EPISTEME NS, Vol. 16, N^os 1-3, 1996, pp. 143-147

JORGE NIKOLIĆ

LA TRANSFINITUD DE LA VERDAD Y SU INDEFINIBILIDAD

Tarski precisó la problemática asociada a la *verdad;* no escribió una teoría de la verdad, sino una metateoría acerca de cómo han de ser las teorías de la verdad, donde formuló su conocida condición de adecuación material que ha de tener toda definición de la verdad. Para ello procedió del siguiente modo:

i. Por razones formales Tarski se decide a favor de las oraciones –el discurso puede realizarse de manera paralela para los enunciados y proposiciones.
ii. Da cuenta de que los predicados predican acerca de nombres y no de oraciones, u otra cosa. Luego el predicado "es verdadero" también ha de predicar acerca de nombres, pero nombres de predicados; es decir, si la letra *p* reemplaza a una oración hemos de escribir *'p'* es verdadera, donde *'p'* es el nombre del reemplazo de la oración.
iii. Acepta el cálculo de predicados (bivalente). Si *p* y *q* son dos reemplazos de dos oraciones, respectivamente, las dos oraciones son equivalentes si se da: *p* si, y sólo si, *q*.
iv. Tarski se inspira en el *dictum* aristotélico de la verdad y dos equivalencias modernas:
   "*Decir de lo que es que no es, o de lo que no es que es, es falso, mientras que decir de lo que es que es, o de lo que no es que no es, es verdadero*"
   "*La verdad de una oración consiste en su correspondencia con la realidad*"
   "*Una oración es verdadera si designa un estado de cosas existente*".
   Y concluye que ninguna de las formulaciones anteriores puede considerarse una condición satisfactoria de la verdad. Por ello tiene que formular anteriormente a una teoría de la verdad, una condición de adecuación material que han de cumplir todas las definiciones aceptables de la verdad.
v. Para evitar las antinomias en un lenguaje que contenga la definición de la verdad, analiza los supuestos formales del lenguaje en que se dan las

antinomias relativas a la verdad. La antinomia que involucra a la noción de verdad directamente es la del mentiroso. Tarski concluye que los lenguajes semánticamente cerrados, es decir aquellos que contienen a la definición y reglas de uso de la verdad, contienen antinomias relativas a la verdad. De allí concluye que hay necesidad de al menos dos lenguajes, uno en el que se habla –el tema de discusión– el lenguaje objeto; la definición de verdad que se busca se aplica a las oraciones de este lenguaje; el otro, es el lenguaje con el que hablamos del lenguaje objeto, el metalenguaje, en el cual hemos –supuestamente– de construir la definición de verdad para el lenguaje objeto.

La condición de adecuación de la definición de la verdad aplicada a una determinada oración ha de tener la forma:

'*p*' es verdadera si, y sólo si, ____ *p* ____

Donde '*p*' es el nombre del reemplazo de una oración, y en el lado derecho ha de aparecer la oración. En consecuencia, toda oración que pertenezca al lenguaje objeto también está en el metalenguaje. En terminología conjuntista, se está afirmando que el lenguaje objeto está incluido en el metalenguaje. Lo cual es una condición necesaria para probar la adecuación de la definición de verdad, aunque esta puede formularse en un metalenguaje que no incluya al lenguaje objeto.

vi. Basándose en lo anterior Tarski formuló su conocida condición de adecuación material. Toma una oración arbitraria, la reemplaza por la letra '*p*', forma el nombre de la oración y lo reemplaza por otra letra, por ejemplo '*X*'. El *dictum* aristotélico le sugiere a Tarski la relación existente entre las dos oraciones: '*X* es verdadera' y '*p*'.

(T) *X* es verdadera si, y sólo si, *p*

Tarski denomina "equivalencia de la forma (T)" a toda equivalencia de esta clase (en la que '*p*' es reemplazada por cualquier oración del lenguaje a que se refiere la palabra *verdadero,* y '*X*' sea reemplazada por un nombre de esta oración.

Su condición de adecuación material dice:

"Una definición de la verdad será adecuada materialmente si de ella se siguen todas las equivalencias de la forma (T)"

Es decir, la definición será aceptable si tiene como consecuencia a todas las instancias del esquema (T). Hay que acotar que:

a. La expresión (T) no es una oración sino solo un esquema de oración.
b. Ningún caso particular de la forma (T) puede considerarse una definición de la verdad.
c. Toda equivalencia de la forma (T), que se obtiene reemplazando '*p*' por una oración particular, y '*X*' por un nombre de esta oración, es una definición parcial de la verdad que explica en qué consiste la

verdad de esta oración en particular. (A pesar de que Tarski afirma que una definición parcial de la verdad, toda equivalencia de la forma (T) tiene más visos de criterio de verdad).

d. La definición general de la verdad, ha de ser, en cierto sentido, una conjunción lógica de todas las definiciones parciales de la verdad.

vii. Tarski reduce la noción de verdad a la de satisfacción, que es una relación entre oraciones abiertas tales como '*x* es blanca', '*x* es mayor que *y*'. Primero describe las oraciones abiertas más simples y recursivamente construye las más complejas: la negación, la conjunción y la cuantificación existencial. La satisfacción la define recursivamente mediante una relación entre oraciones abiertas $f(x_1, ..., x_n)$ (funciones proposicionales) y sucesiones infinitas ordenadas de objetos $(O_1, O_2, ..., O_n, O_{n+1}, ...)$ mediante la definición:

$f(x_1, ..., x_n)$ es satisfecha por $(O_1, O_2, ..., O_n, O_{n+1}, ...)$ solo si es satisfecha por los primeros *n* términos de la sucesión –los otros términos no se toman en cuenta.

Las sucesiones infinitas ordenadas se introducen para evitar los problemas que aparecen al tratar en el mismo discurso oraciones abiertas con el mismo número de variable. Las oraciones verdaderas y falsas se definen de modo sencillo en función de la noción de satisfacibilidad en un lenguaje:

Una oración es verdadera si es satisfecha por todas las sucesiones
Una oración es falsa si no es satisfecha por ninguna sucesión.

Resumiendo*: Una oración es verdadera si es satisfecha por todos los objetos, y falsa en caso contrario.*

A la concepción metateórica de la verdad, expuesta anteriormente, Tarski la denominó 'concepción semántica de la verdad'. Donde el término *verdadero* expresa una propiedad o denota una clase de oraciones. En virtud de lo anterior –suponemos que– podemos precisar el problema dela definición de *verdad* de dos maneras: extensional e intensionalmente. Vamos a mostrar que ello no es posible.

La verdad no es definible extensionalmente

Para mostrar que la verdad no es definible extensionalmente, aceptamos la siguiente premisa:

Los conjuntos infinitos no son definibles extensionalmente

Luego, lo único que tenemos que mostrar que el siguiente conjunto es infinito:

$\mathbb{V} = \{x \mid x$ es una oración y 'x' es verdadera$\}$, el conjunto de todas las oraciones verdaderas

donde, 'x' es verdadero, cumple con la condición de adecuación material de Tarski dada anteriormente.

A partir de un conjunto cualquiera A formamos recursivamente a la clase de los conjuntos disjuntos $\mathcal{A}=\{A, \{A\}, \{\{A\}\}, \{\{\{A\}\}\},...\}$ que es numerable, su cardinal es el de los números naturales, el *aleph-cero.* Por el teorema de Cantor sabemos que el cardinal de $\mathcal{A}$ es estrictamente menor que el cardinal del conjunto potencia de $\mathcal{A}$, que designamos $Pot(\mathcal{A})$, el cual es el *continuo*, es decir, el cardinal de $Pot(\mathcal{A})$ es transfinito o no numerable. Si a cada elemento x del conjunto $Pot(\mathcal{A})$, le asignamos la oración: "x pertenece a $Pot(\mathcal{A})$", la cual es verdadera, y si llamamos $\mathbb{V}(Pot(\mathcal{A}))$ al conjunto formado por esas oraciones, el cardinal del conjunto $\mathbb{V}(Pot(\mathcal{A}))$ y el cardinal de $Pot(\mathcal{A})$ son iguales al *continuo.* Pero $\mathbb{V}(Pot(\mathcal{A}))$ es un subconjunto de $\mathbb{V}$, ya que hay otras oraciones verdaderas además de "x pertenece a $Pot(\mathcal{A})$", luego podemos afirmar que el cardinal de $\mathbb{V}$ es mayor o igual al continuo. Podemos continuar recursivamente. El conjunto potencia del conjunto potencia de $\mathcal{A}$, que denotamos por $Pot\ (Pot(\mathcal{A}))$ tiene en virtud del teorema de Cantor, un cardinal estrictamente mayor que el continuo. A cada individuo x de $Pot\,(Pot(\mathcal{A}))$ le asignamos la oración "x pertenece a '$Pot\,(Pot(\mathcal{A}))$", que es verdadera, y llamamos al conjunto formado por esas oraciones $\mathbb{V}(Pot\,(Pot(\mathcal{A})))$, cuyo cardinal es igual al del conjunto $Pot\,(Pot(\mathcal{A}))$ que es estrictamente mayor que el *continuo.* Recursivamente concluimos que: el cardinal de $\mathbb{V}$ es mayor que cualquier cardinal dado, más aún, es inaccesible.

La verdad no es definible intensionalmente

Volvamos a las equivalencias tarskianas del tipo (T) X es verdadera si, y sólo si, p; donde 'p' es el reemplazo del nombre de la oración en el metalenguaje, y 'X' es el reemplazo del nombre de la oración en el lenguaje objeto. Las equivalencias nos darían criterios para la verdad de 'X' si tuviéramos algún criterio para la verdad de p, el cual se daría en el *metametalenguaje*, y para obtener el criterio de la verdad en el *metametalenguaje,* tendríamos que ir al *metametametalenguaje*, y así sucesivamente. Si L_1 es el lenguaje objeto, L_2 su metalenguaje, L_3 el metalenguaje de L_2, es decir, el metametalenguaje, de L_1, y así sucesivamente, obtenemos usando notación conjuntista, y recordando que el lenguaje objeto ha de estar incluido en su metalenguaje:

a. $L_1 \subset L_2 \subset L_3 \subset \ldots \subset L_n \subset L_{n+1} \subset \ldots$, n pertenece a los naturales.

b. {criterios de verdad a ser aplicados a L_i} $\subset L_{i+1}$, i pertenece a los naturales.

Luego $\mathbb{V}$ estaría definido en $L_2, L_3, L_4, \ldots, L_n, L_{n+1}, \ldots$, y como no podemos caracterizar a toda la colección infinita de los L_i, i=1, 2, 3,... , entonces $\mathbb{V}$ tampoco es definible intensionalmente.

La moraleja es evidente: buscar verdades es padecer de *locura filosófica*, andar buscando: entidades platónicas que no podemos definir, ni aplicar y que además no nos dicen nada acerca del mundo, es tarea de orates adictos a dislates. Quizás sea perdonable en personajes como el de la hermosa alcaldesa que quiere ser Presidenta, que afirmó estos días en la prensa –con motivo de una huelga de empleados de su alcaldía a los cuales no se les canceló su sueldo:

— Hay otras cosas más importantes que comer comida, y es comer *verdades.*

Lo único que podemos responder, para parafrasear a la fábula de la zorra:

— Tu trasero es hermoso...

A lo que agregaríamos, recordando a Juan Nuño:

— ¿Y piensa ...?.

JORGE NIKOLIĆ D.

Universidad Central de Venezuela

BIBLIOGRAFÍA

Lipschutz, Seymour: *Teoría de Conjuntos y afines.* Ed. McGraw–Hill, 1969.

Tarski, Alfred: *La concepción semántica de la verdad y los fundamentos de la semántica.* Ediciones Nueva Visión, 1972.