EPISTEME NS, Vol. 25, Nº 1, 2005, pp.149-186

DOCUMENTO

PEDRO LLUBERES

UNIDAD, MÉTODO Y MATEMATIZACIÓN DE LA NATURALEZA

Introducción

El presente trabajo plantea una re-interpretación sobre las fuentes de donde fraguaron aspectos fundamentales de la matriz filosófica de un notorio período dentro de la historia del mundo occidental, es decir la Ilustración francesa. Esta reinterpretación se incardina en tres conceptos básicos que subyacen en la conformación del moderno pensamiento Occidental: unidad, método y matematización de la naturaleza. El punto de referencia que vértebra en este caso nuestra aproximación al pensamiento ilustrado francés -representado aquí por dos prominentes figuras, Jean D'Alembert y Etienne de Condillac- lo constituye la obra de Descartes.

Como es bien sabido el punto de vista "oficial" al respecto en torno a la Ilustración francesa la dibuja típicamente como una suerte de sub-producto del empiricismo británico representándose particularmente a Newton, Bacon y Locke como sus santos patronos. De hecho los propios protagonistas refuerzan esa imagen sea a través de la glorificación volteriana de Newton o los reiterados y ditirámbicos elogios de un Condillac o un D'Alembert al susodicho triunvirato. En cuanto a Descartes el contraste no podría ser más visible puesto que a menudo los propios Ilustrados, y aun registrados ciertos reconocimientos de peso, presentan su pensamiento en medio de un horizonte harto desfavorable.

En décadas recientes sin embargo han venido perfilándose interpretaciones que abren unas perspectivas mucho más amplias; tal el caso del importante opúsculo de A. Vartanian sobre Diderot o de los diversos estudios de M. Paty sobre la obra de D'Alembert. La complejidad de los temas involucrados ha sido recientemente enfatizada por Rom Harré por ejemplo, quien ha llamado la atención sobre diversas corrientes gestadas dentro de la propia tradición cartesiana, lo cual invita a explorar con mayor especificidad los varios canales que confluyen dentro de esa tradición como posibles raíces intelectuales del movimiento ilustrado francés. Una tesis central de nuestro trabajo viene precisamente fraguada por la idea de que los tres conceptos interrelacionados aludidos -unidad, método y matematización- nos proveen las coordenadas básicas en que apoyar el planteamiento que defendemos. La escogencia de dos figuras centrales como Condillac y D'Alembert supliría así el material adecuado para la aludida exploración. En el marco de un importante coloquio parisino (1983), D'Alembert en particular fue catalogado por J. Dieudoné como una compleja personalidad que "resume casi todo su siglo".

Sin prejuzgar en absoluto acerca de la pertinencia de factores "externos" socio-culturales operantes en la conformación del pensamiento ilustrado, hemos tomado como pivote de nuestro trabajo, según se señalase arriba, el programa cartesiano, guía ésta por demás representativa de un nuevo estado de cosas en el mundo occidental. A su vez, el intento de contextualizar un tanto los aportes cartesianos en materia de unidad, método y matematización debe contribuir a una mayor comprensión del contenido de esas novedades. De allí el propósito de los dos primeros capítulos en los cuales hemos tratado de fijar ciertos horizontes -en particular el aristotélico- prevalentes en el entorno cultural dentro del cual habría de consumarse la obra cartesiana.

Conviene por otra parte llamar la atención sobre el hecho de que nuestra aproximación a Descartes le da un peso específico a su condición muy particular de científico, matemático y filósofo. De aquí la importancia de trabajos como "Le Monde", un notable opúsculo cosmogónico-cosmológico notoriamente subestimado, el cual junto a obras como las "Reglas", la "Dióptrica", el "Tratado del hombre" o la "Géométrie" constituyen un sólido basamento en el que se apoya eso que hemos tratado de identificar como el *"programa"* cartesiano de una ciencia universal, es decir, la visión de un esquema radicalmente *unitario* de los saberes humanos posibilitado por un *método* universal en el que se involucra una firme interconexión de componentes según el paradigma *geométrico*. Hemos dado por otra parte particular prominencia al giro que se operase en Descartes en torno a una noción tradicional clave como lo es la noción de *substancia*, lo cual subyace en su intento de consolidar una visión del mundo que nos rodea, fundamentada en una partición excluyente y exhaustiva de dos órdenes de realidad.

Considerados desde la perspectiva propuesta tratados científicos como el "Traite de Dynamique" de D'Alembert o el inacabado intento de Condillac por estructurar un lenguaje apropiado a los rigores del saber científico pueden ponderarse como sólidamente incardinados en las coordenadas interpretativas -unidad, método y matematización- que fijan el horizonte del presente trabajo. En la misma línea el modelo de sujeto humano perfilado en la obra de Descartes constituye igualmente un punto de referencia no menos significativo para evaluar convergencias de fondo con uno y otro pensador, pudiendo a su vez contrastarse con la visión lockeana sobre la persona humana, visión ésta que difiere en aspectos fundamentales respecto a estos pensadores.

Conviene finalmente dejar en claro un par de cuestiones. La primera, que no se trata en absoluto de poner en duda la inmensa deuda intelectual de la Ilustración francesa con personalidades como Newton, Bacon o Locke, deuda por lo demás nada recóndita. De hecho, hemos intentado a ese respecto ponderar convergencias y divergencias entre Newton y Locke por una parte y Descartes por la otra a fin de poder demarcar en lo posible dónde se manifiesta la filiación cartesiana de los Ilustrados franceses. La segunda, que nuestro enfoque no porta un intento procústeo de uniformización del caleidoscopico panorama del pensamiento ilustrado en función de una presunta raíz común cartesiana. Tal vez uno de los rasgos más notorios del pensamiento ilustrado en general y de la Ilustración francesa en particular fue precisamente la *diversidad*, incluso dentro de la obra de un mismo autor; situación ésta muy a tono con una dinámica de posibles cambios de puntos de vista sobre temas determinados.

Una comparación feliz ha asociado a la Ilustración con un arco iris, y ello puede apreciarse en la multiplicidad de áreas y puntos de vista que cobran una dinámica propia dentro del pensamiento ilustrado. Por algo -refiriéndose de conjunto al período- se ha hablado (en palabras de D'Alembert) de un *"fermento"* de conocimientos. Ese ímpetu explosivo en donde se ha gestado la modernidad occidental ha sido típicamente contrastada con épocas precedentes, tildadas de oscurantistas. De aquí la etiqueta de las "luces" para caracterizar en conjunto el momento histórico en cuestión.

Estando conscientes de la diversificación que tipifica al período en cuestión debe resultar claro que el presente estudio está muy lejos de perseguir una visión de conjunto, global, al estilo por ejemplo de lo que intentase Cassier en un connotado trabajo sobre la filosofía de la Ilustración, aun cuando si la tesis aquí esbozada prospera en sus alcances genuinos, debería seguramente proyectar implicaciones para una interpretación y evaluación del período en conjunto. Nuestra propia discusión sobre Condorcet, cuyo célebre 'Esquisse' sobre el progreso humano perfila una filosofía de la historia, podría ilustrar una de esas proyecciones, la cual en este caso va directamente asociada al tema vasto y complejo del dominio de la naturaleza. Sobre ello dedicaremos unas reflexiones en el último capítulo.

Quisiera concluir esta "Introducción" expresando mi agradecimiento al Dr. Rom Harré quien fue mi tutor de trabajo doctoral en la Universidad de Oxford y de cuyos vastos saberes y calidad humana resulta difícil no derivar un considerable aprovechamiento. Vaya igualmente una palabra muy especial de reconocimiento a Sir Anthony Kenny, mi antiguo tutor en Oxford con quien tuve la buena fortuna de iniciarme en la obra de Descartes, y quien fue un factor de estímulo en la consecución del aludido trabajo.

Para los apreciados amigos y colegas del Instituto de Filosofía de la Universidad Central de Venezuela, en especial los profesores Piero Lo Monaco, Benjamín Sánchez y Julio Hernández, así como los lamentablemente desaparecidos Juan Ñuño y Ernesto Batistella, un reconocimiento no menos especial por las fructíferas conversaciones y discusiones sobre lo humano y lo divino a lo largo de tantos años de participación en este centro de estudios.

Matemáticas y matematización en Descartes. Explorando territorios.

Referirse en general a la "concepción de la matemática" en Descartes podría inducir de partida hacia asociaciones particularmente engañosas, en especial si se piensa en términos de un dominio bien definido con características específicas y perfectamente demarcables el cual estaría cubierto bajo el apelativo de "matemáticas". Basta tan solo recordar la simple distinción sustentada por Descartes entre una matemática "vulgar" y una "vera" matemática, lo cual nos pone ya en guardia respecto a cualquier versión simplista sobre la materia. Más aun, en línea con lo puntualizado por Vuillemin, cabría hablar de dos horizontes matemáticos en la obra cartesiana: de una parte su célebre "Géometrie" y por la otra lo contenido en varias de sus cartas sobre cuestiones matemáticas, éstas últimas señalando caminos y perspectivas diversas respecto al aludido y consagrado texto.[1]

A los efectos del presente trabajo sin embargo, nuestro foco de interés se concentra en la "Géometrie", en la medida en que este histórico trabajo puede incardinarse e irradia luces dentro del programa cartesiano de una ciencia universal, entendida ésta bajo su triple componente de unidad, método y matematización. Hay por supuesto toda una gama de problemas técnicos que conciernen al especialista los cuales transcienden el ámbito del presente estudio; temas tales cómo por ejemplo la ausencia de análisis infinitístas en la "Géometrie" y su presencia en algunos importantísimos textos de su "Correspondencia", escapan a nuestro trabajo.

Hecha esta advertencia y aun reconocida la presencia de una línea de pensamiento algebraico que para el momento en que vivía Descartes era ya particularmente presente en la obra de Viète, podríamos comenzar señalando que dentro de lo que tradicionalmente se asociaba con la noción de "matemática" gozaba de especial prominencia la geometría griega; prominencia ésta perfectamente vigente dentro del contexto cultural en que se movía Descartes. Esta geometría cabría identificarla como la ciencia que estudia las propiedades del espacio y como tal ligada a sus herramientas representacionales, esto es, gráficos, diagramas o figuras así como dos instrumentos por excelencia: regla y compás.

Dos postulados básicos de Euclides subyacen precisamente a esta última primacía: el que licencia el trazado de una línea recta entre dos puntos cualesquiera y el que licencia el trazado de un círculo con cualquier centro y distancia.[2] Ha sido costumbre acotar

1 Cf. Vuillemin J., *Mathématiques et métaphysique chez Descartes*, Paris, P.U.F., 1960, p.p. 9-10. Un señalamiento clave de Vuillemin tiene que ver con la supuesta omisión cartesiana de procedimientos infinitesimales. Ello podría ser válido según Vuillemin en referencia a la "Géométrie" pero no así respecto a textos relevantes dentro de la "Correspondencia". Señala así Vuillemin que "Descartes est le premier á appercevoir que l' integration est une operation inverse de la détermination de la tangente á une courbe. Il dégage ce principe essentiel du Calcul infinitesimal dans la lettre á F. de Baune, du 20 février 1639" en *Ibid.,* p. 56. Costabal por su parte ha interpretado el imperio de una matemática finita en la "Géométrie" como un paso *previo* al desarrollo de una matemática infinitaria; Cf. Costabal P., "Descartes et la mathématique de l' infinie", en *Hist. Scientiarum*, 1985, pp. 37-49. Cf. Costabal, "La Géométrie que Descartes n' a pas publié", en Religioso, G. (Ed.), *Descartes: il método e i saggi*, Firenze, Inst. della Enciclopedia Italiana, 1990, vol. II, pp. 371 -9).

2 Euclides, *Elementos (Lib I - IV)*, Madrid, Gredos, 1991, p. 197. (Traducción, M. L. Puertas C.) El lector interesado dispone en nuestra lengua de una tra-

entre los estudiosos que la geometría clásica se vincula directamente a experiencias visuales. Pero, ¿hasta qué punto? Así por ejemplo, ¿podría la geometría clásica prescindir de su modo diagramático de representación?, ¿hasta qué extremos dentro de los horizontes de esa matemática cabría, digamos, su substitución por un modo algebraico de representación? Se han planteado en tal sentido diversos alegatos en cuanto a conexiones al menos implícitas entre uno y otro campo dentro de la matemática clásica, postulándose así una especie de sustrato algebraico dentro del pensamiento geométrico clásico.

Ubicados dentro de una línea de pensamiento semejante podríamos encontrar incluso posiciones tales como las de Van der Waerden, quien extiende el criterio de algebraización bastante más atrás de la geometría griega, alcanzando incluso hasta la matemática babilónica. Lo que este distinguido autor identifica como "geometric algebra" podría así ponderarse como una suerte de continuación del álgebra babilónica. Desde tales horizontes podríamos entonces sentirnos tal vez en libertad de "traducir" la terminología geométrica por la algebraica asumiendo de paso que no habría peligro de deformación en la reconstrucción del lenguaje geométrico en un lenguaje algebraico y el uso consecuente de la moderna notación algebraica.[3]

Creemos sin embargo que a la luz de trabajos tan importantes como los de Jacob Klein tal género de planteamientos merece serias cavilaciones, puesto que entre otras cosas el argumento de Klein nos alerta sobre severas deformaciones y malentendidos que podrían presentarse cuando se leen esas fuentes matemáticas clásicas con unos lentes ajustados a lo que ha sucedido posteriormente. Klein

---

ducción reciente del texto completo euclideano cuyo primer volumen contiene una extensa y clarificadora 'Introducción' de parte de Luis Vega.

3 Van der Waerden, B. L., *Science Awakening*, Gronigen, Noordkoff, 1954, p. 119 (Traducción A. Dresden) La representación numérica pitagórica a través de diagramas bien podría ejemplificar una temprana ilustración de interconexión entre diversos dominios matemáticos. Directamente contrapuesto a una posición como la de Van der Waerden podría mencionarse una opinión como la de M. Mahoney: "The translation of past mathematics into modern symbolim and terminology represents the greatest danger of all. The symbols and terms of modern mathemaics are the bearers of its concepts and method" en Mahoney, *The mathematical Career of Pierre de Fermat,* Princeton N. J., Princeton U. P, 1973 (1601-1665), pp. XII - XIII, cit. por Unguru S., "On the Need to Rewrite the History of Greek Mathematics", en *Arch. for the Hist. of Exact Sciences*, 1975, p. 67.

invoca en otras palabras un serio ejercicio hermenéutico aplicado en este caso a la matemática clásica.[4] Para poner un simple pero significativo ejemplo: tratar de identificar nuestro concepto de "número" con su supuesto equivalente griego (esto es, "arithmos") involucraría -dentro de la perspectiva de Klein- un serio error conceptual dado que, según este autor, "arithmos" no significaba otra cosa que un número definido de objetos definidos.[5] Estaríamos así en las antípodas del concepto moderno de variable, es decir, un símbolo indeterminado que cubre rangos de valores los cuales fluyen como substituciones legítimas de la misma. De ser así, buena parte de la matemática griega no podría tildarse, sensu stricto, de "simbólica" en dicho sentido.[6] Añadamos de pasada que incluso cuando un concepto como el de proporción pasa a jugar papel de importancia en esa matemática, no obstante tal concepto estaría cubriendo allí predominante relaciones entre entidades determinadas más que entre variables en nuestro sentido moderno.

Ciertas consecuencias de las tesis de Klein han sido desarrolladas por S. Unguru, quien en base a ejemplos tomados principalmente de los "Elementos" de Euclides ha consolidado un planteamiento de considerable importancia tendiente a mostrar "las deficiencias inherentes al longevo y venerable punto de vista según el cual la geometría griega (o al menos parte importante de ella) no es más que "un álgebra disfrazada".[7] Las aseveraciones de Unguru son ciertamente tajantes, así "la verdadera" geometría (no la geometría analítica) resulta inconcebible sin diagramas y construcciones geométricas. En ausencia de diagramas "se esfuma el pensamiento geométrico". Más aun, las diferencias respecto a un modo de pensar algebraico serían tan substanciales que hablar dentro de semejante contexto de una "geometría algebraica" o un "algebra geométrica" sería una contradicción de términos, "una imposibilidad lógica" e incluso "una imposibilidad histórica".[8]

Se ha afirmado con pertinencia que el pequeño volumen de la obra matemática de Descartes contrastada a su enorme influencia

---

4 Klein, J., *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra,* Cambridge, Mass. M.I.T press, 1968, p. 121. (Traducción E. Brann)

5 *Ibid.,* p. 7.

6 *Ibid.,* p. 123.

7 Unguru, "On the Need…" cit., p. 88.

8 *Ibid.,* págs. 76, 77. Podríamos establecer en tal respecto comparaciones con Hobbes por ej. quien concibe a la geometría como una ciencia de figuras o formas generadas por movimientos.

histórica, plantea algo así como un enigma. En la opinión de uno de los estudiosos que han hecho tal tipo de observación ello sería indicativo de que ese trabajo "contiene algo radicalmente novedoso".[9] Creo que ubicándose a Descartes dentro del trasfondo al que acabamos de aludir, algo de ese "enigma" podría ser disuelto. En efecto, a través del contraste entre lo que por una parte algún especialista ha denominado *"el modo de pensar algebraico"* y por la otra la matemática clásica, parte fundamental de la novedad de la contribución cartesiana podría valorarse adecuadamente.[10] Teniéndose en mente un horizonte semejante, podemos señalar algunos puntos básicos de la contribución cartesiana en la 'Geomeírie' los cuales constituyen sólidos abonos en pro del modo algebraico de pensar:

1) La consolidación de una nueva notación a través de decisivas mejoras respecto a las históricas contribuciones de Viète, todavía limitadas por la mezcla de letras y palabras (por ejemplo, "A quadratus" o "A cubus" para referirse respectivamente a la segunda o -la tercera potencia de 'A' o 'AAA' y 'AAAA' para referirse respectivamente a la tercera o a la cuarta potencia de 'A'). Con Descartes por el contrario se despeja el camino para la moderna notación algebraica la cual se concentra básicamente en letras, números y signos de operaciones. Según lo acotado por un connotado historiador de la matemática, la "Geometría" de Descartes fue "el primer texto matemático que un estudioso de nuestro tiempo puede leer sin encontrar dificultades en la notación".[11] Más aun, la centralidad de la adscripción de nombres a los componentes de un problema y la solución correspondiente al mismo, se hace manifiesta al posibilitar una formulación precisa del problema a resolver; algo que en mul-

---

9 Molland, V. A. G., "Shifting the Foundations: Descartes" Transformation oí Ancient Geometry', *Historia Mathematica 3*, 1976, p. 22.

10 Cf. Mahoney "The Beginning of Algébrale thought in the Seventeenth Century" en Gaukroger S., (ed.), *Descartes, Philosophy, Mathematics and Physics*, Sussex, the Harverster Press, 1980, p 142.

11 Boyer C., "A History of Mathematics", N. York Wiley, 1968, p. 375. La importancia de la notación como ingrediente vinculante de la geometría con el álgebra se hace patente en una sección de la "Geometría" en la que Descartes habla específicamente del uso de letras en geometría; "Así, para sumar la línea BD y GH llamo a la una 'a' y a la otra 'b' y escribo a + b...y escribiré ab para indicar la multiplicación de la una por la otra. Así mismo a/b para dividir a por b. Y aa o a multiplicar a 'a' por sí misma y a para multiplicar este resultado una vez más por 'a' y así hasta el infinito; y a + b para obtener la raíz cuadrada de 'a + b..'(traducción citada, p. 281).

titud de casos no sería posible sin la disponibilidad de una notación adecuada.

2) Las implicaciones plenas de semejante consolidación notadicional del vocabulario habría que ponderarlas en función de cuestiones relativas a las proyecciones que porta consigo el instrumental algebraico como tal. Nos referimos con ello primeramente al carácter genuinamente simbólico incardinado en la nueva notación en cuanto representativo de rangos de valores los cuales podrían ser substitutos legítimos de los símbolos escogidos. Un ejemplo de las "Reglas" puede ilustrar el punto. Se trata del sencillísmo problema de la determinación de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos lados son 12 y 9 unidades respectivamente. Señala Descartes: "un aritmético dirá que aquella es V225 es decir, 15; pero nosotros en lugar de 9 y 12 pondremos 'a' y 'b' y encontraremos que la base es Va2+b2 y estas dos partes a2 y b2, que están confusas en el número, quedarían distintas". Con seguridad que tal tipo de consideración bulle tras de algunas afirmaciones de Klein cuando subrayaba por ejemplo que Descartes, operando dentro de una línea algebraica, ha sido la primera persona en interpretar a la geometría como una ciencia simbólica.[12] En realidad la distinción de Viète entre una "logística numérica" y una "logística speciosa", la cual trata de "especies" o "formas" de las cosas y su exploración de esta última, había abierto el camino al enfoque cartesiano.[13]

3) La "vía algebraica" es un camino orientado precisamente hacia la generalidad, la abstracción y el orden, liberando de hecho a la matemática de una dependencia irrestricta en gráficos, figuras o diagramas. Ello se hace patente por ejemplo en el papel pivotal que dentro del álgebra desempeñan las ecuaciones, entidades éstas en las que ciertas característica estructurales pueden ser peculiarmente mostradas (el tema de las ecuaciones constituye en efecto un elemento focal del Libro III de la 'Géometrie'). De hecho la manipulación de ciertas ecuaciones podría revelar por ejemplo que no todas las raíces tienen valores numéricos ortodoxos, abriéndose así

---

12 Klein, *Greek mathematical thought…,* cit., p. 206. El ejemplo citado en el párrafo lo discute Descartes en la "Regla XVI; (traducción citada, p. 119).

13 Viète F., "Introduction en l'art analytic", en *La nouelle algebre de M. Viète',* Paris, Fayard, 1986, p. 30. (Traducción J. Vaulézard) Con característica autosuficiencia Descartes sin embargo estuvo presto a minimizar la presunta influencia de Viète sobre su obra.

el panorama a nuevos tipos de entidades (raíces "imaginarias")[14] en el dominio matemático: "por vez primera aparecen así objetos nuevos, abstractos y no intuitivos en la matemática y ello como resultado de consideraciones básicamente estructurales".[15]

Esta situación bien podría contrastarse con lo sucedido dentro de la evolución de la matemática griega al constatarse la inconmensurabilidad de la diagonal con los lados de ciertas figuras geométricas. Dado que por ejemplo la raíz cuadrada de 2 no se puede representar como una fracción de dos enteros, se llegó a la conclusión de que tal raíz no podía ser en absoluto un número, hecho éste identificado tradicionalmente entre los historiadores como la primera gran crisis de la matemática griega.

4) Una ecuación constituye de hecho un tipo de entidad en la que lo aritmético, lo geométrico y lo algebraico pueden converger; de modo tal que a través de la formulación algebraica el carácter general, estructural, de ciertas interrelaciones fundamentales entre componentes de un problema quedaría propiamente registrado y adecuadamente exhibido. La ecuación, como lo ha señalado Belval, unifica las propiedades de las curvas permitiendo así su identificación precisa. Una de las críticas a los modelos definitorios de la matemática greco-alejandrina tiene que ver precisamente con la ausencia de criterios unificados de definición de las curvas, lo cual se manifestaba en una pluralidad de modos de selección de las propiedades a ser incluidas en las diversas definiciones posibles, incluso hasta de una misma curva.

5) Los dividendos de la incardinación de los datos de un problema dentro de los parámetros de una ecuación se hacen visibles por ejemplo en la medida en que resume y simplifica la interacción de los componentes "mostrando directamente el nexo de las incóg-

14 Cf., Descartes, *Geometría…*, cit., p. 354. Y. Belval ha acotado no obstante que a Descartes en la practica "les imaginaires l' embarrassent" (Y Belval p. 294).

15 Mahoney, "The beginning of…" cit., p. 146. Refiriéndose al papel clave de la ecuación e el contexto cartesiano Belval subraya que T équation en donne une defmition qui unifie ses propriétés (esto es, de las curvas) les plus différentes et permet de l' identifier ; les différentes courbes, une fois exprimées par des équations relevant du méme systeme de coordonnées deviennent composables, on peut par résolution algébrique étudier leui intersections, on peut les grouper par familles et fair voir comment elles procédent naturellement les unes des autres" (Y. Belval, op. cit. p 286).

nitas con lo conocido";[16] punto éste sin duda crucial dentro de las estrategias metodológicas cartesianas. Por otra parte a través de la asignación de valores numéricos específicos puede obtenerse un contenido que se haría visible en la graficación de puntos obtenidos a partir de tales asignaciones.[17]

6) En la medida en que la estructura algebraica se hace sujeto de manipulaciones combinatorias, las relaciones matemáticas y no objetos estáticos como los de la geometría clásica pasan a desempeñar papel central para el matemático. Trascendiendo el canon substancialista, el modo de pensamiento algebraico se incardina así "en un lógica de relaciones más que en una lógica de predicados".[18] A tono sin embargo con algo enfatizado por Emily Grosholz podría afirmarse que tal orientación hacia los aspectos abstractos relacionales porta un alto precio, generando en este caso serias limitaciones como resultado de la radical "homogeneización" de los componentes que integran el estudio de los problemas. De aquí la insistencia en que no se debe incluir nada que vaya "más allá de la red de relaciones que captura".[19]

7) Ratificando parte de sus conclusiones de las "Reglas" vemos así cómo la línea recta funge como el ingrediente simple básico cuya aprehensión intelectual estaría sujeta a la intuición inmune a la duda a partir de lo cual se procedería a la solución adecuada de los problemas.[20] A la luz del reductivismo cartesiano radical -reducción a líneas rectas- se lograría de este modo, de partida, una unificación y homogeneización no menos radical del campo unificación y homogeneización no menos radical del campo geométrico, pero una vez más a costa de un severo precio puesto que tal selec-

---

16 Y. Belval op. cit. págs. 284-5 y 286.

17 Descartes, *Geometría*, cit., p. 297 (Subrayado P. Ll.). De hecho Klein ha enfatizado en tal sentido un punto por demás interesante, esto es, que la noción misma de figura geométrica habría sido radicalmente transformada en la obra cartesiana. Así, en lugar de ser concebidas como *totalidades* tal como aparecen en la geometría clásica (el círculo, el triángulo) ahora tales formas aparecen *generadas* como representación sucesiva de puntos.

18 Mahoney, "The beginning of…", cit., p. 142.

19 Grosholz, E., *Cartesian Method and the Problem of Reduction*, Oxford, Clarendon, 1991, p. 17. Comentando sobre la Regla VI y la teoría de las ecuaciones a que allí se alude concluye J. L. Marión que "L enterprise vise á ne connaitre que par relation et que des relations" (Cf., Marión, *Sur l' ontologie grise de Descartes*, Paris, Vrin, 1980, p. 99).

20 Cf., Descartes, *Geometría…*, cit., p. 279.

ción de líneas rectas "excluye la posibilidad de establecer relaciones y proporciones involucrando términos representativos de áreas, curvas o magnitudes infinitesimales...... se trata de una seria omisión por cuanto justamente a partir de la rica combinación de tales términos sus contemporáneos italianos, por ejemplo, trabajan en una geometría apta para representar problemas físicos..".[21]

No sin estar alertas a la presencia de tensiones y severas limitaciones inherentes al enfoque cartesiano, estos siete puntos pueden sin embargo darnos una idea del enorme potencial encapsulado en el texto de la 'Geometría', lo cual puede hacerse visible prácticamente desde sus primeras páginas con la jugada clave que se consuma con la solución dada a la operación de multiplicación. ¿Cómo multiplicar dos líneas? Tradicionalmente el producto de dos líneas se identificaba con el área del rectángulo generado por esas dos líneas. A su vez, el producto de un rectángulo y una línea recta se identificaba con el volumen del correspondiente cubo. (Por cierto esa herencia ancestral sobrevive aun en el lenguaje contemporáneo cuando hablamos de "elevar al cuadrado" o "elevar al cubo"). ¿Pero cómo proseguir? A la luz de nuestras limitaciones preceptúales, ¿cómo sobrepasar la tercera dimensión?

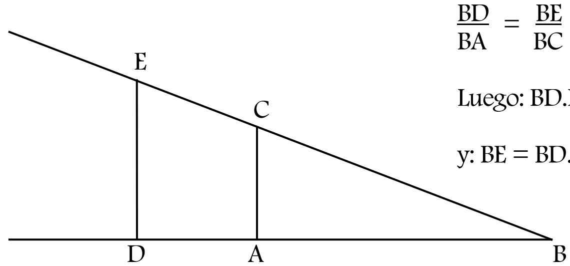
En su desarrollo del "arte analítico", centrado en formas y estructuras y utilizando el simbolismo de letras, Viète había forjado las condiciones para superar tal tipo de dependencia; no obstante cuando discute la operación de multiplicación afirma que el producto de dos magnitudes -en contraste a la operación de adición- generaría una magnitud heterogénea respecto a las primeras.[22] La solución cartesiana nos luce por lo tanto en su simplicidad como el corte de un nudo gordiano: el producto de dos segmentos seria otro segmento y así podemos proseguir sucesivamente multiplicación tras multiplicación obteniéndose siempre nuevos segmentos, es decir, magnitudes del mismo género en total independencia de figuraciones o consideraciones espaciales, génesis ésta de la trascendencia de este paso en la historia de la matemática.

No sólo ello, sino que aparte de haberse consolidado definitivamente las bases para la eliminación de la dependencia en las condiciones perceptuales asociadas a la operación respectiva, se

21 Grosholz, *Cartesian Method and*, cit., p. 20.

22 Viète, "Introduction en l'art… ", cit., p. 23. Por contraste en el caso de la adición, el resultado, según Viete, sería *homogéneo* con los sumandos; *Ibid.*,. p. 22.

logra en segundo término la unificación de un vasto dominio de problemas dentro de la geometría, puesto que el resultado de cualquiera de las operaciones básicas siempre generaría elementos de un mismo género, esto es, segmentos lineales. Ubicados en una perspectiva diacrónica habría igualmente que llamar la atención sobre las implicaciones históricas de haberse consolidado este vínculo explícito entre dominios matemáticos diversos. Veamos así el procedimiento cartesiano.[23] Se trata de multiplicar por ejemplo dos segmentos BD y BC según se indica en la figura. Asumiendo que el segmento AB sea la unidad podemos unir AC trazando seguidamente a DE paralela a AC. Entonces por nexos de proporcionalidad ente triángulos semejantes podría obtenerse por ejemplo a la siguiente relación:



$$\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC}$$

Luego: BD.BC = BA.BE

y: BE = BD.C

Es decir, la línea BE representa el producto buscado.

Acotemos sin embargo que si nos atenemos a un "orden de razones" riguroso, es decir, que las cosas propuestas en primer lugar deban de ser conocidas sin el auxilio de las siguientes, tendría que señalarse que el proceso metodológico habría estado aquí visiblemente vulnerado ya que la operación involucra crucialmente la utilización de triángulos y con ello el vasto reservorio de complejas propiedades geométricas que reposan de lleno en el corpus euclidiano. Es decir que propiedades como las resultantes de la semejanza de triángulos no se derivan sencillamente a partir del mero análisis de los segmentos lineales que integran la figura del correspondiente triángulo porque, como lo ha subrayado Grosholz, "un triangulo es algo más que la suma de sus partes";[24] en consecuencia

---

[23] Descartes, *Geometría…*, cit., p. 280.

[24] Grosholz, *Cartesian Method and,* cit., p. 23. El propio Descartes parecería en ocasiones abierto a violar su propio canon riguroso de "orden". Así por ejemplo en carta a Deriennes, le dice: "si vous passez du premier livre au troisiéme

se trataría de una entidad que como tal no sería reductible a sus partes componentes. Más aun, la identificación del segmento producto resultante se asienta en la teoría de las proporciones de modo tal que la operación clave estaría legitimada por dicha teoría. En este respecto, Vuillemin ha ido tan lejos como para afirmar que este opúsculo cartesiano "es primeramente una concepción de las proporciones".[25]

En otras palabras, e insistimos, si el triángulo y su gama de propiedades no son derivables sin residuo a partir de propiedades como tal de los segmentos que lo forman y por el contrario construcciones y operaciones a base de líneas según el procedimiento establecido por Descartes presuponen más bien los triángulos y sus propiedades, quedaría *eo ipso* afectada la postulación del segmento como la entidad "simple" a partir de la cual se estructurarían en última instancia las construcciones geométricas. En tal nivel, figuras complejas elementales como el triángulo o el círculo poseerían iguales derechos de ciudadanía como entidades geométricas básicas. De hecho estaríamos confrontando una ontología mucho más rica, compleja y heterogénea que la postulada sobre la base única de líneas rectas.[26]

El caso central que nos ilustra acerca de los procedimientos metodológicos y matemáticos del texto de Descartes el cual conforma buena parte del primer Libro del mismo, lo constituye ciertamente el célebre problema de Pappus. Sin entrar en mayores detalles técnicos de la prueba en sí, nos interesa subrayar ciertos puntos pertinentes al programa cartesiano en ese campo. El problema discutido por Descartes involucra en última instancia la determinación de un lugar cuyos puntos satisfacen una determinada condición.[27] En el texto se presenta su solución para el caso específico de

---

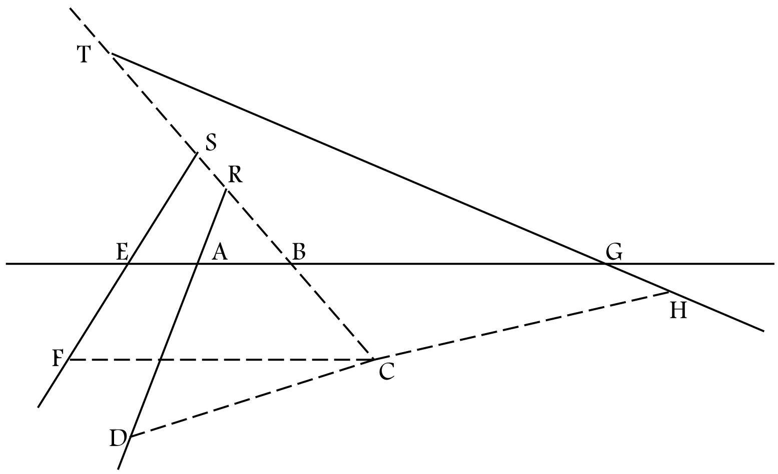
avant que de lire le second, vous y trouverez plus de facilité que peut-etre vous ne croyez" (Carta, 22-02-38; OP II, 32).

25 Vuillemin, *Mathématiques et métaphysique…,* cit. p. 10.

26 Grosholz, *Cartesian Method and ,* cit., pp. 18-21.

27 Cf. Descartes, *Geometría…,* cit., pp. 285 - 92 y 301 -10. La discusión de G. Milhaud en su clásico trabajo (Milhaud, *Descartes Savant,* Paris, Alean, 1921, pp. 124 y ss.) constituye referencia por demás instructiva para ésta y cuestiones conexas de la "Geómétrie" así como de otros temas relevantes de la obra científica de Descartes. Una discusión reciente puede encontrarse en el soberbio articulo de Bos, "On the Representation of Curves in Descartes" Geómétrie, *Arch. for the Hist. of. Exact Sciences,* 24, 1981, pp. 298 - 302. En el texto citado de Grosholz hay una amplia discusión sobre este problema y sus vinculaciones históricas (Grosholz, *Cartesian Method and ,* cit., pp.. 25 -35). Un es-

4 líneas: dadas 4 líneas (AB, AD, EF, GH, en el diagrama). En la primera parte del problema se trataría de encontrar un punto C tal que las líneas trazadas de C a cada una de esas 4 líneas (CB, CD, CF, CH) según un determinado ángulo cumpla la siguiente condición: CB.CF = CD.CH. Subsecuentemente habría que encontrar los puntos que satisfacen esta condición.



Asumiendo inicialmente el problema resuelto, un paso crucial viene dado por la identificación de dos de las líneas como "principales" (AB y CB en el diagrama e identificadas por Descartes por las letras 'x' e 'y' respectivamente), las cuales hoy podrían identificarse como "coordenas oblicuas") de manera tal que las demás líneas sean relacionadas a éstas de un modo determinado. Con ello asegura Descartes un elemento de orden y unidad que regula la solución del problema. Los dividendos que arroja este paso dentro del programa aludido pueden apreciarse fácilmente si se le compara con los procedimientos tradicionales frente a, por ejemplo, problemas de lugares y en general los procedimientos prevalentes en la geometría clásica, en los cuales parecería en muchos casos aleatorio el procedimiento mismo de cómo comenzar a resolver la cuestión que se plantee. Esta es precisamente el tipo de situación que la estrategia cartesiana permitiría superar, incardinando los datos significativos

tudio integral de la solución cartesiana al problema de Pappus - cubriendo los dos aspectos del mismo, esto es, aplicada a un punto y luego al lugar geométrico- lo desarrolla Vuillemin, *Mathématiques et métaphysique…,* cit. pp. 99-112.

del problema afrontado -tanto lo conocido como lo no conocido, ambos crucialmente unificados- dentro de una estructura de referencia apropiada al tratamiento algebraico.[28]

En su obra sobre Diofanto, el eminente historiador de la matemática griega T. L. Heath hacía una referencia a otro ilustre estudioso de la matemática clásica -Hermann Hänkel-, la cual ilumina el contraste al que acabamos de aludir. En efecto, refiriéndose concretamente a los métodos de solución detectables en Diofanto, subrayaba Hänkel que para cada problema el gran alejandrino ofrecía un método especial, el cual no tendría que ser apto para resolver otros problemas relacionados; tanto así que -según Hänkel- un matemático moderno que hubiese estudiado 100 soluciones diofantinas no sabría como atacar el problema 101.[29] A la luz del potencial unificatorio que conlleva el tratamiento algebraico de la geometría según los revolucionarios caminos señalados por Descartes y Fermat, los contrastes entre los procedimientos clásicos -aun entre sus más connotados y geniales representantes como lo serían Diofanto o Apolonio- no podrían ser más notorios: el poder, uniformidad y generalidad que potencian los procedimientos algebraicos parecen ciertamente inmensos. Descartes por su parte luce bien consciente de los horizontes que de hecho aquí se abren lo cual nos proyectaría hacía múltiples y novedosas comparaciones entre entidades en diversos dominios:

> "deseo advertiros que la invención que consiste en suponer dos ecuaciones de la misma forma con el fin de comparar todos los términos de una con los de la otra, obteniéndose de este modo una sola... puede servir para una infinidad de problemas y no es la de menos importantes que forman el método que utilizo".[30]

---

28 Leemos así en el comprensivo opúsculo de H. Eves, sobre las geometrías: "esta es la dificultad principal del método sintético; *no se sabe cómo empezar*, porque no se indica en él, al que lo resuelve, ningún orden paso a paso de enfoque o planteamiento. El método sintético requiere una aptitud innata o una destreza que sólo se adquiere después de mucha práctica". Cf., Eves, *Estudio de las Geometrías*, 2 vols., México, UTEHA, 1969, vol. II, p. 6. (Traducción, F. Paniagua y S. Alonso). El capítulo IX de este trabajo presenta una comparación actualizada entre la geometría analítica y la geometría sintética.

29 Heath, T. L., *Diophantus of Alexandria*, N. York, Dover, 2nd ed, 1964, pp. 54-55. La cita procede de Hänkel, *Zur Geschiche der Mathematick in Altertum und Mittelalter*, Leipzig, 1874, pp. 164-5. En el último párrafo de la 'Géométrie' evidencia Descartes su plena conciencia de los alcances y potencialidades de este aspecto de su enfoque, Cf., Descartes, *Geometría…,* cit. p. 378.

30 *Ibid.,* p. 324.

En lo que respecta al caso específico del problema de Pappus para las 4 líneas y a manera de ilustración, tomando el caso de la línea CD, indicaremos someramente lo siguiente. De acuerdo a las condiciones del problema los ángulos del triángulo ~ ARB (en el diagrama) están dados y por consiguiente la proporción entre AB (esto es x) y BR es también conocida.

Sea esta proporción igual a: $\frac{z}{b}$

Entonces: $\frac{x}{BR} = \frac{z}{b}$

De donde: $BR = \frac{b\,x}{z}$

y por lo tanto: $CR = y + \frac{b\,x}{z}$

Conocidos los ángulos del triángulo DCR podemos determinar la proporción entre los lados CR y CD.

Sea esta proporción igual a: $\frac{z}{c}$

Por lo tanto: $CD = \frac{cy}{z} + \frac{bcx}{z}$

Mutatis mutandi, obtendríamos las correspondientes ecuaciones para las líneas restantes requeridas. Nos restaría tan sólo para completar esta parte del problema sustituir estos resultados en la formulación inicial, esto es, CB.CF= CD.CH, obteniéndose una ecuación de segundo grado en x e y.

Para la obtención del lugar sugiere Descartes al final del primer Libro un procedimiento constructivo por puntos basado en la asignación de valores a una de las variables: "tomando sucesivamente un infinito número de valores para la línea y, podremos hallar otros tantos para x; de este modo, podremos también encontrar un número infinito de diversos puntos tales como el C, pudiendo describirse la línea curva exigida".[31] En el Libro segundo se estudia la curva correspondiente al caso de 3 o 4 líneas rectas;[32] este análisis nos indica que "el punto C se encuentra en una de las tres

31 *ibid.*, p. 293.
32 *Ibid.,* pp. 301 y ss. 2

secciones cónicas o en un círculo".[33] Cuando aumenta el número de líneas las ecuaciones habrían de incrementar correspondientemente sus grados y complejidad de acuerdo a las características de las correspondientes curvas, las cuales serían de un orden superior al asignable a las cónicas.

¿Cómo identificar y construir tales curvas? Claramente esto apunta a un problema central del segundo Libro de la "Géométrie", esto es, la clasificación de curvas geométricas y sus nexos posibles con ecuaciones algebraicas. Descartes en todo caso muestra una excesiva confianza en que el método aplicado al caso de 3 o 4 líneas dentro del problema de Pappus pueda extrapolarse a los casos de más de 4 líneas; pero el trasfondo de limitaciones, ambigüedades e interrogantes que plantean sus criterios de ordenamiento de curvas, a lo cual aludiremos en breve compás en la Sección siguiente, reaparece planteando serias interrogantes en cuanto a la completud del procedimiento cartesiano en la solución general del problema de Pappus (es decir, en cuanto generalizarse a cualquier número de líneas).

Dejando a un lado sin embargo reservas de este tenor, no escapará al lector de nuestro breve bosquejo precedente al inmenso poder unificatorio, ordenador y procedimental que confiere esta proyección del instrumental algebraico dentro del campo geométrico, proporcionándole entre otras cosas a Descartes un modelo para su omnipresente proyecto de una ciencia universal. Ese espíritu aparece característicamente reflejado en un citadísimo pasaje del 'Discurso', en donde Descartes se permite imaginar que todas las cosas que pueden ser objeto de conocimiento humano puedan entrelazarse de una forma semejante al de las cadenas de los razonamientos geométrico.[34]

El ámbito de las curvas geométricas:

Cualquier lector interesado que se permita cotejar el texto de la 'Geometría' cartesiana con los 'Elementos' de Euclides, notará de inmediato que transitamos por territorios prima facie harto diferentes. Por lo pronto brilla por su ausencia en el primero de los textos todo el aparataje de definiciones, postulados, nociones comunes que integran el basamento sobre el que se yergue las magna creación euclidiana. Igualmente, aun cuando en el texto de Euclides se plan-

---

33 *Ibid.,* p. 304.
34 Descartes, *Discurso…*, cit. p. 16.

tean soluciones a infinidad de problemas específicos, comenzando por la construcción de un triángulo equilátero sobre un segmento de recta dado, nos encontramos por otra parte con un alud de demostraciones de proposiciones-teoremas que integran y le dan perfil propio al cuerpo mismo del opúsculo.

En Descartes por el contrario se concibe básicamente la tarea del geómetra como la de la solución, esto es, la construcción de problemas. Uno de los componentes pivotales del texto cartesiano fue precisamente, como acabamos de ver, la solución al problema de Pappus el cual por cierto había desafiado a esclarecidos matemáticos de la antigüedad clásica. Este problema, cuya escogencia como elemento central del primer libro de la 'Geometría' fue sin duda un golpe maestro de Descartes, le ofreció la oportunidad de mostrar la potencia de su enfoque, evidenciando entre otras cosas una severa limitación de la geometría clásica por cuanto en familias del mismo se involucran curvas no construibles con regla y compás. ¿Qué hacer en esas circunstancias? ¿vetar a ese género de problema? De hecho Descartes dio las pautas de creación de otros compases generadores de curvas diferentes al círculo. ¿Con qué derecho privilegiar entonces a la regla y el compás poniendo así a un lado esos otros instrumentos generadores de figuras que podrían reclamar plenos derechos de ciudadanía?[35]

Parece así patente que la cuestión acerca de la admisibilidad de las curvas y los correspondientes criterios sustentadores de esa condición puede marcar una huella profunda respecto a la matemática clásica, estableciéndose entre otras cosas lo que podría denominarse el "compromiso ontológico" de la geometría cartesiana. E. Giusti ha puntualizado a ese respecto que se trata de "una geometría de curvas; la curva ofreciendo la solución de los problemas propuestos".[36] Más aun, por encima del valor intrínseco que desde el punto de vista puramente matemático pueda adquirir esta cuestión, debe tenerse muy en cuenta sus proyecciones hacia otros campos. El propio Descartes estudió en el Libro III unos géneros de óvalos de particular utilidad práctica en la óptica para la fabricación de lentes. Plenamente consciente de las proyecciones aludidas, nuestro autor nos hace así saber que "con el fin de que conozcáis que la

---

35 Cf., Descartes, *Geometria*, cit., p. 294. En la "Geometría" Descartes alude y discute dos tipos de máquinas a base de reglas que se desplazan o giran y que van generando diversas curvas (pp. 296 y ss.)

36 Giusti, E., "Numeri, grandezze e Géométrie", en Beligioso (Ed.), *Descartes: il metodo…*cit., II, p. 428.

consideración de las líneas curvas propuestas no carece de uso y que tienen diversas propiedades cuya importancia no es menor que las de las secciones cónicas deseo aun realizar la explicación de algunos óvalos"[37].

Esta proyección del estudio de las curvas puede hacerse extensiva en general hacia la cuestión de su aplicabilidad a los fenómenos naturales. Descartes habla así de entender todas aquellas curvas "que se dan en la naturaleza"[38], y podemos recordar al respecto las especies de espirales que aparecen en su propia teoría de las vórtices, así como las trayectorias elípticas prevalentes en la teoría astronómica kepleriana, las cuales son simples ejemplos de dominios en los que se hace patente la necesidad de ampliar de manera decisiva las fronteras de las curvas admisibles. En otras palabras, no sólo desde el punto de vista teórico sino de su aplicabilidad práctica el tema de las curvas geométricas adquiere particular relevancia.

El segundo Libro de la 'Geometría' lleva precisamente como título 'Sobre la naturaleza de la líneas curvas', iniciándose con una discusión que eventualmente nos conduce a cuestiones demarcatorias entre la matemática cartesiana y la geometría clásica. Acotemos previamente sin embargo que puedan plantearse interrogantes sobre la naturaleza misma de la investigación cartesiana en el aludido libro así como sobre el sentido en el que cabe entender su estudio de las curvas. Sobre ello volveremos, pero digamos por lo pronto que muy tempranamente en el Libro II apuntaba Descartes hacia una motivación central de su trabajo, lo cual late por encima del estudio de las curvas como tales, esto es, la clasificación de problemas, señalando a ese respecto que los antiguos geómetras distinguían tres tipos de problema (planos, sólidos y lineales) según el tipo de curva requerida para la solución (rectas y círculos en el primer caso; secciones cónicas en el segundo y curvas más complejas en el tercero).[39]

En lo que respecta a las líneas curvas Descartes apela a una añeja distinción entre curvas "geométricas" y curvas "mecánicas", dejando en claro sin embargo que en su 'Geometría' sus respectivas inclusiones van a diferir de manera clara del legado tradicional. Descartes dice así por ejemplo no entender el motivo por el cual los antiguos geómetras identificaban como 'mecánicas' curvas perfec-

---

37 Descartes, *Geometría…*, cit. p. 325.
38 *Ibid.,* p. 297.
39 *Ibid.,* p. 294.

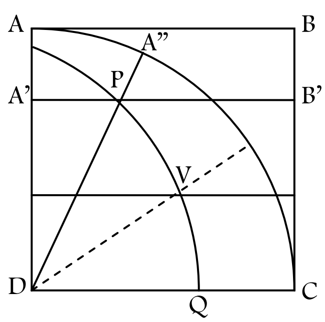
tamente admisibles dentro del dominio de las 'geométricas'.[40] El punto subyacente fundamental es la fijación de un criterio que permita establecer las condiciones de inclusión o exclusión de una curva determinada en uno u otro dominio; todo ello en el sobrentendido de que las 'geométricas' son las que habrían de alcanzar la primacía en cuanto al género de curvas legítimamente admisibles dentro de un programa de racionalización de la geometría.

Las curvas "geométricas" serían en efecto las "precisas y exactas"; las "mecánicas" las que no lo son.[41] ¿Cómo alcanzar entonces la precisión y exactitud requerida para que una curva clasifique como "geométrica"?. Descartes propone un criterio según los movimientos requeridos para el trazado de la curva. De lo que se trata es de que la curva pueda ser trazada "por un movimiento continuo o por varios movimientos sucesivos en los que los últimos son enteramente determinables por los primeros".[42] Ahora bien, por ejemplo, una curva históricamente muy famosa -la cuadratriz de Hipias- no satisface según Descartes el criterio aludido; ¿porqué? La cuadratriz es una curva generada de manera muy sencilla por la intersección de dos rectas que se mueven uniformemente, la una con movimiento rectilíneo y la otra con movimiento circular.[43] El

40 *Ibid.,* Ha sido común, al menos desde Leibniz, una distinción entre curvas 'algebraicas' y curas 'trascendentes'.

41 *Ibid.,* p. 295.

42 *Ibidem.*



Sea el cuadrado ABC cuyo lado AB se desplaza con movimiento rectilíneo uniforme hasta CD. Este desplazamiento se lleva a cabo exactamente al mismo tiempo en que el lado DA rota uniformemente alrededor de D. Eventualmente ambos segmentos coincidirán en DC. Si las posiciones de las dos líneas en movimiento en movimiento se representan por A' B' y D A" respectivamente siendo P su punto de intersección, el lugar geométrico de P durante los movimientos sería la cuadratriz de Hipias.

43 La introducción de esta curva -la primera después del circulo y la recta-en la matemática griega se atribuye al sofista Hipias cuya actividad se desarrolló en Atenas en la segunda mitad del siglo V, a.c, (Cf., Boyer, *A history of…*, cit pp. 75-6). Su construcción la ilustra el diagrama:
Sea el cuadrado ABCDE cuyo lado AB se desplaza con movimiento rectilíneo uniforme hasta CD. Este desplazamiento se lleva a cabo exactamente al mismo tiempo en que el lado DA rota uniformemente alrededor de D. Eventual-

punto es que Descartes la considera inadmisible como curva "geométrica" (al igual que la espiral) en virtud de que podemos describirla por movimientos independientes que "no guardan el uno con el otro relación alguna que puede ser exactamente medida".[44]

No nos luce sin embargo del todo convincente este rechazo tan sólo porque tratándose de movimientos uniformes su interrelación podría establecerse con la precisión requerida. ¿Subyacerían sin embargo otras consideraciones para ese rechazo? En un párrafo subsiguiente podría encontrarse una posible respuesta cuando Descartes habla de no poder aceptar en geometría "líneas que serían como cuerdas, es decir, que tanto pueden ser rectas como curvas" y en consecuencia según Descartes "nada exacto y seguro podría concluirse".[45] Comentando sobre esto Bos acota que la separación entre curvas geométricas y no-geométricas, tan fundamental en la visión cartesiana de la geometría "descansaba en última instancia en su convicción de que las proporciones entre longitudes curvas y rectas no pueden determinarse con exactitud. De hecho es ésta una vieja doctrina que se remonta a Aristóteles".[46] Si tal es el caso, ello vendría a significar que en la medida en que dicha doctrina quedase desvirtuada -como de hecho ocurrió en la segunda mitad del siglo XVII- esta condición de inadmisibilidad postulada por Descartes se desmoronaría.[47]

Habría que tener en cuenta sin embargo que el criterio cinemático aunque prominente, no es el único criterio propuesto por Descartes para clasificar las curvas. Hemos visto que para el caso del problema de Pappus la construcción se planteaba en términos de un registro sucesivo de puntos (llamémoslo criterio "puntillista") y en un párrafo subsecuente al enunciado del criterio cinemático Descartes aterriza en un criterio algebraico, asociando la curva respectiva con una ecuación válida para todos los puntos de la misma. Significativamente observa Descartes que este criterio le

---

mente ambos segmentos coincidirán en DC. Si las posiciones de las dos líneas en movimiento se representan por A' B' y DA" respectivamente, siendo P su punto de intersección, el lugar geométrico de P durante los movimientos sería la cuadratriz de Hipias.

44 Descartes, *Geometría…*, cit p. 295.

45 *Ibid.,* p. 315.

46 Bos, "On the representation…" cit. p. 314. La concepción de Aristóteles a la que alude Bos aparece en un pasaje de la física (248b5).

47 *Ibid.*, p. 315.

permite comprender todas las curvas que se dan en la naturaleza y "clasificarlas por orden según ciertos tipos".[48]

El criterio algebraico le despeja en efecto a Descartes el terreno para una límpida clasificación de curvas en "géneros", según el grado de la ecuación: en las del primer género se incluyen las curvas más simples, esto es, el círculo y las cónicas, (parábola, hipérbola y elipse); las de segundo género corresponden a ecuaciones de tercero o cuarto grado; las del tercer género corresponden a ecuaciones del quinto o sexto grado y así *ad infinitum*.[49] Y la cuestión obvia es: ¿por qué no decidirse entonces definitivamente por el criterio algebraico? Frente a una decisión de ese tipo militan sin embargo una serie de incógnitas que deben responderse; por ejemplo, ¿hay equivalencia extensional entre los tres criterios?, ¿tiene toda curva "geométrica" su correspondiente ecuación?, ¿describe toda ecuación una curva "geométrica"?. Es posible que Descartes estuviese dispuesto a responder afirmativamente estas interrogantes, pero la ausencia de argumentos sólidos de respaldo a la afirmación no es accidental porque, como lo señala Bos, una respuesta a la tercera de ellas por ejemplo sólo se hizo factible mucho tiempo después cuando se tuvo a disposición las herramientas matemáticas requeridas.[50]

Estos tipos de interrogantes no son sin embargo circunstanciales y en cierta medida apuntan hacia un elemento central en la evaluación de la obra, esto es, la relación y el peso respectivo del componente algebraico y el componente geométrico dentro del texto cartesiano. Si el papel que desempeña el álgebra dentro del mismo habría de marcar huella profunda y abrir nuevos caminos en la evolución de la matemática, ¿porqué por ejemplo, como lo ha señalado Bos, "en ningún lugar de la 'Géometrie' utiliza Descartes una ecuación para introducir una curva?".[51] Tal vez no haya una respuesta definitiva para muchas de estas interrogantes, pero lo real es que se han planteado posiciones antitéticas respecto al punto central aludido.

De una parte autores como Bos y Grosholz, sin escatimar la trascendencia histórica del texto cartesiano, han sostenido que el álgebra juega allí básicamente un papel auxiliar como instrumento

---

48 Descartes, *Geometría…,* cit. p. 297.

49 *Ibidem.*

50 Bos, "On the representation…" cit. pp. 323-4. La prueba fue dada por Kempe A.B., en 1876 (*Ibid.,*. n. 2b p. 324).

51 *Ibid.,* p. 322.

o herramienta con gran potencial para resolver problemas de geometría. La constructibilidad geométrica sería así lo fundamental.[52] Un autor como Boyer ha expresado a ese respecto que para Descartes la ecuación algebraica desempeña un rol simplemente subsidiario respecto a la figura geométrica, invirtiéndose así el orden de prioridades que habría de asociarse propiamente con la geometría analítica.[53] En el texto cartesiano, por el contrario, todo estaría al servicio de la constructibilidad geométrica. O como lo ha expresado Y. Belval: el álgebra no le interesaba a Descartes sino como geómetra.[54]

Por contraste, un autor como E. Giusti se ubica en las antípodas cuando concluye por ejemplo que "la relación curva-ecuación ocupa la posición central en la 'Géometrie'",[55] en cuyo caso las opciones alternativas de caracterización de curvas (cinemática, uso de instrumentos, puntillista) no serían más que herramientas ilustrativas o complementarias respecto al criterio algebraico. Un caso notorio como lo sería el importantísimo tratamiento de las normales y tangentes a una curva que desarrolla Descartes en el Libro II, parecería abonar a favor de una interpretación como la de Giusti. Después de todo si, de acuerdo con la tesis opuesta, el componente algebraico fuese simplemente auxiliar, ¿cómo interpretar las amplias discusiones sobre las ecuaciones desarrolladas en el libro III? Frente a insinuaciones sobre la posible influencia de Viète en su propia obra, Descartes escoge precisamente el tema de las ecuaciones comparando un tanto airadamente un opúsculo de Viète ('De Emendiatone Aequationum') con el texto de la 'Geometría'. El caso es que Descartes apela allí precisamente a su tratamiento de las ecuaciones en este texto recalcando que él (Descartes) había comenzado justamente donde Viète había terminado.[56] Lo cierto es que las posiciones interpretativas sobre el texto de Descartes pueden seguramente alcanzar no obstante divergencias tajantes y tal vez nunca superables.

---

52 Cf., Bos, "On the representation…" cit. p. 323; Grosholz, *Cartesian Method and…,* cit., p. 38.

53 Boyer, *History of Analytic Geometry*, N. York, Scripta Mathematica, 1956, pp. 102 y ss.

54 Belvai, cit…, p. 287.

55 Giusti, "Numeri, grandezze e…" cit. p. 436. Por contraste señala Giusti que las representaciones "occupino una posizione matemáticamente secondaria rispetto all' equazione algebraica".

56 Descartes, Carta a Mersenne, Dic. 1637; pp. 821 - 2.

Por encima sin embargo del peso comparativo que puedan poseer estas posiciones extremas y aun si se reconociese que el propio Descartes no hubiese estado suficientemente percatado del inmenso potencial que para el pensamiento matemático encapsulaba su 'Géometrie', e incluso si como lo han señalado algunos historiadores de la matemática, no estuvo mayormente interesado en la idea fundamental que para el futuro de esa ciencia abría ese trabajo, esto es, la asociación entre ecuación y curva, no hay duda que al establecer el vínculo entre lo algebraico y lo geométrico, o al llevar a cabo (asentado en una teoría de las proporciones) la interpretación geométrica de las operaciones básicas de la aritmética se estaba marcando nuevos rumbos en el modo de pensar matemático. V. Julien ha hablado en tal sentido de las dos voces de un diálogo entre lo algebraico y lo geométrico que resuena a lo largo del texto de la 'Geometrie' cartesiana[57] y con ello se recoge sin duda un punto nuclear para la evaluación histórica del mismo. Cabria afirmarse que en cierta medida el propio Descartes podría compartir la tónica de ese juicio cuando subrayaba en el 'Discurso' que en su trabajo matemático había recogido lo mejor del análisis geométrico y el algebraico corrigiendo los defectos del uno mediante los procedimientos del otro.[58]

Se ha sostenido precisamente a ese respecto que la transición de un modo de pensamiento geométrico a un modo de pensamiento algebraico constituyó el logro más importante de la matemática en uno de sus siglos estelares como lo fue el siglo XVII.[59] No habría que extrañarse entonces cuando H. Bos, quien como hemos visto ha sostenido que en el texto cartesiano el álgebra desempeña un papel meramente auxiliar, instrumental, no obstante no ha vacilado en sostener que con la 'Geometría' se abre "un nuevo paradigma".[60] Pero aparte de consideraciones que pueden resultar pertinentes dentro de una visión de la matemática como tal y recordando algunos señalamientos que hiciésemos en la primera Sección, nos interesa ubicar un tanto el texto cartesiano dentro del gran programa de una ciencia universal. Sobre ello lo que de partida debe resaltar-

---

57 Julien, V., *Descartes La Géométrie de 1637,* París, Presses Universitaires, 1996, p. 67. En este trabajo se discuten diversas posiciones sobre el tema, (pp. 55 y ss).

58 Descartes, *Discurso…* cit. p. 17.

59 Mahoney, "The Beginnings of…" cit., p. 141.

60 Bos, "On the representation…" cit. p. 304; Descartes, Regla IV…, cit. pp. 48-50.

se es que los dos aspectos fundamentales de unidad y método -núcleo primigenio de ese programa- parecerían cristalizar aquí cabalmente. Respecto a lo primero se ha criticado incluso que el espíritu cartesiano de unificación del dominio matemático era tan radical que lo condujo a una uniformidad tal que "empobrece la geometría por la homogeneización de sus componentes".[61]

En otro sentido, sin embargo, ese espíritu unitario le posibilitaba a Descartes aproximarse por ejemplo al estudio de las curvas con criterios bien definidos que le permitían -a diferencia ostensible de los antiguos matemáticos-ordenarlas o clasificarlas adecuadamente estableciendo nexos significativos entre las mismas.[62] El aliento unitario de la 'Geometrie' queda de hecho plasmado desde su primer párrafo en el que Descartes anuncia que todos los problemas en ese campo pueden ser fácilmente reducidos a términos que no involucran sino el conocimiento de la longitud de algunas líneas. Mostrando plena seguridad acerca de las potencialidades y frutos a recoger de este enfoque unitario, nos dice así a modo de resumen al final de la 'Geometría' que "Así espero que será juzgado si se piensa que ha reducido todos los problemas a un mismo tipo de construcción".[63]

En cuanto al 'método' ello va directamente incardinado en el mismo predicamento unitario. El principio metodológico universal de resolución en simples queda así explícitamente establecido al tomarse en última instancia a la línea recta como el punto basamental sobre el que se estructura su geometría algebraica. Hablamos aquí de un ítem perfectamente aprehensible por el acto de intuición, estableciéndose las relaciones entre estos 'simples' por la vía de una teoría de las proporciones. Una vez consolidado ese fundamento pueden canonizarse ciertos procedimientos metodológicos putativamente adecuados para resolver los problemas. Descartes señala tres en particular: (i): darle nombre a las líneas requeridas en el problema, (ii) identificar las relaciones pertinentes entre esos, elementos (iii): estructurar las ecuaciones correspondientes cuya solución nos ofrecería la solución de la respectiva cuestión en estudio.

Pero hay un aspecto que converge en el trabajo de la 'Geometría', el cual merece particular atención remitiéndonos a la temática

---

61 Grosholz, *Cartesian Method and…,* cit., p. 17.

62 Cf., Julien, *Descartes La Géométrie…,* cit., pp. 30-1, de Maire M., 'Hist. Des sciences mathématiques et physique'.

63 Descartes, *Geometría,* p. 378.

del gran programa de las 'Reglas' -y especialmente la 'Regla XIII- en donde se distingue entre cuestiones perfectamente determinadas y claramente comprensibles y las cuestiones imperfectas o insuficientemente determinadas. En las primeras, se supone haber hecho abstracción de todo lo superfluo aposentándose en la identificación de los componentes simples de los problemas en estudio tal como lo prescribe el método resolutivo universal. Descartes estaría involucrando aquí básicamente el dominio matemático. En lo referente a las cuestiones imperfectamente determinadas el campo de aplicación sería fundamentalmente el de las ciencias de la naturaleza. Descartes menciona específicamente fenómenos tales como el magnetismo o los sonidos, en el entendido de que el objetivo general sería convertir las cuestiones imperfectamente determinadas en cuestiones perfectamente determinadas. El gran programa de una ciencia universal de la naturaleza quedaría consumado al cristalizar este último paso bajo el trasfondo común de la matematización.

¿Qué papel habría de desempeñar entonces un trabajo como la 'Geometrie' dentro de ese programa? Creemos válida en ese respecto una posición como la de V. Julien en cuanto a que la 'Geometría' cartesiana –con todas sus tensiones y aspectos controversiales- satisface sin embargo la primera parte del programa general planteado en las 'Reglas', esto es, el que corresponde a las cuestiones perfectamente determinadas.[64] Desde esa perspectiva la 'Geometría' vendría a marcar un hito dentro de la empresa cartesiana por cuanto nos daría una muestra -al menos dentro de un dominio específico- de cómo consumar la gran tarea de unificación de campos de conocimientos a la luz de la aplicación de un método putativamente universal y un ideal de matematización que, como veremos en las próximas Secciones, porta un perfil por demás peculiar.

Por los predios de la mathesis.

El programa unitario cartesiano que hemos estado discutiendo se ha centrado obviamente dentro del dominio matemático. Pero, como hemos reiterado, la visión de Descartes se proyectaba ciertamente hacia un dominio más vasto en el que desde muy temprano se ponía en juego la idea de una ciencia universal capaz de unificar todos los campos del saber humano, proveyéndose concomitante-

---

64 Julien afirma así que "La Géométrie de 1637 realice effectivement in cette partie-lá du prográmame general" añadiendo seguidamente: "Succes partiel done, mais decissif (Cf., Julien, *Descartes La Géométrie…,* cit., p. 47)

mente senderos seguros para el descubrimiento y justificación de nuestros quehaceres cognitivos; los qué, los cómo y los porqué fluyendo desde una fuente común universal; sentimiento éste que corría paralelo a la insatisfacción por los productos vigentes en las diversas ciencias, en la filosofía, en la lógica e incluso en las matemáticas.

Hemos visto así cómo trataba Descartes de "bagatelas" a muchas de las cuestiones con que se operaba dentro de la matemática tradicional; pero hemos señalado también que en este último campo podía encontrar al menos los vestigios de una "verdadera" matemática presuntamente no ocupada en "triviales" cuestiones numéricas o figuras geométricas, en contraste al núcleo subyacente, fundamento de las diversas ramas conocidas de la matemática. Más aun los trabajos unificatorios de convergencia de los campos geométrico y algebraico habrían de estimular seguramente las pesquisas hacia los niveles de generalidad y abstracción acordes a lo que en su opinión debía de satisfacer una genuina ciencia matemática.. Veamos para comenzar, a un nivel puramente local, qué tipo de cosas solía objetar Descartes a la matemática ordinaria:

1. El modo azaroso como sus resultados a menudo se alcanzaban, esto es, descubiertos "muy frecuentemente por casualidades más que por arte".[65]

2. Su incapacidad de proveernos las razones de los porqué de sus descubrimientos.

3. Su excesiva dependencia en números y figuras, los cuales no son más que "su envoltura",[66] alejando a sus practicantes de las fuentes profundas de la solidez de una ciencia genuina.

4. La carencia de claridad en lo que concierne a sus principios básicos: "¿qué geómetra, pese a sus principios no oscurece la evidencia de su objeto con principios contradictorios?".[67]

5. Finalmente podemos señalar un punto que pasa generalmente inadvertido pero que a nuestro modo de ver refleja profundas tensiones en el pensamiento de Descartes. Encontramos así de una parte una clara tendencia hacia la abstracción, pureza, generalidad, imperativos metodológicos, desconfianza en el dato sensorial, etc. Pero por otra parte puede también detectarse un impulso hacia los aspectos prácticos, terrenales, vinculables al juego cognitivo. Sus

---

65 Descartes, Reg. IV; p. 48.

66 *Ibid.,* p. 47.

67 Descartes, Reg. XIV; p. 110.

invenciones por ejemplo de nuevos tipos de compases podría reflejar este último rasgo en su propia obra matemática.[68]

Concedidas no obstante todas estas críticas cartesianas a la matemática ordinaria, no es menos cierto su reconocimiento de que éste ha sido el dominio por excelencia capaz de reflejar las dimensiones subyacentes de una verdadera ciencia. Tras sus "ropajes externos" podríamos en efecto develar semejante sustrato, fundamento de una verdadera matemática. Aparece así en el texto de las 'Reglas' la noción un tanto misteriosa de una *"mathesis universalis"*, la cual por cierto ha sido objeto de numerosas identificaciones como por ejemplo con la geometría analítica, con el álgebra, con el método, o con la física-matemática, circunstancias éstas que nos indican a las claras impresiciones o oscuridades múltiples en las fuentes originales. Podríamos sin embargo señalar de partida ciertos rasgos imputables a la "mathesis" cartesiana que a mi juicio no deberían de ser particularmente controversiales. Así a la luz de las propias críticas de Descartes a la matemática ordinaria podríamos con toda propiedad asumir que entre otras cosas una mathesis genuina debería proporcionar al menos los remedios adecuados frente a tales males. De ser así la mathesis universal podría apuntalar cosas como las siguientes:

(i): la eliminación cabal de los factores de azar en la consecución de resultados en nuestras investigaciones.
(ii): la provisión de explicaciones adecuadas sobre los porqué y los cómo de toda aseveración propiamente científica.
(iii): la dependencia central en los poderes del intelecto puro.
(iv): una concepción perfectamente clara sobre la naturaleza y status de los diversos "principios".
(v): una concepción no menos clara sobre la naturaleza de los objetos propios de todo dominio en estudio así como el modo de identificarlos y manipularlos.

Cualquier exploración, sin embargo, en torno a la "mathesis universal" cartesiana debe comenzar hoy por hoy por clarificar la

---

68 Hay por otra parte manifestaciones paralelas correspondiendo por ejemplo a cuestiones netamente prácticas concernientes a nuestra *conducta* y el modo de conducir nuestra vida (Cf., por ej. "Discurso VI, los importantísimos pasajes en que Descartes rechaza la "filosofía especulativa" y ensalza los conocimiento "útiles para la vida", pp. 184-5 o el Prefacio a la edición francesa de los "Principios").

semántica misma de la expresión *"matemática universal"* como supuesta traducción estándar de la expresión *"mathesis universalis"*. Aquí el punto clave sería la posible correspondencia semántica entre *'mathesis'* por una parte y *'matemática'* por la otra. La palabra mathesis es por supuesto de origen griego y según el uso clásico correspondía a la noción de enseñanza o aprendizaje. El caso es que al latinizarse, la expresión cobró otras dimensiones significativas. Un acucioso estudio de Giovanni Crapulli ha contribuido a despejar el camino en cuanto a la evolución histórica de la noción.[69] Por otra parte el trabajo de J. L. Marión sobre las "Reglas" converge, pienso, hacia ciertas conclusiones que nos llevarían a cuestionar la identificación de "mathesis" con "matemática" en el uso que de la primera noción lleva a cabo Descartes en unos párrafos cruciales de la 'Regla' IV.[70] Si ello es así, sería perfectamente objetable la identificación de la "mathesis universalis" cartesiana con una "matemática universal".

Así, Crapulli luego de una cuidadosa investigación de autores como el español Benito Pereira o el holandés Van Roomen señala las trazas de un conjunto de nociones tales como las de una "matemática común", una "prima matemática", una "prima mathesis" y una "mathesis universalis".[71] Específicamente referido a este último autor, Crapulli recoge un cuadro en el que encontramos una "prima mathesis" descrita como una ciencia de la cantidad como tal. El punto a subrayar es que según esta visión la "mathesis universalis" estaría recogiendo la noción de una ciencia de principios fundamentales, según las propias palabras de Crapulli "della natura, dei principi e delle propieta comuni" de la ciencia matemática.[72]

Habría que añadir aquí que la idea misma de una ciencia supuesta a albergar los principios basamentales de todo conocimiento matemático portaba aromas muy añejos remontándose a las inevitables figuras de Platón y de Aristóteles. De hecho brilla con luz propia en el hermoso prólogo del famoso e influyente 'Comentario' de Proclo (siglo v) al primer Libro de los 'Elementos' de Euclides. Tres cosas colaterales vale la pena señalar a ese respecto en esta discusión de Proclo. En primer término, el reconocimiento -que se remonta a los pitagóricos- de cuatro ramas dentro de las ciencias

69 Crapuli G., *Mathesis Universalis, Genesi di una idea nel XVI secólo*, Roma, Ateneo, 1969.
70 Marión, *Sur l'ontologie grise....*, cit., pp.. 62 y ss.
71 Crapuli, *Mathesis Universalis, Genesi* …, cit. pp. 94-9.
72 *Ibid.,* p. 120-1.

matemáticas: aritmética, geometría, música y astronomía. En segundo lugar, la asociación de la noción de "mathesis" con su sentido originario de aprendizaje, y en tercer término la identificación platónica del conocimiento matemático como un acto de reminiscencia de conocimientos previos que ya poseemos.[73] El punto general a destacarse tiene que ver sin embargo con la idea fundamental de la existencia de una ciencia de principios fundacionales supuestos a sustentar las diversas ramas o dominios de la matemática.

Descartes estaba alerta sin duda a esta tradición, pero como lo ha señalado Marión introduce un giro crucial en el sentido de vislumbrar la posibilidad de trascender el dominio matemático propiamente dicho, vislumbre éste incubado en una noción de "mathesis" entendida como una ciencia de principios basamentales aplicables al estudio de la cantidad pero que al universalizarse extraería la quintaesencia de lo extra matemático subyacente en las ciencias de la cantidad; proyectable por lo tanto hacia cualquier campo de conocimiento. Marión ha hablado asi de "la mathémacité non mathématique des mathématiques".[74] El punto es que la "mathesis universalis" cartesiana nos estaría enfilando hacia la conformación de un tipo de ciencia de principios fundamentales aplicables y sustentadores tanto de las matemáticas como de cualquier otro campo de conocimiento genuino.

A la luz de este género de consideraciones sería factible -tal como lo hiciese F. Van de Pitte en un enjundioso estudio sobre el tema- despejar el trasfondo de la compleja y por demás controvertida 'Regla' IV cartesiana. Podría así establecerse una distinción de niveles entre por una parte las ramas específicas de la matemática; por la otra una noción puente de "mathesis" entendida como una ciencia de principios de orden y medida aplicable a las diversas ramas de la matemática y finalmente una "mathesis universalis", esto es, una ciencia de principios basamentales constitutivos de toda ciencia posible.[75] Una vez puesta en tela de juicio la identificación de 'mathesis' con 'matemática', los resultados de semejante giro interpretativo no se dejan esperar. Según lo señalado por Van de Pitte, la simple substitución en diversos pasajes de la Regla IV de la palabra 'matemática' por el vocablo que aparece en el original la-

73 Proclus, *A Commentary en the First Book of Euclid's Elements,* Princeton, Princeton U.P., 1970, pp. 29-30, 38, 37. (Traducción de G. R. Morrow)

74 Marión, *Sur l'ontologie grise....*, cit., p. 62.

75 Van de Pitte F., "Descartes Mathesis Universalis", en *Archiv fur Gesch. der phil.* 61, 1979, pp. 162 y ss.

tino, esto es, 'mathesis' lleva consigo clarificaciones de no poca monta, despejando entre otras cosas el horizonte acerca de las intenciones de Descartes a través de las distinciones de niveles aludidas en el párrafo precedente, quedando por lo demás claro el veredicto cartesiano cuando afirma que:

> "debe existir una ciencia general que explique todo aquello que pueda investigarse sobre el orden y la medida sin aplicación a ninguna materia especial".[76]

Semejante convicción se ayunta por supuesto al programa de una ciencia universal y la concomitante postulación de un 'método universal' propio de esa ciencia. Ahora bien, aun cuando ciertos planteamientos cartesianos pueden dar pie a la identificación del método con la mathesis universalis, nos parece no obstante que debe mantenerse la distinción entre lo que por un lado se entiende por 'ciencia' y por el otro aquellos instrumentos utilizados por una ciencia, es decir, los métodos operantes en la misma. Ello significa, a nuestro modo de ver que en la medida en que se identifica a la mathesis universalis cartesiana con una ciencia de principios fundamentales aplicables a todo conocimiento posible podría ser perfectamente cuestionable la identificación de esa ciencia con un 'método universal', identificación ésta presente por cierto tanto en Van de Pitte como en Marión.

La matematización more cartesiano

Es un hecho bien conocido que -salvo una alusión dispersa en la correspondencia- la expresión 'mathesis universalis' no aparece más en el Corpus de los escritos cartesianos y tal vez tendría uno que simpatizar con P. Boutroux quien la reputaba como un sueño o ideal no satisfecho en las pesquisas intelectuales de nuestro autor.[77] El quiebre del texto de las 'Reglas', interrumpidas precisamente al momento en que Descartes estaba supuesto a enfrentarse al tema de las cuestiones imperfectamente determinadas, esto es, las que caen fuera del área propiamente matemática, puede tomarse como una notoria evidencia de las enormes dificultades que asechaban a la puerta de la esquina al momento mismo de incursionar en nuevos territorios y poder completar así el intento de consumar en toda su

---

76 Reg. IV. tr. cit. p. 51

77 Boutroux P., *L imaginatión et les Mathématiques selon Descartes*, Paris, Alean, 1900, p. 34.

amplitud tan magna tarea. Ello no significa sin embargo en absoluto que Descartes renunciase a su programa unitario, universalista y lo que aquí englobamos bajo la noción de 'matematización' señala precisamente la vigencia de tal desiderátum.

La columna vertebral de ese programa y la concomitante noción de 'matematización' lo constituyen en efecto las nociones de "orden y medida", las cuales en nuestra opinión estarían apuntalando una idea muy particular de 'matematización' subyacente en la visión cartesiana de una ciencia universal. Aun cuando Descartes no fue particularmente prolijo y específico al respecto, podríamos comenzar señalando que respecto al "orden" la Regla VI, por ejemplo, nos instruye acerca de la serialidad de las cadenas cognitivas en el sentido de que el conocimiento de cada elemento dentro de una cadena habría de depender del conocimiento de otros que le preceden.

Estaríamos así hablando en función de un ordenamiento de carácter epistémico conformado por el sujeto cognocente. Este orden se incardina a su vez en la tesis acerca de los simples y la condición de dependencia entre lo complejo y lo simple. Leemos así en la Regla VI que "es preciso observar en cada serie de cosas cuál es la más simple y cómo todas las demás están alojadas a mayor, menor o igual distancia de ellas".[78] De aquí la demarcación fundamental dentro de esas cadenas entre lo "absoluto", esto es, la naturaleza pura y simple a que se refiere una cuestión y lo "relativo", es decir, lo serialmente derivable de lo primero. Nótese que a nivel de la elaboración de estas cadenas cognitivas la visión substancialista en la que se apoyaba la distinción fundamental entre dos órdenes de realidad ha dado paso a una concepción *relacional* en la que se estaría basamentando la identidad de los respectivos elementos constitutivos de toda cadena cognitiva. La categoría de relación, en otras palabras, pasaría así a desempeñar papel focal dentro de ese panorama.

En cuanto a la noción de "medida", puede señalarse primeramente que se halla incardinada en el concepto mismo de "orden" que es sin duda el que goza de prioridad. Descartes ha dicho en efecto de manera contundente en la regla V que todo su método no consiste en otra cosa sino en el orden y la disposición de los objetos en estudio.[79] La "medida" tendría entonces que ver con la compa-

---

78 *Ibid.,* p. 53.
79 Descartes, Reg. V; p. 53.

rabilidad de los elementos de una cadena cognitiva debidamente ordenada, tomándose como punto de referencia aquel elemento que se seleccione como unidad. Pero es preciso acotar a estas alturas que no se trata de una concepción estrecha de medición; de aquí el vínculo que establece Descartes con otra idea clave de las 'Reglas', esto es, la noción de *"dimensión"*.

El punto es que efectivamente dicha noción potencia la apertura hacia los más diversos campos del conocimiento humano y el nexo con la idea de 'medida' se hace explícito cuando Descartes define la 'dimensión' como "el modo y razón según lo cual un sujeto es considerado como mensurable", subrayando que "en el mismo sujeto puede haber infinitas divisiones diversas". Quedaría de este modo abierta la especificación acerca de cuáles serían los tipos de aspectos susceptibles de medición; tanto así que refiriéndose a objetos corpóreos Descartes nos advierte, que "no sólo el largo, ancho y profundidad son dimensiones de cuerpo";[80] es decir, que dentro de esa perspectiva la consideración de lo corpóreo no involucra de por sí un sujeción exclusiva a las meras características geométricas fundamentales, aun cuando los aspectos a considerarse se supondrían en última instancia traducibles o interpretables en términos de proporciones matemáticas. J. Schuster ha señalado así con pertinencia que esta noción amplia de "dimensión" sirve de puente entre las características puramente geométricas de los objetos abstractos de la matemática pura y otras características (peso, velocidad, intensidad de sonido, etc.) de los objetos de la óptica, la mecánica, la música o la biología.[81] Ciertamente estaba Brunschvig pisando tierra firme cuando afirmaba que "esta generalización de la noción de dimensión constituye el punto capital de las 'Reglas'".[82]

Una vez fijado ese horizonte podemos configurar una noción amplia de "matematización" cuyo punto de partida sería el orden y la medida dentro del cual estaría jerárquicamente organizado el campo del conocimiento en estudio. Si hablamos en términos de una física universal y una vez consolidadas sus raíces metafísicas el basamento del orden de todo el conjunto estaría representado por las leyes fundamentales de la naturaleza en las que se plasman los parámetros fundacionales de todo el edificio. Este es precisamente el fundamento de la idiosincrática crítica de Descartes a Galileo, a

80 Descartes, Reg. XIV; pp. 111, 112.
81 Schuster, cit. pp. 65-6.
82 Brunschvig L., cit. p. 111.

quien acusaba ni más ni menos que de haber tratado de construir una física sin fundaciones.[83]

Matematizar la física habría que entenderse aquí por lo tanto de una manera amplia en el sentido de estructurarse el edificio según niveles de dependencia regidos por la noción cartesiana de "orden". Debe tenerse en cuenta a ese respecto que la relación epistemológica entre niveles no habría que entenderla aquí como una secuencia de demostraciones rigurosas según los cánones de la matemática pura. Hay que tener presente en tal sentido, como lo han destacado autores como Hamelin y Clarke,[84] el uso cartesiano por demás variado de conceptos tales como los de 'demostración', 'prueba' o 'deducción', los cuales habría que interpretarlos usualmente con la connotación, por demás amplia, y flexible, de "inferencia razonable", más que como derivaciones formales, rigurosas, de enunciados a partir de otros enunciados.

Bajo esa perspectiva podría comenzar a hacerse comprensible la notoria ausencia del aparataje matemático dentro del grueso de la exposición cartesiana de su física. Pero aun así tal ausencia no deja de ser particularmente desconcertante, especialmente cuando se tiene en cuenta la estatura de Descartes como matemático y sus propias contribuciones en la 'Geometría' con el potencial del instrumento algebraico y el uso de ecuaciones, o el arsenal de las curvas geométricas posibilitando su aplicación al estudio de las curvas detectables en *rerum natura*. Más aun cuando las bases conceptuales de una física-matemática por la ruta de una geometrización del universo constituye un elemento pivotal de su obra intelectual, tanto así que no escatimaba en afirmar que en las investigaciones sobre cuestiones físicas no hay alternativa para encontrar la verdad como no sea utilizando los métodos matemáticos.[85]

Tratando de explicar estos contrastes, Koyré por ejemplo ha apelado al hecho de que en la física cartesiana todo se interconecta tan estrechamente que "no se puede aislar ningún fenómeno y por

---

83 Descartes, Carta a Mersenne, 11-10-1638; p. 91.

84 Cf. Hamelin O, cit. p. 89; Clarke D., *'Descartes' Philosophy of Science'*, Pennsylvania, Pennsylvania U.P., 1982, p. 8. Hacking ha acotado al respecto que en Descartes "truth conditions have nothing to do with demonstration" (Cf. Hacking, "Proof and Etenal Truth in Descartes and Leibniz", en Gaukroger, *Descartes, Philosophy, Mathematics….* cit. p. 169.

85 Descartes, Carta a Mersenne, 11-10-1638; OP II, p. 91. Años más tarde, en los 'Principios' reitera que en física no admite "principios" diversos de la geometría o de la matemática abstracta" (II, 64; cit., p. 67).

consiguiente no se pueden formular leyes simples, de forma matemática".[86] El hecho sin embargo es que Descartes sí aisló y estudió muchos fenómenos físicos llegando incluso a formular leyes simples de forma matemática, como lo sería el caso de la ley de refracción por él co-descubierta. Por contraste, en la mayoría de sus investigaciones de fenómenos aislados (como el magnetismo, por ejemplo) esas formulaciones matemáticas brillan como regla por su ausencia. Lo curioso del caso es que en general Descartes alude a varias de estas últimas investigaciones adscribiéndoles el carácter de *"razonamientos matemáticos"*. Comentándole por ejemplo a Mersenne lo que había escrito sobre las sales, la nieve o el arco iris, añade significativamente que toda su física "no es más que geometría".[87] Si cotejamos sin embargo lo escrito por Descartes en los 'Meteoros' referente a las sales o a la nieve, esa "geometría" no aparece por ninguna parte.

No deja de resultar interesante señalar que en el pasaje aludido Descartes hablaba de otro tipo de geometría orientada precisamente a resolver problemas que conciernen a la explicación de fenómenos naturales, manifestando de paso su decisión de abandonar el estudio de la geometría abstracta a fin de concentrarse en ese otro tipo de geometría apta para resolver los tipos de problemas mencionados. Pero tal vez lo más curioso de todo es que un par de meses antes le había manifestado al mismo interlocutor que exigirle demostraciones geométricas sobre algo que depende de la física sería pedirle "cosas imposibles".[88] ¿A qué tipo de geometría se estaba refiriendo entonces Descartes cuando avisoraba esa alternativa para resolver problemas de física?

Dentro de ese mar de interrogantes, sin embargo, subsiste en Descartes la noción amplia de 'matematización' de la naturaleza a la que nos hemos venido refiriendo, es decir, el ordenamiento jerárquico, debidamente sistematizado de enunciados que parten de lo simple a lo complejo, modelo éste estructurado a la sombra de inferencias razonables que conectan sus diversos niveles. Estamos así frente a la idea de un todo integrado por partes interconectadas y jerarquizado según un patrón de dependencias cognitivas entre los sucesivos escalones del sistema. En la base de todo el conjunto se encuentran las leyes fundamentales que sustentan todo el edificio

---

86 Koiré A., *Estudios Galileanos*, México, siglo XXI, 1980, p. 126. (Traducción M. Gonzales A)

87 Descartes, Carta a Mersenne, 27-07-1638; ATM, p. 268.

88 Descartes, Carta a Mersenne, 27-05-1638; OP II, p. 62.

de la ciencia natural y cuya necesidad porta el sello metafísico de una garantía divina.

Semejante visión estructural se halla abierta por supuesto a la posibilidad de incardinar en última instancia la interpretación de las descripciones y explicaciones de los fenómenos en estudio dentro de un instrumental matemático propiamente dicho, tal como aparece paradigmáticamente en los famosos trabajos ópticos de Descartes considerados por cierto por D'Alembert como modelo de aplicación de la matemática a la física. Teniéndose en mente sin embargo el omnipresente patrón explicativo mecanicista de partículas inobservables en movimiento prevalente en la física cartesiana, cabe señalar la inmensa dificultad que con los recursos matemáticos disponibles se le presentaba a Descartes para darle un tratamiento matemático cabal a esos fenómenos en estudio. ¿Cómo establecer por ejemplo una descripción matemática precisa de los movimientos, trayectorias e interacciones de esos corpúsculos inobservables presuntamente generadores de fenómenos macroscópicos tales como los colores, los sonidos o el magnetismo? Creo que allí se elevaba para Descartes la barrera más sólida que se interponía para la consumación de la empresa de conformar adecuadamente una física integralmente matemática, con todo y que, repetimos, el propio Descartes había forjado unas bases conceptuales que se remontan a sus tesis metafísicas sobre la geometrización de la materia, las cuales estarían sustentando desde sus cimientos la empresa de matematización de la física.[89]

De este modo y aun reconocidas abrumadoras limitaciones como las aludidas, no obstante, apuntalado en un nivel amplio de 'matematización' en el sentido estructural discutido, Descartes podía insistir acerca del carácter matemático de sus investigaciones en física y biología. Sin ir muy lejos en el 'Discurso', por ejemplo, se refiere explícitamente a sus investigaciones sobre la circulación de la sangre, consecuencia necesaria de la disposición de los órganos respectivos, cuadro éste en su opinión asimilable al de los movimientos de un reloj. El caso es que a esa descripción le adscribe Descartes la fuerza de las demostraciones matemáticas.[90] Comentando sobre el tratamiento cartesiano del movimiento del corazón, E. Gilson ha sintetizado límpidamente esta asimilación de los mode-

89 Un trabajo bien conocido sobre esta temática es el opúsculo de Deniss E., *Descartes, Premier theoréticien de la physique mathématique*, Louv, Nanwelaerts, 1970.

90 Descartes, Discurso VI; p. 37.

los explicativos de Descartes al patrón de una demostración matemática:

> "La descripción del movimiento del corazón tal como lo plantea Descartes, no apela a referencia de ninguna clase que no sea mecánica. No haciendo intervenir consideración alguna como no sea el orden, la figura y el movimiento, la descripción cartesiana del movimiento del corazón, *aun cuando no hace intervenir cálculo alguno es para Descartes exactamente de la misma naturaleza de una demostración matemática".* [91]

Tendríamos que reiterar aquí -y con ello concluimos- que en la medida en que estas descripciones mecanicistas de un fenómeno natural se hallen incardinadas dentro de un sistema jerárquicamente ordenado de razones que van de lo simple a lo complejo y en el que cada nivel conserva un grado de dependencia cognitiva respecto de lo que le precede, y así hasta un nivel último basamental, los argumentos estarían supuestos a adquirir en el sentido discutido el rango primario de "matematización". Bajo esa noción amplia de 'matematización' en la que se apela al esqueleto estructural de los razonamientos matemáticos, Descartes habría estado supuestamente recogiendo -más allá del ropaje de los números, las figuras geométricas, los símbolos algebraicos, las ecuaciones- aquello que en su opinión constituye la esencia misma del razonamiento matemático, paradigma éste del modo de razonar en el dominio de la *scientia.*

Instituto de Filosofía,
Universidad Central, de Venezuela.

---

91 Gilson E., "Rene Descartes, Discourse de la Méthode", París, Vrin, 1967, p. 406. (énfasis P. Ll).