EPISTEME NS, Vol. 16, N^os^ 1-3, 1996, pp. 5-16

LUIS FERNÁNDEZ MORENO

LA NOCIÓN TARSKIANA DE CONSTANTE LÓGICA Y LA LÓGICA DE PRIMER ORDEN

Abstract: It is examined the constant logic notion attending with special emphasis to their adequation with respect to the first order logic and to certain aspects of historical character related to the explanation tarskiana of such notion. For this is taken as starting point the concepts of consequence logic and of logic truth, being shown that an adequate explanation of such concepts presupposes an explanation of the constant logic concept.

Aunque en los últimos años ha habido importantes aportaciones en la búsqueda de una explicación de la noción de constante lógica, todavía no poseemos una explicación plenamente satisfactoria de dicha noción. Mi objetivo fundamental en las siguientes páginas es presentar y examinar la explicación de la noción de constante lógica formulada por Alfred Tarski, para lo cual prestaré especial atención a su adecuación respecto de la lógica de primer orden[1], pues una condición mínima exigible de una explicación de la noción de constante lógica es que permita dar cuenta de las expresiones consideradas como constantes lógicas de la lógica de primer orden. Pero también atenderé a algunos aspectos de carácter histórico relacionados con la explicación tarskiana de la noción de constante lógica y que, en mi opinión, son de interés.

Para llevar a cabo esta tarea conviene tomar como punto de partida la explicación de los conceptos de consecuencia lógica y de verdad lógica formulada en Tarski (1936)[2], artículo que constituye

1 Por "lógica de primer orden" entenderé en estas páginas la lógica de primer orden con identidad.

2 Tarski en (1936) emplea la expresión "oración analítica" y no la expresión

el resumen de una conferencia dada por Tarski en el Congreso Internacional de Filosofía Científica celebrado en París del 15 al 23 de septiembre de 1935. La definición de consecuencia lógica formulada en este artículo es, en lo fundamental, la siguiente. Tomemos en consideración un conjunto de oraciones de un lenguaje-objeto determinado, al que denominamos conjunto de oraciones "K", y una oración de dicho lenguaje, a la que nos referiremos como oración "X". Transformemos las oraciones pertenecientes al conjunto K y la oración X en funciones sentenciales, e.d., en oraciones abiertas, mediante la sustitución uniforme de todas sus constantes no-lógicas por variables. Entonces la oración X es consecuencia lógica del conjunto de oraciones K si y sólo si toda secuencia de objetos que satisface las oraciones abiertas obtenidas a partir de las oraciones de K satisface también la oración abierta obtenida a partir de X. En otras palabras, la oración X se sigue lógicamente de las oraciones de la clase K si y sólo si todo modelo de la clase de oraciones K es asimismo un modelo de la oración X[3]. La definición de verdad lógica es aproximadamente la siguiente: transformemos una oración Z en una oración abierta mediante la sustitución uniforme de todas sus constantes no-lógicas por variables, entonces la oración Z es lógicamente verdadera si y sólo si toda secuencia de objetos satisface la oración abierta correspondiente, e.d., si toda secuencia de objetos es modelo de la oración Z[4].

Tarski afirma que la definición de consecuencia lógica (y lo mismo cabría decir respecto de la definición de verdad lógica) deja algunas cuestiones abiertas y atiende explícitamente a una de dichas cuestiones, de la que él dice: "quizás sea la más importante[5]. Esta cuestión consiste en justificar la distinción entre términos lógicos y no-lógicos en que se basa dicha definición. Tarski considera, por una parte, que esta distinción no es completamente arbitraria; él afirma que si, p.e., el condicional o el cuantificador universal se incluyesen entre las constantes no-lógicas, la definición de consecuencia lógica conduciría a resultados claramente contraintuitivos,

"oración lógicamente verdadera"; yo voy a servirme, sin embargo, de esta última expresión, pues Tarski entiende en este contexto la noción de analiticidad exclusivamente en el sentido de verdad lógica. La expresión "oración analítica" la había tomado Tarski de Carnap (1934).

3 Tarski (1936), p. 9; Tarski (1956a), p. 417.

4 Tarski (1936), p. 9; Tarski (1956a), p. 418.

5 Tarski (1936), p. 10; Tarski (1956a), p. 418.

pero, por otra parte, Tarski añade que él no encuentra argumentos objetivos que permiten trazar una línea de demarcación tajante entre ambos tipos de términos; él deja abierta la posibilidad de que la inclusión de algunos términos que usualmente son considerados como no-lógicos entre los términos lógicos no conllevaría consecuencias contraintuitivas, mas desgraciadamente Tarski no argumenta este punto[6] . En cualquier caso, conviene subrayar que la alusión de Tarski en dicho contexto al condicional y al cuantificador universal indican que para él el problema de presentar una distinción justificada entre constantes lógicas y no-lógicas se planteaba incluso respecto de la lógica de primer orden. Tarski concluye su artículo de la siguiente manera:

> Ulteriores investigaciones aclararán considerablemente, sin duda, el problema que nos concierne (e.d., el problema de establecer una distinción entre términos lógicos y no lógicos). Quizás será factible el hallazgo de importantes argumentos objetivos que nos permitan justificar las línea de demarcación tradicional entre expresiones lógicas y no lógicas. Pero también considero perfectamente posible que la investigación no arroje resultados positivos en tal sentido, de modo que nos veamos obligados a considerar conceptos tales como los de consecuencias lógicas (...) (y de verdad lógica) como conceptos relativos que deberán, en cada caso, remitirse a una división de términos determinada, aunque más o menos arbitraria, en términos lógicos y no-lógicos.[7]

El establecimiento de una lista de términos divididos en lógica y no-lógica sólo ayudará a resolver el problema que Tarski plantea si esa lista no es arbitraria y, por tanto, si la lista en cuestión se basa en una caracterización previa del concepto de término lógico o de término no-lógico. Pero los términos no-lógicos parecen ser de carácter sumamente heterogéneo; lo único que, según su denominación, tienen en común es justamente el no ser términos lógicos; es por ello

6 Tarski (1936), p. 10; Tarski (1956a), p. 418-419.

7 Tarski (1936), p. 11; Tarski (1956a), p. 420. Un hecho histórico digno de mención es que Bolzano en (1837) formuló definiciones emparentadas con las definiciones tarskianas de consecuencia lógica y de verdad lógica y, como las de Tarski, se basan en la distinción entre constantes lógicas y no-lógicas. Lo curioso del caso es que también Bolzano encontró problemtica dicha distinción y dudó de la existencia de una línea de demarcación precisa entre constantes lógicas y no-lógicas. así afirma Bolzano: "El ámbito de los conceptos lógicos no aparece delimitado de manera tan precisa que no quepa ponerlo en cuestión"(Bolzano (1937), vol. 2, p. 84).

que una división de términos en lógicos y no-lógicos que no sea arbitraria parece requerir una caracterización del concepto de constante lógica. Por tanto, podemos concluir que una explicación adecuada de los conceptos de consecuencia lógica y de verdad lógica *presupone* una explicación del concepto de constante lógica, del concepto de logicidad.

Tarski presentó explícitamente una explicación del concepto de constante lógica en un artículo publicado póstumamente como Tarski (1986). Su propuesta de explicación de la noción de constante lógica es la siguiente: "denominamos a una noción 'lógica' si es invariante bajo toda transformación biunívoca posible del mundo sobre sí mismo" [Tarski (1986), p. 149], donde por "mundo" se entiende el universo básico de discurso, e.d., el universo de individuos.

En relación a esta formulación de la explicación tarskiana de la noción de constante lógica conviene hacer dos observaciones. En primer lugar, las transformaciones aludidas en este texto son simplemente permutaciones del universo de individuos[8]. En segundo lugar, conviene mencionar que a partir del universo de individuos construimos universos derivados de orden superior y que toda permutación del universo de individuos induce una permutación sobre los universos derivados; esta es la razón por la que en la caracterización de la noción de constante lógica basta tomar en consideración las permutaciones del universo de individuos. Por tanto, podemos reformular la explicación tarskiana de la noción de constante lógica de la siguiente manera: las constantes lógicas son las expresiones que son invariantes respecto de toda permutación del universo de discurso donde por "universo de discurso" se entiende el universo de individuos.

El contenido de Tarski (1986) se basa en dos conferencias dadas por Tarski respectivamente en 1966 y 1973. Un antecedente de dicha explicación de la noción de constante lógica se encuentra en Lindenbaum /Tarski (1936), que constituye el texto de una conferencia dada por Tarski el 12 de junio de 1935 en el Coloquio Matemático de la Universidad de Viena. En este artículo de 1936 se afirma que "toda relación entre objeto (...) formulable en términos exclusivamente lógicos es invariante respecto a toda función biuní-

8 Una permutación es una función biyectiva cuyo dominio y cuyo contradominio coinciden.

voca del 'mundo' (e.d., de la clase de todos los individuos) sobre sí mismo" (Lindenbaum/Tarski (1936), p. 206; Lindenbaum/Tarski (1956), p. 385). Pero ni en el artículo de 1986 ni en el de 1936 se muestra cómo es que esa caracterización de logicidad es adecuada con respecto a las constantes lógicas de la lógica de primer orden, lo que constituye una condición mínima exigible de una explicación adecuada de la noción de constante lógica. A continuación voy a ocuparme de esta cuestión, pero antes es conveniente hacer dos puntualizaciones.

Primera, un criterio adecuado, aunque parcial, para determinar el conjunto de las constantes lógicas es el siguiente: una constante que sea definible exclusivamente en base a constantes ya caracterizadas como lógicas es una constante lógica[9]. Ahora bien, sabemos que podemos considerar como constantes lógicas primitivas de la lógica clásica de primer orden la negación, la conjunción, el cuantificador universal y el signo de identidad, pues las demás constantes lógicas de un lenguaje de primer orden son definibles mediante el uso exclusivo de las constantes mencionadas. De esta manera el examen de las explicaciones del concepto de constante lógica en relación a la lógica de primer orden se simplifica a la hora de determinar si una explicación del concepto de constante lógica para la lógica de primer orden es adecuada o no, podemos concentrar nuestro examen en la aplicación de dicha caracterización a la negación, a la conjunción, al cuantificador universal y a la identidad. Estas cuatro constantes se constituyen en la base de la condición de adecuación de la explicación buscada.

La segunda puntualización que quería hacer es la siguiente. A la cuestión de qué es una constante lógica hay en principio una respuesta obvia: una constante lógica es una expresión que en la interpretación de los lenguajes formales tiene una interpretación constante. Esta respuesta es sin duda alguna verdadera, pero también es en buena medida trivial. Cuando se interpreta un lenguaje de primer orden en una estructura ni el signo de identidad, ni la negación, ni la conjunción ni el cuantificador universal —ni las nociones definibles mediante ellas— son interpretadas en dicha estructura, sino que la interpretación de estas expresiones se considera fijada de antemano y es independiente de toda estructura. Pero esto es así porque se estipula de antemano que dichas expresiones

9 Cf. Carnap (1942), p. 58.

son justamente las constantes lógicas del lenguaje en cuestión. En definitiva, no creo que esta respuesta sería considerada como satisfactoria por quienes pongan en cuestión la distinción entre constantes lógicas y no-lógicas o por quienes cuestionen el carácter lógico de alguna de las constantes mencionadas. Es por ello que parece necesitarse una justificación ulterior de por qué han de considerarse dichas expresiones como constantes lógicas.

Veamos ahora si la explicación tarskiana permite dar cuenta de las expresiones consideradas como constantes lógicas de la lógica de primer orden, e.d., si es adecuada respecto de la lógica de primer orden. A continuación examino si el signo de identidad, la negación, la conjunción y el cuantificador universal cumplen dicha caracterización.

La identidad es una relación diádica entre objetos y es, efectivamente, invariante respecto de toda permutación del universo de discurso. La razón es que una permutación es una biyección y una función biyectiva es inyectiva, e.d., una función que asigna a distintos elementos del dominio distintos elementos del contradominio, por lo que idénticos elementos del contradominio corresponderán siempre a idénticos elementos del dominio. De aquí se sigue que la relación de identidad (y lo mismo ocurre con la relación de diversidad) es invariante con respecto a toda permutación del universo de discurso y es, por tanto, una constante lógica.

La negación y la conjunción pueden considerarse como funciones cuyo dominio y cuyo contradominio constan de los valores de verdad "verdadero" y "falso". El problema que aquí se plantea es cómo unificar el dominio de los valores de verdad con el universo de discurso propio de la lógica de primer orden, e.d., con un dominio de individuos. Una posibilidad consistiría en considerar a los valores de verdad como individuos, si bien como individuos peculiares. Pero en este caso se llega a un resultado ciertamente contraintuitivo, a saber, que todo individuo del universo de discurso podría considerarse como un valor de verdad, pues podría ocurrir que en diferentes permutaciones del universo de discurso los dos valores de verdad se transformasen en diferentes individuos.

Una alternativa que permite justificar la presente concepción acerca de la noción de constante lógica consiste en considerar a los valores de verdad no como individuos, e.d., como objetos de primer orden, sino como clases o conjuntos de individuos, o sea, como objetos de segundo orden[10], y en concreto al valor de verdad "verdadero" como el universo de discurso o conjunto-universo[11] y al valor de verdad "falso" como el conjunto vacío.

Esta interpretación de los valores de verdad conlleva que los valores de verdad han de ser considerados como *constantes lógicas*, pues el conjunto-universo y el conjunto vacío son invariantes con respecto a toda permutación del universo de discurso. Una permutación de un conjunto-universo, esto es, de un universo de discurso da como resultado el mismo universo de discurso; por su parte, una permutación del conjunto vacío da como resultado el conjunto vacío, y esto no puede ser de otro modo, pues el conjunto vacío carece de elementos. Es justamente la invariancia del conjunto-universo y del conjunto vacío respecto de toda permutación del universo de discurso la que nos asegura que la negación y la conjunción como funciones definidas sobre los valores de verdad así entendidos también poseerán dicha invariancia, pues los argumentos y valores de esas funciones serán invariantes.

¿Qué decir del cuantificador universal? Un cuantificador es, dicho en términos generales, un operador que liga variables. Pero desde otro punto de vista cabe considerar a un cuantificador como un predicado de predicados. La idea que justifica esta concepción puede ilustrarse en base al cuantificador universal. Sea "x" una variable individual y sea "P" una constante de predicado, la cuantificación "$\forall$x Px" afirma que el predicado "P" se aplica a todo objeto del universo de discurso, e.d., que el conjunto de los objetos que son P contiene todos los individuos del universo de discurso en cuestión, y las cuantificaciones "$\forall$x Qx", "$\forall$x Rx", etc. afirman lo correspondiente. El cuantificador universal puede considerarse, por tanto, como un conjunto de conjuntos, e.d., como el conjunto de los conjuntos cuya extensión coincide con la del universo de discurso, o sea, con la extensión del conjunto universo. Llegados aquí conviene recordar que el axioma de extensionalidad de la teoría de conjuntos establece que dos conjuntos que contienen los mismos elementos son idénticos, son el mismo conjunto. Por tanto, obtenemos como conclusión que el cuantificador universal puede ser caracterizado

10 Tarski parece haber insinuado dicha posibilidad. Vid. Tarski (1986), p. 150, nota 6.

11 En lo siguiente voy a considerar las expresiones "universo de discurso" y "conjunto-universo" como sinónimas.

como el conjunto cuyo único elemento es el conjunto-universo. Y de nuestras anteriores consideraciones acerca de la invariancia del concepto de conjunto universo respecto de toda permutación se sigue que el cuantificador universal muestra asimismo dicha invariancia. Por tanto, la caracterización de la noción de constante lógica como invariancia con respecto a toda permutación del universo de discurso es adecuada respecto de la lógica de primer orden.

No obstante, cabe objetar a este respecto que, incluso si el resultado obtenido es el deseado respecto de la lógica de primer orden, para la obtención de dicho resultado hemos admitido como constantes lógicas nociones de la teoría de conjuntos. Efectivamente, de la explicación tarskiana de la noción de constante lógica se sigue que nociones conjuntistas como la de universo de discurso o conjunto-universo[12], son constantes lógicas, y esta consecuencia constituirá en opinión de muchos de nosotros —si bien, al parecer, no en la del propio Tarski— un resultado inaceptable. La razón de su inaceptabilidad es obvia: de la adecuación de una explicación de la noción de constante lógica no hay que exigir sólo que sancione el carácter lógico de las constantes consideradas usualmente como lógicas, sino también que excluya nociones que no consideramos como constantes lógicas en sentido estricto, sino como nociones matemáticas, p.e., las constantes de la teoría de conjuntos. Es por ello que, aunque Tarski consideró la invariancia con respecto a toda permutación del universo de discurso como condición necesaria y suficiente de logicidad[13], parece más razonable considerarla sólo como condición

12 Tarski en (1986) centra sus consideraciones, como yo hago en estas páginas, en la teoría de conjuntos elaborada en base a la teoría simple de los tipos de Russell y concede que en la teoría de conjuntos así concebida las nociones conjuntistas son nociones lógicas. Sin embargo, en el último apartado de dicho artículo Tarski afirma que si se elabora la teoría de conjuntos en base a la teoría de Zermelo las nociones conjuntistas dejan de ser nociones lógicas, e.d., invariantes bajo toda permutación del universo de discurso --cf. Tarski (1986), p. 153. Pero a esta afirmación cabe replicar que, independientemente de que elaboremos la teoría de conjuntos en base a la teoría de Zermelo o a la teoría de los tipos de Russell, nociones conjuntistas como la propia noción de universo de discurso o como la cardinalidad del universo de discurso son invariantes bajo toda permutación del universo de discurso y, por tanto, según la concepción tarskiana de logicidad son nociones lógicas.

13 Curiosamente en la formulación de la caracterización de la noción de constante lógica en Tarski (1986) sólo se formula el condicional en una dirección: si una noción es invariante respecto de toda permutación del universo de discurso, entonces es una constante lógica (vid. el texto de Tarski

necesaria.

El problema que aquí se plantea y que por ahora está pendiente de solución consiste en reforzar la noción de logicidad como invariancia con respecto a toda permutación del universo de discurso o, alternativamente, complementar dicha explicación con otra caracterización de la noción de logicidad, de manera que se especifiquen las constantes propiamente lógicas y se excluyan las constantes de la teoría de conjuntos.

Aunque no constituye la solución al problema planteado, es interesante considerar una idea obvia para reforzar la condición de invariancia mencionada y que hoy en día está bastante en boga. Dicha idea consiste en apelar no simplemente a biyecciones del mismo universo de discurso, éstas son permutaciones, sino también a biyecciones entre diferentes universos de discurso, e.d., a biyecciones en general. La caracterización de la noción de constante lógica sería la siguiente: una constante lógica es invariante con respecto a toda biyección del universo de discurso o, lo que viene a ser lo mismo, una constante lógica es invariante respecto de isomorfismos o estructuras isomorfas. Ahora bien, dicha caracterización, aunque también adecuada con respecto a la lógica de primer orden, incluye como constantes lógicas nociones de la teoría de conjuntos como la de conjunto vacío o la de conjunto-universo. Para ello es suficiente atender a que el razonamiento empleado anteriormente para justificar la logicidad de la negación, de la conjunción y del cuantificador universal en base a la logicidad de las nociones de conjunto vacío y de conjunto-universo es aplicable también en este caso.

Pero antes una breve observación acerca de la identidad: la identidad es invariante respecto de biyecciones por el mismo motivo que era invariante respecto de permutaciones, e.d., porque una función biyectiva es inyectiva.

Examinemos ahora si las nociones de conjunto vacío y de conjunto universo, en base a las cuales hemos interpretado anteriormente la negación, la conjunción y el cuantificador universal, son invariantes respecto de biyecciones.

citado en la página 4 *supra* correspondiente a Tarski (1986), p. 149). No obstante, diversas afirmaciones presentes en dicho artículo, p.e., las consideraciones introductorias en las que Tarski afirma que él se propone presentar una definición del término “noción lógica” -Tarski (1986), p. 145- no dejan lugar a duda de que Tarski consideró que su explicación proporciona condiciones necesarias y suficientes de logicidad y no sólo condiciones suficientes.

Por una parte, que el conjunto vacío es invariante respecto de biyecciones se sigue, como en el caso de las permutaciones, del hecho de que el conjunto vacío carece de elementos. Establezcamos una biyección del universo de discurso que tomemos en consideración en otro universo de discurso; el conjunto vacío resultará inalterado por dicha biyección. Respecto del conjunto-universo o universo de discurso mi argumento es el siguiente. Consideremos una biyección entre dos universos de discurso, A y B; ahora bien, la biyección entre dichos universos de discurso inducirá de manera natural una asignación entre los respectivos universos de discurso, de tal manera que al universo de discurso A le corresponderá el universo de discurso B. En este sentido *trivial* cabe afirmar que el concepto de conjunto-universo o universo de discurso es invariante respecto de biyecciones.

Pero si esto es así, cabe entonces justificar que la conjunción y la negación poseen dicha invariancia, a condición de que, como hicimos anteriormente, definamos las funciones de verdad que caracterizan estas dos conectivas en base al conjunto universo y al conjunto vacío. Si hacemos esto y consideramos una biyección entre universos de discurso de individuos, observamos que el dominio y el contradominio de dichas funciones de verdad son invariantes respecto de biyecciones y lo mismo ocurre con los pares ordenados que determinan dichas funciones.

Por último, de que el conjunto universo sea invariante respecto de biyecciones también se seguirá que lo es el cuantificador universal, pues hemos caracterizado a este cuantificador como el conjunto cuyo único elemento es el conjunto-universo.

De esta manera llegamos a la conclusión de que la caracterización de la noción de constante lógica como invariancia respecto de biyecciones del universo de discurso o respecto de estructuras isomorfas especifica como constantes lógicas la identidad, la negación, la conjunción y el cuantificador universal, e.d., dicha explicación de la noción de logicidad proporciona también el resultado deseado en relación a la lógica de primer orden. Pero dicha caracterización lleva asimismo a incluir entre las constantes lógicas constantes propias de la teoría de conjuntos.

Un detalle de carácter histórico digno de mención es que algunos de los autores que han apelado a la invariancia respecto de biyecciones en la caracterización de la noción de constante lógica, por ejemplo van Benthem, han afirmado que dicha condición es una generalización de la caracterización de constante lógica como invariancia respecto de permutaciones, que atribuyen a Mostowski (1957)[14]. Lo curioso del caso es que en dicho artículo Mostowski, a su vez, atribuye dicha condición a Tarski/Lindenbaum (1936)[15]. De esta manera observamos una línea de continuidad por lo que se refiere a propuestas para la caracterización de la noción de constante lógica desde mediados de los años treinta hasta el momento presente.

Por último, el hecho de que Tarski haya considerado la invariancia con respecto a toda permutación del universo de discurso como condición necesaria y suficiente de logicidad y, por tanto, como un criterio adecuado para trazar la línea divisoria entre constantes lógicas y no-lógicas, deja abierta una cuestión de carácter histórico, a la que hasta ahora no se ha prestado atención y que hasta ahora carece de respuesta. O, bien mirada, quizás sí tiene una respuesta, a saber, que Tarski fue a este respecto inconsecuente.

Como ya he indicado, Tarski (1936) constituye el resumen de una conferencia dada por Tarski en septiembre de 1935. Allí Tarski afirmaba que él no encuentra ningún criterio que permita establecer una distinción entre constantes lógicas y no-lógicas y expresaba sus dudas acerca de la posibilidad de encontrar semejante criterio. Dicho escepticismo se extendía incluso a las constantes lógicas de la lógica de primer orden. Por otra parte, he señalado también que Lindenbaum/Tarski (1936) constituye el texto de una conferencia dada por Tarski en junio de 1935 y que en dicho artículo se mantiene que toda relación entre individuos, clases, relaciones, etc., formulable mediante expresiones lógicas es invariante respecto a toda permutación del universo de discurso. Pero esta afirmación sugiere de forma inmediata la caracterización de las constantes lógicas como expresiones invariantes respecto de toda permutación del universo de discurso.

Por tanto, ha de concluirse que meses antes de que Tarski expresase dudas acerca de la distinción entre constantes lógicas y no-lógicas él ya tenía a su disposición los medios que decenios después le permitirían formular de manera más explícita una explicación de la noción de constante lógica y, por tanto, que le permitirían trazar una distinción entre constantes lógicas y no-lógicas que él estimó

14 Vid. van Benthem (1984), p. 445.

15 Mostowski (1957), p. 13, nota 3.

adecuada y que, efectivamente, al menos respecto de la lógica de primer orden, es adecuada.

LUIS FERNÁNDEZ MORENO

Universidad Libre de Berlín

REFERENCIAS

Bolzano, B. (1837): *Wissenschaftslehre*. 4 vols. Sulzbach. Reimp. en Leipzig, Meiner, 1929.

Carnap, R. (1934): *Logische Syntax der Sprache*. Viena: Springer. 2a ed. rev., 1968.

(1942): *Introduction to Semantics*. Cambridge: Harvard U.P.

Lindenbaum, A y A. Tarski (1936): "Über die Beschrãnktheit der Ausdrucksmittel deduktiver theorien". *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, 7, pp. 15-22.

(1956): "On the limitations of the means of expression of dedutive theories". En Tarski (1956), pp. 384-392. (Trad. inglesa de Lindenbaum/Tarski (1935)).

Mostowski, A. (1957): "On a generalization of quantifiers". *Fundamenta Mathematica*, 44, pp. 12-36.

Tarski, A. (1936): "Über den Begriff der logischen Folgerung". *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique*. Vol. 7. París: Hermann, pp. 1-11.

(1956): *Logic, Semantics, Metamathematics: Papers from 1923 to 1938*, Oxford, Clarendon Press (2a ed. rev.: Indianapolis, Hackett, 1983; edición e introducción de J. Corcoran).

(1956a): "On the concept of logical consequence". En Tarski (1956), pp. 409-420. (Trad. inglesa de Tarski (1936)).

(1986): "What are logical notions?". (Edición e introducción de J. Corcoran). *History and Philosophy of Logic*, 7, pp. 143-154.

van Benthem, J. (1984): "Questions about quantifiers". *The Journal of Symbolic Logic*, 49, pp. 443-466.