lógica de 'p∨~p' no se infiere que es necesaria p o que es necesaria ~p.

El axioma 5.4–(7) nos dice que un evento X pertenece a una n–cadena α que conecta dos eventos E y E', si existe un evento F tal que su sola ocurrencia, sin la del evento X, no garantiza la k–conexión de E y E'. Supongamos, retomando nuestro ejemplo del balón y el cristal, que el evento F sea el acontecimiento según el cual un niño suelta el balón en cuestión. Ciertamente la ocurrencia de este evento no implica la k–conexión de la acción de patear el balón (acontecimiento E) y el rompimiento del cristal (acontecimiento E'). No obstante, es del todo claro, que si X representa el acontecimiento según el cual el balón toma contacto con el cristal, los eventos E, X, E' y F forman una n–cuádrupla. Pues, si bien es cierto que F no es genidéntico con E', no menos cierto es que X es genidéntico con E y E', cumpliéndose así la condición 5.4–(6).

A la luz de las consideraciones precedentes, resulta del todo evidente la definición 5.4–(8). Simplemente nos dice que un evento X está temporalmente entre E y E' si y sólo si pertenece a una n–cadena que conecta a E y E'. El asunto radica en decir que un evento está entre otros dos si es necesario para la k–conexión de esos eventos.

El axioma 5.4–(9) lo denomina Grünbaum "Principio de Continuidad Causal". Afirma que existen conjuntos de eventos Φ y Ψ genidénticos, con E y E' respectivamente, cada uno de los cuales tiene la cardinalidad C del continuo y tales que, para cada X que pertenece a Φ y cada Y que pertenece a Ψ, se tiene n(EXE'Y). Esto señala que para cualesquiera dos eventos existen C n-cuádruplas.

Teorema 5.8: Existen C n-cuádruplas.
Prueba: Por el axioma 5.4–(9) tenemos que existen C eventos que forman n–cuádruplas con cualesquiera otros dos eventos. Por consiguiente, existen C n–cuádruplas.

Es importante destacar que esta caracterización del orden temporal deja abierta la cuestión sobre la estructura topológica del tiempo. Por lo que, si queremos dar cuenta de cierta estructura topológica que "enmarque" el orden de los eventos, tenemos que introducir nuevos axiomas que limiten la extensión de nuestro predicado fundamental. Así pues, según lo establecido por el autor,[47] introduciremos las siguientes "especializaciones" de su teoría:

Definición 5.5: x es un *"Orden Temporal Abierto de Grünbaum bajo la relación entre"* (abreviado por: $x \in OTAG_e$) si, y sólo si:
(1) $x \in SOTG$
(2) Para todo X, Y, $Z \in E$ se cumple:
a) $\beta(XYZ) \rightarrow \beta(ZYX)$
b) $\beta(XYZ) \rightarrow \sim\beta(YZX)$.

Definición 5.6: x es un *"Orden Temporal Cerrado de Grünbaum bajo la relación Separación de Pares"* (abreviado por: x $\in OTCG_s$) si, y sólo si:
(1) $x \in SOTG$
(2) Para todo X, Y, Z, $W \in E$, se cumple:
a) $\beta(XYZ) \wedge \beta(XWZ) \rightarrow \beta(WZY)) \wedge \beta(WXY)$
b) $\beta(XYZ)) \wedge \beta(XWZ) \rightarrow \beta(YZW)) \wedge \beta(YXW)$.

Definición 5.7: x es un *"Orden Temporal Cíclico de Grünbaum bajo la relación entre"* (abreviado por: $x \in OTCG_e$) si, y sólo si:
(1) $x \in SOTG$
(2) Para todo X, Y, $Z \in E$ se cumple:
a) $\beta(XYZ) \rightarrow \sim\beta(ZYX)$
b) $\beta(XYZ) \rightarrow \beta(YZX)$.

Según lo formulado en la definición 5.5, para que la estructura del orden temporal coincida con la estructura de la recta real euclídea, es necesario que se dé la simetría de los eventos extremos que están bajo la relación "entre temporal" ('β') y que, por supuesto, se excluya la posibilidad de que dicha estructura sea cerrada (*vid.* Figura 5.3a).

La definición 5.6 indica que la estructura del orden temporal coincide con la estructura topológica de la línea proyectiva si, para cuatro eventos X, Y, Z y W, se cumple:

a) Si X y Z separan temporalmente a Y y W, entonces Y y W separan temporalmente a Z y X;
b) Si X y Z separan temporalmente a Y y W, entonces Y y W separan temporalmente a X y Z (*vid.* Figura 3b).

Nuestra última especialización establece que una estructura del orden temporal es una estructura cíclica, si tiene lugar la asimetría de los eventos extremos que están bajo la relación entre temporal (es decir, si existe una "dirección" para el acaecer de los eventos) y se repiten ciertas secuencias de estados.

47 Cf. *ibid.*, p. 195.

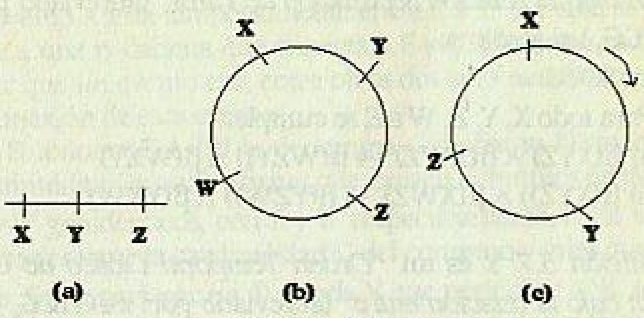

Figura 5.3

Al menos dos objeciones se han planteado a esta manera de introducir el orden temporal. La primera ha sido formulada por Abner Shimony y discutida por A. Grünbaum.[48] La segunda, propuesta por van Fraassen,[49] está estrechamente ligada con la anterior. Shimony plantea lo siguiente: supongamos que nuestro sistema del orden temporal coincide topológicamente con la recta real euclídea y que se da el siguiente orden de eventos genidénticos: E, X, Y, E', F y G. Según Shimony, si aplicamos las definiciones de Grünbaum, G debería estar temporalmente entre E y E', lo cual, evidentemente, según la disposición que se ha dado de los eventos, es falso. Shimony arguye que los eventos en cuestión forman una n–cuádrupla: F es diferente de G, F y G son genidénticos con E y E' y E está k–conectado con E' dada la genidentidad de los eventos en cuestión. También arguye que el evento G pertenece a una n–cadena que conecta a E y E': existe un evento F tal que su sola ocurrencia no garantiza la k-conexión de E y E' y que forma una n–cuádrupla con E, E' y G. Grünbaum desmonta el argumento de la objeción replicando que los eventos F y G no son físicamente necesarios para la k–conexión de E y E', no cumpliéndose así el axioma 5.4–(6c) de nuestro predicado conjuntista, el cual afirma que de las teorías físicas y de la afirmación de hecho según la cual E y E' son genidénticos con L o M, se infiere que E y E' están k–conectados. En efecto, de:

[48] Cf. *ibid*, pp. 196-197.

[49] Cf. van Fraassen, B.C.: *Introducción..., op. cit.*, p. 217.

fiere que E y E' están k–conectados. En efecto, de:
$\Box_f\{[(G(EL)\wedge G(E'L))\vee(G(EM)\wedge G(E'M))]\rightarrow C_k(EE')\}$ se sigue, por la definición (5.0),
$\Box\{f\rightarrow\{[(G(EL)\wedge G(E'L))\vee(G(EM)\wedge G(E'M))]\rightarrow C_k(EE')\}\}$, de lo cual se obtiene, por la equivalencia lógica denominada "exportación":
$\Box\{[f\wedge[(G(EL)\wedge G(E'L))\vee(G(EM)\wedge G(E'M))]]\rightarrow C_k(EE')\}$.

Por tanto, los eventos X, Y, F y G del ejemplo de Shimony no forman una n–cuádrupla. Según Grünbaum los eventos X, Y, F y G son "físicamente necesarios para la ocurrencia" de E y E', mientras que sólo los eventos X e Y son "físicamente necesarios para la k-conexión" de E y E'. Desde el punto de vista de nuestra axiomática la "necesidad para la ocurrencia" viene dada por las condiciones (a) y (b) de la definición 5.4–(6), y la "necesidad para la k-conexión" viene dada por las condiciones (a), (b) y (c) de la mencionada definición.

La crítica de van Fraassen muestra que la asunción de eventos que son físicamente necesarios para la k–conexión de dos eventos trae consigo una inadecuación de la teoría del orden temporal de Grünbaum. Para dar cuenta de ello nos propone lo siguiente. Supongamos una línea del universo abierta y, sobre ella, el evento A sucede antes del evento X, X antes que el evento B y B sucede antes que el evento C. Según las definiciones de Grünbaum si X no hubiese acaecido, los eventos B y C no estarían k–conectado, y por consiguiente, no se hubiese dado la ocurrencia de C, dado que X es necesario para la ocurrencia y la k–conexión de B y C. Pero, objeta van Fraassen, es físicamente posible que ocurra otro evento que sea necesario para la k–conexión de B y C. Ahora bien, podemos argüir que su crítica no tendría lugar si nuestro universo fuera determinístico, pues, dados dos acontecimientos en una línea del universo, el resto estaría fijado de tal manera que su acaecer sería irrevocable. Pero, nos hace notar van Fraaseen, tal suposiciòn implicaría una inconsistencia con respecto a la teoría del orden temporal de Grünbaum. En efecto, en la secuencia A–B–X–C, si A no acontece en la línea del universo, puede deberse o bien a que el proceso en cuestión deja de existir, o bien a que acaece otro evento A' en lugar de A, Pero esta última posibilidad se excluye, dado que las secuencias A–B–C y A'–B–C contradicen el determinismo admitido. La conclusión es, como señala van Fraassen, que el acontecimiento A es también necesario para la k–conexión de los eventos B y C, y por consiguiente, A estaría entre B y C en contra de lo supuesto.

Ciertamente esta crítica muestra una inadecuación de la teoría de Grünbaum con respecto a cierto acaecer "real" de los eventos. Sin embargo, esta teoría nos proporciona un concepto topológico de tiempo que, bajo nuestra interpretación de la necesidad física, es aplicable a cualquier teoría física, inclusive a aquellas teorías que se consideran acrónicas y atópicas.[50] En este sentido, la teoría de Grünbaum se constituye como una metateoría que determina un orden en los estados que nos proporcionan las teorías físicas, independientemente del problema del "acaecer" de dichos estados.

§6. Exposición de la Teoría del Orden Temporal de van Fraassen

La teoría de van Fraassen se presenta como una sistematización de las teorías de Grünbaum. Su tratamiento es novedoso en dos aspectos: Primero, utiliza la estrategia básica de explicar el orden temporal de los eventos, en cualquier línea del universo, por su relación con acontecimientos en otras líneas del universo. Recordemos que la estrategia llevada a cabo por Grünbaum consistía en explicar el orden temporal en una única línea del universo y, luego, en explicar el orden de todos los acontecimientos por medio de la k–conexión, relación ésta que correlaciona líneas del universo distintas. Segundo, escoge nuevas nociones básicas que suponen, en el "contexto de explicación", las nociones modales utilizadas Grünbaum. De esta forma elude los difíciles problemas interpretativos concernientes a las modalidades.

50 Según M. Bunge, una teoría es *acrónica* si se ocupa exclusivamente de propiedades que se conservan a través del tiempo (por ejemplo, la estática, la óptica geométrica y la teoría cuántica de los estados estacionarios), y *atópica* si no toma en consideración las propiedades espaciales de los objetos que estudia, con excepción de sus propiedades topológicas (por ejemplo, la teoría de redes). Cf. "Physical Time...", *op cit*, Sección 3.

Los conceptos básicos utilizados por van Fraassen son: evento, genidentidad y conectabilidad causal.

Se denota por: E al conjunto de los eventos, G a la relación de genidentidad, C_c a la relación 'Conectabilidad Causal', W a la clase de líneas del universo, Sim_T a la relación de simultaneidad topológica, C a la relación de coincidencia entre pares de eventos, $SimW_i(X)$ a la clase de simultaneidad del evento X en W_i, $PC(W_i)$ a la clase de partes continuas de W_i y S_t a la relación 'Separación Temporal'.

Estableceremos seguidamente, según la propuesta de van Fraassen,[51] las condiciones axiomáticas que relacionan estos componentes:

Definición 6.1: x es un *"Orden temporal de van Fraassen"* (abreviado por: $x \in OTVF$) si y sólo si existen E, SL, W, $PC(W_i)$, $SimW_i(X)$, e, r, a, G, C_c, Sim_T, C y S_t tales que:

(1) $x = \langle E, SL, W, PC(W_i), SimW_i(X), e, r, a, G, C_c, Sim_T, C, S_t \rangle$

(2) E es un conjunto no vacío ($E \neq \varnothing$)

(3) $SL \subset E$

(4) $W \subseteq E$ y $W = \{W_i\}$ con $i > 1$

(5) $PC(W_i)$ es una clase de conjuntos; $PC(W_i) \subset 2^W$

(6) $SimW_i(X)$ es una clase de conjuntos; $SimW_i \subset W$

(7) e, r, a son funciones de SL en E

(8) $G \subset E^2$ y G es reflexiva, simétrica y transitiva

(9) $C_c \subset E^2$ y C_c es reflexiva y simétrica

(10) $Sim_T \subset E^2$

(11) $C \subset E^2$

(12) $S_t \subset E^2$

(13) Para todo $X \in E$, $W_i = \{Y \mid Y \in E \wedge G(XY)\} \subset E$

51 Cf. van Fraassen, B.C.: *Introducción...*, *op. cit.*, pp. 219–225.

(14) $(\exists W_i)(\exists W_j)[W_i, W_j \in \mathcal{W} \wedge W_i \cap W_j = \varnothing]$ con $i \neq j$

(15) $(\forall s)[s \in SL \rightarrow C_c(e(s), r(s)) \vee C_c(e(s), r(s)) \vee C_c(r(s), a(s))]$

(16) $(\forall X)(\forall Y)[X, Y \in \mathcal{E} \wedge G(XY) \rightarrow C_c(XY)]$

(17) Para todo $X, Y \in \mathcal{E}$, se tiene:

$Sim_T(XY) \leftrightarrow \sim C_c(XY)$

(18) Para todo $X \in \mathcal{E}$ y para todo $W_i \in \mathcal{W}$, si $X \notin W_i$ entonces existen $Y, Z \in W_i \subset \mathcal{E}$ con $Y \neq Z$ tales que:

$Sim_T(XY) \wedge C_c(XZ)$

(19) Para todo $X \in \mathcal{E}$, si $X \notin W_i$ entonces,

$SimW_i(X) = \{Y \mid Y \in W_i \wedge Sim_T(XY)\} \subset \mathcal{W}$.

(20) Para todo $W_i \in \mathcal{W} \subset \mathcal{E}$ y para todo $X \in \mathcal{E}$, $PC(W_i) = W_i^*$ si, y sólo si:

a) $W_i^* \subseteq 2^{W_i}$

b) Si $X \notin W_i$ entonces $SimW_i(X) \subseteq W_i^*$

c) Si $p_1, p_2 \in W_i^*$ y $p_1 \cap p_2 \neq \varnothing$, entonces $p_1 \cap p_2 \in W_i^*$

d) Si $p_1, p_2 \in W_i^*$ y $p_1 \cap p_2 \neq \varnothing$, entonces $p_1 \cup p_2 \in W_i^*$

e) Para todo W_j, si W_j satisface a, b, c y d, entonces $W_i^* \subseteq W_j$

(21) $(\forall X)(\forall Y)\{X, Y \in W_i \rightarrow (\exists PC(W_i))[X, Y \in PC(W_i)]\}$

(22) Para todo $X, Y \in \mathcal{E}$, se tiene:

$C(XY) \leftrightarrow (\forall Z)[C_c(XZ) \leftrightarrow C_c(YZ)]$

(23) Para todo $E, X, E', Y \in \mathcal{E}$, si $E, X, E', Y \in W_i \subset \mathcal{E}$, entonces:

$S_t(XY/EE')_{Wi} \leftrightarrow (\forall PC(W_i))[E, E' \in PC(W_i) \rightarrow X \in PC(W_i) \underline{\vee} Y \in PC(W_i)]$

La Def. 6.1–(13) indica que las líneas del universo son un conjunto de acontecimientos genidénticos con cualquier otro evento. Como la genidentidad es una relación de equivalencia (Def. 6.1–(8)), las líneas del universo son clases de equivalencia.

La Def. 6.1–(14) establece la existencia de al menos dos líneas del universo recíprocamente disjuntas. Este requerimiento se debe a que, si no se excluye la posibilidad de un universo constituido por una sola línea del universo, la estrategia de van Fraassen carecería de sentido.

La Def. 6.1–(15) establece que están causalmente conectadas la emisión, reflexión y absorción de una misma señal luminosa. Asimismo, la Def. 6.1–(16) nos dice que si dos eventos son genidénticos, entonces están causalmente conectados. Es de aclarar que "conectabilidad causal" significa en este contexto "la posibilidad de k–conexión entre dos eventos".[52] La diferencia con respecto a las formulaciones de Grünbaum consiste en que 'conectabilidad causal' es, para van Fraassen, un término primitivo y, por tanto, no es definible a partir de otra noción (ya sea modal o no). A lo sumo, dicho concepto supone nociones modales en un contexto de explicación dado por comentarios informales. De esta forma se eluden, en el marco formal, las nociones 'necesidad física' y 'posibilidad física' y, con ellas, la utilización de la lógica modal como lógica subyacente a la teoría topológica del tiempo. Por lo tanto, presuponemos en esta reconstrucción la lógica de primer orden con identidad y la teoría informal de conjuntos.

La Def. 6.1–(17) indica que dos acontecimientos son topológicamente simultáneos si es falso que estén causalmente conectados. Como hemos visto que dos eventos están causalmente conectados si son genidénticos o es físicamente posible que pertenezca a la historia de una misma señal luminosa, entonces los teoremas obtenidos en la sección anterior, a partir del "Sistema de Simultaneidad de Grünbaum", se aplican análogamente a la estructura del "Orden Temporal de van Fraassen" sustituyendo '$\Diamond_f C_k$' por 'C_c'.

La Def. 6.1–(18) postula que para cualquier acontecimiento X que no esté en la línea del universo W_i, existen otros dos eventos Y y Z que pertenecen a W_i tales que, X es topológicamente simultáneo con Y y X es causalmente conectable con Z.

La Def. 6.1–(19) nos dice que la clase de simultaneidad de X en W_i es la clase de todos los acontecimientos en W_i que son topológicamente simultáneos con X. De este postulado y del postulado 6.1–(18) podemos afirmar que cada línea del universo está enteramente cubierta por clases de simultaneidad.

Nótese, en la Def. 6.1–(20), que la clase de Partes Conti-

52 Cf. *ibid*, p. 232.

nuas de una línea del universo W_i, cumple con las condiciones de un espacio topológico (*vid.* Nota 8).

La Def. 6.1–(21) nos dice que si X e Y son acontecimientos en la línea del universo W_i, entonces existe una parte continua de W_i a la que pertenece tanto X como Y.

La Def. 6.1–(22) señala que los acontecimientos X e Y son Coincidentes si, y sólo si, X es causalmente conectable con otro acontecimiento Z si, y sólo si, Z es causalmente conectable con Y. Intuitivamente esta definición nos dice que un acontecimiento es coincidente con otro sólo si pueden ser conectados causalmente por un tercer acontecimiento o señal. Por ejemplo, supongamos dos teléfonos que se encuentran en dos lugares separados espacialmente A y B, y que, por ellos, dos personas sostienen una conversación. Los acontecimientos que involucran esta situación son coincidentes porque hay una señal que conecta causalmente a los eventos en cuestión.

El siguiente teorema muestra que la relación de coincidencia es una relación de equivalencia:

Teorema 6.1: 'C' es una relación de equivalencia.
Prueba:
Reflexiva: Trivial.
Simétrica: Supongamos que X coincide con Y, entonces:
$(\forall Z)[C_c(XY)\leftrightarrow C_c(YZ)]$ por definición 6.1–(18),
$(\forall Z)[C_c(YZ)\leftrightarrow C_c(XZ)]$ por conmutatividad del '$\leftrightarrow$',
y, aplicando nuevamente la definición 6.1–(18): C(YX).
Transitiva: Supongamos que $C(XY) \wedge C(YZ)$ entonces:
$(\forall W)[C_c(XW)\leftrightarrow C_c(YW)] \wedge (\forall W)[C_c(YW)\leftrightarrow C_c(ZW)]$
lo cual es equivalente a:
$(\forall W)[C_c(XW)\leftrightarrow C_c(YW) \wedge C_c(YW)\leftrightarrow C_c(ZW)]$
y aplicando la ley del silogismo:
$(\forall W)[C_c(XW)\leftrightarrow C_c(ZW)]$, obteniendo así: C(XZ).

La Def. 6.1–(23) es el axioma estructural de la noción *"Orden Temporal de van Fraassen"*. Esta nos dice que si los acontecimientos E,X,E',Y pertenecen a la misma línea del universo W_i, entonces X e Y separan a E y E' en W_i si, y sólo si, toda parte continua de W_i que conecta a E y E' contiene o bien a X o bien a Y.

El siguiente predicado conjuntista establece una asignación de coordenadas temporales topológicamente admisibles para la noción "Orden Temporal de van Fraassen":

Definición 6.2: x es una *"Asignación de Coordenadas Temporales Topológicamente Admisible"* si, y sólo si, existen E, SL, W, $PC(W_i)$, $SimW_i(X)$, e, r, a, G, C_c, Sim_T, C, S_t y T tales que:

(1) $x=\langle E, SL, W, PC(W_i), SimW_i(X), e, r, a, G, C_c, Sim_T, C, S_t, T\rangle$
(2) $\langle E, SL, W, PC(W_i), SimW_i(X), e, r, a, G, C_c, Sim_T, C, S_t\rangle \in OTVF$.
(3) T: $E \longrightarrow \Re$ función ó T: $E \longrightarrow \Re \cup \{\infty\}$ función
(donde '∞' representa al punto impropio)
(4) $(\forall X)(\forall Y)[C(XY)\rightarrow T(X) = T(Y)]$, donde $X,Y \in E$
(5) $(\forall X)(\forall Y)[\sim C(XY) \wedge Sim_T \rightarrow T(X)= T(Y)]$, donde $X,Y \in E$
(6) Para todo E, X, Y, $E' \in W_i \subset E$ se tiene que T(X) y T(Y) separan numéricamente a T(E) y T(E') si, y sólo si, $S_t(XY/EE')_{Wi}$

En el anterior predicado conjuntista, T representa la función que llamamos "tiempo". Según la condición 6.2–(3) esta función tiene como dominio al conjunto de los eventos y como recorrido o bien al conjunto de los números reales, o bien al conjunto de los números reales ampliados.

Según la Def. 6.2–(4), si dos acontecimientos coinciden, entonces son iguales sus asignaciones de coordenadas temporales. Si no son coincidentes, pero son topológicamente simultáneos, también se les asigna el mismo número real a sus coordenadas temporales.

La asignación de coordenadas constituye una condición mínima para que la función T represente un concepto cuantitativo que corresponda al concepto comparativo formado por "separa a". La idea que subyace a la definición 6.2 es la siguiente: asociamos mediante T los acontecimientos con una clase numérica (los números reales o los reales ampliados) de modo que se conserve el orden establecido por los conceptos comparativos; de esta forma, podemos emplear nuestro conocimiento sobre los números para obtener cierto conocimiento del dominio *E*. Para establecer esta igualdad o isomorfía entre el dominio *E* y los números reales o un subconjunto de ellos, tomamos como argumentos de T no los acontecimientos, sino clases de equivalencia de acontecimientos. La significación filosófica de esto consiste en que se formula un principio de abstracción: los eventos equivalentes generan clases idénticas (tal es el caso de las distintas clases de equivalencia dadas por los eventos simultáneos, o las dadas por los eventos genidénticos). La importancia metodológica de este principio de abstracción es que la aplicación del mismo reduce substancialmente el número de entidades que se estudian.[53]

El último axioma establece que dos eventos X e Y separan temporalmente a E y E' en la línea del universo W_i si, y sólo si, la asignación de coordenadas temporales a X e Y separan numéricamente a la asignación de coordenadas de E y E'. La noción de Separación Numérica es definible por medio de la llamada Razón Doble de Cuatro Elementos definida en geometría proyectiva como sigue:

Definición 6.3: Para todo $A,B,C,D \in \Re \cup \{\infty\}$, se llama Razón Doble entre los mismos, a la expresión:[54]

$$(AB/CD) = \frac{\frac{AC}{BC}}{\frac{AD}{BD}}$$

La definición de Separación Numérica procede de la anterior definición de la siguiente manera:

Definición6.4: Para todo $A,B,C,D \in \Re \cup \{\infty\}$, AB Separa Numéricamente a CD si y sólo si la razón doble de A,B,C,D es negativa.[55]

53 Cf. Suppes, P.: *Introducción a la Lógica Simbólica*, México, C.E.C.S.A., 1979, p.271.

54 Cf. Ayres, F. Jr.: *Geometría Proyectiva*, México, Mc. Graw-Hill, Serie Schaum, 1970, p. 20.

55 *Ibidem*, p.162.

Una vez explicados los axiomas de van Fraassen pasemos a considerar, a la luz de este nuevo marco teórico, el problema de la posibilidad de viajar en el tiempo.

Las propuestas de Grünbaum y de van Fraassen dejan abierta la posibilidad del tiempo cerrado, por lo cual es válido preguntar: ¿se puede "rodear" al tiempo de tal manera que "volviéramos" a acontecimientos pasados?. En principio, y bajo este marco teórico, tal posibilidad implicaría que cualesquiera dos acontecimientos, en una línea del universo cerrada, son causalmente conectables. Pero esto contradice el axioma 6.1–(18), que estipula que para todo acontecimiento existen al menos dos acontecimientos distintos, uno de los cuales es causalmente conectable con él, y el otro topológicamente simultáneo con el acontecimiento en cuestión (recordemos que 'Simultaneidad Topológica' significa 'imposibilidad física de la k–conexión de dos eventos'). Además, la asunción de que todos los eventos son causalmente conectables, implicaría que no existe un límite superior para la velocidad de transmisión de las señales, lo cual traería como consecuencia que fuera un sinsentido el problema del orden temporal (*vid.* §2).

Luego debemos estipular, en términos no–métricos y como una condición de adecuación a la teoría del orden temporal, el presupuesto de que la luz presenta un límite superior para la velocidad de transmisión de las señales. van Fraassen enuncia el presupuesto, primero en términos de la noción 'posterior a', luego en términos de la noción 'entre' y, por último, en términos de la noción de 'separación de pares':

Anterior a: Si la emisión desde A de una señal luminosa coincide con la emisión desde A de alguna otra señal, entonces la llegada de la señal luminosa a A' es anterior a la llegada de esa otra señal a A'.

Entre: Si una señal luminosa va de A a A' y vuelve, y alguna otra señal entre A y A' tiene un término que coincide con la reflexión de esta señal luminosa, entonces su otro término no está entre la emisión y absorción de la señal luminosa.

Separación de Pares: Si una señal luminosa va de A a A' y vuelve, y otras dos señales tienen términos coincidentes con la reflexión de esta señal luminosa, entonces sus otros términos no separan la emisión y absorción de la señal luminosa.[56]

Por último, queremos señalar que tanto las propuestas de Grünbaum como la propuesta de van Fraassen, son respuestas en alto grado satisfactorias al problema del orden temporal. Ellas se constituyen, pues, como estructuras topológicas temporales "aceptables" que pueden subyacer a cualquier teoría física existente.

§7. Conclusiones

Hemos abordado en este artículo la tarea de sistematizar y reconstruir las teorías del orden temporal de Grünbaum y van Fraassen, utilizando para ello la axiomatización informal mediante la introducción de un predicado conjuntista. De esta forma intentamos evitar las metáforas e imperfecciones que por lo general se introducen por el uso del lenguaje ordinario, y establecer claramente el *status* y las propiedades lógicas de los conceptos considerados. Nuestro proceder fue, a grandes rasgos, el siguiente:

Planteamos el problema y, a partir de su formulación, examinamos los presupuestos que, al menos, ha de satisfacer una teoría del orden temporal. Se establecieron los antecedentes más próximos a las teorías que se reconstruyeron, a saber, las propuestas de Reichenbach en lo que respecta a una explicación del orden causal de los acontecimientos. En este punto se examinó, inicialmente, la cuestión sobre los átomos del lenguaje que han de considerarse en un análisis del problema planteado. Esta es una cuestión primordial que puede servir como punto de partida para el estudio de la ontología que presuponen las teorías de Grünbaum y van Fraassen.

Se consideró el problema de la lógica que subyace a las formulaciones estudiadas. Así vimos que en el caso de Grünbaum se supone una lógica modal, que permite definir las nociones fundamentales de necesidad y posibilidad física. van Fraassen supone la lógica de predicados, evitando los difíciles

56 van Fraassen, B.C., *Introducción...*, *op. cit.*, pp. 223-224.

problemas interpretativos de la lógica modal, mediante un ingenioso recurso que nos permitió, colateralmente, apreciar la gran diferencia entre definición y explicación. El ardid de van Fraassen mostró, además, que una buena explicación de términos primitivos ha de ser susceptible, al menos, de una representación, ya sea ésta geométrica, lógica, algebraica o de cualquier otra índole (tal como la que propusimos para la posibilidad y necesidad lógica).

Al examinar las teorías del orden temporal de Grünbaum y van Fraassen nos encontramos en un nivel del lenguaje superior al que utilizamos en nuestros primeros análisis: nuestros lenguajes objeto pasan a ser los metalenguajes expresados en las teorías de los mencionados filósofos del espacio–tiempo. En este sentido, al reconstruirlas, lo que hacemos es metameteorizar, pues se establece un análisis de metalenguajes.

El método de reconstrucción utilizado no se elige de manera acrítica. Se elige por lo simple y fructífero que ha mostrado ser este tipo de presentación para el análisis filosófico en el estudio de los fundamentos de teorías que involucran funciones métricas (tales como la mecánica clásica de partículas y la termodinámica de sistemas simples.[57] Lo único que podría considerarse "novedoso" es la aplicación de esta metodología a metateorías que no involucran funciones métricas sino relaciones de orden en su mayoría.

Fructífero ha mostrado ser el método. Permitió dilucidar el *status* de los términos y enunciados que involucran las teorías consideradas; aclaró, en gran parte, el significado de los términos mediante el esclarecimiento de la sintaxis que a ellos subyace. También nos permitió el establecimiento de las especializaciones de las teorías del orden temporal de Grünbaum.

Sólo al final, después de componer esta armazón lingüística, fue que nos aventuramos a considerar un problema clásico, el de la posibilidad de viajar en el tiempo, permitiéndonos mostrar la imposibilidad de tales viajes a la luz de nuestro marco lingüístico.

Por supuesto, no menos contextualizadas fueron las tenta-

57 *Vid.* Moulines, U.: *Exploraciones...*, *op. cit.*, y Suppes, P.: *Introducción...*, *op. cit.*

tivas de respuesta de los problemas que nos propusimos analizar inicialmente. Por último, intentamos dejar en claro los aportes y limitaciones de las teorías consideradas.

Nuestros resultados pueden resumirse como sigue:

(1) El intento de Reichenbach de definir un orden temporal para los acontecimientos fracasa por hacer uso de conceptos vagos e intuitivos, a saber, los conceptos de causa y efecto.
(2) Los enunciados que se refieren a eventos tienen que considerarse como las unidades fundamentales en el análisis lógico de las teorías topológicas de la temporalidad; más fundamentales que los enunciados que se refieren a objetos físicos.
(3) Todo intento de definir una "dirección" o "flecha" para el acaecer de los eventos, basado en ciertas suposiciones de los procesos naturales, está destinado a fracasar, por conducir a definiciones que presuponen, de una u otra forma, criterios de orden temporal.
(4) La llamada "inversión" temporal es meramente una operación matemática donde se verifica, para una función f en particular, la igualdad $f(t) = f(-t)$.
(5) No es necesario, para establecer relaciones de orden en el conjunto de los acontecimientos, estipular una dirección en el tiempo. Existen relaciones más fundamentales que las relaciones 'posterior a' o 'anterior a', a saber, las relaciones 'entre' y 'separación', que nos permiten una definición del orden temporal que abarca las distintas concepciones científicas y precientíficas sobre la estructura topológica del tiempo.
(6) La teoría del orden temporal de Grünbaum se constituye, bajo nuestra interpretación de la necesidad y posibilidad física, como una metateoría que determina un orden en los estados que nos proporcionan las teorías físicas, independientemente del problema del "acaecer real" de los acontecimientos que conforman dichos estados. En este sentido, podemos decir que la teoría de Grünbaum pertenece al conjuntos de presuposiciones metateóricas de toda teoría científica.
(7) La posibilidad de "viajes" en el tiempo puede excluirse axiomáticamente, en concordancia con las teorías físicas actuales. Esto no implica, por supuesto, que se abandone la posibilidad del tiempo topológicamente cerrado.
(8) Por último, se formuló topológicamente, a partir de la teoría del orden temporal, el presupuesto de que la luz presenta un límite para la velocidad de transmisión de las señales.

JESÚS F. BACETA V.

Universidad Central de Venezuela