

HISTORIA DE LA ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA LINEAL EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA VENEZOLANA DESDE 1918 HASTA 1985

A HISTORY OF THE TEACHING OF LINEAR ALGEBRA IN THE VENEZUELAN SECONDARY EDUCATION SINCE 1918 TO 1985

JULIO MOSQUERA

UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA, VENEZUELA

jmosque@una.edu.ve

<https://orcid.org/0000-0002-4262-2372>

Fecha de recepción: 10 de diciembre de 2018

Fecha de aceptación: 18 de febrero de 2019

RESUMEN

Este es un estudio sobre la historia de la enseñanza del álgebra lineal en la Educación Media (EM) venezolana desde 1918 hasta 1985, a través del currículo oficial. En 1918 fue promulgado el primer currículo oficial para EM. En 1985 fue aprobado un programa, para el Ciclo Básico Común de la EM, como alternativa a la “matemática moderna”. Durante este período, los programas sufrieron dos cambios importantes. Primero, de un currículo fragmentado a uno distribuido. Segundo, a la asignatura Matemática, en singular, con énfasis en la unidad de las matemáticas con un enfoque estructural. En estos programas fueron incorporados temas de álgebra lineal, adquiriendo relevancia en 1969-1973. En ese contexto, la enseñanza del álgebra lineal en la EM evolucionó de una enseñanza fragmentada a una enseñanza organizada en torno al concepto de espacio vectorial. Este cambio tuvo un impacto muy particular en la enseñanza de otras áreas como la geometría y la trigonometría. Esperamos que los datos y los resultados de este estudio sirvan de utilidad tanto para la realización de investigaciones comparativas como de material de estudio para la formación de profesores en la historia de la educación en matemáticas

PALABRAS CLAVE: álgebra lineal; educación media; currículo oficial; formación de las asignaturas; historia de la educación en matemáticas.

ABSTRACT

This is a study about the history of teaching of linear algebra in secondary education (SE) since 1918 to 1985, through the official curriculum. In 1918 the first curriculum for all years of secondary education was approved. In 1985, a curriculum for the Basic Common Cycle of the SE, as an alternative to the “new math” curriculum, was approved. During this period, the curriculum passed through two important changes. The first, from a fragmented curriculum to a distributed curriculum. The second, adoption of the subject Mathematics, in singular tense, with emphasis on the unity of this discipline based on the concept of structure. In all these programmes of study, topics of linear algebra have been included, becoming particularly important during the 1969-1973 reform. In this context we have that the teaching of linear algebra has evolved from a fragmented teaching of topics to an organized teaching around the concept of vector space. This change of approach had a very particular impact on the teaching of other subjects like geometry and trigonometry, under the

influence of linear algebra concepts. We hope that the data and findings of this study will be helpful for realizing historical comparative research and as a curriculum material for teacher education.

KEYWORDS: linear algebra; secondary education; official curriculum; formation of school subjects; history of mathematics education.

1. INTRODUCCIÓN

En este artículo reportamos una investigación sobre la historia de la enseñanza del álgebra lineal en la educación secundaria venezolana desde 1918 hasta 1985, a través de los programas de estudio oficiales. Para esta investigación asumimos como objetos de análisis todos los programas de estudio oficiales de las asignaturas con contenido matemático aprobados en este lapso de tiempo. Tomamos el año 1918 como punto de inicio porque en ese año fueron publicados los primeros programas de estudio oficiales para todas estas asignaturas para todos los años de la entonces Instrucción Secundaria. Y consideramos al año 1985 como último referente porque en ese año fueron aprobados los primeros programas de estudio, para los tres primeros años de la Educación Media, opuestos a las recomendaciones del movimiento internacional de reforma curricular conocido como la “matemática moderna”. Centramos nuestra atención en temas de álgebra lineal porque algunos de estos temas han jugado un papel relevante en nuestro currículo, desde sus inicios, y llegaron incluso a ocupar el lugar central en tiempos de la reforma de la “matemática moderna”, y por la importancia de esta área de la matemática en diversos ámbitos, tanto científicos como tecnológicos. Además, tenemos que aún hoy en día estos contenidos, como los sistemas de ecuaciones lineales, ocupan un lugar privilegiado en los programas de estudio oficiales del Área de Aprendizaje Matemática en nuestra Educación Media. Podemos afirmar que el currículo oficial de Matemática para este nivel del sistema educativo venezolano se ha caracterizado por estar orientado más hacia el estudio de temas del álgebra lineal que hacia la preparación para el estudio del cálculo diferencial e integral.

La indagación aquí reportada se ubica en el campo de la historia de la educación en matemáticas, más específicamente en la historia del currículo y con particular énfasis en el programa de investigación conocido como “formación de las asignaturas”. Esta perspectiva ha cobrado importancia dentro de los estudios del currículo y se ha venido configurando como un campo de investigación independiente. Entre los autores iniciadores de este enfoque se encuentran Chervel (1991), Forquin (1992), Julia (2001/1995), Goodson (2000) y Viñao (2006). Aunque estos autores representan diversas tendencias en este campo, todos ellos escriben desde la perspectiva de un investigador que se centra en el estudio de la educación en un país capitalista desarrollado. Mientras que en este trabajo nos ocupamos de un aspecto de la historia de la educación en matemáticas en un país periférico. Por tanto, algunas de sus concepciones no se aplican directamente a nuestro contexto. Tal es el caso de la idea de la formación de las disciplinas como resultado de la presión de una comunidad profesional determinada de profesores especialistas. En países como Venezuela, las materias con contenido matemático fueron incluidas en los planes de estudio, y sus respectivos programas de estudio elaborados, antes de que contáramos con profesores de matemáticas o con matemáticos profesionales, y por tanto con organizaciones o comunidades académicas. En cuanto a las instituciones científicas, de formación de

profesores de matemáticas y de matemáticos profesionales, tenemos que la Academia Nacional de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales entró en funciones en 1933, el Instituto Pedagógico Nacional fue fundado en 1936, casi dos décadas después de la aprobación de los primeros programas de estudio oficiales de matemáticas para la secundaria. La primera Escuela de Física y Matemática del país fue creada en 1958 en la Universidad Central de Venezuela, hasta este año ya se habían producido por lo menos cinco cambios en los programas de matemáticas para la Educación Media. Y en lo que respecta a las organizaciones profesionales, el Colegio Nacional de Profesores (CNP), primera asociación de profesores especialistas para la educación media, fue fundado en 1943 y la Sociedad Venezolana de Matemáticas (SVM), la primera organización de matemáticos, fue creada en 1980, la cual duró muy pocos años. No encontramos ninguna publicación en la que se comente la influencia del CNP sobre los programas de estudio. Y, aunque algunos miembros de la SVM manifestaron opiniones sobre la enseñanza de las matemáticas, tuvieron muy poco impacto debido a la corta duración de esta sociedad. Desde la perspectiva asumida en este artículo, las asignaturas son el resultado de procesos de selección (exclusión e inclusión), ubicación y control de contenidos moldeados por fuerzas externas a las instituciones educativas, aunque medidas por la situación interna de estas. Tenemos que durante la mayor parte del período estudiado, participaron en la elaboración de los programas de estudio funcionarios del Ministerio con competencia en materia educativa y personas que enseñaban matemáticas en algunos colegios, principalmente de Caracas. En términos generales, podemos afirmar que este período los programas pueden ser caracterizados como el resultado de procesos de recepción o de trasplante de programas extranjeros, donde las organizaciones profesionales de profesores y matemáticos tuvieron muy poco impacto.

Antes de continuar nos parece oportuno hacer una aclaratoria en cuanto al uso de la expresión “educación *en* matemáticas”. Usamos esta expresión para referirnos al conjunto de actividades de enseñanza, de aprendizaje y de evaluación centradas en contenidos de matemáticas y que se realizan en el contexto institucionalizado de la escuela o el liceo. Incluimos además bajo este término las actividades relacionadas con la formación de nuevos docentes y de docentes en ejercicio. Introducimos esta expresión para distanciarnos del uso ambiguo que se hace de la expresión “educación matemática”, la cual se usa indistintamente para referirse a la actividad de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en las instituciones escolares como a la disciplina que estudia esa actividad. Esta confusión no es exclusiva de nuestro país, por ejemplo Rezat y Rezat (2017), en el caso de la literatura anglosajona, proponen el uso de términos diferenciados como “didáctica de la matemática” y “educación matemática escolar”. Con el primer término se refieren a la disciplina científica que investiga sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y con el segundo se refieren a la práctica de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en instituciones educativas. Reiteramos, para este segundo caso adoptamos aquí la expresión “educación en matemáticas”.

Como hemos señalado, esta investigación trata sobre la historia de la enseñanza de un contenido, temas de álgebra lineal, a través del currículo oficial expresado en programas de estudio principalmente. Comentaremos a continuación sobre cada uno de estos aspectos: el contenido, la historia y el currículo. Resaltamos nuestro interés particular en un

contenido o conocimiento determinado. Aunque pareciera extraño, por momentos muchos investigadores en diversas áreas de la educación han centrado su atención en otros asuntos descuidando el conocimiento, situación sobre la cual otros investigadores nos han llamado a reflexionar. En el caso de las investigaciones sobre la enseñanza en Estados Unidos, Shulman (1986) se refirió al conocimiento como el “paradigma perdido” y reivindicó la importancia de éste en la investigación sobre la enseñanza. Shulman propuso que se estudiará lo que denominó el “conocimiento pedagógico del contenido”, como el tipo de conocimiento que distinguía a los profesores de otros profesionales. En Francia, Chevallard (1998) postula que el objeto de estudio de la didáctica de la matemática es el sistema didáctico, el cual está conformado por el profesor, los estudiantes y el saber, y afirma que el saber es “ese tercer término, tan curiosamente olvidado” (p. 15). Este autor propone la adopción de la transposición didáctica como uno de los dispositivos centrales en la didáctica de las matemáticas, colocando al saber en el centro de atención. En Inglaterra, Young (2013a, 2013b, 2015) critica al movimiento de la nueva sociología de la educación por su falta de atención al conocimiento, en sus implicaciones políticas y epistemológicas. Young (2015) sostiene que los estudios del currículo se han apartado de considerar aquello que se enseña y se aprende en la escuela, situación que califica de crisis. Young (2013a) y Young y Muller (2013) proponen el “conocimiento poderoso” tanto como un concepto sociológico y como un principio curricular para salir de dicha crisis.

La preocupación entre nuestros educadores matemáticos por la historia de la educación en matemáticas en los colegios o liceos data de unas cuantas décadas atrás. Por ejemplo, el educador argentino Fausto Toranzos, en un libro para profesores de matemáticas en formación publicado en 1959, dedicó un capítulo completo a la historia de la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria en Argentina. En ese capítulo describe las diversas reformas en la enseñanza de las matemáticas realizadas en ese país desde finales del siglo XVIII hasta finales de la década de los años cincuenta del siglo pasado. Lamentablemente muy poca atención se le ha prestado a esta propuesta de Toranzos (1959), en otras palabras, no se ha reconocido la importancia de la historia de la educación en matemáticas para la formación de los profesores de matemáticas. En Venezuela, encontramos entre los primeros trabajos de historia de la educación en matemáticas los de Rodríguez (1971), Mulino (1977), Zawisza (1980) y Orellana (1980). Rodríguez (1971) reseñó la historia de la influencia del Instituto Pedagógico Nacional sobre la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria venezolana desde su fundación hasta los inicios de la reforma de la “matemática moderna”. Mulino (1977) realizó un trabajo de investigación sobre la enseñanza de las matemáticas en Venezuela durante los siglos dieciocho y diecinueve. Y Zawisza (1980) elaboró una historia de la Academia de Matemáticas de Caracas, como la primera institución dedicada a la enseñanza de las matemáticas, aunque su fin era la formación de oficiales del ejército e ingenieros. Por su parte Orellana (1990) nos ofrece un panorama del origen de la formación de matemáticos profesionales en la Universidad Central de Venezuela y su visión de la reforma curricular bajo la influencia de la “matemática moderna”. Más recientemente el interés por la historia de la educación en matemáticas se ha incrementado en nuestro país. Sin embargo, todavía contamos con muy pocas investigaciones al respecto, como por ejemplo los trabajos de Beyer (2006, 2009, 2010, 2015, 2016), Guevara Cisneros (2006), Mosquera (2010) y

Legonía, Barrientos y Martínez (2014). También contamos con investigaciones sobre la historia de la disciplina educación matemática, por ejemplo los trabajos de Serres (2004) y González (2018).

En el ámbito iberoamericano se ha incrementado notablemente la actividad en este campo. Desde el año 2011 se han realizado cada dos años los congresos iberoamericanos de historia de la educación matemática. La investigación sobre la historia de la educación en matemáticas se ha desarrollado de manera desigual en los países iberoamericanos. Por ejemplo, el relevante número de trabajos en este campo en Brasil contrasta con la poca actividad en nuestro país. Una muestra de la vitalidad brasileña en ese campo la encontramos en el número especial de la revista *Paradigma* editada bajo el cuidado de Mendes y Valente (2018). Otros países que muestran avances interesantes en este campo son España, Argentina, Colombia y México. Por ejemplo, en Argentina se realizaron en 2018 las Primeras Jornadas de Historia de la Enseñanza de las Matemáticas y las Ciencias Naturales.

En el ámbito internacional se ha ido consolidando este campo de estudios. Como muestra del desarrollo alcanzado en la investigación histórica sobre la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias matemáticas podemos considerar el reporte del estado de la investigación preparado por Schubring (2006) y más recientemente la publicación del *Handbook on the History of Mathematics Education* (Manual de la Historia de la Educación en Matemáticas) editado por Schubring y Karp (2014), los libros *History of Mathematics Teaching and Learning: Achievements, problems, prospects* (Historia de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas: Logros, problemas, prospectos) de Karp y Furinghetti (2016) y *Researching the History of Mathematics Education: An International Overview* (Investigar la Historia de la Educación en Matemáticas: un Panorama Internacional), una compilación de Furinghetti y Karp (2018). A lo cual podemos agregar el creciente número de trabajos de investigación en este campo que son presentados en los congresos nacionales e internacionales.

En cuanto a lo que el currículo oficial se refiere, encontramos unos pocos trabajos de investigación relevantes en el ámbito universitario (López de Lamedá, 2005; Colmenares Figueroa, Pereyra, Torrealba, y Segnini, 2006; Torrealba y González, 2014; Serres, 2017) y en la educación secundaria (Andrés, Díaz de Tancredi, Guilarte y Pino, 2014; Yagüare, 2016). Los trabajos de Colmenares et al. (2006), Torrealba y González (2014), Andrés et al. (2014) y Yagüare (2016) tratan sobre el currículo de ciencias y los de López de Lamedá (2005) y Serres (2017) sobre el currículo de matemáticas. Ninguno de estos trabajos se centra en un contenido en particular, más bien tratan sobre asuntos generales del currículo. Por ejemplo, López de Lamedá (2005) investiga sobre el nivel de adopción de las actividades identificadas por Bishop en el diseño curricular de las licenciaturas en matemáticas de todas las universidades públicas venezolanas. Otros se ocupan de la evolución del currículo en ciencias en la Educación Media (Andrés et al., 2014; Yagüare, 2016), no contamos con trabajos similares de este nivel académico en el campo del currículo de matemáticas. Todos estos trabajos se enfocan en el *currículo oficial* o escrito. A los anteriores podemos agregar algunos trabajos sobre el *currículo del texto escolar* (Hirsch y Reys, 2009) o el *currículo presentado a los profesores* (Gimeno, 2002),

tales como las investigaciones de Salcedo y Ramírez (2016) y Serrano (2015). De estos, solo Salcedo y Ramírez (2016) se ocupa de un contenido en especial. Ninguno de estos trabajos antes indicados toma en consideración el enfoque de la formación de las asignaturas y por lo general, como ya indicamos, no se enfocan en un contenido en particular.

Estamos conscientes, tal como resalta Popkewitz (2004), que los cambios en los contenidos del *currículo oficial* no necesariamente producen cambios relevantes en cómo los profesores enseñan, y tampoco en qué o cómo aprenden los estudiantes. Sin embargo, tampoco se puede despreciar su influencia en la enseñanza, en el aprendizaje y en la evaluación que se realiza en las aulas del liceo; en especial en países con un currículo nacional. Por otro lado, el *currículo oficial* tiene particular influencia sobre el denominado *currículo del texto escolar* (Hirsch y Reys, 2009), la cual sería por lo general más marcada en países donde los textos son seleccionados por alguna autoridad educativa externa al liceo y distribuidos a todos los estudiantes. Más aún, como señalan Hirsch y Reys (2009), las diferentes formas del currículo influyen de diversas maneras sobre lo que se enseña y lo que se aprende en las aulas; por ejemplo, el currículo oficial determina cuáles asignaturas se enseñan y cómo se distribuye el tiempo de la enseñanza para cada una de ellas. Por otro lado, Wang y McDougall (2018) muestran que diseños curriculares oficiales diferentes conducen a tipos diferentes de logros alcanzados por los estudiantes. Podemos concluir de lo anterior que los cambios en el contenido de los planes y programas son una condición necesaria pero no suficiente para que se produzcan cambios reales en qué y cómo se enseña, y en qué se aprende en el aula. Teniendo en cuenta esta limitación nos centramos en este estudio en los cambios y continuidades en el contenido de álgebra lineal según los programas de estudio oficiales para la Educación Media venezolana.

Asumimos que la indagación sobre la formación de las asignaturas, es decir de las tendencias, permanencias y cambios que han dado forma a nuestros programas de estudio oficiales, contribuye a una mejor comprensión del desarrollo histórico de la educación en matemáticas en la Educación Media. Además, consideramos que el conocimiento del desarrollo histórico de las asignaturas de matemáticas en nuestra educación secundaria puede resultar de mucha relevancia en la formación de los profesores de estas ciencias. Asunto que ha comenzado a ser considerado recientemente como relevante por nuestra comunidad de especialistas en didáctica de las matemáticas. Situación que contrasta con la apreciación que se hace de la historia de las ciencias matemáticas, a la cual cada día se le atribuye mayor importancia en la formación de profesores de matemáticas y para el desarrollo del currículo en el aula. Una muestra de ellos es que en los programas de formación de profesores de matemáticas, tanto de pre-grado como de postgrado, se suele incluir una asignatura de historia de las matemáticas, pero no así de la historia de la educación en matemáticas.

Tal como señalamos más arriba, para esta investigación analizamos todos los programas de estudio oficiales aprobados entre 1918 y 1985. Primero procedimos a compilar todos esos programas y a transcribirlos en formato digitalizado. Luego pasamos al proceso de selección de los contenidos de álgebra lineal en cada uno de los programas, para los efectos de esta investigación consideramos los temas siguientes: razón y proporción,

ecuación de primer grado con una y dos incógnitas, polinomio, sistema de ecuaciones lineales, determinante, inecuación lineal, vector, espacio vectorial, matriz y transformación lineal. También consideramos procedimientos, conceptos y resultados relacionados con estos contenidos, por ejemplo: métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, dependencia lineal y el teorema de Rouche-Frobenius. Procedimos a la elaboración de tablas que nos permitieran realizar comparaciones entre los diferentes programas que nos permitieran determinar continuidades y rupturas. Resaltamos que esta primera aproximación al estudio de la historia de la enseñanza del álgebra lineal en la Educación Media venezolana se centra en los contenidos.

2. CONTEXTO DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

2.1. El contexto político, social y económico

Como señalan Karp y Furinghetti (2018), la historia de la educación en matemáticas es parte de la historia social, en la cual se incluyen aspectos políticos y económicos. Por tanto, en esta sección presentamos, de forma breve, el contexto político, social y económico en que se inicia la regulación mediante programas de estudio oficiales la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria y evoluciona durante el período bajo estudio. En 1918, cuando fueron aprobados los primeros programas de estudio para todos los años de la educación secundaria, nos encontrábamos a la mitad de la dictadura militar más larga en la historia de Venezuela. La dictadura del General Gómez duró hasta su muerte en 1935. Durante las dos últimas décadas de su mandato se aceleró el proceso de organización del Estado bajo la influencia de la explotación petrolera. A esta dictadura le siguió un Gobierno militar presidido por el General Eleazar López Contreras, quien había sido ministro de Guerra y Marina, el gomecismo se reacomodaba para mantenerse en el poder. Terminado este período de gobierno, asumió la presidencia el General Medina Angarita, también oficial gomecista. Durante su mandato se hicieron importantes concesiones a otros grupos políticos. También se realizaron reformas en la educación. Este gobierno fue interrumpido por un golpe de estado que instaló una Junta de Gobierno, la cual convocó a elecciones en pocos años. En esas elecciones resultó electo presidente Rómulo Gallegos, del partido Acción Democrática (AD). Este primer gobierno civil del siglo XX inició importantes reformas educativas inspiradas en el movimiento conocido como Escuela Nueva, en su particular versión estadounidense. Algunas de estas reformas provocaron duras reacciones de la oposición, en especial de la Iglesia Católica. Estas protestas se sumaron a otros factores que llevaron al derrocamiento del gobierno por un golpe miliar en 1945. Asumió el gobierno una Junta Militar y en poco tiempo asumió la Presidencia el General Marcos Pérez Jiménez, quien se mantuvo en el poder hasta el 23 de enero de 1958 cuando fue derrocado por un golpe de estado con participación de varios partidos políticos. De nuevo, una Junta de Gobierno asumió el poder y convocó a elecciones en pocos años. Entre 1959 y 1969 se realizaron tres elecciones presidenciales, cada cinco años, en las dos primeras ganaron los candidatos del partido AD y en la tercera el candidato del partido Comité Pro-Elecciones Independientes (COPEI). Durante este período de gobiernos, electos de manera directa por el voto popular, surgió un movimiento insurgente de izquierdas en parte inspirado por el triunfo de la Revolución cubana. Durante el Gobierno de Rafael Caldera,

de COPEI, se dio inicio a un proceso de pacificación que marcó el fin de la guerrilla en nuestro país.

Durante este período que va desde 1918 hasta 1985, la marcha de la sociedad venezolana en todos sus ámbitos estuvo marcada por la transformación del país a una economía extractivista, fundamentalmente de petróleo. Con esta característica nos integramos a la economía capitalista mundial. El considerable aumento de los ingresos económicos producto de la venta del petróleo, permitió a los primeros gobiernos posteriores a la Dictadura del General Pérez Jiménez hacer importantes inversiones para modernizar el país. En ese período se produce un crecimiento sin precedentes en el acceso a la educación primaria y secundaria, y a otros bienes culturales. Se inicia la era de los planes de la nación y del desarrollismo.

En conclusión, de los siete programas de estudio considerados en esta investigación, cinco fueron aprobados bajo gobiernos militares. Dos de esos programas fueron aprobados durante la Dictadura del Gral. J. V. Gómez, dos durante el gobierno del Gral. López Contreras y uno bajo la dictadura del Gral. M. Pérez Jiménez. Los otros dos programas fueron aprobados e implementados durante los tres primeros gobiernos que resultaron de elecciones directas. Todas estas reformas se llevaron a cabo en el proceso de formación del Estado Nación, durante la transformación de un país agrícola en un país dependiente del petróleo.

2.2. La enseñanza de las matemáticas y los programas oficiales

La enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria venezolana comenzó a ser regida por programas de estudio oficiales a partir de 1912. También entraron en vigencia en este mismo año los primeros programas de estudio para la educación primaria (Beyer, 2006). Antes de este año, los profesores se guiaban por los libros que tenían a su disposición, tal como señala Beyer (2006), para el caso de la educación primaria, “la referencia obligada para el docente eran los textos; (...) éstos determinaron efectivamente el currículo” (p. 106). Algunos de esos textos escolares eran recomendados por las autoridades educativas. En aquel año solo fueron publicados programas de estudio para las asignaturas *Aritmética Práctica y Razonada*, del Segundo Año del Curso Preparatorio, y *Geometría*, del Segundo Año del Curso Filosófico de la Instrucción Secundaria. El único tema relacionado con la linealidad en matemáticas lo encontramos en la primera de estas asignaturas, se trata de las razones y proporciones. En unos nuevos programas publicados en 1913, se cambia el nombre de la asignatura *Aritmética Práctica y Razonada*, del Segundo Año, a *Aritmética Razonada*. En esta nueva asignatura son eliminados casi todos los contenidos relacionados con la aritmética comercial. Estos son los primeros programas de estudio donde aparece una breve orientación metodológica dirigida a los profesores. En esta orientación se solicita a los profesores asegurarse de: (a) que los alumnos dominen los contenidos de aritmética estudiados previamente, (b) tomar en cuenta la importancia de las aplicaciones y la resolución de problemas y (c) iniciar al estudiante en el uso de letras en los cálculos. Estos programas también fueron los primeros en los que se recomiendan textos escolares específicos como complemento a la enseñanza de la asignatura, se trataba de los textos *Aritmética Razonada* de G. M. Bruño y de M. P. Leysenne respectivamente. Parece razonable suponer que el nuevo nombre de la asignatura con contenidos de aritmética fuera

tomado del título del libro que serviría de guía para su enseñanza. Lo cual evidenciaría la continua influencia de los textos escolares en la regulación de la enseñanza aun después de la promulgación de programas de estudio oficiales. En algunos momentos se trató de disminuir la influencia de los textos escolares sobre la enseñanza. En particular, en los programas de estudio de 1937 se especificaba que: “El empleo de textos y manuales por parte de los alumnos debe evitarse en lo posible (...)” (Ministerio de Educación, 1937. p. 594), por la tendencia a promover la memorización de los contenidos de esos textos y manuales.

Los primeros programas de estudio oficiales, desde 1912 hasta 1937 se caracterizaron por ser una mera lista de contenidos, en algunos casos con mínimas indicaciones metodológicas. En este último año, fueron aprobados los primeros programas de estudio que incluyeron una introducción general y una introducción específica para cada asignatura en la que se trataban asuntos metodológicos. Y en 1969 fueron aprobados los primeros programas organizados en tres columnas tituladas objetivos, contenidos y actividades respectivamente. Estos son los primeros programas que surgieron en medio del proceso de trasplante a nuestros países de la corriente curricular estadounidense.

Por otro lado, tenemos que desde 1918 hasta 1940 las asignaturas con contenido matemático de la educación secundaria se correspondían con las ramas clásicas en que se organizaban las matemáticas elementales, es decir: aritmética (práctica y razonada), álgebra, geometría y trigonometría. En diciembre de 1940 comienza la reorganización de esas asignaturas bajo la denominación de Matemáticas, en las cuales se distribuían contenidos de estas ramas. La denominación en plural buscaba enfatizar la diversidad de las ciencias matemáticas. A partir de 1969, las autoridades cambian el nombre de las asignaturas a Matemática, en singular, para enfatizar la unidad de estas ciencias en torno al concepto de estructura expresada en el lenguaje de los conjuntos. Esta denominación en singular se ha mantenido hasta hoy en día.

Esta es la situación general de la evolución de los programas de estudio de las asignaturas con contenido matemático en la Educación Media venezolana que le sirve de contexto a nuestro estudio de la historia de la enseñanza del álgebra lineal en este nivel educativo. A continuación pasamos a presentar de manera detallada la evolución de la enseñanza de esta ciencia matemática, sus continuidades y rupturas.

3. EL ÁLGEBRA LINEAL EN LOS PROGRAMAS DE ESTUDIO OFICIALES

En esta sección ofrecemos una descripción detallada de los contenidos de álgebra lineal incluidos en todos y cada uno de los programas oficiales en el período bajo estudio. Hemos organizado la presentación en tres etapas. La primera etapa, de 1918 a 1937, se caracteriza por una enseñanza desconectada de los contenidos de álgebra lineal. En esta etapa solo se relacionan los sistemas de ecuaciones lineales y los determinantes. Estos últimos son solo estudiados, sin relación con las matrices, como una técnica para hallar las soluciones de estos sistemas sin resolverlos algebraicamente. La segunda etapa, de 1937 a 1969, a comienzos de la cual se propone poner énfasis en las funciones como concepto central en matemáticas. Se introduce por primera vez la graficación como método de

resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Y la Tercer Etapa, 1969 a 1985, cuando se propone una enseñanza de las matemáticas centrada en el concepto de estructura algebraica, en particular, del concepto de espacio vectorial. Esta reforma se realizó bajo la influencia del movimiento internacional conocido como la “matemática moderna”, en particular siguiendo la versión estadounidense. Es en esta etapa cuando son introducidos en nuestra educación secundaria temas del álgebra lineal como un cuerpo organizado de conceptos y procedimientos, a diferencia de las etapas anteriores donde algunos de estos temas eran introducidos pero de manera desconectada, excepto el caso de los sistemas de ecuaciones lineales y los determinantes. En esta última etapa, el álgebra pasa a ocupar el lugar predominante en el currículo de Matemática, en la que los temas del álgebra lineal ocupan un lugar privilegiado.

3.1. De 1918 a 1937

No fue sino hasta 1918 cuando fueron aprobados los primeros programas de estudio oficiales para todos los años de la entonces Instrucción Secundaria, la cual estaba organizada en dos cursos: General y Especial. En estos programas se incluían para el Curso General las asignaturas: *Aritmética Razonada*, en el Primer Año, *Álgebra Elemental*, en el Segundo Año, y *Geometría Elemental*, en el Tercer Año. Y para el Curso Especial, Sección Ciencias Física y Matemáticas, se prescribían las asignaturas: *Álgebra y Geometría Plana y del Espacio*, en el Primer Año, y *Trigonometría Rectilínea y Esférica*, en el Segundo Año. En estos programas fueron incluidas dos asignaturas con contenidos de álgebra, entre los cuales encontramos temas de álgebra lineal. Algunos de estos temas se repiten en estas asignaturas, podría decirse que la concepción espiral del desarrollo del contenido fue asumida en esos programas. Según esta concepción uno o varios contenidos se repiten y son tratados progresivamente con mayor complejidad o profundidad. Las razones y las proporciones, sus aplicaciones y la regla de tres simple y compuesta fueron incluidas en la asignatura *Aritmética Razonada*, estos contenidos se repiten en el año siguiente, en la asignatura *Álgebra Elemental*, previo al tema de las ecuaciones de primer grado. Los contenidos de álgebra lineal prescritos en la asignatura *Álgebra Elemental* eran: polinomios, operaciones con polinomios, razones y proporciones, razón aritmética, aplicaciones de la regla de tres, ecuaciones de primer grado, reglas para resolverlas, ecuaciones de primer grado con varias incógnitas, métodos de eliminación (sustitución, igualación, suma o resta, método de Bezout), métodos para encontrar las soluciones de un sistema de ecuaciones sin resolver las ecuaciones (reglas de Cramer, Sarrus y permutación circular), problemas de primer grado y discusión de las fórmulas. Mientras que en la asignatura *Álgebra* estaban incluidos los temas: ecuaciones de primer grado con una incógnita, discusión de la fórmula general, sistemas equivalentes, resolución de ecuaciones con varias incógnitas por procedimientos especiales, problemas que dan lugar a ecuaciones de primer grado, elementos sobre los determinantes, reglas de Cramer y Sarrus, discusión de las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas, el infinito como solución, las soluciones indeterminadas, interpretación de las soluciones negativas de los problemas de primer grado. Tal como señalamos anteriormente, se repiten en la asignatura *Álgebra* algunos contenidos introducidos previamente en la asignatura *Álgebra Elemental*, pero incluyendo unas nuevas consideraciones. Se prescribe la enseñanza explícita de los determinantes y se pone énfasis en el estudio de las soluciones de los sistemas de

ecuaciones. Este último punto lo consideramos como un aspecto importante de este programa.

En 1924, el Ministerio de Instrucción Nacional reorganizó la educación secundaria. El primer ciclo de ésta pasó a tener una duración de cuatro años. Las asignaturas con contenidos de matemáticas para cada uno de los años de este ciclo fueron las siguientes: *Aritmética Razonada*, *Álgebra*, *Geometría*, y *Trigonometría y Topografía*. En los nuevos programas de estudio se introducen cambios importantes en el Segundo Año del Curso General. Se cambia el nombre de la asignatura con contenido matemático de este año, de *Álgebra Elemental* a *Álgebra*, se elimina el adjetivo de elemental, y se introducen en ella contenidos que se enseñaban en la asignatura del mismo nombre del Primer Año del Curso Filosófico. Con esta modificación fue incrementado considerablemente el número de temas incluidos en esta nueva asignatura con respecto a la asignatura *Álgebra Elemental*. Los temas de álgebra lineal incluidos en esta nueva asignatura fueron: polinomios (cálculo con expresiones polinómicas), identidades y ecuaciones, resolución de la ecuación general de primer grado con una incógnita, discusión de la ecuación $ax = b$, inecuaciones, ecuaciones de primer grado con varias incógnitas, sistemas de ecuaciones equivalentes, teoremas generales sobre transformaciones de un sistema de ecuaciones en otro equivalente, métodos de resolución de un sistema de ecuaciones lineales con varias incógnitas (eliminación por sustitución, eliminación por reducción y eliminación por comparación), resolución de n ecuaciones de primer grado con n incógnitas, regla general razonada, métodos especiales de resolución (Bezout, Cramer, Sarrus y permutación circular), caso en que no se aplica el método de Bezout, algunos ejemplos de artificios de cálculo, sistemas imposibles, indeterminados, resolución y discusión del sistema de ecuaciones generales de primer grado con dos incógnitas de primer grado con una y dos incógnitas, y problemas de primer grado. De esta asignatura fueron eliminados los temas de las razones, las proporciones y la regla de tres simple y compuesta. Se incluyen por primera vez en nuestra educación secundaria las inecuaciones lineales con una y dos incógnitas. Reiteramos que con estos cambios, el programa de estudio de *Álgebra* del Segundo Año, del primer ciclo, resulta recargado y muy exigente.

Unos nuevos programas de estudio oficiales fueron publicados en 1930. En estos programas la asignatura *Álgebra* del Segundo Año del Primer Ciclo fue modificada levemente, solo se eliminó el tema: casos en que no se aplica el método de Bezout. Más tarde, en 1934 y 1936 respectivamente, fueron publicados sendos programas oficiales idénticos a los de 1930. Desde 1912 hasta 1936, los programas de estudio de las asignaturas con contenidos matemáticos en la educación secundaria se caracterizaron por estar compuestos de una mera lista de contenidos. Salvo algunas contadas excepciones en las que incluyeron unas muy breves indicaciones metodológicas. Por tanto, es razonable suponer que los profesores se guiaban para organizar sus lecciones por algunos de los textos escolares a su disposición.

3.2. De 1937 a 1969

En 1937 fueron aprobados por el ministerio con competencia en educación los primeros programas de estudio oficiales para las asignaturas de la educación secundaria con una extensa introducción general para cada una de estas y con recomendaciones

metodológicas particulares para cada asignatura de cada año. Una vez más la asignatura *Álgebra* del Segundo Año del Primer Ciclo fue objeto de cambios importantes. Primero, fue reducido notablemente el número de temas con respecto al programa de estudio anterior, se redujo la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales a los casos de dos y tres ecuaciones con el mismo número respectivo de incógnitas. Segundo, los temas relativos a las ecuaciones de primer grado fueron intercalados con los temas de polinomios, fueron eliminados los temas sobre determinantes, y por tanto los métodos de resolución basados en ellos, y fue introducida por primera vez la resolución gráfica de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. En estos programas se señala que el concepto de función pasa a jugar un papel central en la enseñanza las matemáticas en la educación secundaria.

Desde 1940 hasta 1942 fueron aprobados varios programas de estudio para la educación secundaria. En el caso de las matemáticas tenemos que fueron realizados cambios en el Primero y en el Segundo Año en 1940, en el Tercer Año en 1941 y en el Cuarto Año en 1942. Estos programas representan el cambio curricular más importante desde 1912, en cuanto a la organización de las asignaturas. Con estos programas de estudio fue derogado el currículo fragmentado, organizado en asignaturas según las diferentes ramas de las matemáticas (aritmética, álgebra, etc.), y se inicia una nueva etapa con un currículo distribuido. Es introducida una nueva asignatura para todos los años de la educación secundaria denominada *Matemáticas*. En el Primer Año fueron distribuidos, de manera intercalada, contenidos de aritmética y de geometría; en el segundo año los contenidos fueron agrupados en dos bloques: Geometría y Aritmética y Álgebra; en el Tercer Año fueron introducidos dos bloques de contenido: Geometría Racional y Álgebra; y en Cuarto Año fueron incluidos temas de álgebra, trigonometría y geometría. De esta manera, fueron distribuidos contenidos de álgebra desde el Segundo hasta el Cuarto Año de la educación secundaria. Los contenidos de álgebra lineal en el Segundo Año fueron reducidos considerablemente, en este año se incluyeron los temas siguientes: regla de tres simple (directa e inversa) y compuesta, polinomios y operaciones con polinomios, la ecuación de primer grado con una incógnita, reducción a la forma $ax + b = 0$ y problemas sencillos que conduzcan a estas ecuaciones. En Tercer Año fueron incluidos los temas: polinomios y sus operaciones, razones y proporciones, ecuaciones fraccionarias e irracionales de primer grado y problemas. Y en el Cuarto Año fueron prescritos los siguientes temas de álgebra lineal: sistemas determinados de ecuaciones simultáneas con dos y tres incógnitas, ejercicios de recapitulación de primer grado, representación gráfica de funciones sencillas de primero y segundo grado en una variable real. Tenemos así que se prescribía la enseñanza de las ecuaciones de primer grado en Segundo y Tercer Año, y de los sistemas de ecuaciones lineales determinados solo en el Cuarto Año, sin hacer mención específica a métodos particulares de resolución y, aunque se incluye la representación gráfica de funciones lineales sencillas, no se señalaba explícitamente la enseñanza de la resolución gráfica de sistemas de ecuaciones lineales.

En unos nuevos programas de estudio oficiales aprobados en 1944, se mantienen las asignaturas *Matemáticas* para los cinco años de la educación secundaria, pero se introducen algunos reacomodos en los contenidos de estas asignaturas. Uno de los cambios introducidos fue la modificación del orden de los bloques de contenidos en el Tercero y el

Cuarto Año, donde los bloques de contenido de álgebra pasaron a ocupar el primer lugar. Segundo, en el Quinto año se incluyeron bloques de Geometría Plana y del Espacio, Trigonometría Plana y Trigonometría Esférica. Los temas de álgebra lineal distribuidos desde el Segundo hasta el Quinto año fueron reubicados. En estos programas se mantuvieron los temas polinomios y ecuaciones de primer grado en el Segundo Año. Mientras que en el Tercer Año fueron incluidos los temas: polinomios, razones, proporciones, ecuaciones de primer grado, sistemas de ecuaciones lineales determinados (solo casos sencillos y usuales), y ejercicios y problemas. Y en el Quinto Año fueron reubicados los siguientes contenidos de álgebra lineal: sistemas de ecuaciones lineales, resolución geométrica, nociones elementales de determinantes y su aplicación en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, inecuaciones de primer grado y la resolución de la ecuación indeterminada $ax + by = c$. Vemos aquí que las ecuaciones lineales se enseñan en Segundo y Tercer Año, y los sistemas de ecuaciones lineales en Tercero y en Quinto. Resaltamos que en estos programas los sistemas de ecuaciones lineales son ubicados para ser enseñados por primera vez en el Tercer Año, tradicionalmente se habían introducido en el Segundo Año, y se incluyeron nuevamente las inecuaciones lineales y la ecuación de primer grado con dos variables en el Quinto Año. Como veremos más adelante, los sistemas de ecuaciones lineales se mantendrán ubicados en estos años a partir de estos programas.

En los años 1950, 1955 y 1961 fueron publicados unos programas de estudio oficiales de Matemáticas bastante similares a los de 1944. Aunque se produjeron algunos ajustes importantes en los contenidos del Tercero y del Quinto Año respectivamente. En el caso del Tercer Año se amplía el estudio de los sistemas de ecuaciones lineales, por ejemplo, en 1955, además de los temas ya incluidos en años anteriores, fueron agregados los tópicos: sistemas de ecuaciones equivalentes, sistemas de ecuaciones lineales determinados, indeterminados e imposibles, eliminación de una incógnita, métodos elementales de eliminación, interpretación geométrica en el caso de dos incógnitas, coeficientes literales y la discusión de tales sistemas. Hay que resaltar que no son retomadas en estos años las consideraciones en torno a las soluciones de los sistemas de ecuaciones lineales. En 1961 fueron eliminados de los programas todos los contenidos relacionados con el álgebra lineal del Primer Año del Segundo Ciclo de la educación secundaria. Y en el Segundo Año de este último ciclo se mantienen sin mayores cambios los mismos contenidos desde 1944.

En 1961 el Ministerio de Educación reconoce que es necesaria una modernización de los programas de estudio de Matemáticas para la escuela secundaria y que se requiere de tiempo y dedicación para realizar esos cambios. Por tanto, el Ministerio resuelve introducir unos programas transitorios mientras se planifica una reforma integral del currículo. Una característica de estos nuevos programas es que se reducen los contenidos de los programas anteriores a los llamados “contenidos esenciales” (Ministerio de Educación, 1961, p. 1). Estos programas constituyen una “pequeña corrección que deberá ser seguida de una transformación de mayor envergadura” (Ministerio de Educación, 1961, p. 1).

En el Segundo Año del Segundo Ciclo se mantienen dos contenidos de álgebra lineal: los determinantes y los sistemas de ecuaciones. En el tema de los determinantes fueron incluidos los siguientes contenidos:

- a. Determinantes. Definición. Determinantes de 2° y 3° orden. Regla de Sarrus. Ejercicios.
- b. Propiedades de los determinantes. Teorema de Jacobi. Ejercicios.
- c. Reducción de determinantes a otro de orden inferior inmediato. Desarrollo por menores complementarios.
- d. Ejercicios. (Ministerio de Educación, 1961, p. 169)

Mientras que en el tema de sistemas de ecuaciones lineales se incluían los contenidos siguientes:

- a. Sistemas de m ecuaciones con m incógnitas. Regla de Cramer. Ejercicios.
- b. Sistemas homogéneos de m ecuaciones con m incógnitas. Ejercicios. (Ministerio de Educación, 1961, p. 170)

El enfoque adoptado para estos temas era meramente operativo, esto lo deducimos de lo limitado de la descripción de los temas y de la ausencia de recomendaciones al profesor y del énfasis en los ejercicios. El interés principal era tener algunas herramientas para calcular determinantes y de algunas reglas para resolver sistemas de ecuaciones lineales. En ningún momento se hace mención a la necesidad de realizar demostraciones de los teoremas, ni explicar por qué funcionaban las reglas. Además, no se hacía referencia a problemas sino a ejercicios. Otra característica de estos programas, como señalamos anteriormente, es que eran sólo una lista de contenidos y no ofrecían al profesor ningún tipo de recomendación para su enseñanza y evaluación. La única nota dirigida a los profesores que aparece en estos programas para el Segundo Ciclo dice lo siguiente: “Se recomienda a los Profesores no alterar el orden de este Programa” (Ministerio de Educación, 1961, p. 170).

3.3. De 1969 a 1985

Desde 1969 hasta 1973 se llevó a cabo una nueva reforma de la Educación Secundaria, la cual quedó organizada en dos ciclos denominados Ciclo Básico Común y Ciclo Diversificado respectivamente. En este nuevo currículo la asignatura con contenidos de matemáticas para los cinco años cambió de nombre a Matemática, en singular. Los nuevos programas se caracterizan por estar elaborados bajo el enfoque de la *matemática moderna* y por la introducción de ciertas novedades curriculares. Las novedades introducidas son las siguientes: (a) información detallada sobre las intenciones del diseñador, (b) recomendaciones a los profesores, (c) objetivos generales de cada ciclo y de cada año, y los objetivos específicos, (d) programas estructurados en tres columnas: objetivos, contenidos y actividades y (e) recomendaciones generales para la evaluación. Los programas de estudio aprobados en estos años se mantuvieron vigentes para todos los años de la educación secundaria hasta 1985, cuando fueron aprobados unos nuevos programas solo para el Ciclo Básico Común.

El objetivo principal de la Matemática para el Ciclo Básico Común era el siguiente: “Ayudar a los alumnos a comprender la unidad de la matemática a través del estudio de las estructuras fundamentales” (Dirección de Planeamiento, 1971, p. 159). Continúa el texto del programa resaltando la unidad de la Matemática. Se señala que la división del programa en unidades es sólo un recurso práctico y que en ningún momento debe verse como una división de la matemática en compartimentos aislados. Indican que “[...], hoy se habla, no de las matemáticas sino de la matemática”. (Dirección de Planeamiento, 1971, p. 160). Aquí encontramos una diferencia significativa en relación con el programa anterior de 1961, en el cual los contenidos estaban organizados en las áreas: aritmética, geometría, álgebra y trigonometría. Esta división en áreas desaparece en los nuevos programas y ahora el contenido es organizado en unidades sin títulos que las distingan unas de otras explícitamente.

Como ya señalamos arriba, una característica importante de este programa era su énfasis en las llamadas estructuras fundamentales. Se pasa con estos nuevos programas a una visión de la matemática que se diferencia enormemente del enfoque adoptado en los programas anteriores. Para la Dirección de Planeamiento (1971) del Ministerio de Educación,

En la hora actual, el edificio matemático construido sobre la teoría intuitiva de los conjuntos y con el auxilio del mecanismo de la axiomatización, es considerado como extremadamente sólido y se puede pensar que hay en ello una forma relativamente estable del pensamiento científico y que es razonable convertirlo en objetivo de la enseñanza matemática. [...] (p. 160)

Es importante destacar que en estos programas de 1969 se introduce por primera vez la presentación, interpretación y resolución de problemas como un objetivo de la enseñanza de la matemática en la escuela secundaria.

En 1971, fueron publicados los programas de la reforma correspondiente al Tercer Año del Ciclo Básico Común. En la Unidad 11 de este nuevo programa aparece el tema de resolución de sistemas de ecuaciones lineales mediante métodos gráficos y analíticos. La Unidad 12 está dedicada completamente al concepto de Espacio Vectorial. Esta unidad está dividida en cuatro temas: 1) vectores en el plano, 2) operaciones en el conjunto V_2 [espacio vectorial de dos dimensiones], 3) la dimensión de V_2 y 4) el producto escalar en V_2 . Para esa época se esperaba que los estudiantes de 14 a 15 años de edad alcanzaran objetivos de alto nivel de abstracción, como por ejemplo: “Determinar si un vector es combinación lineal de los elementos de la base canónica V_2 ” e “identificar las propiedades del producto escalar” (Marcano, Orellana, Rodríguez, Orellana, y Salas, s.f., p. 351). Los vectores fueron introducidos por primera vez en el Segundo Año, en 1970, pero es el Tercer Año donde se estudian de manera formal. Esta unidad comienza con un repaso de lo visto en el año anterior y continúa con la definición de vector fijo en el plano y la igualdad de vectores fijos. De allí se pasa al estudio de las componentes de un vector, se introduce la idea de biyección entre los puntos del plano y el conjunto de pares ordenados de números reales. Sigue a este tema la introducción a los vectores equipolentes y libres, y se llega a definir la equipolencia como relación de equivalencia sobre el conjunto de todos los vectores en el

plano. Continúa el desarrollo del programa con las operaciones con vectores en el plano. Una vez terminado el tema de las operaciones, llegamos a la parte más abstracta del Programa Oficial para el Tercer Año del Ciclo Básico, se trata de los temas de combinación lineal, dependencia e independencia lineal, base y dimensión. Se esperaba en aquel momento que los estudiantes, de 14 a 15 años, comprendieran estos conceptos e hicieran ciertas demostraciones. Cierra este programa con los temas de producto escalar, ortogonalidad y norma de un vector. En el Programa Oficial no se propone explícitamente la aplicación de los vectores a la resolución de problemas en matemáticas ni en otras áreas del conocimiento.

En estos programas de estudio de la asignatura *Matemática* del Ciclo Básico Común, el concepto de vector, como objeto matemático, fue introducido por primera vez en nuestra educación secundaria. Dado el enfoque estructural adoptado, el concepto de espacio vectorial jugaba un papel central, el cual a su vez requería de la enseñanza de otros conceptos como combinación lineal, dependencia e independencia lineal, base, dimensión, entre otros.

Continuando con la reforma curricular iniciada en 1969, bajo la influencia de la “matemática moderna”, fueron aprobados nuevos planes y programas de estudio oficiales de *Matemática* para el Ciclo Diversificado, los cuales fueron implantados en los años 1972 y 1973 respectivamente. En el Primer Año de este ciclo, común para todas las menciones, los contenidos estaban organizados en cinco unidades, estas no están identificadas con títulos particulares con la finalidad de resaltar la unidad de las matemáticas como disciplina académica. A su vez, todas las unidades están organizadas en tres columnas identificadas con los subtítulos: objetivos, contenidos y actividades. En la introducción a estos programas se señala que “la visión integrada de la asignatura llega en el Tercer Año, del Ciclo Básico Común, hasta el desarrollo de la Geometría de la estructura vectorial del plano” (Dirección de Planeamiento, 1973, p. 3). Esto indica la importancia que se le asigna en estos programas al concepto de espacio vectorial. Notamos que en este resumen de la matemática del Ciclo Básico Común, como ciclo previo, y en la presentación de la Matemática para el propio Ciclo Diversificado no se menciona como concepto fundamental a las funciones, sino que se enfatiza “la estructura vectorial del plano” y la “estructura vectorial del espacio”. Aparece entonces el espacio vectorial como concepto unificador.

Así, es en estos programas implantados entre 1969 y 1973 que son introducidos algunos conceptos del álgebra lineal en forma estructurada; es decir, que estos conceptos son enseñados de forma unificada en torno al concepto de espacio vectorial. Por ejemplo, en esos programas se declara que se “(...) Continúa el desarrollo de la Geometría deducido ahora de la estructura vectorial del espacio” (Dirección de Planeamiento, 1972, p. 3). La influencia del enfoque basado en el álgebra lineal se evidencia en el tratamiento del tema trigonometría. Este tema es introducido, en el Primer Año del Ciclo Diversificado, a partir de vectores en el plano, rotaciones de vectores y del concepto de ángulo entre dos vectores. En este año, se presenta un repaso del tema de vectores en el plano. Recordemos que este tema se trata con bastante detalle en el Tercer Año del Ciclo Básico Común. Este repaso aparece como introducción a la Unidad III, la cual está dedicada al estudio de las funciones trigonométricas. En particular se hace énfasis en la multiplicación de un vector por un

número real, sus propiedades, dependencia e independencia lineal, base y dimensión, y los vectores $(1, 0)$ y $(0, 1)$ como base de V_2 .

En el Programa Oficial de Matemática para el Segundo Año del Ciclo Diversificado, mención ciencias, se incluyen los siguientes objetivos relacionados con el álgebra lineal: “7. Conocer los fundamentos del álgebra lineal, el espacio R^3 , matrices y determinantes” y “8. Resolver sistemas lineales” (Dirección de Planeamiento, 1973, p. 4). En este programa los contenidos están organizados en cinco unidades. Cada unidad a su vez está organizada en cuatro columnas identificadas respectivamente con los subtítulos: objetivos, contenidos, actividades y recomendaciones. Esta última columna no aparecía en los programas oficiales para el Primer Año de este ciclo. Al principio del programa aparecen formulados los objetivos generales del curso, entre los cuales encontramos los siguientes:

4. Comprender los conceptos fundamentales de la Geometría del Espacio.
(...)
7. Conocer los fundamentos de álgebra lineal, el espacio R^3 , matrices y determinantes.
(...)
8. Resolver sistemas lineales (Dirección de Planeamiento, 1973, p. 4)

(Nota: La numeración anterior se refiere al número de cada objetivo en el documento original)

La Unidad II contiene temas de polinomios, inecuaciones en una y dos variables, programación lineal y cónicas. Para dar una idea del nivel de abstracción que se esperaba en el tratamiento de estos contenidos veamos las recomendaciones correspondientes al estudio de las operaciones con polinomios y sus propiedades: “En este curso se trata de estudiar en general el anillo de polinomios $A[X]$ en donde A será siempre Z , Q , R , o C . (...)” (Dirección de Planeamiento, 1973, p. 9). A lo anterior se agrega que en el estudio de las operaciones con polinomios se trata “(...) lo que en definitiva quiere decir $(A[x], +, *)$ es un anillo conmutativo. Esto puede comprobarse con ejemplos” (Dirección de Planeamiento, 1973, p. 10). En el caso de factorización de un polinomio se establece:

Tener en cuenta que el escribir un polinomio en potencias de $x - a$ es consecuencia de que los polinomios $1, x - a, (x - a)^2, \dots$ forman un base del espacio vectorial de los polinomios. (Dirección de Planeamiento, 1973, p. 10)

La Unidad III está dedicada totalmente a la geometría del plano y del espacio. Uno de los principales objetivos de la enseñanza de la geometría, según los diseñadores de los programas, es servirle al estudiante para la comprensión de los contenidos de la unidad dedicada al álgebra lineal. Veamos la recomendación oficial:

Una vez establecidos los axiomas, comenzar a demostrar teoremas, en particular, los que se refieren a incidencia y paralelismo de rectas y planos.

Todo esto corresponde a la Geometría Afín del Espacio, es decir, la basada sobre la estructura vectorial (...) (Dirección de Planeamiento, 1973, p. 15)

La Unidad IV, la más extensa del programa, está dedicada completamente a temas de álgebra lineal. Esta unidad se inicia con el estudio del sistema de coordenadas en el espacio, siguiendo y luego pasa al estudio de los vectores en el espacio, se recomienda que

Al terminar los vectores estudiar la Geometría del Espacio. Se da la ecuación de una recta y de un plano en forma vectorial. (...) Utilizando el producto escalar y la longitud, se resuelven problemas acerca de perpendicularidad y distancia. (...) (Dirección de Planeamiento, 1973, p. 15)

Los diseñadores del programa recomiendan al profesor que estos temas no sean desarrollados en forma teórica, sino más bien mediante la resolución de problemas con la intención de reforzar, en los alumnos, el conocimiento de la geometría del espacio. Una vez terminado este tema se pasa a la introducción de las matrices, los determinantes, las transformaciones lineales, el espacio \mathbb{R}^n , los sub-espacios, los sistemas lineales y el Teorema de Rouché-Frobenius. Se sugiere que las matrices sean introducidas en relación con la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, una vez hecho esto se pasa a presentar las operaciones con matrices y sus propiedades. Luego se introduce el concepto de transformación lineal de \mathbb{R}^n en \mathbb{R}^m ($n, m \leq 3$) haciendo referencia a la matriz $m \times n$ multiplicada con un vector columna de \mathbb{R}^n . Una vez estudiados los casos de \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 , se sugiere que el profesor haga la generalización a transformaciones lineales de \mathbb{R}^n en \mathbb{R}^m . Entonces, el profesor debería presentar transformaciones que tengan interpretaciones geométricas y decidir cuáles son lineales y cuáles no.

El tema siguiente es el de los determinantes y sus propiedades. En el programa se sugiere que se introduzcan primero ejemplos de sistemas lineales de 2×2 y 3×3 representados previamente en forma matricial. Se sugiere luego presentar la definición de determinantes de una matriz cuadrada, establecer sus propiedades y enunciar el teorema que permite desarrollar un determinante por los elementos de una línea. Una vez estudiados los determinantes, se pasa a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales de hasta tres ecuaciones con tres incógnitas. Se explica el significado de que un sistema lineal tenga o no solución desde un punto de vista geométrico, como intersección de rectas y planos, y mediante transformaciones lineales. Luego entramos en la interpretación de los sistemas de ecuaciones lineales como sub-espacios, se enuncia el teorema de Rouché-Frobenius. Se cierra esta unidad con el estudio de la resolución de sistemas homogéneos.

En estos programas de Matemática fueron introducidas por primera vez las matrices, tipos de matrices, operaciones con matrices y sus propiedades en nuestra educación secundaria, mientras que los determinantes fueron definidos a partir de las matrices. Recordemos que los determinantes se estudiaban en la educación media desde 1918 sin referencia a las matrices. Por último, tenemos que también fueron introducidas por primera vez las transformaciones lineales y su representación matricial.

Tenemos así pues que fue en la reforma curricular realizada bajo la influencia de la corriente internacional conocida como la “matemática moderna” que se introducen por primera vez temas de álgebra lineal estructurados teóricamente en torno a un concepto central, en nuestro caso fue el de espacio vectorial. En todos los programas de estudio oficiales anteriores, estos temas eran tratados instrumentalmente y el tema principal era el de hallar las soluciones de sistemas de ecuaciones lineales.

En la Tabla 1 mostramos, en orden cronológico, la introducción de contenidos nuevos de álgebra lineal en los programas de estudio oficiales desde 1918 hasta 1973. Como podemos apreciar en dicha tabla, muy pocos de estos fueron introducidos hasta 1961, y los que fueron incorporados eran variaciones o complementos de los ya presentes desde 1918. Como hemos comentado anteriormente, muy pocos cambios fueron introducidos en lo que respecta a la enseñanza. Por ejemplo, apuntamos que la introducción del concepto de función y la relevancia que se le asignó en los programas de 1937, llevó a incluir la resolución gráfica de los sistemas de ecuaciones lineales.

Es en la reforma de 1969-1973 cuando se introduce el álgebra lineal propiamente dicha en nuestra educación secundaria. En estos programas de estudio fueron introducidos por primera vez los conceptos de matriz, determinante de una matriz, polinomio en una indeterminada, espacio vectorial y transformación lineal. Recordemos que en los programas anteriores los determinantes eran definidos como un número asociado a un sistema de ecuaciones lineales dado. Además, fue el inicio de la enseñanza de la geometría analítica en este nivel de nuestro sistema educativo. Hasta este momento solo se había enseñado geometría eculideana. El estudio de este cambio tan importante en el enfoque de la enseñanza de la geometría escapa del propósito de este artículo. Lo mencionamos porque lo encontramos de relevancia en lo que respecta a la demarcación de las fronteras de las asignaturas y lo sugerimos como posible extensión de esta investigación.

Tabla 1: Orden cronológico de introducción de temas nuevos de álgebra lineal de 1918 a 1973

1918	1924	1937	1940	1955	1961	1969-1973
2°	2°	2°	2°			2°
Razones, proporciones	Discusión de la ecuación $ax = b$	Ecuación de primer grado con una incógnita	La ecuación de primer grado con una incógnita y con términos enteros reducibles por suma y resta a la forma $ax + b = 0$			Transformaciones en el plano
Polinomios	Teoremas generales sobre transformación de un sistema de ecuaciones lineales en otro equivalente	fraccionaria o con los coeficientes fraccionarios	Problemas sencillos que conduzcan a esta ecuación			Vectores
Ecuaciones de primer grado con varias incógnitas	Eliminación por comparación	Solución gráfica de una ecuación de primer grado con una incógnita		3°		3°
Métodos de eliminación (sustitución, igualación, suma-resta)	Casos en que no se aplica el método de Bezout	Representación gráfica de la función lineal		Coeficientes literales		Espacio vectorial V_2
Método de Bezout	Desigualdades de primer grado con una y dos incógnitas	Interpretación geométrica de los coeficientes		Discusión de tales sistemas		Dimensión
Regla de Cramer		Resolución gráfica de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas		Resolución de problemas		Dependencia e independencia lineal
Regla de Sarrus		Aplicaciones a problemas				Base canónica
Permutación circular					5°	Producto escalar
Problemas de primer grado					Sistemas homogéneos de m ecuaciones con m incógnitas	5°
1°						Anillo de los polinomios $A[x]$
Sistemas equivalentes						Semiplanos
Elementos sobre determinantes						Intersección de semiplanos
Discusión de un sistema de ecuaciones lineales con 3 incógnitas						Región triangular
Interpretación de soluciones negativas						Programación lineal
						Vectores en el espacio
						Rango de una matriz
						Teorema de Rouche-Frobenius

Nota: Elaboración propia con información tomada de los programas de estudio oficiales. Los contenidos son enunciados tal y como aparecen en dichos programas.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo presentamos una investigación sobre la historia de la enseñanza del álgebra lineal en la educación media venezolana desde 1918 hasta 1985 a través de los programas de estudio oficiales. Esta investigación se enmarca en el campo de la historia de la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias matemáticas, y en relación con el enfoque de la formación de las asignaturas. Como resultado de ésta identificamos tres etapas en la constitución de las asignaturas con contenido matemático, con énfasis en los temas de álgebra lineal. La primera etapa (1918-1937) caracterizada por una enseñanza atomizada de los contenidos, la segunda (1937-1969) donde se hacen los primeros esfuerzos integradores en torno al concepto de función y la tercera (1969-1985) en la que se organizan los contenidos en torno al concepto de estructura, expresado en el lenguaje de los conjuntos, en especial del concepto de espacio vectorial. En la primera etapa predominan los conceptos de razón y proporción, ecuación lineal, sistema de ecuaciones lineales, determinante y polinomio (como expresión algebraica). En la segunda etapa siguen predominando los conceptos anteriores pero se introducen las funciones lineales y su representación gráfica, con lo cual se incluye la resolución gráfica de los sistemas de ecuaciones lineales además de los métodos de eliminación. En la tercera etapa se produce un cambio más radical en los contenidos y en el enfoque, nuevos conceptos son introducidos, tales como: espacio vectorial, matriz y transformación lineal. Mientras que otros conceptos son redefinidos, como los determinantes. Consideramos que es en esta última etapa cuando se introduce el álgebra lineal propiamente dicha en la educación media venezolana.

Resaltamos la importancia del estudio de la historia del currículo, y en particular de la formación de la asignatura de matemática, para una mejor comprensión de su enseñanza y, por tanto, para la formación de profesores nuevos y en ejercicio. Si bien los educadores matemáticos valoran el aporte de la historia de las matemáticas a la formación de profesores, tanto nuevos como en ejercicio; hasta ahora no se le ha prestado suficiente atención a la historia de la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias matemáticas. Es común que los programas de formación de profesores en nuestras universidades, tanto de pregrado como de posgrado, incluyan un curso de historia de las matemáticas. No sucede lo mismo con el caso de la historia de la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias matemáticas, la cual no ha sido hasta ahora incorporada como una asignatura a estos programas de formación.

Esta investigación es una contribución original al estudio de la historia de la educación en matemáticas en Venezuela. En particular sobre la historia de la enseñanza del álgebra lineal y la formación de las asignaturas con contenido matemático en la educación secundaria venezolana. No hemos encontrado ningún otro trabajo sobre este tema, solo localizamos en nuestras búsquedas un trabajo sobre la introducción del álgebra lineal en Colombia (Álvarez, 2013) principalmente en las universidades y más bien desde la perspectiva de la historia de las matemáticas.

Señalamos que una de las limitaciones de la presente investigación es que, en esta primera aproximación, solo tomamos como fuentes primarias los programas de estudio oficiales vigentes en el lapso 1918-1985. Por lo tanto, proponemos ampliarla incorporando

otras fuentes tales como los textos escolares, artículos publicados en revistas para educadores, otros documentos oficiales, cuadernos de apuntes de estudiantes, planificaciones hechas por los profesores y entrevistas a profesores de dilatada experiencia docente. Otra dimensión en la que se debería ampliar esta investigación es el tiempo. Faltaría estudiar el período que va desde 1985 hasta la última reforma curricular del Educación Media que se inició en el año escolar 2017-2018.

Por último, presentamos en este artículo de manera detallada los contenidos de álgebra lineal en los programas de estudio oficiales con un doble propósito. Por un lado, que el material presentado sirva de base para una investigación histórica comparativa principalmente con el currículo de otros países iberoamericanos. Y por el otro lado, como material de estudio para profesores en formación y en ejercicio, y estimular el interés por la historia de la educación en matemáticas.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Jose Manuel Matos por sus valiosos comentarios a una primera versión de este artículo, a Carolina Álvarez por sus consejos y a la Dra. Yolanda Serres y al Dr. Walter Beyer por nuestras conversaciones sobre la historia de la educación en matemáticas que me sirvieron de mucha ayuda para la elaboración de este trabajo.

REFERENCIAS

- Andrés, M. M., Díaz de Tancredi, D., Guilarte, G. y Pino, I. M. (2014). Retrospectiva sobre el currículo para la enseñanza de las ciencias en la educación secundaria venezolana (1971-2013). *RevIU*, 2(2), 76-86.
- Beyer, W. (2006). Algunos libros de aritmética usados en Venezuela en el período 1826-1912. *Revista de Pedagogía*, 27(78), 71-110.
- Beyer, W. (2009). *Estudio evolutivo de la enseñanza de las matemáticas elementales en Venezuela a través de los textos escolares: 1826-1969*. Caracas: Convenio Andrés Bello-GIDEM-Instituto Nacional de Integración.
- Beyer, W. (2010). Senderos, caminos y encrucijadas de las matemáticas y la educación matemática en Venezuela. *Unión*, No. 23, 1544.
- Beyer, W. (2015). Un paseo histórico por la educación matemática venezolana: una visión a través de los textos escolares. *HISTEMAT-Revista de Historia da Educação Matemática*, 1(1), 32-51.
- Beyer, W. (2016). La influencia de Sylvestre-François Lacroix en la matemática venezolana decimonónica. *HISTEMAT-Revista de Historia da Educação Matemática*, 2(3), 229-255.
- Chervel, A. (1991). Historia de las disciplinas escolares. Reflexiones sobre un campo de investigación. *Revista de Educación*, No. 295, 59-111.
- Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. (C. Gilman, trad.). Buenos Aires: Aique.

- Colmenares, W., Figueroa, Y., Pereyra, E., Torrealba, R. y Segnini, S. (2006). *Comparación curricular de carreras de Biología, Matemática, Química y Física de las facultades de ciencias. Informe técnico*. Núcleo de Decanos de Facultades de Ciencias. Caracas.
- Dirección de Planeamiento (1971). *Programas del Ciclo Básico Común. Primer Año (Sector académico)*. Caracas: Ministerio de Educación.
- Dirección de Planeamiento (1972). *Ciclo Diversificado. Área Común. Programa de Matemática. Primer Año*. Caracas: Ministerio de Educación.
- Dirección de Planeamiento (1973). *Ciclo Diversificado. Mención Ciencias, Industrial, Servicios Administrativos, Comercio, Agropecuaria, Asistencial. Programa de Matemática. Segundo Año*. Caracas: Ministerio de Educación.
- Furinghetti, F. y Karp, A. (2018). *Researching the History of Mathematics Education: An International Overview* [Investigar la Historia de la Educación en Matemáticas: un Panorama Internacional]. Nueva York: Springer.
- Forquin, J. C. (1992). Saberes escolares, imperativos didácticos e dinámicas sociais. *Teoría e Educação*, No. 5, 28-49.
- Gimeno, J. (2002). *El currículum: una reflexión sobre la práctica*. Madrid: Morata.
- González, F. E. (2018). Historia de la educación matemática en Latinoamérica: 10 claves para su comprensión. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, No. 52, 279-305.
- Goodson, I. F. (2000). *El cambio del currículum* (L. Recart, trad.). Barcelona: Octaedro. (Original en inglés 1997)
- Guevara Cisneros, J. (2006). *Historia y evolución de los programas de matemática a nivel de primaria y secundaria en Venezuela entre los años 1936 y 1973*. Trabajo Especial de Grado de Licenciatura. Escuela de Educación. Universidad Central de Venezuela, Caracas.
- Hirsch, C. R. y Reys, B. J. (2009). Mathematics curriculum: a vehicle for school improvement [El currículo de matemática: un vehículo para el mejoramiento de la escuela]. *ZDM Mathematics Education*, 41, 749-761.
- Julia, D. (2001). A cultura escolar como objeto histórico. *Revista Brasileira de História da Educação*, No. 1, 9-43. (Traducción del artículo original en francés de 1995)
- Karp, A. y Furinghetti, F. (2016). *History of Mathematics Teaching and Learning: Achievements, problems, prospects* [Historia de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas: Logros, problemas, prospectos]. Nueva York: Springer.
- Legonía, P., Barrientos, D. y Martínez, A. (2014). Historia de la educación matemática en Venezuela. *Cronología 1791-1998. Homotecia*, 12(9), 12-15.
- López de Lameda, B. (2005). El currículo de Licenciatura en Matemáticas en cinco universidades venezolanas: UCV, USB, UC, ULA y UCLA, *Universitas 2000*, 29(1-2), 85-115.
- Marcano, L. J., Orellana, M., Rodríguez, N., Orellana, R. y Salas, L. (s.f.). *Matemática V. 2do. Año Ciclo Diversificado*. Caracas: Cultural Venezolana.

- Mendes, I. A. y Valente, W. R. (2018). Presentación. *Revista paradigma*, 39, No. Extra, ix-xi.
- Ministerio de Educación (1937). *Memoria y cuenta*. Caracas: El Autor.
- Ministerio de Educación (1961). *Programa básico de educación secundaria (Primero y segundo ciclos)*. Caracas. El Autor.
- Mosquera, J. (2010). Matemática Moderna y neocolonialismo en Venezuela. En J. M: Matos y W. R. Valente (comps.) *A reforma da Matemática Moderna em contextos ibero-americanos* (pp. 103-136). Caparica, Portugal: UIED.
- Mulino, F. (1977). La enseñanza de las matemáticas en el período hispánico de la universidad venezolana. *Polémica*, (enero-febrero), 95-104.
- Orellana, M. (1980). *Dos décadas de la matemática en Venezuela*. Caracas: Universidad Nacional Abierta.
- Popkewitz, T. (2004). School subjects, the politics of knowledge, and the projects of intellectuals in change [Asignaturas escolares, la política del conocimiento y los proyectos de los intelectuales en cambio]. En P. Valero and R. Zevenbergen (Comps.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology*, (pp. 251—267). Boston: Kluwer Academic.
- Rezat, S. y Rezat, S. (2017). Subject-specific genres and genre awareness in integrated mathematics and language teaching [Géneros específicos de una asignatura y conciencia de género en la enseñanza integrada de las matemáticas y el lenguaje]. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(7b), 4189-4210.
- Rodríguez, J. A. (1971). Contribución del Instituto Pedagógico al desarrollo de la enseñanza de la Matemática en la Educación Media. *Educación*, No. 140-141, 53-56.
- Salcedo, A. y Ramírez, T. (2016). Análisis de las actividades de probabilidad propuestas en textos escolares de primaria. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(1), 179-202.
- Schubring, G. (2006). Researching into the history of teaching and learning mathematics: the state of the art [Investigar sobre la historia de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática: el estado del arte]. *Paedagogica Historica: International Journal of the History of Education*, 42(4-5), 665-677.
- Schubring, G. y Karp. A. (2014). *Handbook on the History of Mathematics Education* [Manual de la Historia de la Educación en Matemáticas]. Nueva York: Springer.
- Serrano, W. (2015). Los estudios sobre libros de texto de matemática en Venezuela: hacia una visión socio-cultural y crítica. En J. Ortiz y M. Iglesias (comps.) *Investigaciones en educación matemática. Aportes desde una unidad de investigación* (pp. 154-170). Maracay, Venezuela: UICB-FACES_ Universidad de Carabobo.
- Serres, Y. (2004). Una visión de la comunidad venezolana de educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Educación Matemática*, 7(1), 79-108.
- Serres, Y. (2017). *Análisis del currículo de matemática en el primer año de la carrera de Ingeniería de la UCV*. Trabajo de ascenso no publicado. Caracas, Universidad Central de Venezuela.

- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching [Aquellos quienes comprenden: crecimiento del conocimiento en la enseñanza]. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Toranzos, F. (1959). *Enseñanza de la matemática*. Buenos Aires: Kapeluz.
- Torrealba, R. y González, N. (2014). Comparación curricular de licenciaturas en Física en Venezuela y el Tuning. *Latin American Journal of Physics Education*, 8(4), 1-5.
- Viñao, A. (2006). La historia de las disciplinas escolares. *Historia de la Educación*, No. 25, 243-269.
- Yagüare, D. (2016). Antecedentes históricos en la enseñanza de las ciencias naturales en Venezuela. *Investigación y Postgrado*, 31(2), 65-93.
- Young, M. (2013a). Powerful knowledge: an analitically useful concept or just a “sexy sounding term”? A response to John Beck’s “Powerful knowledge, esoteric knowldege, and curriculum knowledge” [Conocimiento poderoso: ¿un concepto útil analíticamente o solo un “término sexy”? Una respuesta a “Conocimineto poderos, conocimineto esotérico y conocimiento curricular” de John Beck]. *Cambridge Journal of Education*, 43(2), 195-198.
- Young, M. (2013b). Overcoming the crisis on curriculum theory: a knowledge-based approach [Superando la crisis en la teoría del currículo: un enfoque basado en el conocimiento]. *Journal of Curriculum Studies*, 45(2), 101-118.
- Young, M. (2015). Curriculum theory and the question of knowledge: a response to six papers [La teoría del currículo y la cuestión del conocimiento: una respuesta a seis artículos]. *Journal of Curriculum Studies*, 47(6), 820-837.
- Young, M. y Muller, J. (2013). On the powers of powerful knowledge [Sobre los poderes del conocimiento poderoso]. *Review of Education*, 1(3), 229-250.
- Zawisza, L. (1980). *La Academia de Matemáticas de Caracas*. Caracas: Ministerio de la Defensa,
- Wang, Z. y McDougall, D. (2018). Curriculum matters: what we teach and what students gain [El currículo importa: qué enseñamos y qué ganan los estudiantes]. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-21. En línea: <https://doi.org/10.1007/s10763-018-9915-x>

Julio Mosquera. Egresado de la Escuela de Educación de la UCV, programa cooperativo con la Facultad de Ciencias de la misma universidad. Master of Arts de la Universidad de Georgia, Estados Unidos. Profesor Agregado del Área de Educación, Mención Matemática, de la Universidad Nacional Abierta. Numerosas publicaciones, en varios idiomas, una de las más recientes Mosquera, J. (2018). Estudio comparativo de textos escolares oficiales de matemáticas de Ecuador y Venezuela: los sistemas de ecuaciones lineales. *Unión*, 14(52), 118-143.