Conceptos básicos de la Filosofía Constructivista de Paul Lorenzen[*]

RESUMEN

El artículo presenta los delineamientos de la filosofía de la lógica, de la aritmética y de la geometría de Lorenzen a partir de sus concepciones hermenéuticas generales.

Palabras clave: CONSTRUCTIVISMO, INTERACCIÓN HERMENÉUTICA.

ABSTRACT

We intend to present the philosophy of logic, arithmetic and geometry of Paul Lorenzen based on a study of his hermeneutical stance.

Keywords: Constructivism, Hermeneutical, Interaction.

[*] Originalmente publicado en *Apuntes Filosóficos* Nro. 23/2003: 119-138

I. Ubicación histórica.

En su estudio "*Methodisches Denken*", dentro del tomo editado con el mismo título[1], así como en el ensayo "Pascals Kritik an der axiomatischen Methode"[2], Lorenzen expone la historia previa del pensamiento acerca de la fundamentación de la ciencia dentro de la historia de la filosofía.

Platón se planteaba todavía el problema acerca de si debemos simplemente aceptar ciertas proposiciones básicas, los axiomas, o si el filósofo puede y debe *dar cuenta* (λογον διδοναι) de ellas tanto a sí mismo como a los demás. Eudoxos tiende a retrotraer las expresiones geométricas básicas a definiciones, y con ello a comprenderlas como construidas por nosotros; y en Euclides se encuentran rastros de esta búsqueda. Sin embargo, ya en Aristóteles se consolida la concepción axiomática, que puede ser formulada del siguiente modo:

1. Nuestro saber se apoya en conceptos básicos indefinibles, con la ayuda de los cuales se definen los otros conceptos.
2. Para estos conceptos básicos valen los axiomas o proposiciones fundamentales que no se demuestran, y por medio de los cuales probamos el resto de las proposiciones.

Mientras Descartes, a pesar de su oposición a la lógica y física de Aristóteles, aceptaba incuestionablemente, según Lorenzen, la concepción aristotélica de los axiomas, Pascal vio aquí un problema. La geometría, señalaba Pascal, es doblemente infinita. Por una parte son infinitas las proposiciones que se pueden derivar de los axiomas. Por otra parte, no llegamos jamás a un fin en el intento de fundamentarlas. El hombre se puede mover sólo en el medio, entre estos dos extremos.

Esta manera de ver, señala Lorenzen, tiene su eco en la reflexión acerca de la hermenéutica, a partir de Dilthey y Schleiermacher; Dilthey tiene como punto de partida el concepto de que la filosofía no puede sino ir detrás de la vida. En esta concepción, toda interpretación de un texto se mueve dentro del lenguaje corriente que usa el intérprete. Este interpreta mediante su lenguaje; y si interpreta también expresiones de su propio lenguaje, lo hace sólo presuponiendo el sistema lingüístico entero. Lorenzen señala la sorprendente analogía que hay a este respecto entre la hermenéutica y la filosofía logística del tipo standard. Esta señala que podemos hablar de un lenguaje, y por ende también de nuestras formas lógicas, solamente en

[1] P. Lorenzen, *Methodisches Denken*, Suhrkamp, Frankfurt 1968.
[2] Contenido en *Konstruktive Wissenschaftstheorie*, Suhrkamp, Frankfurt / Main 1974.

un metalenguaje; y aún cuando formalizamos también a éste, usaremos, en definitiva, como último metalenguaje, nuestra lengua natural, detrás de la cual no podemos ir. Así formula por lo menos Lorenzen la posición logística. Aunque podemos dudar que Carnap acentúe esta tesis de manera tan marcada y explícita, debemos admitir sin embargo, que la da por supuesta[3]. Esta admisión de una dependencia última de nuestro lenguaje natural no crea para él ningún problema, ya que no se trata para él de justificar una estructura lógica o un lenguaje, sino solamente de formalizarla (o de reglamentarla) todo lo que sea posible.

Lorenzen tratará de demostrar que no es válido el argumento de que no podemos comprender en qué consiste, en definitiva, nuestra lógica, dado que al analizarla ya la usamos, y que por lo tanto solamente podríamos analizar estructuras lógicas más complejas, reduciéndolas a estructuras lógicas mas simples. Tratará de demostrar que no es cierto que no podemos más analizar estas últimas. Muy por el contrario instará a que no debemos aceptar las estructuras lógicas básicas como caídas del cielo, sino a comprender su necesidad a partir de su cometido, que es el de asegurar la posibilidad de una argumentación y de sistemas coherentes de signos, de determinaciones y de mediciones de la realidad. Lo que llegamos a comprender es independientemente de la estructura de este lenguaje particular, así como podemos definir la operación de la determinación del peso de un cuerpo con independencia del mecanismo particular de una balanza, y de todo aparato perceptivo particular mediante el cual comprobamos el resultado de la medición.

II. Planteamiento del problema de la epistemología constructiva.

El problema de la fundamentación metódica y de la introducción de los conceptos fundamentales de la ciencia domina todo el pensamiento de Lorenzen y de la Escuela de Erlangen ¿Qué quiere decir en este contexto “fundamentación”? ¿En qué sentido podemos ir más allá de un sistema axiomático? Parecería que preguntar más allá de ciertas proposiciones aceptadas nos lleva a un regreso en infinito, ya que, según parece, pretender justificarlas no significa otra cosa que pretender deducirlas de otras proposiciones más fundamentales, y entonces se plantearía el mismo problema con respecto a estas últimas. De este modo comprendemos que si entendemos por “fundamentar” “deducir de ...”, entonces la metáfora del

[3] Cabe notar que Carnap fue alumno del discípulo de Dilthey, Hermann Nohl, y que todavía en “La construcción lógica del mundo” Carnap se expresa en forma respetuosa del concepto de ciencia del espíritu de Dilthey, señalando que la teoría de las relaciones podría servir para reconstruir conceptos diltheyanos.

“fundamento” resulta inadecuada para la tarea de la justificación, o del dar cuenta de los conceptos y procedimientos científicos.

En forma preliminar podemos decir que son de dos tipos las insuficiencias que Lorenzen encuentra en el método axiomático corriente. Su primer grupo de objeciones se relacionan con la discusión interna en la ciencia matemática y se refieren en particular a:

1. La manera en que se subsanaron las paradojas de la teoría de los conjuntos ingenua, y al hecho de que el programa de Hilbert de probar la no – contradictoriedad de los axiomas de la aritmética y de la teoría de los conjuntos resulta ser irrealizable, o realizable sólo mediante procedimientos que son problemáticos (por contener proposiciones impredicativas) en un grado mayor que los axiomas cuya consistencia se trata de demostrar. Desde este punto de vista la crítica de Lorenzen continua la crítica intuicionista, especialmente en la forma que le dio Hermann Weyl[4] pero también el mismo programa de Hilbert, por cuanto éste admitió la necesidad de asegurar la matemática axiomática mediante procedimientos matemáticos constructivos.

2. El segundo tipo de objeciones es de índole propiamente filosófica. La ciencia matemática y física representan una actividad humana que se inserta en un contexto mayor de actividades. Podemos distinguir dos dimensiones de este contexto mayor:

a. La ciencia pertenece por una parte a las actividades controladas de dominio del mundo ambiente (la física es tratada por Lorenzen bajo el título de “saber técnico”).

b. La ciencia pertenece por otra parte a las actividades comunicativas en las cuales tratamos:

* de probar nuestros enunciados a partir de otros ya aceptados.
* de justificar la pertinencia de nuestros conceptos y de nuestras definiciones propuestas.

Ahora bien, en el pensamiento axiomático quedan separadas las consideraciones acerca de la deducibilidad, de las consideraciones acerca de la pertinencia. Un conjunto de axiomas se introduce primero sin aparente justificación, a la espera de que ulteriormente lo justifiquen las aplicaciones que permite. Pero de este modo la actividad científica queda caracterizada como teniendo una motivación oscura e incontrolable hasta que al fin, luego de darse al sistema de axiomas una interpretación y reglas de correspondencia que le dan un contenido empírico, resulta

[4] *Das Kontinuum* 1918 y *Filosofía de las Matemáticas y de la ciencia natural*, UNAM.

corroborada por los hechos. Se dirá quizás que el pensamiento axiomático no pertenece al proceso de investigación, a la elaboración primaria de una teoría explicativa, sino a un proceso ulterior de examen más riguroso de la consistencia de una teoría. A esto se puede contestar que en realidad se admite de este modo que la teoría axiomática está *motivada* en una experiencia, o más exactamente, en que ella fija el uso de términos básicos, que deriva de una práctica científica y precientífica. Se dirá que esta motivación es sólo una realidad psicológica que no tiene ningún significado lógico. La contestación lorenzeniana podría formularse del siguiente modo:

Una de las dos, o se admite un procedimiento por el cual, a partir de un trato precientífico del hombre con la realidad que lo rodea, se van precisando las condiciones de uso y de aplicación de nuestros términos empíricos, las reglas de uso de las partículas lógicas y los compromisos que se asumen al usar las diversas formas de enunciados [5], y finalmente los sistemas de medición que elaboramos y aplicamos a la realidad, o se abandona la actividad científica y su lenguaje al azar de la inspiración del científico, quedando ésta justificada sólo por el resultado exitoso predictivo (o postdictivo) final, con lo cual el *curso* de la investigación perdería toda su dimensión intersubjetiva.

Para ser más exactos podemos distinguir a este respecto, entre otras, tres posturas epistemológicas.

Para una, representada ante todo por Carnap, la filosofía de la ciencia se ocupa sólo de la reconstrucción lógica del sistema de proposiciones que convalidan una teoría científica. Se trata de una operación realizada después de haberse producido una investigación, una teoría científica y su validación empírica, de tal modo que el epistemólogo se abstiene de indicar al científico tanto cómo debe investigar y formular teorías, como también cómo someter sus teorías a control.

Una segunda postura es representada por los Popperianos. Esta se fue precisando en el aspecto que nos interesa aquí, bajo la presión proveniente de la obra de Kuhn, quien mostró que es muy difícil encontrar en la historia de la ciencia un ejemplo de una teoría que fue abandonada por no haber cumplido con los criterios popperianos estrictos de la falsación. Popper distingue, en consecuencia, la ciencia auténtica de la ciencia normal, que nunca pone en duda sus asunciones básicas. Si bien Popper se abstiene de dar indicaciones acerca de cómo crear teorías científicas, no obstante hay lugar para una *metodología normativa crítica*, esto es, una teoría

---

[5] Lorenzen define una vez la lógica como ciencia de las implicaciones de nuestros enunciados. Otra definición difundida en la escuela de Erlangen es la de ser un estudio de las obligaciones de defensa (*Verteidigungspflichten*) ligados a nuestros enunciados.

normativa acerca de la actividad de criticar y poner a prueba las teorías propuestas; y, en primer lugar, las que uno mismo propone. La *invención* de teorías en cambio, es para Popper –no menos que para Carnap- un tema de psicología y de sociología, o de la historia de las ciencias y de todos modos ajeno a la epistemología.

La escuela de Erlangen en cambio, reúne la preocupación acerca de la validación, con la preocupación acerca de la inteligibilidad intersubjetiva del discurso científico en todas sus etapas. Partiendo de la posición popperiana, se puede caracterizar la posición de Lorenzen del siguiente modo: El examen crítico no puede iniciarse sólo cuando la teoría ya está hecha, de modo que sólo nos quedara aceptarla porque sus predicciones se verifican o, en caso contrario, rechazarla. En realidad, ésta tampoco es la posición de Popper. Para él tampoco se trata meramente de comprobar que los hechos no contradicen las predicciones que se derivan de la teoría. Se trata, además, de examinar si la teoría cumple con los requisitos intrínsecos de falsabilidad, es decir, que establezca claramente condiciones en que *resultaría* falsada. Pero esta condición implica una crítica semántica de la construcción de las teorías que Popper no encara directamente (más bien muestra menosprecio por consideraciones semánticas). Al rechazar el concepto de justificación, Popper coloca la actividad crítica en el último capítulo de la actividad científica. Al separar el contexto de la elaboración de hipótesis y el de la crítica racional, abandona la primera a un irracionalismo. Y, no obstante, el mismo título de su obra principal "Lógica de la investigación científica" contradice la tesis de que el concepto de construcción de teorías no es un concepto lógico sino heurístico[6]. Sin duda Popper apunta con su título a la actividad desarrollada para dar a las teorías una forma que las haga contrastables y para inventar pruebas que las podrían refutar. Estas actividades son una parte esencial de la investigación. Pero entonces se debería admitir que la construcción de teorías científicas implica un continuo control lógico – metódico, lo que significa también una elaboración de una red de conceptos (un "lenguaje"), cuya relación con la práctica de la investigación pueda ser clarificada. Ya en el planteamiento popperiano de una metodología (de crítica) normativa, la filosofía de la ciencia deja de ser meramente un comentario ulterior de las teorías científicas, para ser un interlocutor de la ciencia, correspondiendo al filósofo el papel del defensor de la racionalidad crítica.

[6] Como lo afirma M. Bunge en "Models in theoretical science", *Akten des XIV Internationalen Kongresses für Philosophie,* Herder, Wion, 1969 T. III. pag. 216.

En la concepción de Lorenzen se plantean expresamente los requerimientos de un lenguaje que:

1. pueda ser sometido a una discusión crítica y que …
2. pueda servir de marco de referencia a una discusión de este tipo.

Así por ejemplo, la reflexión filosófico–semántica penetra dentro de la matemática, cuando no nos limitamos a decir que existen números reales, sino cuando nos preguntamos qué se quiere decir cuando se habla de su existencia, y tratamos de reconstruir el contexto que motiva y legitima esta manera de hablar[7]. No es de sorprenderse que cuando falta una conciencia del orden en el cual se legitiman sus conceptos, aún el matemático llega a afirmar más de lo que está autorizado por sus conceptos. Similarmente, la física moderna muestra la penetración de consideraciones epistemológicas en la determinación de los procedimientos básicos de medición, y con ello, en el mismo establecimiento de tales conceptos básicos como distancia, velocidad, momento, posición.

Más allá de la componente filosófica presente en las ciencias mismas, es tarea de la filosofía, al mismo tiempo que estudia las condiciones del discurso racional y su vinculación con la práctica de la investigación, aclarar la manera en que el discurso argumentativo y la práctica científica se integran en la práctica humana más amplia. “La filosofía es como un paralítico, que no puede mover nada, sin sus apoyos, las ciencias. Y las ciencias son como obreros en la oscuridad, si no usan la luz de la filosofía, para ver los caminos que la vinculan con la vida”[8].

La práctica humana incluye un estudio de medios por los cuales se pueden realizar fines, y una reflexión acerca de los fines mismos. De una manera que puede resultar primero sorprendente, Lorenzen llama *ciencia* al estudio de los medios, ética al estudio de los fines. Más exactamente, se concibe la ciencia como el estudio sistemático de los efectos de nuestras acciones[9]. A estos efectos, la matemática, y la protofísica (constituida por la geometría, cronometría y los principios de la medición de la masa y de la carga eléctrica) son disciplinas auxiliares. ¿Significa esto que la ciencia misma queda considerada de este modo meramente

[7] “ Façon de parler”, dirá Lorenzen.
[8] P. Lorenzen, *Konstruktive Wissenschaftstheorie*, pag. 130.
[9] Este enfoque coincide con el que ha desarrollado G. H. von Wright en *Explanation and Understanding*, Routledge, London, 1971. de acuerdo con el análisis de von Wright, el concepto de causalidad, implicado en la explicación científica, es inseparable del control experimental de la producción de fenómenos, y, de este modo, al considerar que un acontecimiento causó a otro, lo asimilamos a los medios que, en una situación experimental controlada, podemos poner en obra para obtener efectos análogos a los ocurridos. Así considerado, no se afirma, obviamente, que sólo acciones humanas son causas, pero sí que el *concepto* de causalidad representa la extensión de acciones controladas a fenómenos que pueden estar también fuera de nuestro control.

como un medio para la práctica humana? Y ¿no es sorpresivo que el matemático Lorenzen consienta en considerar la matemática como una ciencia auxiliar? Admitir que la ciencia, como estudio sistemático de los procedimientos [10] tiene su sentido por sus conexiones con la práctica[11] no excluye que sea una de las actividades más genuinas del ser humano y que constituya uno de los fines más apreciados. En tanto que se despliega en ellos la vida humana, los medios son también fines; pero fines conectados con otros fines, que tienen su sentido sólo en estas conexiones explícitas o implícitas. La capacidad de moverse es ejercitada y altamente disfrutada muchas veces meramente por sí misma. Pero esto no quiere decir que podemos separarla, en nuestra comprensión, de su característica de ser movilidad con respecto a los objetos de nuestro entorno físico, capacidad de relacionarnos con ellos. Menos todavía queda olvidada la característica de la ciencia de ser un estudio *sistemático* de los efectos de nuestras acciones, y de este modo, como ciencia pura, independiente de los requerimientos del día.

La relación entre ciencia y epistemología se aclara también por el planteamiento que Lorenzen hace en el ensayo "Konstruktivismus und Hermeneutik"[12]. Lorenzen trata aquí el problema hermenéutico de la interpretación de textos en el entendido de que la hermenéutica investiga las normas de la lectura de textos con fines científicos.

Ahora bien, esta lectura es posible sólo en la medida en que se tienen ya conocimientos sistemáticos, lo que implica la posesión de un lenguaje científico bien construido, o, en la terminología de Lorenzen, un ortolenguaje. Desde este punto de vista, se podría decir que interpretar un texto significa traducirlo al ortolenguaje propio. A este método lo llama Lorenzen "método dogmático". Dentro de los límites de este método, tan pronto que la traducción resulta ser factible, el intérprete dirá que el autor del texto *ya* sabía lo que él, el intérprete, sabe. Si la traducción al ortolenguaje del intérprete resulta ser imposible, entonces dirá que el autor del texto *todavía no sabía* lo que él sabe. Se comprende que, por lo tanto, el método dogmático no permite *aprender* del texto estudiado, y por lo tanto, no responde a lo estipulado de que ha de tratarse de una lectura con fines científicos.

[10] En *Konstruktive Logia, Ethik und Wissenschaftstheorie,* B. I. Mannheim 1975, llama Lorenzen a las ciencias naturales "ciencias técnicas".
[11] Lorenzen usa la expresión kantiana "primato de la razón práctica" en *Konstruktive Wissenschaftstheorie* , pag. 119 sigs.
[12] Contenido en *Konstruktive Wissenschaftstheorie*.

Para evitar esta situación, el intérprete renuncia muchas veces a sistematizar su propio lenguaje, y traduce el texto al lenguaje tradicional no examinado. Este método que Lorenzen llama “ingenuo”, tiene el defecto de no permitir la adquisición de un saber *sistemático*.

Tomando conciencia de las insuficiencias de los dos métodos señalados, se puede indicar en qué consistirá un método de interpretación sistemático – crítico. Este consiste en suponer que el autor, por su parte, intentaba un ortolenguaje y en tratar de hallar, por una reconstrucción, cuál ha sido este. Se tratará pues de averiguar el status lógico de los términos empleados, cuáles son las ejemplificaciones y las regulaciones terminológicas que rigen para los predicados usados, y cuáles son las reglas de juego que rigen a las partículas lógicas. [13]

Al practicar este método pueden presentarse las siguientes situaciones:

a. Las fijaciones terminológicas por medio de ejemplos, contraejemplos y reglas para el uso de predicados que, de acuerdo con el análisis realizado por el intérprete, rigen en el lenguaje del autor, permiten considerar ciertas expresiones del autor como sinónimas de expresiones del ortolenguaje del intérprete. Este es el caso de la traductibilidad.

b. La comparación entre el ortolenguaje del autor con la propia puede revelar que el primero contiene distinciones conceptuales de las cuales carece el segundo. En este caso, el ortolenguaje propio puede ser *ampliado* con las distinciones que realiza el autor estudiado.

c. Al tratar de realizar una traducción del (hipotético) ortolenguaje del autor al propio, o al ampliar a este con los medios conceptuales que ofrece el texto, pueden surgir contradicciones. En este caso se hace necesaria una revisión tanto del propio ortolenguaje como de los planteamientos del autor, lo que puede llevar a una modificación del lenguaje propio (el caso más interesante), o a un rechazo de la tesis del autor.

Estas consideraciones se aplican a las relaciones de la filosofía de la ciencia con la ciencia, y especialmente, a la confrontación entre las concepciones acerca de lo que es un rigor crítico apropiado que pueden tener cada una de las partes.

Expondremos a continuación elementos de la concepción lorenzeniana acerca de la construcción lógica, aritmética y proto-física.

---

[13] Detallaremos más adelante cuáles son los elementos de un ortolenguaje.

III. Algunas aplicaciones del programa de la Escuela de Erlangen a la lógica, aritmética y protofísica.

La lógica formal es concebida por la Escuela de Erlangen como "la ciencia de las implicaciones de las formas enunciativas"[14], y desde que Lorenzen comenzó a acentuar el sentido argumentativo – intersubjetivo del discurso racional, es concebida como el estudio de las obligaciones de defensa (*Verteidigungspflichten*) vinculados a las formas de los enunciados. Pero la construcción de un lenguaje susceptible de crítica cognoscitiva comienza con la introducción de palabras apropiadas para la predicación, los "predicadores"[15]. Estos conforman el acervo de términos que se aplican a los objetos del discurso. Su uso representa un esquema de acción, cuyo aprendizaje se realiza en un contexto práctico apropiado[16]. El uso de un predicador (rojo, corre, rosa) se aprende sólo cuando se ofrecen, junto con los ejemplos de su uso correcto, también contraejemplos que excluyan el uso de la palabra. Si se le muestra a un niño un perro y se le dice "guau - guau", el niño no puede saber que extensión tiene la aplicación de la palabra. Sólo cuando se agregan contraejemplos, señalándose que los autos, los gatos y los canarios no son "guau-guau", el niño va aprendiendo la palabra en el significado en que lo usó el adulto.

A los ejemplos y contraejemplos se agregan las reglas de predicadores que estipulan las inferencias, positivas y negativas, que rigen entre los predicadores.

Así anotamos:

$x \ \varepsilon$ rosa $\Rightarrow x \ \varepsilon$ flor (Si x es una rosa entonces x es una flor)

$x \ \varepsilon$ rojo $\Rightarrow x \ \varepsilon'$ verde (Si x es rojo entonces no es verde)

Lorenzen no es muy explícito en la cuestión acerca de si las reglas de predicadores son *necesarias* para la comprensión de un predicador, o si sirven solamente a la estabilización del uso de una palabra y a su control científico.

La cuestión tiene importancia: Si se admite que una palabra puede introducirse sólo con reglas de predicadores directa o indirectamente formuladas, entonces se admite que las palabras

[14] P. Lorenzen, *Formale Logik*" 2. ed. Walter de Gruyter. Berlin, 1962, p.5
[15] El predicador aparece tanto en el predicado como en descripciones que tienen el papel de sujeto gramatical.
[16] P. Lorenzen- O. Schwemmer, *Konstruktive Logik, Ethik und Wissenschaftstheori*e, B I. Mannheim, 1975.

pueden ser introducidas sólo en grupos. Está en cuestión si por sí solo es inteligible decir: “Esto es rojo y aquello no es rojo” o si, para introducir un predicador, la negación debe ser acompañada de una determinación positiva: “Esto es rojo y aquello no es rojo, es azul”. Nos parece que sólo la segunda manera de hablar comunica que el punto de vista de la predicación es (en este caso) el cromático. De cualquier modo a Lorenzen le interesa subrayar que el lenguaje *científico* necesita una regulación explícita que delimite los términos fijando oposiciones (x es gris implica x no es blanco) e indique el ámbito de aplicación de los términos (x es mamífero implica x es animal).

El segundo paso será la regulación del significado de las partículas lógicas, que vinculan entre sí enunciados simples o formas de enunciados simples. Lorenzen introducirá los juegos dialógicos como procedimiento de normación del uso de las partículas lógicas, pero, a fin de explicar la necesidad de este procedimiento, parte de la normación de los juntores (conectivas) por las tablas de verdad en la lógica clásica.

De acuerdo con las tablas de verdad, ciertos enunciados compuestos por medio de los juntores lógicos [la conjunción $\wedge$, la adjunción (“por lo menos uno de los dos”) $\vee$, la negación $\neg$, y de los demás juntores que pueden ser definidos por medio de estos] son siempre verdaderos cualquiera que sea el valor de verdad de los enunciados de los cuales se componen. Así por ejemplo: todo enunciado compuesto que obtenemos al sustituir la letra a con un enunciado cualquiera en la fórmula: $\neg (a \wedge \neg a)$, será verdadero. Igualmente, cuando se trata de la fórmula $a \vee \neg a$. Podríamos decir que las dos fórmulas señaladas representan los principios aristotélicos de no – contradicción y del tercer excluido. Sería sin embargo equivocado pensar que de este modo obtenemos los principios lógicos a partir de las tablas de verdad.

a	b	$a \wedge b$
v	v	v
v	f	f
f	v	f
f	f	f

En realidad, para formar una tabla de verdad cualquiera, por ejemplo la de la conjunción ya hemos seleccionado entre todos los en enunciados posibles aquellos que son definidos en cuanto a su valor de verdad (*wert-definit*), siendo el concepto de “enunciado definido en cuanto a su valor de verdad” determinado por la definición:

> ***A*** es un enunciado definido en cuanto a su valor de verdad = ***A*** es un enunciado verdadero ó ***A*** es un enunciado falso[17] (en el sentido de un ‘o’ exclusivo).

Hemos usado de este modo el principio del tercer excluido. Hemos hecho además la presuposición de que a ningún enunciado le corresponde al mismo tiempo el valor de “verdadero” y el de “falso”, de modo que también $\neg$ (a $\wedge$ $\neg$a) estaba ya presupuesto en el establecimiento de las tablas de verdad.

¿Qué ocurre con la definidad veritativa[18] en el caso de los enunciados cuantificados $\wedge_x$ a (x) (“para todos los x: x es a”) y $\vee_x$ a (x) (“hay por lo menos un x que es a”)? Cuando un dominio de variabilidad de la variable es finito, entonces no caben dudas en cuanto a la definidad veritativa, ya que un enunciado con cuantificador (“cuantor” en la terminología de Lorenzen) universal será entonces equivalente a una conjunción finita (x_1 **ε** a $\wedge$ x_2 **ε** a $\wedge$ ... $\wedge$ x_n **ε** a) y un enunciado con cuantor existencial a una disyunción finita (x_1 **ε** a $\vee$ x_2 **ε** a $\vee$ ... $\vee$ x_n **ε** a)[19].

Pero se pueden construir incontables enunciados matemáticos sobre un dominio infinito de números, acerca de los cuales no se puede afirmar que fueran definidos en cuanto a su valor de verdad. Así por ejemplo todos los números perfectos[20] que se conocen son números pares. Sin embargo no se conoce ningún procedimiento por el cual se podría probar que jamás se podrían encontrar, en el ámbito infinito de los números, excepciones que desmientan el enunciado universal: x es par $\vee$ x es imperfecto”. No sabemos pues, si este enunciado acerca de x, o sea $\wedge_x$ a (x) es definido en cuanto a su valor de verdad, es decir, si es, por principio, verificable o inverificable.

Lo mismo vale, obviamente, para los enunciados con cuantor existencial, ya que, por la misma razón no sabemos si el enunciado: “por lo menos un x es impar y perfecto” es definido en su valor de verdad.

---

[17] Kamlah W. y Lorenzen P.: *Logische Propädeutik*, Bibliographisches Institut. Mannheim, 1967.
[18] Usaremos “definidad veritativa” por la propiedad de un enunciado de ser definido en cuanto a su valor de verdad.
[19] El símbolo **ε** no es usado por Lorenzen como símbolo de la teoría de conjuntos sino como cópula predicativa.
[20] Se llaman “números perfectos” a aquellos que son iguales a la suma de sus divisores genuinos. Por ejemplo 6 = 1 + 2 + 3; 28 = 1 + 2 + 4 + 7+ 14.

Dada la insuficiencia de la lógica basada en tablas de verdad, que se muestra por lo menos en su aplicación a un dominio infinito de números, Lorenzen y su alumno Kuno Lorenz[21] han reemplazado en su lógica el concepto de definidad veritativa como fundamento, por el concepto de definidad dialógica. Veremos que la posibilidad de prescindir de la definidad veritativa es interesante también para el análisis de enunciados condicionales.

Se establecen reglas de acuerdo con las cuales puede considerarse justificado el uso de las partículas lógicas. Lorenzen y Lorenz proponen las siguientes reglas básicas:

1. El enunciado $a \wedge b$ lleva consigo la obligación por parte del proponente de defender, a requerimiento del oponente, tanto a como b.
2. Al hacer el enunciado $a \vee b$, el proponente podrá elegir cuál de los enunciados simples quiere defender.
3. Para atacar un enunciado $\neg a$, el oponente deberá a su vez defender a.
4. En el caso de un enunciado $a \to b$, se inicia un diálogo sólo cuando el oponente afirma, por su parte, a. En este caso el proponente puede atacar a, o tiene que defender b. Es de notar que de este modo $a \to b$ no coincide con la "implicación material" ya que el diálogo que se inicia con el enunciado $a \to b$, será diferente del diálogo por $\neg a \vee b$. Efectivamente, el diálogo por $\neg a \vee b$ tendrá una de las dos formas:

O	P		O	P
	$\neg a \vee b$			$\neg a \vee b$
?	$\neg a$	ó	?	b
a			?	

El oponente ataca, en la segunda línea, el enunciado del proponente. Entonces éste elige en el diálogo de la izquierda sostener $\neg a$, lo que obliga al oponente a afirmar y defender a. Si lo logra, entonces ganó el diálogo. En el diálogo derecho, el proponente opta por afirmar b y pierde el diálogo cuando no puede defender b ante el ataque del oponente (tercera línea).

[21] Lorenz, K.: "Dialogspiele als semantische Grundlage von Logikkalkülen"; en : Archiv für mathematische Logia und Grundlagenforschung 11 (1968).

El diálogo por a $\rightarrow$ b, en cambio, tiene el siguiente curso:

O	P
	a $\rightarrow$ b
a	b
?	

El oponente ataca el enunciado a $\rightarrow$b afirmando por su parte a. Y ahora señala Lorenzen [22], que si se le pide al proponente, en esta etapa, elegir entre un ataque a a o una defensa de b, entonces estamos en la misma situación que en el diálogo por $\neg$a $\vee$ b. Pero en este diálogo el proponente tiene que defender b sólo *después* de haber el oponente defendido a. Esto le permitirá extraer eventualmente de la misma defensa de a por parte del oponente, los elementos necesarios para defender b. La implicación definida de acuerdo a la regla dialógica arriba mencionada (Nr. 4) se llama implicación constructiva, o, en la terminología de Lorenzen, subjunción constructiva.

Así como en la lógica que define las partículas por medio de las tablas de verdad, hay fórmulas compuestas que son verdaderas cualquiera sea el valor de verdad de los enunciados con los cuales se sustituyen las letras esquemáticas, así también hay en la lógica dialógica fórmulas que pueden ser defendidas contra cualquier oponente. Así: $\neg$ (a $\wedge$ $\neg$a)

O	P
1	$\neg$ (a $\wedge$ $\neg$a)
2 a $\wedge$ $\neg$a	Izq. 2 ?
3 a	Der. 2 ?
4 $\neg$a	a
5 ?	3

De acuerdo con la regla acerca de la negación, el oponente hace en la línea 2 la afirmación correspondiente (a $\wedge$ $\neg$a). El proponente le pide entonces que defienda la parte izquierda de la conjunción, lo que el oponente hace en la línea 3. Igualmente, en la línea 4, el oponente cumple con el requerimiento del proponente de sostener la parte derecha de la

[22] Cf. *Konstruktive Logik, Ethik und Wissenschaftstheorie*, pag. 67.

conjunción. Pero a ésta la refuta el proponente, de acuerdo con la misma regla dialogal acerca de la negación, apoyándose en la afirmación de a hecha por el mismo oponente en la línea 3.

En cambio la fórmula $a \vee \neg a$ no es defendible en cualquier circunstancia. De acuerdo con la regla dialógica Nr. 2 el proponente puede elegir entre la defensa de la primera y la de la segunda parte de la disyunción. Pero esto significa que debe saber cual de las dos es verdadera para ganar el diálogo. Se ve de este modo el isomorfismo entre la lógica dialogal y la intuicionista.

Solamente cuando se trata de enunciados definidos en cuanto a su valor veritativo hay correspondencia entre cada tautología clásica y una determinada fórmula de la lógica constructivista. La definidad veritativa coincide con la validez de $a \vee \neg a$. Se puede entonces, para obtener todas las tautologías clásicas, modificar los juegos dialógicos de tal forma, que el oponente adelante, al comienzo del diálogo la hipótesis $a \vee \neg a$.

Para la lógica dialogal cuantificacional se establecen las siguientes reglas:

5. El proponente defenderá un enunciado $\wedge_x\, a\ (x)$ probando su validez para cualquier instancia de sustitución de x que le indique el oponente.
6. El proponente defenderá un enunciado $\vee_x\, a\ (x)$ para una instancia de sustitución que él (el mismo proponente) elija. Las reglas que determinan el uso de los juntores son las mismas que en la lógica dialogal proposicional. Similarmente, se pasa de un juego dialógico que coincide con la lógica intuicionista (o "efectiva") a un juego dialógico que cubre toda la lógica clásica, agregando dos hipótesis clásicas que establecen la definidad veritativa:

$$\bigvee_x \neg\, a\ (x) \vee \neg \bigvee_x \neg\, a\ (x)$$

y

$$\bigwedge_x (a\ (x) \vee \neg\, a\ (x))$$

La implicación constructiva aplicada a la lógica cuantificacional permite hacer enunciados defendibles sin conocer el valor de verdad de los enunciados simples de los cuales se componen, mediante la utilización de las reglas de predicadores. Al ser, por ejemplo, el uso del predicador "de 1m. de longitud" condicionado a que excluya la validez de "de 1,001 m de longitud" (una estipulación que no va de suyo, sino que depende de la precisión con la cual se pretende hacer la medición), la implicación constructiva permite hacer un enunciado de la forma

$\wedge_x$ (x ε P → x ε’ Q) (para todo x: si x es P entonces no es Q) sin conocer, en el caso particular elegido por el oponente, si el antecedente es falso o el consecuente verdadero, ya que le toca al oponente demostrar el antecedente. Habiéndolo hecho el oponente, el proponente deriva del antecedente el consecuente, en base a la regla de predicadores x ε P ⇒ x ε’ Q, (pasar de *x es P* a *x no es Q*). Un enunciado universal defendible por medio de una regla de predicadores, es llamado por Lorenzen *material - analíticamente verdadero*.

En *Log. Propäd*. p. 216 sig. señalan Kamlah y Lorenzen una importante diferencia entre las definiciones y las reglas de predicadores. Una definición hace que el *definiendum* sea eliminable, y no cambia nada en los predicadores que componen el *definiens*, mientras que una regla de predicadores vincula dos predicadores que ya fueron introducidos por lo menos por medio de ejemplos y contraejemplos. En el caso de las reglas de predicadores, cabe preguntarse si su estipulación es apropiada. Así, cada vez que se observa una regularidad empírica estricta se plantea la cuestión si se debe considerar la conjunción de predicados observada como condición indispensable del uso de uno de los dos predicadores, o no. No sólo porque de hecho se han descubierto cisnes que no son blancos, el entendido considerará inoportuno vincular el predicador “cisne” al predicador “blanco”. En cambio, en el caso de la definición propiamente dicha, al ser el *definiendum* sólo una abreviación del *definiens*, su estipulación no representa ninguna intervención en la estructura conceptual de una ciencia. Los enunciados que son verdaderos solamente en base a definiciones y a su forma lógica son llamados por Lorenzen *formal- analíticamente verdaderos*.

La lógica dialógica lorentzeniana estudia las posiciones (enunciados) que son defendibles cualquiera que sea la estrategia del ataque que elige el oponente, de acuerdo con las reglas que rigen las obligaciones de defensa asociadas con el uso de las partículas lógicas: defender *cada uno* de los enunciados que forman un enunciado compuesto (conjunción), defender *por lo menos uno* (disyunción), defender un segundo con los recursos utilizados para defender un primero (la implicación entendida como subjunción constructiva), y el compromiso de mostrar que un enunciado tiene implicaciones inaceptables (negación). De esta manera la teoría lógica así encarada presupone una noción de prueba ("defensa") a partir de un conjunto de premisas. Pero entonces, ¿no presupone ella precisamente la noción de derivabilidad que ha de ser regulada y explicada?

Cualquiera que sea la vía para dilucidar esta situación problemática, notemos que es la misma que la que plantean las reglas de la deducción natural, en particular las reglas de introducción del implicador y de la negación. Lorentzen aporta a este respecto en su ensayo *Protologik. Ein beitrag zum begründungsproblem der logik* [23] (1956) una valiosa aclaración que anticipa en parte la filosofía de la lógica que desarrolló recientemente Robert Brandom[24].

La idea central de la protológica lorentzeniana es la de que las reglas de inferencia materiales, al igual que las reglas de acción y de toda clase de juegos no son aportados por la lógica, sino que la anteceden.

Explícita o implícitamente regulan toda práctica, incluyendo la cognoscitiva. A partir de una esquematización las posiciones que se obtienen en un sistema de reglas pueden ser representadas por una combinación de figuras. Tendremos de este modo reglas que especifican las posiciones iniciales admisibles, y las reglas que establecen los pasos admisibles por las cuales se pueden derivar configuraciones nuevas a partir de las ya alcanzadas. Se plantea entonces la cuestión acerca de qué configuraciones pueden ser construidas en un sistema dado, y cuales son, por el contrario, excluidas dentro del mismo.

Al agregarse reglas nuevas a un sistema dado es posible que se llegue a posiciones a las cuales no se podía llegar en el sistema original. Sin embargo hay también para cada sistema reglas que, agregadas a las originales, no permiten llegar a ninguna configuración a la cual no se hubiera podido llegar también sin el uso de las reglas agregadas. Estas se llamarán reglas *admisibles* dentro del sistema (en otra terminología «reglas conservadoras»). Son reglas que respetan la particularidad de cada sistema y sólo aclaran su estructura implícita. Ahora bien, una *regla lógica* puede definirse como una regla admisible en cualquier sistema de reglas. Que se trate de ajedrez, de procedimientos de acción, o de reglas de inferencia material que se forman en cualquier ámbito de la experiencia, las reglas lógicas preservan el sistema dado y sólo explicitan la estructura interna de un sistema de reglas en general.

Al establecer reglas de introducción de las partículas lógicas hacemos posible, por cierto, la formación de configuraciones nuevas. Pero las reglas de uso de estas expresiones (las «reglas de eliminación») son tales que al ser aplicadas después de ser introducida la partícula lógica, nos llevan de vuelta a la configuración que permitió su introducción. Así la implicación gentzeniana

[23] Accesible en: *Methodisches denken*. Suhrkamp, 1968
[24] Véase en particular Brandom, Robert: *Articulating reasons. An introduction toinferentialism.* Harvard Univ. Press, 2000.

está autorizada por la derivación, dentro de un sistema ya constituido, de una figura B a partir de una previa A; la regla de eliminación correspondiente, que es el *modus ponens*, produce simplemente de nuevo la derivación inicial de B a partir de A que nos autorizó a formular la implicación. Se trata de la exigencia de "armonía" entre las reglas de introducción y de eliminación.

El sistema así obtenido es el intuicionista, igual que la lógica dialogal esbozada. La lógica clásica se obtiene agregando al sistema el principio del tercer excluido, que equivale a la exclusión de la posibilidad de que a una proposición no se le pueda adjudicar un valor de verdad definido.

* * * *

La aritmética, en cambio, resulta ser constituida, de acuerdo al análisis de Lorenzen, por verdades *formal-sintéticas a priori*; "sintético" es sinónimo de "por composición", y Lorenzen mostrará que las verdades aritméticas se derivan del uso de las partículas lógicas ya analizado, siempre que las constantes (los signos numéricos) sean a su vez formados por una construcción de acuerdo a ciertas reglas. Lorenzen ilustra esta construcción por medio del cálculo de las rayas. Se parte de las reglas:

$$\Rightarrow \ |$$

$$n \Rightarrow n\,|$$

(En palabras: comenzar con una raya; a cada figura que se obtenga agregar una raya a la derecha). Se define luego la adición de $|$ a una figura dada como la prescripción de agregar $|$ a la derecha de dicha figura.

$$m + 1$$

$$\Rightarrow \ \overline{\qquad\qquad}$$

$m\ |$ (debajo de la barra horizontal aparece el resultado de la operación).

Tenemos entonces como consecuencia de esta regla:

$$m + n \ m + n\,|$$

$$\Rightarrow$$

$P\ P\ |$

$|+n$

Consideremos ahora el enunciado aritmético universal: $\bigwedge_n$ (La ley de la n |

conmutación a + b = b + a para a = 1). Este enunciado se justifica para n = | , ya que obtenemos $\frac{|+|}{|\,|}$ que corresponde a la regla $\Rightarrow \frac{m+|}{m\,|}$

Volviendo a aplicar la misma regla obtenemos

$\frac{|+|\,|}{|\,|\,|}$ … $\frac{|+n}{n\,|}$. Pudiendo pasar de $\frac{|+n\,|}{n\,|\,|}$ a la figura $\frac{|+m}{m\,|}$ para

$\overline{\;\;\;\;}$ $|+n$

cualquier n que haya indicado el oponente, hemos demostrado la proposición $\bigwedge_n \frac{\;\;\;\;}{n\,|}$

Lo que hemos hecho fue utilizar el principio de la inducción matemática: Si un enunciado es: (I) válido con el argumento 1, entonces: si (II) al ser válido con el argumento n es válido también con el argumento n + 1, el enunciado será válido teniendo como argumento cualquier número. Partimos del enunciado válido con el argumento 1. Al ser sabido (II) resulta que será válido también con el argumento 2, luego también con el argumento 3, y así sucesivamente con cualquier argumento construido de acuerdo con la prescripción para la generación de la serie numérica.

Comprendemos de este modo que el principio de la inducción matemática no representa un principio insondable de nuestra mente, sino que no expresa otra cosa que la regla de la construcción aritmética por una operación sucesiva.

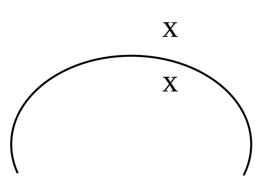
Luego de haber definido las operaciones con figuras determinadas, se introduce la operación de *abstracción* para formar cuasi-objetos nuevos. Se define una relación de equivalencia entre determinados tipos de figuras. Así por ejemplo 1/2 es una figura diferente de 2/4; pero dan el mismo cociente. Realizamos entonces la “abstracción” de limitarnos sólo a aquéllos enunciados cuya validez no cambia al ser sustituido un argumento con otro equivalente en el aspecto pertinente.De este modo se van introduciendo objetos de orden superior: primero el número racional. El número racional $\frac{x}{y}$ es

representado por la relación de equivalencia $(x_1, y_1) \sim (x_2, y_2) = x_1 \cdot y_2 = x_2 \cdot y_1$

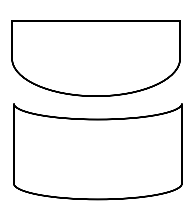
Asimismo se introduce el concepto de conjunto estableciendo una relación de equivalencia entre enunciados. De un enunciado invariante A (Z) diremos que representa el conjunto $\in_{z}$ A (Z). De este modo se evita que los objetos matemáticos aparezcan como simplemente encontrados, reconstruyéndose los pasos por los cuales los hemos creado. El que algunas partes de la matemática, aquéllas que usan fórmulas impredicativas, desaparecen de este modo, le parece a Lorenzen más bien una ganancia que una pérdida, ya que se ha obtenido un criterio para distinguir entre desarrollos matemáticos significativos y los que no lo son. El debate matemático que continúa mostrará en qué medida las consideraciones de Lorenzen son acertadas.

La geometría constructiva.

Así como Lorenzen ha distinguido las verdades analíticas materiales de las analíticas formales, así distinguirá ahora de los enunciados *sintéticos-formales a priori* (la aritmética), los enunciados *sintéticos- materiales a priori* (la geometría). La diferencia básica es la siguiente: Las prescripciones geométricas son normas "ideativas" para la realización empírica de objetos que cumplan, con una aproximación controlable, ciertos requisitos. Estos requisitos pueden definirse los unos por medio de los otros, partiendo del requisito de *homogeneidad* que define el plano. Tanto el plano como la superficie esférica se caracterizan por su homogeneidad *interna*: cada parte de estas figuras es indistinguible de las otras. Pero mientras que la esfera divide el espacio en dos partes distinguibles (una parte cóncava y la otra convexa),

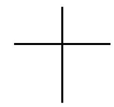


el plano divide el espacio en dos partes que son, a su vez, indistinguibles. Satisface de este modo el requisito de homogeneidad exterior. Este requisito es una norma ideal para realizaciones (aproximadas) empíricas. Si pulimos dos cuerpos friccionando el uno contra el otro, se obtendrán superficies esféricas



Pero al realizar la operación con tres cuerpos, puliendo alternadamente A contra B, B contra C y C contra A, entonces no puede formarse una superficie cóncava o convexa, sino sólo un plano. Este procedimiento es efectivamente usado en la industria óptica para la producción de planos de alta precisión. Lorenzen considera pues, como Hobbes y Spinoza, que las definiciones geométricas deben ser genéticas.

Por medio del concepto de homogeneidad se definen luego también al ángulo recto y la paralela. En ángulo recto es aquél que es indistinguible de sus vecinos



(La recta obtenida, como es usual, por la intersección de planos).

Dos rectas son paralelas cuando se puede construir una recta que corta a las dos en ángulo recto.

La geometría que se obtiene de este modo es la euclidiana. El axioma de las paralelas es, demostrable a partir de la construcción del plano según principios de homogeneidad. Sólo para la geometría euclidiana poseemos reglas de construcción. Pero una vez desarrollada ésta, podemos elaborar geometrías no euclideas, dado que toda geometría no-euclidiana tiene un modelo euclidiano.

La geometría que parte de los principios de homogeneidad no toma la *congruencia* como un término primitivo, sino que la define por medio de la ortogonalidad. La congruencia es el concepto básico de toda medición.

El programa de la protofísica incluye, además de la geometría, las estipulaciones acerca de las mediciones del tiempo y de la masa. También acerca de estas sostiene Lorenzen que no deben ser consideradas como convencionales, si por "convencional" se entiende "arbitrariamente establecido".

BIBLIOGRAFÍA

Kamlah, W. – Lorenzen, P.: *Logische Propädeutik*, *Bibliographisches Institut*. Mannheim, 1967.

Lorenzen, P. : *Formale Logik*, 2 ed. Walter de Gruyter. Berlin, 1962.

Lorenzen, P. : *Methodisches Denken*, Suhrkamp, Frankfurt, 1968.

Lorenzen, P. : *Konstruktive Wissenschaftstheorie*, Suhrkamp, Frankfurt, 1974.

Lorenzen, P. – D. Schwenmer: Konstruktive Logik, Ehtik und Wissenschaftstheorie, Bibliographisches Institut, Mannheim, 1975.

Mittelstaedt, P. : Philosophische Probleme der modernen Physik, Bibliographisches Institut, Mannheim, 1968.