*Episteme NS 10, Nº 13, 1990, pp. 33–62*

JORGE ALFREDO ROETTI

# Apuntes preliminares sobre diálogo crítico y lógica (II Parte)

## 5. *El principio de tercero excluido*

La defensa del tercero de los principios tradicionales de la lógica podría imaginarse en un diálogo de la siguiente forma:

(60)

| | 0 | P |
|---|---|---|
| 1. | | av–a |
| 2. | ? | |
| 3. | | –a |
| 4. | a? | |
| 5. | | a |

P responde al momento del cuestionamiento defendiendo su tesis mediante la aserción de **–a**. 0 ataca afirmando **a**, para dar ocasión a la defensa. Y entonces P defiende *por segunda vez* su tesis, esta vez "formalmente", repitiendo lo ya concedido por 0 en fila 4. Aparentemente la victoria de P es inobjetable. Sin embargo debemos concentrarnos en distinguir las condiciones de defensa que han dependido del "modelo interno" (las condiciones necesarias para la existencia de diálogo crítico) de aquellas otras dependientes de "modelos externos".

En lo que precede hemos establecido como implicados por la estructura necesaria de diálogo crítico un conjunto de leyes y reglas. Entre ellas se encontraban los llamados principios de identidad (fuerte) y de no–contradicción (débil) en su forma negativa. Este último se mostró compatible con la contradicción débil. Para comprender bien lo que acontece en el diálogo (60) debemos recordar cómo hemos definido el uso dialógico de los operadores fundamentales; en este caso debemos recordar qué entendemos por atacar y defender una disyunción, una negación y una afirmación.

Habíamos determinado que bastaba defender *uno* de los términos de una disyunción para defenderla como un todo, pero, ¿habrá necesariamente una sola manera de entender una defensa de **a** o **b** en $a \vee b$?

No es ese el caso, especialmente en lo que atañe a la afirmación y a la negación de una fórmula: según cuál sea el "modelo externo", el sentido de la afirmación y de la negación variará esencialmente.

Puesto que en caso del tercero excluído estamos en presencia de una disyunción de dos contradictorias, no será posible, bajo la interpretación universal de la variable no cuantificada y considerando sólo la validez necesaria de la no–contradicción débil $-\Lambda a(a \varepsilon -a)$, la defensa de ambos contradictorios en todos los casos. De manera que, frente al cuestionamiento, P tiene dos posibilidades: defender **a**, o defender **–a**. Por ello los tres primeros pasos del diálogo acerca de $a \vee -a$ discurrirán de la siguiente manera:

(61)

| | O | P |
|---|---|---|
| 1. | | $a \vee -a$ |
| 2 | ? | |
| 3. | | a. \| –a |

con una ramificación de las defensas posibles del lado de P. Los ataques de O también se ramificarán, pero de qué modo ello acaezca, dependerá de las decisiones que se tomen acerca de qué significa defender una afirmación y defender una negación. Y estas decisiones dependerán a su vez del "modelo externo", es decir, serán trascendentes a las meras condiciones de posibilidad de un diálogo crítico y dependerán parcialmente de la estructura de la "región teórica" que se considere.

Para la defensa de una afirmación atómica hay dos concepciones básicas:

1. Defender una afirmación (atómica) significa *presentar* el "estado de cosas" que ella mienta. Esta concepción representa, en forma esquemática, diversas formas de entender la verdad, que frecuentemente se resumen bajo el rótulo de '*adaequatio*'.

2. Defender una afirmación significa *demostrarla.* Hay diversas maneras de entender este término, desde las versiones "axiomaticistas", hasta las constructivistas, que exigen la construcción simbólica del objeto para el enunciado correspondiente, pero todas ellas tienen un núcleo común: la demostración es un proceso lógico por el que se arriva a una expresión a partir de otras expresiones previamente aceptadas, mediante reglas de inferencia también previamente aceptadas.

De modo semejante, defender una negación (atómica) admite dos versiones:

1. Defender una negación (atómica) significa *indicar la ausencia* del estado de cosas mentado por su correspondiente enunciado afirmativo. Es decir, –**a** se considerará defendida si podemos hacer advertir al auditorio que el estado de cosas a que se refiere el enunciado **a** "no se da", o no aparece. No hay tal cosa como la que refiere **a**. En forma esquemática podríamos hablar en este caso de la verdad de un enunciado negativo entendida como *adaequatio*.

2. Defender una negación significa *deducir*, a partir de la hipótesis de su correspondiente enunciado afirmativo y del fragmento de teoría ya disponible, una *contradicción*. En tal deducción hipotética consistiría la demostración de una negación. Esta es la habitual

concepción matemática de aquello en que consiste la verificación de un enunciado negativo: sea **t** una teoría consistente, $\mathbf{t}_i$ un fragmento disponible de **t**y **–a** un enunciado del campo teórico. **–a** está defendida (verificada) en **t**, si $\mathbf{t}_i$, **a** $\vdash$ *falsum* (donde "*falsum*" designa una contradicción).

Con estas precisiones podemos continuar el diálogo (61), poniendo a la izquierda la versión constructivista de un diálogo sobre el tercero excluído, y a la derecha una presunta versión del mismo que pretende fundarse sólo en las condiciones para todo diálogo crítico:

(61')

| | O | | P | |
|---|---|---|---|---|
| 1. | | | av–a | |
| 2. | ? | | | |
| 3. | | | a | –a |
| 4. | ? | a? | | |
| 5. | | | (a) | *falsum* |

(61")

| | O | | | P | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | | | | av–a | | | |
| 2. | ? | | | | | | |
| 3. | | | | a | –a | | |
| 4. | ? | ? | a? | | | | |
| 5. | | | | (a) | (–a) | *falsum* | a |

En el diálogo constructivo (61') frente a los dos ataques obligatorios de fila 4 se abre la posibilidad de dos defensas *materiales*. Para ganar una *instancia* de tercero excluido, o bien se debe *demostrar* la correspondiente **a**, o bien se debe *deducir* una contradicción a partir de <u>**a**</u> (hipótesis) y el fragmento ya disponible de teoría. Como para teorías al menos tan complejas como la aritmética elemental de números naturales (con igualdad, desigualdad, suma y producto) no existe un algoritmo que permita decidir en cada caso si **–a**, o bien si **a** $\vdash$ *falsum* (donde '*falsum*' designa una contradicción), es claro que solamente en casos particulares se podrá defender una tesis de la forma **av–a**. Por tanto el principio no se satisfará en muchos casos, pero ello sólo bajo la interpretación constructivista o intuicionista de lo que significa afirmar y negar una fórmula (interpretación que nos parece la más ajustada para los objetos matemáticos para los que fue pergeñada).

En el diálogo (61''), luego de la ramificación de la fila 3, el oponente puede atacar de tres maneras: a la afirmación '**a**' de la única manera posible '?'. Para la negación '–**a**' se le abren dos posibilidades: o bien atacar con '?', o bien con '**a**?'. Para los dos primeros ataques la defensa debe ser material, como se señala en la fila 5 con las expresiones entre paréntesis. Para el tercer ataque se puede intentar la defensa material constructiva de deducir una contradicción, como en (61'), o bien se puede (aparentemente) realizar la defensa formal, (fila 5 a la derecha) reiterando el diálogo (60"). Pero en ella la estrategia de defensa de P está estructurada sobre la hipótesis de que el único ataque posible a una negación es su correspondiente afirmación. Pero ello sólo es así en el caso de la interpretación constructiva de lo que es defender una negación. Y O no está obligado a ello, sobre todo cuando se discurre acerca de un "dominio empírico".

Concedemos empero, a modo de ejercicio, que el único ataque admisible a '–**a**' fuera '**a**?'. Y concedamos aún la validez de la no–contradicción fuerte. Entonces nos preguntamos: ¿Ha *demostrado* realmente O que valga a al atacar –**a**? Según la misma regla de ataque admitida, de ninguna manera. Lo único que ha hecho O es atacar –**a** del único modo en que, por la regla admitida, le está permitido hacerlo: dándole a P la oportunidad de defender –**a** mediante la derivación de una contradicción a partir de **a**. Por lo tanto, si luego del ataque de O con '**a**?', P responde reiterando '**a**', se trata, desde el punto de vista de un diálogo constructivo y, *a fortiori*, de uno crítico, de una *pseudodefensa*, pues *nada se ha demostrado, ni nada se ha mostrado*.

¿Cuándo la anterior no sería una pseudodefensa? Cuando ambas partes dialogantes *ya supieran de antemano* que, para cualquier **a**, de cierto dominio de enunciados, se cumple **a**v–**a**. Pero esto es una *petitio principii*. Sin ello no tiene sentido la última defensa de **a**v–**a**.

En efecto, en el diálogo (60) la defensa se desarrolla así: P pretende defender cualquier instancia de **av–a** contra cualquier ataque. Como hay infinitas instancias posibles, P no sabe de antemano si para cada una de ellas se cumple el tercero excluído. Por lo tanto, sabiendo cual es la regla convenida de ataque y defensa de **–a**, defiende el "principio" con la negación **–a**. Con ello tiende una trampa a 0, quien ataca de la única manera en que le está permitido hacerlo: con **a**. Pero P *no responde del modo requerido por la regla* (constructiva) de ataque y defensa de la negación, es decir, *deduciendo una contradicción* a partir de **a**, sino que lo hace repitiendo **a**, que es una aserción *infundada* de 0, concedida como mera ocasión para la defensa de **–a**. Por lo tanto P no prueba que se de, para cada **a**, o bien **a**, o bien **–a**, salvo bajo el supuesto de la validez universal del tercero excluido, que es precisamente lo que se quería fundar.

Tenemos pues una *petitio principii* y ninguna necesidad inmanente para aceptar el tercero excluido sobre la sola base de un diálogo constructivo y, *a fortiori*, crítico. Para los modelos externos que validen la no–contradicción fuerte cabrán dos posibilidades: (1) Si el modelo externo es constructivo no será válido el *tertium non datur*, pues para muchas expresiones de dicho modelo no estaremos en condiciones de verificar ni su afirmación, ni su negación. Por eso en esos dominios problemáticos el tercero excluído sólo se podrá ganar en diálogos *materiales* del tipo (61') para instancias particulares. (2) Si el modelo externo es "clásico", valdrá por cierto el *tertium non datur* de modo universal para toda expresión bien formada de él, tanto si se trata de "mundos" clásicos con no–contradicción irrestricta, cuanto si es el caso de aquellos que contienen pares de enunciados contradictorios verdaderos. Las relaciones posibles se pueden advertir considerando las matrices características normales $C'_1$, $C'_2$, $C'_3$ y $C'_4$ del párrafo 4. [37]

En la semántica de diálogos constructivista será necesario evitar

---

(37) De acuerdo con las definiciones dialógicas del uso de los operadores de conjunción y disyunción (ver §§ 2.1. y 2.2.) valdrá la siguiente regla: A&B $\vdash$ AvB, y por lo tanto, para el caso especial de a&–a, será válida la inferencia a&–a $\vdash$ av–a.

la posibilidad del paso 5 en el diálogo (60), pues como hemos visto esa reiteración "formal" de lo concedido en la fila 4 falsea el sentido constructivo de la aserción de 0, quien concedía **a** sólo para habilitar a P para que demostrase **–a**, deduciendo una contradicción a partir de **a**.

Hay varias maneras de evitar la fila 5 del diálogo anterior:

1. La primera consistiría en la siguiente restricción: "P sólo puede repetir una fila anterior asertada por 0, si ella no es el ataque a una negación previamente asertada por P".

2. Otra manera de evitarlo consistiría en *prohibir toda doble defensa de una tesis*.

3. Los inventores de las semánticas de diálogos –Paul Lorenzen y Kuno Lorenz han propuesto otra restricción más general y elegante, que implica a la anterior y suena así: "P sólo puede defender a la última fórmula por él asertada". [38]

Como veremos, esta restricción se usa para el rechazo constructivo de la "ley de estabilidad" **– –a → a**, entre muchas otras. Sin embargo hemos de advertir que, a pesar de su ingeniosidad, las reglas de Lorenzen–Lorenz, de la que la anterior es un ejemplo, son reglas dialógicas *ad hoc*, "cortadas a medida" para permitir fundar únicamente las expresiones que son válidas en el modelo externo constructivista. No son las únicas ni las fundamentales, por tanto, algunas de ellas son obligatorias en todo diálogo crítico, pero otras no son necesarias, como hemos visto. Y además, en el caso de la regla anterior, su generalidad y elegancia tienen el defecto adicional de ocultar el sentido constructivo de la aserción de a en la defensa de **–a**.

### 6. *Doble negación, estabilidad y otras expresiones*

Un somero examen nos muestra que la versión constructivista de la ley débil de doble negación no se valida en la semántica de

(38) Cf. Lorenzen–Schwemmer (20), pp. 68, 78 y especialmente 82.

diálogos críticos. La exposición que da Lorenzen de dicho diálogo es la siguiente: [39]

(62)

| | 0 | P |
|---|---|---|
| 1. | | a → – –a |
| 2. | a? | |
| 3. | | – –a |
| 4. | –a? | |
| 5. | | a? (4) |

En la fila 2 el 0, usando identidad, ataca el condicional de la única manera que posibilita su defensa, cumpliendo la convención correspondiente del párrafo 2. P responde en fila 3 de la forma más rigurosa, dentro de la interpretación ínfima de la defensa de un condicional (ver párrafo 2). Los ataques de las filas 4 y 5 se fundan en la no–contradicción *fuerte* o *irrestricta*, siendo el ataque formal victorioso de la fila 5 sólo tal, si 0 no tiene permitido asertar simultáneamente **a** y **–a**, para ninguna expresión **a**. Pero considerando nuestra anterior discusión de la no–contradicción fuerte podemos concluir que la defensa formal de **a → – –a** no se puede ganar contra todo oponente en el modelo interno de diálogo crítico, sino que requiere para su validación un modelo externo más restrictivo, que al menos valide la no–contradicción irrestricta, como acaece con los que corresponden al *Minimalkalkül*, al cálculo intuicionista, etc. Su demostración en un sistema de deducción natural nos indica un hábito demostrativo insuficientemente "crítico" (en el sentido dialógico de este trabajo). Sus pasos serían los siguientes: (1) **a** (hip.); (2) **–a** (hip.); (3) **aε –a** (1, 2, conj.); (4) **– –a** (2, 3, raa.); (5) **a → – –a** (1, 4, cond.). La demostración considera inadmisible toda con-

(39) *Ipse, ibidem*, p. 92–93 y 99, donde se consideran las fórmulas con doble y triple negación que son constructiva y clásicamente válidas.

tradicción y hace uso de la reducción al absurdo (raa.), tema que trataremos enseguida.

Con más razón aún la tesis conversa **– –a → a** (ley de eliminación de la doble negación, también llamada "principio" de estabilidad por van Danzing, 1947) no será validable en el modelo interno de diálogo crítico, sino que requerirá un modelo "clásico". Una versión dialógica clásica de su defensa es la siguiente:

(63)

| | 0 | P |
|---|---|---|
| 1. | | – –a → a |
| 2. | – –a? | |
| 3. | | –a? (2) |
| 4. | a? | |
| 5. | | a |

Las dos primeras filas son las obligatorias para la posición y el ataque a un condicional. La tercera fila, en cambio, sobrepasa la concepción crítica acordada en el párrafo 2.4 y admite, con los constructivistas, que atacar el antecedente concedido por 0 es también una defensa del condicional. Esta licencia es la que permitía la defensa de *ex falso sequitur quodlibet*, como vimos en el párrafo 2.4, en conjunción con la no–contradicción irrestricta. La fila 5, que reitera la aserción de 0 en fila 4, conduce a una presunta victoria de P, defendiendo formalmente la fila 1. Pero esta tesis es inválida ya en una lógica constructiva. La solución de los teóricos de la semántica de diálogos consistirá en imponer restricciones *ad hoc* a las reglas dialógicas. En el caso de los diálogos constructivos la restricción será la mencionada con el número 3 hacia el final del párrafo anterior, por la cual se *prohibe defender toda fórmula que no sea la última asertada por el proponente*. Con tales restricciones sólo se pueden ganar las leyes y reglas de un cálculo constructivo. Pero ello se logró mediante decisiones *ad hoc* en dependencia de condiciones externas a las de un mero diálogo crítico, que es lo que los autores de tales semánticas de diálogo no explicitan.

En el párrafo 2 se discutieron los axiomas de Heyting para la lógica de enunciados. Observamos allí que en la estructura de diálogo crítico se validaban los primeros nueve axiomas, pero no así el décimo o ley del *ex falso sequitur quodlibet*, pues ésta dependía de la ley fuerte o irrestricta de no–contradicción. [40] Nos queda entonces por considerar sólo el axioma undécimo de Heyting, o ley *reductio ad absurdum:*

| | | 0 | P |
|---|---|---|---|
| | 1. | | (a → b) ε (a → –b) → –a |
| | 2. | (a → b) ε (a → –b)? | |
| | 3. | | \| ? (2) |
| | 4. | a → b | |
| | 5. | | a? (4) |
| | 6. | b | |
| (64) | 7. | | D? (2) |
| | 8. | a → –b | |
| | 9. | | a? (8) |
| | 10. | –b | |
| | 11. | | b? (10) |

Una breve consideración de la estrategia de victoria de P nosindica que ella acaece sólo en el caso de que la contradicción **b** y **–b** sea inadmisible. El método de reducción al absurdo sólo será

(40) Ver diálogo 13 del párrafo 2.4.

válido, por lo tanto, en aquellos casos en que sea rechazable la aserción conjunta de los consecuentes contradictorios **b** y **–b**, y no lo será en aquellas casos en que dichos contradictorios sean conjuntamente defendibles. La validez universal de la ley y la correspondiente regla de reducción al absurdo trascenderá así las condiciones ínfimas del diálogo crítico y exigirá modelos externos en los que se valide la no–contradicción irrestricta.

Algo semejante ocurre con la famosa ley de contraposición o transposición constructiva:

(65)

| | | O | P |
|---|---|---|---|
| | 1. | | (a → b) → (–b → –a) |
| | 2. | a → b? | |
| | 3. | | a? |
| (65) | 4. | b | |
| | 5. | | –b → –a |
| | 6. | –b? | |
| | 7. | | b? (6) |

Como en el caso anterior este diálogo se gana formalmente en el caso de que sea válida la ley irrestricta de no–contradicción, como ocurre en sistemas clásicos y constructivos, pero para el caso general de diálogos críticos la ley de contraposición anterior sólo es admisible cuando sera rechazable la aserción conjunta de los contradictorios **b** y **–b**.

La forma contrapuesta de (65) no es ni siquiera constructivamente válida, como lo muestra el desarrollo resumido de su diálogo: (P) (**–b** → **–a**) → (**a** → **b**), (O) **–b** → **–a**?, (P) **a** → **b**, (O) **a**?, (P) **–b**? (2), (O) **b**?, (P) **b**. Como se ve hay una aserción intermedia de P (**–b**?) que impide defender **a** → **b**.

Con lo dicho queda establecido que ninguno de las formas de contraposición es irrestrictamente válida en la semántica de diálogos críticos.

Otras leyes clásicas, como la *consequentia mirabilis* de Clavius $((-a \rightarrow a) \rightarrow a)$, o $(a \rightarrow b) \vee (b \rightarrow c)$, o la ley de Peirce $(((a \rightarrow b) \rightarrow a) \rightarrow a)$ tampoco se dejan validar en la lógica ínfima, como ya se infiere de su no validez constructiva. Pero aún leyes constructivas como la reducción al absurdo directa $((a \rightarrow -a) \rightarrow -a)$ o la ley de triple negación $(-a \rightarrow ---a)$ serán inválidas en esta lógica por utilizar en su demostración, la primera la reducción al absurdo discutida más arriba, y la segunda la doble negación constructiva y la contraposición.

## 7. *Leyes cuantificacionables*

Expondremos a continuación las implicaciones y equivalencias cuantificacionales de la lógica constructiva y discutiremos enseguida si tales leyes se conservan en nuestra lógica ínfima. Veremos que no es ese el caso. En el comentario semántico haremos uso de matrices adecuadas a cada tipo de mundo, en forma semejante a lo que hiciéramos en el párrafo 4. Las implicaciones y equivalencias constructivas son las siguientes:

(i) $\wedge x A(x) \rightarrow --\wedge x A(x) \rightarrow \wedge x --A(x) \leftrightarrow --\wedge x--A(x) \leftrightarrow -\vee x-A(x)$;

(ii) $\vee x A(x) \rightarrow \vee x--A(x) \rightarrow --\vee x A(x) \leftrightarrow --\vee x--A(x) \leftrightarrow -\wedge x-A(x)$;

(iii) $\vee x-A(x) \rightarrow --\vee x-A(x) \leftrightarrow -\wedge x--A(x) \rightarrow -\wedge x A(x)$;

(iv) $\wedge x-A(x) \leftrightarrow --\wedge x-A(x) \leftrightarrow -\vee x--A(x) \leftrightarrow -\vee x A(x)$

La equivalencia clásica de cada una de las fórmulas correspondientes a uno de los números romanos anteriores es fácil de advertir utilizando matrices finitas para mundos clásicos totalmente no–contradictorios. Lo ejemplificamos para las fórmulas de la fila (i):

(66)

$$\left| \begin{array}{cccc} A(a_1), & A(a_2), & \ldots, & A(a_n) \\ *, & *, & \ldots, & * \end{array} \right|$$

De tal matriz finita resulta la equivalencia clásica

$\wedge x A(x) \leftrightarrow -\vee x - A(x)$,

entre la primera y la última fórmula de la fila (i). Las equivalencias con las restantes fórmulas de (i) son triviales. Para las filas restantes se construyen sus correspondientes matrices finitas de manera obvia, con lo que se muestra la validez semántica de las equivalencias clásicas. El uso de matrices finitas es en este caso obligatorio, por ser admisible un cálculo clásico estrictamente sólo en el caso de tratarse de un discurso acerca de colecciones finitas de objetos.

En mundos constructivos totalmente no–contradictorios es fácil mostrar la validez semántica de $\wedge x A(x) \rightarrow -\vee x - A(x)$, toda vez que contemos con un procedimiento demostrativo por recurrencia para el cual sea accesible inductivamente todo elemento del universo (lo que permite soslayar problemas tales como el de la inconsistencia–ω). En cambio su conversa $-\vee x - A(x) \rightarrow \wedge x A(x)$ no es posible validarla, pues $-\vee x - A(x)$ sólo significa la existencia de una deducción $\vee x - A(x) \vdash$ *falsum*, pero ello no asegura la existencia independiente de una demostración constructiva del enunciado universal $\wedge x A(x)$.

$\vee x A(x) \rightarrow -\wedge x - A(x)$ es constructivamente válido en un mundo totalmente contradictorio, no así su conversa, pues puede ocurrir que exista una demostración de $-\wedge x - A(x)$ (es decir una deducción de $\wedge x - A(x) \vdash$ *falsum*, pero que no se esté en condiciones de presentar ningún $a_i$ tal que $A(a_i)$. De manera correspondiente se muestra la validez de $\vee x - A(x) \rightarrow -\wedge x A(x)$ y la no validez constructiva de su conversa. La validez de las restantes implicaciones y equivalencias de las filas (i), (ii) y (iii) de la página anterior se siguen por las transformaciones proposicionales constructivas habituales (doble negación, transposición, etc.).

Para la fila (iv) tenemos exclusivamente equivalencias constructivas. Su matriz infinita se esquematiza así:

$$(67)\qquad \left| \begin{array}{c} * \;, \ldots, \quad * \;, \ldots\ldots \\ -A(a_1), \ldots, -A(a_n), \ldots\ldots \end{array} \right|$$

La implicación $\bigwedge x{-}A(x) \rightarrow -\bigvee xA(x)$ es válida.

En efecto, si $\bigwedge x{-}A(x)$ es verdadero, puesto que hemos supuesto que el universo es totalmente no–contradictorio y todos sus elementos son *recursivamente accesibles*, resultará que también es verdadero $-\bigvee xA(x)$. Pero su conversa también lo es, pues, si $-\bigvee xA(x)$ es verdadera, entonces existe una deducción válida $\bigvee xA(x) \vdash$ *falsum*, es decir, para cualquier **b**, $A(\mathbf{b}) \vdash$ *falsum*. Pero entonces $\bigwedge x{-}A(x)$.

Pasamos ahora nuestra consideración al caso de mundos clásicos parcialmente no–contradictorios (y contradictorios). Supongamos la verdad de $\bigwedge xA(x)$ en un universo clásico (es decir, finito):

$$(68)\qquad \left| \begin{array}{c} A(a_1), \ldots, A(a_i), \quad A(a_j), A(a_k), \ldots, A(a_n) \\ * \;, \ldots, \quad * \;, -A(a_j), \quad * \;, \ldots, \quad * \end{array} \right|$$

Como es obvio, la verdad de $\bigwedge xA(x)$ no implica la verdad de $-\bigvee x{-}A(x)$, como lo ejemplifica la matriz anterior, que es posible en un mundo parcialmente no–contradictorio. En cambio su conversa es válida, por lo que podemos escribir:

$$(69)\qquad -\bigvee x{-}A(x) \rightarrow \bigwedge xA(x)$$

Una inspección posterior de la matriz nos indica que tampoco la implicación $\bigvee x{-}A \rightarrow \bigvee xA(x)$ es válida. En cambio su conversa

(70) $-\bigwedge xA(x) \rightarrow \bigvee x{-}A(x)$ sí lo es.

La razón de la invalidez de la implicaciones constructivas se funda en la compatibilidad $\bigwedge xA(x)$ y $\bigvee x{-}A(x)$ en un mundo que admita contradicciones limitadas. En cambio la validez de (69) y (70), sus conversas clásicas, se funda en el carácter clásico de este mundo (finito), es decir, en que de dos contradictorias *al menos una* es verdadera, por lo que la falsedad de una implica la verdad de la otra (en un mundo clásico todo enunciado está determinado en el sentido de la verdad).

La matriz complementaria de la anterior es la siguiente:

$$(71)\qquad \left|\begin{array}{ccccccc} * & ,\ldots & * & , A(a_j) , & * & ,\ldots, & * \\ -A(a_1) & ,\ldots, & -A(a_i) & , -A(a_j) , & -A(a_k), & \ldots, & -A(a_n) \end{array}\right|$$

Es fácil advertir en ella que ni $\Lambda x{-}A \rightarrow -VxA(x)$ ni $VxA(x) \rightarrow -\Lambda x{-}A(x)$ son válidas en un mundo tal, pero que en cambio sí lo son:

$$(72)\qquad -VxA(x) \rightarrow \Lambda x{-}A(x),$$

$$(73)\qquad -\Lambda x{-}A(x) \rightarrow VxA(x).$$

De las dos matrices anteriores también resulta inmediatamente la validez de las siguientes leyes de subalternación:

$$(74)\qquad \Lambda xA(x) \rightarrow VxA(x),$$

$$(75)\qquad -VxA(x) \rightarrow -\Lambda xA(x)$$

$$(76)\qquad \Lambda x{-}A(x) \rightarrow Vx{-}A(x),$$

$$(77)\qquad -Vx{-}A(x) \rightarrow -Vx{-}A(x).$$

Para estos mundos clásicos (y constructivos) que admitan contradicción limitada podemos expresar su condición de posibilidad de la siguiente manera:

$$(78)\qquad VAVx\ (A(x)\varepsilon{-}A(x)).$$

Se evitaría aparentemente, la expresión de orden superior, diciendo: $Vx\ (A(x)\varepsilon{-}A(x))$, para algún A. En general las contradicciones admisibles se presentarán, como en este caso, en relación a poseer y no poseer una propiedad (o una cantidad) por parte de un individuo o, como caso más general, respecto del estar o no estar de un individuo en una determinada relación. De todas maneras no podemos excluir de raíz una posibilidad más fundamental de contradicción, que consistiría en la afirmación y negación simultánea de la existencia de un individuo.

Para mundos constructivos parcialmente no–contradictorios (y contradictorios) la matriz correspondiente a enunciados universales afirmativos y particulares negativos puede tomar la siguiente forma:

$$(79)\quad \left| \begin{array}{ccccccc} A(a_1), \ldots, & A(a_i), & A(a_j), & A(a_k), & \ldots, & A(a_n), & \ldots \,.. \\ *\ , \ldots, & * \ , & -A(a_j)\ , & * \ , & \ldots, & * \ , & \ldots \,.. \end{array} \right|$$

Una breve consideración de la matriz nos permite advertir que las implicaciones $\bigwedge x A(x) \rightarrow -\bigvee x{-}A(x)$ y $\bigvee x{-}A(x) \rightarrow -\bigwedge x A(x)$ son ambas inválidas en razón de la compatibilidad entre $\bigwedge x A(x)$ y $\bigvee x{-}A(x)$ en un universo tal. Por otra parte sus implicaciones conversas $-\bigvee x{-}A(x) \rightarrow \bigwedge x A(x)$ y $-\bigwedge x A(x) \rightarrow \bigvee x{-}A(x)$ son también ambas inválidas por razones constructivas. En efecto, esto ya lo hemos señalado para el caso de mundos constructivos totalmente no–contradictorios.

La matriz correspondiente a enunciados universales negativos y particulares afirmativos en el tipo de mundo que nos ocupa es la siguiente:

$$(80)\quad \left| \begin{array}{ccccccc} *\ , \ldots, & * \ , & A(a_j), & * \ , & \ldots, & * \ , & \ldots \,.. \\ -A(a_1), \ldots, & -A(a_i), & -A(a_j), & -A(a_k), & \ldots, & -A(a_n), & \ldots \,.. \end{array} \right|$$

Como en el caso anterior la invalidez de $\bigwedge x{-}A(x) \rightarrow -\bigvee x A(x)$ y de $\bigvee x A\,(x) \rightarrow -\bigwedge x{-}A(x)$ resulta inmediatamente de la consideración de la matriz, y la invalidez de sus respectivas conversas resulta de las razones de lógica constructiva ya consideradas para el tipo de mundo constructivo totalmente no–contradictorio.

De estas consideraciones, y recordando que, de acuerdo con los resultados del párrafo anterior, ninguna de las leyes de doble negación ni de transposición son válidas en este tipo de mundo, podemos concluir que ninguna de las implicaciones interesantes contenidas en la filas (i) y (iv) de comienzos de este párrafo es válida en un mundo constructivo parcialmente no–contradictorio. Y como este tipo de mundo es el más general y comprende como casos particulares a todos los otros tipos considerados, y además es el tipo de mundo que corresponde a la caracterización semántica de nuestra lógica ínfima, no podremos admitir ninguna de dichas implicaciones como tesis en la presentación sintáctica de la lógica ínfima.

En cambio, de la consideración de las matrices anteriores resulta la validez en este tipo de mundo de las leyes de subalternación (74) – (77), que por tanto son válidas en todo tipo de mundo posible, por lo que podremos adoptar un par de ellas ((74) y (75) por ejemplo) como tesis en la presentación sintáctica del sistema. La invalidez de la contraposición constructiva obliga a adoptar pares de leyes, pues la reducción ulterior se torna imposible.

Una breve consideración de las matrices anteriores nos indica que la ley de instanciación universal $\wedge x A(x) \rightarrow \wedge A(a_i)$ es válida en la lógica ínfima (siempre que $a_i$ sea recursivamente accesible). De la misma manera la generalización existencial $A(a_i) \rightarrow \vee x A(x)$ se muestra como válida. Con ello están dados los pasos como para que los axiomas de Hilbert, que son los que admite Heyting en su sistema intuicionista [41], con las restricciones adecuadas, sean admitidos como tesis en la presentación sintáctica del cálculo ínfimo.

Por otro lado la siguiente tesis es plenamente aceptable en la semántica ínfima:

(83) $\wedge x(A \rightarrow b) \rightarrow (A \rightarrow \wedge x B)$, si x no aparece libre en A. [42]

---

(41) Véase Hilbert–Ackerman, *Grundzüge der Theoretischen Logik*, dritte, verbesserte Auflage, 1949, p. 59. Los axiomas son los siguientes: $\wedge x A(x) \rightarrow (y)$ y $A(y) \rightarrow \vee x A(x)$. El sistema presentado por Beth, op. cit. en nota 30, § 29, p. 51, contiene los mismos axiomas. Para el sistema intuicionista de Heyting véase Heyting (11) p. 103.

(42) Este es, además de la ley de instanciación universal, el otro axioma de Church en la obra citada en nota 28, p. 172.

Como es fácil advertir en el modelo las fórmulas del cálculo afirmativo de primer orden serán válidas, como por ejemplo las leyes de movimiento de cuantificadores (monádicas y poliádicas), incluídas las leyes de movimiento condicionado, como (83), y las de introducción–eliminación de cuantificadores, como:

(84) $(A(x) \rightarrow B) \rightarrow (\wedge x A(x) \rightarrow B)$ y

(85) $(A\rightarrow B(x) \rightarrow (A \rightarrow \vee x B(x))$,

incluidas las de movimiento condicionado, como:

(86) $(A \rightarrow B(x)) \rightarrow (A \rightarrow \wedge x B(x))$ si x no–libre en A, y

(87) $(A(x) \rightarrow B) \rightarrow (\vee x A(x) \rightarrow B)$ si x no– libre en B, etc.

## 8. *Un cálculo para la lógica ínfima*

El cálculo que sigue no pretende ser exhaustivo. Es posible que leyes válidas en la semántica para la lógica ínfima no resulten ser teoremas en el cálculo presentado (e.d., que el cálculo no sea *saturado* respecto de la interpretación interna). [43] Esto señala que en este momento no estamos en condiciones de asegurar la complititud simple del sistema: si $\models$ **a**, entonces $\vdash$ **a**. En cambio sí estamos en condiciones de asegurar su consistencia, tanto sintáctica como semántica (es decir, su "satisfacibilidad") en el modelo interno de la lógica ínfima. La primera es trivial: puesto que el formalismo ínfimo es un subformalismo de otros formalismos sintácticamente coherentes, se sigue su coherencia. En cambio la consistencia semántica o *validez* alude a que todo teorema es una expresión semánticamente válida: si $\vdash$ **a**, entonces $\models$ **a**. Obviamente la validez de un sistema implica su consistencia sintáctica para, aunque su conversa no necesariamente se verifique.

En la presentación del cálculo daremos por ya establecido el "alfabeto", o conjunto de signos primitivos, como también la defi-

(43) Para éste y otros predicados metateóricos véanse, por ejemplo, Kleene (15), p. 194, y Ladriere (16), p. 67–72, especialmente p. 70.

nición recursiva de 'expresión bien formada', es decir, la "gramática" del sistema. Para ella nos atendremos al uso ya establecido en las páginas precedentes. Lo que ahora debemos establecer es la lista de axiomas y el repertorio de reglas de inferencia.

Los axiomas se exponen en una versión metalingüística; de esta manera se puede prescindir de una regla de substitución. A los nueve axiomas de Heyting (1930) que permanecen en el cálculo ínfimo se agregan un par correspondientes al cálculo de predicados de primer orden:

$A^a.1.\quad A \rightarrow A \varepsilon A,$

$A^a.2.\quad A \varepsilon B \rightarrow B \varepsilon A,$

$A^a.3.\quad (A \rightarrow B) \rightarrow (A \varepsilon C \rightarrow B \varepsilon C),$

$A^a.4.\quad (A \rightarrow B)\ \varepsilon\ (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C),$

$A^a.5.\quad A \rightarrow (B \rightarrow A),$

$A^a.6.\quad A \varepsilon (A \rightarrow B) \rightarrow B,$

$A^a.7.\quad A \rightarrow A \vee B,$

$A^a.8.\quad A \vee B \rightarrow B \vee A,$

$A^a.9.\quad (A \rightarrow C)\ \varepsilon\ (B \rightarrow C) \rightarrow (A \vee B \rightarrow C),$

como resulta obvio, este conjunto de axiomas metalingüísticos con la regla R1 de *modus ponens* constituye el fragmento afirmativo $P^a$ de la lógica proposicional. Agregando los axiomas cuantificacionales de Hilbert tenemos el sistema de lógica afirmativa de primer orden:

$A^a.10.\quad \wedge x A(x) \rightarrow A(y),$

$A^a.11.\quad A(y) \rightarrow \vee x A(x).$

A estos debemos agregar las correspondientes reglas de inferencia para fórmulas con cuantificadores:

R2. $\quad A \rightarrow B(x) \vdash A \rightarrow \wedge x B(x)$ si x no–libre en A,

R3. $\quad A(x) \rightarrow B \vdash \vee x A(x) \rightarrow B$ si x no–libre en B

Una manera alternativa de presentar la lógica afirmativa de primer orden es siguiendo la axiomatización $P^P$ de Hilbert[44], cuyos axiomas para el cálculo proposicional son:

H1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$,

H2. $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$;

H3. $A\varepsilon B \rightarrow A$,

H4. $A\varepsilon B \rightarrow B$,

H5. $A \rightarrow (B \rightarrow A\varepsilon B)$;

H6. $A \rightarrow A\vee B$,

H7. $B \rightarrow A\vee B$

H8. $(A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A\vee B \rightarrow C))$;

H9. $(A \leftrightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B)$,

H10. $(A \leftrightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)$,

H11. $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (A \leftrightarrow B))$.

Se agregan a estos los axiomas anteriores para el cálculo cuantificacional y las reglas R1–R3. Como es claro se puede prescindir de los axiomas H9–H11 mediante las habituales definiciones del bicondicional, que no son controvertidas. Es fácil comprobar la validez del H1–H11 en la semántica ínfima, como también la de los axiomas y reglas de $P^a$. La ventaja del sistema de Hilbert es que sigue el desarrollo de las propiedades de las conectivas que fuéramos encontrando a lo largo de la discusión del párrafo 2 anterior.

En un sistema tal es inmediato que las reglas derivadas

$A \rightarrow B \vdash \wedge xA \rightarrow B$

$A \rightarrow B \vdash A \rightarrow \vee xB$

(44) Se trata del "cálculo proposicional positivo" de Hilbert, que se simboliza '$P^P$'. Véase Church, op. cit., pp. 140–141.

se siguen de los axiomas Aª.10 y Aª.11, las hipótesis de las reglas, *modus ponens* y silogismo hipotético. La regla de generalización universal:

Si $\vdash A$, entonces $\vdash \wedge xA$,

se demuestra fácilmente usando Aª.5 en su forma $A \rightarrow ((p \rightarrow p) \rightarrow A)$, *modus ponens*, la regla primitiva R2 y otra vez *modus ponens*, apoyándonos en que $-A$ es por hipótesis una tesis y $\vdash p \rightarrow p$ es una tesis demostrable.

Usando los procedimientos deductivos habituales se obtienen las leyes de la lógica afirmativa de primer orden, todas las cuales son fórmulas válidas en nuestro modelo de diálogos críticos. Dicha "satisfacibilidad" es fácil de probar, recordando que cada uno de los axiomas de cualquiera de las dos versiones presentadas del cálculo afirmativo es una fórmula válida en el modelo de diálogos críticos, como ya lo hemos mostrado más arriba, y que las reglas de los cálculos afirmativos conservan la validez en los diálogos críticos. Con respecto a R1 *(modus ponens)* ya lo hemos mostrado más arriba, y también lo podríamos hacer respecto de una regla de substitución, de la que hemos prescindido aquí por el tratamiento metalingüístico. Con respecto a las restantes reglas es también fácil mostrar que conservan la validez en un diálogo crítico cualquiera. Tomemos por ejemplo R2. Si en un diálogo las partes convienen en la validez de $A \rightarrow B(x)$, en donde x no aparece libre en A, si A fuera verdadera (y su verdad independiente del valor que se asigne a x) B(x) debería ser verdadera para cualquier valor de x, con lo que también $A \rightarrow \wedge xB(x)$ deberá ser verdadera, de acuerdo con la convenida significación dialógica del cuantificador universal. Para R3 el caso es similar: si $A(x) \rightarrow B$ es válido y x no aparece libre en B, entonces es verdadero para cualquier valor de x en A x). Si algún x hiciera verdadero a A(x) entonces B debería ser verdadero, pero entonces $\vee xA(x) \rightarrow B$ será también verdadero.

Tenemos entonces que la totalidad del sistema de lógica afirmativa se valida en la semántica de diálogos críticos. El problema que se plantea entonces es de si será posible agregar algún axioma o regla para la negación que nos dé un formalismo más fuerte que los de la lógica afirmativa y que su conjunto de teoremas aún se encuentre incluído en el conjunto de las fórmulas válidas de la semántica de diálogos críticos. Para los restantes cálculos habituales el problema está resuelto. Agregando la expresión $(-A \rightarrow -B) \rightarrow (B \rightarrow A)$ se obtiene la lógica clásica; agregando $(A \rightarrow -A) \rightarrow -A$ y $-A \rightarrow (A \rightarrow B)$ se obtiene la lógica constructiva, y agregando sólo la reducción al absurdo se obtiene el *Minimalkalkül* de Johansson. En cambio para la lógica ínfima es algo más difícil un formalismo completo.

Hasta el momento no hemos podido individualizar ninguna ley débil de la lógica proposicional con negación que sea válida en la lógica ínfima y que, por lo tanto pudiera funcionar como axioma para la negación agregado a un formalismo para la lógica proposicional afirmativa. En el fragmento cuantificacional de la lógica de primer orden, en cambio, sí podemos encontrar leyes que no son teoremas de la lógica funcional afirmativa y que sin embargo son fórmulas válidas en la lógica ínfima. Tal es el caso de las leyes de subalternación (75) y (77). Podremos entonces agregar como axioma alguna de ellas (preferentemente la primera, por su simpleza) al sistema de lógica funcional afirmativa para conformar un formalismo más completo para la lógica ínfima. Además, si no consideramos la lógica ínfima más general, tal como surge del mero sistema de diálogos críticos, sino que admitimos como válidas incluso las leyes que surgen de un modelo de matrices clásicas (finitas) con contradicción limitada, entonces recordaremos que las leyes (69), (70), (72) y (73) son válidas en esa interpretación. Estas leyes cuantificacionales con negación no son deducibles en un sistema de lógica afirmativa y, como ninguna ley de eliminación de negaciones ni de contraposición es admisible en estos sistemas, deberán introducirse conjuntamente como axiomas para el sistema mencionado.

De acuerdo con la discusión anterior podemos distinguir dos sistemas de lógica ínfima; una *lógica ínfima constructiva*, cuya interpretación se basa exclusivamente sobre los diálogos críticos desarrollados en los §§ 1 y 2 (o en sus correspondientes matrices de los §§

4 y 7), que es la genuina lógica ínfima, y una *lógica ínfima clásica* que es la que se puede utilizar cuando, si bien debemos impedir la difusión de la contradicción a partir de premisas contradictorias admitidas, podemos contar con el aspecto clásico del mundo (de un par de contradictorias al menos una es verdadera). Como aproximación a una completa formalización de dichas lógicas ínfimas podemos presentar los dos siguientes sistemas axiomáticos: Sea $P^a$ el fragmento afirmativo de la lógica proposicional, en cualquiera de sus formalizaciones equivalentes, sean $A^a.10$ y $A^a.11$ los axiomas cuantificacionales estudiados más arriba y R1, R2 y R3 las reglas primitivas del sistema. La presentación del mismo es metalingüística, con esquemas de axiomas y teoremas. El sistema conformado por estos elementos es la lógica funcional afirmativa de primer orden, que simbolizamos $L^1af$. El formalismo probablemente incompleto semánticamente que podemos presentar aquí para la lógica ínfima constructiva, que simbolizamos $Ll^1c$, es: $Ll^1c = L^1af + (75)$ (ver la fórmula con ese número en el texto).

Por su parte el formalismo posiblemente incompleto semánticamente para la lógica ínfima clásica, que simbolizamos $Ll^1cl$, será $Ll^1cl = Ll^1c + (69) + (70) + (71) + (73)$, siendo estas últimas las fórmulas correspondientes del texto.

## 9. *Conclusión*

Del desarrollo anterior resulta claro que importantísimas leyes lógicas y reglas de deducción, aceptadas incluso por el constructivismo, dependen de interpretaciones particulares de lo que significa afirmar, negar y los restantes operadores lógicos fundamentales. Es decir, son leyes y reglas que se validan, o no, respecto de algún "modelo externo" particular, y no meramente respecto de las condiciones necesarias para la efectuación de un diálogo crítico que hemos determinado al inicio y que denomináramos como 'modelo interno de diálogo crítico'. Podemos decir así que los sistemas lógicos más ricos que la lógica ínfima constructiva (y naturalmente que la lógica afirmativa de primer orden) son sistemas descriptos de algún modelo externo particular. Algunos lógicos, como Bochénski, afirman que "la lógica es descriptiva; en realidad, hay un conjunto de sistemas lógicos ceñidos a los rasgos del objeto".[45] En ello parecería coincidir con los resultados de este trabajo. Sin embargo debemos insistir en que dicha descriptividad de la lógico no debería entenderse, como parece hacerlo Bochénski, como la de una ciencia cuyas legalidades dependen exclusivamente de descripciones realizadas sobre regiones ónticas empíricas o construídas determinadas. Eso nos sugiere Bochénski cuando nos dice que la "ontología es un prolegó-meno de la lógica".[46] No obstante la presunta "descripción" en la lógica se agota en una previa construcción de interpretaciones formales externas y en la ulterior validación en ellas de los "postulados" (axiomas y reglas) de los formalismos en los modelos construidos mediante las reglas de interpretación de una típica semántica *formal* (además de las demostraciones metateóricas acerca de los formalismos).

Sin embargo, aún en esta interpretación de los "modelos externos" como los dominios objetivos de "verificación descriptiva" de los formalismos (y de los sistemas lógicos en general, aún de los no formalizados), no hay que extremar la tesis "descriptivista", pues aun así no todo fragmento de la teoría lógica sería *a posteriori* en el sentido de verificada en sus modelos externos. En este trabajo hemos mostrado que existe un fragmento ínfimo de teoría lógica (que incluye como parte propia de la lógica afirmativa) que es *a priori* de dichos modelos externos, pues su único fundamento consiste en esa estructura de diálogo crítico que hemos denominando 'modelo interno'. A esa minúscula teoría que incluye a la lógica afirmativa y que es validada *a priori* de modelos externos la podríamos denomi-

---

(45) Esta cita fue tomada de un reportaje a I.M. Bochénski en el diario *La Nación* de Buenos Aires, en ocasión de su visita a la Argentina durante el año 1978.

(46) *Ipse, ibidem.*

nar 'protológica'. Otros, más tradicionalmente, hablarían de 'razón lógica'. Incluso el sistema minimal de Jojansson y la lógica ínfima clásica $L^{I}cl$ requieren modelos externos para su validación. Son pues parcialmente *a posteriori* de la estructura de diálogo crítico. Dicha estructura es tan débil que permite discutir, a través de tales diálogos, incluso acerca de dominios teóricos donde no sea válida, ni la no–contradicción fuerte, ni la doble negación débil, es decir acerca de dominios problemáticos que admitan casos limitados de contradicción. La estructura de diálogo crítico se nos aparece así como una matriz a partir de la cual se construye, escalonadamente mediante sucesivas determinaciones semánticas, el contenido lógico que se suele denominar 'razón lógica'.

Es conveniente preguntarse acerca del carácter analítico o sintético de las leyes y sistemas lógicos que nos ocupan. Como es sabido las definiciones de analítico y de sintético, como las de *a priori* o *a posteriori* varían considerablemente. La definición tradicional kantiana de analiticidad ya queda demasiado estrecha. El desarrollo deductivo de un formalismo se considera habitualmente como el paradigma de la "analiticidad", aun existiendo numerosas definiciones alternativas. Por otro lado, un mismo contenido teórico puede ser considerado "analítico" en un contexto formalista y "sintético" en uno constructivista. Esto es sabido. Algo semejante ocurre con términos tales como *a priori* o *a posteriori*, los cuales, como términos relativos, sólo se precisan en su significado cuando se expresa el otro término de la relación.Así un sistema lógico (o matemático) será " *a priori* de la experiencia sensible", puesto que para demostrar la validez de sus axiomas y teoremas, y sus propiedades metateóricas, sólo se debe apelar a un modelo *formal*, pero será *a posteriori* en esos mismos aspectos, respecto de dicho modelo formal.

Si ahora hacemos a 'analítico', sinónimo de 'formalmente deducible' y a 'sintético' sinónimo de 'verificable mediante el recurso a una experiencia', y por otra parte interpretamos '*a priori*' como 'independiente de todo modelo externo' (tal como entendemos a ello en este trabajo) y, correlativamente, '*a posteriori*' como 'dependiente de dichos modelos', entonces nos encontramos con que el sistema de reglas y leyes lógicas que surgen de la consideración de la estructura de diálogo crítico, o "modelo interno", es por definición *a priori* de los modelos externos.

Pero además el diálogo crítico es una forma de experiencia comunitaria en el que se torna posible por vez primera la fundamentación de un discurso. De esta "intuición" o experiencia comunitaria se despliegan, como su contenido lógico, esas reglas y leyes lógicas que constituyen la lógica ínfima constructiva $Ll^1c$. Hemos hablado de 'desplegarse', pues dichas reglas y leyes *no se deducen* en el sentido estricto de la palabra (es decir, como acontece en un formalismo), sino que se manifiestan y verifican mediante la *inspección* de las constricciones que el marco estructural de diálogo crítico impone a los posibles diálogos de fundamentación. Se fundan pues en lo que podríamos denominar la descripción de una "intuición dialógica interna". Si convenimos, según parece razonable por simetría con el proceder kantiano, en designar como 'síntesis' a tal verificación de dichas reglas y leyes, podríamos defender la tesis de que *el contenido ínfimo (constructivo) de la razón lógica se compone de verdades sintéticas a priori* –en el sentido antes expresado. De ello resulta que, en el sentido aquí otorgado a los términos, la lógica ínfima (constructiva) $Ll^1c$ es –a diferencia de lo afirmado por Kant para la lógica aristotélica– sintética *a priori*. Y su "deducción" tiene lugar en una suerte de "deducción trascendental" (a partir de sus condiciones de posibilidad en la estructura general de diálogo crítico, de estilo kantiano). Por cierto, de ese núcleo ínfimo de la razón lógica no se deduce, como suponía Kant, ningún sistema tradicional de lógica, aunque sí el núcleo necesario para toda discusión racional de cualquier dominio teórico.

Las relaciones entre los distintos formalismos de primer orden considerados pueden diagramarse del modo siguiente:

<table>
<tr><td>Formalismo de la lógica clásica ($L^1$cl.)</td><td>Formalismo de la lógica constructiva ($L^1$c).</td><td>Formalismo para el Minimalkalkül de Johansson ($L^1$m).</td></tr>
<tr><td colspan="2">Formalismo para la lógica ínfima clásica ($Ll^1$cl).</td><td>Formalismo para la lógica ínfima constructiva ($Ll^1$c).<br><br>Formalismo para la lógica afirmativa de Hilbert ($L^1$af).</td></tr>
</table>

A estos formalismos corresponden, como "modelos intermedios" de diálogos, los siguientes, sin que la correspondencia sea uno–a uno, puesto que no se han hallado diferentes sistemas de diálogos para cada uno de los formalismos:

<table>
<tr><td rowspan="2">Reglas dialógicas para la lógica clásica (Lorenzen) ($L^1$cl).</td><td rowspan="2">Reglas dialógicas para la lógica constructiva (Lorenzen) ($L^1$c).</td><td>Reglas dialógicas para la lógica ínfima constructiva ($Ll^1$c).</td></tr>
<tr><td>Reglas dialógicas para la lógica afirmativa ($L^1$af) (las de $Ll^1$c sin negación).</td></tr>
</table>

Los "modelos finales" correspondientes a los formalismos y a los modelos intermedios de diálogos se distinguen en dos especies. Para la lógica afirmativa $L^1$af y para la ínfima constructiva $Ll^1$c nos basta como modelo la estructura fundamental de diálogo crítico, que es la que hemos denominado 'modelo interno'. Para los cuatro restantes formalismos $Ll^1$cl, $L^1$m, $L^1$c, y $L^1$cl tenemos en cada caso los que hemos denominado 'modelos externos', mundos formales clásicos total y parcialmente no–contradictorios para $L^1$cl y $Ll^1$cl, y teorías matemáticas adecuadas como modelos en los casos de $L^1c$ y $L^1m$. Las teorías $L^1af$ y $Ll^1c$, que se validan en el "modelo interno" de diálogos críticos, son las únicas teorías lógicas que pueden pretender el nombre de "conocimientos sintéticos *a priori*", según la interpretación que de esa expresión diéramos más arriba.

**Bibliografía**


(1) ANDERSON, A.R. y BELNAP, N.D.: "The pure calculus of entailment", *Journal of Symbolic Logic* 27 (1962).

(2) ANGELELLI, I.: "The techniques of disputation in the history of logic", *The Journal of Philosophy* 57 (1970).

(3) ____________ "Franciscus Sebastiani's Logica", *Journal of the History of Philosophy* 10 (1972).

(4) ____________ "On Sacheri's use of the "consequentia mirabilis", *Akten des II. Internationalen Leibniz–Kongresses* (1972), Bd. iv, Steiner Verlag, 1975.

(5) BERTI, E.: "Ancient greek dialectic as expression of freedom of thought and speech", *Journal of the History of Ideas*, vol. 39, nro. 3, julio–septiembre 1978.

(6) _______ "Reply to james Seaton", *Journal of the History of Ideas*, vol. 41, nro. 2, abril–junio 1980.

(7) BURKHARDT, Hans: *Logik und Semiotik in der Philosophie von Leibniz*, München, Philosophia Verlag, 1980.

(8) DIAZ, M.R.: *Topics in the Logic of Relevance*, München, Philosophia Verlag, 1981.

(9) DINGLER, H.: *Aufbau der exakten Fundamentalwissenschaft*, München, Eidos–Verlag, 1964.

(10) ____________ Die Ergreifung des Wirklichen, Frankfurt/M., Suhrkamp, 1969 (reedición).

(11) HEYTING, A.: *Intuitionism. An Introduction*, Amsterdam, North–Holland, 1956.

(12) HINTIKKA, J.: *Time and Necessity*, Oxford, Clarendon Press, 1975 (reimpresión).

(13) KAMLAH, W. y LORENZEN, P.: *Logische Propadeutik*, Mannheim/Wien/Zurich, Bibliographisches Institut, 1972 [2].

(14) KANT, I.: *Kritik der reinen Vernunft*, usamos la edición de Weischedel.

(15) KLEENE, S.C.: *Introduction to Metamathematics*, Amsterdam, North–Holland Pub. Co., 1952, 1967 [5].

(16) LADRIERE, J.: *Limitaciones internas de los formalismos*, Madrid, Tecnos, 1969.

(17) LORENZ, K. "Dialogspiele als semantische Grunlage von Ligikkalküle", *Archiv für mathematische Logik und Grundlagenforschung* 11, reimpreso en (18), de donde citamos.

(18) LORENZEN, P.: *Metamathematik*, Mannheim, Bibliographisches Institut, 1962.

(19) LORENZEN, P. y Lorenz, K.: *Dialogische Logik*, Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1978.

(20) LORENZEN, P. y Schwemmer, O.: *Konstruktive Logik, Ethik und Wissenschafts–theorie*, Mannheim, Bibliographisches Institut, 1972 2.

(21) OLASO, E.: "Leibniz et l'art de disputer", *Studia Leibniziana*, Supplementa vol. xv, Bd. 4, Leibniz–Kongreß, 1972.

(22) PERELMAN, Ch.: *Traité de l'argumentation*, París, PUF, 1958.

(23) PERELMAN, Ch.: *Logik und Argumentation*, Königstein/Ts., Athenaum, 1979.

(24) RAGGIO, A.R.: "Algunas observaciones sobre la filosofía de la lógica de Newton C.A. Da Costa", *Revista Latinoamericana de Filosofía*, vol. 9, Nro. 3, nov. de 1983.