

# A LINGUAGEM PROBABILÍSTICA E O JOGO DE PAR OU ÍMPAR: PRODUÇÃO DE SIGNIFICAÇÕES

EL LENGUAJE PROBABILÍSTICO Y EL JUEGO DE PAR O IMPAR: PRODUCCIÓN  
DE SIGNIFICADOS

THE PROBABILISTIC LANGUAGE AND THE GAME OF EVEN OR ODD:  
PRODUCTION OF MEANINGS

JAQUELINE LIXANDRÃO SANTOS  
*Universidade Federal de Pernambuco, Brasil*  
[jaquelisantos@ig.com.br](mailto:jaquelisantos@ig.com.br)

ADAIR MENDES NACARATO  
*Universidade São Francisco, Brasil*  
[adamn@terra.com.br](mailto:adamn@terra.com.br)

Fecha de recepción: 7 octubre 2017  
Fecha de aceptación: 17 noviembre 2017

## RESUMO

Este texto é um recorte de uma pesquisa de doutorado, de abordagem qualitativa, que analisou a produção de significações sobre combinatória e probabilidade, e analisa contribuições da linguagem para construção e significação de conceitos combinatórios e probabilísticos em sala de aula regular do 6º ano do Ensino Fundamental numa escola pública numa cidade de pequeno porte do interior de São Paulo/Brasil. Parte-se do pressuposto de que existe uma articulação entre esses conceitos, a depender do tipo de tarefa proposta aos alunos. Apoiado na perspectiva histórico-cultural e em aportes da Educação Estatística, o estudo considera a sala de aula como espaço de aprendizagem de alunos e professora, o que implica a articulação de elementos mediadores para a produção de significações, dentre os quais se destacam a tarefa, a linguagem e a dinâmica de ensino. Analisa-se um episódio de aula em que os alunos, ao socializar suas respostas a uma tarefa sobre um jogo ao qual somam-se os dedos indicados pelos jogadores, evidenciam o processo de negociação de significados entre alunos e entre eles e a professora, a partir da linguagem probabilística e combinatória. A análise revela que os alunos possuem conceitos sobre combinatória e probabilidade; que, quando envolvidos em um processo de elaboração conceitual, (re)significam conceitos e atingem outros mais complexos; e que a articulação da combinatória e da probabilidade com os elementos mediadores leva à imbricação do raciocínio combinatório e do pensamento probabilístico por meio de significações, permitindo a aprendizagem com compreensão.

**PALAVRAS-CHAVE:** Raciocínio combinatório; Pensamento probabilístico; Linguagem probabilística; Elaboração conceitual; Ensino e aprendizagem.

## RESUMEN

Este texto es una parte de una investigación de doctorado con enfoque cualitativo que analizó la producción de significados sobre combinatoria y probabilidad, y analiza las contribuciones del lenguaje para la construcción y significación de conceptos combinatorios y probabilísticos, en las clases de 6<sup>a</sup> grado de la enseñanza secundaria en una escuela pública de una ciudad de pequeño porte del interior del estado de São Paulo en Brasil. Se parte de la base de que existe una articulación entre esos conceptos, en función del tipo de tarea propuesta a los alumnos. Apoyado en la perspectiva histórico-cultural y en aportes de la Educación estadística, el estudio considera el aula como espacio de aprendizaje de los alumnos y de la profesora, lo que implica la articulación de elementos mediadores para la producción de significaciones, entre los cuales se destacan la tarea, el lenguaje y la dinámica de la enseñanza. Se analiza un episodio de clase en el cual los alumnos al socializar las respuestas de una tarea sobre un juego en el cual se suman los dedos indicados por los jugadores, evidencian el proceso de negociación de significados entre alumnos y entre los alumnos y la profesora a partir del lenguaje probabilístico y combinatorio. El análisis revela que los alumnos poseen conceptos sobre combinatoria y probabilidad; y que cuando están envueltos en un proceso de elaboración conceptual resignifican conceptos y alcanzan otros más complejos; y que la articulación de la combinatoria y de la probabilidad con los elementos mediadores lleva a la interrelación del raciocinio combinatorio y del pensamiento probabilístico por medio de significaciones, permitiendo el aprendizaje con comprensión.

**PALABRAS CLAVE:** Razonamiento combinatorio, pensamiento probabilístico; lenguaje probabilístico; elaboración conceptual, enseñanza y aprendizaje.

## ABSTRACT

This text analyzes the contributions of language to the construction and signification of combined and probabilistic concepts developed in 6th grade classrooms (students from 11-13 years of age) in a public school in a small city in the interior of São Paulo State, Brazil. We begin with the assumption that there is an articulation between these concepts which depend on the type of activity proposed to the students. This text is part of a doctoral research project which analyzed the production of meanings of combination and probability. It consists of qualitative research relying on the historical-cultural perspective and on contributions from Statistical Education, considering the classroom a learning space for students and teachers. This perspective implies the articulation of mediatory elements for the production of significations and, among them, task, language, and group dynamics stand out. The focus is on the process of the negotiation of meanings between the students and between them and the teacher. We analyze a class episode in which students, by socializing their responses to a task on a game to which they add the fingers indicated by the players, demonstrating this process of negotiation of meanings through probabilistic and combination language. Our analysis shows signs that the students have concepts on combination and probability and that, when confronted with a proposal to problematize - related to language and to a class culture of appropriated Mathematics - they can be involved in a process of conceptual elaboration, (re)signifying concepts and reaching other more complex ones. Moreover, the articulation of combination and probability with mediatory elements –

language, tasks, and learning environment – leads to the imbrication of combination reasoning and probabilistic thought through significations, allowing for learning with comprehension.

**KEYWORDS:** Combination reasoning; Probabilistic thought; Probabilistic language; Conceptual elaboration; Teaching and learning.

## 1. INTRODUÇÃO

Neste texto, apresentamos um recorte de uma pesquisa de doutorado que analisou a produção de significações sobre combinatória e probabilidade numa sala de aula do 6º ano do Ensino Fundamental, numa escola pública de uma cidade de pequeno porte no interior do estado de São Paulo/Brasil. Buscamos apresentar as contribuições da linguagem para construção e significação de conceitos combinatórios e probabilísticos.

A referida pesquisa se insere no campo da Prática Pedagógica em Educação Matemática, com foco nas significações produzidas pelos alunos a partir de uma prática problematizadora que busca articular a combinatória e a probabilidade.

Partimos do pressuposto de que o estudo articulado da combinatória e da probabilidade possibilita que conceitos sobre a temática sejam desenvolvidos de forma significativa. Lopes e Coutinho (2009) defendem a importância de tal articulação; no entanto, raras são as evidências apresentadas em dados empíricos de sala de aula, em suas reais condições de trabalho, sobre essa articulação. Esse fato é apontado por Fernandes, Correia e Roa (2010), que destacam a reduzida exploração de investigações didáticas sobre combinatória e probabilidade. Nesse sentido, a presente pesquisa, realizada na prática de sala de aula, objetivou trazer questões que possam contribuir para o debate em Educação Estatística.

De abordagem qualitativa, este estudo tem como aporte teórico a perspectiva histórico-cultural, que considera a sala de aula um ambiente de aprendizagem de alunos e professores e o contexto de pesquisa como espaço de formação. Tal perspectiva é baseada em Freitas (2009, 2010), ancorada nos pressupostos de Lev Vygotsky, que atribui à linguagem a função básica para o desenvolvimento do ser humano por meio da interação social e do desenvolvimento do pensamento generalizante. Essa perspectiva é complementada por aportes teóricos da Educação Estatística, em particular, estudos sobre o desenvolvimento do pensamento probabilístico e combinatório.

Organizamos o texto em quatro seções. Na primeira delas, discutimos alguns aspectos teóricos, como: a elaboração conceitual na perspectiva vygotskyana, com destaque para o papel da linguagem, e estudos sobre o pensamento probabilístico e estatístico. Na sequência, apresentamos os procedimentos metodológicos da pesquisa e a tarefa que será objeto de análise. A seguir, as discussões de um episódio relativo a essa tarefa e nossas considerações finais.

## 2. A FORMAÇÃO DE CONCEITOS PROBABILÍSTICOS NA PERSPECTIVA HISTÓRICO-CULTURAL: ARTICULAÇÕES ENTRE LINGUAGEM E CONTEXTOS

A discussão sobre a formação de conceitos probabilísticos e o papel na linguagem e do contexto de escolarização remete-nos à necessidade de explicitar as bases teóricas com as quais estamos trabalhando. De acordo com a perspectiva vygotskyana, a linguagem, que inclui formas de comunicações verbais e extraverbais, como gestos, sons, olhares, etc., é muito mais do que palavras. Segundo Oliveira (2004), “é para se comunicar com seus semelhantes que o homem cria e utiliza os sistemas de linguagem” (p.42). Dessa forma, é por meio da linguagem, gerada e desenvolvida no diálogo, que o ser humano cria seu mundo interior, apropria-se da sociedade em que vive e a transforma.

Segundo Vygotsky (2001), quando os processos de pensamento e linguagem se unem, surge o pensamento verbal e a linguagem racional. Essa junção possibilita ao sujeito um desenvolvimento psicológico mais elevado, apontado pelo autor como pensamento generalizante.

É essa função de pensamento generalizante que torna a linguagem um instrumento de pensamento: a linguagem fornece os conceitos e as formas de organização do real que constituem a mediação entre o sujeito e o objeto de conhecimento. A compreensão das relações entre pensamento e linguagem é, pois, essencial para a compreensão do funcionamento do psicológico do ser humano (Oliveira, 2004, p. 43).

O processo de desenvolvimento, de acordo com Vygotsky (2001), acontece pela internalização, por meio de práticas e conceitos desenvolvidos em determinados contextos, por meio das funções básicas – linguagem e pensamento generalizante –, que são apropriadas, (re)significadas e transformadas pelo sujeito (Santos, 2015, p. 34). Dessa forma, é pelas relações sociais (atividade interpessoal) que o sujeito desenvolve ações e conceitos particulares (atividade intrapessoal) que o constituem.

Segundo Vygotsky (2001), a partir do desenvolvimento do pensamento verbal, as crianças iniciam os processos de elaboração conceitual. Para ele, a formação de conceitos é organizada em duas linhas de desenvolvimento: uma delas é a dos conceitos espontâneos que se desenvolvem na vida cotidiana; e a outra, a dos conceitos científicos que se desenvolvem no contexto escolar, e existe uma inter-relação entre eles. Para o referido autor, a diferenciação entre conceitos espontâneos e conceitos científicos não se dá por seus conteúdos, mas pela especificidade de sua formação. Formação essa que não segue percurso linear, não é limitada por idade cronológica e maturação biológica. Conceitos espontâneos e científicos coexistem; e, em alguns momentos, se entrelaçam para a formação de conceitos científicos.

A formação de conceitos espontâneos e científicos, segundo Núñez (2009), depende de como o processo é organizado e sistematizado. Assim, os modos de condução do processo de ensino numa sala de aula precisam estar pautados na intencionalidade de elaboração conceitual pelos alunos. Esse fato nos alerta para a diversidade de conhecimentos produzidos no processo de ensino, que emergem na interação social e histórica desenvolvida na educação formal em instituições escolarizadas, mas também são influenciados pelas experiências

vivenciadas na vida cotidiana. Há um movimento dialético entre os dois processos: os conceitos espontâneos, ao mesmo tempo em que fornecem significações para os científicos, são por eles ressignificados.

Conclui-se, assim, que a formação de conceitos é um processo dinâmico e articulado, que não se esgota quando uma generalização ou um conceito científico é desenvolvido, pois, ao se deparar com uma nova problemática, conceitos espontâneos são mobilizados e articulados por meio da linguagem e de interações em contextos variados, possibilitando, assim, que outros conceitos científicos sejam elaborados e/ou ampliados.

Quanto ao processo de ensino, Smolka (2010) o caracteriza como enigmático e afirma que, de acordo com a perspectiva histórico-cultural, o processo de ensinar está imbricado ao de significar, pois ambos se constituem em “formas de (inter) ação, (oper) ação mental e trabalho com signos” (p. 108). Diante de tais considerações, é importante compreender, no processo de ensino, como as significações são produzidas, pois, nas interações da dinâmica discursiva, em que a palavra tem papel central, diferentes dimensões: individuais, sociais e ideológicas são mobilizadas e (re) significadas. O conceito é a própria palavra generalizada. É ela que possibilita tanto a expressão do pensamento quanto a sua própria constituição. Pensamento e palavra são indissociáveis.

O processo de ensino e aprendizagem da combinatória e da probabilidade está em consonância com tal perspectiva, uma vez que a formação de conceitos combinatórios e probabilísticos não é algo simples, pois eles estão arraigados a conceitos desenvolvidos no cotidiano e em contextos escolares, perpassados por conceitos históricos e culturais, imbricados e elaborados em diferentes contextos com a mediação sógnica da linguagem (oral, escrita, pictórica, gestual) e, em especial, da palavra.

A discussão sobre a linguagem probabilística tem sido apontada em nossas pesquisas como um fator significativo para o ensino e a aprendizagem da combinatória e da probabilidade na Educação Básica, uma vez que palavras como “possível”, “impossível”, “certo”, “incerto”, “provável”, “bastante provável”, “seguro”, entre outras, são utilizadas pelos alunos, tanto em contexto escolar como na vida cotidiana, para expressar medida de chances em determinados eventos. Além disso, as pesquisas, como a de Godino et al. (1996), Green (1982) e Santos (2010), apontam que o emprego desses termos não é compartilhado por todos, mesmo diante de um contexto idêntico.

Esse fato foi observado por Watson (2006), ao ressaltar a importância da discussão da linguagem probabilística em diferentes contextos, pois as respostas dos alunos podem referir-se a conceitos dos contextos pessoais e escolar. Segundo a autora, estabelecer relações entre linguagem coloquial e formal em situações que abordem diferentes contextos em sala de aula é importante para a aprendizagem significativa da probabilidade.

As diferentes significações atribuídas pelos alunos aos termos do vocabulário probabilístico são produto de experiências vivenciadas em contextos escolares e não escolares e, dessa forma, são conceitos espontâneos e científicos. A linguagem e a mediação intencional, deliberada e planejada do professor podem colaborar com a produção de significações na resolução de problemas de combinatória e de probabilidade.

As pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem da combinatória e da probabilidade (Gal, 2005; Roa, 2000; Watson, 2006) apontam que os alunos apresentam dificuldades na resolução de problemas sobre a temática e atribuem tal fato ao processo de ensino e de aprendizagem.

Gal (2005) aponta que não tem sido dada muita atenção à linguagem probabilística, mas que ela é muito importante, pois apresenta aspectos relevantes nas relações abstratas que se estabelecem entre as situações apresentadas e os termos utilizados para expressar a medida de chance e também para apresentar suas reais interpretações probabilísticas. Segundo Nacarato e Grandó (2013), a linguagem probabilística tem um papel fundamental na elaboração de conceitos sobre probabilidade dos estudantes, uma vez que o produto de um trabalho de negociação de significados das palavras do vocabulário probabilístico é a conceitualização.

Para que conceitos sobre combinatória e probabilidade sejam construídos e desenvolvidos de forma significativa pelos alunos, é necessária a articulação de elementos mediadores – tarefa, linguagem e contexto de ensino. Consideramos tarefa qualquer situação proposta pelo professor para que seja resolvida pelos alunos, e, no caso específico desta pesquisa, as tarefas constituem resoluções de problemas, em práticas problematizadoras.

Na perspectiva vygotskyana, a linguagem tem um papel central no desenvolvimento de conceitos matemáticos; no entanto, no caso específico da combinatória e da probabilidade, a articulação da linguagem a outros elementos mediadores, como tarefas e ambiente de aprendizagem, pode provocar o movimento dos conceitos espontâneos e científicos, possibilitando, assim, que diferentes níveis de generalizações sejam desenvolvidos.

A forma como as tarefas são desenvolvidas no contexto escolar também é importante para o processo de ensino e de aprendizagem. A dinâmica de trabalho em sala de aula, baseada nas considerações de Christiansen e Walther (1986), é propícia para a articulação dos elementos mediadores e também para o movimento de conceitos espontâneos e científicos. Essa dinâmica envolve três fases: apresentação, atividade independente e reflexão conclusiva. A primeira fase, que tem como objetivo apresentar a tarefa que será desenvolvida, deve ter seu foco na motivação do desenvolvimento da tarefa, e não no uso de exemplos introdutórios, como tradicionalmente se faz, para facilitar o seu desenvolvimento. A fase de atividade independente é o momento em que a tarefa será realizada em uma esfera menor, visando manter um fluxo apropriado à aprendizagem individual. O nome “atividade independente” não significa necessariamente que a tarefa será desenvolvida individualmente, pois diferentes agrupamentos podem ser realizados. A fase de reflexão conclusiva é o momento de organizar os conceitos antes desenvolvidos, com o objetivo de promover uma reflexão coletiva, indispensável para investigar a linguagem e os símbolos utilizados pelos alunos no desenvolvimento das tarefas, partilhar aprendizagens e observar as potencialidades da tarefa que está sendo trabalhada. Esses diferentes passos da dinâmica possibilitam observar as dimensões pessoais e sociais refletidas nos conceitos apresentados.

### 3. CONCEITOS SOBRE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE

De acordo com as perspectivas apresentadas, uma prática problematizadora que se apoia no desenvolvimento e no uso de estratégias cognitivas, constituída em um jogo de confronto entre sentidos produzidos na enunciação, possibilita o processo de elaboração conceitual sobre combinatória e probabilidade.

Pesquisas como as de Gal (2005), Celi Lopes (2008), Roa (2000) e Watson (2006), sobre a formação de conceitos de combinatória e probabilidade, normalmente analisam-na a partir da habilidade (ou não) de resolução de problemas. Desse modo, apontam que os alunos apresentam dificuldades com a temática e atribuem tal fato ao processo de ensino e aprendizagem. Segundo Roa (2000), as dificuldades dos estudantes em resolver os problemas de combinatória - como permutações, arranjos e combinações -, se dão devido a dois motivos. Um deles é a estrutura complexa de resolução. O outro se refere às deficiências do processo de ensino, que enfatiza o uso de fórmulas e procedimentos em detrimento de componentes mais primários do raciocínio combinatório.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) propõem um ensino fragmentado da combinatória (Brasil, 1998). Não há a sistematização em seu ensino ao longo dos anos de estudo na Educação Básica nem mesmo a articulação com outras disciplinas escolares. Quanto ao ensino e à aprendizagem de análise combinatória, Lopes e Coutinho (2009, p. 62) afirmam que precisa ser “superada a aplicação de fórmulas para permutações, arranjos e combinações” As autoras destacam que, para que haja tal superação, é necessário um trabalho com processos de resolução de problemas que envolvam o raciocínio combinatório. O desenvolvimento de diversos tipos de registros e a explicitação de estratégias de resolução também se fazem relevantes no desenvolvimento do raciocínio combinatório.

De acordo com Fischbein (1975), a análise das possibilidades (ou a investigação de possíveis casos) não pode ser reduzida a uma simples enumeração de elementos, mas deve ser ampliada a uma investigação que “pressupõe um processo racional, construtivo, que, com base na informação existente, cria o espaço amostral de todos os resultados possíveis” (Fischbein, 1975, p. 99, tradução nossa). Para o autor, tal análise, normalmente é elaborada por meio de análise combinatória. Isso significa que, “[ ] se o sujeito não possui capacidade combinatória, o conceito de probabilidade só pode ser usado em caso muito restrito, em que os possíveis resultados podem ser diretamente enumerados” (Fischbein, 1975, p. 99, tradução nossa)

Segundo Lopes e Coutinho (2009), a combinatória deve possibilitar a aquisição de conhecimentos, de forma a permitir a construção de relações entre pensamento estatístico, combinatório e probabilístico. Dessa forma, os problemas de combinatória são importantes porque possibilitam modelar situações, uma vez que por meio deles “[...] há várias possibilidades de construção de agrupamentos, de caminhos, fornecendo um tipo específico de interpretação quando se devem levar em conta os resultados possíveis para cada um desses agrupamentos ou caminhos” (Lopes; Coutinho, 2009, p. 62).

De acordo com as investigações de Gal (2005), a probabilidade não é uma característica palpável dos acontecimentos, mas uma percepção ampla, que pode ser expressa por meio de

uma notação formal da Matemática quanto à probabilidade de ocorrência de um evento Para o autor, muitas das situações cotidianas exigem que as pessoas sejam “letradas probabilisticamente”; e, para que o letramento aconteça, não basta que haja no processo de ensino uma simples instrução, é preciso que diferentes elementos de conhecimento estejam envolvidos no processo, havendo uma interação entre diferentes conceitos de probabilidade, maneiras de descobrir a probabilidade de um evento, linguagem, contexto e questões críticas.

Sobre a temática, Watson (2006) afirma que muitos elementos estão ligados ao conceito de probabilidade; no entanto, os principais são as ideias associadas à linguagem, às maneiras de mensurar as probabilidades e às questões relacionadas ao contexto. Segundo a autora, para que o pensamento probabilístico dos alunos seja desenvolvido é preciso que três conceitos sobre probabilidade estejam inseridos no currículo escolar: o subjetivo, o frequentista e o formal.

Esses conceitos são apresentados pelas pessoas em situações cotidianas e estão presentes em circunstâncias diversas, assim como outros conceitos sobre probabilidade, como o clássico e o lógico. É possível observar que as pessoas apresentam diferentes pensamentos a respeito da probabilidade. Por exemplo, se perguntar àquelas que jogam na megassena o que levam em conta na hora de escolher os números para colocar em seu cartão, veremos que cada uma busca uma justificativa coerente para fazer sua escolha: colocar a data de nascimento de pessoas da família, fazer uma análise dos números que saíram nas últimas rodadas e colocar números diferentes, escolher um número de cada dezena, jogar sempre os mesmos números, etc. Dessa forma, em uma mesma situação os sujeitos buscam alternativas para escolher números que, segundo critérios pessoais, dar-lhes-ão chances de ganhar.

Autores como Fernandes (1999); Godino, Batanero e Cañizares (1996) apresentam diferentes concepções probabilísticas, que, no entanto, coincidem em alguns termos e características. É necessário discuti-las para analisar as potencialidades de determinadas tarefas ou para identificar os conceitos apresentados pelos alunos. Os diferentes conceitos probabilísticos estão presentes no ideário das pessoas e são produzidos a partir de situações probabilísticas vivenciadas no cotidiano ou em contexto escolar. Segundo Santos (2010), “as situações relacionadas à incerteza podem ser interpretadas de diferentes maneiras, por diferentes concepções probabilísticas, conduzindo ou não as pessoas às respostas adequadas” (p. 175).

O conceito clássico da probabilidade é atribuído às situações em que o espaço amostral é equiprovável. Nesse contexto, a probabilidade é estabelecida pela razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis, desde que todos os resultados sejam igualmente prováveis.

No conceito frequentista, a probabilidade é determinada a partir de um processo de experimentação. De acordo com Godino et al. (1996), a probabilidade frequentista é calculada a partir de frequência relativa observada em resultados de provas repetidas.

No conceito subjetivista, o sujeito faz uso de suas experiências e de seu conhecimento sobre o assunto para determinar a probabilidade de um sucesso. De acordo com esta perspectiva, as probabilidades exprimem grau de crença e percepção pessoal, o que ocasiona a geração de diferentes medidas para um mesmo evento.

O conceito lógico da probabilidade é empregado em situações distintas das que aplicam os conceitos clássico ou frequencial. Está presente em situações que tentam explicar uma indução, defendendo uma relação lógica entre o enunciado evidente e as hipóteses que este possibilita, uma generalização das relações implícitas e contraditórias. Neste conceito, o grau de confiança é medido de duas maneiras extremas – certo ou impossível –

uma proposição  $p$  é dada pela informação de outra proposição  $q$ , ... se  $p$  é uma consequência de  $q$ , a proposição  $q$  dá a  $p$  a probabilidade 1 e a contradição, o caso de que  $p$  e  $q$  sejam contraditórios, a probabilidade dada por  $q$  à  $p$  é 0 (Godino et al., 1996, p. 23).

O conceito formal ou axiomático da probabilidade, segundo Godino et al. (1996), surgiu como uma extensão ao conceito clássico, que impõe a equiprobabilidade dos sucessos. Também é conhecido como probabilidade objetiva ou normativa. No conceito axiomático ou formal, a probabilidade de determinada situação ( $S$ ) é medida quando se elege  $E$  como espaço amostral e  $A$  como um subconjunto de  $E$ . A partir dessas informações, a probabilidade  $P(S)$  é definida pelo quociente entre a medida de  $A$  e a medida de  $E$  (Godino et al., 1996). A probabilidade é compreendida como um valor entre 0 e 1,  $0 < P(S) < 1$ , sendo um sucesso impossível dado por  $P(E) = 0$  e um sucesso certo por  $P(E) = 1$ .

Dessa forma, é possível que uma pessoa possa fazer uso do conceito formal ou frequentista ao apresentar um conceito subjetivista. Com suas vivências e suas observações, o sujeito define o espaço amostral  $E$  e a medida dos sucessos de  $A$ , subconjunto de  $E$ ; e, a partir dessa medida, extrai o quociente, ou seja, a probabilidade de determinado evento.

As diferentes interpretações e significações sobre probabilidade se fundamentam nos distintos conceitos com os quais estão imbricados e que se desenvolvem em variados contextos. Esse fato é relevante para se pensar no processo de ensino e de aprendizagem da probabilidade, pois, mesmo esses conceitos estando presentes em algumas situações didáticas no contexto escolar, será que eles são percebidos pelos professores? Até que ponto é possível um professor desenvolver o raciocínio combinatório e o pensamento probabilístico dos alunos, já que a combinatória e a probabilidade se apresentam de formas diferentes, de acordo com as situações?

Fernandes (1999) acredita que as diferentes características das concepções sobre probabilidade podem induzir a diferentes perspectivas. De acordo com Shaughnessy (1992), a tradição dualista da probabilidade – como grau de crença e como cálculo de frequência – conduz diversos debates de pesquisas.

Em nossa prática de sala de aula e na análise do material produzido, nos norteamos pelas discussões aqui apresentadas, tanto no campo da Educação Estatística quanto na perspectiva histórico-cultural. É importante compreender onde e como os sentidos são produzidos, pois os conceitos estão envolvidos em uma dinâmica discursiva em diferentes dimensões: individuais, sociais e ideológicas, perpassados por contextos culturais, sociais e históricos.

Dessa forma, apresentaremos, na sequência, os procedimentos metodológicos da pesquisa e o contexto da sua realização.

#### 4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS: DESCREVENDO O OBJETO DE INVESTIGAÇÃO

A pesquisa foi realizada com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública estadual do interior de São Paulo. A turma possuía 28 alunos, com idade entre 11 e 13 anos. A primeira autora deste texto atuava como professora de Matemática dos sujeitos investigados. Dessa forma, a pesquisa foi desenvolvida em contexto real de sala de aula, sendo professora e pesquisadora a mesma pessoa, que, portanto, será designada como professora-pesquisadora.

Os dados foram produzidos a partir dos registros dos alunos diante das tarefas propostas, do diário de campo da professora-pesquisadora, das transcrições de audiogravações do diálogo entre professora-pesquisadora e alunos no desenvolvimento das tarefas de investigação em grupos e de gravações em vídeo dos momentos de socialização coletiva das tarefas realizadas.

Inicialmente foram desenvolvidas com os alunos 18 tarefas, que proporcionaram a eles o contato com a linguagem associada à combinatória e à probabilidade, bem como o raciocínio combinatório e probabilístico. Tais tarefas tinham como objetivo principal promover a reflexão sobre a análise combinatória e o pensamento probabilístico nas aulas de Matemática. Ao final dessas tarefas, os alunos realizaram individualmente outras cinco tarefas sobre probabilidade.

Para o desenvolvimento das tarefas da pesquisa, eles foram organizados em duplas, mas alguns trios foram formados, quando a quantidade de alunos da sala de aula era número ímpar. A dinâmica de desenvolvimento foi elaborada a partir da proposta de Christiansen e Walther (1986), mencionada anteriormente.

Para melhor compreensão dos sentidos e significados construídos entre os envolvidos na pesquisa, professora-pesquisadora e alunos, selecionamos para a análise, neste texto, parte da tarefa “linguagem probabilística”, uma vez que objetivamos apresentar as contribuições da linguagem no desenvolvimento de conceitos combinatórios e probabilísticos e, neste caso, a tarefa selecionada nos parece bastante propícia.

##### Tarefa 1 – Linguagem probabilística

Considerando os possíveis resultados de um jogo de par ou ímpar entre dois colegas<sup>1</sup> – em que cada jogador só pode usar os dedos de uma das mãos –, classifique com uma das palavras do quadro abaixo os acontecimentos citados:

---

Impossível - pode ser – possível - bastante provável – certo - se espera que –  
seguro- há alguma possibilidade - há alguma probabilidade - incerto

---

a) A soma ser um número ímpar:

b) A soma ser um número menor do que 10:

---

<sup>1</sup> Os jogadores escolhem quem será o “par” ou o “ímpar”. Na sequência, ficam um de frente para o outro e colocam ao mesmo tempo às mãos para frente com valores de 0 a 5, indicados pelos dedos das mãos. Somam-se os dedos indicados pelos dois jogadores e analisam se ela é par ou ímpar. Vence o jogador que escolheu o resultado (par ou ímpar) obtido na soma dos dedos.

- c) A soma ser o número 12:
- d) A soma ser um número maior do que 0:
- e) A soma ser o número 0:
- f) Os colegas apresentarem números de dedos distintos:
- g) Os colegas apresentarem números de dedos iguais:

## 5. O MOVIMENTO DE ELABORAÇÃO CONCEITUAL PARA A TAREFA “LINGUAGEM PROBABILÍSTICA”

A tarefa “linguagem probabilística” não foi a que nos chamou atenção em um primeiro momento, pois tarefas semelhantes já haviam sido trabalhadas em pesquisa anterior desenvolvida pela professora-pesquisadora e objeto de sua dissertação de mestrado (Santos, 2010). Em uma das tarefas, os alunos utilizavam os termos do vocabulário probabilístico para estimar a previsão do tempo em determinado período na cidade em que moravam; em outra, os alunos relacionavam os termos do vocabulário probabilístico entre si, a partir de exemplos do cotidiano. De forma semelhante, em todas as tarefas, os alunos conectavam os termos do vocabulário probabilístico com possibilidades e/ou probabilidades de determinados eventos.

O objetivo de tais tarefas era que os alunos se apropriassem de forma significativa dos termos do vocabulário probabilístico, os quais estavam presentes nos enunciados das demais atividades no decorrer da pesquisa. Isso de fato aconteceu: os termos relacionados à linguagem probabilística passaram a fazer parte do vocabulário dos alunos na discussão das tarefas da pesquisa e também em situações de sala de aula, fora do contexto de investigação, após o término da pesquisa.

Observações de pesquisa anterior nos conduziram a afirmar que é propícia a discussão sobre termos do vocabulário probabilístico no início dos estudos sobre probabilidades, pois equívocos na interpretação de enunciados e na apresentação de ideias podem ser minimizados. Concordamos com essa afirmação. No entanto, destacamos que tarefas desse tipo possuem outras potencialidades, além da apropriação de vocabulário, como pudemos constatar na segunda pesquisa (Santos, 2015).

A tarefa relativa à linguagem probabilística possibilita a produção e a negociação de significações, não apenas dos termos, mas dos conceitos de combinatória e de probabilidade. A tarefa, associada à dinâmica desenvolvida, favoreceu o processo de elaboração conceitual dos alunos, o que corrobora a afirmação de Góes (1997, p.21-22):

o conceito não é apenas representado pela palavra e nem se reduz ao desenvolvimento de impressões (pela percepção, pela memória). Forma-se por meio do uso da palavra, que não é um rótulo aderido a uma ideia estabelecida, a um conceito pronto. Pensamento e linguagem se constituem mutuamente. Ao incorporar uma palavra, a criança não apenas designa um objeto, mas também analisa, abstrai propriedades, generaliza-as. Por essa razão, a palavra participa da significação do objeto e da experiência de conhecimento de mundo. A palavra reflete e generaliza a realidade. As relações entre palavra e conceito não ocorrem isoladamente; a palavra é enunciada e

interpretada numa rede de outras palavras, de interpretações com outras pessoas e de ações sobre o objeto.

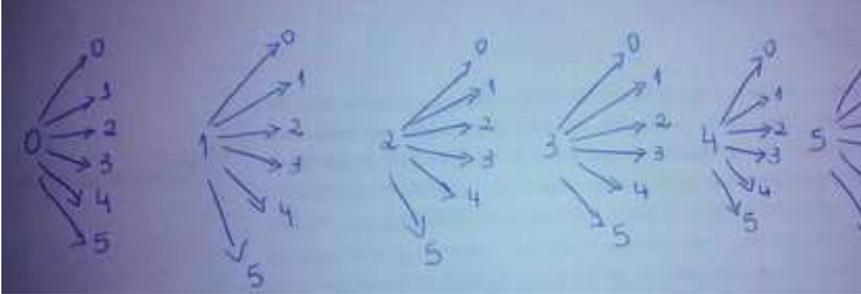
Foi esse olhar teórico que nos mobilizou a analisar a tarefa “linguagem probabilística”. Ela desencadeou o episódio a seguir, desenvolvido em três fases: apresentação, atividade independente e reflexão conclusiva. Neste trabalho apresentamos as discussões produzidas na fase da reflexão conclusiva, registrada em gravações de vídeo, por cerca de 40 minutos. Tendo em vista que as gravações foram extensas, transcrevemos os trechos que consideramos significativos à pesquisa. Powell, Francisco e Maher (2004) denominam os momentos significativos os objetivos de pesquisa de “eventos críticos”. Eles afirmam que as transcrições desses momentos ajudam a “analisar com atenção elementos como linguagem e fluxo de ideias” (p. 113). Embora a transcrição seja longa, optamos por mantê-la na íntegra, a fim de constituir um episódio, ou seja, um momento de interação em que ocorre uma negociação de significados.

Quadro 1: Episódio: reflexão sobre o item “a soma ser um número ímpar”

 Transcrição do diálogo	Possíveis eventos críticos
1. P <sup>2</sup> : <i>Tem algum termo que os colegas colocaram que vocês não concordam?</i> 2. Augusto <sup>3</sup> : <i>Certo.</i> 3. P: <i>Por que o certo não seria adequado?</i> 4. Gabriel: <i>Porque certo é uma certeza.</i> 5. P: <i>E o que é uma certeza?</i> 6. Luís Felipe: <i>É você ter certeza daquela coisa. Se é verdade! Verdadeiro.</i> 7. Augusto: <i>Porque é certo!</i>	Movimento: significado para a palavra “certo”
8. P: <i>Por que não é certo que vai sair um número ímpar?</i> 9. Luís Felipe: <i>Porque tem as mesmas possibilidades de par e de ímpar.</i> 10. Lucas: <i>Possível, sim.</i> [O aluno se refere ao termo “possível”]. 11. P: <i>Por quê?</i> 12. Luís Felipe: <i>Porque às vezes sai.</i> 13. Augusto: <i>Seguro também não.</i> 14. Bruna: <i>Cai mais o par.</i> 15. Luís Felipe: <i>Não! Tem as mesmas possibilidades.</i>	Construção de relações entre os significados das palavras e o evento “sair um número ímpar”
16. Augusto: <i>Depende; se você for esperto, não.</i> 17. P: <i>Como assim, Augusto?</i>	Depende do parceiro do

<sup>2</sup> Entenda “P” como professora-pesquisadora.

<sup>3</sup> Os nomes dos alunos foram substituídos para preservar suas identidades.

<p>18. Augusto: <i>Você fica olhando o número de dedos que a pessoa sempre coloca, aí você coloca. Meu amigo sempre coloca um dedo, aí, eu sempre peço par. Ele coloca um dedo e eu também, dá dois, e eu ganho.</i></p> <p>19. P: <i>Neste caso é o jogo que possibilita mais resultado pares ou a situação que você foi vivenciou? Você confia fazer dessa forma com outro colega?</i></p> <p>20. Augusto: <i>Não! É que ele é pequeno.</i></p>	<p>jogo: análise de possibilidades a partir das jogadas do adversário. (concepção subjetivista)</p>
<p>21. P: <i>Tem como verificar as possibilidades de pares e ímpares neste jogo?</i></p> <p>22. Luís Felipe: <i>Tem! A gente fica jogando e outro fica registrando os números que dá, fica fazendo risquinho no par ou no ímpar.</i></p> <p>23. P: <i>Mas será que essa forma é confiável?</i></p> <p>24. Luís Felipe: <i>Não. Como você vai saber se saiu mais par ou se saiu mais ímpar?</i></p>	<p>Análise de possibilidades a partir de frequência. (concepção frequentista)</p>
<p>25. Gabriel: <i>Lógico que tem!</i></p> <p>26. P: <i>Será que não há outra forma, além de ficar marcando o resultado das jogadas?</i></p> <p>27. Thadeu: <i>Tem, sim, fazendo com os próprios dedos. Tipo “0 e 1”; “0 e 2”; e assim.</i></p> <p>28. P: <i>Tá! Então vai fazendo isso e me falando as combinações e os resultados que eu vou anotando na lousa.</i></p> <p>29. P: <i>Para ficar organizado, vamos começar com o zero em uma mão direita. O que podemos colocar na outra?</i></p> <p>30. Augusto: <i>0, 1, 2, 3, 4 e 5.</i></p> <p>31. P: <i>E colocando o número um em uma mão. O que podemos colocar na outra?</i></p> <p>32. Thadeu: <i>O mesmo: 0, 1, 2, 3, 4 e 5.</i></p> <p>33. Augusto: <i>Assim é com todos os números.</i></p> <p>34. P: <i>Até que número eu coloco na mão direita?</i></p> <p>35. Augusto: <i>Cinco.</i></p>	<p>Construção do espaço amostral: de experimentos dos alunos à sistematização da professora.</p>
<p>O seguinte diagrama foi construído na lousa, a partir das falas dos alunos:</p>	
	
<p><i>Figura 1: Análise de possibilidades do jogo de “par ou ímpar”.</i></p>	

<p>36. P: <i>E agora?</i>  37. Thadeu: <i>Tem que ver as somas.</i>  38. P: <i>Como podemos fazer isso?</i>  39. Luís Felipe: <i>Vai colocando na frente do esquema.</i>  40. P: <i>Ok. Vocês vão me falando.</i></p> <p>Os alunos foram falando a soma, e a professora-pesquisadora marcava na frente do diagrama. Depois disso, partiram para a contagem das somas.</p> <p>41. P: <i>Quais as somas que temos?</i>  42. Augusto: <i>De zero a dez.</i></p>	
<p>43. P: <i>É possível saber qual soma temos mais?</i>  44. Augusto: <i>É só contar.</i></p> <p>A professora colocou na lousa as possibilidades de soma para posicionar na frente dos números as respectivas quantidades.</p> <p>45. P: <i>Por onde podemos começar?</i>  46. Thadeu: <i>Pelo “zero”.</i>  47. P: <i>Quanto temos?</i>  48. Luís Felipe: <i>Um.</i>  49. P: <i>E a soma “um”?</i>  50. Classe: <i>“Dois”.</i>  51. P: <i>E a “dois”?</i>  52. Thadeu: <i>Três.</i>  53. P: <i>Quantas somas “três”?</i>  54. Augusto: <i>Quatro.</i>  55. P: <i>E a “quatro”?</i>  56. Luís Felipe: <i>Cinco.</i>  57. P: <i>E as outras?</i>  58. Lucas: <i>A “cinco” tem seis.</i></p>	<p>Contagem do espaço amostral: observação de regularidades na sequência de somas.</p>
<p>59. P: <i>E a soma seis?</i>  60. Classe: <i>Sete.</i>  61. P: <i>Por que vocês acham que a quantidade é sete?</i>  62. Luís Felipe: <i>Por que está dando sempre um número a mais.</i>  63. P: <i>Será?</i></p> <p>Lucas contou as somas dos diagramas e disse:</p> <p>64. Lucas: <i>Não! São cinco.</i></p>	<p>Alteração da regularidade das somas: um conflito.</p>
<p>65. Luís Felipe: <i>Ah, só tem cinco tabelas.</i>  66. P: <i>Como assim?</i>  67. Luís Felipe: <i>Na lousa só tem cinco tabelas [se referia aos diagramas]. Então, não vai ficar aumentando.</i>  68. P: <i>E com a soma sete?</i>  69. Augusto: <i>Vai diminuindo agora.</i>  70. Luís Felipe: <i>Quatro.</i></p>	<p>Busca de explicação para a alteração do padrão da regularidade</p>

<p>71. <i>P: E as demais?</i> 72. <i>Classe: “8”: 3; “9”: 2; e “10”: 1.</i></p> <p>Os alunos foram falando sem fazer contagem, seguindo a sequência.</p> <p>73. <i>P: Quantas somas temos ao todo?</i> 74. <i>Lucas: Trinta e seis.</i></p> <p>Ao final da contagem, produzimos na lousa uma tabela semelhante a esta:</p> <p><i>Tabela 1 – Possibilidades de somas no jogo de par ou ímpar</i></p> <table border="1" data-bbox="302 579 1162 680"> <tr> <td><i>Somas</i></td> <td><i>0</i></td> <td><i>1</i></td> <td><i>2</i></td> <td><i>3</i></td> <td><i>4</i></td> <td><i>5</i></td> <td><i>6</i></td> <td><i>7</i></td> <td><i>8</i></td> <td><i>9</i></td> <td><i>10</i></td> </tr> <tr> <td><i>Quantidades</i></td> <td><i>1</i></td> <td><i>2</i></td> <td><i>3</i></td> <td><i>4</i></td> <td><i>5</i></td> <td><i>6</i></td> <td><i>5</i></td> <td><i>4</i></td> <td><i>3</i></td> <td><i>2</i></td> <td><i>1</i></td> </tr> </table>	<i>Somas</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>Quantidades</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>5</i>	<i>4</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>1</i>	<p>da sequência de somas.</p>
<i>Somas</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>														
<i>Quantidades</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>5</i>	<i>4</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>1</i>														
<p>75. <i>P: Por que só tem uma possibilidade para a soma “10”?</i> 76. <i>Augusto: Porque só tem duas mãos.</i> 77. <i>Luís Felipe: É. Cinco mais cinco.</i> 78. <i>P: Então, temos mais somas pares ou ímpares?</i> 79. <i>Luís Felipe: O mesmo tanto.</i></p>	<p>Compreensão das variáveis e de suas possibilidades.</p>																								

O trecho transcrito sobre o item a “a soma ser um número ímpar”, vai além da verificação de as somas serem pares ou ímpares. Ele apresenta a construção de significações sobre vários termos apresentados na tarefa e também sobre análise combinatória e probabilidade.

Logo no início da discussão (T1)<sup>4</sup>, o termo “certo”, usado por uma dupla, incomoda os colegas. Tal incômodo é justificado, na busca de significados para a palavra, como “que é uma certeza” (T5) e “se é verdade” (T6). Além da palavra “certo”, o termo “seguro” também não foi aceito por Augusto (T13). Esses trechos evidenciam a construção de significados para as palavras do vocabulário probabilístico e de relações entre os significados dos termos e o evento “sair um número ímpar”.

O fato de os alunos considerarem que determinados termos não são adequados e que os outros termos – até mesmo os não mencionados, como de T8-T15 – o são indica que os estudantes possuem conceitos sobre as possibilidades no jogo de par ou ímpar, mobilizados no movimento de significação. Classificar esses conceitos no movimento de significação não é possível, pois, de acordo com Fontana (2005), “apesar das diferenças existentes entre conceitos espontâneos (dominados pela criança) e os conceitos sistematizados (propostos na escola), no processo de elaboração da criança eles articulam-se dialeticamente” (p. 22).

O evento crítico apresentado de T16 a T20, em que o aluno Augusto faz a análise de possibilidades a partir das jogadas do adversário, indica a presença da concepção subjetivista de probabilidade, determinada a partir das vivências do aluno. As considerações de Augusto diante da tarefa e do questionamento da professora-pesquisadora – “*Você confia fazer dessa*

<sup>4</sup> Entenda T como “transcrição do diálogo” e o número que acompanha T, como a referência do diálogo apresentado no quadro.

*forma com outro colega?”* – apontam que o aluno tem ideia de que diferentes contextos sugerem diferentes interpretações.

A concepção frequentista da probabilidade é apresentada por Luís Fernando quando sugere que seja calculada a frequência de jogadas para verificar as possibilidades de somas pares e ímpares no jogo (T22). A resposta negativa do aluno (T24) ao questionamento da professora-pesquisadora, *“Mas será que essa forma é confiável?”*, é mais um indício de que os alunos possuem conceitos sobre probabilidade a partir de vivências anteriores, escolares e cotidianas.

A comunicação desenvolvida entre T16 e T24 apresenta diferentes concepções probabilísticas dos alunos Augusto e Luís Fernando no desenvolvimento do mesmo item da tarefa 1. O fato de ser o mesmo item não significa que seja o mesmo contexto, pois problematizações desenvolvidas ao longo do diálogo modificaram o percurso da discussão. A concepção subjetivista foi apresentada a partir da análise de uma situação particular vivenciada por Augusto, que a compartilhou com a classe; a concepção frequentista exposta por Luís Fernando foi desencadeada como uma proposta para resolver uma problemática que surgiu no decorrer do diálogo. Percebe-se, assim, a importância da linguagem e da problematização na apresentação dos significados sobre os contextos.

Nesse excerto, também é possível observar que diferentes concepções probabilísticas, presentes no ideário dos alunos, são expostas de maneira espontânea na tentativa de significar seus conceitos. Nessa situação a apresentação dos conceitos probabilísticos foi espontânea, mas também mediada pela linguagem, pelas problematizações e pelo ambiente de aprendizagem, o que ressalta a importância da mediação na construção de conceitos.

Na transcrição, a construção do espaço amostral não surgiu de imediato, talvez por falta de experiências anteriores com esse tipo de problema de combinatória. Isso só ocorreu a partir da fala 27, com a sinalização do aluno Gabriel – *“Lógico que tem”* (T 25) – e do questionamento da professora *“Será que não há outra forma, além de ficar marcando o resultado das jogadas?”* (T26). Ideias coerentes com a construção de espaço foram apresentadas por Thadeu (T27), sugerindo a utilização dos próprios dedos para a construção do espaço amostral.

A afirmação do aluno Thadeu é um indicativo da necessidade que o aluno tem de utilizar recursos representativos para a construção do espaço amostral e, até mesmo, para a significação da ação que está se desenvolvendo. Esse apontamento é um fato relevante para pensar no processo de ensino e de aprendizagem da combinatória, desenvolvido, muitas vezes, por meio de uma situação-problema, sem a manipulação de instrumentos ou de sentidos para o aluno.

Outra questão que se observa neste trecho é o papel desempenhado pela professora, que, movida pela intencionalidade de desenvolver conceitos sobre combinatória em seus alunos, busca, a partir de questionamentos e colocações, articular a ideia apresentada por Thadeu à construção organizada do espaço amostral. O procedimento analítico desenvolvido com a problematização indica um processo de formação de conceitos sobre análise combinatória. Segundo a concepção vygotskyana, os conceitos científicos se iniciam por experiências concretas e procedimentos analíticos.

De T25 a T74 do diálogo, foi construído o espaço amostral e feita a contagem das somas (T29-74). No decorrer dessa ação, a professora-pesquisadora foi anotando as informações de forma organizada, em um quadro construído na lousa, para que os alunos percebessem a regularidade das somas; e, a partir desses dados, questionou a situação no momento em que o padrão da sequência seria alterado: “*Por que vocês acham que a quantidade é 7?*” (T61). A resposta da classe “7” (T60) e a do aluno Luís Fernando “*Por que está dando sempre um número a mais?*” (T62) indicam que perceberam a regularidade da sequência, mas não imaginavam que ela seria alterada.

O conflito gerado com a alteração do padrão da sequência de somas indicada pelo aluno Lucas: “*Não! São 5.*” (T64) imediatamente é justificado por Luís Fernando: “*Na lousa só tem cinco tabelas. Então não vai ficar aumentando*” (T67). Esse trecho aponta que problematizações geradas a partir de conflitos cognitivos criam nos alunos a necessidade da construção de sentido. Essa construção, conseqüentemente, possibilita que conceitos sejam desenvolvidos ou ampliados. Segundo Fontana (2005), “na busca de compreensão, de apropriação ativa do dizer do outro, este é aproximado das palavras interiores, dos conceitos já internalizados e consolidados ou em processo de elaboração, conceitos espontâneos ou não” (p. 129).

Observa-se, no decorrer desse episódio, que a linguagem e a dinâmica de problematização desenvolvida a partir da tarefa 1, “*linguagem probabilística*”, conduziram os alunos a desenvolver generalizações e conceitos sobre análise combinatória e também padrões numéricos.

Ao organizar os dados para análise da pesquisa, percebemos que concepções equivocadas sobre as somas “*pares*” e “*ímpares*” podem ser construídas a partir da tabela apresentada (Tabela 1), pois no conjunto das possíveis somas – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 -, há mais resultados pares que ímpares. No entanto, a quantidade de somas pares e ímpares no respectivo jogo é a mesma. Talvez a construção de um quadro com as possibilidades das somas tivesse sido mais adequada para observar essa relação entre as somas e suas possibilidades:

Tabela 2 – Análise das possibilidades no jogo de “*par ou ímpar*”

+	0	1	2	3	4	5
0	0	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5	6
2	2	3	4	5	6	7
3	3	4	5	6	7	8
4	4	5	6	7	8	9
5	5	6	7	8	9	10

Somas ímpares

Somas pares

Com essa tabela é possível observar que a quantidade de somas pares e ímpares é igual: 18 cada, mesmo tendo mais elementos pares a serem mostrados nos dedos – tal como propõe o jogo. Essa discussão não foi realizada na aula, porque a fala do aluno “*o mesmo tanto*” (T79), a partir da tabela desenvolvida com eles e das observações dos alunos apresentadas na transcrição da quantidade de possibilidades de cada soma e do total (T45-74), evidenciava que haviam resolvido a problemática.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observa-se, com a análise, que – assim como apontado por pesquisadores – os termos do vocabulário probabilístico não são compartilhados por todos os alunos. Contudo, no desenvolvimento da tarefa “*linguagem probabilística*” há indícios de que os alunos entraram no movimento de significações dos termos do vocabulário probabilístico em diferentes contextos.

Os conceitos espontâneos sobre a combinatória apresentados pelos alunos foram pontos de partida para problematizações, que desencadearam ideias, generalizações e/ou (re)significações. Esse fato ressalta as considerações de Vygotsky (2001) sobre a importância dos conceitos espontâneos para a formação de conceitos científicos.

As problematizações promovidas e desenvolvidas na tarefa analisada possibilitaram que diferentes conceitos sobre probabilidade fossem apresentados por alguns alunos. Esse fato é um indicativo de que a tarefa “*linguagem probabilística*” possibilita um movimento dos conceitos probabilísticos, fator que contribui para que conceitos mais elaborados de probabilidade sejam desenvolvidos.

Defendemos a importância de tarefas que possibilitem a construção significativa de diferentes procedimentos de contagem e de uma dinâmica em sala de aula que permita que esses conceitos sejam problematizados e sistematizados em um processo de negociação de ideias entre professor e alunos, e entre os próprios alunos, como destacado no episódio apresentado para pensar no processo de ensino da combinatória.

As análises aqui relatadas trazem indícios de que a tarefa “*linguagem probabilística*” proporcionou a construção de conceitos sobre combinatória e probabilidade pelos alunos. No entanto, apenas seu desenvolvimento não torna uma tarefa potencializadora, pois os componentes mediadores – *linguagem, ambiente de aprendizagem e problematizações* –, articulados nas diferentes fases de realização da tarefa, em um contexto real de sala de aula, possibilitaram o movimento de conceitos e significações sobre a temática. O papel da professora foi fundamental, questionando, problematizando, registrando, ajudando a organizar o pensamento dos alunos. Aqui apresentamos apenas o momento final da tarefa – momento da reflexão conclusiva –, mas, ao longo do seu desenvolvimento, os alunos se mobilizaram para resolver os itens propostos e constatamos o quanto a tarefa foi significativa para eles.

Ficou evidente, no episódio analisado, a importância das relações sociais, do coletivo, para a ação/elaboração conceitual particular, conforme apontado por Vygotsky (2001). O movimento ocorrido no ambiente de sala de aula levou os alunos a desenvolverem conceitos

sobre combinatória e probabilidade, evidenciando a importância das diferentes linguagens (oral, escrita e pictórica) para tal elaboração.

## REFERÊNCIAS

- Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática. Brasília: SEF, 1998.
- Christiansen, B., & Walther, G. (1986). Tarefa e actividade. In B. Christiansen, G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 243-307). Dordrecht: D. Reidel.
- Fernandes, J. A. (1999). Intuições e aprendizagem de probabilidades: uma proposta de ensino de probabilidades no 9.o ano de escolaridade. Tese de Doutorado, Universidade do Minho, Braga.
- Fernandes, J., Correia, P., & Roa, R. (2010). Aquisição das operações combinatórias por alunos pré-universitários através de uma intervenção de ensino. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(2). Retirado em 06 de setembro de 2016 de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362010000200005&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362010000200005&script=sci_arttext)
- Fischbein, E. The intuitive sources of probabilistic thinking in children. Dordrecht: Reidel, 1975.
- Fontana, R. A. (2005). *Mediação pedagógica na sala de aula*. Campinas: Autores Associados.
- Freitas, M. T. (2009). A pesquisa de abordagem histórico-cultural: um espaço educativo de construção de sujeitos. *Teias*. 10. Retirado em 06 de setembro de 2016 de <http://www.periodicos.proped.pro.br/index.php/revistateias/article/download/381/362>
- Freitas, M. T. (2010). Discutindo sentidos da palavra intervenção na pesquisa histórico-cultural. In M. T. Freitas, B. S. Ramos (Eds.). *Fazer pesquisa na abordagem histórico-cultural: metodologias em construção* (pp. 13-24). Juiz de Fora: Editora UFJF.
- Gal, I. (2005). Towards probability literacy for all citizens: building blocks and instructional dilemmas. In G. Jones, (Ed.), *Exploring probability in school: challenges for teaching and learning* (pp. 39-63). Nova York: Springer.
- Godino, J., Batanero, M. C., & Cañizares, M. J. (1996). *Azar y probabilidad*. Madrid: Síntesis.
- Góes, M. C. (1997). As relações intersubjetivas na construção de conhecimentos. In M. C. Góes, A. L. Smolka (Eds.), *A significação nos espaços educacionais: interação social e subjetivação* (pp. 11-28). Campinas: Papirus.
- Green, D. (1982). A survey of probability concepts in 3000 pupils aged 11-16 years. In: D. Grey et al. (Eds.), *International Conference on Teaching Statistics* (pp. 766-783). Sheffield: University of Sheffield.

- Lopes, C. Reflexões teórico-metodológicas para a Educação estatística. In: LOPES, Celi; CURI, Edda (Org.). *Pesquisas em Educação Matemática: um encontro entre a teoria e a prática*. São Carlos: Pedro e Pontes Editores, 2008. p. 67-86.
- Lopes, C., Coutinho, C. (2009). Leitura e escrita em Educação Estatística. In: C. Lopes, A. Nacarato (Eds.), *Educação Matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades*. Campinas: Mercado de Letras.
- Nacarato, A.; Grandó, R. Aprendizagens compartilhadas a partir do trabalho colaborativo tendo a estocástica como objeto de investigação. In: Nacarato, A.; Grandó, R. (Eds.). *Estatística e probabilidade na educação básica: professores narrando suas experiências*. Campinas: Mercado de Letras, 2013.
- Núñez, I. B. (2009). *Vygotsky, Leontiev, Galperin: formação de conceitos e princípios didáticos*. Brasília: Liber Livro.
- Oliveira, M. (2004). *Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico*. São Paulo: Scipione.
- Powell, A., Francisco, J., & Maher, C. (2004). Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. *Bolema*, 17, 21, 81-140. Assim: 17(21), 81-140.
- Roa, R. (2000). *Razonamiento combinatorio en estudiantes con preparación matemática avanzada*. Tese de Doutorado, Universidade de Granada, Granada.
- Santos, J. (2010). *O movimento do pensamento probabilístico mediado pelo processo de comunicação com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental* (183ff.). Dissertação de Mestrado, Universidade São Francisco, Itatiba.
- Santos, J. (2015). *A produção de significações sobre combinatória e probabilidade numa sala de aula do 6º ano do ensino fundamental a partir de uma prática problematizadora*. (191ff). Tese de Universidade São Francisco, Itatiba.
- Shaughnessy, M. (1992). Research in probability and statistics: reflections and directions. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 465-494). USA: NCTM.
- Smolka, A. L. (2010). Ensinar e significar: as relações de ensino em questão ou das (não)coincidências nas relações de ensino. In A. L. Smolka, & A. L. Nogueira, (Eds.), *Questões de desenvolvimento humano: práticas e sentidos* (pp. 107-128). Campinas: Mercado de Letras.
- Vygotsky, L. (2001). *A construção do pensamento e da linguagem*. São Paulo: Martins Fontes.
- Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: growth and goals*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

*Jaqueline Lixandrão Santos*. Possui graduação em CIÊNCIAS/MATEMÁTICA E PEDAGOGIA pelo Centro Universitário Amparense (1997/1999). É mestre e doutora em EDUCAÇÃO pela Universidade São Francisco (2010/2015). Atualmente é professora do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) - Centro Acadêmico do Agreste- Campus Caruaru/PE. Tem experiência na área de Educação e

Educação Matemática em diferentes níveis de ensino, atua em pesquisas relacionadas ao ensino e aprendizagem de Matemática e Formação de Professores. Faz parte do Grupo de Estudos e Pesquisas em Ensino e Aprendizagem de Matemática (GEPEAM) - UFCG, do Grupo de Estudos em Raciocínio Combinatório - Geração (UFPE) e do Grupo Colaborativo: Insubordinação Criativa em Educação Matemática (ICEM).

*Adair Mendes Nacarato.* Graduada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de Campinas (1975), mestre em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (1994) e doutora em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (2000). Atualmente é docente da Universidade São Francisco, campus de Itatiba, junto ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Permanente, atuando principalmente nos seguintes temas: educação matemática, formação de professores, prática pedagógica e narrativas (auto)biográficas. Atua em cursos de extensão voltados à formação docente e ao desenvolvimento curricular em matemática. Realizou estágio de pós-doutoramento junto ao PPGE da UFRN no campo dos estudos biográficos, sob supervisão da Profa. Dra. Maria da Conceição Passeggi. É membro da Comissão Permanente de Avaliação (CPA) da USF e editora da Revista Horizontes. É pesquisadora produtividade/CNPq, nível 2. É líder dos grupos de pesquisa: Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat) e Histórias de Professores que Ensinam Matemática (HIFOPEM).