

Análisis estadístico no paramétrico en experimentos con mediciones repetidas en el tiempo. Caso: Dos tratamientos y dos períodos de tiempo

Danny Villegas^{1*}, Marisela Ascanio², Manuel Milla³, Margarita Cobo² y Franklin Chacín²

¹Programa de Ciencias del Agro y del Mar. Universidad Nacional Experimental de los Llanos Ezequiel Zamora. Apdo 3350. Guanare, Portuguesa. Venezuela.

²Facultad de Agronomía. Universidad Central de Venezuela. Apdo 4579. Maracay 2101. Aragua, Venezuela

³Universidad Nacional Experimental del Yaracuy. Vicerrectorado. San Felipe, Yaracuy. Venezuela.

RESUMEN

Se describen dos metodologías de análisis no paramétrico para experimentos con mediciones repetidas en el tiempo para un diseño de tratamiento 2×2 (dos tratamientos y dos períodos de tiempo). Los modelos de estos diseños presentan restricciones, entre ellas la asunción de simetría de las diferencias de las observaciones. En tales casos se sugiere el uso de dos alternativas; la primera, el estadístico U_n , el cual es invariante bajo transformaciones monótonas y la segunda, los efectos marginales relativos \hat{P}_i estimados al remplazar las funciones de distribución por las correspondientes funciones de distribución empírica, los cuales son asintóticamente insesgados. Los datos corresponden a un experimento para medir el efecto de dos tipos de fertilizante (orgánico y químico) sobre la altura y el número de hojas de plantas de café en dos períodos de tiempo. Los resultados evidenciaron que para el número de hojas de la planta el estadístico U_n reportó resultados similares cuando se aproximó a la distribución normal y la t de Student. Por el contrario, para la altura de la planta se observaron resultados diferentes en relación al efecto del período. Para ambas variables se aceptó la hipótesis ($P > 0,05$) de no efecto de tratamiento y no interacción tratamiento*período, mientras que para el factor período la misma fue rechazada ($P < 0,05$). Por otro lado, se observó que para ambas variables los perfiles de los efectos marginales relativos de los dos tratamientos son paralelos, lo que sugiere no interacción tiempo \times tratamiento, resultados coincidentes con los arrojados por el estadístico U_n^{AT} .

Palabras clave: análisis no paramétrico, mediciones repetidas, diseño de tratamiento.

Nonparametric statistical analysis for experiments with repeated measures over time. Case: Two treatments and two time periods

ABSTRACT

Two methodologies are described for nonparametric statistical analysis of experiments with repeated measurements over time for a 2×2 treatment design (two treatments and two periods of time). In that sense, the models of these designs have some restrictions, one of which is the assumption that differences among observations are distributed symmetrically. In such cases the use of two alternatives are suggested: the first, U_n statistical, which is invariant under monotonic transformations and second, the marginal effects estimated relative \hat{P}_i to replace the distribution functions for the corresponding empirical distribution functions, which are asymptotically unbiased. The data correspond to an experiment to measure the effect of two types of fertilizer (organic and chemical) on the height and

*Autor de correspondencia: Danny Villegas

E-mail: danny_villegas1@yahoo.com

number of leaves of coffee plants in two time periods. The results showed that for number of plant leaves U_n statistical reported similar results when it was approached to normal distribution and the *t*-Student distribution. In contrast to the plant height different results were observed regarding the effect of period. For both variables the hypothesis of non-treatment effect and non-treatment period was accepted ($P > 0.05$), while the period factor was rejected ($P < 0.05$). Furthermore, it was observed that for both variables the marginal effects profiles of the two treatments are parallel, suggesting non time treatment interaction, results that agree with those thrown by the U_n^{AT} statistician.

Key words: nonparametric analysis, repeated measures, treatment design.

INTRODUCCIÓN

En la experimentación agrícola algunas veces las unidades experimentales son observadas de manera repetida en el tiempo. En tal sentido, el análisis de mediciones repetidas en el tiempo simula una parcela dividida sistematizada en el tiempo y para ello, los procedimientos paramétricos que se utilizan asumen normalidad. Para modelos no paramétricos, donde solamente las funciones de distribución de las observaciones son utilizadas para definir efectos de tratamiento o para expresar hipótesis, la teoría está menos desarrollada. En ese sentido, Wilcoxon (1945) propuso una prueba para comparar dos muestras relacionadas o el efecto de un factor a dos niveles en un diseño de bloques al azar. Esta metodología es conocida como la prueba de rangos y pares igualados de Wilcoxon. Así mismo, Puri y Sen (1966) y Koch y Sen (1968) describieron métodos basados en rangos, los cuales son generalizaciones de las tradicionales pruebas de Friedman, Wilcoxon y Kruskal – Wallis. Así mismo, Koch y Sen (1968) y Koch (1969) recomendaron eliminar los empates al usar el método del rango promedio. Este método fue usado por Boos y Brownie (1992) para obtener estimadores de la varianza asintótica de un estadístico de rango usando la notación del estadístico U . De la misma manera, Villegas (2009) consideró el estadístico U_n para el análisis no paramétrico de datos provenientes de arreglos de tratamiento 2×2 con mediciones repetidas en el tiempo. Por otro lado, Akritas *et al.* (1997) y Brunner y Puri (1996) sugirieron el uso de efectos de tratamiento relativo, los cuales son generalizaciones basadas en las pruebas de Wilcoxon – Mann – Whitney o la prueba de Kruskal – Wallis. Para el modelo mixto simple con dos tratamientos por pares de observaciones, pruebas basadas en los rangos del conjunto sobre las observaciones originales han sido consideradas por Hollander *et al.* (1974) y Govindarajulu (1975). Así, la prueba de *t* basada en rangos es un procedimiento válido que fue establecido por Akritas (1992). Por su parte, Brunner y Neumann (1982, 1984, 1986a,b) determinaron la distribución asintótica de estadísticos de rango en modelos mixtos de dos factores con desigual número de observaciones y aplicaron los resultados a diferentes modelos mixtos. En ese orden, Brunner *et al.*

(2001) consideraron el uso del software SAS en donde se incluye el Macro F1_LD_F1 que permite realizar pruebas para diseños de tratamiento 2×2 , mediante el cálculo de los estadísticos U_n^A , U_n^T y U_n^{AT} , así como los correspondientes grados de libertad, valores de *p*, rangos promedios y los estimadores de los efectos marginales relativos de tratamientos. En ese sentido, Brunner *et al.* (2001) describió las ventajas del uso de estos estadísticos, fundamentalmente en cuanto a que son robustos frente a observaciones atípicas y valores extremos, además de que los resultados que proveen son invariantes bajo transformaciones monótonas de los datos.

En esta investigación se consideran algunas alternativas de análisis no paramétrico para experimentos con mediciones repetidas en el tiempo cuando la variable respuesta no cumple con los supuestos de normalidad y homogeneidad de varianzas o es medida en escala ordinal.

MATERIALES Y MÉTODOS

Los datos corresponden a un experimento donde se evaluó el efecto de dos tipos de fertilizantes (orgánico y químico) sobre la altura y el número de hojas de plantas de café en dos períodos de tiempo. Al mismo tiempo, es de notar que estas dos variables están medidas en escala cuantitativa, por lo que se aplicaron pruebas para verificar el cumplimiento de los supuestos del análisis de la varianza.

Efectos e hipótesis no paramétrica

En un diseño de tratamiento 2×2 para observaciones repetidas, se observan vectores aleatorios $X_{ik} = (X_{ik1}, X_{ik2})'$, $i = 1, 2$, $k = 1, 2, \dots, n_i$, donde las observaciones X_{iks} tienen la distribución marginal $F_{is}(x)$, i, s . Los efectos de tratamiento pueden ser descritos utilizando los efectos marginales relativos:

$$p_{is} = \int H dF_{is}, \quad i, s = 1, 2, \quad \text{donde}$$

$$H = N^{-1} \sum_{i=1}^2 n_i (F_{i1} + F_{i2}) \quad N = 2(n_1 + n_2)$$

Hipótesis para “no efecto de tratamiento”

Esta hipótesis es formulada como:

$$H_0^F(A): \bar{F}_1 - \bar{F}_2 = 0, \text{ donde}$$

$$\bar{F}_i = (F_{i1} + F_{i2})/2, i = 1, 2$$

Formalmente se obtiene esta hipótesis de forma general, en la cual la matriz de contraste $C = \frac{1}{2}C_A = \frac{1}{2}(1, 1, -1, -1)$ es multiplicada por el vector de las funciones de distribución:

$$\frac{1}{2}C_A F = \frac{1}{2}(1, 1, -1, -1) \begin{pmatrix} F_{11} \\ F_{12} \\ F_{21} \\ F_{22} \end{pmatrix} = \bar{F}_1 - \bar{F}_2 = 0$$

Se puede omitir el factor $1/2$ y formular la hipótesis equivalente como $H_0^F: C_A F = 0$. En un modelo lineal, donde $\mu_{ik} = E(X_{iks})$ la hipótesis $H_0^F(A)$ implica que los valores esperados de $\bar{\mu}_1$ y $\bar{\mu}_2$ son iguales.

Hipótesis para “no efecto de tiempo”

Análogamente, esta hipótesis es formulada como:

$$H_0^F(T): \bar{F}_1 - \bar{F}_2 = 0.$$

Esto implica que los valores esperados de $\bar{\mu}_1$ y $\bar{\mu}_2$ son iguales. Con la matriz de contraste $\frac{1}{2}C_T = \frac{1}{2}(1, -1, 1, -1)$ esta hipótesis formalmente se obtiene de $C_T F = 0$.

Hipótesis para “no interacción tratamiento* tiempo”

Esta hipótesis indica que los tratamientos muestran el mismo comportamiento en el tiempo y es formulada como: $H_0^F(AT): F_{11} - F_{12} = F_{21} - F_{22}$, la cual se obtiene de $C_{AT} F = 0$ con la matriz de contraste. En un modelo lineal, implica la hipótesis de no interacción (lineal).

Bajo esta hipótesis, tanto los efectos principales $\delta^A = \bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2$ y $\delta^T = \bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2$ están bien definidos y son fácil de interpretar. Más aún, las hipótesis paramétricas y no paramétricas para los efectos principales son equivalentes.

Estadístico de prueba U_n para efectos principales e interacciones en diseños de tratamiento 2×2 (dos tratamientos y dos períodos)

Estadístico para el efecto de tratamiento

$$U_n^A = \frac{\bar{R}_{1.1} + \bar{R}_{1.2} - \bar{R}_{2.1} - \bar{R}_{2.2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^2 \hat{\sigma}_i^2 / n_i}},$$

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{k=1}^{n_i} (R_{k1} + R_{k2} - \bar{R}_{i.1} - \bar{R}_{i.2})^2, \quad i = 1, 2.$$

Bajo $H_0^F(A): \bar{F}_1 = \bar{F}_2$, el estadístico U_n^A tiene, asintóticamente, una distribución normal estándar. Para muestras pequeñas, se puede aproximar la distribución de U_n^A bajo $H_0^F(A)$ por promedios de la distribución $t_{\hat{\nu}_A}$, donde: $\hat{\nu}_A = \left(\sum_{i=1}^2 \hat{\sigma}_i^2 / n_i \right) / \sum_{i=1}^2 (\hat{\sigma}_i^2 / n_i) / (n_i - 1)$

Estadístico para el efecto del tiempo

$$U_n^T = \frac{\bar{R}_{1.1} - \bar{R}_{1.2} + \bar{R}_{2.1} - \bar{R}_{2.2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^2 \hat{\tau}_i^2 / n_i}},$$

$$\hat{\tau}_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{k=1}^{n_i} (R_{k1} - R_{k2} - \bar{R}_{i.1} + \bar{R}_{i.2})^2, \quad i = 1, 2$$

Bajo $H_0^F(T): \bar{F}_1 = \bar{F}_2$, el estadístico U_n^T tiene, asintóticamente, una distribución normal estándar. Para muestras pequeñas, se puede aproximar la distribución de U_n^T bajo $H_0^F(T)$ por promedios de la distribución $t_{\hat{\nu}_T}$, donde $\hat{\nu}_T = \left(\sum_{i=1}^2 \hat{\tau}_i^2 / n_i \right) / \sum_{i=1}^2 (\hat{\tau}_i^2 / n_i) / (n_i - 1)$

Estadístico para la interacción tratamiento* tiempo

$$U_n^T = \frac{\bar{R}_{1.1} - \bar{R}_{1.2} + \bar{R}_{2.1} - \bar{R}_{2.2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^2 \hat{\tau}_i^2 / n_i}},$$

$$\hat{\tau}_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{k=1}^{n_i} (R_{ik1} - R_{ik2} - \bar{R}_{i.1} + \bar{R}_{i.2})^2, \quad i = 1, 2.$$

Bajo $H_0^F(T): F_{.1} = F_{.2}$ el estadístico U_n^T tiene, asintóticamente, una distribución normal estándar. Para muestras pequeñas, se puede aproximar la distribución de U_n^T bajo $H_0^F(T)$ por promedios de la distribución $t_{\hat{\nu}_T}$ donde:

$$\hat{\nu}_T = \left(\sum_{i=1}^2 \hat{\tau}_i^2 / n_i \right) / \sum_{i=1}^2 (\hat{\tau}_i^2 / n_i) / (n_i - 1)$$

Para facilitar la interpretación de las hipótesis, en el diseño 2×2 , las funciones de distribución en el modelo lineal marginal difieren solamente por los parámetros, los cuales pueden ser, por ejemplo, los μ_{is} . Así, $F_{\bar{s}}(x) = F(x - \mu_{\bar{s}})$ $i, s = 1, 2$.

Los μ_{is} esperados son linealmente descompuestos:

$$\begin{aligned}\mu_{11} &= \alpha + \beta + \gamma, & \mu_{12} &= \alpha - \beta - \gamma \\ \mu_{21} &= -\alpha + \beta - \gamma, & \mu_{22} &= -\alpha - \beta + \gamma,\end{aligned}$$

donde α representa el efecto de grupo, β el efecto de tiempo y γ la interacción. Así, las hipótesis son formuladas como: $H_0^{\mu}(A)$, $H_0^{\mu}(T)$ y $H_0^{\mu}(A T)$

En un modelo con los errores normalmente distribuidos y los términos de efectos de los sujetos, esas hipótesis pueden ser probadas tomando las sumas y diferencias $Y_{ik} = X_{ik1} + X_{ik2}$ y $Z_{ik} = X_{ik1} - X_{ik2}$ respectivamente. Denotando las medias con $\bar{Y}_i = n_i^{-1} \sum_{k=1}^{n_i} Y_k$ y $\bar{Z}_i = n_i^{-1} \sum_{k=1}^{n_i} Z_k$, es fácil ver que:

$$\begin{aligned}E(\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) &= 4\alpha, \\ E(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2) &= 4\beta, \\ E(\bar{Z}_1 - \bar{Z}_2) &= 4\gamma,\end{aligned}$$

y las hipótesis $H_0^{\mu}(A)$, $H_0^{\mu}(T)$ y $H_0^{\mu}(A T)$ pueden ser probadas con los métodos de la teoría de distribución normal.

Para un modelo lineal en un diseño 2×2 , se puede demostrar que los numeradores de los estadísticos U_n^A , U_n^T y U_n^{AT} son monótonos en α , β y γ , respectivamente. Así, en un modelo lineal de un diseño 2×2 , los numeradores de los estadísticos U_n^A , U_n^T y U_n^{AT} respectivamente, describen efectos no paramétricos significativos, la interpretación de los mismos puede ser extendida por analogía a un modelo general.

Efectos marginales relativos $p_{\bar{s}}$

En un diseño de tratamiento 2×2 con mediciones repetidas, se observan vectores aleatorios $X_{ik} = (X_{ik1}, X_{ik2})$, $i = 1, 2$, donde las observaciones tienen la distribución marginal $F_{\bar{s}}(x)$ $i, s = 1, 2$. Los efectos de tratamiento pueden ser descritos utilizando los efectos marginales relativos:

$$p_{\bar{s}} = \int \text{Hd}F_{\bar{s}}, \quad i, s = 1, 2,$$

donde $H = N^{-1} \sum_{i=1}^2 n_i (F_{i1} + F_{i2})$ $N = 2(n_1 + n_2)$

Un estimador consistente de los efectos marginales relativos para probar $H_0^F(A)$, $H_0^F(T)$ y $H_0^F(AT)$ está dado por

$$\hat{p}_{\bar{s}} = \frac{1}{N} \left(\bar{R}_{i,s} - \frac{1}{2} \right), \quad i, s = 1, 2,$$

donde $\bar{R}_{i,s} = n_i^{-1} \sum_{k=1}^{n_i} R_{iks}$ es la media de los rangos R_{iks} de X_{iks} entre las $N = 2n$ observaciones dependientes e independientes y $n = n_1 + n_2$ denota el número total de sujetos.

El cálculo de los estadísticos U_n^A , U_n^T y U_n^{AT} , así como los correspondientes grados de libertad, valores de p , rangos promedios y los estimadores de los efectos marginales relativos de tratamientos se realizó con la ayuda del paquete estadístico SAS (SAS Institute, 1985) haciendo uso del Macro F1_LD_F1 que permite realizar pruebas para diseños de tratamiento 2×2 con mediciones repetidas en el tiempo.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el Cuadro 1 se puede observar que las dos variables (altura y número de hojas de la planta) no cumplen con el supuesto de normalidad de los errores. Así mismo, la matriz de varianza-covarianza de los errores de las variables transformadas no es proporcional a una matriz identidad, es decir, no se cumple el supuesto de homogeneidad de varianza multivariado, por lo que se sugiere el uso de pruebas no paramétricas. No obstante, la literatura recomienda el uso de alternativas paramétricas, tales como grados de libertad conservadores (Greenhouse y Geisser, 1958) y estadísticos multivariados (Morrison, 1976).

En el Cuadro 2 se muestran los rangos promedio y los efectos marginales relativos de la altura de la planta para los dos tratamientos (tipo de fertilizante) y los dos períodos de tiempo.

En la Figura 1 se muestran los efectos marginales relativos para la altura de la planta en los dos períodos estudiados en el experimento, donde se observa que los perfiles de los dos tratamientos muestran una tendencia al paralelismo, lo que sugiere que la interacción tiempo \times tratamiento no es significativa. Estos resultados coinciden con los arrojados por el estadístico U_n^{AT} (Cuadro 3) al probar la hipótesis de no interacción tiempo \times tratamiento, lo que verifica que los dos tratamientos (tipo de fertilizante) actúan independientemente del tiempo sobre la altura de la planta. No obstante, los perfiles de los efectos marginales relativos suponen que la forma de la curva del factor tiempo sigue siendo lineal, pero su pendiente está afectada por los niveles de tratamiento (tipo de fertilizante). Esto sugiere medir la diferencia del efecto del tiempo para los dos tipos de fertilizante

Cuadro 1. Verificación de los supuestos del análisis de varianza sobre las variables altura y número de hojas en plantas de café en un diseño de tratamiento 2×2.

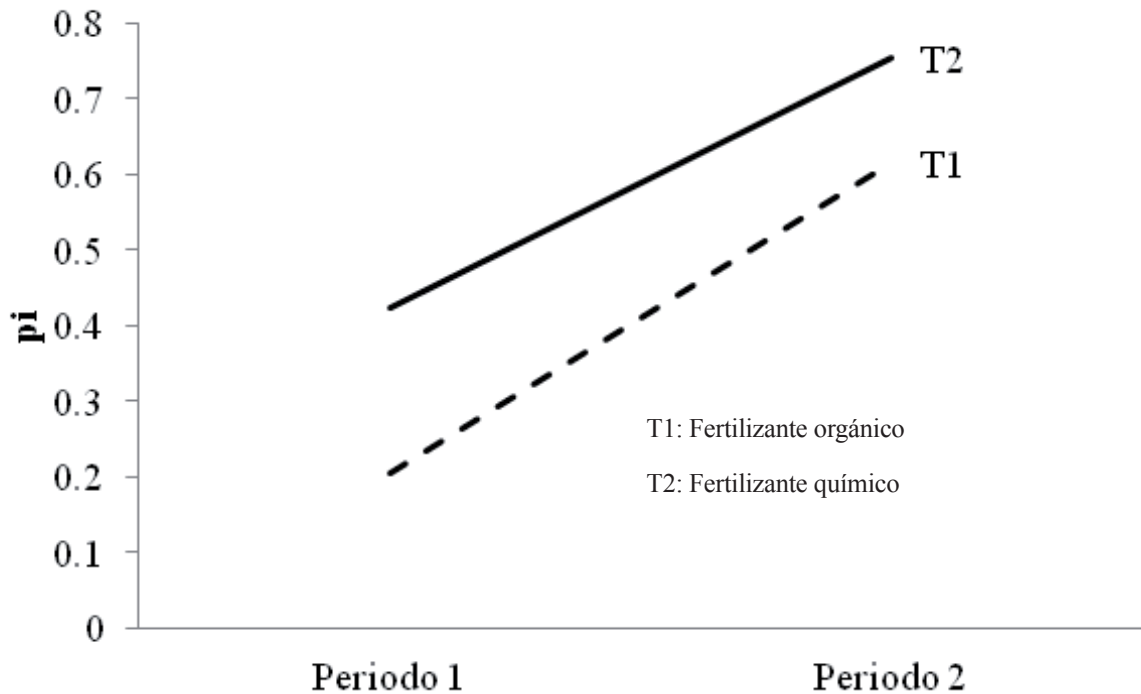
Variable	Supuesto	Valor calculado	Probabilidad
Altura	Normalidad de los errores(Wilk-Shapiro)	W = 0,943**	0,0000
	Esfericidad de la matriz de varianza-covarianza (Prueba de Mauchly)	W = 0,265**	0,000
Número de hojas	Normalidad de los errores(Wilk-Shapiro)	W = 0,8318**	0,0000
	Esfericidad de la matriz de varianza-covarianza (Prueba de Mauchly)	W = 0,307**	0,000

** Indica diferencias significativas al 1%.

Cuadro 2. Rangos promedios y efectos marginales relativos de la altura en plantas de café en un diseño de tratamiento 2×2 con cinco repeticiones.

Tratamiento ¹	Rango promedio		Efectos marginales relativos	
	Periodo 1	Periodo 2	Periodo 1	Periodo 2
T1	4,6	12,8	0,205	0,615
T2	9,0	15,6	0,425	0,755

¹T1: Fertilizante orgánico; T2: Fertilizante químico

**Figura 1.** Efectos marginales relativos de la altura en plantas de café en un diseño de tratamiento 2×2 con cinco repeticiones.

como sigue:

$$\hat{p}_{12} - \hat{p}_{11} = 0,615 - 0,205 = 0,41$$

$$\hat{p}_{21} - \hat{p}_{22} = 0,755 - 0,425 = 0,33$$

$$\hat{p}_{21} - \hat{p}_{11} = 0,425 - 0,205 = 0,22$$

$$\hat{p}_{22} - \hat{p}_{12} = 0,755 - 0,615 = 0,14$$

Estos resultados sugieren que la diferencia en los efectos marginales relativos del primer tratamiento es significativamente distinta a la diferencia en los efectos marginales relativos del segundo tratamiento en el mismo período. De la misma manera, la diferencia en los efectos marginales relativos de los tratamientos varía de un período a otro, lo que evidencia un efecto de tratamiento y de tiempo sobre la altura de la planta. En tal sentido, se verifica la ventaja del uso de estimadores de efectos marginales relativos frente al estadístico U_n cuando el número de unidades de investigación por tratamiento es relativamente pequeño, además de la sensibilidad del estadístico U_n , toda vez que su distribución asintótica es la t de Student, la cual depende del tamaño de la muestra (Akritas y Brunner, 1997).

En el Cuadro 3 se puede observar que para las dos variables (altura y número de hojas) el estadístico U_n reportó resultados similares cuando se aproximó a la distribución normal y la t de Student. No obstante, es importante señalar que para muestras pequeñas, este estadístico se aproxima a la distribución t de Student con v grados de libertad, por el contrario, para muestras grandes se aproxima a la normal.

En el Cuadro 4 se evidencian los rangos promedio y los efectos marginales relativos del número de hojas de la planta para los dos tratamientos (tipo de fertilizante) y los dos períodos de tiempo.

La Figura 2 muestra los efectos marginales relativos para el número de hojas de la planta en los dos períodos estudiados en el experimento, donde se observa que los perfiles de los dos tratamientos son paralelos, lo que sugiere no interacción tiempo \times tratamiento. Estos resultados coinciden con los arrojados por el estadístico U_n^{AT} (Cuadro 3) al probar la hipótesis de no interacción tiempo \times tratamiento, lo que verifica que los dos tratamientos (tipo de fertilizante) actúan independientemente del tiempo sobre el número de hojas de la planta.

Cuadro 3. Estadísticos de prueba y su significancia para el efecto de dos tipos de fertilizante sobre las variables altura y número de hojas en plantas de café en un diseño de tratamiento 2×2 con cinco repeticiones.

Variable	Factor	Grados de libertad	Valor de p	Aproximación a t Student	Aproximación a $N(0,1)$
Altura de la planta	Fertilizante	7,812	0,108181	ns	ns
	Período	7,625	0,000037	*	*
	Interacción	7,625	0,215611	ns	ns
Número de hojas	Fertilizante	1,453	0,629373	ns	ns
	Período	1,496	0,213893	ns	ns
	Interacción	1,496	0,500000	ns	ns

¹T1: Fertilizante orgánico; T2: Fertilizante químico

Cuadro 4. Rangos promedios y efectos marginales relativos del número de hojas en plantas de café en un diseño de tratamiento 2×2 con cinco repeticiones.

Tratamiento ¹	Rango promedio		Efectos marginales relativos	
	Periodo 1	Periodo 2	Periodo 1	Periodo 2
T1	8,1	14,2	0,38	0,685
T2	6,8	12,9	0,315	0,62

¹T1: Fertilizante orgánico; T2: Fertilizante químico

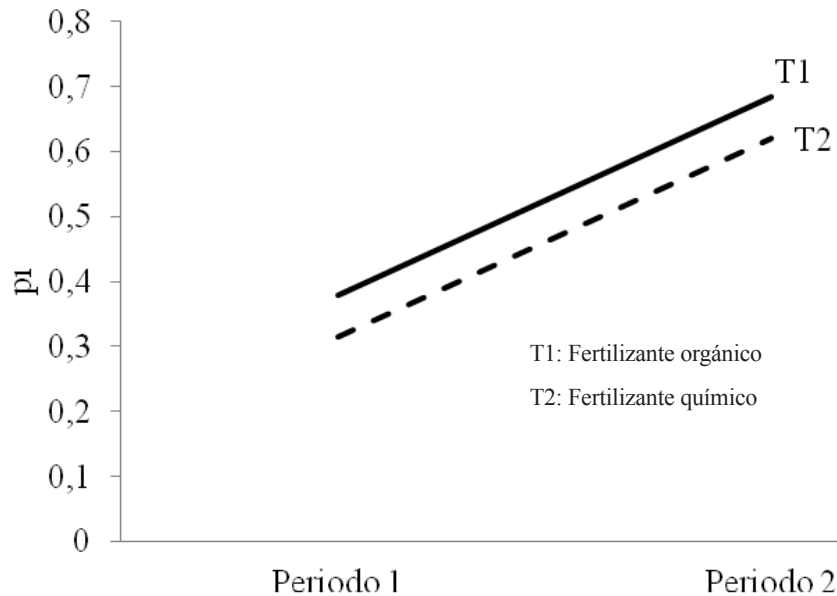


Figura 2. Efectos marginales relativos del número de hojas en plantas de café en un diseño de tratamientos 2×2 con cinco repeticiones.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El estadístico U_n fue apropiado para probar hipótesis de efectos principales en el caso de muestras menores a 30 cuando se aproximó a la distribución t de Student, ya que éste se aproxima a dicha distribución cuando las muestras son pequeñas; no obstante, su uso parece estar restringido para probar hipótesis sobre el efecto de interacciones. Por otro lado, los efectos marginales relativos \hat{p}_s fueron apropiados para describir efectos principales e interacciones y su representación gráfica en perfiles. Sin embargo, se verificó la ventaja del uso de estimadores de efectos marginales relativos \hat{p}_s frente al estadístico U_n cuando el número de unidades de investigación por tratamiento es relativamente pequeño, así como también la sensibilidad del este estadístico debido a su distribución teórica, la cual depende del tamaño de la muestra.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Akritas, M. 1992. Rank transform statistics with censored data. *Statist. Probab. Lett.* 13: 209-221.
- Akritas, M.; S. Arnold; E. Brunner. 1997. Nonparametric hypotheses and rank statistics for unbalanced factorial designs. *J. Am. Stat. Assoc.* 92: 258-265.
- Akritas, M.; E. Brunner. 1997. A unified approach to ranks tests in mixed models. *J. Stat. Plan. Infer.* 61: 249-277.
- Boos, D.; C. Brownie. 1992. Rank based mixed model approach multisite clinical trials. *Biometrics.* 47: 1149-1153.
- Brunner, E.; S. Domhof; F. Langer. 2001. Nonparametric analysis of longitudinal data in factorial experiments. John Wiley & Sons. New York, EUA. 288 p.
- Brunner, E.; N. Neumann. 1982. Rank tests for correlated random variables. *Biometrical J.* 24: 373-389.
- Brunner, E.; N. Neumann. 1984. Rank tests for the 2×2 split plot design. *Metrika* 31: 233-243.
- Brunner, E.; N. Neumann. 1986a. Rank tests in 2×2 designs. *Statist. Neerlandica.* 40: 251-271.
- Brunner, E.; N. Neumann. 1986b. Two-sample rank tests in general models. *Biometrical J.* 28: 395-402
- Brunner, E.; M. Puri. 1996. Nonparametric methods in design and analysis of experiments. *Handb. Stat.* 13: 631-703.
- Govindarajulu, Z. 1975. Robustness of Mann-Whitney-Wilcoxon test to dependence in the variables. *Stud. Sci. Math. Hung.* 10: 39-45.
- Greenhouse, S.; S. Geisser. 1958. An extension of Box's results on the use of F distribution in multivariable analysis. *Ann. Math. Stat.* 29: 885-891.

- Hollander, M.; G. Pledger; P. Lin. 1974. Robustness of the Wilcoxon test to a certain dependency between samples. *Ann. Statist.* 2: 177-181.
- Koch, G. 1969. Some aspects of the statistical analysis of split-plot experiments in completely randomized layouts. *J. Am. Stat. Assoc.* 64: 485-506.
- Koch, G.; P. Sen. 1968. Some aspects of the statistical analysis of the mixed model. *Biometrics.* 24: 27-47.
- Morrison, D. 1976. *Multivariate statistical methods.* 2^{da} ed. Mc Graw Hill. New York, EUA,
- Puri, M.; P. Sen. 1966. On a class of multivariate multisample rank order tests. *Sankhya, Ser. A.* 28: 353-376.
- SAS Institute. 1985. *SAS user's guide: Statistics.* 5^{ta} ed. SAS Institute. Cary, EUA.
- Villegas, D. 2009. *Alternativas de análisis estadístico no paramétrico en experimentos con observaciones repetidas en el tiempo.* Trabajo de grado. Fac. Agronomía. Universidad Central de Venezuela. Maracay, Venezuela. 107 p.
- Wilcoxon, F. 1945. Individual comparisons by ranking methods. *Biomet. Bull.* 1: 80-83.