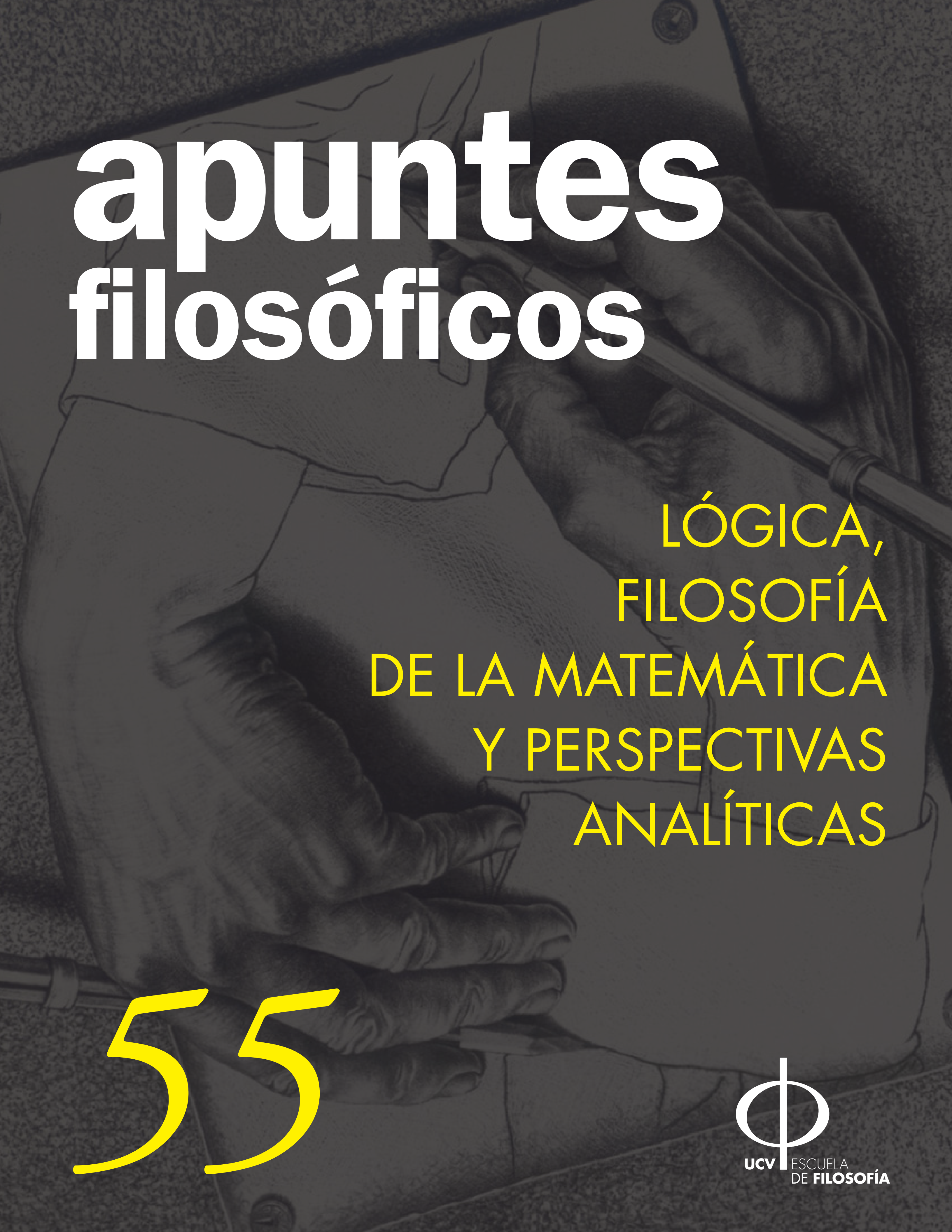

apuntes filosóficos

LÓGICA, FILOSOFÍA DE LA MATEMÁTICA Y PERSPECTIVAS ANALÍTICAS

55

UCV ESCUELA DE FILOSOFÍA

apuntes filosóficos

Revista semestral Vol.28 Nº 55/2019 ISSN: 1316-7533 Depósito legal: pp 199202 df 275

Dirección:
Escuela de Filosofía. FHE-UCV. Los Chaguaramos.1041. Caracas. Venezuela. Tel.: [+58212] 6052863.

Correo electrónico: apuntes.filosóficos.ucv@gmail.com

Apuntes Filosóficos es publicada por la Escuela de Filosofía bajo los auspicios del Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico (CDCH-UCV)

Published in Venezuela

ÍNDICE

RESEÑAS

Celebrando a la lógica

Ricardo Da Silva

Coordinador encargado de la Edición

En noviembre de 2019 el Consejo ejecutivo de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Cultura y la Ciencia (UNESCO), aprobó la proclamación del 14 de enero como Día mundial de la Lógica, la fecha de conmemoración elegida es muy simbólica para la lógica a nivel mundial, pues un 14 de enero de 1901 nace en Varsovia uno de los lógicos más importantes del siglo pasado, el polaco Alfred Tarski y, asimismo un 14 de enero pero del año 1978 fallece en la ciudad de Princeton el lógico austríaco- estadounidense, Kurt Gödel, sin lugar a dudas dos pilares de la disciplina filosófica desde la sistematización de la lógica que debemos a Aristóteles hace unos 2400 años.

Las celebraciones alrededor del mundo no se hicieron esperar, eventos académicos de toda índole, congresos, simposios, tertulias y las publicaciones conmemorativas empezaron a multiplicarse y lo propio tuvo lugar en la Escuela de Filosofía de la UCV, que consciente de su herencia como centro pionero que alumbró un exigente sentido de la disciplina, desarrollado a través de la labor de una destacada tradición de pensadores lógicos afincados en el Instituto de Filosofía y en nuestro propio Departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia, decididamente nos exigió sumarnos a acompañar el evento que celebra por primera vez el día mundial de la Lógica. Para el 14 de enero de 2020 estaba previsto celebrar la primera tertulia filosófica del año, titulada para la ocasión: "*Lógica y filosofía. Una revisión de su relación*" un trabajo que pude discutir en foros públicos durante el año 2019. Por su parte, el profesor Franklin Galindo, Doctor en Matemática y jefe del departamento donde nos especializamos en el área, dirigió un conversatorio "*Sobre Lógica Matemática*" que supo orientar para todo público, sin descuidar a los estudiantes investigadores de la disciplina. Finalmente, este mismo número también festeja el evento filosófico mundial exhibiendo el tipo de trabajo que define a nuestro departamento. No existe mayor celebración de la lógica que *hacer* lógica y en este volumen bautizado *Lógica, Filosofía de la matemática y perspectivas analíticas*, la mayoría de las colaboraciones vitorean a la lógica hablando *sobre* ella. Hoy día es imposible no reconocer la influencia y los aportes que ésta disciplina brinda a otras áreas incluidas las científicas, aunque no solamente a ellas. En todo caso, en esta selección de trabajos el interés no podía orientarse a desarrollos en todas las disciplinas y corrientes filosóficas que han recibido algún tipo de influencia de parte de la lógica, sencillamente tal labor hubiese sido imposible, así que preferimos guiarnos por el propio propósito actual de Apuntes Filosóficos, que no es otro que servir de órgano divulgativo de las investigaciones en las que trabajan los profesores de la Escuela, y es así como en este ejemplar cohabitan investigaciones sobre Filosofía de la matemática y también unas cuantas desarrolladas desde la perspectiva analítica de la filosofía. En este sentido, agradecemos a todos los colaboradores que participaron de este número porque con sus esfuerzos están contribuyendo a preservar los estudios de la lógica en el país. Como los cuervos de Calímaco, nosotros debemos seguir graznando en los tejados de la academia.

Artículos

¿Dónde queda el álgebra en Crítica de la razón pura? El álgebra y su relación con las construcciones simbólicas en la interpretación de Lisa Shabel

María Carolina Álvarez
(Universidad Central de Venezuela)

UCV ESCUELA DE FILOSOFÍA

apuntes filosóficos

Vol. 28 No. 55

¿Dónde queda el álgebra en la Crítica de la razón pura? El álgebra y su relación con las construcciones simbólicas en la interpretación de Lisa Shabel.

Where is Algebra in the Critique of Pure Reason? Algebra and Symbolic Constructions in the Interpretation of Lisa Shabel.

María Carolina Álvarez
(Universidad Central de Venezuela)

Articulo recibido: 18 de octubre de 2019.

Arbitrado: 12 de noviembre de 2019.

Resumen: El propósito de este artículo es presentar la propuesta interpretativa de Lisa Shabel que relaciona el álgebra con las construcciones simbólicas. Así, brevemente se recorre el problema del status del algebra y como algunas de las interpretaciones dadas la relacionan con el cálculo numérico. Posteriormente, de la mano de Shabel y con la mirada puesta en la práctica matemática de Cristian Wolff, se identificarán las maneras de proceder algebraicamente en el siglo XVIII para después analizar las dos acepciones del término “magnitud”. Finalmente se relaciona el álgebra con una construcción en concordancia con los conceptos a priori (pura), ciertas reglas (esquemática) y que ostenta su referente (ostensiva). Tal tipo de construcción define lo que Kant entiende por construcción simbólica.

Palabras clave: Álgebra, Construcciones Simbólicas, Magnitud.

Abstract: The purpose of this article is to present Lisa Shabel's interpretive proposal that relates algebra to symbolic constructions. This briefly covers the problem of the status of algebra and how some of the interpretations given relate it to the numerical calculation. Subsequently, by the hand of Shabel and with an eye on the mathematical practice of Cristian Wolff, the ways of proceeding algebraically in the eighteenth century will be identified and then analyze the two meanings of the term “magnitude”. Finally, algebra is related to a construction in accordance with the a priori (pure) concepts, certain rules (schematic) and which it has its referent (ostensive). Such a type of construction defines what Kant understands by symbolic construction.

Keywords: Algebra, Symbolic Construction, Magnitude.

En el marco de la *Crítica de la razón pura*, Kant identifica explícitamente la geometría con la intuición pura *a priori* del espacio y las construcciones ostensivas, mientras que hace lo propio con la aritmética con la intuición pura *a priori* del tiempo que fundamenta la noción de sucesión. Bajo este esquema cabe preguntarse qué sucede con el álgebra. El papel del álgebra en la filosofía de la matemática kantiana es uno de los temas de difícil conciliación por parte de los intérpretes. En este sentido, Gordon Brittan expresa que las afirmaciones kantianas sobre el álgebra hacen que algunos intérpretes adjudiquen las construcciones simbólicas a la aritmética e identifiquen aritmética con el álgebra en este proceso, mientras que otros identifican la lógica con la matemática[1]. En este artículo presentamos la interpretación de Lisa Shabel, interpretación que relaciona el álgebra con las construcciones simbólicas definidas por Kant en A717-B745, con la mira puesta en la práctica matemática del siglo XVIII.

I.- ¿Álgebra o aritmética?

En su artículo "Kant on the 'Symbolic Construction' of the Mathematical Concepts"[2], Shabel afirma que la noción de construcción, el importante pivote en el que se sustenta la concepción kantiana de la matemática, incluye dos oscuros pasajes: los únicos en los Kant hace referencia al álgebra. En A 717/B 745 se lee:

> Las matemáticas no sólo construyen magnitudes (*quanta*), como en la geometría, sino también la mera cantidad (*quantitas*), como en el álgebra, donde se prescinde totalmente de la naturaleza del objeto que ha de ser pensado según el concepto de magnitud. Esta misma ciencia elige entonces cierta denominación de todas las construcciones de magnitudes en general (*números*), como adición, sustracción, extracción de raíces, etc., y, una vez que ha designado también el concepto universal de las magnitudes según las diversas relaciones de las mismas, representa en la intuición, de acuerdo con ciertas reglas universales, todas las operaciones producidas y modificadas mediante la magnitud. Cuando una magnitud tiene que ser dividida por otra, la ciencia matemática combina los símbolos de ambas según el signo indicador de la división, etc. Así, pues, logra por medio de una construcción simbólica, exactamente igual que lo hace la geometría por medio de una construcción ostensiva o geométrica (de los objetos mismos), lo que jamás podría conseguir el conocimiento discursivo por medio de simples conceptos.[3]

[1] Cfr. BRITTAN, Gordon, "Algebra and Intuition", *Kant's Philosophy of Mathematics* Carl J. Posy (Ed), Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1992, p. 315.
[2] SHABEL, Lisa, "Kant's on the 'Symbolic Construction' of Mathematical Concepts", *Studies in History and Philosophy of Science*, Vol. 29, Nº 4, 1998, pp. 589-621.
[3] KANT, Immanuel, *Crítica de la razón pura*, Madrid: Ediciones Alfaguara S.A., 1988, A 717/ B 745, p. 577.

Y en A 734/B 762:

> En consecuencia, sólo las matemáticas poseen demostraciones, debido a que su conocimiento no deriva de conceptos, sino de la construcción de los mismos, es decir, de la intuición que puede darse *a priori* en correspondencia con los conceptos. El mismo procedimiento del álgebra, con sus ecuaciones, a partir de las cuales, por reducción, produce la verdad juntamente con su prueba, aunque no es una construcción geométrica, es una construcción característica por la cual se presentan en la intuición los conceptos a través de signos, especialmente los que se refieren a relaciones de magnitud[4]

Shabel afirma que las interpretaciones que se hacen sobre estos textos fallan, ya que se realizan desde las concepciones recientes de la matemática y no tienen en cuenta la práctica matemática de la modernidad temprana. Es su objetivo presentar un acercamiento conceptual que permita elucidar las tesis kantianas de la construcción simbólica y, con ello, la concepción del álgebra, teniendo en cuenta esta perspectiva. Esto será realizado desde las concepciones del álgebra de los textos matemáticos de la decimoctava centuria[5]. Así ofrecerá una lectura sustentada en la discusión de Wolff sobre la aplicación del álgebra a problemas de geometría y aritmética, ilustrando con ello la noción kantiana de construcción simbólica de los conceptos algebraicos. Con esta lectura no pretende dibujar una estricta división entre las construcciones simbólicas y ostensivas (geométricas), más bien buscará afirmar que una construcción simbólica es, para Kant, una simbolización de una construcción ostensiva[6].

Entre los intérpretes a los que se refiere Shabel se encuentra C.D. Broad[7], afirmando que Kant no provee una teoría sobre las razones algebraicas y considera que el álgebra es simplemente una aritmética generalizada: así, mientras la aritmética es la que determina la cantidades numéricas, el álgebra trata sobre cantidades numéricas indeterminadas. De este presupuesto desprende que la construcción simbólica es la construcción de los símbolos de las variables numéricas, tales como ´x´. Shabel asigna una reconstrucción semejante a Hintikka y aunque Parsons[8] le contra argumenta por medio de la noción de intuición, ninguno da cuenta de

[4] *Ibíd.*, A 734/B762, pp. 587-588.
[5] Cfr., SHABEL, Lisa, "Kant's on the 'Symbolic… *cit.*, pp. 589-90.
[6] *Ibíd.*, pp. 590-591.
[7] Shabel se refiere a las tesis que Broad presenta en su artículo "Kant´s Theory of Mathematical an Philosophical Reasoning" del año 1941. Para este tema, ver: *Ibíd.*, p. 593 y ss.
[8] Aunque Shabel se refiere al artículo de Parsons "Kant's Philosophy of Arithmetic", en "The Transcendental Aesthetic" el autor cataloga a las reconstrucciones de Hintikka, Beth y Friedman de interpretaciones que ignoran muchos de los planteamientos de la discusión "fenomenológica" kantiana sobre la noción de construcción; entendiendo por "fenomenológicos" las tesis sobre la sensibilidad desarrolladas en la "Estética Trascendental". Los dos primeros reducen el papel de la intuición pura en la matemática a una parte de la lógica. Ver: PARSONS,

la construcción simbólica. En su opinión, ambas interpretaciones consideran las reglas de las razones algebraicas análogas a la reglas de cálculo numérico[9].

Una nueva lectura, opuesta a la de Broad, es la que ofrece Friedman[10] en su texto *Kant and the Exact Sciences*. En primer lugar, Friedman afirma que tanto la aritmética como el álgebra pueden ser incluidas bajo la construcción simbólica o característica y, aunque expresa que puede considerarse al álgebra una clase de aritmética –"la aritmética general de las magnitudes indeterminadas"–, se distingue de otros comentadores ya que rechaza que el álgebra sea una generalización de la aritmética. Para él, el hecho de que la aritmética verse sobre magnitudes determinadas –magnitudes racionales– y el álgebra sobre magnitudes indeterminadas –magnitudes irracionales o inconmensurables[11]– es signo de que la aritmética corresponde a la teoría de las magnitudes geométricas en los *Elementos* de Euclides (Libros VII-IX) y el álgebra a la teoría de las razones y proporciones de Euclides/ Eudoxio (Libro V)[12]. Ya que mediante la teoría de la proporción se nos hace posible medir magnitudes inconmensurables, entonces: "el álgebra nos permite llegar a definir reglas de aproximación para números (incluyendo fracciones), reglas de aproximación que pueden hacer acercarnos a nuestra meta."[13] Con estas reglas en la mente se puede, sea mediante la expansión decimal o una infinita serie de fracciones[14], dar una aproximación a alguna magnitud irracional[15]. Después de identificar el procedimiento de la iteración sucesiva con la teoría kantiana de construcción de conceptos,

---

Charles, "Arithmetic and the Categories", *Kant's Philosophy of Mathematics*, Carl J. Posy (Ed), Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1992, pp. 135-158.

[9] Para la exposición de las interpretaciones de Hintikka y Parsons ver: SHABEL, L., "Kant's on the 'Symbolic…, cit., pp. 594-595. De forma similar, Couturat considera que el álgebra, junto con el análisis, es parte de la aritmética y ésta juntamente con la geometría conforman aquello que Kant denomina "matemática pura". Ver: COUTURAT, Luis, *La filosofía de las matemáticas en Kant*, México: Universidad Autónoma de México, 1960, p. 38.

[10] Similares planeamientos se encuentran en: FRIEDMAN, Michael, "Kant on Concepts and Intuitions in the Mathematical Sciences", *Synthese* 84, 1990, pp. 213-257.

[11] Cfr. *Ibíd.*, p. 225.

[12] Para este tema, ver: SHABEL, Lisa, "Kant's on the 'Symbolic …, *cit.*, pp. 595-596.

[13] El pasaje de Friedman es citado por Shabel: "[algebra] allows us to find a definite rule of approximation by numbers (including fractions), a rule of approximations which can be made as accurate as one wishes". *Ibíd.*, p. 596.

[14] Afirma Friedman que el álgebra y la aritmética conciernen solo a la forma de la progresión sucesiva común a todo proceso de iteración. La iteración sucesiva es posible gracias a la intuición pura *a priori* del tiempo y es la necesaria condición de nuestro concepto de magnitud. La iteración sucesiva es justamente el esquema de magnitud. ver: FRIEDMAN, Michael, "Kant on Concepts…, *cit.*, pp. 233 y ss.

[15] Friedman expone que si una magnitud es conmensurable la aritmética determina el número entero o la fracción, si no es conmensurable, es el álgebra (teoría de las razones) que nos permite definir reglas de aproximación de números (incluyendo fracciones). *Ibíd.*, p. 227.

Friedman usará para su interpretación los roles históricos de la aritmética y el álgebra con el fin reconstruir la noción de construcción simbólica. Cita Shabel del texto de Friedman:

> Existen, en realidad, dos aspectos distinguibles aunque relacionados de la construcción simbólica. Por un lado, en la búsqueda de magnitudes de algo podemos emplear la progresión sucesiva subyacente a las series numéricas: bien por generar un número entero o fracción en un número finito de pasos, o bien por generando una infinita aproximación a un número irracional. Por otro lado, no obstante, la iteración sucesiva es empleada también en la simple manipulación de signos en las fórmulas algebraicas: tal 'operación de un cálculo' es también un procedimiento iterativo paso a paso.[16]

Sin embargo, Shabel es de la opinión de que la reconstrucción de Friedman considera, en el fondo, al álgebra como una clase de aritmética inmersa en el cálculo numérico[17].

Entonces, bajo las mejores interpretaciones de los oscuros pasajes que hacen mención del álgebra, se considera que Kant, al hacer la estricta distinción entre la construcción simbólica y ostensiva, distingue también el método del álgebra y de la aritmética del método de la geometría. Estas interpretaciones acercan el método del álgebra a los procedimientos del cálculo numérico, aproximación que bajo la óptica de Shabel es, aunque posible, insatisfactoria por dos razones. En primer lugar, los argumentos y el fundamento de la matemáticas en la intuición pura del tiempo hacen natural la interpretación de que aritmética y álgebra poseen el mismo método –construcciones no ostensivas–, sin embargo, los ejemplos de construcciones aritméticas que ofrece Kant, en B15 y A 240/B299, son ejemplos de construcciones ostensivas. En segundo lugar, entender la construcción simbólica como la construcción de los símbolos algebraicos es inconsistente con el papel asignado a la noción de construcción como conocimiento matemático y esto no explica el nuevo conocimiento que surge de la construcción de conceptos matemáticos en la intuición y, por ende, a los juicios matemáticos como sintéticos[18]. Después de lo cual afirma que un análisis de las concepciones del álgebra y de la aritmética del siglo XVIII servirá para ofrecer una lectura más acorde filosófica y textualmente.

[16] *Ibíd.*, p. 596.
[17] *Ibíd.*, p. 596.
[18] Para los argumentos de Shabel contra las interpretaciones tradicionales de la construcción simbólica, ver: *Ibíd.*, pp. 597-599.

II.- Una mirada a la práctica matemática del siglo XVIII. El álgebra y la aritmética para Cristian Wolff.

Durante los treinta años previos a la publicación de la *Crítica de la razón pura*, Kant tomo varios cursos de matemáticas y física basados en los textos de Christian Wolff[19] y ellos representan el estado de la matemática elemental bajo el cual escribe su *Crítica*. Afirma Shabel que: “Hay que puntualizar que para Wolff el álgebra no era considerada como ciencia sino más bien como un arte o método que prestaba ayuda a la solución de ciertos problemas geométricos y aritméticos”[20]. Según este autor, los problemas de la aritmética y de la geometría versan sobre números, magnitudes y unidades, mientras que los métodos algebraicos son empleados para la solución de problemas elementales matemáticos.

Wolff considera que la matemática es la ciencia de todo lo que puede ser medido, de esta manera, la aritmética es la ciencia de los números o del cálculo, y el número es “aquello que puede ser referido a la unidad”[21]. Los números son homogéneos de la misma clase –de la misma unidad–: ‘dos esferas de plata’ es homogéneo a ‘tres esferas de plata’ y heterogéneo a ‘tres esferas de plomo’; en consecuencia, los números enteros son caracterizados como discretas partes idénticas de una unidad seleccionada arbitrariamente[22], entonces, los números pueden ser expresados también por segmentos, pueden ser construidos como segmentos (unidades) concadenados. Wolff definirá los números racionales como conmensurables por medio de la unidad y los irracionales como inconmensurables, en consecuencia, un segmento de línea es mensurable si puede ser expresado por medio de un número racional. De esta manera, los objetos de la aritmética –números conmensurables o inconmensurables– dependen del tradicional concepto geométrico de línea extensa. Por otro lado, la geometría plana es la ciencia de la magnitud extensa y provee las reglas para producir, medir y comparar –cuantitativa y cualitativamente– objetos construidos con regla y compás[23].

Para Wolff el ‘arte analítico’ o ‘análisis’ es el método general para resolver ciertas clases de problemas matemáticos y el análisis finito busca “desde algunas magnitudes finitas conocidas

---

[19] Shabel hace una lista de los textos de Wolff en: *Ibíd.*, p. 599.
[20] Cfr. *Ibíd.*, pp. 599-600.
[21] *Ibíd.*, p. 600.
[22] Ver: *Ibídem.*
[23] Ver: *Ibíd.*, pp. 600-601.

otras magnitudes finitas que son aún desconocidas”[24]. Dentro de esta clase de análisis Wolff menciona el álgebra. Al respecto, Shabel escribe:

> El álgebra, como mencionamos arriba, es una clase de análisis finito ‘por medio de ecuaciones’ que sirve de soporte para la solución de varios tipos de problemas aritméticos y geométricos. De esta manera, para Wolff, el álgebra es un método de razonamiento sobre los objetos de la aritmética y la geometría elementales, que incluye números (concebidos como segmentos de línea) y construcciones geométricas planas.[25]

Este planteamiento está de acuerdo con la aplicación del álgebra a la geometría por parte del programa cartesiano: expresar problemas geométricos bajo la forma de una ecuación y proveer construcciones geométricas arraigadas en esas ecuaciones[26]. En definitiva, esta relación entre aritmética, geometría y álgebra, en la cual el álgebra no es una generalización aritmética sino más bien un método general para la solución de particulares problemas aritméticos y geométricos, no es tenida en cuenta por los intérpretes que Shabel ha mencionado anteriormente. Gracias al análisis que hace Gisnée[27] del método cartesiano, Shabel afirma que “se usa este método para resolver y ‘construir’ problemas matemáticos, primero expresando todas y cada una de las magnitudes geométricamente, por segmentos de líneas rectas, y luego razonando sobre ellas algebraicamente”[28]. En consecuencia, el “álgebra es ejercida sobre problemas de magnitudes que han sido construidos geométricamente; y de manera correspondiente, las soluciones que nos aporta el álgebra también pueden ser en la forma de magnitudes construibles geométricamente”[29]. Wolff en su *Elementa* aplica el álgebra a tres problemas meta-matemáticos: cómo resolver problemas geométricos algebraicamente, cómo construir ecuaciones simples y cómo construir ecuaciones cuadráticas[30].

III.- El álgebra y la magnitud.

Después de este análisis de las tesis sobre la ciencia matemática de Wolff, Shabel se encuentra en condiciones de regresar a la posición kantiana sobre el álgebra. Este regreso se

---

[24] Wolff es citado por Shabel en: *Ibídem*., p. 601.
[25] En el texto original se lee: “Algebra, as mentioned above, is a kind of finite analysis ‘by means of equations’ that is brought to bear on the solution of various types of arithmetic and geometric problems (Wolff, 1965, p. 34). Thus, for Wolff, algebra is a method of reasoning about the objects of elementary arithmetic and geometry, which include numbers (conceived as line segments) and plane geometric constructions” *Ibíd*., p. 601.
[26] Sobre la referencia al programa cartesiano ver: *Ibíd*., p. 601.
[27] Cfr. *Ibid*., pp. 601 y ss.
[28] *Ibíd*., p. 602.
[29] *Ibídem*.
[30] Cfr. *Ibíd*., p. 602.

inicia con las distinciones entre los dos usos kantianos del término "magnitud". Magnitud designa el objeto con un tamaño determinado pero también el tamaño de este objeto. En el primer sentido, una magnitud como objeto de un determinado tamaño refiere a objetos de forma cuantitativa y cualitativa o, en otras palabras, a objetos con tamaño y figura, es decir, a objetos geométricos. En el segundo sentido, solo se refiere a objetos de forma cuantitativa, es decir, objetos con tamaño pero sin figura. Así usado en el segundo sentido, el término "magnitud" está relacionado con el concepto puro de la cantidad o a la aplicación de la categoría de cantidad a una particular talla de objetos[31]. Kant expresa esta distinción en A 162/B203. Allí, en los "Axiomas de la intuición" escribe:

> En la medida en que esta conciencia de la diversidad homogénea dada en la intuición en general es la que hace posible la representación de un objeto, constituye el concepto de una magnitud (*quantum*). Así, pues, sólo podemos percibir un objeto como fenómeno gracias a esa misma unidad que sintetiza la diversidad de la intuición sensible dada y mediante la cual pensamos en el concepto de una *magnitud* la unidad de la composición de la diversidad homogénea.
>
> Es decir, todos los fenómenos son magnitudes, *magnitudes extensivas*, ya que, en cuanto intuiciones en el espacio y el tiempo, deben ser representadas mediante la misma síntesis que determina el espacio y el tiempo en general.[32]

Shabel afirmará que la magnitud entendida como *quanta* concierne a los axiomas de la geometría euclidiana, contrastando este sentido con la *quantitas* o la respuesta a la pregunta por "cuán grande sea la cosa"[33]. Al respecto escribe:

> Las apariencias son, en tanto magnitudes extensivas, 'intuidas como agregados (conjunto de partes previamente dadas)' (Kant, 1998, A 163/B 204). De esta manera, cuando se quiere determinar la magnitud (*quantitas*) de una magnitud (*quantum*), uno se pregunta cuántas de tales partes previamente dadas hacen el todo; la respuesta a tal cuestión es expresada numéricamente considerando cada una de las partes discretas como unidades homogéneas.[34]

La determinación entre magnitud (*quanta*) y magnitud (*quantitas*) queda sustentada sobre la partes dadas previamente que completan un particular objeto y que Kant designa con el término "magnitud en general" en A 242/B300, y esta no se puede determinar sino pensando en

---

[31] Cfr. *Ibíd.*, p. 609.
[32] KANT, Immanuel, *Crítica de la…. cit.*, A 162/B 203, pp. 200-201.
[33] Cfr. SHABEL, Lisa, "Kant's on the 'Symbolic …*cit*., p. 610.
[34] *Ibíd.*, p. 610.

cuántas veces está contenida una unidad en la cosa[35], unidades que pueden ser medidas o contadas. A la luz de esta reconstrucción del concepto de magnitud y regresando al tema que la ocupaba en anteriores secciones –el álgebra–, Shabel afirmará:

> Ahora estoy preparada para entrar en el primer pasaje citado arriba en la primera sección. Kant expone: 'Las matemáticas no sólo construyen magnitudes (*quanta*), como en la geometría, sino también (*quantitatem*), como en el álgebra, donde se prescinde totalmente de la naturaleza del objeto que ha de ser pensado según este concepto de magnitud' (Kant, 1998, A717/B 745) Aquí, Kant reafirma el reclamo familiar de que los objetos de la geometría son construidos por el geómetra en la forma usual: estos objetos construidos (tales como líneas, triángulos y círculos) son ejemplos de 'magnitudes', esto es, objetos de determinado tamaño. Añade que el algebrista 'construye magnitudes' en el segundo sentido discutido arriba: el algebrista ignora los aspectos cualitativos del objeto, considerándolo sólo en concordancia con el concepto puro, o categoría, o magnitud (*quantitatem*). De esta manera, de acuerdo con Kant, el algebrista puede construir objetos matemáticos *qua* cantidad solamente, sin considerar forma o figura.[36]
>
> Si el geómetra construye magnitudes respondiendo a la pregunta ¿cuán grande es?, la construcción del algebrista responde a cuántas unidades homogéneas hacen el particular tamaño de objeto en abstracción de la construcción del objeto en sí mismo.[37]

IV.- El álgebra y las construcciones simbólicas.

Tras analizar el concepto de "magnitud" Shabel se pregunta si es posible la construcción algebraica. Para Wolff (y el programa cartesiano) las magnitudes –conocidas o desconocidas– pueden ser expresadas por segmentos de líneas, este procedimiento escoge las unidades y las letras seleccionadas designan las varias magnitudes del problema con las que se componen las expresiones algebraicas para las operaciones, estas últimas concuerdan con las reglas de la aritmética[38]. Para Wolff la simbolización de una magnitud es un paso heurístico hacia la solución del problema –el cálculo de la hipotenusa de un triángulo es el ejemplo presentado por Shabel[39]–, y esta nunca es parte de los datos del problema y tampoco es un intento de desnudar el problema en sus datos particulares[40], sino más bien específica todas la magnitudes del problema y las relaciones entre ellas. Entonces, "una vez que razones y proporciones son construidas entre las magnitudes conocidas y desconocidas de acuerdo con las condiciones dadas del problema, el

[35] Al respecto Kant indica: "No se puede explicar el concepto de magnitud en general sino diciendo acaso que es la determinación de una cosa, una determinación a través de la cual puede pensarse cuántas veces está contenida la unidad en esa cosa". Kant, Immanuel, *Crítica de la… cit.*, B 300, p. 263.
[36] SHABEL, Lisa, "Kant's on the 'Symbolic …*cit.*, p. 610.
[37] *Ibíd.*, p. 611.
[38] Cfr. *Ibíd.*, p. 612.
[39] Para la demostración wolfiana de este problema por medio del método algebraico, ver: *Ibíd.*, pp. 602 y ss.
[40] Cfr. *Ibíd.*, p. 608.

algebrista puede simbolizar cada relación escribiendo ecuaciones usando la notación seleccionada"[41]. Así cuando Kant afirma, en A 717/ B 745, que la ciencia del álgebra "representa en la intuición, de acuerdo con ciertas reglas universales, todas las operaciones producidas y modificadas mediante la magnitud"[42], se refiere a las construcciones simbólicas mediante las cuales las magnitudes, conocidas e ignoradas, son aritméticamente manipuladas. Al respecto Shabel escribe:

> … por ejemplo, cuando dos magnitudes son unidas por una línea de segmentos concatenados; la raíz es extraída por la construcción de la media proporcional; o una desconocida cantidad es construida como un cuarto proporcional. Cuando Kant habla de que el algebrista 'exhibe' este procedimiento o relación, esto significa que el algebrista escribe una expresión simbólica que está a la base de una particular construcción geométrica: tales como a+b, √a, a:b::c:x, o x=(bc)/a[43]

De todo lo anterior, Shabel concluye que el álgebra es el método aplicado a la solución de problemas matemáticos, simbolizando la construcción de conceptos aritméticos y geométricos en la forma de figuras. Esta construcción simbólica no es una clase de construcción –construcción bajo la forma de símbolos o caracteres–, sino la simbolización de las construcciones ostensivas y geométricas[44].

Kant distingue entre la construcción pura (esquemática) o la empírica. Las construcciones esquemáticas las realiza la imaginación en concordancia con el concepto *a priori* y las empíricas con alguna clase de material o instrumentos de trazado. Ambas construcciones son ostensivas, ya que en ambas se exhibe el concepto producido por medio de la intuición. Sin embargo, la diferencia entre la demostración matemática y las razones filosóficas se sustenta, para Kant, en una construcción que es pura, esquemática y ostensiva. Para Shabel[45] tal construcción es la

---

[41] *Ibíd.*, p. 612.
[42] KANT, I., *Crítica de la razón… cit.*, p. 577.
[43] SHABEL, Lisa, "Kant's on the 'Symbolic... *cit.*, p. 613.
[44] Cfr. *Ibíd.*, p. 615.
[45] Brittan hace una reconstrucción que, aunque similar a la de Shabel en cuanto a las objeciones hechas a Friedman, difiere en la catalogación del álgebra como ostensiva. Sobre las siguientes premisas kantianas:

1. Los objetos matemáticos son completamente determinables (Tesis de la decidibilidad)
2. Los conceptos no determinan completamente a los objetos matemáticos (Tesis de la determinación-bajo)
3. O los conceptos o la intuición determinan objetos (tesis de la estructura)
4. De ahí, la intuición es requerida para la completa determinación de los objetos matemáticos

Y de los siguientes argumentos subsidiarios:

i. Toda intuición es sensible o intelectual (espacial-temporal o no)
ii. Pero los humanos (humano dotado de habilidades perceptuales y capacidades conceptuales) no son capaces de intuiciones intelectuales
iii. De esto se sigue que todas la intuiciones son sensibles

simbólica pues la posibilidad de llevarla a cabo se debe a la imaginación en concordancia con los conceptos *a priori* (pura), ciertas reglas (esquemática) y además ostenta su referente (ostensiva)[46].

iv. Entonces, las intuiciones que se requieren para la completa determinación de los objetos matemáticos son sensibles

Brittan se pregunta qué tipo de intuición está detrás del álgebra. Según él la relación entre los resultados algebraicos y los diagramas geométricos no sirve como explicación, ya que demarca una fuerte separación entre las construcciones ostensivas y simbólicas. Sin embargo, entendiendo "construcción", "intuición" y "sintético", tal como eran comprendidos por Descartes y los griegos, esto es, como las operaciones desempeñadas de cierta manera sobre inespecíficos objetos en el camino de su representación simbólica, la combinación operacional del álgebra no puede ser ostensiva y, sin embargo, trae consigo las reglas que gobiernan esa operación. La aplicación de las reglas es controlada o guiada por la intuición de los símbolos (casos paradigmas o marcas en el papel) manipulados. En su opinión la intuitividad del álgebra es más evidente que en el caso de la aritmética o de la geometría, ya que sus objetos son construidos de forma variada y no sólo por medio de números o figuras planas. Las consecuencias de estas afirmaciones pueden resumirse en lo que sigue:

1. Si en la geometría y la aritmética se controla el resultado, en el álgebra, en la que se privilegia las operaciones combinatorias que dan lugar a los resultados simbólicos, el control es sobre el objeto: aquí es admisible la construcción en un camino o en otro.
2. La determinación de un objeto matemático puede ser entendida como la determinación de una estructura relacional: los objetos algebraicos permanecen relativamente indeterminados ya que se determinan en el camino de su construcción. La construcción hace uso de símbolos, señales sensibles, etc., y presupone la iteración de operaciones básicas y esto es en parte intuitivo.

Concluye que la objetiva realidad del álgebra no es la construcción ostensiva sino la experiencia verificable: los procedimientos son sistematizados con el tiempo (heurística) y son justificados en el "trabajo". Finalmente distingue el álgebra de la lógica, ya que la primera hace énfasis sobre lo operacional y la segunda sobre lo transformacional. Para esta reconstrucción ver: Brittan, Gordon, "Algebra and Intuition…*cit.*, pp. 315-339.

[46] SHABEL, L., "Kant´s on the 'Symbolic … *cit.*, pp. 616-617.

Referencia y realismo científico

Jesús Baceta
(Universidad Central de Venezuela)

UCV ESCUELA DE FILOSOFÍA
apuntes filosóficos
Vol. 28 No. 55

Referencia y realismo científico

Reference and scientific realism

Jesús Baceta
(Universidad Central de Venezuela)

Articulo recibido: 14 de octubre de 2019.

Arbitrado: 11 de noviembre de 2019.

Resumen: Se exponen los elementos de la propuesta referencial de Kripke y de Putnam. Se examinan las consecuencias de tal semántica en lo que respecta a la teoría de la verdad y la epistemología. Se comentan algunos argumentos críticos y, por último, se concluye con una evaluación general de la propuesta de Kripke y de Putnam.

Palabras clave: Referencia, Verdad, Caridad.

Abstract: The elements of the referential proposal of Kripke and Putnam are presented. The consequences of such semantics in regard to the theory of truth and epistemology are examined. Some critical arguments are commented and, finally, it concludes with a general evaluation of the proposal of Kripke and Putnam.

Keywords: Reference, Truth, Charity.

Teoría causal de la referencia

Kripke en "Naming and Necessity"[1] y el Putnam de los volúmenes primero y segundo de sus *Philosophical Papers*[2], que contienen trabajos publicados entre 1957 y 1975, incluyendo "The Meaning of 'Meaning'", trataron de sustentar el realismo científico mediante una teoría semántica que es ampliamente conocida como *la teoría causal de la referencia*. Se caracteriza por defender algunos mecanismos de "anclaje" referencial de los términos de las teorías científicas que permiten retrotraernos a la descripción única y verdadera de la realidad. La idea es que si pudiéramos "anclar" los términos del lenguaje científico en ciertos referentes, tendríamos la garantía de conocer los objetos que conforman la realidad; esto es, si dispusiéramos de un mecanismo semántico que nos permitiera fijar los términos del lenguaje científico o, al menos, una muestra representativa de términos singulares y generales a lo que supuestamente refieren, con independencia de todo contexto teórico, entonces podríamos afirmar que hemos dado con los constituyentes últimos de la realidad de que se trate. En palabras de Kripke:

> Una exposición grosera de la teoría puede ser la siguiente: ocurre un bautismo inicial. Aquí el objeto se puede nombrar por ostensión o la referencia del mismo se puede fijar por una descripción. Cuando el nombre es "pasado de generación en generación", pienso que el receptor del nombre debe intentar usar, cuando aprende a utilizarlo, la misma referencia que usa el hombre de quien la recibió.[3]

En el caso de los nombres propios, la referencia se puede fijar por ostensión, por una descripción o se determina por una cadena de información que pasa el nombre de una generación a otra[4].

Según Kripke, el ritual del bautismo puede ser realizado por ostensión: tenemos el objeto al cual vamos a bautizar y decimos "Esto es X", donde "X" es el nombre de un objeto o especie natural, por ejemplo, "Esto es oro", o bien fijamos la referencia mediante una descripción, aunque "rara vez o casi nunca se fija mediante una descripción"[5]. Dijo Kripke:

---

[1] KRIPKE, S. "Naming and Necessity". En D. Davidson y Harman (ed.), *Semantics of Natural Language*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1972.
[2] PUTNAM, H. *Mathematics, Matter and Method. Philosophical Papers, vol. 1.* Cambridge: Cambridge University Press, 1975.
PUTNAM, H. *Mind, Language and Reality. Philosophical Papers, vol 2. Op. Cit.*
[3] KRIPKE, S. "Naming and… *Op. cit*. p. 302.
[4] *Ibíd.* p. 38 p. 328
[5] *Idem.*

> Un ejemplo de la determinación de la referencia de un nombre por medio de una descripción, en comparación con la ostensión, lo proporciona el descubrimiento del planeta Neptuno. Se presumió que Neptuno fue el planeta que causó tales y tales discrepancias en las órbitas de otros planetas. Si Leverrier dio el nombre de "Neptuno" al planeta antes de que fuera visto, entonces él fijó la referencia de "Neptuno" por medio de la descripción antes mencionada. En aquella época él no podía ver el planeta, incluso, a través de un telescopio.[6]

Según la teoría causal de la referencia tenemos una historia de los sucesos que conectan causalmente el objeto bautizado con el nombre que se le asignó y que se transmite de generación en generación, preservándose la referencia fijada mediante el acto bautismal. De tal forma los nombres de especies naturales solo tienen extensión, o sea, una relación que enlaza el término, mediante la relación causal, con su referente concreto en el mundo. En contra de Frege, el sentido de un nombre, ya sea propio o de especie natural, no fija el referente. Dijo Kripke:

> Frege debe ser criticado por usar el término "sentido" en dos sentidos. Para él el sentido de un término que designa es su significado y también la manera en que se determina su referencia. Al identificar los dos, supone que ambos son dados por descripciones definidas. En última instancia, rechazaré esta segunda suposición; pero, por las mismas razones, rechazo la primera. Una descripción se puede utilizar como sinónima de un término que designa o puede ser utilizada para fijar su referencia.[7]

Si se acepta que la referencia de un nombre puede ser fijada por medio de una descripción, entonces no es literalmente necesario que exista una cadena causal adecuada; puede darse el caso en que se fije la referencia de un nombre de especie por medio de una descripción, en el marco de una teoría dada, aunque las teorías posteriores muestren que, de hecho, no designan nada (los casos históricos del calórico, el flogisto, y el éter; las teorías posteriores han mostrado que su designación no era rígida[8]); también puede darse el caso de que la cadena de comunicación sea muy larga y se distorsione, como en el uso del nombre propio 'Santa Claus'[9]. En el caso de los nombres propios la referencia se fija ante el objeto, pero la cadena causal de comunicación del referente se puede desviar por distorsión de la información original. En el caso de los nombres de género y especie la referencia se fija mediante una teoría y ciertas descripciones de estado, pero esta manera de fijar la referencia mediante una descripción no garantiza que la designación sea rígida. Si se fija la referencia de un nombre de género y especie que, de hecho, no designa nada, no puede existir una cadena causal adecuada con el portador del nombre, ya que no hay portador;

---

[6] *Ibíd.* pp. 347-8 (Nota 33).
[7] *Ibíd.* p. 277.
[8] En términos de Kripke, un término designa rígidamente un objeto si existe necesariamente un objeto designado por ese término. Codificado modalmente: *a designa rígidamente* $=_{df} (\exists x) \Box(x = a)$
[9] *Ibíd.* p. 300.

por el contrario, lo que existe es una cadena causal de comunicación de las descripciones asociadas con el nombre (de hecho, esto es lo que posibilita que hablemos actualmente de éter, flogisto y calórico aunque no designen nada).

Kripke no nos dice cómo se está "conectado causalmente en forma adecuada", por lo que no habría garantía de la trivialidad o falsedad de la consideración causal. Pareciera que el mismo Kripke tiene razones para no proponer ninguna explicación posterior sobre la conexión causal como conjunto de condiciones necesarias y suficientes para establecer la referencia:

> Pienso, he dicho en algún momento, que las teorías filosóficas están en el peligro de ser falsas, y, por eso, no iba a presentar una teoría alternativa. ¿Acaso no lo he hecho así? Bueno, de alguna manera; pero mi caracterización ha sido menos específica que lo que sería un sistema verdadero de las condiciones necesarias y suficientes para la referencia. El nombre se pasa obviamente de generación en generación. Pero, por supuesto, no cualquier tipo de cadena causal investigada por mí sobre cierto hombre hará que tenga una referencia. Puede haber una cadena causal sobre nuestro uso del término 'Santa Claus' como un determinado santo, pero los niños, cuando actualmente utilizan éste, no refieren probablemente a ese santo. Así, otras condiciones deben ser satisfechas para hacer de esto una teoría realmente rigurosa de la referencia. No conozco una manera de establecer un conjunto de condiciones suficientes y necesarias con la cual trabajar para un término como *referencia*, yo apenas deseaba presentar un mejor panorama que el presentado por los enfoques tradicionales[10].

A pesar del pesimismo de Kripke, Putnam intentó proporcionar nuevos elementos que podrían caracterizar un "mejor panorama" que el propuesto inicialmente por Kripke.

Better picture. La división lingüística del trabajo y el *principio de caridad*

Al igual que Kripke, Putnam propone que la referencia de un término cualquiera viene determinada por una especie de acto bautismal efectuado ante cierto tipo de objetos de nuestra experiencia, y por una cadena causal aceptada por una comunidad lingüística. La propuesta de Putnam es que mediante ciertos actos voluntarios podemos fijar la referencia de un término independientemente de que conozcamos las propiedades que posee el objeto, o que estemos totalmente equivocados con respecto a ellas. Por ejemplo, supongamos que alguien introdujo alguna vez el término "agua" para designar el objeto causante de cierto tipo de experiencias en nuestros sentidos; aun cuando en el momento de la introducción del término no se conocieren teorías acerca del agua y sus propiedades, el evento inicial mismo fijó la referencia de una vez

[10] *Ibíd.* p. 301.

por todas y con total independencia de nuestras creencias y teorías. Incluso, si en el curso del progreso científico se abandonara la idea de que el agua es H_2O, aquello que designa el término 'agua' seguiría siendo lo mismo y existirá con total independencia de la humanidad y sus teorías. A través del acto bautismal la referencia de los términos se transmite y permanece generación tras generación independientemente de las teorías imperantes en cierto momento histórico. Esta invariabilidad referencial es lo que constituye la realidad. Dijo Putnam:

> … ¿por qué debemos aceptar que el término 'agua' tiene la misma extensión en 1750 y 1950 […]? La lógica de los términos naturales tales como 'agua' es una cuestión complicada, pero lo que sigue es un bosquejo de una respuesta. Suponga que apunto a una superficie cristalina y digo "este líquido es llamado agua" (o 'esto es llamado agua' si la etiqueta 'líquido' es clara en el contexto). Mi 'definición ostensiva' de agua tiene las siguientes presuposiciones empíricas: que la masa de líquido que estoy señalando tiene alguna relación de identidad (digamos, *x* es el *mismo líquido* que *y*, o *x* es el $mismo_L$ que *y*) con la materia que la mayoría de los otros hablantes en mi comunidad lingüística en otras ocasiones han llamado 'agua'. Si la presuposición es falsa porque, digamos, señalé sin saberlo una superficie cristalina de ginebra y no de agua, entonces mi definición ostensiva no será aceptada. Así la definición ostensiva transporta lo que se puede llamar una condición necesaria y suficiente limitada: la condición necesaria y suficiente para ser agua está compartiendo la relación $mismo_L$ que la materia cristalina; pero ésta es una condición necesaria y suficiente sólo si la presuposición empírica es satisfecha. Si no es satisfecha, una serie de condiciones 'retrospectivas', por llamarlas de alguna manera, son activadas.
>
> El punto es que la relación $mismo_L$ es una relación teórica: es indeterminado si algo es o no es el mismo líquido que éste y la totalidad de la investigación científica es quien lo determina. Por otra parte, si una respuesta definida se ha obtenido por medio de la investigación científica o con la aplicación de alguna prueba de 'sentido común', la respuesta sigue siendo insuficiente: investigaciones futuras pueden revertir el más 'cierto' de los ejemplos. Así, el hecho de que una persona de habla inglesa en 1750 pudo haber llamado XYZ a lo que llamamos 'agua', mientras que él o sus sucesores no habrían llamado al agua XYZ en 1800 o 1850, no significa que el 'significado' de 'agua' cambió para el hablante medio en el intervalo. En 1750 o en 1850 o en 1950 uno pudo haber señalado, digamos, el líquido en el Lago Michigan como un ejemplo de 'agua'.[11]

A partir de este ejemplo, Putnam muestra que los significados "no dependen de la mente". Cuando enseñamos el significado de la palabra 'agua', lo que hacemos es "enfocar" ciertas muestras (lo que Putnam denomina el componente indexical[12]). Una sustancia que no se comporte como en estos ejemplos no será considerada la misma sustancia. La representación mental de un individuo en un mundo puede ser "cualitativamente" idéntica a la representación mental de un individuo en otro mundo posible. Pero, según hemos visto, las materias son

[11] PUTNAM, H. "The Meaning of 'Meaning'". En *Mind, Language and Reality*. *Op. Cit.*; p. 225.

[12] Palabras como 'ahora', 'esto', 'aquí' son identificadas como *indexicales,* –indicadoras o señaladoras; tienen una extensión que varía de contexto en contexto o de indicación en indicación.

diferentes: agua es H_2O en uno y XYZ en otro. Por lo cual las representaciones mentales de los individuos no determinan el significado del término:

> Puesto que los dos criterios diferentes eran indexicales, pudieron asociarse con representaciones mentales idénticas en la cabeza de los hablantes de dos comunidades distintas y, no obstante, escoger sustancias diferentes (de igual modo, la representación mental del conductor de este autobús puede ser idéntica en cualidad en dos cabezas distintas y no obstante señalar a diferentes individuos).[13]

La propuesta de Putnam extiende la designación rígida a los nombres de substancias y especies, pero ¿cómo se fija la extensión de un nombre de especie natural? La hipótesis de Putnam es la siguiente:

> … existe una división lingüística del trabajo. El lenguaje es una forma de actividad cooperativa y no una actividad esencialmente individual […] la referencia se fija socialmente y no está determinada por las condiciones u objetos de los cerebros/mentes individuales.[14]

No son los individuos "normales" los que fijan la extensión de un término. La extensión la fijan los expertos[15]; por ejemplo, la extensión del término 'oro' la fijan los joyeros o, en última instancia, los químicos. Por supuesto, esto no quiere decir que los procedimientos operacionales que utilicen los joyeros o los químicos para determinar lo que es el oro se han de identificar con el significado del término 'oro'. Supongamos ahora que alguien nos pregunta por el significado de 'oro' o de 'brócoli'; ¿cómo le respondemos? Simplemente le damos unos cuantos rasgos característicos que tienen los objetos que conforman la clase natural: "el oro es un metal blando, brillante, de color amarillo, etc.". ¿Cuál es el significado de 'brócoli'?: "un vegetal con abundantes cabezas florales carnosas de color verde, dispuestas en forma de árbol, de olor característico, etc.". Putnam llama *estereotipos*[16] a todos estos rasgos característicos que damos

---

[13] PUTNAM, H. *Representación y Realidad* (Traducido por G. Ventureira, 1990). Barcelona: Gedisa; 1988. pp. 65-66.

[14] *Ibíd*, p. 54. También aparece esta opinión en: "The Meaning of 'Meaning'", *Op. Cit*. p. 245: "We have now seen that the extension of a term is not fixed by a concept that the individual speaker has in his head, and this is true both because extension is, in general, determined socially –there is division of linguistic labor as much of "real" labor– and because extension is, in part, determined indexically. The extension of our terms depends upon the actual nature of the particular things that serve as paradigms, and this actual nature in not, in general, fully known to the speaker. Traditional semantic theory leaves out only two contributions to the determination of extension –the contributions of society and contribution of the real world!". "HIPOTHESIS OF THE UNIVERSALITY OF THE DIVISION OF LINGUISTIC LABOR: Every linguistic community exemplifies the sort of division of linguistic labor just described: that is, possesses at least some terms whose associated 'criteria' are known only to a subset of the speakers who acquire the terms, and whose use by other speakers depends upon a structured cooperation between them and the speakers in the relevant subsets".

[15] PUTNAM, H. "The Meaning of 'Meaning'". *Op. Cit*.; pp. 229 y ss.

[16] *Ibíd*, pp. 245 y ss.

cuando se nos pregunta por el significado de una expresión y no han de confundirse con los significados, los estereotipos pueden cambiar, los significados incluyen todas las características que tienen todos los objetos que caen bajo un mismo término y son inmutables.

La propuesta de Putnam nos indica que el significado es un problema de varios componentes. Uno de los componentes más importantes es la referencia: el significado solo fija la referencia en tanto esta es un componente de aquel, pero no porque el significado sea en sí mismo un mecanismo para fijar la referencia. Los mecanismos para fijarla consideran los criterios de los expertos, que no siempre forman parte del significado, y los estereotipos o conjuntos canónicos de creencias o creencias idealizadas que se vinculan con el término (por ejemplo, la creencia de que los tigres tienen normalmente rayas anaranjadas y negras forma parte de nuestro estereotipo de lo designado por ‘tigre’). Los estereotipos no son necesarios para fijar la extensión de un término; los especialistas pueden lograr esto y a menudo lo hacen mediante el empleo de criterios que no forman parte del significado. Dijo Putnam:

> Parece extraño que el mismo estereotipo pueda estar asociado a géneros diferentes […]. Todo lo que sé sobre el aluminio es que se trata de un material ligero con el cual se fabrican ollas y cazuelas, y que no parece oxidarse […]. Por lo que entiendo del asunto, cada una de estas características también pueden adaptarse al molibdeno.[17]

El estereotipo vinculado con ‘oro’, por ejemplo, carece de toda utilidad para fijar la extensión de esa palabra[18]. De ahí que Putnam estipule su llamado *Principio de caridad* o *Principio del beneficio de la duda* que:

> … es simplemente el principio según el cual deberíamos conceder al denominante o al experto relevante […] el beneficio de la duda asumiendo que aceptaría modificaciones razonables de su descripción.[19]

El beneficio de la duda admite que las creencias vinculadas con un término, sus estereotipos, pueden cambiar. Varios ejemplos de la aplicación del principio de caridad nos lo proporciona Putnam:

> … es un hecho que podemos asignar un referente al ‘campo gravitacional’ de la teoría newtoniana desde el punto de vista de la teoría de la relatividad (aunque no al ‘éter’ ni al ‘flogisto’); un referente al ‘gene’ de Mendel desde el punto de vista de la biología molecular

[17] *Ibíd.*
[18] PUTNAM, H. *El significado y las… Op. Cit.*; p.136.
[19] PUTNAM, H. “Language and Reality”. En *Mind, Language and Reality*. *Op. Cit.*; p. 275.

de hoy, y un referente al átomo de Dalton desde el punto de vista de la mecánica cuántica. Estas asignaciones retrospectivas dependen de lo que ha sido llamado el 'principio de beneficio de la duda' o el 'principio de caridad', pero no de una 'caridad' irrazonable. Indudablemente el 'gene' del que habla la biología molecular es el gene (o más bien el factor) al que Mendel quería aludir; ciertamente se trata de lo que debió querer decir.[20]

… no hay nada en el mundo que corresponda exactamente a la descripción de Bohr-Rutherford de electrón. Pero hay partículas que aproximadamente coinciden con la descripción de Bohr: tienen la misma carga, la misma masa, y tienen los efectos que Bohr y Rutherford supusieron para los "electrones"; por ejemplo, la corriente eléctrica en un cable es un flujo de esas partículas. El principio de beneficio de la duda prescribe que supongamos que Bohr se estaba refiriendo a estas partículas. […] Si Bohr no hubiera concedido el beneficio de la duda a su propia teoría anterior (el período Bohr-Rutherford), no hubiera seguido usando el término "electrón" cuando participó en la invención de la mecánica cuántica.[21]

No existe un procedimiento efectivo que determine qué aspecto del significado de un término ha cambiado, estereotipos o referencia, por lo que hay que aceptar, según el principio del beneficio de la duda, otras expresiones del lenguaje. De tal forma, pareciera que Putnam preconiza una forma de holismo semántico al proponer la idea de que nuestras creencias sean contrastadas en marcos teóricos más amplios, (en todo caso no sabríamos localmente, por el principio del beneficio de la duda, si lo qué haría falsa una creencia son las teorías o las hipótesis auxiliares, que Putnam llamó estereotipos, o si nos estamos refiriendo los mismos objetos).

Putnam resume su explicación del significado para los nombres propios y de géneros de especies naturales de la siguiente manera:

Brevemente, mi propuesta es definir 'significado', no seleccionando un objeto que sea identificado con el significado (aunque, si uno insiste, se puede hacer algo en el usual estilo conjuntista), sino especificando una forma normal (o, como se quiera, un tipo de forma normal) de la descripción del significado. Si sabemos lo que debe ser una 'descripción normal de la forma' del significado de una palabra, entonces, en lo que a mí concierne, conocemos qué es el significado en cualquier sentido científico interesante.

Mi propuesta es que la descripción de la forma normal del significado de una palabra debe ser una secuencia finita, o 'vector', cuyos componentes deben incluir ciertamente los siguientes […]: (1) Las marcas sintácticas que se aplican a la palabra, por ejemplo, 'nombre'; (2) Las marcas semánticas que se aplican a la palabra, por ejemplo, 'animal', 'período de tiempo'; (3) una descripción de las propiedades adicionales del estereotipo, si hay alguno; (4) una descripción de la extensión.

La siguiente convención es parte de esta propuesta: todos los componentes del vector

[20] PUTNAM, H. *El significado y las… Op. Cit.*; p. 33.
[21] PUTNAM, H. *El significado y las… Op. Cit.*; p. 24.

representan una hipótesis sobre la capacidad del hablante individual, excepto la extensión. Así la forma normal de la descripción de 'agua' puede ser, en parte:

Marcas Sintácticas	Marcas Semánticas	Estereotipo	Extensión
Nombre de masa o de objeto concreto	Tipo natural; líquido	incoloro; transparente; insípido; quita la sed; etc.	H_2O (con o sin impurezas)

Esto no significa que ese conocimiento del hecho de que el agua es H_2O se está imputando a un hablante individual o a una sociedad. Significa que (decimos) que la extensión del término 'agua' que ellos (los hablantes en cuestión) utilizan es de hecho H_2O.[22]

Podemos conjeturar, por lo tanto, que para Putnam la división lingüística del trabajo evitaría, en principio, la trivialidad o falsedad de la consideración causal a la cual estaría expuesta la propuesta de Kripke.

Teoría de la verdad

La semántica de Kripke y Putnam tiene ciertas consecuencias peculiares con respecto a la teoría de la verdad: podría interpretarse que ciertas oraciones son contingentes conocidas *a priori*. Consideremos el ejemplo anterior dado por Kripke en el cual Leverrier fija la referencia de Neptuno por medio de una descripción. Una vez que se identificó a Neptuno como el planeta que causó tales y tales discrepancias en las órbitas de otros planetas:

> … se sostiene una equivalencia material *a priori* entre "Neptuno existe" y "algún planeta que perturba la órbita de tal y cual planeta existe en tal y cual posición" y declaraciones tales como "si tales y cuales perturbaciones son causadas por un planeta, es causado por Neptuno" también tenían el estado de verdades *a priori*. Sin embargo, no eran verdades necesarias, puesto que "Neptuno" fue introducido como nombre que señalaba rígidamente cierto planeta. Leverrier podría haber creído que si Neptuno hubiera sido golpeado un millón años atrás en la trayectoria que sigue, no causaría perturbación alguna e incluso que otro objeto pudo haber causado las perturbaciones en su lugar.[23]

Otra peculiaridad de la semántica de Kripke y Putnam es que ciertos enunciados pueden ser interpretados como metafísicamente necesarios (esto es, verdaderos en todos los mundos posibles) y, desde el punto de vista epistemológico, como contingentes. Consideremos, por ejemplo, el enunciado "el agua es H_2O". En este caso se usa tanto el término "agua" como la expresión "H_2O" como designaciones rígidas de cierto líquido. Puesto que el agua es, de hecho,

[22] PUTNAM, H. "The Meaning of 'Meaning'". *Op. Cit*.; p. 269.
[23] KRIPKE, S. "Naming and… *Op. cit*. pp. 347-8 (Nota 33).

H_2O y la designación es rígida, debe ser necesario que el agua sea H_2O. ¿Qué propiedades, aparte de algunas triviales como la identidad consigo mismo, tiene que tener este compuesto si existe de alguna manera y, si no las tuviera, no sería tal? Aunque sea necesario que el agua, si de alguna manera existe, no está hecha de XYZ, ciertamente esto no es algo que conozcamos *a priori*. Lo que sabemos es que, en primer lugar, el agua no está compuesta de XYZ; las teorías en este mundo actual nos indican que está compuesta por H_2O. Hasta aquí, todo enunciado sobre el agua es *a posteriori*. No podemos decir *a priori* si el agua es XYZ o no, pero, una vez que se establece *a posteriori*, entonces es clara la verdad *a priori* de que necesariamente no está hecha de XYZ. En otras palabras, si P es el enunciado según el cual el agua no está compuesta de XYZ, *a priori* tenemos un condicional de la forma "si P, entonces necesariamente P": "Si el agua no está compuesta por XYZ, necesariamente no está compuesta de XYZ". Lo cual en conjunción con el enunciado "el agua no está compuesta de XYZ" nos permite concluir, por *modus ponens*, que "es necesario que el agua no está compuesta de XYZ" y esta conclusión es *a posteriori*, ya que una de las premisas en que se basa el razonamiento es *a posteriori*. De esta manera, la noción de propiedades esenciales puede mantenerse siempre y cuando se distingan las nociones de verdad a priori y verdad necesaria.

Los enunciados verdaderos contingentes conocidos *a priori* y los necesarios conocidos *a priori* son una peculiaridad de la semántica realista considerada. Una peculiaridad que trasluce la existencia de esencias: esas cosas exteriores a nosotros que revelan la "verdadera naturaleza de las cosas".

Epistemología

La semántica realista intenta proporcionar una base sólida al realismo científico mediante una interpretación epistemológica de las tesis semánticas en términos realistas. Por lo que hemos visto, podemos afirmar que la semántica realista de Kripke y Putnam considera a la referencia como uno de los principales componentes del "vector" significado y asume una estructura real del mundo, susceptible de ser conocida. En términos del realismo científico, *los términos de una ciencia desarrollada normalmente refieren esas cosas que son exteriores a mí y que, precisamente, son el objeto de su estudio*.

También podemos decir, en términos realistas científicos, que la consideración de los estereotipos y su cambio a través del tiempo, en conjunción con el principio del beneficio de la duda, tratan de fundamentar una versión *acumulativa del conocimiento*, ya que *si una teoría T_1 conduce a predicciones falsas en determinadas áreas, entonces para que la teoría que la substituye T_2 tenga posibilidades de ser verdadera, las leyes de T_1, juzgadas desde el punto de vista de T_2, tienen que ser aproximadamente verdaderas.*

La aceptación de la tesis del anclaje referencial por medio del acto bautismal o por medio de una descripción, las cadenas causales de comunicación, la determinación de la extensión por medio del componente indexical, la aceptación de enunciados de identidad necesarios conocidos a posteriori y el principio de caridad, sugieren que *si los términos de una teoría T_1 tienen referentes, entonces a la luz de una teoría substitutiva T_2 habría que poder asignar referentes a los términos de T_1 a partir de T_2, más allá de cualquier revolución científica* (recuérdese el ejemplo de Putnam según el cual podemos asignar un referente al término 'gene' acuñado en la teoría de Mendel, desde el punto de vista de la biología molecular). Esto último puede ser interpretado desde el enfoque epistemológico como la tesis según la cual *la referencia de la mayoría de los términos centrales de la mayoría de las teorías científicas permanece fija, a pesar de que esas teorías se alteren substancialmente o incluso sean sustituidas por otras, porque hay modos de determinarlas que son inalterables a pesar del cambio de teorías.*

En suma, una interpretación epistemológica de la semántica realista es que *no existe una divergencia radical de significado entre los términos básicos de dos teorías "verdaderas" que estudian los mismos fenómenos, pues la referencia de tales términos básicos puede especificarse mediante ciertos criterios "objetivos"* (bautizos donde la referencia se fija socialmente y no está determinada por las condiciones u objetos de las mentes individuales, y cadenas causales que transmiten esa referencia generación tras generación). Pero esto implica que *puede formularse una regla de traducción* (basada en las cadenas causales, que nos indican la referencia que se fijó de los términos básicos en el acto bautismal y en el cambio de estereotipos) *que permita la sustitución salva veritate de un término perteneciente a una teoría substitutiva T_2 en las oraciones de una teoría substituida T_1*. Además, si estudiamos atentamente el proceso histórico del cambio de estereotipos y la evolución de la cadena causal que transmite la referencia, tal traducción tiene la posibilidad de ser *radical*. Citemos algunos ejemplos de Putnam que ilustran la adecuación de este punto:

> … una razón natural de la forma en que las teorías científicas se suceden entre sí –digamos, cómo la relatividad de Einstein llegó a ser sucesora de la gravitación universal de Newton–, es que una explicación parcialmente correcta o incorrecta de un objeto teórico –como el campo gravitacional o la estructura métrica del espacio-tiempo o ambos–, se sustituye por una explicación *mejor* del mismo objeto u objetos. Pero si éstos no poseen existencia real, entonces es un *milagro* que una teoría que habla de acción gravitacional a distancia prediga fenómenos con éxito; y el hecho de que las leyes de la teoría anterior sean derivables 'en el límite' de las leyes de la posterior no tiene ninguna significación metodológica[24];

> … es un hecho que podemos asignar un referente al 'campo gravitacional' de la teoría newtoniana *desde el punto de vista* de la teoría de la relatividad (aunque no al 'éter' ni al 'flogisto'); un referente al 'gene' de Mendel desde el punto de vista de la biología molecular de hoy, y un referente al átomo de Dalton desde el punto de vista de la mecánica cuántica. Estas asignaciones retrospectivas dependen de lo que ha sido llamado el 'principio de beneficio de la duda' o el 'principio de caridad', pero no de una 'caridad' *irrazonable*. Indudablemente el 'gene' del que habla la biología molecular es el gene (o más bien el factor) al que Mendel *quería* aducir; ciertamente se trata de lo que debió querer decir. Repito que en caso de creer que los términos de T_1 tienen referente (y en mi supuesto, mi teoría semántica incorpora el principio del beneficio de la duda), entonces el hecho de que T_2 deba poseer esa propiedad, la de que *desde su punto de vista* sea capaz de asignar referentes a los términos de T_1, representará una restricción, es decir limitará la clase de teorías que pueden incorporarse a ella.[25]

Hacking parece respaldar este punto nuevamente apelando a otro caso histórico:

> Consideremos a David Brewster (1781-1868). Brewster fue una de las figuras máximas en la óptica experimental entre 1810 y 1840. El trabajo de Brewster estableció el material en que se basó mucho de la futura teoría ondulatoria de la luz. Es notorio que Brewster, si tenía alguna teoría, estaba basada en las ideas de Newton de la luz como rayos de corpúsculos; sin embargo, lo que él hacía era tratar de comprender como se comportaba la luz. Brewster se mantuvo firme con la teoría "equivocada", mientras creaba los fenómenos experimentales que nosotros solo podemos entender con la teoría "correcta", la misma a la cual él se opuso ruidosamente. Hay que notar que él no interpretó sus logros experimentales a la luz de su teoría equivocada. Hizo algunos fenómenos para los cuales, cualquier teoría definitiva debe tomar en cuenta.[26]

La piedra angular de las distintas interpretaciones epistemológicas es el *principio de caridad*. Como indica Putnam[27], sin este principio sería casi imposible disponer de una referencia estable de las entidades teóricas, por lo que el principio contribuye a preservar la referencia a través del cambio de teorías. De ser así, el realismo científico asume que el mundo es tal como lo describen las teorías científicas verdaderas y, con ello, que el primero es cognoscible a través de las segundas. Desconocer tal posición filosófica, supondría, entre otras cosas y en la terminología

[24] PUTNAM, H. *El significado y las… Op. Cit.*; p. 30.
[25] *Ibíd*, pp. 33-34.
[26] HACKING, I. *Representing and Intervening*. Cambridge: Cambridge University Press; 1983. p.157.
[27] PUTNAM, H. "Language and Reality". *Op. Cit.*; p. 281.

de T. Kuhn, que las teorías científicas son "inconmensurables".

Críticas

Se han formulado diversas críticas a la teoría causal de la referencia en lo que respecta, específicamente, a la adecuación de la cadena causal, a la noción esencialistas de designación rígida y al aspecto bautismal. Retomemos algunas que afectan directamente a la interpretación epistemológica de la semántica realista, esto es, al realismo científico.

Una de las hipótesis más evidentes de la teoría causal de la referencia es que la referencia se puede escrutar mediante las cadenas causales de información que nos retrotraen al acto bautismal. Pero, la verificación de tal hipótesis empírica se asemejaría, según Moulines, a una historia de ciencia-ficción filológica:

> … si alguien (como Putnam) afirma que la referencia del término "agua" viene fijada mediante una ceremonia de denominación, entonces ha de estar en posición al menos en principio y aproximativamente, de decirnos cuándo y dónde tuvo lugar esa ceremonia, o sea, cuándo y dónde se empleó por primera vez una expresión filológicamente emparentada con la palabra castellana "agua". Ello implica que, si somos honestos, deberíamos investigar el uso social de los medios de expresión de una lengua indoeuropea extremadamente remota e hipotética, surgida hace milenios en algún lugar de Asia Central –una lengua a la que desafortunadamente, se la ha tragado la oscura noche de la Humanidad.[28]

Irónicamente, con respecto a algunos nombres de especies animales, podríamos sesgar la discusión haciendo acto de fe y apelando a la suma autoridad:

> Jehová Dios formó, pues, de la tierra toda bestia del campo, y toda ave de los cielos, y las trajo a Adán para que viese como las había de llamar; y todo lo que Adán llamó a los animales vivientes, ese es su nombre [Génesis, 2:19].

Esta crítica indica, desde el punto de vista del realismo científico, que *no hay manera de determinar la referencia de los términos científicos que se suponen inalterables a pesar del cambio de teorías.*

Otra crítica se dirige a la adecuación de la cadena causal. La semántica realista supone que la referencia no varía en las diversas cadenas causales de información que usamos en distintos instantes temporales. Apuntó Moulines:

[28] MOULINES, U. *Pluralidad y recursión. Estudios Epistemológicos*. Madrid: Alianza; 1991. p. 158.

> Incluso si admitiéramos la hipótesis de que se dieron en algún momento eventos introductorios referenciales para la mayoría de los términos que usamos, es altamente inverosímil suponer que la referencia determinada por esos eventos introductorios –sea ello lo que sea– haya permanecido invariable a lo largo de la historia.[29]

Esto es tanto como suponer que las teorías científicas son conmensurables porque mantienen la misma referencia de teoría en teoría. De hecho Putnam en 1978 elude este problema:

> Supongamos que tienen razón y que el 'electrón' de la teoría de Bohr (la teoría de Bohr y Rutherford formulada a principios del siglo XX) no se refiere *ahora* a lo que nosotros llamamos electrones. Entonces no se refiere a *nada* que podamos reconocer en la teoría actual y, más aún, no se refiere a *nada desde el punto de vista* de la teoría actual (desde este punto de vista, Bohr sólo pudo haberse referido a los electrones, y si no fue así, no se refirió a nada). Por consiguiente, si recurrimos a la teoría actual para contestar a la pregunta "¿hacía Bohr una referencia al emplear el término 'electrón'?", la respuesta tendría que ser 'no', según Kuhn y Feyerabend. ¿Y qué otra teoría podríamos utilizar sino nuestra teoría presente? […]. Kuhn habla como si cada teoría tuviera referencias –a saber, a su *propio* 'mundo' de entidades–, pero ello no es así para *ninguna* teoría (científica).[30]

Claramente Putnam indica que de ser cierta la inescrutabilidad de la referencia, se sigue de manera natural la tesis de la *inconmensurabilidad referencial* de teorías, tesis con la cual el Putnam de ese libro no está de acuerdo. Dijo Putnam:

> … la comparación presupone la existencia de algunas conmensurabilidades. […] Por muy diferentes que sean nuestras imágenes del conocimiento y nuestras concepciones de la racionalidad, compartimos un vasto fondo de suposiciones y creencias acerca de lo que es razonable.[31]

Pero Kuhn se opone a este punto de vista sosteniendo que la inconmensurabilidad no es trivial, pues involucra teorías que investigan un conjunto similar de fenómenos y comparten términos que también le son comunes (en el ejemplo de Putnam, 'electrón' en la teoría de Bohr y 'electrón' en la teoría actual). Según Kuhn, los científicos que debaten entre teorías sucesivas:

> … ven de manera diferente alguna de las situaciones experimentales u observacionales a las que tienen acceso. Sin embargo, como los vocabularios en que discuten de tales situaciones *constan predominantemente de los mismos términos*, tienen que estar remitiendo algunos de tales términos a la naturaleza de una manera distinta, y su comunicación, inevitablemente, resulta sólo parcial.[32]

---

[29] *Ibíd*, p. 159.
[30] PUTNAM, H. *El significado y las… Op. Cit.*;p.34.
[31] PUTNAM, H. *Reason, Truth, and History*. Cambridge: Cambridge University Press; 1981. pp. 123-124.
[32] KUHN, T. "Posdata". En *La Estructura de las Revoluciones Científicas*. (Traducido por A. Contín). México D. F.:

> Traducir una teoría o visión del mundo al propio lenguaje no es hacerla propia. Para ello hay que volverse "completamente indígena", descubrir que se está pensando y trabajando en un idioma que antes era extranjero [...]. En cambio, en algún momento del proceso de aprender a traducir, el individuo encuentra que ya ha ocurrido la transición, que él se ha deslizado al nuevo idioma sin haber tomado ninguna decisión. O bien, como muchos de quienes encontraron por primera vez, digamos, la relatividad o la mecánica cuántica siendo ya de mediana edad, se encuentra persuadido de la nueva opinión, pero, sin embargo, incapaz de internalizarla y de sentirse a gusto en el mundo al que ayuda a dar forma.[33]

Para Kuhn, las teorías científicas son *inconmensurables referencialmente de manera no-trivial* y *comparables*. Ahora bien, la constatación de la inconmensurabilidad referencial y no-trivial entre dos teorías dadas *T* y *T'* no implica que no haya nada en común entre *T* y *T'*; sin embargo, lo que puede haber en común entre ambas teorías y que permite compararlas al nivel metodológico, como una lógica en común, los estímulos sensoriales que reciben los defensores de una u otra teoría o el cálculo matemático y geométrico, no es nada que satisfaga al realista. Moulines nos proporciona el siguiente ejemplo que complementa la afirmación anterior:

> La comparabilidad de la astronomía copernicana con la ptolemaica, pongamos por caso, se resume en que tanto el astrónomo ptolemaico como el copernicano muestran un comportamiento científico similar, el cual en principio apoya la tesis de que están sujetos al mismo tipo de estimulación sensorial y hacen uso del mismo instrumento formal (la geometría euclídea y sus "derivados"): en una noche estrellada puede que ambos levanten la cabeza y señalen hacia un punto en el cielo, exclamando al unísono "¡Ahí está Venus!"; a renglón seguido, puede que hagan el mismo tipo de cálculos y dibujen figuras geométricas análogas (epiciclos, por ejemplo) sobre el papel. Y la lógica formal que implícita o explícitamente sigan en sus inferencias será muy presumiblemente la misma. Todo eso es compatible con la inconmensurabilidad que hemos supuesto entre ambas teorías. Pero nada de eso, ni los estímulos sensoriales comunes o análogos, ni su elaboración mediante los instrumentos compartidos de la lógica, el cálculo y la geometría, puede constituir la referencia de los términos comunes a ambas teorías (por ejemplo, del término "planeta"), al menos de acuerdo a las convenciones más básicas del realista.[34]

En principio, el realista científico no podría identificar la referencia de un término con los estímulos sensoriales de un individuo porque sería tanto como aceptar una postura realista ingenua con todo y sus críticas. Así, la lógica y el cálculo parecen depender de la mente y no de algo externo a nosotros. Entonces, no podemos afirmar que se puede fijar, independientemente de nuestras representaciones, la referencia de la mayoría de los términos que aparecen en las teorías científicas y, con ello, no podemos obtener la tan ansiada descripción única, última y verdadera de la realidad; aún más, de ser plausible la hipótesis empírica de que podamos fijar la referencia

FCE; 1969. p. 303.

[33] *Ibíd*, p. 310-311.

[34] MOULINES, U. *Pluralidad y…* p. 151.

por medio de un acto bautismal, su verificación, contrariamente a lo que se supone, es una razón más a favor de la inescrutabilidad de la referencia, porque se supone la hipótesis empírica altamente inverosímil de que las cadenas causales de información permanecen inalterables a lo largo de la historia. Quizás Lewis estaba consciente de este punto, dijo:

> Fundamentalmente, el realista sostiene que el éxito puede ser utilizado como una prueba de la verdad de las teorías, puesto que podemos observar directamente el éxito de una teoría, mas no su verdad.[35]

Otro grupo de críticas se dirigen a cuestionar la designación rígida y sus implicaciones esencialistas. Donnellan[36] con respecto a los enunciados contingentes conocidos *a priori*, arguye que no es necesario que interpretemos la ocurrencia de un nombre como una designación rígida; esta también puede ser interpretada como una abreviatura y, por lo tanto, lo que considera Kripke un enunciado contingente conocido *a priori* en realidad es una mera tautología. Su razonamiento sigue el ejemplo de Kripke de la designación rígida del término 'Neptuno' por medio de una descripción tal como "el planeta que causa tales y tales discrepancias en la órbita de Urano". Donnellan arguyó que Leverrier pudo creer, sin inconsistencia, alguna oración como:

(A) "Neptuno pudo haber existido y no ser la causa de las perturbaciones en la órbita de Urano".

Ahora bien, el siguiente enunciado expresa una verdad contingente:

(B) "Si Neptuno existe, Neptuno es la causa de las perturbaciones en la órbita de Urano".

que, según la propuesta de Kripke, sería una verdad contingente conocida *a priori*, porque 'Neptuno' designa a Neptuno en toda situación contrafáctica. Pero si 'Neptuno' es una abreviatura de la descripción en cuestión, entonces de (B) se obtiene, por substitución de la descripción por el nombre, una mera tautología:

(B') "Si Neptuno existe, Neptuno es Neptuno".

Y toda tautología es equivalente a cualquier otra verdad lógica. Pero las verdades lógicas

---

[35] LEWIS, P. Why the Pessimistic Induction Is a Fallacy. *Synthese, 129*, 371-380. 1991. p. 375.

[36] DONNELLAN, K. S. "The Contingent A Priori and Rigid Designators". En P. French, T. Uehling Jr. y H. Wettstein (ed.) (1979), *Contemporary Perspectives in the Philosophy of Language*. Minneapolis: Minnesota Univ. Press; 1979, pp. 45-60.

son conocidas *a priori.*

Ahora bien, el argumento no es conclusivo porque tendríamos que ser consistentes con la propuesta de Kripke y tendríamos que mostrar que ‘Neptuno’ no fue introducido como una abreviatura. La estrategia de Donnellan[37] fue, entonces, asumir que ‘Neptuno’ fue introducido como una abreviatura y explicar que también bajo esta asunción Leverrier pudo creer sin inconsistencia alguna lo que expresa (A), con lo cual se establecería que no es necesario introducir los nombres como designaciones rígidas mediante una descripción y, consecuentemente, que tampoco se justifica la admisión de enunciados contingentes conocidos *a priori*. Si sustituimos ‘Neptuno’ en (A) por una descripción equivalente, obtenemos:

(C) “La causa de la perturbación en la órbita de Urano pudo haber existido y no ser la causa de la perturbación de la órbita de Urano”.

Pero, observa Donnellan[38], el enunciado (C) es ambiguo y admite al menos dos lecturas distintas, dependiendo del alcance del operador modal, expresadas por:

(D) “Puede haber sido el caso que [la causa de la perturbación en la órbita de Urano no cause la perturbación en la órbita de Urano]”.

(E) “La causa de la perturbación en la órbita de Urano pudo haber sido tal que no fuera la causa de la perturbación de la órbita de Urano”

La oración (D) es claramente falsa y no suponemos que Leverrier creyera esta. Pero (E) expresa que el planeta que es responsable de la perturbación pudo haberse encontrado envuelto en un accidente millones de años atrás o que pudo ser otro objeto celeste el causante de la perturbación, etc.

Lo que muestra Donnellan es que si asumimos que ‘Neptuno’ fue introducido como una abreviatura, también bajo esta asunción Leverrier pudo creer sin inconsistencia alguna lo que expresa (A), con lo cual se establecería que no es necesario introducir los nombres como designaciones rígidas mediante una descripción. Y que esta diferencia del *status* de los nombres

[37] *Ibíd*, p. 47.
[38] *Ibíd*, p. 48.

no muestra que sea obligante la aceptación de enunciados contingente necesarios conocidos *a priori*. Con ello se ha puesto en duda la existencia de las esencias.

Schiffer[39], Brody[40] y Quine[41] argumentan en contra de los enunciados necesarios conocidos *a posteriori*. No obstante se nos ocurre una crítica que creemos sigue el espíritu de tales críticas, mas no su letra. Consideremos el enunciado:

(1) Agua = H_2O

El cual puede ser transformado, si consideramos que los términos 'agua' y 'H_2O' designan rígidamente, en:

(2) Necesariamente (Agua = H_2O)

En el anterior enunciado la necesidad se atribuye a la identidad de alguna cosa con otra cosa en particular y este conocimiento es *a posteriori*. Argumenta Kripke que este es un ejemplo de un enunciado necesario conocido *a posteriori*. Pero, ¿cómo establecemos la necesidad de tal identidad? Evidentemente no desde el punto de vista lógico. Esto es, si alguna noción de necesidad está involucrada no es la de necesidad lógica, es algún tipo de necesidad física y este tipo de necesidad no es más que una forma de decir que la identidad de dos términos se deriva de las premisas contingentes de una teoría científica[42]. Lo que es necesario es la derivación de la

---

[39] SCHIFFER, S. "Naming and Knowing". En French, P. *et al* (1979); pp. 62-73.
[40] BRODY, B. "Kripke on Proper Names". En French, P. *et al* (1979); pp. 75-80.
[41] QUINE, W.V.O. "Intensions Revisited". En French, P. *et al* (1979); pp. 268-274.
[42] Diremos que un acontecimiento X es *físicamente necesario* (abreviadamente '$\Box_f(X)$') si, y sólo si, la afirmación de hecho sobre dicho acontecimiento se infiere lógicamente de una teoría física exitosa. Asimismo diremos que un acontecimiento X es *físicamente posible* (abreviadamente '$\Diamond_f(X)$') si y sólo si la afirmación de hecho sobre dicho acontecimiento no contradice la teoría física en cuestión. Expresemos lo anterior simbólicamente:
<u>Definición 1</u>: Sea el conjunto **F** = $\{f_1, f_2, ..., f_n\}$ donde cada f_i es una teoría física exitosa y sea **X** una afirmación de hecho sobre un evento, por ejemplo la identidad de Agua = H_2O, entonces:
a) $\Box_{fi}(X) \leftrightarrow \Box(F \rightarrow X)$
b) $\Diamond_{fi}(X) \leftrightarrow \Diamond(F \wedge X)$
Donde entendemos por teoría física exitosa al conjunto conformado por la estructura matemática de la misma, sus modelos y el conjunto abierto de sus aplicaciones propuestas. Utilizamos la notación clásica de '$\Box$' y '$\Diamond$' para los operadores modales necesidad lógica y posibilidad lógica respectivamente.
Podemos demostrar la interdefinibilidad de las nociones en cuestión:
<u>Teorema</u>: i) $\Box_{fi}(X) \leftrightarrow \sim\Diamond_{fi}(\sim X)$
ii) $\Diamond_{fi}(X) \leftrightarrow \sim\Box_{fi}(\sim X)$
<u>Prueba</u>: i) Por definición 1-(a) tenemos: $\Box_{fi}(X) \leftrightarrow \Box(F \rightarrow X)$, dado que, por definición de operadores modales $\Box \leftrightarrow \sim\Diamond\sim$

identidad de la teoría y no la identidad misma. Así, tal identidad es contingente *a posteriori*.

Conclusión

El realismo científico no puede ser defendido, si la semántica no nos proporciona las condiciones necesarias y suficientes para establecer el anclaje referencial de manera independiente de nuestras representaciones. No obstante, el Kripke de "Naming and Necessity" y el Putnam de los volúmenes primero y segundo de sus *Philosophical Papers* presentan varias hipótesis empíricas que se asemejan a una historia de ciencia-ficción filológica o a un acto de fe: tienen su máxima expresión en la gracia del bautismo y en la carga esencial de la designación rígida. Kripke y Putnam no pueden sostener, coherentemente, que los términos de una ciencia refieren esas cosas que son exteriores a nosotros y que, precisamente, son el objeto de su estudio. Tampoco pueden defender, con razones necesarias y suficientes, que la referencia de la mayoría de los términos centrales de la mayoría de las teorías científicas permanece fija, a pesar de que esas teorías se alteren substancialmente o sean sustituidas por otras y, con ello, no proporcionan buenos argumentos para la defensa de una versión acumulativa del conocimiento; tampoco, por lo tanto, proporcionan buenos argumentos a favor de la descripción única y verdadera deseada. Tenemos que negar el punto de vista del ojo de Dios.

Sin embargo, hay elementos muy positivos en la propuesta de Kripke y de Putnam. Presentan un análisis del significado alternativo a los enfoques tradicionales; rescatan los elementos pragmáticos insoslayables en nuestra forma de comprendernos cuando usamos los lenguajes naturales o algunas teorías de manera presistemática. Creemos que son valiosas sus contribuciones en lo que respecta al uso de estereotipos, a la influencia del ambiente, al principio de caridad y al rol que juega la sociedad en la explicación de ciertos fenómenos que tienen que ver específicamente con nuestro uso del lenguaje y nuestras creencias. El principio del beneficio de la duda, con todo, parece proporcionar una buena explicación del porqué nos entendemos cuando usamos términos iguales en contextos o teorías disímiles.

, entonces: $\sim\Diamond\sim(F\rightarrow X)$. Aplicando la definición del condicional, $\sim\Diamond\ (f\ \wedge\sim X)$, y aplicando la definición 1-(b), obtenemos: $\sim\Diamond_f(\sim X)$.

ii) Por definición 1-(b) tenemos $\Diamond_{fi}(X) \leftrightarrow \Diamond\ (F\wedge X)$. Por definición de operadores modales: $\sim\Box\sim(F\wedge X)$. Aplicando la definición del condicional: $\sim\Box(F\rightarrow\sim X)$, y por definición 1-(a) obtenemos: $\sim\Box_f(\sim X)$.

Ver: BACETA, J. (1998). "Una reconstrucción conjuntista de la Teoría del Orden temporal de Grünbaum". *Episteme NS*, *18*, 5-25.

Origen y fundamentación de la Semántica de Mundos Posibles. Una aproximación a su constitución histórico-sistemática

Marcel Chavéz
(Universidad Central de Venezuela)

UCV ESCUELA DE FILOSOFÍA

apuntes filosóficos

Vol. 28 No. 55

Origen y fundamentación de la *Semántica de Mundos Posibles*. Una aproximación a su constitución histórico-sistemática

Origin and foundations of the *Posible World Semantics*. An approach to its historical-systematic constitution

Marcel Chavéz
(Universidad Central de Venezuela)

Articulo recibido: 16 de octubre de 2019.

Arbitrado: 11 de noviembre de 2019.

Resumen: La semántica de mundos posibles (SMP) se articula como una de las teorías lógicas y filosóficas más importantes de nuestro tiempo. Los célebres *mundos posibles* forman y han formado parte en las últimas décadas de la jerga filosófica de autores de la llamada corriente *analítica*. Se ha tratado, además, de una teoría apta para el tratamiento y abordaje de múltiples tópicos y problemas que han aquejado a los filósofos de todos los tiempos. Con el presente artículo, tendremos como foco de atención el origen, preparación y consolidación de SMP y sus nociones centrales de la mano de algunos de sus principales gestores.

Palabras clave: Semántica de Mundos Posibles, Modalidades, Mundo Posible, Espacio Lógico, Alternatividad/Accesibilidad.

Abstract: The possible worlds semantics (PWS) is articulated as one of the most relevant logical and philosophical theories of our time. The famous *possible worlds* form and have been part of the philosophical jargon of authors of the so-called analytical tendency in the last decades. It has also been a theory suitable for the treatment and approach of many topics and problems that have afflicted philosophers of all time. In this paper, we will focus on the origin, preparation and consolidation of PWS and its central notions by hand of some of its main representatives.

Keywords: Possible Worlds Semantics, Modalities, Possible World, Logical Space, Alternativeness/Accessibility.

1. *Introducción*

El germen de la lógica modal contemporánea, o lógica modal *formal*, se encuentra posiblemente en las investigaciones de principios del pasado siglo realizadas por Clarence Irving Lewis.

Una articulación de la lógica modal empieza a gestarse, en efecto, con la obra del lógico y filósofo norteamericano. Lewis ofrece, a este propósito, un análisis del *condicional* en términos de *condicional estricto* (⥽) en el que interviene un operador modal; la introducción de tal condicional obedece, principalmente, a un tratamiento más *intuitivo* de nuestros condicionales, por una parte, y, por otra, a la resolución de *paradojas* a las que parece llevar el uso de la llamada *implicación material* (aunque el uso del condicional estricto conduzca, igualmente, a otros problemas)[1].

El enfoque de Lewis para un sistema de lógica modal (junto con Cooper Harold Langford en *Symbolic Logic*, 1932), no obstante, resultaba ser eminentemente *sintáctico*; ninguna noción semántica en la obra de autor, y muchos de aquellos que le sucedieron en lo inmediato, estaba clara y estrictamente definida o caracterizada.

De esta forma, la falta de rigor semántico previo a la fundamentación proporcionada por SMP para la lógica modal, condujo a un profundo escepticismo ante la misma, particularmente de la mano de Willard van Orman Quine[2]. El autor de *From a Logical Point of View*, como observa el profesor Jesús Baceta, "criticó a los contextos modales por no preservar la referencia, ya que no satisfacen la prueba extensional de la sustitución *salva veritate* y, de tal forma, no preservan la

---

[1] No nos detendremos a explicar en qué consiste uno y otro problema; nuestro interés no radica en el origen de la lógica modal, sino en la *génesis* de la semántica de mundos posibles. Para un estudio y desarrollo de la lógica modal contemporánea históricamente hablando, puede consultarse Goldblatt, Rob, "Mathematical Modal Logic: A view of its Evolution", en Gabbay, Dov& Woods, John, *Handbook of the History of Logic*, Vol. 7, Elsevier, Amsterdam, 2007, pp. 01-98; Korte, Tapio, Maunu, Ari &Aho, Tuomo, "Modal Logic from Kant to Possible Worlds Semantics", en Haaaparanta, Leila (Ed.), *The Development of Modern Logic*, Oxford University Press, New York, 2009.; y Ballarin, Roberta, "Modern Origins of Modal Logic", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2017 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/sum2017/entries/logic-modal-origins/>.

[2] Cfr. Menzel, Christopher, "Possible Worlds", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2017 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/win2017/entries/possible-worlds/>.

referencia objetiva"[3]. Esto es lo que se ha dado en llamar la *pérdida de la extensionalidad* u *opacidad referencial* con respecto a la lógica modal[4].

Sin embargo, la fundamentación semántica para la misma lograda por autores como Jaakko Hintikka y Saul Kripke, *restaura* la referencia y proporciona una rigurosa teoría mediante la cual trabajar con los conceptos modales.

Esta semántica, por demás, tiene importantes precursores que ayudaron en la modulación de algunos de sus conceptos claves; autores como Rudolf Carnap, Richard Montague, Arthur Prior o Stig Kanger, ciertamente, realizaron contribuciones fundamentales de cara a la articulación de SMP.

Bajo esta consideración, ofreceremos en lo que sigue una visión sinóptica del desarrollo de ciertas ideas que sumaron a la articulación en cuestión. Para ello, nos serviremos, entre otros, de la guía que Jack Copeland proporciona en *The Genesis of Possible Worlds Semantics*.

2. *De Wittgenstein a Carnap*

Copeland ve probable el origen de lo que él designa como *era moderna o técnica* de la semántica de mundos posibles, en la obra de Charles Sanders Peirce. Esto tiene su razón en el análisis que Peirce ofrece del *condicional* "en términos de cuantificación sobre mundos posibles"[5]. El autor norteamericano claramente indica que "el objeto de la cuantificación de una proposición hipotética es una *posibilidad*, *caso posible* o *posible estado de cosas*"[6], y que "un

[3] BACETA V., Jesús F., "Sobre la ontología de la lógica modal. La reforma metafísica de Kripke. Breve manual de semántica", en *Apuntes Filosóficos*, Vol. 27, N° 53, 2018, pp. 07-33.
[4] Quine fue, ciertamente, uno de los más duros críticos a este respecto, y aunque en su obra son diversos los lugares en los que manifiesta su impugnación hacia la lógica modal, la referencia principal la constituye el ensayo "Reference and Modality", en QUINE, W. V. O., "Referencia y modalidad" en QUINE, W. V. O., *Desde un punto de vista lógico*, Orbis, Barcelona, 1984, pp. 201-27. Uno de los problemas derivados de la lógica modal *clásica* (pre-SMP) consistía, precisamente, en que el análisis mostraba que los contextos modales eran contextos *intensionales*, i.e., contextos referencialmente opacos; sin embargo, en virtud de la fundamentación llevada a cabo por SMP para la lógica modal, resulta erróneo considerar que los contextos modales sean contextos *intensionales*; un profundo desarrollo del problema filosófico, que nosotros no abordamos ya que excede el planteamiento del presente artículo, puede encontrarse, p.e., en LO MONACO, Vincenzo Piero, *La nueva metafísica de la lógica modal*, CEPFHE, Caracas, 1999; o NUBIOLA, Jaime, *El compromiso esencialista de la lógica modal. Estudio de Quine y Kripke*, EUNSA, Navarra, 1991.
[5] COPELAND, B. Jack, "The Genesis of Possible Worlds Semantics", en *Journal of Philosophical Logic*, 31, 2002, pp. 99-137.
[6] Citado por Jack Copeland en *Loc cit*.

condicional filoniano [si *A* entonces *B*] se expresa diciendo, 'En cualquier estado de cosas *i*, o [*A*] no es verdadero [en *i*] o [*B*] es verdadero [en *i*]"[7].

Sin embargo, sin desmerecer la destacable caracterización de Peirce que, en buena medida, anticipa a Wittgenstein, debemos hacer notar que el camino que tomó la lógica modal en el pasado siglo es de mayor prolongación, pero también debe advertirse que el desarrollo llevado a cabo por tal lógica, desarrollo que permitiría la articulación de una semántica modal formal en sentido riguroso, es de mayor complejidad.

En estas coordenadas, Copeland observa que

> Hay tres hilos principales en la historia de la semántica de mundos posibles. Primero, está la idea de que las modalidades deben ser analizadas en términos de cuantificación sobre *possibilia*. En segundo lugar, está el uso de la relación binaria (o equivalente). A menudo descrita como una relación de accesibilidad entre mundos, esta es la clave para obtener una semántica para sistemas más débiles que el sistema S5 de Lewis […] El tercer hilo […] consiste en la búsqueda de pruebas de completitud.[8]

Ahora, ¿qué aporta Ludwig Wittgenstein en esta dirección? El autor del *Tractatus* realiza una serie de observaciones no sólo pertinentes en relación a las modalidades, sino, también, influyentes. Desde temprano, en *Notas sobre lógica*, se encontrarían en Wittgenstein "los destellos del enfoque de la matriz (o tabla de verdad) de mundos posibles"[9]. El autor austríaco piensa aquí que "si formáramos todas las proposiciones atómicas, el mundo se describiría completamente si declaráramos la verdad o falsedad de cada una"[10]; aún no tenemos en esta instancia las *posibilidades de verdad* que se ejemplifican en el *espacio lógico* (*logischer Raum*) según el *Tractatus*, pero se avanzan los presupuestos para ello. En el *Diario filosófico* (*Notebooks*), asimismo, se vinculan las nociones de *tautología* y *contradicción* con el rango de

---

[7] *Loc cit*. Un *condicional filoniano* es idéntico a nuestro usual condicional (→), que no *implicación material*: se trata de aquel juntor, conectiva lógica o función veritativa que, en una tabla de verdad, resulta ser falsa sólo cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso:

p	q	p	→	q
V	V		V	
V	F		F	
F	V		V	
F	F		V	

[8] *Ibíd*. Cursivas nuestras.
[9] *Ibíd*.
[10] Citado por Copeland en *Loc cit*.

posibilidades, indicándose que en una, cada posibilidad se admite de antemano, mientras que en la otra ninguna posibilidad puede presentarse, respectivamente[11].

En el *Tractatus*, Wittgenstein organiza *sistemáticamente* las reflexiones precedentes. En la obra de 1921, se consideran las condiciones de verdad de las proposiciones vía esquemas (tablas de verdad) y, con ello, se piensa en las posibles combinaciones de estados de cosas. Desde esta perspectiva, resultan centrales las nociones antes mencionadas de *posibilidades de verdad* y de *espacio lógico*. En los primeros compases del *Tractatus* se refiere a la última de estas nociones al afirmarse que "los hechos en el *espacio lógico* son el mundo"[12], pero, ¿qué entiende el autor por *espacio lógico*? Este no es más que el espacio de posibilidades que configura estados de cosas que podrán, o no, ser el caso, de modo que en el espacio lógico se representan situaciones posibles. Así, p.e., si decimos "llueve", y representamos tal estado de cosas mediante la letra proposicional 'p', las posibilidades de verdad de *p* serían el propio estado de cosas que *p* describe ("llueve"), por una parte y, por otra, su negación ("no llueve"); estas posibilidades de verdad conforman en el presente caso el espacio lógico, i.e., las posibles configuraciones de estados de cosas; ciertamente, las posibilidades que se nos presentan en el ejemplo son que "llueva" o que "no llueva". Tales posibilidades de verdad en el espacio lógico también pueden ser llamadas *lugares lógicos* (en dicho espacio); así, Wittgenstein indica que "una proposición determina un lugar en el espacio lógico. La existencia de ese lugar lógico está garantizada únicamente por la existencia de las partes constituyentes, por la existencia de la proposición con sentido"[13], tal lugar es, entonces, una posibilidad de existencia de un estado de cosas ("llueve", "no llueve")[14], posibilidades que determinan el sentido de una proposición según se adecúe o no con aquellas[15]. Las combinaciones de estados de cosas posibles (las posibilidades de verdad[16]) constituyen el espacio lógico; este se puede representar mediante el uso de esquemas o tablas de verdad. Así, dado nuestro anterior ejemplo, podemos señalar lo siguiente:

[11] Cfr. *Ibíd*.
[12] WITTGENSTEIN, Ludwig, *Tractatus logico-philosophicus*, 1.13. Cursivas nuestras.
[13] *Ibíd*, 3.4.
[14] Cfr. *Ibíd*, 3.42.
[15] Cfr. *Ibíd*, 4.2.
[16] Cfr. *Ibíd*, 4.28.

p
V
F

Posibilidades de verdad

Espacio lógico

Cada posibilidad de verdad, por tanto, articula la totalidad del espacio lógico como combinación de estados de cosas posibles. Si dijésemos "Si llueve, entonces ocurre un apagón", representando la proposición por '$p \rightarrow q$' (p: "llueve"; q: "ocurre un apagón"), nuestra tabla sería:

p	*q*	*p*	→	*q*
V	V		V	
V	F		F	
F	V		V	
F	F		V	

Espacio lógico

En los casos de tautologicidad y contradicción, por otra parte, o "la proposición es verdadera para todas las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales" o "la proposición es falsa para todas las posibilidades de verdad"[17], respectivamente. Las condiciones de verdad en una tabla se muestran del siguiente modo:

[17] *Ibíd*, 4.46.

Tautología

p	$\vee$	$\neg p$
V	V	F
F	V	V

Contradicción

p	$\wedge$	$\neg p$
V	F	F
F	F	V

Los posibles estados de cosas que se presentan en el espacio lógico, pueden entenderse, a su vez, como posibles *descripciones de estados*. Tal noción es del uso de Rudolf Carnap, quien, a partir de las ideas de Wittgenstein, desarrolla "una semántica formal para S5"[18]. Pero, notémoslo ya, aquello que se ejemplifica en el espacio lógico como posibles combinaciones que modulan estados de cosas, anticipa la noción semántica de *mundo posible*. La serie de posibilidades que se presentan como posibilidades de verdad, en efecto, constituyen el espacio lógico de los mundos posibles, y los mundos posibles abarcan, asimismo, todas las posibilidades que se presentan o representan en el espacio lógico; con este, pues, logramos una distribución de los estados de cosas como *mundos posibles*[19]. El espacio lógico, así, distribuye la totalidad de nuestra ontología.

La semántica de mundos posibles le debe también, en su constitución histórica, a los trabajos realizados por Robert Feys y John Charles Chenoweth McKinsey. Feys proporcionó un análisis de las modalidades en términos de *casos posibles*, como aquellos casos en los que un enunciado puede ser verdadero; uno, así, "puede imaginar tantas 'concepciones posibles' de la verdad como uno pueda tener combinaciones reconciliables (composibles) de todos los juicios concebibles"[20]. Con base en esto, Feys define a las modalidades aléticas del siguiente modo. Sea $\mathcal{W}$ la "totalidad de todas las posibles concepciones de verdad, de todos los casos donde algunas proposiciones son verdaderas":

[18] *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.
[19] Cfr. BACETA V., Jesús F., *De cómo la forma y la materia de Aristóteles mudan en la función y el objeto de Frege*, p. 10.
[20] Citado por Copeland en *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.

(a) $A=\emptyset$. La proposición A no es verdadera en ningún caso. A es absurdo, *imposible*.

(b) $A\neq\emptyset$. La clase de casos donde A es verdadera no es vacía. La proposición A es posible.

(c) $A=\mathcal{W}$. A es verdadera en la totalidad de casos posibles. La proposición A es necesaria.

(d) $A\neq\mathcal{W}$. La clase de casos donde A es verdadera no coincide con la totalidad de casos posibles. A es contingente[21].

Estos *casos posibles* pueden entenderse, en efecto, como *mundos*. Como notaremos más adelante, la definición que Feys recoge de las modalidades se acerca mucho al modo en que las mismas se codifican en SMP desde la segunda mitad del pasado siglo. El autor, asimismo, avanzó la idea de *caso-abstracto* la cual guarda notables semejanzas con los *casos posibles*, pero que, según el propio Feys interpreta, se distancia de la idea de *mundo posible*[22].

McKinsey, por su parte, ofreció, con base en el trabajo de Carnap, una definición de posibilidad tal que, dado un conjunto S de sustituciones, una oración se dice posible si alguna sustitución del conjunto la convierte en una oración verdadera[23]. Asimismo, sobre la base del conjunto de sustituciones S, McKinsey obtuvo resultados de corrección en términos funcionales para S4 y S5 al proporcionar una serie de condiciones sobre S[24].

La labor de Carnap, por otra parte, constituyó no solo una aportación destacable para la semántica de mundos posibles, sino una notable contribución para toda la lógica modal. El filósofo y lógico alemán proporciona, tanto en *Modalities and Quantification* como en *Meaning and Necessity*, fundamentos para la articulación semántica de la mentada lógica. De hecho, *Meaning and Necessity* supone el giro semántico que deja atrás el enfoque eminentemente sintáctico del autor representado en *The Logical Syntax of Language*. En aquélla obra, Carnap hace un tratamiento de "la modalidad 'L-verdad' ['verdad lógica' o 'lógicamente verdadera'], la

[21] Citado por Copeland en *Ibíd.* Cambiamos la notación de Feys por una conjuntista más actual. Donde utilizamos 'A' para representar una metavariable para proposiciones, Feys utiliza 'P' (es claro que en el contexto, el uso de 'P' por parte de Feys alude a proposiciones, así que el cambio obedece, simplemente, a la posibilidad de que se confunda 'P' con un predicado o *propiedad* de la lógica cuantificacional. Donde Feys utiliza '0', nosotros hacemos uso del símbolo '$\emptyset$' para representar un conjunto o clase vacía. Por último, donde Feys hace uso de 'Ω' como símbolo para la "totalidad de todas las posibles concepciones de verdad, de todos los casos donde algunas proposiciones son verdaderas", nosotros usamos '$\mathcal{W}$' (como veremos más adelante, '$\mathcal{W}$' puede ser entendido como "un conjunto no vacío de mundos posibles", o como el producto cartesiano sobre el universo del discurso 'U', $U\times U$.

[22] Cfr. *Ibíd.*

[23] Cfr. *Ibíd.* Hoy día estaríamos más tentados a decir que una proposición u oración es *posible*s yss tal proposición es verdadera en un mundo posible $w\in\mathcal{W}$; aunque esta, no obstante, no sería una definición del todo rigurosa.

[24] Cfr. *Ibíd.*

cual, dice, 'se entiende como un *explicatum* de lo que Leibniz llamó *verdad necesaria* y Kant, *verdad analítica*'" [25]; esta "definición conduce al resultado de que una oración en un sistema semántico es L-verdadera si y sólo si las reglas semánticas del sistema son suficientes para establecer su verdad"[26], i.e., si solamente las reglas semánticas son suficientes para establecer su valor de verdad "sin referencia a ningún hecho (extra-lingüístico)"[27]. Tal presentación para L-verdad, como indica Carnap en el parágrafo 2-1 de los L-Conceptos, a modo de *convención*, no es una definición de verdad, sino "una formulación informal de una condición que toda definición propuesta de L-verdad debe cumplir para ser adecuada como una explicación para nuestro *explicandum*"[28].

Una oración L-verdadera o *analítica* será así, igualmente, una oración *necesariamente* verdadera; podríamos decir, por tanto, verdadera en todo mundo posible[29]. En efecto, si "nuestras descripciones de estado representan los mundos posibles, esto significa que una oración es lógicamente verdadera si se mantiene en todas las descripciones de estado"[30]. Adicionalmente, debemos notar, como destaca Steve Awodey, que el "tratamiento dado por Carnap de la conexión entre la L-verdad y la necesidad, fue solo un pequeño paso para el tratamiento de la necesidad como verdad a través de un rango de interpretaciones –verdad "en todos los mundos posibles"– una vez que la noción de validez como verdad en todos los modelos había sido formulada"[31].

La definición de L-verdad, según puntualiza Carnap en *Modalities and Quantification*, se basa "la concepción de Wittgenstein de la naturaleza de la verdad lógica"[32]. Sobre esta base, Copeland observa que el autor de *Meaning and Necessity* "ensayó una semántica de mundos posibles para S5 cuantificada, basada en la idea de una *descripción de estado*"[33]. Una descripción de estado no es más que "una clase de oraciones que representan un posible estado de cosas específico dando una descripción completa del universo de individuos con respecto a todas las

[25] *Ibíd.*
[26] CARNAP, Rudolf, *Meaning and Necessity. A Study in Semantics and Modal Logic*, The University of Chicago Press, Chicago, 1948, p. 7.
[27] *Ibíd*, p. 10.
[28] *Loc cit.* Cursivas nuestras.
[29] Cfr. *Loc cit*.
[30] *Loc cit.*
[31] AWODEY, Steve, "Carnap's quest for analyticity: the *Studies in Semantics*", en Friedman, Michael & Creath, Richard (Eds.), *The Cambridge Companion to Carnap*, Cambridge University Press, Cambridge, 2007, p. 243.
[32] CARNAP, Rudolf, "Modalities and Quantification", en *The Journal of Symbolic Logic*, Vol. 11, No. 2 (Jun., 1946), pp. 33-64.
[33] *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.

propiedades y relaciones designadas por los predicados en el sistema"[34]; se trataría, como hemos observado, de un *mundo posible*. Las oraciones modales, de esta forma, se evalúan "sobre una clase única, la clase de todas las descripciones de estado, a la que [Carnap] se refirió como el *rango universal*"[35]. Las oraciones lógicamente verdaderas, o necesarias, por tanto, se mantienen en cada descripción de estado del rango universal[36], mientras que las imposibles (o lógicamente falsas), no se mantienen en ninguna descripción de estado[37].

3. *De von Wright a Montague*

Aunque la conexión entre modalidades y cuantificadores (o entre la *modalidad* y la *cuantificación*) es intuida por una serie de autores, no es hasta la obra de Georg Henrik von Wright en *An Essay in Modal Logic*, que semejante vínculo se presenta manifiestamente.

En efecto, en la obra aludida, von Wright vincula las modalidades '*necesariamente*' (□) y '*posiblemente*' (◊), con los cuantificadores '*universal*' (∀) y '*existencial*' (∃), de modo respectivo[38]; así, el lógico y filósofo nacido en Helsinki observa que

> … la lógica de las palabras "posible", "imposible" y "necesario", en otros términos, es muy similar a la lógica de las palabras "alguno", "no" y "todos". Ciertamente, no es sorprendente que esto debería ser el caso. Ya que, coloquialmente hablando, lo posible es aquello que es verdadero bajo cualquier circunstancia, lo imposible lo que no es verdadero bajo ninguna circunstancia y lo necesario lo que es verdadero bajo toda circunstancia.[39]

Estas *circunstancias* pueden interpretarse en términos de *mundos posibles*. Y, en efecto, podemos a su vez establecer relaciones de equivalencias entre cuantificadores y modalidades;

---

[34] *Op cit*., CARNAP, Rudolf, 1946, pp. 33-64.
[35] *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.
[36] Cfr. CRESSWELL, M. J., "Carnap's Modal Predicate Logic", en Mares, Edwin, Rini, Adriane (Eds.), *Logical Modalities from Aristotle to Carnap. The Story of Necessity*, Cambridge University Press, New York, 2016, pp. 300ss.
[37] Cfr. *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137. Por otra parte, "una oración se llama *L-determinada* si es L-verdadera o L-falsa; de otra forma, se llama *L-indeterminada* o *factual*. Este último concepto es un *explicatum* para lo que Kant llamó *juicios sintéticos*", *Op cit.*, CARNAP, Rudolf, 1948, p. 7. Una oración sintética se definirá, de tal forma, como una oración que no es L-determinada. A su vez, podemos hablar de oraciones empírica o factualmente verdaderas como aquellas que, siendo verdaderas, no son lógicamente verdaderas, i.e., "F-verdadera es un *explicatum* para lo que se conoce como verdad factual o sintética o contingente" *Loc cit.*; es decir, se asumirá una oración F-verdadera o sintética como aquella que, siendo verdadera en al menos una descripción de estado o mundo posible, no lo es en todo mundo posible: es, por tanto, una oración contingente. Se entiende así a esta, consiguientemente, "como un *explicatum* para lo que usualmente se llama verdad factual o sintética o contingente, en contraposición a la verdad lógica o necesaria" *Ibíd*, p. 12.
[38] Cfr. VON WRIGHT, Georg Henrik, *An Essay in Modal Logic*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1951, p. 2.
[39] *Ibíd*, p. 19.

Richard Montague lo muestra en *Logical Necessity, Physical Necessity, Ethics, and Quantifiers*, y el profesor Jesús Baceta lo sigue cuando indica que “los operadores modales □ y ◊ pueden ser interpretados como el cuantificador universal y existencial, respectivamente. Ellos son interdefinibles, tal como lo es la cuantificación existencial y la universal. El paralelismo es evidente:

∀ ≡ ¬∃¬	□ ≡ ¬◊¬
¬∀ ≡ ∃¬	¬□ ≡ ◊¬
∀¬ ≡ ¬∃	□¬ ≡ ¬◊
¬∀¬ ≡ ∃	¬□¬ ≡ ◊

”[40].

Desde la consideración del lógico finés, “el uso de tablas de verdad y formas normales como métodos de decisión en teoría cuantificacional […] pueden, con las debidas modificaciones, ser transferidas a la lógica modal”[41]; según nota Copeland, “von Wright expuso un método de tablas de verdad para las fórmulas modales, y las diversas columnas subsidiarias de la tabla muestran los valores de los disyuntos de la forma normal disyuntiva de la fórmula de destino. Como en el sistema de Wittgenstein, las combinaciones de valores de verdad corresponden a posibilidades”[42], i.e., *circunstancias, estados de cosas, descripciones de estado*, *casos posibles* o *mundos posibles*. La “forma normal disyuntiva absolutamente perfecta muestra con cuáles de un número finito de posibilidades mutuamente excluyentes y conjuntamente exhaustivas la […] oración en cuestión expresa acuerdo, y con cuáles expresa desacuerdo. Si está de acuerdo con todas las posibilidades, expresa una verdad lógica”[43]. Algo más de una década luego de la publicación de *An Essay in Modal Logic* (1951), von Wright vincula de modo claro y expreso esta última idea con las nociones de *descripciones de estados* y *mundos posible*, de modo que la distribución de valores de verdad sobre las proposiciones, que representan combinaciones

[40] *Op cit*., BACETA V., Jesús F., 2018, pp. 07-33.
[41] *Op cit*., VON WRIGHT, Georg Henrik, 1951, p. v.
[42] *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137. Cfr. *Op cit*., von Wright, Georg Henrik, 1951, pp. 14 ss.
[43] *Ibíd*, pp. 24-5.

de verdad, se ejemplifican mediante descripciones de estado o mundos posibles en el espacio lógico[44].

Montague, como mencionábamos, logró vincular cuantificador y operador modal mediante equivalencia. En *Logical Necessity, Physical Necessity, Ethics, and Quantifiers*, el autor estadounidense se propone mostrar, en este sentido, la relación entre necesidad (lógica, física y "deóntica" –*obligatoriedad*) y el cuantificador universal, pero, entre tanto, desarrolla en las breves páginas del manuscrito basado en una charla homónima, una serie de puntos básicos para un sistema modal similar a S5[45].

En este contexto, Montague "extiende una definición tarskiana de satisfacción-en-un-modelo para el caso modal. Define un modelo como una tripleta ordenada <*D*, *R*, *f*>, donde *D* es un dominio, *R* es una función que asigna una extensión apropiada (desde *D*) a cada predicado y constante individual y *f* es una función que asigna a cada variable individual un miembro de *D*"[46]; en función de tal modelo, Montague señala que "parece razonable considerar 'es lógicamente necesario que Φ' como afirmando que Φ se mantiene bajo cada asignación de extensiones a sus constantes descriptivas"[47].

Esto podría sugerirnos pensar, intuitivamente, en cierta semejanza entre la idea de asignación de extensiones a constantes descriptivas (como predicados y constantes individuales) y las descripciones de estados o los mundos posibles, aunque Montague no hable en el manuscrito en tales términos. En general, Montague expresa mediante su caracterización semántica de la necesidad lógica, lo que podríamos indicar con otros términos al hablar de *tautologicidad*, pues, en efecto, una proposición Φ es una *tautología* si para cualquier valuación $\mathcal{V}$, se cumple que $\mathcal{V}(\Phi)=V$; es decir, que para cada interpretación ("cada asignación de…"), la valuación a dicha proposición resulta ser verdadera, e indicamos que tal proposición tiene modelo en la medida en que se satisface para toda estructura o interpretación.

[44] Cfr. *Op cit.*, COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.
[45] Cfr. *Ibíd.*
[46] *Ibíd.*
[47] MONTAGUE, Richard, "Logical Necessity, Physical Necessity, Ethics, and Quantifiers", en Thomason, Richmond H. (Ed.), *Formal Philosophy. Selected Papers of Richard Montague*, Yale University Press, Massachusetts, 1974, pp. 75-6.

En términos de Montague, dada una relación binaria Q entre modelos, “donde $<D, R, f>Q<D', R', f'>$syss$D=D'$, $R=R'$ y $f'(\alpha)=f(\alpha)$ para cada variable individual α diferente de *x*. Leyendo ‘□’ como ‘*para todo x*’, la cláusula de satisfacción para el cuantificador universal se vuelve: $<D, R, f>$ satisface □Φ syss para cada modelo $\mathcal{M}$ tal que $<D, R, f>Q\mathcal{M}$, $\mathcal{M}$ satisface Φ”[48].

La caracterización o codificación de Montague está claramente inspirada en la semántica tarskiana y, como es evidente, la noción de *satisfacción* es clave en su interpretación del operador modal, y la relación que define entre este y el cuantificador. Dentro del propio sistema que elabora el autor (como indicamos, similar a S5 con cuantificación), parece elaborarse un teorema de corrección en virtud de la relación entre modelos, aunque no un teorema de completitud[49].

Ahora, tal como Copeland nota, y como el propio Montague reconoce, la relación binaria que introduce el discípulo de Tarski es una relación entre modelos, no entre mundos posibles[50]; de hecho, los modelos de Montague no constan de *mundos* (como sí lo harán los modelos de Kripke, p.e.). Montague, más que aproximarse a una fundamentación semántica de la lógica modal en términos de mundos posibles, elabora una teoría de modelos para cierto sistema de lógica modal; no obstante tal hecho, y la carencia de una noción de *mundo* en la teoría que ofrece el autor, destacan los esfuerzos a nivel metateórico llevados a cabo por el mismo, esfuerzos análogos que llevarán a Kripke o Hinttika a ofrecer una fundamentación semántica para la teoría de mundos posibles.

4. *Meredith y Prior*

Según ha insistido Copeland, el trabajo conjunto de Carew Arthur Meredith y Arthur Norman Prior constituyó un aporte esencial en la historia de la contemporánea lógica modal bajo la forma de *semántica de mundos posibles*. En tal dirección, se ha acentuado que “Prior y Carew

[48] *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137. Y *Op cit*., Montague, Richard, p. 76.
[49] *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137. Esto se debe, en términos estrictamente metateóricos, a que el sistema que Montague presenta en el manuscrito es intermedio entre el cálculo de predicados de primer y segundo orden y, como sabemos, la lógica de segundo orden no puede cumplir con la propiedad metateórica de completitud, como ha demostrado Gödel con su teorema de 1931.
[50] *Ibíd*.

Meredith divisaron una versión de la semántica de mundos posibles muchos años antes de que Kripke publicara su primer artículo sobre el tópico”[51].

Entre 1953 y 1954, Prior, como observa Copeland, parece “utilizar una relación binaria en un contexto explícitamente modal –de hecho, un contexto bimodal– y el primero en emplear una interpretación de la relación similar a la accesibilidad”[52]; Prior, en su tratamiento de proposiciones para la lógica temporal, y al cuantificar sobre momentos temporales, establece así la relación binaria entre dichos momentos[53]. El lógico y filósofo neozelandés adelantó inclusive, en una obra no publicada de principios de los 50’s del pasado siglo, “la idea de que las modalidades pueden ser analizadas en términos de cuantificación sobre *estados de cosas posibles*”[54].

Más adelante, mediante la publicación de los artículos *Possible Worlds* y *Tense Logic and the Continuity of Time*a principio de los 60’s, tal como observa Copeland, Prior “presenta una semántica de mundos posibles para K, M, S4, S4.2, S4.3, B, S5 y otros sistemas modales proposicionales”[55]. Sin embargo, a mediados de la década de los 50’s (1956), Prior y Meredith desarrollan en *Interpretations of Different Modal Logics in the “Property Calculus”* “los elementos esenciales de la semántica de mundos posibles para la lógica modal proposicional”[56].

A principios de los 50’s, Meredith “tomó la proposición modal $\Box p$ como la aserción de que p es una propiedad de cada ‘objeto’. Esta aserción, $\forall xp(x)$, y su contraparte existencial, se tomaron como propiedades poseídas por todos los objetos o por ninguno”[57]. Esta propiedad para el cálculo se extiende, en la nota de 1956, con una “relación binaria U”[58]; tal cálculo de propiedad extendida “consistió en los axiomas y reglas de la teoría de cuantificación ordinaria

[51] COPELAND, B. Jack, “Arthur Prior”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2017 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = https://plato.stanford.edu/archives/sum2017/entries/prior/.
[52] *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.
[53] Cfr. *Loc cit*. A menudo, de hecho, se tiende a interpretar las indexaciones temporales (t_1, t_2, t_3, …, t_n) en términos de *mundos posibles*; nosotros mostraremos, más adelante, nuestro particular desacuerdo con ello.
[54] *Ibíd*.
[55] *Ibíd*.
[56] *Ibíd*. También puede consultarse COPELAND, Jack, “Meredith, Prior, and the History of Possible Worlds Semantics”, en *Synthese*, (2006) 150, pp. 373–397; en donde Copeland se centra en el trabajo realizado por Prior y Meredith, y el desarrollo inmediatamente posterior en semántica de mundos posibles.
[57] *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.
[58] *Ibíd*.

complementada por […] definiciones, junto con ciertos axiomas que gobiernan la relación U"[59]. Estos axiomas (K, M, S4, S5), asimismo, se demuestran según la relación sea reflexiva, transitiva y/o simétrica[60].

No es del todo claro, no obstante, que en la nota de 1956, tanto Prior como Meredith aludan a *mundos posibles*, ya que la misma es "puramente formal y ninguna explicación filosófica se ofrece, o de la relación U o de la naturaleza de los objetos a los cuales las variables del cálculo refieren"[61]. Prior claramente piensa en *mundos posibles* a principios de los 60's cuando expresa: "supongamos que tenemos las usuales variables *p*, *q*, *r*, etc., para oraciones, y *a*, *b*, *c* para nombres de 'mundos', o el total de estado de cosas. Entonces escribimos *pa* para 'Es el caso en el mundo *a* que *p*'"[62].

Sin embargo, Copeland remarca que ya en la nota conjunta (1956), Meredith y Prior están en posesión de una interpretación de mundos posibles para su cálculo. Ello se advierte, básicamente, en su uso de las matrices (tablas) evidenciado en la literatura que precede a la nota[63].

5. *Fundamentación semántica de la lógica modal en Hintikka y Kripke*

No es poco común reconocer que la labor de fines de los 50's (s. XX) emprendida por Hintikka y Kripke (independientemente), supone la culminación de los esfuerzos por dar una fundamentación semántica para la lógica modal. Esto desembocó, igualmente, en la plena configuración de una *semántica de mundos posibles*.

A la noción central de *descripción de estado de cosas posible*, *conjunto modelo* o *mundo posible*, se le sumaba una relación binaria o diádica imprescindible para la *nueva* interpretación de las modalidades; se ofrecían criterios semánticos para la evaluación de proposiciones modales y se proporcionaban resultados metateóricos que ayudaban a sustentar, formalmente, a la nueva teoría. Con base en estas ideas se presenta usualmente a la lógica modal *vía* SMP.

---

[59] *Ibíd.*
[60] *Loc cit.*
[61] *Ibíd.*
[62] *Loc cit.*
[63] *Ibíd.*

A este propósito, Jaakko Hintikka desarrolla una serie de consideraciones en torno a la modalidad en paralelo a las investigaciones llevadas a cabo por Stig Kanger en 1957. En las breves líneas que conforman *Provability in Logic*, Kanger se introduce en lo que hoy conocemos como tradición *modelo-teórica* en lógica modal[64]. El autor sueco, como Montague, no hace uso del término *mundo posible* en su interpretación de las modalidades, y establece una relación binaria explícita entre modelos más que entre puntos o índices (mundos)[65]. En coordenadas de lógica deóntica, sí parece, no obstante, estar presente la noción bajo la forma de un *universo alternativo* (un 'estándar moral para nuestro universo')[66], así como está claramente presente la idea cuando interpreta la noción de *analiticidad* en términos de *verdadero en cada universo posible*[67]. Es de advertir, no obstante, que Kanger "no parece haber hecho ningún intento sistemático para conectar la teoría formal de modelos expuesta en su folleto de 1957 con su noción de un universo posible"[68], por ello Per Lindström destaca las diferencias entre la semántica de Kanger y la semántica de mundos posibles estándar, considerando a aquélla como una teoría modal que prescinde de *mundos*[69].

Hintikka también se introduce en la tradición modelo-teórica, pero su semántica, muy similar a la kripkeana, no se priva de la noción de *mundo*, y la relación binaria que postula opera, asimismo, entre mundos (en primera instancia, entre *estados de cosas* posibles y reales). Así como Kanger, los primeros compases de Hintikka en semántica modal versan sobre lógica [modal] deóntica.

En *Quantifiers in Deontic Logic*, el autor finés indica lo siguiente:

> ¿Qué queremos dar a entender cuando decimos que *f* es permitido? […] Cuando se habla de permisos, en realidad no hablamos, en modo alguno, del estado de cosas actual […] Decimos que un estado de cosas diferente del actual es consistentemente pensable, a saber, un estado de cosas en el cual se cumple *f* , pero en el que todas las obligaciones, sin embargo, se realizan […] Se pensó que el conjunto de fórmulas μ estaba relacionado con el estado de cosas actual […] Debemos considerar, en adición a μ, otro conjunto de fórmulas μ* relacionado con μ de una cierta forma. Esta relación se expresará diciendo que μ* es

[64] HOLMSTRÖM-HINTIKKA, GHITA, LINDSTRÖM, STEN&SLIWINSKI, RYSIEK (Eds.), *Collected Papers of Stig Kanger with Essays on his Life and Work*, Vol. I, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2001, p. xi.
[65] Cfr. *Op cit.*, Copeland, B. Jack, 2002, pp. 99-137.
[66] Cfr. *Loc cit*.
[67] Cfr. *Ibíd.*
[68] *Ibíd.*
[69] Cfr. *Op cit.*, BALLARIN, Roberta, 2017. Cfr. *Op cit.*, COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.

> *copermisible con μ*. Podemos pensar que μ* está relacionado con el estado de cosas (imaginado) en el que se suponía que *f* tomaba lugar.[70]

La cita nos dice mucho sobre las ideas en torno a modalidad que tiene y tendrá el autor. Notemos que la posibilidad (o, según el caso, *permisibilidad*) de aquello que está en el rango del operador, un hecho p.e., refiere a un estado de cosas posible, distinto del actual, en el cual el mentado hecho es el caso[71]. Por otra parte, el autor introduce una relación que se aplica entre estados de cosas, tal que el estado de cosas 'posible' en el que se cumple el posible hecho *f*, se ha de relacionar con el estado de cosas real si afirmamos efectivamente la posibilidad de *f*.

Hintikka, como destaca Copeland, "desarrolló un enfoque de satisfacibilidad por la cual un conjunto de fórmulas es satisfacible syss puede ser incluido en un conjunto modelo, i.e., un conjunto que satisface ciertas condiciones semánticas [… Por otra parte,] una fórmula *f* es válida syss{¬*f*} no es satisfacible"[72]. La relación binaria de *copermisibilidad* que el autor introduce en *Quantifiers in Deontic Logic*, sin embargo, carece en tal obra de condiciones o criterios.

Para el caso de las modalidades aléticas, Hintikka pensó en la relación binaria como una "relación de posibilidad relativa que se mantiene entre mundos posibles. [Y así,] su pensamiento sobre la lógica modal fue guiado 'desde el principio' por la idea de mundos posibles: sus conjuntos modelos formaron 'una sintaxis para [tales] mundos'"[73].

Entre 1958 y 1959, Hintikka desarrolló una prueba de completitud "para versiones de M, S4 y S5 con cuantificadores, invocando las condiciones ahora estándar en lo que él denominó una relación de *alternatividad* entre mundos posibles"[74], i.e., la relación binaria para la lógica modal alética. No obstante, la idea, ya barruntada un año antes en *Quantifiers in Deontic Logic*, como hemos visto, se perfila con mayor claridad en términos de *estados de cosas alternativos* en *Modality as Referential Multiplicity*. En este sentido, Hintikka señala que

> … la forma estándar de tratar a la lógica cuantificacional en el espíritu de la teoría de la referencia es mediante la noción de un modelo. He discutido esta noción en otro lugar y

[70] Citado por Copeland en *Op cit.*, COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.
[71] Sin embargo, aunque Hintikka claramente señale que el caso de posibilidad no aluda al estado de cosas actual, sí lo presupone: en efecto, si al decir que *f* es posible, damos a entender que "un estado de cosas diferente al actual es consistentemente pensable, y en el cual *f* se cumple", es evidente que lo que es el caso de hecho está presupuesto.
[72] *Loc cit.*
[73] *Ibíd.*
[74] *Loc cit.*

> demostré que puede ser reemplazada por la noción, ligeramente más suave, de un conjunto modelo de fórmulas lógicas. Resulta que una teoría intuitiva y poderosa de la lógica modal puede basarse sobre estas nociones. La principal novedad es que tenemos que considerar varios modelos (o conjuntos modelos) interrelacionados. Ellos corresponden a las diferentes situaciones que queremos considerar en lógica modal, y están interconectadas, en primer lugar, por una regla que dice (aproximadamente) que todo lo que es necesariamente verdadero en el estado de cosas actual, debe ser (simplemente) verdadero en todos los estados de cosas alternativos.[75]

De esta forma, podemos entender una proposición necesaria mediante la siguiente codificación (que, veremos, varía mediante la cláusula para el operador de necesidad que formula el autor): sea M una clase de conjuntos modelo (estados de cosas o mundos), μ un conjunto modelo (estado de cosas o mundo, el actual) y $\mathcal{A}$ una relación binaria entre conjuntos modelo, $\vDash_{\mu} \Box f$ syss para todo $\mu^* \in M$ tal que $\mu \mathcal{A} \mu^*$, $\vDash_{\mu^*} f$. Es decir, si afirmamos que lo expresado por una sentencia 'A' es necesario o que $\Box$A en el estado de cosas *de facto* μ, 'A' ha de ser verdadera en todo estado de cosas alternativo μ^* con respecto a μ.

También sostiene Hintikka en *Modality as Referential Multiplicity* que "los términos deben tratarse referencialmente cuando 'los operadores modales se mezclan con cuantificadores', invocando relaciones de referencia múltiple y un tratamiento epistémico a fin de lidiar con las dificultades de la opacidad"[76].

Por otra parte, Hintikka profundiza en la noción de conjunto modelo, inspirándose en Carnap, en *Modality and Quantification*; aquí el autor finés nos dice que:

> Un conjunto de fórmulas λ es satisfacible syss hay una descripción de estado en la cual todos los miembros de λ se mantienen […] Ahora, un conjunto de fórmulas μ es el conjunto de todas las fórmulas que se mantienen en alguna descripción de estado particular syss satisfacen las siguientes condiciones [sobre negación, identidad, conjunción, disyunción y los cuantificadores existencial y universal…] Llamaré un conjunto de fórmulas que satisfacen [estas condiciones…] un *conjunto modelo* […] un conjunto modelo es la contraparte formal para una descripción parcial de un estado de cosas posible (de un 'mundo posible') […] Esta idea nos ayudará a extender la noción de satisfacibilidad para conjuntos de fórmulas que pueden contener operadores modales […] Al discutir nociones como posibilidad y necesidad, tenemos que considerar qué sucede en estados de cosas diferentes al

---

[75] Citado por Copeland en *Ibíd.*
[76] *Ibíd.* Básicamente, dar respuesta a la problemática planteada por Quine en *Op cit.*, QUINE, W. V. O., 1984, pp. 201-27.

> actual. En nuestra definición de satisfacibilidad, por tanto, hemos de considerar conjuntos de conjuntos modelos. Tales conjuntos de conjuntos los llamaremos sistemas modelos[77]

Por ello se dirá, como ha observado recientemente el profesor Jesús Baceta, que Hintikka generaliza las descripciones de estado carnapianas y las denomina "'descripciones de estado extendidas', cierto tipo de conjuntos máximamente consistentes"[78].

Hintikka ofrece también cláusulas para los operadores modales de posibilidad y necesidad y, en *Modality and Quantification*, lo hace expresando preliminarmente lo siguiente: "supongamos que $\Diamond p\in\mu\in\Omega$, donde Ω es un sistema modelo (y donde $\Diamond$ se lee 'posiblemente'). Entonces claramente tenemos que exigir que *p*, que quizás no sea verdadera en el estado de cosas descrito por μ, debe, sin embargo, ser verdadera en algún otro estado de cosas que podría haberse realizado en lugar del descrito por μ"[79], i.e., verdadera en un estado de cosas *alternativo* a μ; así lo indica Hintikka: "Las descripciones de tales estados de cosas serán llamadas alternativas a μ. En otras palabras, la siguiente condición se debe satisfacer: (C.$\Diamond$*) Si $\Diamond p\in\mu\in\Omega$, entonces hay en Ω al menos una alternativa v a μ tal que p$\in v$"[80]. Asimismo, si suponemos que "$\Box p\in\mu\in\Omega$, donde Ω es un sistema modelo (y donde $\Box$ se lee 'necesariamente'). Entonces tenemos que exigir que lo que se dice que sucede necesariamente, ocurre actualmente: (C.$\Box$) Si $\Box p\in\mu$, entonces $p\in\mu$"[81].

Sin embargo, la cláusula dada en primera instancia para la necesidad, como bien destaca el autor, no agota lo que $\Box p$ usualmente viene a significar. Hintikka ofrece las siguientes condiciones:

(C. $\Box^{+}$) Si $\Box p\in\mu\in\Omega$, y si $v\in\Omega$ es una alternativa a μ, entonces p$\in v$.

y

(C. $\Box$*) Si $\Box p\in\mu\in\Omega$, si $v\in\Omega$ es una alternativa a μ, y cada variable individual libre de *p* ocurre en al menos otra fórmula de v, entonces p$\in v$.[82]

---

[77] HINTIKKA, Jaakko, "Modality and Quantification" enHintikka, Jaakko, *Models for Modalities. Selected Essays*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1969, pp. 57-60.
[78] *Op cit*., BACETA, Jesús, 2018, pp. 07-33.
[79] *Op cit*., HINTIKKA, Jaakko, "Modality and Quantification", 1969, p. 60.
[80] *Loc cit*.
[81] *Loc cit*. Lo que Hintikka enuncia es, claramente, el principio, axioma (esquema de axiomas) o teorema básico T de lógica modal, según el cual $\Box A\rightarrow A$.
[82] *Ibíd*, pp. 60-3.

Mediante la admisión de (C. $\Box^{+}$) se ‘prueban’ ciertas fórmulas cuya ‘validez’ no es posible ‘probar’ mediante la admisión de la cláusula (C. $\Box$*)[83].

En *Modality and Quantification* Hintikka muestra, a su vez, cómo la relación de *accesibilidad* expresa lo mismo que la *alternatividad* y ofrece una cláusula para un caso de necesidad en el que la relación entre mundos o estados de cosas es la primera de las mentadas. El lógico y filósofo finés también proporciona una serie de resultados metateóricos, como pruebas de corrección y completitud para diversos sistemas modales.

En *The Modes of Modality*, por otra parte, el autor repasa y detalla alguna de las ideas desarrolladas en *Modality and Quantification*. Hintikka incide en la relación de *alternatividad* como una relación definida sobre la base de un sistema modelo[84], y en función de la cual las modalidades se definen; pues podemos expresar con exactitud que “al decir que lo que sea posible debe ser verdadero en algún mundo alternativo, y lo que sea necesario, debe ser verdadero en todos los mundos alternativos”[85].

Esto marca, ciertamente (como hará Kripke mediante la noción de *accesibilidad* o *posibilidad relativa*), una notable diferencia en relación a las caracterizaciones tradicionales, y precedentes, de las modalidades en términos de *mundos posibles* que no inciden en la relación que ha de guardar un mundo con otro en la explicación de la posibilidad o la necesidad, ya que, como subraya Hintikka con acierto, “no todo mundo posible (digamos *P*) es realmente una alternativa a un mundo posible dado (digamos *Q*) en el sentido de que *P* podría haber sido realizado en vez de *Q*”[86]. Para el finés, así, solo contarán, en la explicación de las modalidades, las “alternativas genuinas”; por ello se debe en su semántica y, en general, en su teoría modal, “el uso de la relación de alternatividad y la consecuente aparición de las frases ‘algún mundo posible *alternativo*’ y ‘todos los mundos posibles *alternativos*’ donde probablemente se esperaría las frases más simples ‘algún mundo posible’ y ‘todos los mundos posibles’, respectivamente”[87].

---

[83] Cfr. *Ibíd*, p. 63.
[84] Cfr. HINTIKKA, Jaakko, “The Modes of Modality” en Hintikka, Jaakko, *Models for Modalities. Selected Essays*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1969, p. 72.
[85] *Loc cit.* Claro está, con respecto a algún mundo (el actual, por ejemplo).
[86] *Ibíd*, pp. 72-3.
[87] *Ibíd*, p. 73.

La obra de Saul Kripke, por su parte, muestra también fecundos resultados a fines de la década de los 50's del siglo pasado. Con tan solo 19 años, el joven estadounidense criado en Nebraska da a conocer al mundo, en su primera publicación, un resultado a nivel de metateoría de la lógica modal de suma importancia, y con el cual, sumado a los esfuerzos precedentes de Hintikka, F. R. Drake, Arnould Bayart, Timothy John Smiley o Kanger (entre otros), culmina la primera articulación de la semántica modal formal.

En *A Completeness Theorem in Modal Logic* (1959), en efecto, Kripke "demostró un teorema de completitud para una extensión de S5 con cuantificadores e identidad; la prueba se realizó mediante una adaptación a la lógica modal de las tablas semánticas de Beth"[88]. No obstante, en el transcurso de la demostración Kripke no introduce la relación binaria. Sí lo hace, en cambio, unos años más tarde en *Semantical Analysis of Modal Logic I. Normal Modal Propositional Calculi* al introducir las *estructuras de modelo normales* como "una tripleta ordenada <G, K, ***R***>, donde K es un conjunto no vacío, G∈K y ***R*** es una relación reflexiva definida en K"[89]. En un artículo previo del mismo año (1963, *Semantical Considerations on Modal Logic*), Kripke observa que

> … intuitivamente, vemos las cosas así: K es el conjunto de todos los 'mundos posibles'; G es el 'mundo real'. Si H_1 y H_2 son dos mundos, $H_1 \boldsymbol{R} H_2$ significa intuitivamente que H_2 es 'posible relativo a' H_1; i.e., que cada proposición verdadera en H_2 es *posible* en H_1. Entonces, claramente la relación ***R*** debería, en efecto, ser reflexiva; cada mundo H es *posible* relativo a sí mismo, ya que cada proposición *verdadera* en H es, *a fortiori*, posible en H. La reflexividad es, por tanto, un requerimiento intuitivamente natural.[90]

La relación binaria ***R***, como puntualiza Kripke, permite asimismo definir sistemas modales según la propiedad de la cual goce la relación. Así, "si ***R*** es transitiva, llamamos a la estructura modelo normal una *estructura modelo* S4; si ***R*** es simétrica, la llamamos una *estructura modelo* BROUWERSCHE; si ***R*** es una relación de equivalencia, la llamamos una *estructura de modelo* S5. Una estructura modelo es también llamada una *estructura modelo* M"[91].

[88] *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.
[89] KRIPKE, Saul, "Semantical Analysis of Modal Logic I. Normal Modal Propositional Calculi", en *Zeitschriftfür Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, Vol. 9 (1963), pp. 67-96.
[90] KRIPKE, Saul A., "Semantical Considerations on Modal Logic", en *Acta Philosophica Fennica*, 16 (1963), pp. 83-94.
[91] *Loc cit.*

Para el cálculo modal proposicional axiomatizado, Kripke ofrece básicamente la misma presentación en 1963 que la proporcionada en 1959 (suprimiendo, no obstante, un esquema de axiomas[92]):

A.0 Tautologías veritativo-funcionales

A.1 $\Box A \rightarrow A$

A.2 $\Box(A \rightarrow B) \rightarrow (\Box A \rightarrow \Box B)$

R1. $A, (A \rightarrow B) \vdash B$

R2. $A \vdash \Box A$[93]

Es decir, dos esquemas de axiomas (contando, además, con todas las verdad o teoremas de la lógica proposicional) hoy llamados T y K[94], respectivamente; y dos reglas de inferencia, *modus pones* y la regla de *necesitación* que, debemos advertir, simplemente enuncia que si *A* es un teorema, *A* es necesariamente un teorema. Estas reglas probablemente se sigan con mayor facilidad en la presentación alternativa que realiza el autor en *Semantical Analysis of Modal Logic I*:

R1. Si $\vdash A$ y $\vdash A \rightarrow B$, $\vdash$ entonces B.

R2. Si $\vdash A$, entonces $\vdash \Box A$[95].

En base a esta *axiomática* para el cálculo modal proposicional, y las aludidas estructuras modelo, Kripke ofrece su propuesta de fundamentación semántica para la lógica modal[96]. Sin embargo, a fin de dar mayor claridad en torno a tales estructuras, conviene que realicemos ciertas observaciones en torno a las mismas bajo una exposición más actualizada.

Esto, precisamente, es lo que, entre otras cosas, hace el profesor Baceta al abordar la semántica kripkeana. Kripke, se nos indica, "crea una teoría general de modelos, tipo Tarski, extensional y referencial, para un conjunto de sistemas modales de los cuales mostró,

[92] El Segundo esquema de axiomas que se introduce en *A Completeness Theorem in Modal Logic* es el siguiente: $\neg\Box A \rightarrow \Box\neg\Box A$, KRIPKE, Saul, "A Completeness Theorem in Modal Logic", en *Journal of Symbolic Logic*, Volume 24, Issue 1 (Mar., 1959), pp. 1-14. Que no encontraremos en la formulación de 1963.

[93] *Op cit*., KRIPKE, Saul A., 1963a, pp. 83-94. Hemos agregado el símbolo '⊢' tanto en R1 como en R2, así como los símbolos auxiliares '(' y ')', a fin de que se leyese más claramente.

[94] K, i.e., A.2., en honor a Kripke.

[95] *Op cit*., KRIPKE, Saul A., 1963b, pp. 67-96.

[96] Cfr. BÉZIAU, Jean-Yves, "A History of Truth-Values", en Gabbay, Dov & Woods, John, *Handbook of the History of Logic*, Vol. 11, Elsevier, Amsterdam, 2012, p. 290.

adicionalmente, que eran correctos y completos”[97]; en estos términos, debemos notar que Kripke “prestó atención al contexto y lo amplió a lo que hoy llamamos ‘marcos de referencia de Kripke’”[98], marcos de interpretación. Los mismos, como se nos destaca, “pueden ser entendido como una ampliación del principio de contexto de Frege. Según Frege ‘en el contexto de una oración las palabras significan algo’ o, dicho de otra manera, el contexto mínimo de evaluación de la verdad es la proposición. Para Kripke el contexto para la interpretación de la lógica modal es cierto tipo de estructura relacional”[99].

Estas últimas serían los *marcos de Kripke*; de modo más concreto, decimos que tales estructuras son cierto par ordenado $<W, R>$ donde Wes un conjunto (no vacío) de mundos, índices o puntos de evaluación, mientras que Res una relación binaria sobre elementos de W[100]. Un marco de Kripke es, por tanto, una estructura relacional; y teniendo, entonces, que las relaciones definen contextos modales, diremos que estas relaciones definen, así, marcos de Kripke.

Decimos, asimismo, que “$R \subseteq W \text{x} W$ es la relación de accesibilidad entre mundo […] Cuando wRw_1, se dice que w accede a w_1, w_1 es accesible desde w o w_1 es el sucesor de w”[101].

Los marcos en los que la relación kripkeana de accesibilidad se presenta, como señala el profesor Baceta, “son importantes estructuras relacionales porque codifican el espacio lógico y son clave para representar la ontología y la noción de ‘validez’. Los marcos son como los ‘cuadros matemáticos’ de la ontología; ellos caracterizan, mediante la relación de accesibilidad, el espacio lógico de las modalidades y en ellos se distribuye toda la ontología modal”[102]. Estos marcos, y esto resulta ser notoriamente relevante, “son como las posibles combinaciones de las tablas de verdad en el espacio lógico proposicional”[103].

Un *modelo de Kripke*, por otra parte, puede entenderse como cierta extensión del marco, i.e., una tripleta ordenada $\mathcal{M} = <W, R, \mathcal{V}>$ donde $<W, R>$ es un marco de Kripke y $\mathcal{V}$ es una

[97] *Op cit*., BACETA, Jesús, 2018, pp. 07-33.
[98] *Loc cit*.
[99] *Loc cit*.
[100] Cfr. GASQUET, Olivier, HERZIG, Andreas, SAID, Bilal & SCHWARZENTRUBER, François, *Kripke's Worlds. An Introduction to Modal Logics via Tableaux*, Springer Basel, Heidelberg, 2014, p. 14.
[101] *Op cit*., BACETA, Jesús, 2018, pp. 07-33.
[102] *Loc cit*.
[103] *Loc cit*.

función sobre $\mathbb{N}$, tal que para cada n$\in\mathbb{N}$, $\mathcal{V}$n es un subconjunto de W (así, $\mathcal{V}$: $\mathbb{N} \rightarrow (W))$[104].La introducción del nuevo elemento obedece simplemente a cuestiones semánticas; $\mathcal{V}$ es una función de valuación que asigna valores de verdad a las letras proposicionales con respecto a los elementos de W. Consiguientemente, podemos decir que $\mathcal{M}$ es también una estructura o "un marco relacional, una distribución de la ontología, con una relación binaria, la accesibilidad, más una clase de funciones dadas por V (como toda función es una relación, se sigue cumpliendo con la definición de marco relacional)"[105].

~

Como hemos notado, los desarrollos en semántica modal que podemos hallar a partir de las primeras décadas del pasado siglo, constituyen ciertamente bases centrales en el camino de la fundamentación semántica de la lógica modal formal tipo SMP. Los trabajos de Wittgenstein a Carnap, de von Wright a Montague, de Prior a Kanger, son ciertamente precursores capitales de SMP.

No obstante, hemos de considerar que es, con propiedad, con las obras de Hintikka y Kripke que todas las ideas e innovaciones se conjugan para dar forma a la nueva teoría de lógica modal. Cuando Roberta Ballarin, en tales términos, observa que en SMP "la noción maximal de validez debe ser reemplazada por una nueva noción universal [Que] las descripciones de estado deben hacer espacio a los mundos posibles entendidos como índices o puntos de evaluación [Y que] la relación de accesibilidad entre mundos necesita ser introducida"[106], encontramos todas estas características presentes tanto en la semántica de Hintikka como en la de Kripke; semánticas que modulan nuestra fructífera y afamada *teoría de mundos posibles*.

[104] Cfr. *Op cit*., GASQUET, Olivier, HERZIG, ANDREAS, Said, BILAL & SCHWARZENTRUBER, François, p. 14.
[105] *Op cit*., BACETA, Jesús, 2018, pp. 07-33.
[106] *Op cit*., BALLARIN, Roberta, 2017.

¿Cómo utilizar el Teorema de Herbrand para decidir la validez de razonamientos en lenguaje de primer orden, en conformidad con el Teorema de Indecidibilidad de Church?

Franklin Galindo y María Alejandra Morgado
(Universidad Central de Venezuela)

UCV ESCUELA DE FILOSOFÍA

apuntes filosóficos

Vol. 28 No. 55

¿Cómo utilizar el Teorema de Herbrand para decidir la validez de razonamientos en lenguaje de primer orden, en conformidad con el Teorema de Indecidibilidad de Church?

How to use the Herbrand's Theorem to decide the validity of reasoning on first order language, in accordance whit Church's Undecidability's Theorem?

Franklin Galindo y María Alejandra Morgado
(Universidad Central de Venezuela)

Artículo recibido: 22 de octubre de 2019.

Arbitrado: 13 de noviembre de 2019.

Resumen: El objetivo de este artículo es presentar cuatro ejemplos de aplicación del Teorema de Herbrand para decidir la validez de razonamientos en lenguaje de primer orden, en conformidad con el Teorema de Indecidibiliad de Church. Y además decir cuál es el principal problema que se presenta al respecto. En este artículo se trabaja con el cálculo lógico por resolución[1], un método utilizado en inteligencia artificial[2].

Palabras clave: Decidibilidad, Herbrand, Indecidibilidad, Church, Cálculo Por Resolución.

Abstract: This article's objetive is to present four application examples of Herbrand's theorem to decide the validity of reasoning on first order language, in accordance whit Church's Undecidability's theorem. Also, to tell which is the principal problem around it. The logical resolution calculus will be worked on this article, which is a method used in artificial intelligence.

Keywords: Undecidability, Herbrand, Church, Resolution Calculus.

[1] Vale la pena resaltar que el procedimiento para probar la validez de un razonamiento utilizando el teorema de Herbrand es independiente de cualquier sistema de cálculo de la lógica proposicional, por ejemplo, cálculo por resolución, tablas de verdad, forma normal conjuntiva, deducción natural, tablas semánticas, etc.

[2] MANZANO, María y HUERTAS, Antonia. *Lógica para principiantes*, Madrid, Alianza Editorial, 2004.
RUSSELL, Stuart y NORVING, Peter. *Inteligencia Artificial. Un enfoque moderno*. (2a Ed.), Madrid: Pearson Educación, S.A, 2004.

Como es bien sabido, la lógica de primer orden es indecidible. La propiedad meta-teórica de decidibilidad en cualquier sistema deductivo consiste en la presencia de un procedimiento mecánico o algorítmico que permita decidir, en un número finito de pasos, para una fórmula cualquiera A, si esa fórmula es o no deducible en el sistema; es decir, si A es, o no, un teorema formal del sistema; o, en términos semánticos: dada una fórmula A, si ella es válida o no es válida. Esto fue demostrado por Alonzo Church en 1936 mediante un teorema que, en líneas generales, establece que "no existe un procedimiento efectivo que permita resolver el problema de la decisión en la lógica de primer orden"[3]. De manera que, a la hora de querer demostrar la validez o invalidez de una fórmula dada en la lógica de primer orden se puede presentar el problema de la decisión, es decir, la imposibilidad de poder decidir la validez o invalidez de la fórmula en cuestión.

El teorema de indecidibilidad de Church afirma que la lógica de primer orden, considerada como un todo es indecidible. Sin embargo, hay que tener en cuenta que hay determinadas zonas de esta lógica que, considerados de forma aislada, son decidibles. Pero antes de exponer cuáles son estas zonas de solución parcial positiva al problema de la decisión de la lógica de primer orden es pertinente presentar unas observaciones generales sobre los métodos de ataque al problema de la decisión y los criterios de distribución de dichas zonas[4].

El teorema de completitud de Kurt Gödel (1930) se puede enunciar de la siguiente manera: Sea Γ un conjunto de sentencias en un lenguaje L y φ una sentencia, si $\Gamma \vDash \varphi$, entonces $\Gamma \vdash \varphi$[5], hace posible el paso de la validez (verdad) lógica a la deducibilidad. Ya que allí se afirma que todas las sentencias válidas de primer orden son deducibles en el sistema axiomático, esto sirve, en cierto sentido, para abordar el problema de la decisión, ya que si se cuenta con un algoritmo que determine mecánicamente la validez de una fórmula, entonces se da por resuelto el problema de la deducibilidad de esa fórmula en función del mencionado paso (que se da de la completitud a la deducibilidad). Cabe mencionar que la lógica proposicional se presta de esta estrategia mediante el uso de tablas de verdad, tablas semánticas, forma normal conjuntiva, entre otras. Por lo tanto, también es útil, en la lógica de primer orden, buscar un método que determine la validez,

[3] GARRIDO, Manuel, *Lógica Simbólica*, Madrid, Editorial Tecnos, 2005. Pp. 357.
[4] *Ibíd.* p. 357.
[5] DA SILVA, Ricardo, *El problema de la indecidibilidad de la Lógica de primer orden y el Programa de David Hilbert*, Caracas, Universidad Central de Venezuela, 2014. p. 46.

en vez de la deducibilidad, de una fórmula. Dicho método no puede ser el método de tablas de verdad, ya que no es aplicable a este tipo de lógica. Sin embargo, hay un método que reduce el problema de establecer la validez de una fórmula en la lógica de primer orden, al problema de establecer la validez (tautologicidad) de fórmulas enunciativas equivalentes[6]. Este procedimiento es el propio de la *forma normal prenexa* y *forma normal de Skolem* y es fundamentado por el teorema de Herbrand y el algoritmo de unificación[7], los cuales se expondrán más adelante.

Por otro lado, el concepto semántico de satisfacibilidad está íntimamente conectado con el de verdad o validez. Por lo que a veces resulta más fácil contar con un algoritmo que decida la satisfacibilidad o insatisfacibilidad de una fórmula, que la de directamente la de un algoritmo que decida directamente la validez. Como en el caso de las tablas semánticas y el cálculo por resolución, cuyo caso de la lógica de primer orden, deciden la insatisfacibilidad (ausencia de un contraejemplo) de su negación[8]. En el presente artículo se utilizará como método de cálculo lógico para la decisión de validez al cálculo por resolución.

Dicho esto, es pertinente mencionar los criterios de las zonas de distribución parcial del problema de la decisión en el cálculo de primer orden, los cuales son:

1. La cardinalidad del universo de referencia: Donde la cardinalidad de un universo (dominio) se entiende por el número de individuos que lo integran. Ésta puede ser finita o infinita, cuando el universo al que refieren las fórmulas es finita, entonces la lógica de predicados se reduce a una extensión trivial de la lógica proposicional, y el problema de la decisión, en este caso, se reduce a un problema de construcción de tablas de verdad. Pero cuando el universo al que se refieran las fórmulas de la lógica de primer orden tenga una cardinalidad infinita (como en el caso de la aritmética), entonces se debe tomar en cuenta el segundo factor, explicado a continuación[9].

2. El carácter exclusivamente monádico de los predicados que componen la fórmula: Dentro de la lógica de primer orden hay que diferenciar dos estratos: La lógica monádica, donde

[6] GARRIDO, Manuel, *Lógica Simbólica*, *op. cit.* p. 357.
[7] Se pueden encontrar en el libro: NERODE, Anil y SHORE, Richard, *Logic for applications*, New York, Springer, (1997).
[8] GARRIDO, Manuel, *Lógica Simbólica*, *op. cit.* pp. 357-358.
[9] *Ibíd.* p. 358.

no se presentan predicados poliádicos; y la lógica poliádica, donde si intervienen estos predicados. La primera, considerada de forma aislada, es decidible, con cualquiera que sea su universo de referencia. Un método que permite decidir la lógica de este tipo se explica mediante el *teorema de Löwenheim*, el cual permite reducir el problema de decisión al contexto de universos finitos. Mientras que en la segunda, no existe solución alguna al problema de la decisión. Sin embargo, hay clases de fórmulas, que aun siendo poliádicas son decidibles, una investigación de fragmentos decidibles e indecidibles de la lógica de primer orden se realiza usando *forma normal prenexa* y observando su prefijo[10]. En el texto de Church *Introduction to mathematical logic,* en el libro de Hilbert y Ackermann *Elementos de la lógica teórica* y en el artículo de Mosterín *El problema de la decisión en la lógica de predicados*, existen variados ejemplos de fragmentos decidibles e indecidibles de la lógica de primer orden.

Dicho esto, Manuel Garrido[11] desglosa el tema de la solución parcial al problema de la decisión de la Lógica de primer orden en los siguientes puntos:

- Decidibilidad de las fórmulas en un universo finito.
- L-validez, *n*-validez y satisfacibilidad.
- Forma normal prenexa.
- Decidibilidad de la lógica de primer orden de predicados monádicos (Teorema de Löwenheim).
- Clases de fórmulas decidibles en la lógica de predicados poliádicos. Reducciones del problema de la decisión.

Teorema de Herbrand

Como ya se mencionó, el teorema de Herbrand es considerado como uno de los fundamentos que permite resolver parcialmente el problema de la decisión en la lógica de primer orden (ya que por el teorema de indecidibilidad de Church, no se puede para todos los casos). Gracias a este teorema se puede relacionar la validez de la lógica de primer orden con la tautologicidad de la lógica proposicional, es decir, se caracteriza la "validez" de toda la lógica de

[10] *Ibíd*. p. 359.
[11] *Ibíd*. p. 360.

primer orden usando "tautologicidad" en la lógica proposicional, pero de manera no decidible, pues no se ofrece un algoritmo para calcular lo *n* términos.

El teorema que se usa (que se demuestra usando el teorema de Herbrand)[12] es el siguiente:

Teorema: Sea φ una sentencia en forma normal prenexa en un lenguaje $\mathscr{L}$ (del cálculo de predicados poliádicos sin identidad), ψ una prenexa equivalente de ¬ φ y θ ($\vec{x}$) una Skolemizacion abierta de ψ en el lenguaje $\mathscr{L}$'. Entonces φ es válida si y solo si hay términos $\vec{t}_1 \ldots \vec{t}_n$, de $\mathscr{L}$' tal que $\neg\, \theta\, (\vec{t}_1) \vee \ldots \vee \neg\, \theta\, (\vec{t}_n)$ es una tautología.

Más adelante se presentará una aplicación de este teorema para la decisión de validez de cuatro fórmulas en lenguaje de primer orden. En dichos ejemplos se buscará reducir dicho lenguaje al de la Lógica proposicional para luego aplicar uno de los métodos de decisión de validez propios de esta (en este caso el cálculo por resolución).

Cálculo por resolución

El cálculo por resolución es un método para calcular la validez de un razonamiento basado en la refutación. Por lo tanto, para demostrar que C se deriva de Γ, se demuestra que Γ∪{¬C} es insatisfacible. Es decir, que se trata de derivar una contradicción a partir de Γ∪{¬C}, construyendo una cadena de razonamiento donde el paso de una fórmula a otra se hace aplicando una regla deductiva, llamada regla de resolución. Dicha regla refleja un principio de razonamiento informal y para obtener la contradicción se habrá de construir una cadena de razonamiento o esquema de razonamiento utilizando esa regla[13].

Como este cálculo se presta únicamente de una regla deductiva, las fórmulas a demostrar se habrán de convertir a una forma especial, de modo que permita su aplicación. Por lo tanto, antes de correr cualquier prueba, se deben modificar las fórmulas de Γ∪{¬C} con unas reglas de conversión. La forma especial de la fórmula se llama forma clausular, la cual consiste en la

[12] La versión original del Teorema de Herbrand no se expone en el presente artículo. El que se presenta aquí se demuestra usando el Teorema de Herbrand (cuya formulación y demostración puede encontrarse en el texto de Nerode Anil y Shore Richard. *Logic for applications*. New York: Springer, 1997, entre otros) y que precisamente es la respuesta a la pregunta ¿cómo utilizar el teorema de Herbrand para decidir la validez de razonamientos en primer orden, en conformidad con el teorema de indecibilidad de Church? por lo tanto la versión utilizada es suficiente para el objetivo planteado.

[13] MANZANO, María y HUERTAS, Antonia, *Lógica para principiantes*, *op. cit*. p. 350.

conjunción de todas las cláusulas de una fórmula A. Una cláusula es una fórmula con forma lógica de disyunción y donde sus componentes son literales (esto es, fórmulas atómicas o la negación de ellas). La cláusula [⊥] se llama contradicción o cláusula vacía[14].

Para construir una prueba se hace primero una conversión de las fórmulas a su *forma clausular*, o también llamada *forma normal conjuntiva* (FNC), la cual es definida por Manzano y Huertas de la siguiente manera: una fórmula está en *forma normal conjuntiva* si y solo si es de la forma

$$A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_n$$

Con $n \geq 1$, donde cada A_i (para cada $i \in \{1,\ldots, n\}$) es una disyunción de literales.

Según las autoras[15] este cálculo tiene las siguientes características:

- Es un procedimiento simple y mecanizable que permite probar la validez de una fórmula por medio de la refutación de la misma.
- Permite probar la inconsistencia de un conjunto de fórmulas al mostrar que la conjunción de sus fórmulas es insatisfacible.
- Es útil para verificar si una fórmula φ es consecuencia de un conjunto de premisas Γ construyendo una prueba por refutación de $\Gamma \cup \{\neg \varphi\}$.
- Tiene como única regla deductiva a la regla de resolución, la cual es la misma que en la lógica proposicional, a saber: de $A \vee B$ y $\neg A \vee C$, se deduce $B \vee C$.

Es importante mencionar que Robinson (creador de este cálculo) se sirvió del Teorema de Herbrand para fundamentar su principio de resolución. Dicho fundamento consiste en establecer que, si una fórmula es satisfacible, es posible calcular para las cláusulas correspondientes un modelo determinado llamado “modelo de Herbrand”, que las satisface. Si se demuestra por resolución que ese conjunto de cláusulas no tiene modelo de Herbrand, entonces la fórmula original no es satisfacible. Por lo tanto, el método por resolución puede funcionar para establecer

14 *Ibíd*. p. 350.
15 *Ibíd*. p. 350.

por refutación la validez o invalidez de muchas (pero no todas) inferencias de lógica de predicados[16].

Aplicación del Teorema de Herbrand a cuatro ejemplos de la Lógica de primer orden

Ahora bien, la transformación de una fórmula en lenguaje de primer orden a su equivalente en lenguaje proposicional, tomando como fundamento al Teorema de Herbrand, se puede efectuar de la siguiente manera:

1. Convertir la fórmula a su *forma normal prenexa* (FNP), esto es, normalizar los cuantificadores de manera que queden al inicio de cada fórmula[17]. Es decir, una fórmula α está en FNP si, y solo si, α tiene la siguiente forma:

$$Q_1x_1,\ldots, Q_nx_n\beta$$

Donde $Q_1,\ldots, Q_n$ son cuantificadores, bien sea universales o existenciales; $x_1,\ldots, x_n$ son variables y β es una fórmula libre de cuantificadores. De esta forma, la reunión de cuantificadores al inicio de la fórmula se le denomina prefijo, mientras que β recibe el nombre de matriz. Por otro lado, los cuantificadores de una FNP no está negados y el alcance de estos afecta a toda la fórmula[18].

Es pertinente mencionar que existe un teorema que afirma que para toda fórmula α cuantificacional existe una fórmula θ en FNP que es equivalente α. Una demostración del mismo puede encontrarse en *Introduction to mathematical logic* de Mendelson.[19]

Ahora bien, tomando como referencia a Da Silva[20] y a Garrido[21], a continuación se expondrá un procedimiento que permite trasformar una fórmula de la *Lógica de primer orden* a su FNP:

a) Se deben eliminar todos los implicadores y coimplicadores en función de las leyes de definición de implicador y eliminación de coimplicador, las cuales son:

---

[16] Garrido Manuel, *Lógica Simbólica*, *op. cit*. p. 431.
[17] *Ibíd*. p. 362
[18] Da Silva Ricardo, *El problema de la indecidibilidad de la Lógica de primer orden…, op. cit.* pp. 102- 103.
[19] *Ibíd*. p. 103.
[20] *Ibíd*. pp. 103- 105.
[21] GARRIDO, Manuel, *Lógica Simbólica*, *op. cit.* pp. 362- 364.

(R1) $A \leftrightarrow B \leftrightarrow [(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)]$

(R2) $A \rightarrow B \leftrightarrow \neg(A \wedge \neg B)$

(R3) $A \rightarrow B \leftrightarrow (\neg A \vee B)$

b) Se interiorizan los negadores que afecten directamente a los cuantificadores, para ello se consideran las leyes de negación de cuantificadores, a saber:

(R4) $\neg\forall x\mathrm{P}x \leftrightarrow \exists x\, \neg\mathrm{P}x$

(R5) $\neg\exists x\mathrm{P}x \leftrightarrow \forall x\neg\mathrm{P}x$

c) Se interiorizan los negadores que ocurran como resultado de las anteriores transformaciones, con la finalidad de que cada negador quede directamente adosado a una fórmula atómica. Para llevar a cabo este paso, se debe recurrir a las leyes de De Morgan:

(R6) $\neg(A \wedge B) \leftrightarrow \neg A \vee \neg B$

(R7) $\neg(A \vee B) \leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$

d) Se exteriorizan los cuantificadores existentes respecto a toda conjunción y disyunción, considerando las cuatro reglas de distribución condicionada de cuantificador en conjunción y disyunción, a saber:

(R8) Dist.Cond.G-$\wedge$: $A \wedge \forall x\mathrm{P}x \leftrightarrow \forall x\, (A \wedge \mathrm{P}x)$

(R9) Dist.Cond.P-$\wedge$: $A \wedge \exists x\mathrm{P}x \leftrightarrow \exists x\, (A \wedge \mathrm{P}x)$

(R10) Dist.Cond.G-$\vee$: $A \vee\forall x\mathrm{P}x \leftrightarrow \forall x\, (A \vee\mathrm{P}x)$

(R11) Dist.Cond.P-$\vee$: $A \vee\exists x\mathrm{P}x \leftrightarrow \exists x\, (A \vee\mathrm{P}x)$

Cabe acotar que para la aplicación de estas cuatro leyes se debe cumplir la condición de que x no esté como variable libre en A. Si este fuera el caso se deben aplicar previamente las reglas de mutación de variables ligadas, con la finalidad de que una tal ocurrencia de x no sea capturada por el cuantificador a exteriorizar, dichas reglas son:

(R12)MVG: $\forall x\mathrm{P}x \leftrightarrow \forall y\mathrm{P}y$

(R13)MVP: $\exists x\mathrm{P}x \leftrightarrow \exists y\mathrm{P}y$

e) Con la finalidad de reducir la fórmula lo más que se pueda, se emplearán también las reglas de eliminación de la doble negación y la ley conmutativa de la conjunción y de la disyunción:

(R14) $\neg\neg A \leftrightarrow A$
(R15) $A \wedge B \leftrightarrow B \wedge A$
(R16) $A \vee B \leftrightarrow B \vee A$

f) Este paso es opcional y puede aplicarse para mantener la simpleza en el lenguaje de las fórmulas a normalizar a cambio de aumentar el número de reglas de transformación. Con esto se puede omitir el primer paso en pro de la introducción de las siguientes reglas:

(R17) Dist.Cond.G→1: $\forall x\,(A \rightarrow Px) \leftrightarrow (A \rightarrow \forall x Px)$
(R18) Dist.Cond.P→1: $(A \rightarrow \exists x Px) \leftrightarrow \exists x\,(A \rightarrow Px)$
(R19) Dist.Cond.P→2: $(\forall x Px \rightarrow A) \leftrightarrow \exists x\,(Px \rightarrow A)$
(R20) Dist.Cond.G→2: $(\exists x Px \rightarrow A) \leftrightarrow \forall x\,(Px \rightarrow A)$
(R21) DGC: $\forall x\,(Px \wedge Qx) \leftrightarrow \forall x Px \wedge \forall x Qx$
(R22) DPD: $\exists x\,(Px \vee Qx) \leftrightarrow \exists x Px \vee \exists x Qx$
(R23) DPI1: $\exists x\,(Px \rightarrow Qx) \rightarrow (\forall x Px \rightarrow \exists x Qx)$

El procedimiento para calcular la FNP de una fórmula es efectivamente calculable, es decir, que el mismo termina tras un número finito de pasos. Esto se debe a que la fórmula inicial cuenta con elementos finitos, así como también es finito el número de reglas a aplicar[22]. Para comprender mejor el procedimiento acabado de explicar se expondrán algunos ejemplos a continuación:

Ejemplo 1. Encontrar la FNP de la siguiente fórmula:

$$[\forall x(Qx \rightarrow Rx) \wedge \forall x(Px \rightarrow Qx)] \rightarrow \forall x(Px \rightarrow Rx)$$

1) $[\forall x(Qx \rightarrow Rx) \wedge \forall x(Px \rightarrow Qx)] \rightarrow \forall x(Px \rightarrow Rx)$ **Fórmula inicial**
2) $\neg[\forall x(\neg Qx \vee Rx) \wedge \forall x(\neg Px \vee Qx)] \vee \forall x(\neg Px \vee Rx)$ **(R3)**

[22] DA SILVA, Ricardo, *El problema de la indecidibilidad de la Lógica de primer orden…,op. cit.* p. 105.

3)	$[\neg\forall x(\neg Qx \vee Rx) \vee \neg\forall x(\neg Px \vee Qx)] \vee \forall x(\neg Px \vee Rx)$	**(R6)**
4)	$[\exists x \neg(\neg Qx \vee Rx) \vee \exists x \neg(\neg Px \vee \neg Qx)] \vee \forall x(\neg Px \vee Rx)$	**(R4)**
5)	$[\exists x(\neg\neg Qx \wedge \neg Rx) \vee \exists x(\neg\neg Px \wedge \neg Qx)] \vee \forall x(\neg Px \vee Rx)$	**(R7)**
6)	$[\exists x(Qx \wedge \neg Rx) \vee \exists x(Px \wedge \neg Qx)] \vee \forall x(\neg Px \vee Rx)$	**(R14)**
7)	$[\exists x(Qx \wedge \neg Rx) \vee \exists y(Py \wedge \neg Qy)] \vee \forall x(\neg Px \vee Rx)$	**(R13) *x/y***
8)	$[\exists x(Qx \wedge \neg Rx) \vee \exists y(Py \wedge \neg Qy)] \vee \forall z(\neg Pz \vee Rz)$	**(R12) *x/z***
9)	$\forall z[\exists x(Qx \wedge \neg Rx) \vee \exists y(Py \wedge \neg Qy) \vee (\neg Pz \vee Rz)]$	**(R10)**
10)	$\forall z \exists y[\exists x(Qx \wedge \neg Rx) \vee (Py \wedge \neg Qy) \vee (\neg Pz \vee Rz)]$	**(R11)**
11)	$\forall z \exists y \exists x[(Qx \wedge \neg Rx) \vee (Py \wedge \neg Qy) \vee (\neg Pz \vee Rz)]$	**(R11) FNP**

Ejemplo 2. Encontrar la FNP de la siguiente fórmula:

$$[\forall x(Qx \rightarrow \neg Rx) \wedge \forall x(Px \rightarrow Qx)] \rightarrow \forall x(Px \rightarrow \neg Rx)$$

1)	$[\forall x(Qx \rightarrow \neg Rx) \wedge \forall x(Px \rightarrow Qx)] \rightarrow \forall x(Px \rightarrow \neg Rx)$	**Fórmula inicial**
2)	$\neg[\forall x(\neg Qx \vee \neg Rx) \wedge \forall x(\neg Px \vee Qx)] \vee \forall x(\neg Px \vee \neg Rx)$	**(R3)**
3)	$[\neg\forall x(\neg Qx \vee \neg Rx) \vee \neg\forall x(\neg Px \vee Qx)] \vee \forall x(\neg Px \vee \neg Rx)$	**(R6)**
4)	$[\exists x \neg(\neg Qx \vee \neg Rx) \vee \exists x \neg(\neg Px \vee Qx)] \vee \forall x(\neg Px \vee \neg Rx)$	**(R4)**
5)	$[\exists x(\neg\neg Qx \wedge \neg\neg Rx) \vee \exists x(\neg\neg Px \wedge \neg Qx)] \vee \forall x(\neg Px \vee \neg Rx)$	**(R7)**
6)	$[\exists x(Qx \wedge Rx) \vee \exists x(Px \wedge \neg Qx)] \vee \forall x(\neg Px \vee \neg Rx)$	**(R14)**
7)	$[\exists x(Qx \wedge Rx) \vee \exists y(Py \wedge \neg Qy)] \vee \forall x(\neg Px \vee \neg Rx)$	**(R13) *x/y***
8)	$[\exists x(Qx \wedge Rx) \vee \exists y(Py \wedge \neg Qy)] \vee \forall z(\neg Pz \vee \neg Rz)$	**(R12) *x/z***
9)	$\forall z[\exists x(Qx \wedge Rx) \vee \exists y(Py \wedge \neg Qy) \vee (\neg Pz \vee Rz)]$	**(R10)**
10)	$\forall z \exists y[\exists x(Qx \wedge Rx) \vee (Py \wedge \neg Qy) \vee (\neg Pz \vee \neg Rz)]$	**(R11)**
11)	$\forall z \exists y \exists x[(Qx \wedge Rx) \vee (Py \wedge \neg Qy) \vee (\neg Pz \vee \neg Rz)]$	**(R11) FNP**

Ejemplo 3. Encontrar la FNP de la siguiente fórmula:

$$[\forall x(Qx \rightarrow Rx) \wedge \exists x(Px \wedge Qx)] \rightarrow \exists x(Px \wedge Rx)$$

1)	$[\forall x(Qx \rightarrow Rx) \wedge \exists x(Px \wedge Qx)] \rightarrow \exists x(Px \wedge Rx)$	**Fórmula inicial**
2)	$\neg[\forall x(\neg Qx \vee Rx) \wedge \exists x(Px \wedge Qx)] \vee \exists x(Px \wedge Rx)$	**(R3)**
3)	$[\neg\forall x(\neg Qx \vee Rx) \vee \neg\exists x(Px \wedge Qx)] \vee \exists x(Px \wedge Rx)$	**(R6)**

4) $[\exists x\neg(\neg Qx \lor Rx) \lor \forall x\neg(Px \land Qx)] \lor \exists x(Px \land Rx)$ **(R5) *y* (R4)**

5) $[\exists x(\neg\neg Qx \land \neg Rx) \lor \forall x(\neg Px \lor \neg Qx)] \lor \exists x(Px \land Rx)$ **(R7) *y* (R6)**

6) $[\exists x(Qx \land \neg Rx) \lor \forall x(\neg Px \lor \neg Qx)] \lor \exists x(Px \land Rx)$ **(R14)**

7) $[\exists x(Qx \land \neg Rx) \lor \forall y(\neg Py \lor \neg Qy)] \lor \exists x(Px \land Rx)$ **(R12) *x/y***

8) $[\exists x(Qx \land \neg Rx) \lor \forall y(\neg Py \lor \neg Qy)] \lor \exists z(Pz \land Rz)$ **(R13) *x/z***

9) $\exists z[\exists x(Qx \land \neg Rx) \lor \forall y(\neg Py \lor \neg Qy) \lor (Pz \land Rz)]$ **(R11)**

10) $\exists z\forall y[\exists x(Qx \land \neg Rx) \lor (\neg Py \lor \neg Qy) \lor (Pz \land Rz)]$ **(R10)**

11) $\exists z\forall y\exists x[(Qx \land \neg Rx) \lor (\neg Py \lor \neg Qy) \lor (Pz \land Rz)]$ **(R11)FNP**

Ejemplo 4. Encontrar la FNP de la siguiente fórmula:

$$[\forall x(Qx \rightarrow \neg Rx) \land \exists x(Px \land Qx)] \rightarrow \exists x(Px \land \neg Rx)$$

1) $[\forall x(Qx \rightarrow \neg Rx) \land \exists x(Px \land Qx)] \rightarrow \exists x(Px \land \neg Rx)$ **Fórmula inicial**

2) $\neg[\forall x(\neg Qx \lor \neg Rx) \land \exists x(Px \land Qx)] \lor \exists x(Px \land \neg Rx)$ **(R3)**

3) $[\neg\forall x(\neg Qx \lor \neg Rx) \lor \neg\exists x(Px \land Qx)] \lor \exists x(Px \land \neg Rx)$ **(R6)**

4) $[\exists x\neg(\neg Qx \lor \neg Rx) \lor \forall x\neg(Px \land Qx)] \lor \exists x(Px \land \neg Rx)$ **(R4) *y* (R5)**

5) $[\exists x(\neg\neg Qx \land \neg\neg Rx) \lor \forall x(\neg Px \lor \neg Qx)] \lor \exists x(Px \land \neg Rx)$ **(R4) *y* (R5)**

6) $[\exists x(Qx \land Rx) \lor \forall x(\neg Px \lor \neg Qx)] \lor \exists x(Px \land \neg Rx)$ **(R14)**

7) $[\exists x(Qx \land Rx) \lor \forall y(\neg Py \lor \neg Qy)] \lor \exists x(Px \land \neg Rx)$ **(R12) *x/y***

8) $[\exists x(Qx \land Rx) \lor \forall y(\neg Py \lor \neg Qy)] \lor \exists z(Pz \land \neg Rz)$ **(R13) *x/z***

9) $\exists z[\exists x(Qx \land Rx) \lor \forall y(\neg Py \lor \neg Qy) \lor (Pz \land \neg Rz)]$ **(R11)**

10) $\exists z\forall y[\exists x(Qx \land Rx) \lor (\neg Py \lor \neg Qy) \lor (Pz \land \neg Rz)]$ **(R10)**

11) $\exists z\forall y\exists x[(Qx \land Rx) \lor (\neg Py \lor \neg Qy) \lor (Pz \land \neg Rz)]$ **(R11) FNP**

2. Una vez obtenida la FNP de la fórmula en cuestión, se procederá a negarla. De esta manera, la FNP negada de los cuatro ejemplos anteriores sería:

Ejemplo 1: $\neg\forall z\exists y\exists x[(Qx\land\neg Rx) \lor (Py\land\neg Qy)\lor\neg Pz\lor Rz]$

Ejemplo 2: $\neg\forall z\exists y\exists x[(Qx\land Rx) \lor (Py\land\neg Qy)\lor\neg Pz\lor\neg Rz]$

Ejemplo 3: $\neg\exists z\forall y\exists x[(Qx \land \neg Rx) \lor \neg Py \lor \neg Qy \lor (Pz \land Rz)]$

Ejemplo 4: $\neg\exists z\forall y\exists x[(Qx \land Rx) \lor \neg Py \lor \neg Qy \lor (Pz \land \neg Rz)]$

3. Una vez negada la FNP se procede a introducir el negador a la matriz, de manera que ningún cuantificador quede atado a una negación. Para llevar a cabo este paso se utilizan las reglas **(R4)** y **(R5)** según convenga. Siguiendo los mismo ejemplos:

Ejemplo 1:

$\neg\forall z\exists y\exists x[(Qx\wedge\neg Rx) \vee (Py\wedge\neg Qy)\vee\neg Pz\vee Rz]$	**FNP negada**
$\exists z\neg\exists y\exists x[(Qx\wedge\neg Rx) \vee (Py\wedge\neg Qy)\vee\neg Pz\vee Rz]$	**(R4)**
$\exists z\forall y\neg\exists x[(Qx\wedge\neg Rx) \vee (Py\wedge\neg Qy)\vee\neg Pz\vee Rz]$	**(R5)**
$\exists z\forall y\forall x\neg [(Qx\wedge\neg Rx) \vee (Py\wedge\neg Qy)\vee\neg Pz\vee Rz]$	**(R5)**

Ejemplo 2:

$\neg\forall z\exists y\exists x[(Qx\wedge Rx) \vee (Py\wedge\neg Qy)\vee\neg Pz\vee\neg Rz]$	**FNP negada**
$\exists z\neg\exists y\exists x[(Qx\wedge Rx) \vee (Py\wedge\neg Qy)\vee\neg Pz\vee\neg Rz]$	**(R4)**
$\exists z\forall y\neg\exists x[(Qx\wedge Rx) \vee (Py\wedge\neg Qy)\vee\neg Pz\vee\neg Rz]$	**(R5)**
$\exists z\forall y\forall x\neg [(Qx\wedge Rx) \vee (Py\wedge\neg Qy)\vee\neg Pz\vee\neg Rz]$	**(R5)**

Ejemplo 3:

$\neg\exists z\forall y\exists x[(Qx \wedge \neg Rx) \vee (\neg Py \vee \neg Qy) \vee (Pz \wedge Rz)]$	**FNP negada**
$\forall z\neg\forall y\exists x[(Qx \wedge \neg Rx) \vee \neg Py \vee \neg Qy \vee (Pz \wedge Rz)]$	**(R5)**
$\forall z\exists y\neg\exists x[(Qx \wedge \neg Rx) \vee \neg Py \vee \neg Qy \vee (Pz \wedge Rz)]$	**(R4)**
$\forall z\exists y\forall x\neg [(Qx \wedge \neg Rx) \vee \neg Py \vee \neg Qy \vee (Pz \wedge Rz)]$	**(R5)**

Ejemplo 4:

$\neg\exists z\forall y\exists x[(Qx \wedge Rx) \vee \neg Py \vee \neg Qy \vee (Pz \wedge \neg Rz)]$	**FNP negada**
$\forall z \neg\forall y\exists x[(Qx \wedge Rx) \vee \neg Py \vee \neg Qy \vee (Pz \wedge \neg Rz)]$	**(R5)**
$\forall z \exists y\neg\exists x[(Qx \wedge Rx) \vee \neg Py \vee \neg Qy \vee (Pz \wedge \neg Rz)]$	**(R4)**
$\forall z \exists y\forall x\neg [(Qx \wedge Rx) \vee \neg Py \vee \neg Qy \vee (Pz \wedge \neg Rz)]$	**(R5)**

4. El siguiente paso es eliminar los cuantificadores existenciales por medio de una técnica de normalización expuesta por el lógico Thoralf Skolem (1887-1963). Dicha técnica establece que, si el cuantificador existencial no va precedido de ningún cuantificador universal que lo

incluya en su alcance, este puede eliminarse, sustituyendo su variable ligada por un parámetro o nombre nuevo de individuo, el cual se le llama *constante de Skolem*. Por su parte, si el existencial va precedido por uno o más cuantificadores universales que lo incluyen en su alcance, este puede eliminarse sustituyendo su variable ligada por un nombre nuevo de función cuyos argumentos sean la o las variables a las que afecten los referidos cuantificadores (*función de Skolem*)[23]. Por ejemplo:

$\exists x \forall y Pxy$ se reescribe $\forall y Pay$
$\forall x \exists y Pxy$ se reescribe $\forall y Pxf(x)$
$\forall x \forall y \exists z Pxyz$ se reescribe $\forall x \forall y Pxyf(x, y)$[24].

En honor a su creador, dicho proceso se le llama *skolemización*. Cabe destacar que la fórmula resultante no es equivalente lógicamente a la original. Sin embargo, se podría decir que su potencialidad deductiva, o mejor dicho refutativa le es al menos equivalente. Es decir, que si la fórmula inicial es inconsistente, y por lo tanto, insatisfacible, entonces su resultante también lo será. Por lo que bastará para establecer la prueba por refutación[25].

La *skolemización* de las cuatro fórmulas expuestas en los ejemplos anteriores sería:

Ejemplo 1:

$\exists z \forall y \forall x \neg [(Qx \wedge \neg Rx) \vee (Py \wedge \neg Qy) \vee \neg Pz \vee Rz]$
Skolemización: $\forall y \forall x \neg [(Qx \wedge \neg Rx) \vee (Py \wedge \neg Qy) \vee \neg Pa \vee Ra]$

Ejemplo 2:

$\exists z \forall y \forall x \neg [(Qx \wedge Rx) \vee (Py \wedge \neg Qy) \vee \neg Pz \vee \neg Rz]$
Skolemización:$\forall y \forall x \neg [(Qx \wedge Rx) \vee (Py \wedge \neg Qy) \vee \neg Pa \vee \neg Ra]$

Ejemplo 3:

$\forall z \exists y \forall x \neg [(Qx \wedge \neg Rx) \vee \neg Py \vee \neg Qy \vee (Pz \wedge Rz)]$
Skolemización: $\forall z \forall x \neg [(Qx \wedge \neg Rx) \vee \neg Pf(z) \vee \neg Qf(z) \vee (Pz \wedge Rz)]$

[23] GARRIDO, Manuel. *Lógica Simbólica, op. cit.*
[24] *Ibíd.*
[25] *Ibíd.*

Ejemplo 4:

$\forall z\ \exists y \forall x \neg\ [(Qx \wedge Rx) \vee \neg Py \vee \neg Qy \vee (Pz \wedge \neg Rz)]$

Skolemización: $\forall z\ \forall x \neg\ [(Qx \wedge Rx) \vee \neg Pf(z) \vee \neg Qf(z) \vee (Pz \wedge \neg Rz)]$

5. Una vez eliminado los existenciales, por medio de la *skolemización*, los universales pueden ser omitidos considerando por implícita o supuesta su presencia[26]. Siguiendo con los mismos ejemplos:

Ejemplo 1: $\neg\ [(Qx \wedge \neg Rx) \vee (Py \wedge \neg Qy) \vee \neg Pa \vee Ra]$

Ejemplo 2: $\neg\ [(Qx \wedge Rx) \vee (Py \wedge \neg Qy) \vee \neg Pa \vee \neg Ra]$

Ejemplo 3: $\neg\ [(Qx \wedge \neg Rx) \vee \neg Pf(z) \vee \neg Qf(z) \vee (Pz \wedge Rz)]$

Ejemplo 4: $\neg\ [(Qx \wedge Rx) \vee \neg Pf(z) \vee \neg Qf(z) \vee (Pz \wedge \neg Rz)]$

6. El próximo paso consiste en la *sustitución* y *unificación*. La sustitución consiste en cambiar los símbolos de variables por términos (constante individual, otra variable individual o una función). Debe hacerse de manera uniforme, es decir, por el mismo término en todas las ocurrencias de la variable sustituida en la cláusula donde tiene lugar la operación. Al momento de sustituir hay que tener en cuenta que el término que vaya a sustituir no incluya variables ya presentes en la cláusula en la que va a entrar[27]. Otra forma de definir esta operación es como una función donde a cada término, a cada variable y a cada expresión se le asigna una nueva expresión que resulta de sustituir la variable por el término en la expresión original. Normalmente esta operación consiste en borrar la variable y poner en su lugar a un término[28].

Por su parte, la unificación[29] se aplica cuando se presenta un conjunto de cláusulas que hay que transformar mediante una serie de sustituciones para poder aplicarles la resolución. Se dice que dos expresiones son unificables si hay alguna sustitución que permite convertirlas en idénticas y se le llama unificador a la sustitución que lo consigue[30]. En otras palabras, unificar dos expresiones skolemizadas consiste en aplicar una sustitución que permita hacerlas idénticas o

[26] *Ibíd.*
[27] *Ibíd.* p. 427.
[28] MANZANO, María y HUERTAS, Antonia, *Lógica para principiantes*, *op. cit.* p. 352.
[29] Este es el principal problema que se presenta en el momeno de aplicar el Teorema de Herbrand.
[30] GARRIDO, Manuel, *Lógica Simbólica*, *op. cit.* P. 427.

adecuadas para aplicar la regla de resolución. Por su parte, un unificador es una secuencia de sustituciones que unifica las expresiones de las cláusulas.[31]

La mecanización del método de *unificación*, que a su vez supone el de *sustitución*, fue la pieza clave que hizo posible que Robinson pusiera en práctica con éxito su principio de resolución. El algoritmo de unificación permite hallar el *unificador general máximo* de dos expresiones, el cual las convierte en sintácticamente idénticas. Es importante tener en cuenta que puede darse el caso de que dos expresiones no sean unificables. Por ejemplo, los términos $f(f(x))$ y $f(g(g(z))$ no lo son porque no existe una sustitución que los convierta en sintácticamente idénticos. Por otro lado, también pueden haber casos en los cuales haya más de un unificador, por ejemplo, en las clausulas Q*wz* y Q*wb* son unificables por las sustitución *z/b* y también mediante la sustitución *w/b*, *z/b*[32].

Es importante tener en cuenta que en la unificación solo se pueden sustituir variables. Es decir, una variable se puede sustituir por una constante, por una función o por otra variable. La excepción a la sustitución de una variable por cualquier término es que esta no puede sustituirse por una función de ella misma[33], por ejemplo, la variable x no puede sustituirse por $f(x)$.

Un tratamiento riguroso de la unificación, el cual describe un algoritmo para realizar la misma y también presenta la prueba de que dicho algoritmo siempre termina en algún paso finito n que pertenece a lo naturales, se puede encontrar en el texto de Nerode y Shore[34]. Como es de suponer, tal algoritmo no siempre logra unificar, a veces termina presentando el mejor resultado posible (que no es una unificación).

Retomando los ejemplos, el paso de unificación y sustitución se llevaría a cabo de la siguiente manera:

Ejemplo 1: $\neg\, [(Qx \wedge \neg Rx) \vee (Py \wedge \neg Qy) \vee \neg Pa \vee Ra]$

[31] MANZANO, María y HUERTAS, Antonia, *Lógica para principiantes*, *op. cit.* p. 352

[32] GARRIDO, Manuel, *Lógica Simbólica*, *op. cit.* pp. 427-428.

[33] MANZANO, María y HUERTAS, Antonia, *Lógica para principiantes*, *op. cit.* p. 352.

[34] NERODE, Anil. y SHORE, Richard. *Logic for applications*. New York: Springer. (1997).

En este caso se deben unificar las expresiones Q*x*y ¬Q*y*; ¬R*x*y R*a; ¬*P*a*y P*y*. Para ello se debe sustituir la variable *x* por el término *a*, así como también la variable *y* por el término *a*, de manera que:

$$\left.\begin{array}{l} x = a \\ y = a \end{array}\right\}$$

Por lo tanto, las cláusulas finales unificadas son:

¬ [(Q*a*∧¬R*a*) ∨ (P*a*∧¬Q*a*)∨ ¬P*a*∨ R*a*]

Ejemplo 2: ¬ [(Q*x*∧R*x*) ∨ (P*y*∧¬Q*y*)∨ ¬P*a*∨¬R*a*]

En este caso se deben unificar las expresiones Q*x*y ¬Q*y*; R*x*y ¬R*a; ¬*P*a*y P*y*. Como en el ejemplo anterior, se debe sustituir la variable *x* por el término *a*, así como también la variable *y* por el término *a*, de manera que:

$$\left.\begin{array}{l} x = a \\ y = a \end{array}\right\}$$

Por lo tanto, las cláusulas finales unificadas son:

¬ [(Q*a*∧ R*a*) ∨ (P*a*∧¬Q*a*)∨ ¬P*a*∨¬R*a*]

Ejemplo 3: ¬ [(Q*x* ∧ ¬R*x*) ∨ ¬P*f(z)* ∨ ¬Q*f(z)* ∨ (Pz ∧ Rz)]

En este caso se deben unificar las expresiones Q*x* y ¬Q*f(z)*; ¬R*x* y Rz*;* ¬P*f(z)*y Pz. Para ello, se debe hacer la siguiente sustitución:

$$\left.\begin{array}{l} x = f(z) \\ z = f(z) \end{array}\right\}$$

Sin embargo, estas expresiones no van a poder unificarse ya que una variable no puede ser sustituida por una función de ella misma. Asimismo, la función *f(z)* no puede ser sustituida por un término, otra variable o por otra función, ya que son las variables las únicas que pueden ser sustituidas.

Ejemplo 4: ¬ [(Q*x* ∧ R*x*) ∨ ¬P*f(z)* ∨ ¬Q*f(z)*∨ (Pz ∧ ¬Rz)]

En este caso se deben unificar las expresiones Q*x* y ¬Q*f(z)*; R*x* y ¬R*z*; ¬P*f(z)*y Pz. Para ello, se debe hacer la misma sustitución que en el ejemplo anterior, a saber:

$$\left.\begin{array}{l} x = f(z) \\ z = f(z) \end{array}\right\}$$

Estas expresiones tampoco van a poder unificarse por la misma razón expuesta anteriormente.

En estos dos últimos ejemplos se puede observar el carácter no decidible del procedimiento para calcular los términos. Esto significa que el método por unificación no es suficiente para encontrar los términos a sustituir y el hecho de encontrarlos puede ser una tarea muy complicada de hacer, tanto para los humanos como para las máquinas.

Decisión de validez utilizando cálculo por resolución

Una vez transformadas las fórmulas de primer orden a un lenguaje proposicional, utilizando como fundamento al Teorema de Herbrand, se procederá a demostrar si las fórmulas en cuestión son válidas o no, mediante un procedimiento de decisión propio de la Lógica proposicional, a saber, el cálculo por resolución.

Para ello, la fórmula resultante debe transformarse a su FNC. Para ello, se tomará en cuenta el algoritmo presentado en Garrido para la lógica proposicional. Sin embargo, en este caso se va a omitir el paso de eliminación de las implicaciones y coimplicaciones ya que estas fueron eliminadas mediante el cálculo de la FNP. Dicho procedimiento consiste en:

a. Normalizar los negadores. Esto es interiorizar los negadores que ocurran en el resultado de las anteriores transformaciones, de manera que cada negador afecte directamente a una fórmula atómica. Para ello se usarán las leyes de De Morgan y la de doble negación:

¬(A ∧ ¬B) ↔ ¬A ∨ ¬B	**ley de De Morgan**
(¬A ∨ B) ↔ ¬A ∧ ¬B	**ley de De Morgan**
¬¬ A ↔ A	**Doble negación**

b. Exteriorizar los conjuntores, en todas sus ocurrencias, fuera de los paréntesis. Esto se hace mediante la ley de distribución del disyuntor en cualquiera de estas dos formas:

$A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

$(A \wedge B) \vee C \leftrightarrow (A \vee C) \wedge (B \vee C)$

Tomando en cuenta los cuatro ejemplos anteriores el cálculo de su FNC sería:

Ejemplo 1:

1. $\neg [(Qa \wedge \neg Ra) \vee (Pa \wedge \neg Qa) \vee \neg Pa \vee Ra]$
2. $\neg (Qa \wedge \neg Ra) \wedge \neg (Pa \wedge \neg Qa) \wedge \neg \neg Pa \wedge \neg Ra)$ **(R7)**
3. $(\neg Qa \vee \neg\neg Ra) \wedge (\neg Pa \vee \neg\neg Qa) \wedge Pa \wedge \neg Ra$ **(R6)**
4. $(\neg Qa \vee Ra) \wedge (\neg Pa \vee Qa) \wedge Pa \wedge \neg Ra$ **(R14). FNC de 1**

Ejemplo 2:

1. $\neg [(Qa \wedge Ra) \vee (Pa \wedge \neg Qa) \vee \neg Pa \vee \neg Ra]$
2. $\neg (Qa \wedge Ra) \wedge \neg (Pa \wedge \neg Qa) \wedge \neg \neg Pa \wedge \neg\neg Ra$ **(R7)**
3. $(\neg Qa \vee \neg Ra) \wedge (\neg Pa \vee \neg\neg Qa) \wedge Pa \wedge Ra$ **(R6)**
4. $(\neg Qa \vee \neg Ra) \wedge (\neg Pa \vee Qa) \wedge Pa \wedge Ra$ **(R14). FNC de 1**

Ejemplo 3:

1. $\neg [(Qx \wedge \neg Rx) \vee (\neg Pf(z) \vee \neg Qf(z)) \vee (Pz \wedge Rz)]$
2. $\neg (Qx \wedge \neg Rx) \wedge \neg \neg Pf(z) \wedge \neg\neg Qf(z) \wedge \neg (Pz \wedge Rz)$ **(R7)**
3. $(\neg Qx \vee \neg\neg Rx) \wedge Pf(z) \wedge Qf(z) \wedge (\neg Pz \vee \neg Rz)$ **(R6)**
4. $(\neg Qx \vee Rx) \wedge Pf(z) \wedge Qf(z) \wedge (\neg Pz \vee \neg Rz)$ **(R14). FNC de 1**

Ejemplo 4:

1. $\neg [(Qx \wedge Rx) \vee \neg Pf(z) \vee \neg Qf(z) \vee (Pz \wedge \neg Rz)]$
2. $\neg (Qx \wedge Rx) \wedge \neg \neg Pf(z) \wedge \neg\neg Qf(z) \wedge \neg (Pz \wedge \neg Rz)$ **(R7)**
3. $(\neg Qx \vee \neg Rx) \wedge Pf(z) \wedge Qf(z)) \wedge (\neg Pz \vee \neg\neg Rz)$ **(R6)**
4. $(\neg Qx \vee \neg Rx) \wedge Pf(z) \wedge Qf(z) \wedge (\neg Pz \vee Rz)$ **(R14). FNC de 1**

Una vez obtenida la FNC se procede a aplicar *la regla de resolución*. La cual se define de la siguiente manera:

De A ∨ B y ¬A ∨ C se deduce B ∨ C[35].

Siguiendo con los ejemplos anteriores, la decisión de validez usando este cálculo sería:

Ejemplo 1: (¬Q*a*∨ R*a*) ∧ (¬P*a*∨Q*a*) ∧ P*a* ∧ ¬R*a*

1. ¬Q*a* ∨ R*a*	
2. ¬P*a*∨Q*a*	
3. P*a*	
4. ¬R*a*	
5. R*a* ∨ ¬P*a*	**Resolución en 1, 2**
6. ¬P*a*	**Resolución en 4,5**
7. [⊥]	**Resolución en 3, 6**

En este ejemplo se puede observar que la prueba de resolución se cierra con una contradicción, esto significa que el conjunto de fórmulas es insatisfascible. Y por lo tanto, el razonamiento original es válido.

Ejemplo 2: (¬Q*a*∨¬R*a*) ∧ (¬P*a*∨Q*a*) ∧ P*a* ∧ R*a*

1. ¬Q*a*∨¬R*a*	
2. ¬P*a*∨Q*a*	
3. P*a*	
4. R*a*	
5. ¬R*a* ∨ ¬P*a*	**Resolución en 1, 2**
6. ¬P*a*	**Resolución en 4,5**
7. [⊥]	**Resolución en 3, 6**

[35] MANZANO, María y HUERTAS, Antonia, *Lógica para principiantes*, *op. cit.* p. 350.

En este ejemplo, se puede observar que la prueba de resolución se cierra con una contradicción, esto significa que este conjunto de fórmulas también es insatisfascible. Y por lo tanto, el razonamiento original es válido.

Ejemplo 3: (¬Qx∨ Rx) ∧ Pf(z) ∧ Qf(z) ∧ (¬Pz∨¬Rz)

En este caso no se puede aplicar cálculo por resolución porque no se logró unificar. Es decir, que para que la resolución pueda aplicarse a dos literales es necesario que la única diferencia entre ambos sea el negador. Por ejemplo, las expresiones Px y ¬Pa no son resolubles porque no constituyen un par complementario. Pero sí lo serán si se sustituye en la primera variable x por la constante a[36].

Ejemplo 4: (¬Qx ∨ ¬Rx) ∧ Pf(z) ∧ Qf(z) ∧ (¬Pz ∨ Rz)

Tampoco se puede aplicar resolución ya que presenta el mismo problema que el ejemplo anterior. De manera que no va a poder determinarse la validez de estos argumentos utilizando el método expuesto. Estos dos últimos ejemplos dan cuenta que el problema de la decisión en la Lógica de primer orden sigue estando presente, a pesar de que haya soluciones parciales a la misma, tal como lo es el Teorema de Herbrand y sus implicaciones.

[36] GARRIDO, Manuel, *Lógica Simbólica*, *op. cit.* p. 426.

Reconocimiento de la intención: Una propuesta alternativa a la explicación de Paul Grice

Nahir Hurtado
(Universidad Central de Venezuela)

UCV ESCUELA DE FILOSOFÍA

apuntes filosóficos

Vol. 28 No. 55

Reconocimiento de la intención: Una propuesta alternativa a la explicación de Paul Grice

Recognition of the intention: An alternative proposal to Paul Grice's explanation

Nahir Hurtado
(Universidad Central de Venezuela)

Articulo recibido: 21 de octubre de 2019.

Arbitrado: 12 de noviembre de 2019.

Resumen: En términos de Grice, lo que se comunica tendrá que ver con la intención comunicativa que el hablante tuvo al proferir algo, esto es, qué condiciones se dan para determinar que cuando "H (el hablante) profirió p (una proferencia), en una situación, lo que realmente quiso decir fue x (un significado distinto a la proferencia lingüística)". El reconocimiento de la intención será, para Grice, la justificación de la proferencia lingüística, es decir, su verdadero significado. Sin embargo, la noción griceana de intención presenta múltiples inconvenientes conceptuales que han sido destacados por diversos detractores, uno de ellos David Lewis quien propone una alternativa satisfactoria a dicha noción. El objetivo de este artículo será exponer la posición de Lewis al concepto de intención en Grice.

Palabras clave: Intención, Significado, Convención.

Abstract: In terms of Grice, what is communicated will have to do with the intention communicative that the speaker had when uttering something, that is, what conditions exist to determine that when "H (the speaker) uttered p (a proference), in a situation, what he really meant was x (a different meaning to the linguistic preference) ". The recognition of the intention will be, for Grice, the justification of linguistic proference, that is, its true meaning. Without However, the Gricean notion of intention has multiple conceptual drawbacks that have been highlighted by various detractors, one of them David Lewis who proposes a satisfactory alternative to this notion. The objective of this article will expose Lewis's position to the concept of intention in Grice.

Keywords: Intention, Meaning, Convention.

Significado e intención:

En el artículo "Significado", Grice empieza por mostrar cuáles son los casos de significación que no están regidos necesariamente por las convenciones. Esta distinción, aunque no es del todo clara, comienza con la diferencia entre sentido natural y sentido no natural. Se llamarán sentidos naturales a aquellos que están necesariamente ligados a su significado, por ejemplo, el humo es un signo natural del fuego; son todos los casos donde "*x* significa *p* y *x* significaba que *p* implica *p*"[1].

Los sentidos no-naturales son acciones racionales, es decir, contienen una intención que se manifiesta mediante una acción para transmitir algo. Por ejemplo, alguien nos espera en un auto y toca la bocina, enseguida interpretamos que es hora de apresurarnos, pero el tocar la bocina no necesariamente va ligado al hecho de que tenemos que apresurarnos a montarnos en el auto, puede haber ocurrido que la persona la presionó sin intención o porque le gusta escuchar el sonido de la misma[2].

Estos tipos de sentido son acciones que se producen con el objetivo de generar mediante un signo un estado mental en otra persona y que pueden interpretarse como "*x* significa *p* y *x* significaba que *p* no implica *p*"[3]. Grice abreviará sentidos no-naturales con sentidos NN.

En el artículo de Grice se exponen tres condiciones para que sea posible el significado:

1. Que se ponga de manifiesto una intención.
2. Que el agente reconozca esa intención.
3. Que se lleve a cabo un acto en respuesta al reconocimiento de esa intención.

Grice empieza a exponer una serie de ejemplos que elucidan una explicación de los significados no naturales. La primera selección que hace es la comparación de casos que cumplen con los criterios expuestos en "Significado" y los compara con aquellos, que, aun manifestando intención, no la ponen en evidencia[4]; estos son llamados por Grice casos prototípicos.

[1] GRICE, P., "Significado", en Vallenilla, L. (comp.), *La búsqueda del significado,* Ed Tecnos, Madrid, 1999.
[2] *Ibíd*., p. 486.
[3] *Ibídem*.
[4] Cf. GRICE, P., "Intención y Significado", en Villanueva, L. (comp.), *La búsqueda…, cit*., pp. 500-504.

Veamos los siguientes ejemplos:

1. La Sra. Ana desea que su hijo lave la ropa y para ello coloca la cesta de ropa sucia en frente de su cuarto. Su hijo captando la intención de su madre actúa en consecución a la misma y lava la ropa.
2. Imaginemos un compañero muy avaro que se encuentra en este salón con nosotros, su conversación es pesada y nos encontramos muy ocupados para prestarle atención. Uno de nosotros sabiendo su condición de avaro se acerca a la ventana y lanza disimuladamente un billete, con la intención de que él fuese a recogerlo y así librarnos de nuestro tedioso amigo.
3. El sr. José preocupado por dar a conocer a su esposa la respuesta de sus jefes sobre su ascenso, coloca sobre la mesa una botella de vino de tal forma que cuando llegue a casa encuentre la sorpresa.
4. El sr. Ricardo se encuentra jugando póker con su jefe, queriendo no ganar, idea un plan para que su jefe note que tiene buenas manos sin sepa que su intención es proporcionales esa información. De tal manera, que cuando tiene un buen juego de cartas, sonríe sin mirar a su jefe.

En el primer caso, el de la ropa sucia, es obvio que los tres criterios expuestos por Grice en "Significado" se cumplen a cabalidad:

- Se pone de manifiesto una intención, al colocar la cesta en frente del cuarto.
- El agente reconoce esa intención, sabe que su madre quiere que la ropa.
- Se da un acto en respuesta a esa intención, efectivamente lava la ropa.

En el segundo caso, el del compañero avaro, vemos que la intención final es deshacernos del compañero, pero no deseamos que esta intención sea reconocida por el agente, pues estaríamos ofendiéndolo. En este caso, aunque hay una intención de fondo, se ponen de manifiesto otras intenciones para que la principal no sea reconocida.

En el tercer caso, el ejemplo del ascenso, aunque cumple con los criterios expuestos por Grice, puede tomarse el acto con sentido natural, es decir, convencional; pues convencionalmente se sabe que una botella de vino significa celebración y en el caso del ejemplo ha de notarse que la respuesta fue positiva.

Por último, el cuarto caso, el juego de póker, es el más complejo de todos, pues hay varías intenciones de fondo: la primera, que el jefe sepa que sonríe para alertarlo y no apueste en esa mano, la segunda que mediante el no reconocimiento de la intención de fondo su jefe no se ofenda; y tercero, la intención de fondo (alertarlo ante una buena mano y no se dé cuanta) se cumpla a cabalidad.

Resumiendo los ejemplos, tenemos:

1.- En el caso de la ropa sucia X desea que Y reconozca su intención y efectivamente actúa en pro de ello. Este ejemplo es propiamente el sentido NN griceano.
2.- en el ejemplo del avaro X desea producir una intención, más que no reconozca.
3.- En el ejemplo de la botella de vino X desea que Y reconozca su intención, mediante un signo convencional.
4.- En el ejemplo del póker. X desea producir una intención en Y contraria a la proferencia que está realizando, al tiempo que no desea que la intención de fondo se revele.

En consecuencia, tenemos que tres de los cuatro pueden ser llamados prototípicos, es decir, excepciones a los criterios expuestos por Grice que constituyen ejemplificaciones que muestra lo basto que puede ser las intenciones comunicativas[5].

A estos ejemplos prototípicos se le suma lo absurdo que es pensar que un ser humano normal recrea conscientemente las intenciones griceanas en las más cotidianas y habituales ocasiones en que profiere un signo; resulta particularmente ridículo pensar que el hablante enuncia conscientemente el razonamiento que hemos denominado proceso griceano, ese razonamiento que según el análisis de Grice el hablante debe esperar de su audiencia.[6]

[5] *Ibíd.*, pp. 506-510.
[6] Cf. CARPINTERO, M., *Las palabras, las ideas…, cit.*, pp. 522-523.

Una propuesta alternativa:

A estos ejemplos prototípicos surge una explicación que, para algunos filósofos del lenguaje, es preferida sobre la de Grice. Esta elucidación fue ofrecida por David Lewis[7] en su artículo “Convention: A Philosophy Study”, publicado en 1969.

Según los postulados de Lewis, el lenguaje parece fundamentarse en un pacto similar al que tiene un contrato social, pero no como un acuerdo entre los individuos de una época determinada que marcó el inicio de las leyes. Se trataría, más bien, de un cierto tipo de acción racional que surge como una necesidad de individuos racionales.

Lewis toma la idea de Hume[8] sobre la naturaleza de la convención. Recordemos que, para Hume, la idea de convención reside en un sentimiento de interés común, compartido por los miembros de una comunidad, que les permite reglamentar ciertas conductas mediante una serie de reglas que ellos mismos proponen. Según esta idea, una convención no es tal por la forma como se origina, sino por el modo como persiste, es decir, para que haya una convención no se necesita un acuerdo explícito. Lewis, tomando la idea humeneana, reconstruye la noción de convención haciendo uso también del equilibrio por saliencia expuesto ya en la teoría de juegos.

Explicaremos someramente esta idea y veremos cómo Lewis da una respuesta alternativa a los casos prototípicos de la teoría griceana.

La teoría de juegos se origina como una teoría matemática que estudia la manera en que los individuos racionales toman decisiones estratégicas. En referencia a ello, la teoría de juegos indica lo que puede pasar en ciertos escenarios en donde exista confrontación o apoyo entre dos o más sujetos racionales, pero esto no significa que prediga lo que va a pasar.

Obsérvese el siguiente ejemplo para explicar mejor la teoría de juegos[9]. Consideremos la situación de los Estados Unidos de América (EUA) y de la Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas (URSS) en los tiempos de la guerra fría. Según las acciones de ambos países, se planteaban dos estrategias militares: se ataca con bombas nucleares o no se ataca.

---

[7] Cf. LEWIS, D. (1969), Convention: A Philosophy Study, Cambridge, Harvard University Press.

[8].Cf., HUME, D. Tratado de la Naturaleza Humana. Trad. Félix Duque. Buenos Aires, Orbis, 1984. Tomos III, p. 715.

[9] Cf. GONZÁLEZ, M. y OTERO I. (2007), Curso básico de Teoría de Juegos, Caracas, IESA, p. 21.

Si ambos países atacan, el resultado sería la destrucción del planeta y ambos perderían todo en lugar de ganar el anhelado poder. Si los EUA atacará primero y la URSS no lo hiciera, habría un costo para los EUA, que tendría una repercusión futura sobre el planeta, pero el costo para el país que recibe el ataque es devastador, pues quedaría totalmente destruido y no tendría modo de responder favorablemente en tal situación. En caso contrario, que la URSS hubiese primero, el resultado sería el mismo. Dado el caso que ninguna de las dos naciones ataque, pero inviertan en armamento nuclear con el fin de hacer saber al otro país que están preparados para la guerra, entonces ninguno de los dos será destruido, pero cada uno asumirá los costos de desarrollar dicho armamento[10].

En este caso, se presentan solo dos oportunidades de equilibrio: el ataque simultáneo, en el que los EUA y la URSS se atacarían, lo que implicaría una gran pérdida para ambos países; o que ninguno de los dos ataque. Precisamente, a este último equilibrio se le denominó guerra fría y fue el balance que se alcanzó cuando las dos naciones entraron en el juego. Las dos posibilidades presentadas anteriormente (el ataque simultáneo y el no ataque), se han denominado dentro de la teoría de juegos como *problema de coordinación*.

De cierta manera los problemas de coordinación son escenarios donde "los actores tienen intereses similares y, aunque puede no importarles qué solución".

Se denomina equilibrio de coordinación a las situaciones o acciones en donde ninguno de los dos agentes habría salido mejor, si el otro hubiese actuado de otra manera. El equilibrio de coordinación abarca las alternativas que permitirán a los dos agentes maximizar su beneficio en la jugada con mínimo esfuerzo; por tal motivo, los problemas de coordinación se resolverán de dos modos: por acuerdo, cuando ambos jugadores tienen la posibilidad de comunicarse; o por saliencia, donde ambos agentes utilizan un equilibrio que es sobresaliente en algún aspecto y favorable para ambos, siendo considerada la acción más racional.

En caso de que la solución del juego se dé por saliencia, un tipo de resolución se daría por precedentes. Tómese el ejemplo de dos sujetos que se encontraron ayer y desean volver a verse hoy. Una de las soluciones es volver al mismo sitio donde se encontraron, esperando cada uno

[10] *Ibíd*., p. 22.

que el otro tome la misma acción, ya que ambos desean volverse a ver. “Se trata de un equilibrio que es singularmente notable por la razón de que se ha alcanzado anteriormente”[11].

Es por ello que la solución por precedente se da en virtud de la familiaridad adquirida por una regularidad de logros en casos anteriores y que se convierten en análogos para nuevas situaciones. Para Lewis el concepto de convención se explica de este modo.

“[Las convenciones son] regularidades en la acción, o en acción y la creencia, que son arbitrarias, pero se perpetúan, porque sirven a alguna suerte de interés común”[12].

Según Lewis, las convenciones son regularidades que se dan a partir de acciones racionales en un conjunto de individuos. Sin embargo, para que la convención por regularidad se dé debe existir un par de condiciones:

1.- El conocimiento mutuo de la regularidad de una acción por parte de los individuos que constituyen la comunidad.

2.- Este conocimiento mutuo de preservar la recurrencia de la acción. Por ejemplo, el que todos los conductores conduzcan por la derecha es la regularidad de una acción, teniendo en cuenta que todos los miembros de una comunidad aceptan la regularidad y actúan según ella, entonces esa acción es recurrente a lo largo del tiempo[13].

Por lo que una convención no se da por una cierta regularidad de una conducta, sino que es una acción que se lleva a cabo por parte de los individuos racionales que responde a un propósito mutuo. En primer lugar, cada agente tiene un objetivo que quiere alcanzar y pretenderá alcanzarlo ateniéndose a la convención. Si dicho objetivo se pretende alcanzar es porque se cree que los demás agentes de la comunidad también lo harán. Esa creencia, junto con la consecución del objetivo, le da razones para realizar la acción. Actuará de igual forma teniendo la creencia de que los demás tienen la misma certeza[14].

---

[11] GARCÍA SUAREZ, A. (1997), Modos de Significar, *cit.*, p. 370.
[12] LEWIS, D. (1969), Convention: A Philosophy…, *cit.*, p. 42.
[13] *Ibíd.*, pp. 42-45.
[14] Cf. CARPINTERO, M., (1996) Las palabras, las ideas y…, *cit.*, p. 526.

De este modo, la definición de Lewis se plantea de la siguiente manera: Una convención se establece en una comunidad (C) siempre y cuando exista una acción racional (R) de modo regular, cumpliéndose las siguientes condiciones:

1. Todo agente de C concede R.
2. Todo agente de C cree que todo miembro de C concede R.
3. La creencia en 2 constituye una razón para que cada agente de C conceda R.
4. Existe una preferencia a que todo agente de C prefiera que todos concedan R a que todos, excepto uno, lo haga.
5. Existirá al menos una acción racional alternativa, R´, que satisfaga los mismos fines que R.
6. Existe un conocimiento mutuo entre los agentes de la comunidad sobre los postulados anteriores, es decir, conocen las cláusulas, saben que los demás agentes las conocen y saben que los demás miembros también las conocen[15].

Es necesario aclarar con respecto a estas cláusulas, que aunque muchos teóricos de la acción racional[16] han empleado el concepto de arbitrariedad para referirse a las convenciones, esto supone una cierta regularidad que se determina por los comportamientos que emergen de una determinada situación social y terminan siendo arbitrarias en virtud de múltiples regularidades que pueden obtener el mismo fin.

Nótese, entonces, que la convención no es arbitraria del modo común como se entiende el concepto, es arbitraria en tanto que es una acción racional regular que se preserva en rigor del conocimiento mutuo de todos los miembros de la comunidad.

[15] La definición de Lewis reza de la siguiente forma:
Una regularidad R en el comportamiento de los miembros de una población P siendo agentes en una situación recurrente S es una convención si y sólo si, en cualquier instancia de S entre los miembros de P, (1) todos se conforman con R; (2) todos esperan que todos los demás se conformen con R; (3) todos prefieren conformarse con R a condición de que los otros lo hagan, dado que S es un problema de coordinación y la conformidad uniforme con R es un equilibrio propio de coordinación en S. Lewis, D. (1969), Convention: A Philosophy…, *cit*, p. 47.
[16] *Ibíd*., p. 70 y en COLEMAN (1990), Foundations of Social Theory, Cambridge, Harvard University Press, p. 248.

La noción de arbitrariedad en la convención constituye el resultado histórico determinado de una situación social, es decir, dar cuenta de una convención es dar cuenta de las condiciones históricas específicas que permitieron su aparición.

Por otro lado, existe una nueva aclaratoria respecto de la diferencia entre el contrato social y la convención, o norma y convención. En el caso del contrato social, un individuo asume ciertos actos en virtud de que todos lo hagan, aunque la proferencia individual se inclina a que todos, excepto él, se atengan al contrato o la norma. Por ejemplo, los clientes de un banco preferirían ser atendidos sin hacer cola en la taquilla, pero las personas se atienen a la regla en virtud de que todos lo hagan. En el caso de la convención, cada agente preferiría que todos, incluyéndolo a él, asumieran la regularidad. Por tanto, las convenciones tendrían una función más del tipo motivacional que de tipo obligatorio[17].

Bajo las condiciones anteriores, la convención es una acción racional y no un conjunto de meras conductas regulares. Las convenciones se rigen por complejas creencias sobre las acciones y las creencias de los demás miembros de una comunidad. Además, según la explicación expuesta por Lewis, no es necesario que la convención se fundamente en un acuerdo lingüístico, porque perfectamente se puede dar una convención, sin necesidad de dicho acuerdo.

Por ejemplo, póngase el caso de dos amigos que se encuentran en un bar un día X de la semana y comparten un tiempo juntos, a la siguiente semana vuelven a encontrarse en el mismo sitio y así sucesivamente las siguientes semanas. Después de un tiempo se instaura una convención entre ellos de encontrarse un día X de la semana en dicho bar. En este caso, no hubo la necesidad de llegar a un acuerdo lingüístico para que la práctica se instaurara[18].

Las convenciones lingüísticas, según Lewis, serán regularidades autoperpetuantes[19] que describen intenciones comunicativas utilizando recursos que se utilizan continuamente. El siguiente ejemplo explica lo anterior: Santiago y Juan son dos niños a quienes les gusta realizar travesuras en el salón. En cierta ocasión, cuando Santiago estaba realizando una jugarreta, la maestra estaba a punto de ingresar al salón y Juan, viendo que se acercaba, le gritó a Santiago:

[17] SACCONI, L. y Moretti, S. (2002), "Fuzzy norms, default reasoning and equilibrium selection in games under unforeseen contingencies and incomplete knowledge", in LIUC Papers: pubblicazione periodica dell 'Università "Carlo Cattaneo", pp. 1-5.
[18] CARPINTERO, M., (1996) Las palabras, las ideas y…, *cit*., p. 528.
[19] Cf. LEWIS, D. (1969), Convention: A Philosophy…, *cit.*, p. 78.

"¡aguas!". Santiago no captó lo que Juan quiso decir y fue reprendido por la maestra. En otra situación, Juan estaba haciendo travesuras en el salón y Santiago, viendo que la maestra se acercaba, le gritó "¡aguas!", en ese momento, captando la intención de Santiago y teniendo en cuenta el incidente anterior, Juan corre a su asiento y se queda tranquilo. Desde entonces, los compañeros, viendo las situaciones anteriores, comenzaron a utilizar la palabra "¡aguas!" como señal para avisar la presencia de la maestra cuando alguno de ellos se estuviese portando mal.

El hecho de que los niños utilicen la palabra "¡aguas!" con éxito para comunicarse en una situación específica, generará con el tiempo el conocimiento mutuo de que "¡aguas!" en la situación antes descrita significará un elemento adecuado para alertar a los compañeros de la presencia de la maestra.

Lewis, ofreciendo una exposición genérica de las convenciones lingüísticas, plantea que estas situaciones se basan en convenciones de veracidad y confianza, entendidas éstas desde la fuerza ilocutiva que se utilice en el juego: "Un lenguaje L es utilizado por una población P si y sólo si prevalece en P una convención".

En este contexto del caso de los informes, el hablante es veraz al proferir un signo para que los interlocutores juzguen P y los receptores son confiados cuando, al escuchar el signo, realmente juzgan P, captando así las intenciones comunicativas del hablante. En el caso de las proferencias petitorias el hablante confía en que al proferir el signo se realizará la acción P, queriendo que se realice P; y el receptor es veraz cuando al escuchar el signo, captando la intención comunicativa, efectúa las acciones para conseguir P[20].

> Mi propuesta es que la convención según la cual una población P utiliza un lenguaje L es una convención basada en la veracidad y la confianza en L. Para ser sincero en L se debe actuar de una manera determinada: no tratar de pronunciar las oraciones de L que no son ciertas. De este modo, evitar proferir una sentencia de L a menos que crea que sea cierto en L. La confianza en L es la formación de creencias de cierta manera: es imputar la veracidad de otros, y, en ese sentido, se tenderá a responder a otra expresión de alguna sentencia de L al llegar a creer que la frase pronunciada es verdadera en L.[21]

---

[20] Cf. *Ibíd.*, pp. 6-12.

[21] Traducción nuestra: "My proposal is that the convention whereby a population P uses a language is a convention of truthfulness and trust in L. To be truthful in L in to act in a certain way: to try never to utter any sentences of L that are not true in L. Thus it is to avoid uttering any sentence of L unless one believes it to be true in L. To be trusting in L is to form beliefs in certain way: to impute truthfulness in L to other, and thus to tend to respond to another´s utterance of any sentence of L by coming to believe that the uttered sentence is true L". *Ibíd.*, p. 7.

Siguiendo el ejemplo anterior, se observa lo siguiente: Santiago fue veraz al proferir "¡aguas!" cuando la maestra se acercaba al salón y Juan estuvo confiado al pensar que "¡aguas!" significaba una alerta de que se acercaba la maestra. Ahora bien, si se coloca a la proferencia como una petitoria, se puede seguir la estructura de Lewis y se verá cómo se ajusta fácilmente a la convención lingüística que se ha venido siguiendo[22]:

1. Todo agente de C concede R: Si se coloca la proferencia como petitoria, se puede ver cómo Santiago estuvo confiado al creer que profiriendo "¡aguas!" efectivamente Juan actuaría en virtud de la intención comunicativa que se quería significar; y se observa, cómo Juan fue veraz al actuar conforme a la intención comunicativa que Santiago quería significar.

2. Todo agente de C cree que todo miembro de C concede R: Los niños esperan que cuando alguno de ellos esté haciendo una travesura y la maestra esté cerca, se profiera "¡aguas!" como señal de alerta y efectivamente se ejecuten las acciones que corresponden ante la señal. Esto se espera según la regularidad de éxitos que ha tenido la proferencia para comunicar algo.

3. La creencia en 2 constituye una razón para que cada agente de C conceda R: En esta cláusula, tal como lo comenta Carpintero, se encuentra el proceso griceano, es decir, se genera un estado mental que se atiene a la convención. En nuestro ejemplo, Santiago, al ver que se acercaba la maestra y, con la intención de alertar a Juan, profiere "¡aguas!", y Juan, reconociendo que la intención de Santiago es veraz, confía en la proferencia y actúa en favor de lo que ella significa. Siendo efectivo el acto comunicativo, en virtud de exitosas situaciones pasadas, y la existencia de intereses mutuos, la acción racional se preserva en situaciones futuras, haciendo posible su autoperpetuación[23].

4. Existe una proferencia a que todo agente de C prefiera que todos concedan R y no a que todos, excepto uno, lo haga: Todos los miembros del juego lingüístico prefieren que todos sean veraces y confiados al momento de proferir o actuar según la

[22] Cf. LEWIS, D. (1975) "Language and…, *cit.*, pp. 78 y ss.
[23] *Ibídem*.

proferencia. En nuestro caso, todos los niños desean que cuando se profiera "¡aguas!" sea porque efectivamente se desea alertar la presencia de la maestra; del mismo modo, quien profiere "¡aguas!" confía en que según su proferencia los demás actuarán conforme a lo que se quiere significar.

5. Existirá al menos una acción racional alternativa R´, que satisfaga los mismos fines que R: Recuérdese que las convenciones son relativamente arbitrarias, en el sentido de que cualquier otra regularidad con el mismo objetivo hubiera ocasionado las mismas consecuencias. Por ejemplo, en vez de proferir "¡aguas!", se hubiera podido decir cualquier otra palabra u otra voz que cumpliera la misma función.

6. Existe un conocimiento mutuo entre los agentes de la comunidad sobre los postulados anteriores, es decir, conocen las cláusulas, saben que los demás agentes las conocen y saben que los demás miembros también saben que todos las conocen: Conociendo las situaciones anteriores y observando el éxito de la proferencia, los niños del salón empiezan a utilizar la proferencia. A partir del uso constante de la proferencia y su éxito, empieza a convertirse en una convención lingüística e implícitamente todos comienzan a atenerse a las cláusulas, aún sin hacerlas explícitas.

La exposición de Lewis no es solo clara, sino también útil para explicar las situaciones en las cuales intervienen convenciones lingüísticas. Al explicar la convención sin recurrir al ámbito lingüístico no recae en una *petitio principii*, en la que pareciese caer la explicación griceana. De este modo el reconocimiento de la intención comunicativa se dará en virtud de la convención lingüística que se autopreserva según lo explicado por Lewis y se sustenta en el interés de la realización satisfactoria de tales intenciones comunicativas.

Color y fenomenología: Un acercamiento al relacionalismo funcionalista de Jonathan Cohen

María Daniela Nuñez
(Universidad Central de Venezuela)

UCV ESCUELA DE FILOSOFÍA
apuntes filosóficos
Vol. 28 No. 55

Color y fenomenología: Un acercamiento al relacionalismo funcionalista de Jonathan Cohen

Color and phenomenology: An approach to Jonathan Cohen's functionalist relationalism

María Daniela Núñez
(Universidad Central de Venezuela)

Articulo recibido: 24 de octubre de 2019.

Arbitrado: 14 de noviembre de 2019.

Resumen: Se pretende mostrar cómo el relacionalismo funcionalista de Cohen trasciende y desdibuja la tajante ruptura entre lo subjetivo y objetivo propio de las propuestas ontológicas canónicas del color. Para ello, desde la familiaridad de los autores clásicos, se explicitan las características generales de la perspectiva mentalista y la externalista, en consideración a sus particulares dificultades. Por último, tras la presentación del argumento central expuesto por Cohen para justificar el carácter relacional de las propiedades cromáticas, en conjunto con su análisis funcional, se busca exponer las principales objeciones fenoménicas dirigidas al relacionalismo referidas a la evidencia de nuestras experiencias visuales y de qué forma la propuesta de Cohen logra darles término.

Palabras clave: Color, Relacionalismo, Funcionalismo, Fenomenología, Ontología.

Abstract: It is intended to show how Cohen's functionalist relationalism transcends and blurs the characteristic sharp break of the canonical ontological proposals of color between the subjective and objective. Thus, from the familiarity of classical authors, the general characteristics of each mentalist and externalist perspective are explained, in consideration of their particular difficulties. Finally, after the presentation of the central argument displayed by Cohen to justify the relational character of the chromatic properties, together with its functional analysis, it is sought to expose the main phenomenological objections against relationalism about the evidence of our visual experience and how Cohen's proposal overcomes them.

Keywords: Color, Relationalism, Functionalism, Phenomenology, Ontology.

1.- Dificultades iniciales: las distintas perspectivas ontológicas y la brecha entre dos planos de lo real

Al introducirnos en la trama de la ontología del color, es decir, al reflexionar en torno a la naturaleza última del color y al tratar de dar respuesta a qué tipo de propiedad es (si es este el caso), es común toparnos con dos opciones reduccionistas incompatibles entre sí. O bien nos remitimos al marco dela subjetividad, o bien nos dirigimos a la esfera de lo objetivo, identificando, respectivamente, al color con una propiedad de naturaleza mental (datos privados de los sentidos, sensaciones, representaciones fenoménicas, etc.), o de naturaleza extra-mental (una propiedad categórica, monádica y simple, intrínseca al objeto exterior, o algún tipo de interacción microfísica, como las reflectancias espectrales de las superficies de los objetos materiales). En otras palabras, al decir de Locke, el color se considera, de manera tajante, una *cualidad secundaria* o una *cualidad primaria* sin posible relación entre ambos planos marcadamente escindidos.

Dirigiéndonos al grupo mentalista, esto es, aquellos que consideran que el color es una mera sensación o propiedad de naturaleza mental, dependiente, por ende, de los diferentes cambios o disposiciones del sujeto cognoscente, nos encontramos con distintas posturas, por ejemplo, el *proyectivismo*[1]. Esta perspectiva, usualmente representada por Hume en opinión de Maund[2], se basa en la definición del color como propiedad sensible de nuestro campo visual que nuestra mente proyecta hacia el objeto exterior, considerándola, en última instancia y sin mayor reflexión, como una característica intrínseca al objeto material. Si bien el color (incluye al olor y al sabor), expresa Hume, es una percepción de la mente que refiere a la naturaleza propia del espíritu y, por ende, sin una existencia continua y distinta (no es una característica objetiva de los cuerpos), nuestra mente, en un contexto cotidiano, tras la confusión entre percepción y el objeto de la percepción, representa a dichas propiedades sensoriales como inherentes a los cuerpos, atribuyéndoles una existencia continua y distinta en la extensión[3], esto es, como si el color se

[1] Ejemplos contemporáneos de proyectivistas lo son Boghossian y Velleman. Véase: BOGHOSSIAN, Paul A. y VELLEMAN, D. J., "Colour as a Secondary Quality", *Mind, New Series,* Vol. 98, No. 389 (enero 1989), Oxford University Press: pp. 81-103.
[2] Cf. MAUND, B., "Color", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Edición de 2018), ed. Edward N. Zalta, https://plato.stanford.edu/archives/sum2018/entries/color/. (Consultado el 16 de septiembre de 2019).
[3] Cf. HUME, D., *Tratado de naturaleza humana*, Libros en la red, Diputación de Albacete, Edición Electrónica, 2001, p. 152.

tratase de una cualidad perteneciente al objeto material, sin remisión al sujeto ni su aparato sensible.

En referencia al grupo externalista, donde el color queda anclado al mundo extra-mental del sujeto cognoscente, nos topamos con posturas pre-teóricas como el *primitivismo* y perspectivas como el *fisicalismo*, acusado de ser contraintuitivo, y el *disposicionalismo*[4] del color. El primitivismo identifica el color con un tipo de propiedad cualitativa no-relacional (es decir, independiente de las constituciones particulares de un sujeto y de su aparato perceptivo), categórica, simple, monádica e inherente al objeto percibido[5]; asimismo, los primitivistas apelan al carácter *transparente* de la experiencia fenoménica, que permite el acceso absoluto y directo a la naturaleza de dicha propiedad: el color es aquello que se nos revela de forma inmediata y sin mayor reflexión cuando nos topamos con un objeto coloreado[6]. Dicho de otro modo, los primitivistas tienen una concepción *pasiva* del sujeto perceptor, reducido a un mero receptor de estímulos exteriores. La experiencia sensible, en este caso, es una guía *infalible* para el acceso al conocimiento total de dicho fenómeno.

Un ejemplo de primitivismo está presente en Russell, cuando este, posicionándose en un realismo ingenuo, considera que lo que podemos conocer en su totalidad acerca del color solo es posible gracias a la inmediatez de nuestra experiencia sensorial[7], y que apelar a las ciencias para la explicación de dicho fenómeno solo nos otorga una descripción incompleta, referida meramente a las causas físicas de nuestras sensaciones de color, como el movimiento ondulatorio y las interacciones de la luz con respecto a la superficie de los cuerpos. Siguiendo la distinción lockeana entre cualidades primarias y secundarias, y su diferenciada naturaleza, no podemos,

[4] Aunque comúnmente las clasificaciones canónicas de las diferentes perspectivas ontológicas del color han incluido al disposicionalismo dentro del marco realista-externalista, Cohen, tras un reajuste taxonómico basado en criterios como la atribución de un carácter relacional o la apelación al papel activo que ejecuta el aparato visual del sujeto en cuanto a la determinación de la naturaleza del color, reubica a ésta postura en la esfera relacionalista junto a otras posiciones como el *funcionalismo* (en sus distintas modalidades: de rol y de realizadores).

[5] Cf. BYRNE, A. y HILBERT, D., "Color Primitivism", *Erkenntnis*, 66 (2007): pp. 73-105; p. 74.

[6] Usualmente se han asociado las propuestas primitivistas a la tesis de la *revelación* de Johnston, que viene a estar ligada a un conjunto de ideas primarias o concepciones preliminares acerca del color. La tesis de la *revelación* expresa que, con respecto a un color particular, en este caso, el amarillo canario: "the intrinsic nature of canary yellow is fully revealed by a standard visual experience as of a canary yellow thing". De modo que, algunos primitivistas, basándose en dicha tesis, establecen que nuestras experiencias sensibles son suficientes para adecuarnos a un conocimiento absoluto acerca de la intrinsicidad del color: fijan conclusiones metafísicas desde afirmaciones meramente epistémicas. Véase: JOHNSTON, M., "How to Speak of the Colors", *Philosophical Studies*, 68 (1992): pp. 221-263, p. 223; y ADAMS, Z., "Seeing is Knowing: The Metaphysical Significance of Color Phenomenology", *The Review of Metaphysics*, Vol. 66, No. 1 (Sept. 2012): pp. 61-88, p. 64.

[7] Cf. RUSSELL, B., *Los problemas de la filosofía*, Barcelona: Editorial Labor, 1991, p. 17.

según Russell, dar una explicación fisicista o cuantitativa de los colores, sino meramente cualitativa o fenoménica. Solo las cualidades primarias como la extensión, el movimiento, la magnitud, etc., de los objetos materiales, son susceptibles de una explicación matemática o física. Aquello que la ciencia pueda descubrir con respecto a las interacciones físicas intervinientes en el fenómeno del color, es un asunto extrínseco, asociado de forma contingente a nuestro modo de representación, que no añade más de lo que podríamos saber acerca del color desde nuestro contacto directo a través de la percepción.

Por su parte, el fisicalismo busca otorgar una explicación de la naturaleza del color basado en un lenguaje descriptivo aledaño a las ciencias básicas, identificándolo con algún tipo de interacción microfísica objetiva y, por ende, medible, pero inaccesible a nuestra percepción sensible. Los fisicalistas identificarán a los colores con tipos de longitudes de onda o de reflectancias espectrales[8], esto es, el valor ponderado de cada longitud de onda que un tipo de superficie es capaz de reflejar. Lo que distingue de manera general al fisicalismo del color es su identificación con algún tipo de propiedad que nos es inaccesible sensorialmente y que requerirá, para su explicación, del auxilio de un tipo de reflexión ulterior. Casos paradigmáticos de fisicalistas lo son Platón (en remisión al *Timeo* y gracias al análisis realista expuesto por Txapartegi)[9], Aristóteles, y Thomas Reid, como representante moderno.

Platón en el *Timeo* define a los colores como emanaciones microscópicas de los cuerpos (56d), cuya naturaleza esencial nos es invisible bajo el dominio empírico, o, dicho de otro modo, los colores se conciben como llamas que emanan de las figuras, cuyas características dependen de la composición estructural de los objetos en relación a sus diminutas partículas invisibles. El fisicalismo, en su caso, se impone desde la independencia causal dada entre la percepción del color o las sensaciones de color y su naturaleza última, esto es, sus bases causales no visibles[10]. La naturaleza objetiva de las propiedades de color nos es inaccesible desde un examen sensorial,

[8] Véase: BYRNE y HILBERT, “Color Realism and Color Science”, *Behavioral and Brain Sciences*, No. 26 (2003): pp. 3-64.

[9] Un análisis fisicista de las concepciones del color es expuesto por Txapartegi (quien se remite al *Timeo* y al *Menón*), análisis que se opone a la usual identificación con las ramas subjetivistas de las afirmaciones de Platón en el *Teeteto* con respecto a la naturaleza del color, cuando éste en dicho diálogo parece equipararlo con impresiones de los sentidos. El análisis realista de Txapartegi de las concepciones platónicas acerca del color es estrictamente contemporáneo: no se compromete, afirma, con la postulación de “Formas cromáticas”. Véase: TXAPARTEGI, E., “Platón sobre los colores”, *Teorema*, Vol. XXVII/2 (2008): pp. 5-25 y TXAPARTEGI, “La doctrina platónica de los colores: Una interpretación realista”, *Crítica, Revista Hispanoamericana de Filosofía*, Vol. 40, No. 118 (abril 2008): pp. 79-107.

[10] Cf. TXAPARTEGI, “La doctrina platónica de los colores…”, p. 104.

de forma que no pueden ser definidas fenoménicamente, por ende, las partículas diminutas que dan cuenta de las sensaciones de color nos son desconocidas y su naturaleza solo es revelada, en palabras de Platón, ante los dioses (*Timeo* 68d); es imposible para los mortales dar una explicación o tener un contacto directo y visible con dichas partículas diminutas. En otros términos, Platón establecerá en el *Timeo* una correspondencia causal entre propiedades cualitativas y las estructuras geométricas inherentes de los cuerpos materiales: las sensaciones de color serán entendidas como un efecto de estas propiedades geométricas subyacentes a los cuerpos[11].

Esta manera de tratar al color a modo de emanación, tiene antecedentes en la doctrina de Empédocles y su concepción de color. Empédocles[12] va a partir de la idea de que el mundo ha sido generado desde los cuatro elementos primordiales, aire, agua, fuego, tierra, y esto se verá reflejado, a su vez, en su definición de color. Establecerá una identificación entre la claridad y la oscuridad con el color blanco y negro, respectivamente, donde toda la gama de colores y sus tonalidades van a generarse a partir de la mezcla (o suma) armónica y proporcional de partículas claras y oscuras inherentes al objeto[13]. Asimismo, la claridad, o el color blanco, serán asociados al elemento fuego, mientras que la oscuridad, o el color negro, al elemento agua[14]. Su particular teoría de la visión, incluirá, de igual modo, esta vinculación con partículas de fuego y agua subyacentes al órgano de la visión y al objeto percibido: establecerá la conmensurabilidad entre poros ubicados en el ojo, para que puedan traspasar ciertas emanaciones de partículas de fuego y agua, y poros ubicados en el objeto exterior, para que de ellos puedan surgir las partículas correspondientes de fuego y agua y así dar cabida a la percepción de objetos y sus propiedades cromáticas[15]. He aquí la definición, a la que se hará mención en el *Menón*, del color como emanación de los objetos, como un efecto dado desde una vinculación causal con cierto tipo de partículas de fuego y agua, que, si bien no son en sí mismas visibles, van a permitir la visualización del color del objeto. La doctrina de Empédocles va a tener una gran influencia en el *Timeo* de Platón, con respecto a esta correspondencia entre partículas de diferentes tamaños

[11] Cf. VICTOR, C., "Perception in Ancient Greek Philosophy", *The Oxford Handbook of Philosophy of Perception*, Ed. Mohan Matthen, Oxford University Press, 2015, pp. 29-50; p. 36 y p. 39.
[12] Cf. IERODIAKONOU, K., "Empedocles on Colour and Colour Vision", *Oxford Studies in Ancient Philosophy*, Vol. XXIX, Oxford University Press, 2005,pp. 1-37, p. 3.
[13] Cf. *Ibíd.*, p. 22.
[14] Cf. *Ibíd.*, p. 17.
[15] Cf. *Ibíd.*, p. 23-25; p. 27-28.

subyacentes al objeto, en relación a los diferentes elementos primigenios, y su tratamiento del color como emanación, como un efecto dado entre la interacción de estas partículas no visibles.

De igual modo, esta doctrina está implícita en la definición de color presentada por Aristóteles en *Del sentido y lo sensible*[16], a saber, como un efecto visible de una suma armónica o discordante de partículas invisibles claras y oscuras, presentes en el objeto material, o sea, la reducción de cualidades perceptivas o sensoriales a proporciones aritméticas. Los objetos de la percepción existen fuera de la mente, son características objetivas del mundo. Cuando un objeto actúa sobre el órgano sensorial, lo que recibe el ojo son elementos esenciales, formales. Las cualidades fenoménicas son propias del objeto: el color es una característica o cualidad objetiva del mundo que podemos percibir como efecto, mas no es una cualidad de nuestra propia experiencia[17]. Así, tanto Platón como Aristóteles (con su marcada referencia a la doctrina de Empédocles), desde un análisis contemporáneo, ilustran los rasgos generales de un fisicalismo del color, cuando estos no agotan la naturaleza esencial del color desde la mera percepción, ni lo identifican como una propiedad cualitativa o mental.

De manera análoga, como expresarían autores como Maund[18], las definiciones de Reid[19] con respecto al color lo introducen en la esfera de un fisicalismo reductivo, tras la separación entre *apariencia* de color y la *cualidad* del color en *sí*, cuyo carácter esencial desconocemos, dado que solo tenemos acceso a sus efectos en razón de sus distintas manifestaciones sensibles. Los colores, según Reid, son propiedades objetivas de los cuerpos materiales, independientes de nuestra mente y cuya naturaleza desconocemos. Tales cualidades reales, aunque nos son *desconocidas* en sí mismas, dan cuenta en los distintos sujetos de las ideas cromáticas de sensación. El fisicalismo, como mencionamos, se implanta como una perspectiva que rompe con nuestras prescripciones del sentido común acerca de la naturaleza del color, puesto que niega la

[16] Cf. ARISTÓTELES, "Cap. III", *Del sentido y lo sensible*, trad. F. De Saramanch, Editorial Aguilar. Disponible en la red: http://bibliotecadigital.tamaulipas.gob.mx/archivos/descargas/31000000124.PDF
[17] Cf. VICTOR, "Perception in Ancient Greek…", p. 47.
[18] MAUND, "Color", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Edición de 2018), ed. Edward N. Zalta, https://plato.stanford.edu/archives/sum2018/entries/color/. (Consultado el 16 de Septiembre de 2019).
[19] Cf. REID, T., *An Inquiry Into The Human Mind on The Principles of Common Sense*, Londres: 1823, pp. 95-98. Comenta Reid: "We have shown that the word *colour*, as used by the vulgar, cannot signify an idea in the mind, but a permanent quality of body. We have shown that there is really a permanent quality of body, to which the common use of this word exactly agrees. Can any stronger proof be desired, that this quality is that to which the vulgar give the name of *colour*? If it should be said, that this quality, to which we give the name of *colour*, is unknown to the vulgar, and therefore can have no name among them; I answer, it is indeed known only by its effects; that is, by its exciting a certain idea in us". *Ibíd*, p. 98.

existencia de un mundo efectivamente coloreado y, a su vez, sostiene una concepción de nuestra percepción del color como errónea o sujeta a un error generalizado: lo que comúnmente experimentamos como color no es más que el resultado o efecto de una propiedad categórica desconocida que nos es visualmente inaccesible. Aunque nuestra experiencia sensorial parece indicar que los objetos portan efectivamente propiedades de color, en realidad se trata de la mera interacción física de la luz y de los cuerpos.

El disposicionalismo, postura ontológica más habitual, con antecedentes en Locke, Newton, Descartes, Boyle, etc., refiere al tratamiento del color como una propiedad disposicional, es decir, una *potencia* o capacidad intrínseca al objeto material de producir en un tipo específico de sujeto perceptor (el llamado *sujeto perceptor normal*) sensaciones cromáticas, bajo condiciones o parámetros de observación normalizados o comunes. Estas propiedades disposicionales no son directamente aprehensibles[20] por la percepción y solo podemos acceder a sus efectos o a la comparación sistemática del tipo de reacciones que produzcan en un sujeto determinado en las circunstancias adecuadas.

Así, se ha reconocido a Locke como disposicionalista, según su definición e identificación del color como cualidad secundaria (recordemos que para Locke las cualidades secundarias son potencias que tienen los cuerpos de producir ideas de sensación según sus cualidades primarias[21] o, en otros términos, su disposición estructural o atómica[22]). Tras la distinción entre cualidades primarias y secundarias, y la dependencia causal dada entre las cualidades secundarias con respecto a las cualidades primarias, los colores vendrían a ser entendidos como potencias inherentes a los cuerpos exteriores, en función de las estructuras atómicas del objeto o sus partículas insensibles y su movimiento, que producen en los sujetos distintas sensaciones cromáticas. Cada color se asocia con una configuración específica[23], que produce en nosotros las

---

[20] Janet Levin propone una concepción disposicionalista del color compatible con la afirmación de que las propiedades disposicionales sí son accesibles a nuestra percepción sensible, al identificar de manera simultánea e indistinguible la disposición de un objeto y sus efectos disposicionales.

[21] Cf. LOCKE, J., *Ensayo sobre el entendimiento humano*, s/l: Fondo de Cultura Económica, 2005, pp. 113-115.

[22] Las *cualidades primarias* son aquellas cualidades intrínsecas a los cuerpos, que nuestra mente no puede concebir como una característica ajena o inseparable de ellos; por ejemplo, la magnitud, la extensión, la forma, etc. Por su parte, las *cualidades secundarias* están causalmente vinculadas a las cualidades primarias que, en virtud de la composición estructural de los cuerpos y el movimiento de sus partículas insensibles constitutivas, producen o dan cuenta de distintas sensaciones en los sujetos, al igual que las distintas ideas de color, textura, sonido, gusto, olfato, etc. Las cualidades secundarias, a diferencia de las primarias, no son inherentes a los objetos exteriores y dependen de la interacción con nuestro aparato sensorial.

[23] Cf. LOCKE, *Ensayo sobre el entendimiento humano…*, p. 118.

ideas cromáticas correspondientes. La manifestación, según Locke, de las cualidades secundarias, va a depender enteramente de que nuestro aparato perceptor actúe, esto es, entre en contacto con los objetos exteriores. De igual modo, la determinación de dichas cualidades se verá afectada, si ocurre algún cambio en las disposiciones del cuerpo del sujeto perceptor. De esta forma, los disposicionalistas le otorgan, generalmente, un estatus metafísico intermedio a las propiedades disposicionales, puesto que, si bien están efectivamente presentes en los objetos exteriores, tienen una naturaleza relativa al sujeto perceptor y a su modo de reacción[24].

Los disposicionalistas procuran la estipulación de parámetros restrictivos de condiciones de observación y de sujetos perceptores, para garantizar la separación entre una instancia ilusoria de propiedad cromática de una instancia verídica real[25], y permitir, de este modo, la formulación de criterios objetivos y generales para una definición completa de la naturaleza del color que, a su vez, no descarte al sujeto y el papel que pueda ejecutar para determinar, en última instancia, lo que es esta propiedad. ¿Cuáles serían estos parámetros restrictivos? Condiciones comunes de observación, es decir, condiciones de luz diurna, y sujetos perceptores tricrómatas (con tres canales de codificación cromática). Así, siguiendo dichos parámetros, podremos descartar aquellas condiciones que no representen un paradigma adecuado de observación (de determinación de una instancia cromática real), como, por ejemplo, la exposición de un objeto ante una luz artificial o el criterio visual de un sujeto perceptor "anormal" (tetracrómata, con acromatopsia, daltonismo, etc.), que representarían casos ilusorios o aparentes de instancias cromáticas. No obstante, autores como Hardin[26] y Cohen[27] han hecho crítica de la arbitrariedad para seleccionar dichos parámetros restrictivos, que descansan, según Cohen[28], bajo la preferencia sesgada por las características dominantes de una mayoría poblacional (los sujetos tricrómatas) y, por otro lado, cualquier parámetro que esté sustentado bajo dichos criterios, estará sujeto a cambios según se modifique el contexto: estos criterios no resisten ante casos contrafácticos de espectros invertidos o cría selectiva, donde la regla general pierde restrictividad

---

[24] Véase: LEVIN, J., "Dispositional Theories of Color and the Claims of Common Sense", *Philosophical Studies*, 100 (2000): pp. 151–174, p. 151; p. 164; y JOHNSTON, "How to Speak of the Colors…", p. 231.
[25] Cf. STEGMÜLLER, W., *Teoría y experiencia*, Barcelona: Editorial Ariel, 1979, p. 247.
[26] Véase: HARDIN, C. L., "Color Qualities and the Physical World", *The Case for Qualia*, ed. Edmond Wright, s/l: The MIT Press, 2008, pp. 143-155 y HARDIN, *Color for Philosophers. Unweaving the Rainbow*, s/l: Hackett Publishing Company, 1988.
[27] Cf. COHEN, J., *The Red and the Real. An Essay on Color Ontology*, Nueva York: Oxford University Press, 2009, p. 94.
[28] Cf. *Ibíd.*, p. 30-32.

y pasa a ser un elemento accidental y recesivo[29]. Asimismo, como lo ha señalado Hardin[30], existen múltiples variaciones dadas en el aparato visual de los sujetos perceptores competentes o normales, es decir, sujetos tricrómatas, lo cual impide seleccionarlos como una pauta discriminatoria. Con respecto a la preferencia de ciertas condiciones de iluminación como punto de partida para juzgar la veracidad de una instancia cromática perceptual, no es cierto que nuestro aparato perceptual juzgue el color de un objeto bajo condiciones restrictivas y aisladas, sino que trabaja de manera comparativa en consideración a la composición de la iluminación del entorno y en función de efectos de contraste de color, para dar cuenta de la construcción de una imagen definitiva del objeto y sus propiedades cromáticas[31]. Este acto comparativo es lo que le permitirá a Cohen, como veremos en las secciones siguientes, dar respuesta a las objeciones fenoménicas formuladas, principalmente, por defensores del primitivismo del color.

Por otro lado, una razón decisiva para poner en duda la decantación por un disposicionalismo, radica en la manera en que esta postura caracteriza a las propiedades de color y su acceso a ellas: los disposicionalistas imponen una interpretación estrecha de cómo el sujeto percibe o experimenta el mundo, de manera que este ha de obtener un mismo tipo de reacción para ser considerado un observador pertinente y adecuado, para, así, dar cuenta de instancias reales de propiedades cromáticas. Dicha interpretación, al ser tan reducida, desvaloriza todos los sujetos y condiciones de observación posibles que han de ser tomados en cuenta para alcanzar los niveles de generalidad a los que toda ontología ha de aspirar si desea que sus criterios resistan ante cualquier contrafáctico. Esta imposibilidad de especificar de forma no-arbitraria criterios

[29] Un ejemplo de situación contrafáctica donde lo paradigmáticamente normal y verídico pasa a ser un elemento recesivo, es el caso expuesto por Dennett de la feniltiourea, sustancia amarga para un cuarto de la población humana e insípida para la mayoría. En este caso, fiándonos por lo que la mayoría poblacional prescribe, la feniltiourea insípida representa lo que hemos de tomar como un punto de partida discriminatorio para juzgar la veracidad o falsedad de dos declaraciones gustativas en conflicto. Sin embargo, por cría selectiva e ingeniería genética, podríamos tornar la insipidez de tal sustancia como un elemento recesivo ligado a, en este caso, una minoría poblacional. Tomando en cuenta el contrafáctico, ¿Estamos ante una postura adecuada para juzgar con respecto a las propiedades gustativas de la feniltiourea? La mejor opción será la de aceptar ambas declaraciones (amargo/insípido) como verídicas simultáneamente. Véase: DENNETT, D., *La conciencia explicada*, Barcelona: Paidós, 1995, p. 391. En relación a los colores, un ejemplo contrafáctico de cría selectiva o variación genética está representado por la isla de Pingelap, en la cual hubo una predominancia casi total de acromatopsia en la población, tras una disminución de su variación genética, por razones endogámicas y de origen externo (un tifón que arrasó con el 90% de la población, donde solo sobrevivieron 20 personas). En este contexto particular, lo paradigmáticamente normal o común es la percepción monocromática. He allí la importancia de relativizar cada declaración y percepción cromática según contextos particulares, para no descartar ningún sujeto perceptor posible y ninguna circunstancia visual inusual. Esta es una razón de peso que le permite al relacionalismo de Cohen alcanzar un nivel de generalidad mucho mayor. Véase: SACKS, O., *La isla de los ciegos al color*, Barcelona: Editorial Anagrama, Segunda Edición, 2010.

[30] Cf. HARDIN, "Color Qualities and the Physical World…", p. 146.

[31] Cf. *Ibíd.*, p. 144.

adecuados para la distinción entre instancias ilusorias[32] o reales de propiedades de colores, en general, el detonante para la adopción de perspectivas irrealistas.

De esta manera, llevando la interrogante de la naturaleza del color a sus últimas consecuencias, esto es, cuando se ha desdibujado por completo la distinción entre lo aparente y lo real (cuando no tenemos ya criterios para distinguir cuándo estamos en presencia de experiencias de color ilusorias o cuándo en presencia de casos reales), se da cabida al surgimiento de posturas irrealistas, que niegan por completo la existencia del color en tanto que propiedad instanciada por los objetos exteriores, solo admitiendo la experiencia del color explicada en términos de estados neuronales desde la estimulación de las células foto-receptoras del aparato visual[33]. Un ejemplo claro de irrealismo del color podemos verlo en Berkeley y Hardin, este último como representante contemporáneo.

Berkeley rompe con la distinción lockeana entre cualidad primaria y secundaria, identificando la naturaleza de ambas cualidades. De ese modo, al rechazar la existencia de propiedades desconocidas presentes en los objetos exteriores que den cuenta de las distintas ideas de sensación, todo lo percibido por el sujeto hará referencia a sus propias ideas: tras la negación de sustancias corpóreas (y sólo la admisión de una sustancia incorpórea o espíritu activo que funge como sustrato de nuestras ideas[34]) y la equiparación entre percepción y existencia ("la existencia de una idea consiste en ser percibida"[35]), el color quedará reducido a una idea en la mente del sujeto. Un análisis contemporáneo permitirá incluir a Berkeley como irrealista, al rechazar la existencia del color como propiedad instanciada por los cuerpos exteriores.

Por otro lado, en *Tres diálogos entre Hilas y Filonús*, se torna mucho más clara su posición irrealista gracias al llamado *argumento del microscopio*. Dicho argumento niega el carácter transparente de la experiencia fenoménica, al comprobar que nuestras experiencias visuales desnudas están sujetas al error, si las comparamos con las experiencias visuales fruto del auxilio de ciertos dispositivos que mejoren nuestra visión, como el microscopio. Al momento de asir la verdadera naturaleza del color, nos topamos, pues, con dos experiencias de color en conflicto.

[32] Los irrealistas sostendrán que, de ser el caso que toda experiencia de color está sujeta al error, tampoco podremos dar cuenta del error de manera sistemática para acceder a caracteres comunes y constantes.
[33] Cf. HARDIN, *Color for Philosophers…*, p. 111.
[34] Cf. BERKELEY, G., *Tratado sobre los principios del conocimiento humano*, Madrid: Alianza Editorial, 1992, p. 58.
[35] *Ibíd.*, p. 55.

Cuando observamos la sangre a simple vista, la percibimos como roja; cuando observamos la sangre en un microscopio, la percibimos como un conglomerado de diminutos puntos de color marrón. Esta comparación entre variaciones perceptuales contrarias entre sí (en el sentido de que un mismo objeto porta de forma simultánea distintas propiedades de color), impide reafirmar la transparencia de la experiencia sensible, así como la posibilidad de privilegiar como verídica alguna variación a expensas de la otra: desdibuja la distinción entre realidad y apariencia, colores reales y e instancias ilusorias de color. Esto lleva a Berkeley a concluir que los colores que percibimos son meras apariencias o ilusiones, es decir, cualidades subjetivas de la mente perceptiva; en otras palabras, le lleva a negar la independencia del color de la mente del sujeto y su inherencia a sus objetos portadores[36]. Dadas todas las situaciones o condiciones en las que se ve modificado el color de un objeto y que representan experiencias que están en conflicto entre sí, no parece posible, expresa Berkeley, asir el carácter real, objetivo y esencial del color; por ende, han de ser considerados todos estos casos como instancias aparentes. De manera similar, Hardin adoptará un irrealismo basándose en la ya explicada imposibilidad de establecer parámetros o criterios adecuados para la discriminación de experiencias cromáticas verídicas.

Llegados a este punto, podemos ver las desventajas de optar por cualquiera de estas perspectivas, dada la tajante reducción y separación sobre la cual se basan, aislando los elementos subjetivos y objetivos necesarios para definir, de manera mucho más adecuada y acorde con el proceder de los científicos del color, la naturaleza del color[37]. Las perspectivas relacionalistas parecen ser las más aptas para definir lo que es esta propiedad, pues no desvinculan al sujeto perceptor y el papel que su sistema visual pueda ejecutar, ni reducen el color a una interacción física para la pretendida garantía de objetividad y permanencia de criterios unitarios para la definición del color.

---

[36] Cf. JACQUETTE, D., "Color and Armstrong's Color Realism under the Microscope", *Studies in History and Philosophy of Science*, Vol. 26, 3, (1995): pp. 389-406. Cf. BERKELEY, *Tres diálogos entre Hilas y Filonús*, Barcelona: Ediciones Orbis, 1982, pp. 121-123.

[37] Esta observación la señala Teller, quien considera que cualquier propuesta filosófica que busque explicar la naturaleza del color, sin tornarse incompatible con el proceder de los científicos de color, no puede asentarse en una separación entre los elementos internos y mentales de un sujeto (sus distintas reacciones cromáticas, fruto de una variación estructural de su sistema visual), y los elementos objetivos y externos como las interacciones de las ondas electromagnéticas. Los científicos del color vinculan y estiman de manera equitativa elementos como las reflectancias espectrales de la superficie de los objetos, nuestras respuestas sensoriales ante un estímulo cromático y los estados neuronales correspondientes, y solo separan estos tres elementos para su correspondiente explicitación e interacción mutua. El color, a fin de cuentas, es el resultado de la acción recíproca entre lo subjetivo y objetivo. Cf. TELLER, D. Y., "Color: A vision Scientist's Perspective", En respuesta a HILBERT y BYRNE, "Color Realism and Color Science…", pp. 48-50.

Los relacionalistas (al menos la propuesta de Cohen) le prestan valor tanto a los elementos subjetivos como objetivos, proporcionando una solución al abismo entre dichos planos, tan característico de las ontologías clásicas del color. Por otro lado, el relacionalismo propuesto por Cohen surge como una opción ante el irrealismo (incapaz de compatibilizar variaciones perceptuales en conflicto como las que expone el argumento del microscopio), permitiendo la aceptación de cualquier instancia de propiedad cromática bajo cualquier variación observacional o sujeto perceptor, siempre y cuando se relativicen tales elementos de acuerdo a distintos parámetros contextuales. De este forma, el relacionalismo explica el color a modo de propiedad relacional (en el caso de Cohen, se identifican los colores con roles funcionales), que vincula a los sujetos perceptores, sin importar qué tipo de sujeto perceptor se trate, con las determinaciones objetivas del entorno, a saber, las variaciones lumínicas del ambiente, las distintas interacciones físicas de la luz con respecto al objeto exterior, las variaciones estructurales de los realizadores materiales que puedan ejemplificar una misma propiedad de color, etc.

2.- La propuesta funcionalista de Cohen: la valoración equitativa de lo subjetivo y objetivo y el escape del irrealismo

Ahora bien, ¿Cómo logra Cohen justificar el carácter relacional de las propiedades de color? Para ello, parte de la formulación de su argumento central, el *argumento a favor de las variaciones perceptuales*, asentado en casos reales de variaciones perceptuales interpersonales (a nivel de sujetos distintos), intrapersonales (a nivel de un mismo sujeto) y de las estructuras múltiples dadas entre nuestros sistemas visuales (predominantemente tricrómatas) y las variaciones estructurales dadas a nivel de otras especies diferentes (variaciones inter-especies). No obstante, antes de exponer su argumento central, cabe señalar qué entiende Cohen, de forma general, por propiedades relacionales e intrínsecas. Una propiedad es *relacional*, explica, si se halla subordinada a otros elementos, es decir, si se modifica de acuerdo a un cambio con respecto a los elementos con los cuales se vincula. Por su parte, una propiedad es *no-relacional e intrínseca*, si no se modifica de acuerdo a algún cambio con respecto a otros elementos extrínsecos ("roughly, a *non-relational property of x* is a property that *x* has (or lacks) regardless of the relations *x* bears to things other than *x*"[38]). Estas distinciones entre propiedades relacionales y no-relaciones o intrínsecas, comenta, parten de intuiciones primarias o concepciones pre-

[38] COHEN, *Red and the Real…*, p. 8.

teóricas e intuitivas de lo que usualmente comprendemos como una relación. La pregunta a responder, desde dichas nociones primarias, es si el color, en tanto que propiedad, se asemeja más a una relación de tipo "*x* es hermano de *y*", o a una propiedad no-relacional como "*x* es cúbico", donde no es necesario dar cuenta de ningún parámetro o valor, como sí ocurre en el caso del ejemplo expuesto, donde los valores de *x* e *y* están íntimamente vinculados[39]. De este modo, si el color de un objeto *x* cambia de acuerdo a la modificación de los valores o parámetros de algún otro elemento, diremos que las propiedades cromáticas de *x* son de *carácter relacional*. En cambio, si el color del objeto *x* se mantiene constante e invariable pese a cambios en los valores de los elementos con los cuales *x* se vincula, diremos que las propiedades cromáticas del objeto le son *inherentes e intrínsecas*. Veremos que el argumento central de Cohen, al estar asentado en pruebas empíricas de variaciones perceptuales de color, justifica su tratamiento del color como propiedad relacional, en este caso, afectado por los cambios en los parámetros de sujetos perceptores y circunstancias visuales (diremos, por ejemplo, que la rojez de una rosa no es una propiedad intrínseca e inmutable aunque cambien los sujetos que la observan, sino que la rosa es *roja* para el sujeto $S_{(1,2,3,4\ldots)}$ en las condiciones visuales $C_{(1,2,3,4\ldots)}$)[40]. A simple vista podemos dar cuenta de una gran ventaja: el relacionalismo propuesto por Cohen, a diferencia del fisicalismo y el disposicionalismo, no resulta ser una postura contraintuitiva (frente al fisicalismo) ni impone de manera arbitraria lo que debemos entender por color (como el disposicionalismo) pues partir de concepciones pre-teóricas de lo que entendemos por propiedad relacional, no irrumpe de forma antinatural con respecto a nuestras nociones cotidianas acerca del color.

El argumento central procede de la siguiente forma: Es evidente, que, en virtud de las variaciones estructurales en nuestros sistemas visuales (sujetos tricrómatas, tetracrómatas, monocrómatas) o con anomalías a nivel de la corteza visual (acromatopsia), ante un mismo estímulo cromático, con arreglo a estos distintos sujetos posibles, obtendremos atribuciones de color no-coincidentes y variaciones perceptuales o respuestas sensoriales diferentes. ¿Cuál ha de ser un punto de partida no *arbitrario* ni *estipulativo* para juzgar acerca de la veracidad de dichas variaciones perceptuales y atribuciones de color? ¿El criterio visual de un sujeto con daltonismo o el criterio de un sujeto tricrómata? Recordemos, antes de responder, que la preferencia por aquello que se considere común no es suficiente para discriminar la veracidad de una instancia de

[39] Cf. *Ibíd.*, p. 9.
[40] Cf. *Ibíd.*, pp. 9-10.

color, pues, como vimos, aquello considerado como común puede variar, es una mera accidentalidad. Por otro lado, no hay un método independiente y no arbitrario que me permita distinguir una instancia verídica de otra.

Puesto que, afirma Cohen, no hay forma de establecer parámetros normalizados o comunes de condiciones observacionales y sujetos perceptores para descartar las variaciones perceptuales que no entren dentro de estas restricciones (las establecidas por los disposicionalistas, principalmente) la mejor opción es la compatibilización de todas estas variaciones, estimándolas como verídicas de forma simultánea, para evitar ir por el sendero del irrealismo. Ahora bien, para dar cuenta de dicha compatibilidad, es preciso proceder con la *relativización* de propiedades cromáticas (y por ende, de estas variaciones perceptuales) con arreglo a parámetros contextuales, a saber, distintas condiciones de observación y distintos sujetos perceptores (de forma que se pueda vincular cualquier tipo de sistema visual estructuralmente distinto y cualquier cambio en las condiciones lumínicas del entorno). Esta relativización nos lleva a considerar a los colores como las relaciones dadas entre objetos y dichos parámetros contextuales (los parámetros estarán caracterizados por los distintos valores de sujetos perceptores y condiciones visuales[41]).

Volvamos al argumento del microscopio y la comparación entre las variaciones perceptuales en conflicto, a saber, el color de la sangre a simple vista y bajo un microscopio (esto representaría para Cohen un ejemplo de variación perceptual intrapersonal, es decir, a nivel de un mismo sujeto perceptor). ¿Cuál de dichas variaciones o instancias de color hemos de considerar como verídica y real? Al parecer, no estamos en la mejor posición para descartar alguna de estas variaciones. Lo adecuado será aceptar su veracidad simultáneamente, al compatibilizarlas variaciones gracias a la relativización de cada instancia cromática en virtud de parámetros contextuales. En este caso, los parámetros están anclados a los cambios en las condiciones de observación, para un mismo sujeto perceptor. Desde la relativización y la contextualización, podremos admitir, sin problema, ante un mismo estímulo cromático, que la sangre es roja a simple vista (x es *rojo* para S_1 bajo las condiciones visualesC_1), y marrón bajo otras condiciones (x es *marrón* para S_1 bajo las condiciones visualesC_2). La veracidad de cada instancia dependerá de las condiciones a las cuales están ancladas. El color de un objeto dependerá de los cambios en las condiciones de observación y los cambios en los sujetos perceptores y sus aparatos visuales y,

[41] Cf. *Ibíd.*, p. 24.

si queremos evitar rechazar simultáneamente experiencias de color en conflicto, debemos aceptarlas como verídicas en paralelo, siempre y cuando las relativicemos bajo parámetros distintos en remisión a cambios en los sujetos y sus condiciones de observación. Desde esta perspectiva, un mismo objeto podrá portar diferentes propiedades cromáticas de manera simultánea, siempre cuando cada propiedad esté remitida a parámetros contextuales distintos (es decir, que el color no se considere como una propiedad intrínseca al objeto).

Así, podemos concluir que los colores son de carácter relacional (pues surgen de la relación entre las determinaciones subjetivas y objetivas, mentales y extra-mentales), según cambios en los valores paramétricos contextuales entre sujetos y condiciones visuales. Aquellos que nieguen la compatibilización y la relativización, seguirán estimando como verídica alguna de dichas variaciones, en virtud de una postura sesgada ante la multiplicidad de datos a tomar en cuenta para inferir cada variación y cada cambio según estos contextos, como vimos con los disposicionalistas y, aun más importante, como veremos con los primitivistas, quienes tienen una concepción muy reducida y tajante de nuestras experiencias de color.

Por lo tanto, será necesaria la justificación del carácter relacional de las propiedades de color y cómo una propuesta relacionalista puede imponerse como una perspectiva ontológica adecuada, que pueda garantizar criterios unitarios y generales para la definición de la naturaleza del color, pese a la relativización contextual. Para dar cuenta del carácter único e idéntico de las propiedades de color, a pesar de los cambios en los parámetros contextuales a los que están sujetos los colores, Cohen ahonda aún más en su perspectiva relacionalista desde un análisis funcional (y por lo tanto, abstracto o desde una óptica neutral) de las propiedades de color, a modo de roles funcionales, cuya naturaleza común permanece pese a cambios en los sujetos, en las circunstancias visuales o en los objetos que instancien la propiedad cromática. Por otro lado, a pesar de que el relacionalismo de Cohen en sí mismo tiene la ventaja de prestar solución a la tajante separación entre externalismo/mentalismo, deberá justificar de qué forma puede dar continuidad a nuestras prescripciones del sentido común con respecto al color y cómo su concepción de color no rompe con lo que la evidencia de nuestra experiencia fenoménica pueda revelar, esto es, que no sostenga una concepción errónea de nuestra experiencia, si desea mantener el papel activo que le ha otorgado al sujeto como elemento determinante para asir la naturaleza definitoria de las propiedades de color. Este punto final, comprobará la imposición del relacionalismo por encima del primitivismo del color.

3.-La carencia de lo idéntico ante lo múltiple y objeciones fenoménicas: ¿Qué es el color en sí y qué evidencian nuestras experiencias de color?

La propuesta de Cohen, como vimos, tiene la ventaja de disolver experiencias cromáticas en conflicto, sin necesidad de estipular parámetros restrictivos para la identificación de instancias de color ilusorias o reales. En este sentido, garantiza la aceptación de cualquier variación perceptiva como real o verídica, siempre y cuando esté adscrita a parámetros contextuales específicos. Podremos aceptar, de este modo, que un mismo objeto pueda dar cuenta de experiencias cromáticas aparentemente contrarias entre sí para dos sujetos distintos (*x* es *rojo* para el sujeto *a* en las condiciones *a*/ *x no* es *rojo* para el sujeto *b* en las condiciones *b*) siempre y cuando difieran los contextos a los que se adscriben. No obstante, ¿qué es el color en sí? ¿Cuáles son los elementos característicos idénticos y comunes que me permiten asir la realidad de las propiedades de color pese a las distinciones otorgadas por sus parámetros contextuales?[42] Por otro lado, ¿cómo puede la relativización contextual salvaguardarse de un flujo heraclíteo, que evite que un sujeto pueda reconocer una misma propiedad cromática como idéntica[43], pese a cambios en las condiciones de observación?

Para dar solución a estos problemas, Cohen parte de la bipartición contextual, a saber, la inclusión de un contexto general, omniabarcante y tácito, que refiere a nuestras percepciones de color dadas cotidianamente, y un contexto específico, poco común y explícito, que refiere a percepciones de color remitidas a condiciones muy particulares y e inusuales. Partiendo desde la bipartición contextual, Cohen va a aceptar solo dos tipos de propiedades relacionales cromáticas: aquellas referidas a parámetros contextuales generales o comunes y aquellas sujetas a parámetros contextuales específicos (*x* es rojo *simpliciter* para el Sujeto general o común *S* en las condiciones generales o comunes *C* y *x* es *rojo* para el Sujeto particular –*a*, *b*, *c*, *d*, etc.– en las condiciones

[42] Esta objeción ontológica, a saber, la de la imposibilidad de la propuesta de Cohen de asir caracteres comunes e idénticos ante la multiplicidad de instancias de color diferenciadas por parámetros contextuales individualizados, es expuesta por Hardin, a la cual Cohen da respuesta en: COHEN, “It’s not Easy Been Green: Hardin and Color Relationalism”, *Color Ontology and Color Science*, eds. Jonathan Cohen y Mohan Matthen, s/l: The MIT Press, 2010, pp. 229-244. Véase también: HARDIN, “A Green Thought in a Green Shade”, *Harvard Review of Philosophy*, XII (2004): pp. 29–39.
[43]Cf. COHEN, *Red and the Real…*, pp. 125-128.

particulares –*a*, *b*, *c*, *d*, etc.–, respectivamente), cuya diferencia entre cada propiedad va a estar referida a su nivel de determinación (unas propiedades relacionales van a ser más específicas, adscritas a contextos independientes)[44]. De este modo, las variaciones o instancias cromáticas contrarias, si bien no coinciden a nivel específico porque están remitidas a parámetros individualizados e independientes, pueden hacerlo a nivel general, donde el contexto común servirá como un medio restrictivo para delimitar la corrección de una instancia cromática, es decir, representará el sentido mínimo[45] sobre el cual hemos de partir para juzgar la veracidad de una adscripción de color.

Asimismo, los sujetos pueden garantizar la re-identificación de propiedades de color solo si los parámetros contextuales permanecen, esto es, si se remiten a un contexto común y general (esto es, que dos instancias cromáticas sucesivas estén sujetas a parámetros contextuales relevantes o comunes). Esto se explica gracias al modo en el que usualmente nos aproximamos a las propiedades de color: cotidianamente, solemos generalizar y abstraer elementos predominantes y comunes al momento de discriminar el color de un objeto, y procuramos, por cuestiones pragmáticas, ser lo menos específicos posibles, incluso ante cambios en las condiciones lumínicas (como ocurre con el fenómeno de la constancia de color). Sin embargo, más allá de lo pragmático y cotidiano, podemos reconocer el carácter relacional de las propiedades de color si somos específicos en cuanto a sus condiciones, esto es, si explicitamos los parámetros contextuales independientes e individuales a los que un objeto estaría sujeto[46]. Por ejemplo, mi vestido nuevo, bajo una luz natural, se percibe como azul; bajo la exposición ante una luz artificial amarilla, sigue percibiéndose como azul. Estoy en presencia de cambios, a simple vista imperceptibles, en las condiciones de iluminación, pero el vestido parece mantener un mismo color (fenómeno de la constancia de color). No obstante, si soy aun más específica y si comparo *explícitamente* estas dos instancias, puedo percatarme del cambio y que, en la segunda

[44]Cf. *Ibíd.*, pp. 109-117.
[45] Cf. *Ibíd.*, p. 111.
[46] Comenta Cohen que la principal distinción entre ambas propiedades postuladas, a parte de su nivel de determinación, es que se remiten a niveles perceptuales distintos: las propiedades más específicas o detalladas, están sujetas a nuestras representaciones sensibles particulares e inmediatas, mientras que las propiedades menos detalladas o generales, se remiten a representaciones cognitivas generales y a nuestro modo cotidiano de pensar y hablar acerca del color; es decir, en este nivel de representación, abstraemos diferencias específicas y generalizamos, desde nuestra propia condición, donde nos consideramos sujetos perceptores normales, hacia el caso de otros sujetos perceptores (tomamos, de manera indiscriminada, a otros sujetos como individuos competentes para juzgar y pensar acerca del color de un objeto). Los parámetros contextuales comunes son asumidos de forma tácita y responden a nuestras preconcepciones y nociones pre-teóricas acerca del color. Cf. *Ibíd.*, pp. 116-117.

condición, el vestido es azul verdoso. En el primer caso, cuando no he comparado ambas instancias, estoy en presencia de parámetros contextuales comunes, donde he hecho abstracción de cualquier diferencia específica. Tras la comparación entre ambas instancias, me he percatado de sus diferencias y de cómo las propiedades cromáticas del vestido se ven afectadas tras modificaciones en las condiciones de iluminación; el segundo caso, pues, está sujeto a parámetros contextuales específicos, los cuales puedo advertir si explicito sus valores. En palabras de Cohen, con respecto a nuestras adscripciones y variaciones perceptuales de color:

> In particular, I suggest that color ascriptions are tacitly relativized to (vague) parameters fixed by our (vague) pragmatically presupposed interests in making those ascriptions –viz., we are interested in delimiting the range of perceivers and viewing conditions to those that matter to us when we make the ascriptions. Thus, we say/think that x is red simpliciter just in case x is red for perceivers pretty much like ourselves, in circumstances pretty much like those we encounter.
> What happens when our pragmatic interests shift –say, because we become interested in the perceptual systems of other creatures or of our fellows in other perceptual circumstances? Just what you would expect if there are the tacit default presuppositions in place that I claim there are: we use explicit qualifiers to cancel presuppositions that would otherwise remain in place. Thus, we say/think that the ripe tomato is red for us, but not for a bee, or red in bright sunlight, but grey when illuminated by candlelight.[47]

Ahora bien, necesitamos realizar un examen mucho más general y abstracto de las propiedades de color, si deseamos definir lo que es el color en sí, es decir, asir su carácter único e idéntico dado ante la multiplicidad y relativización, trascendiendo las dicotomías de lo subjetivo y lo objetivo. Si bien cada variación perceptual es un modo en el que se presenta el color, adscrito a parámetros contextuales, esto es, ligado a cambios en los valores *sujeto que percibe* y *condiciones en las que se percibe el objeto*, p.ej. cambios en las condiciones de iluminación, distintos tipos de superficies sobre las que incide la luz, cambios en el aparato visual del sujeto, en sus canales de codificación cromática, etc., Cohen garantiza la identidad y permanencia de la naturaleza del color (lo que es este en sí) desde su consideración en tanto que roles funcionales que se mantienen idénticos en todo *mundo posible*, pese cambios en sus realizadores base, garantizando no solo una definición de color a nivel general, sino específico (¿Qué es el color en sí? ¿Qué es, p. ej., el amarillo en sí y cómo lo excluyo de otros tonos de color?).

---

[47] COHEN, "A Relationalist's Guide to Error About Color Perception," *Noûs*, Vol. 41:2, Jun. 2007, pp. 335-353, p. 342.

¿Cómo es posible un análisis funcional de las propiedades de color? Estemos atentos al ejemplo siguiente. Recordemos que el funcionalismo[48], en principio, busca hacer un análisis de un elemento o propiedad haciendo abstracción de cualquier determinación objetiva (cualquier realizador material que ejemplifique o instancie la propiedad) en virtud de aquella función que realice y que ha mantener necesariamente en *todo mundo posible* pese a modificaciones en los realizadores base que instancien dicha función. Supongamos que quiero hacer un análisis funcional de una cafetera; para ello, debo definir la cafetera según su función (a saber, *hacer café*), sin importar las distinciones estructurales de sus realizadores materiales (cafeteras de filtro y goteo, máquinas de cápsula, cafetera de émbolo, etc.). La función de la cafetera va a ser idéntica en todos estos realizadores materiales distintos, pese a la contingente relación dada entre dicha función y estos realizadores, los cuales varían estructuralmente en cada mundo posible. Análogamente, si identifico al color con roles funcionales, debo especificar qué es el color a nivel funcional y cuál es su papel causal que permanece idéntico (designado rígidamente[49] en todo mundo posible) pese a la accidentalidad de los objetos materiales que instancien o ejemplifiquen dicha función (a saber, superficies, volúmenes, fuentes de luz, etc.).

Así, Cohen dirá no solo que el color es aquel elemento que vincula a cualquier sujeto perceptor *actual* o *posible* con cualquier circunstancia visual *actual* o *posible*, sino que le otorga el papel causal de permitir que los objetos estén dispuestos a producir en un sujeto perceptor *común* o *específico*, ante condiciones visuales *comunes* o *específicas*, un tipo particular de reacción o experiencia visual. El color, pues, es una propiedad de *segundo orden*[50] que tiene la función de permitir que un objeto o realizador material esté dispuesto a producir una experiencia visual cromática, es decir, el color es una propiedad que permite la correcta vinculación entre sujetos perceptores y circunstancias visuales, garantizando la manifestación en el sujeto de una experiencia particular. En otros términos, los roles funcionales son propiedades de orden superior que *sirven de base* a las *disposiciones* de un objeto a lucir coloreado, ante cualquier sujeto perceptor en cualquier circunstancia visual. De esta manera, se torna mucho más visible de qué

[48] Véase: POLGER, T. W., “Functionalism”, *Internet Encyclopedia of Philosophy*, https://www.iep.utm.edu/functism/. (Consultado el 6 de Septiembre de 2019).

[49] Para Cohen, se preserva la identidad de los términos de color desde su tratamiento como designadores rígidos que refieren necesariamente, en todo mundo posible, sin entidades mediadoras, un mismo rol funcional. Cf. COHEN, *Red and the Real…*, p. 201.

[50] Es preciso no confundir un rol funcional con una disposición. El rol va a garantizar que las disposiciones tengan lugar, esto es, se tornen manifiestas ante un sujeto perceptor. Cf. *Ibíd.*, p. 181.

forma el relacionalismo funcionalista propuesto por Cohen rompe con las dicotomías reduccionistas entre lo externo e interno al sujeto perceptor: el color va a ser entendido como una relación funcional que conecta los aspectos objetivos del entorno (distintos realizadores materiales, a saber, iluminantes, superficies, volúmenes, etc.), con los aspectos subjetivos e internos del sujeto (variaciones estructurales en sus sistemas visuales[51], por ende, la inclusión de cualquier sujeto perceptor sin restricción, a diferencia del disposicionalismo).

Puesto que el color es definido de acuerdo al papel causal que realiza, es posible dar cuenta de los caracteres comunes e idénticos que me permitan asir su naturaleza, pese a variaciones estructurales en sus objetos portadores y en sus parámetros contextuales relativizados. La función, el de servir de base a las disposiciones a producir experiencias visuales en los sujetos, permanece idéntica ante cualquier condición observacional, cualquier sujeto y cualquier variación en sus realizadores materiales (contingentemente asociados a los roles funcionales). Esto permitirá que distintos objetos estructuralmente diversos ejemplifiquen una misma propiedad cromática[52], siempre y cuando den cuenta de una misma experiencia visual: las esmeraldas (tipo de superficie) y la absenta (tipo de volumen) ejemplifican una misma propiedad cromática, pese a ser realizadores materiales físicamente distintos, manifiestan en un sujeto una misma experiencia visual, a saber, la experiencia visual característica que solemos tener al observar el color verde.

En otros términos, estos realizadores base pese a sus diferencias, satisfacen una misma función en todo mundo posible (dichos realizadores varían en todo mundo posible). Aunque la relación entre el rol funcional y los realizadores sea meramente accidental, es justamente esta accidentalidad la que permite la ejemplificación múltiple (la múltiple realizabilidad[53]) y, por ende, la compatibilización. Esta es una considerable ventaja frente al fisicalismo, que reduce el color a un tipo específico de interacción física, siendo imposible para esta postura dar cuenta de criterios unitarios e idénticos para la determinación de lo que es el color en sí, dadas las diferentes causas físicas que pueden, separadamente, ocasionar una misma experiencia de color[54]:

---

[51] Cf. *Ibíd.*, p. 178.
[52] Cf. *Ibíd.*, pp. 180-181.
[53] Para el problema del funcionalismo y la realizabilidad múltiple, Véase: LAWLER, D. y VEGA ENCABO, J., "Realizabilidad múltiple y clases de artefactos", *Revista Iberoamericana de Ciencia, Tecnología y Sociedad*, Vol. 7, No. 19, 2011, pp. 167-178.
[54] Una explicación clara de este problema ligado al fisicalismo y su identificación del color como una disyunción de propiedades microfísicas, sin la posibilidad de caracterizar de manera idéntica y unitaria lo que es esta propiedad

el mar y el cielo ocasionan una misma experiencia de color, pero las interacciones físicas de la luz que dan cuenta de estas experiencias cromáticas de azul son distintas; en el primer caso ocurre por la *reflexión* de la luz solar, en el segundo, por la *dispersión* de luz gracias a las partículas atmosféricas. Es por ello que el fisicalismo se implanta como propuesta contraintuitiva, dado que es incapaz de relacionar nuestras experiencias de color con las bases físicas que, en teoría, ocasionan estas percepciones[55]. En cambio, el relacionalismo funcionalista no solo puede explicar estas equivalentes experiencias de color, sino que puede dar cuenta de lo que es el color en sí y su papel causal productor de experiencias cromáticas particulares.

Esta rigidez dada entre los roles funcionales y las disposiciones del objeto a lucir de cierta manera, es lo que le permite al funcionalismo de Cohen resistir ante cualquier situación contrafáctica. La función de servir de base a las disposiciones de un objeto a lucir de determinada manera ante cualquier sujeto actual o posible, en cualquier circunstancia actual o posible, se mantendrá idéntica en cualquier situación contrafáctica, pese al hecho de que el objeto material que satisface dicha función puede cambiar (relación accidental o contingente). Un tomate puede satisfacer la función de disponer a un sujeto particular de una experiencia cromática de rojo, no obstante, bajo otros contextos (situaciones contrafácticas) ese mismo tomate pudiera satisfacer el rol de disponer a otro sujeto una experiencia cromática de verde. Esto se debe a que el tomate, en tanto que realizador material que sirve de base a la disposición a lucir de tal o cual manera, está asociada de manera contingente al rol funcional asociado al rojo y al verde. Es una mera accidentalidad que dicho objeto venga a satisfacer un papel causal específico.

Parece, pues, que el relacionalismo funcionalista no solo se posiciona como una propuesta ontológica adecuada, al resistir ante situaciones contrafácticas, sino que además puede dar cuenta

---

ante toda una multiplicidad de interacciones físicas, la encontramos en: RUBENSTEIN, E. M., "Color", *Internet Encyclopedia of Philosophy*, https://www.iep.utm.edu/color/. (Consultado el 20 de agosto de 2019).

[55] Suponemos que el color es una propiedad que ha de entenderse en términos meramente cualitativos: si reducimos e identificamos cada color con las reflectancias espectrales subyacentes a la superficie de los objetos, negaríamos el carácter visible que le atribuimos a las propiedades cromáticas, dada la independencia o contingente vinculación entre nuestras experiencias cromáticas y las propiedades microfísicas de los objetos. ¿Por qué es contingente? Porque hay casos inusuales, como el fenómeno del metamerismo, donde las reflectancias espectrales no son un indicativo suficiente para identificar el color de un objeto: dos muestras de color con idénticas reflectancias espectrales, ante ciertas condiciones específicas, pueden percibirse de colores diferentes. Si reducimos el color a sus propiedades físicas subyacentes, no podremos establecer una perspectiva de color compatible con nuestras experiencias de color. En cambio, el funcionalismo, al no comprometerse con qué tipo de estructura venga a satisfacer un mismo rol funcional, siempre y cuando disponga a dicho objeto a lucir de determinada manera, ante un sujeto perceptor, puede garantizar que múltiples objetos distintos instancien o ejemplifiquen una misma propiedad cromática, además de incluir o dar cuenta del papel de nuestras experiencias de color para su definición, reivindicando su visibilidad.

de una definición apropiada de color, sin reducciones o excesivas restricciones. El relacionalismo funcionalista permite definir el color a nivel *general* y *específico*, en virtud del papel causal o funcional que realiza, papel designado rígidamente en todo mundo posible.

3.1- Lo que revela nuestra experiencia fenoménica: transparencia, infalibilidad, constancia e intrinsicidad

La forma que tienen los relacionalistas de definir el color como una propiedad relacional, parece, dirían los defensores del primitivismo que amparan la transparencia de nuestras experiencias sensoriales, contraria a la evidencia de nuestras experiencias fenoménicas[56], que nos proporcionan (a simple vista) un acceso directo a una propiedad simple e inherente a los objetos exteriores, de manera que en ningún momento el aparato perceptual del sujeto y sus variaciones estructurales vienen a intervenir de manera activa con respecto a la determinación de dicha propiedad. Cuando nos topamos con un objeto coloreado, nuestras experiencias dan cuenta de una propiedad objetiva e independiente de nuestro modo de representación. Por tal razón, dirán los primitivistas, definir el color como una relación entre nuestro aparato visual y los cuerpos exteriores se opone a la evidencia de nuestras experiencias fenoménicas y por tanto, el relacionalismo viene a ser una propuesta contraintuitiva que sostiene, a su vez, una concepción errónea de nuestras experiencias de color. En palabras de McGinn:

> … when we see an object as red we see it as having a simple, monadic, local property of the object's surface. The color is perceived as intrinsic to the object, in much the way that shape and size are perceived as intrinsic. No relation to perceivers enters into how the color appears; the color is perceived as wholly on the object, not as somehow straddling the gap between it and the perceiver. Being seen as red is not like being seen as larger than or to the left of. The "color envelope" that delimits an object stops at the object's spatial boundaries. So if color were inherently relational, […] then perception of color would misrepresent its structure –we would be under the illusion that a relational property is nonrelational.[57]

El relacionalismo, por lo tanto, deberá explicar el atribuido carácter relacional de las propiedades de color sin oponerse a la evidencia de la experiencia fenoménica y nuestras intuiciones primarias referidas a su naturaleza. Nuestras experiencias cotidianas muestran que, contrario a lo que afirman los relacionalistas, existe una constancia o permanencia dada en las propiedades cromáticas del objeto, pese a cambios en las condiciones lumínicas del entorno, lo que permite reafirmar el aspecto categórico de las propiedades de color, estimándolas en paralelo

[56] Cf. COHEN, *Red and the Real…*, pp. 153-160.
[57] Cf. MCGINN, C., "Another Look at Color", *Journal of Philosophy,* 93, 11 (1996): pp. 537–553, p. 542.

con otras propiedades objetivas simples y no-relacionales, como la extensión o la figura de los cuerpos exteriores. De ser el caso que los colores fueran propiedades relacionales, estas deberán percibirse sensorialmente con cierta fugacidad, cuya naturaleza ha de estar remitida (en cierta medida) al sujeto perceptor y cualquier cambio lumínico del entorno.

De ser cierto que los colores son propiedades relacionales, nuestras experiencias de color deberían ser análogas a nuestras experiencias de dolor. El dolor es percibido no como una característica independiente del sujeto y su aparato perceptor, sino como dependiente enteramente de este: Adams[58] comenta que, en el caso de nuestra experiencia de dolor, no establecemos una distinción entre el acto de sentir dolor y el objeto de dicho acto, mientras que, en el caso de nuestras experiencias cromáticas, sí establecemos esta diferencia, fijando límites entre nuestra percepción visual (acto) y el objeto de dicho acto (el color en sí, la propiedad presente de forma intrínseca al objeto e independiente del sujeto). Por ende, las cualidades cromáticas que se nos presentan en el campo visual, nos son representadas como características externas a nuestro aparato perceptivo, e intrínsecas a los objetos del mundo exterior no-fenoménico.

¿Cómo logra Cohen romper con la paridad dada entre las propiedades categóricas y las propiedades cromáticas, además de justificar el atribuido carácter relacional del color dando continuidad a nuestras experiencias visuales? En cuanto al primer caso, Cohen[59], al igual que Levin[60], se remite a ejemplos contrafácticos de variaciones perceptuales que involucren propiedades relacionales o cualidades secundarias como el gusto y el color, y variaciones perceptuales de propiedades categóricas o cualidades primarias, como la forma de los objetos. Bajo la comparación de dichas variaciones en remisión a modificaciones en las condiciones observacionales o cambios en los aparatos visuales de los sujetos perceptores, parece que estamos mucho más convencidos a sostener la permanencia y constancia de las cualidades primarias, y menos dispuestos a aceptar la independencia y objetividad de las cualidades secundarias o propiedades relacionales, en remisión a cambios en los valores paramétricos de sujetos perceptores y circunstancias visuales. Estos ejemplos contrafácticos de variaciones perceptuales

[58] ADAMS, "Seeing is Knowing…", p. 70.
[59] Véase: COHEN, J. y NICHOLS, S., "Colours, Colour Relationalism and The Deliverance of Introspection", *Analysis*, Vol. 70, No. 2 (Abr., 2010), Oxford University Press: pp. 218-228.
[60] Cf. LEVIN, "Dispositional Theories of Color…", p. 161.

le permiten a Levin y a Cohen establecer una disparidad entre las propiedades categóricas y las propiedades cromáticas.

Imaginemos un mundo posible donde existen extraterrestres con un sistema visual estructuralmente distinto al nuestro: comparemos las experiencias sensoriales (ante un mismo estímulo) de un humano con las experiencias sensoriales (ante un mismo estímulo) de un extraterrestre. Nos centramos, por un lado, en la forma de un objeto: para el humano el objeto es cuadrado, bien sea que se modifique su ángulo de visión o que se modifiquen las condiciones lumínicas. Comparando las variaciones perceptuales que tiene el humano y considerando los cambios en las condiciones visuales, nos percatamos de cierta constancia o permanencia en la forma del objeto. De igual modo comparemos las variaciones perceptuales del extraterrestre con respecto a cambios en las condiciones visuales del entorno, y que, para él, el objeto, pese a haber una permanencia de sus propiedades categóricas, se percibe como circular. Parece que, en el caso de las propiedades categóricas, somos mucho más reticentes a aceptar diferencias perceptuales con arreglo a distintos aparatos visuales (el del extraterrestre, en este caso) y más dispuestos a aceptar atribuciones cromáticas contrarias con respecto a un mismo objeto, si nos remitimos a diferencias en cuanto al aparato visual de los sujetos perceptores. Esto se debe a que le asignamos constancia, permanencia y objetividad a las propiedades categóricas, características que, si bien son atribuidas a simple vista a las propiedades de color, en remisión a casos comparativos de experiencias sensoriales (con arreglo a diferentes parámetros contextuales) nos percatamos de la dependencia del color con respecto al sujeto perceptor, al igual que cambios en sus valores en relación a las modificaciones del entorno: es por tal razón que el color ha de ser tratado como una propiedad relacional; si surge tras la vinculación entre determinaciones objetivas y subjetivas, y si tales parámetros cambian, también lo hará la propiedad cromática. Las propiedades relacionales tienen, en este caso, un carácter fugaz.

No solo, en la tarea que nos atañe, debemos romper con la equiparación entre el color y otras propiedades categóricas simples e independientes a la mente de un sujeto, sino con la supuesta transparencia atribuida a nuestra percepción y, además, la infalibilidad dada con respecto a nuestras experiencias de color y la aparente idea obvia de que no hay elementos excedentes, más allá de nuestro contacto sensible con un objeto coloreado, que nos permitan asir la naturaleza definitoria de sus propiedades cromáticas. Debemos negar esta idea de que la experiencia sensible es suficiente para asir el carácter intrínseco y constante de las propiedades de color.

Comencemos con la transparencia, es decir, la idea de que la naturaleza del color se agota desde mi contacto perceptual directo con un objeto coloreado. La transparencia, por su parte, supone infalibilidad, a saber, el hecho de que el sujeto no puede errar en cuanto a la identificación del color de un objeto y que, desde una concepción pasiva del sujeto perceptor, todos los sujetos deben llegar a equivalentes introspecciones fenoménicas con respecto a las propiedades cromáticas de un objeto. Asimismo, la transparencia que se desprende de la tesis de la revelación a la que hicimos alusión en las secciones iniciales, supone que solo podemos comprender nuestras oraciones y atribuciones de color en términos cromáticos y desde relaciones de similitud y exclusión entre propiedades de color[61] (por ejemplo, el naranja se asemeja más al rojo que al azul, el amarillo es un color simple y no compuesto, etc.) sin remisión a información adicional no-cualitativa. De ser el caso de que podamos justificar la necesidad de remitirnos a evidencia teórica y empírica adicional para comprender lo que son las propiedades de color, habremos socavado la transparencia e infalibilidad. Para ello, sirvámonos del ejemplo establecido por Allen[62], con respecto al color marrón. La transparencia e infalibilidad se desprenden de esta idea de que nuestras nociones intuitivas y experiencias sensibles inmediatas acerca del color y de lo que este sea, son una guía suficiente. ¿Qué es el color marrón? ¿Es, a simple vista, sin remitirnos a ninguna prueba adicional más allá que la mera experiencia fenoménica, un color simple o compuesto? No parece fenoménicamente obvio (y sin, de antemano, remitirnos a algunos conocimientos mínimos de mezcla de color) que el marrón es la mezcla de algún porcentaje de amarillo y negro. De hecho, algunas personas estarían de acuerdo en que parece, a simple vista, un color independiente no-compuesto.

Si es cierto que nuestro acceso a propiedades cromáticas nos proporciona un contacto absoluto con la naturaleza del color, y que, además, podemos distinguir de manera evidente y obvia cada relación de similitud y diferencia dada entre cada instancia cromática (por ejemplo, parece obvio que un color compuesto como el naranja es la mezcla de algún porcentaje de amarillo y rojo), y que solo podemos conocer un color en términos exclusivamente cromáticos,

---

[61] Cf. CAMPBELL, J., “Transparency *vs* Revelation in Color Perception”, *Philosophical Topics*, 33(1), (Enero, 2005): pp. 105-115, p. 109.
[62] ALLEN, K., “Revelation and the Nature of Colour”, *Dialectica*, Vol. 65, N° 2 (2011): pp. 153–176, p. 165.

no debe haber cabida a la duda con respecto a las relaciones de similitud y diferencia que guarde algún color con respecto a otro. Sin embargo, si nos remitimos al color marrón, es difícil ubicar, desde términos exclusivamente cromáticos, a dicho color como color puro o compuesto[63]. Esto representa un problema para la tesis de la revelación, en especial la infalibilidad y transparencia que se desprenden de ella. De igual modo, comenta Allen[64], si sostenemos la tesis de la revelación y la intrinsicidad de las propiedades de color, no sería posible aceptar como colores aquellos que van más allá del espectro visible humano. Esto sería un error para cualquier tesis ontológica que busque preservar niveles de generalidad al momento de definir la naturaleza esencial del color y que no busque caer en la dificultad de definirlo como propiedad meramente antropocéntrica, esto es, restringida solo a un tipo de sujeto perceptual específico.

Asimismo, la infalibilidad atribuida a la transparencia de la experiencia fenoménica pierde fuerza explicativa, porque nuestras declaraciones introspectivas con respecto a la relacionalidad, complejidad o no-relacionalidad y simplicidad de las propiedades de color parecen ser lo suficientemente variadas[65]. De igual forma, vía comparación, podemos percatarnos de que nuestras nociones cotidianas y primarias acerca de la naturaleza de los colores requieren de revisión y ampliación, con el auxilio de evidencias adicionales. ¿Implica que nuestras percepciones de color cotidianas están erradas? Si adoptamos una perspectiva primitivista, esto es lo que se desprende: la comparación y explicitación de las variaciones de color con arreglo a las condiciones visuales, parece evidenciar que le atribuimos un carácter intrínseco al color que en realidad no tiene. Nuestras experiencias de color, por ende, estarían sometidas a un error permanente. No obstante, el error puede solucionarse si relativizamos nuestras variaciones de

[63] Cf. *Ibíd.*, p. 166.
[64] Cf. *Ibíd.*, p. 171.
[65] Un estudio empírico llevado a cabo por Cohen y Nichols, publicado en un artículo de su conjunta autoría en la revista *Analysis*, dejó en evidencia cómo las intuiciones pre-teóricas acerca de la experiencia fenoménica del color y otras propiedades, como las propiedades gustativas y de forma (y lo que la introspección fenoménica parece revelar acerca de ellas), son lo suficientemente variadas como para contrariar las estipulaciones filosóficas de los autores anti-relacionalistas y su consecuente identificación del color como propiedad categórica no-relacional. Si es cierto que nuestra experiencia fenoménica es transparente, todos los sujetos experimentales debieron llegar, de manera unitaria, a las mismas conclusiones o afirmaciones de estos autores, pero este no fue el caso. Con respecto a la asociación de algún tipo de propiedad (gustativa, cromática o de forma) con un carácter relacional, los resultados revelaron que un 30,9% de las respuestas de los sujetos experimentales se inclinaron por la opción relacionalista en el caso de las propiedades de forma, un 47% en el caso que involucra propiedades de color y un 72,5% en el caso de propiedades gustativas, lo cual indica que nuestra capacidad introspectiva fenoménica no parece ser suficiente para proporcionar los datos necesarios para juzgar acera del carácter relacional o no-relacional de las propiedades de color o de cualquier otra propiedad. Es preciso poseer de antemano algunas nociones teóricas mínimas que nos permitan juzgar de manera apropiada. Cf. COHEN y NICHOLS, "Colours, Colour Relationalism and the Deliverance of Introspection…", pp. 223-226.

color al contextualizar cada propiedad cromática. No solo podríamos concluir que el relacionalismo sí puede probar la relacionalidad de las propiedades cromáticas sino que, a diferencia del primitivismo, el relacionalismo no adopta una concepción errónea de nuestra experiencia visual. Incluso el fenómeno de la constancia del color, del cual se sirven los primitivistas y fisicalistas para asignarle una permanencia e invariabilidad a dicha propiedad, resulta ser aparente si especificamos las condiciones de observación. Observémoslo.

Adams comenta que la intrinsicidad atribuida a las propiedades cromáticas está, de igual modo, asentada en el fenómeno de la constancia de color, es decir, la permanencia del color de un objeto aunque se presenten cambios visibles en las condiciones de iluminación del entorno. Sin reflexión, diremos que este fenómeno prueba la naturaleza independiente de las propiedades cromáticas de la mente del sujeto y las circunstancias visuales, así como su simplicidad. No obstante, parece que el sujeto perceptor, de manera inconsciente y tácita, tiene una noción de cómo las condiciones de iluminación pueden afectar la visibilidad de un objeto y sus colores, de forma que éste, de manera casi mecánica y automática, modifica las condiciones para discriminar definitivamente acerca de las propiedades cromáticas del objeto: si hay una incidencia excesiva de luz sobre un objeto, el sujeto, por ejemplo, impedirá dicha incidencia produciendo sombra para establecer una visualización clara. Este hecho negaría la simplicidad de las propiedades de color y su carácter intrínseco: en realidad, parece que el color es una propiedad compleja y relativa a las condiciones del entorno[66]. En el caso de la constancia de color, Cohen parece responder que la permanencia es aparente, solo que en dichos casos, es decir, en casos de percepción de color cotidianos, eliminamos cualquier diferencia específica para la correspondiente re-identificación de un mismo estímulo cromático en instancias sucesivas. La fugacidad de los colores parece estar siempre presente, no obstante, se torna visible solo si somos lo suficientemente específicos o detallados en las condiciones que los determinan (esto es, si individualizamos y explicitamos sus parámetros contextuales). A nivel contextual común, general, vago y tácito, los colores se nos presentan con cierta constancia y estabilidad. Solo cuando establecemos comparaciones entre variaciones perceptuales de color, se torna explícito su carácter relacional:

> Indeed, given that the restrictions on perceivers and viewing conditions tacitly presupposed by ordinary thought and talk about color are so confining, we can typically talk about the

[66] Cf. ADAMS, "Seeing is Knowing…", pp. 76-77.

> (unique) color of an object without any trouble, unless we start making psychophysical comparisons […] only when directly confronted with this range of psychophysical variation do we recognize that our assumptions about the uniqueness of colors are insupportable.[67]

Para justificar el carácter relacional y fugaz de las propiedades de color, Cohen responderá, inspirado en Levin, que estos críticos, principalmente los primitivistas, se han asentado en una idea reducida de fenomenología y que, a partir de un caso aislado de experiencia o representación fenoménica de una instancia de color, generalizan, sin remisión a comparación alguna de otras instancias, acerca de la naturaleza última de dicha propiedad. Pretenden que el mero contacto visual de una única instancia aislada de color, ha de ser evidencia suficiente para concluir acerca del carácter no-relacional y categórico de las propiedades cromáticas.

Cohen explica que no es cierto que desde una concepción de fenomenología tan reducido podamos concluir acerca del aspecto relacional o no de tales propiedades, de hecho, basados en una idea tan reducida, incluso propiedades relacionales paradigmáticas como las propiedades de velocidad o de peso, terminarían siendo consideradas como propiedades no-relacionales (y constantes) si solo las juzgamos desde instancias aisladas. Por ejemplo, a *simple vista* podemos generalizar y asumir que el peso de mi cuerpo es un valor constante y que no se modifica pese a cambios en las condiciones del entorno. Sin embargo, este tratamiento ingenuo deja por fuera elementos esenciales con los cuales dichas propiedades se relacionan, por ejemplo en el caso del peso, esta propiedad está anclada al campo gravitatorio, la masa, etc., y he de juzgarla relativamente a las modificaciones en los valores de dichos elementos. De manera análoga han de ser tratadas las propiedades cromáticas.

Para prestar solución a esta objeción, Cohen aboga por una concepción de fenomenología mucho más amplia, en consideración a la *comparación* y *explicitación* de instancias de representación fenoménica de una misma propiedad cromática, considerando los cambios específicos en los valores de dicha propiedad con arreglo a modificaciones en sus parámetros contextuales, que permitan inferir su carácter relacional.

Pese al hecho de que Cohen puede comprobar con facilidad el carácter relacional de las propiedades de color fugaces, a saber, aquellas propiedades de color sujetas al fenómeno de la iridiscencia, dado que, sin cambios abruptos en las condiciones de observación, podemos, en

[67] COHEN, "Color Properties and Color Ascriptions: A Relationalist Manifesto", *The Philosophical Review*. Vol. 113, No. 4, Duke University Press (Oct., 2004), pp. 451-506, p. 472.

contacto con tales objetos, obtener variadas sucesiones de propiedades de color diferentes inclusive sin necesidad de remitirnos a comparaciones de instancias perceptivas de otros sujetos perceptores, no obstante, para comprobar el carácter relacional de los colores que observamos en *contextos cotidianos* generales, debemos partir de comparaciones psicofísicas sistemáticas, es decir, comparar dos instancias de una misma propiedad cromática en remisión a cambios *abruptos* en las condiciones de iluminación (condiciones visuales) y según distintos tipos de sujetos perceptores (por ejemplo, comparar las representaciones fenoménicas de un sujeto daltónico y de un tricrómata en condiciones visuales excepcionales). De este modo, obtendremos cambios en los valores de dicha propiedad ejemplificada, según modificaciones en los parámetros contextuales a los que se halla subordinada, de forma que podemos concluir, sin problemas, que los colores son relacionales, vinculados a sujetos perceptores y circunstancias de observación.

Dicho de otro modo, lo que permitirá prever el carácter relacional de las propiedades de color sin romper con lo que la experiencia fenoménica pueda revelar acerca de su naturaleza, es partir de una concepción *amplia* de fenomenología que dé pie a la comparación de distintas experiencias de color, así como la explicitación de parámetros contextuales específicos que permitan dar cuenta de la variabilidad de las propiedades cromáticas de un objeto. Si bien, como mencionamos en secciones anteriores, cotidianamente, por cuestiones pragmáticas, eliminamos diferencias específicas; no obstante, la comparación sistemática torna explícito que, fuera de la restrictividad de un contexto común[68], las propiedades de color son inconstantes en relación a la modificación en los valores de *sujetos perceptores* y *condiciones visuales* (o, mejor dicho, tan constantes como lo sean los parámetros contextuales a los cuales están sujetos). En palabras de Cohen:

> … we can test for the relationality of a property (in a family of properties) to a parameter by altering the value of that parameter and checking to see whether this change has the effect of modifying which (if any) member of our target family is exemplified.[69]

---

[68] El contexto común va a permitir la re-identificación de las propiedades de color de un objeto y evitar la confusión entre instancias distintas de una misma propiedad cromática con propiedades de color diferentes. Si bien es cierto que, a diferencia del fisicalismo, el relacionalismo no puede garantizar criterios objetivos para determinar lo que es el color en sí con independencia de nuestras representaciones (dado que sería absurdo, el color resulta, para el relacionalismo, de la vinculación del sujeto con estas interacciones físicas de la luz y el objeto) desde un análisis funcional y, por ende, neutral, el relacionalismo de Cohen sí puede asir caracteres idénticos, comunes y constantes para definir lo que es el color en sí mismo, sin importar su sometimiento ante parámetros contextuales generales o específicos.

[69] COHEN, "Color Relationalism and Color Phenomenology," en *Perceiving the World,* Nanay B., Ed., Oxford University Press, 2011, pp. 13-32, p. 17.

Los críticos de las perspectivas relacionalistas que se afianzan en la transparencia de la experiencia fenoménica como determinante ulterior de la simplicidad, unidad, objetividad e inherencia de las propiedades cromáticas, se han asentado en una fenomenología reducida, que generaliza acerca de la naturaleza del color partiendo desde casos aislados de representación fenoménica, es decir, hacen uso de evidencia fenomenológica restringida a episodios introspectivos momentáneos y aislados, sin dar cabida a la comparación sistemática de representaciones visuales junto a evidencia empírica adicional (como el fenómeno de la iridiscencia, el contraste simultáneo de color, etc.). Esta concepción sitiada de fenomenología no solo impide como vimos, el reconocimiento del carácter no-relacional de las propiedades de color, sino que también representa un obstáculo para dar cuenta de las características de propiedades categóricas que son, por definición, no-relacionales, porque la mera introspección fenomenológica nos es insuficiente para juzgar de manera apropiada. Para juzgar correctamente acerca de las propiedades de forma de un objeto, debo tener, como mínimo, ciertas nociones matemáticas básicas, lo cual parece indicar no solo que nuestras experiencias fenoménicas aisladas pueden errar, sino que necesitan del auxilio de evidencia adicional y del papel del raciocinio, para concatenar e inferir los elementos comunes ante instancias de variaciones perceptuales.

Para poder comprender el carácter relacional del color, es preciso comprender ciertos *nexos* comparativos entre experiencias cromáticas distintas, ante cambios en los valores de los parámetros contextuales, para dar cabida a una cadena de inferencias y, desde allí, generalizar y dar cuenta de su naturaleza. Bajo casos aislados de experiencias fenoménicas de color, no podemos concluir nada, ni siquiera acerca de su simplicidad, homogeneidad, o atribuida irreductibilidad de parte de los defensores de un primitivismo:

> I take these considerations to show that there is both a good sense in which phenomenology can speak to the question of whether colors (steady and unsteady alike) are relational or not, and another good sense in which phenomenology won't speak to that question. The sense in which it will is the sense in which phenomenology includes systematic comparisons of the sort made available by psychophysical methods, combined with ratiocination. The sense in which phenomenology will have nothing to say about the relationality or otherwise of colors is one in which phenomenology is restricted to introspection on isolated, momentary experiential episodes. Of course, the narrower brand of phenomenology won't reveal colors as relational –but that is only because it is unsuited to discovery of relationality where it exists at all. In contrast, employing the broader conception of phenomenology leads to the

> conclusion that colors are relational. On neither, conception, however, are we justified in concluding that phenomenology represents colors as being nonrelational.[70]

En otros términos, al distinguir dos sentidos en los que debemos entender la fenomenología, Cohen permite vislumbrar el error en el que caen las teorías primitivistas, quienes, asentados en una idea de fenomenología estrecha, critican las perspectivas relacionalistas por sostener una concepción errada de nuestras experiencias de color, cuando estas, a simple vista, no nos permiten asir el atribuido carácter relacional y que, más bien, dan cuenta de una característica intrinsicidad. En cambio, al ampliar nuestra concepción de fenomenología en conjunto con el auxilio de evidencia empírica adicional (en el caso del color, de evidencia psicofísica comparativa[71]), para, posteriormente, inferir acerca de nuestras experiencias de color, nos percatamos de la dependencia (en cierta medida) del color de un objeto con respecto a los sujetos perceptores y las circunstancias de observación. Es así como podremos afirmar que, efectivamente, los colores son propiedades relacionales gracias al análisis comparativo de nuestras experiencias fenoménicas.

De hecho, en opinión de Adams y Levin, esta afirmación de que la introspección fenoménica y nuestras intuiciones más básicas y evidentes son una guía suficiente para conocer totalmente la naturaleza del color, está asentada en la falsa idea de que nuestros conceptos pre-teóricos no requieren revisión alguna, porque son el resultado de una depuración metódica conceptual y epistémica, hasta no dejar un resquicio a la duda[72]. Y que, de igual modo, no requerimos de ningún tipo de información adicional para comprobar o no el carácter simple, constante e intrínseco de las propiedades de color. Vimos que esto es falso, porque incluso para aquellas propiedades simples y categóricas, más allá de nuestras experiencias de primera mano, requerimos de información teórica suplementaria para concluir acerca de su atribuida simplicidad y constancia. De forma análoga, juzgamos con propiedad el carácter relacional del color con base en evidencia empírica y comparativa. La remisión a dicha información, más allá del dominio fenoménico aislado, quebranta la transparencia, infalibilidad e intrinsicidad adscrita a nuestras experiencias visuales sitiadas. Esta información adicional, basada en pruebas empíricas, tiene la labor de dar forma y corrección a nuestras intuiciones primarias: suponer que nuestras intuiciones

---

[70] *Ibíd.*, p. 22.
[71] Se refiere a la comparación de experiencias de color ante condiciones visuales poco cotidianas, en remisión a sujetos perceptores inusuales.
[72] Cf. ADAMS, "Seeing is Knowing…", p. 88.

e ideas pre-teóricas han de mantenerse intactas, no da cabida a la mutabilidad de nuestras concepciones del mundo y nuestro conocimiento acerca de este conforme se actualizan las teorías científicas[73]. No permite, pues, que nuestra concepción del mundo avance acorde a evidencias teóricas novedosas.

4.- Conclusiones

En las primeras secciones comenzamos mostrando que una de las principales dificultades de las perspectivas externalistas y mentalistas del color, es su asentamiento en una falsa dicotomía: el de identificar de forma tajante al color como propiedad o bien subjetiva, de naturaleza mental, o bien objetiva e independiente al sujeto perceptor. Dicha reducción imposibilita garantizar una definición general de las propiedades de color que no solo logre resistir ante cualquier situación contrafáctica (asentadas en casos reales de variaciones perceptuales interpersonales, intrapersonales e interespecies), sino que no contraríe nuestro pensar y hablar cotidiano en torno a las propiedades cromáticas, ni le niegue su atribuido carácter visible. Parece que, al no poder optar por una propuesta adecuada que nos permita definir el color con arreglo a parámetros independientes y restrictivos (para separar una instancia ilusoria de una instancia real), es inevitable refugiarnos en perspectivas eliminativistas e irrealistas.

Una propuesta relacionalista como la presentada por Cohen rompe con dichas dicotomías reduccionistas y supone una opción preferible ante el irrealismo del color al decantarnos por la relativización de cada variación perceptual cromática, garantizando la compatibilización de representaciones en conflicto. No obstante, pese a la relativización contextual, desde un análisis funcional de las propiedades de color, Cohen avala una definición general y específica de color sin desechar nuestras experiencias cromáticas. Por otro lado, tras la bipartición contextual y al basarse en lo que comprendemos intuitivamente por propiedad relacional, Cohen logra no solo imponerse como perspectiva intuitiva (puesto que el contexto común se adecúa a nuestro pensar y hablar cotidiano y nuestras preconcepciones acerca de las propiedades cromáticas), sino que, contrario a lo que suponen los primitivistas, puede ajustar una propuesta relacionalista con una concepción de fenomenología mucho más amplia: la explicitación de los parámetros contextuales (la individualización del sujeto perceptor y las circunstancias visuales específicas) y la comparación de variaciones psicofísicas sistemáticas, le permiten a Cohen asir el carácter

[73] Cf. LEVIN, “Dispositional Theories of Color…”, p. 167.

relacional y complejo del color (su dependencia a parámetros contextuales dados por sujetos perceptores y condiciones de observación). La bipartición de propiedades cromáticas relacionales no debe ocasionar confusión alguna, Cohen no sostiene una caracterización errónea de nuestras percepciones de color porque esas propiedades cromáticas que a simple vista se nos presentan como simples, monádicas e independientes a la mente de un sujeto, están, de igual modo, sometidas a parámetros contextuales implícitos y que asumimos como comunes para todos los sujetos perceptores. La comparación y explicitación de los parámetros, junto a evidencia empírica adicional, socava la transparencia atribuida a nuestras experiencias visuales (desprendida de la tesis de la *revelación*), así como la intrinsicidad y simplicidad adscrita a las propiedades de color, al igual que la infalibilidad que los primitivistas le han concedido a nuestras introspecciones. Asimismo, Cohen no impone, a diferencia de los disposicionalistas, una manera particular de concebir a las propiedades de color, sino que estas están referidas a nuestra manera detallada y general de aproximarnos a nuestro mundo circundante. Es, por tal razón, que el relacionalismo parece ser la visión más adecuada para abordar el problema del color y su naturaleza.

Hipótesis y Supuestos Auxiliares:
La Tesis Duhem-Quine

Numa Tortolero
(Universidad Central de Venezuela)

UCV ESCUELA DE FILOSOFÍA

apuntes filosóficos

Vol. 28 No. 55

Hipótesis y Supuestos Auxiliares: La Tesis Duhem-Quine

Hypothesis and Auxiliary Assumptions: The Duhem-Quine's Thesis

Numa Tortolero
(Universidad Central de Venezuela)

Articulo recibido: 25 de octubre de 2019.

Arbitrado: 14 de noviembre de 2019.

Resumen: La tesis Duhem-Quine, asociada con el holismo confirmacional, puede ser vista como un argumento fuerte en contra de la eficiencia de los experimentos cruciales y el criterio falsacionista y, en consecuencia, la tesis jugaría un rol esencial en la explicación de cómo evolucionan las teorías científicas. Otra consideración, cuestionaría el grado de influencia que tienen los hechos en el proceso de contrastación, lo que supone una crítica a la obstinada búsqueda de datos sensibles neutros de la teoría como fundamento último de los enunciados con sentido. En el presente ensayo vamos a exponer algunos detalles de la tesis mostrando cómo permite atravesar varios episodios de la ciencia y su filosofía y arrojar luz sobre algunos de sus problemas.

Palabras clave: Filosofía de la Ciencia, Tesis Duhem-Quine, Evolución de Teorías, Contrastación de Hipótesis.

Abstract: The Duhem-Quine thesis, associated with confirmatory holism, can be seen as a strong argument against the efficiency of crucial experiments and the falsificationist criteria and, consequently, the thesis would play an essential role in explaining the evolution of scientific theories. Another consideration, would question the degree of influence that the facts have in the process of contrastation, which is a criticism of the search for neutral sensitive data of theory as the ultimate basis of the statements with meaning. In the present essay we will expose some details of the thesis showing how it allows to go through several episodes of science and its philosophy and shed light on some of its problems.

Keywords: Philosophy of Science, Duhem-Quine's Thesis, Evolution of Theories, Contrast of Hypothesis.

El holismo confirmacional

La tesis Duhem-Quine ha permitido ver que el proceso de contrastación o prueba de hipótesis no pone en juego un enunciado aislado, una única hipótesis, sino toda una teoría. De ahí que la tesis también se asocie a lo que se ha llamado *holismo confirmacional*. En el proceso de contrastación de hipótesis, lo que se hace es constatar contra datos de los sentidos una predicción que es consecuencia de la hipótesis. A esta relación entre la hipótesis y su predicción se le llama implicación contrastadora. Aquí, el antecedente o premisa de la implicación no es solo la hipótesis que deseamos contrastar sino una conjunción de enunciados que incluyen, además de la hipótesis, otros supuestos inevitables que podemos considerar como hipótesis auxiliares. Todas esas premisas tienen la misma relación lógica con la consecuencia de la implicación, así que el resultado de la contrastación afecta por igual a todos los enunciados que están en el antecedente. Como la contrastación pone a prueba a todas las hipótesis que sirven de antecedente en la implicación, incluyendo todas las que no están explícitas, se habla de *holismo*.

La tesis se atribuye originalmente a Pierre Duhem (1861-1916), un científico francés que escribió sobre metodología de la ciencia, en especial, sobre física. En *La Théorie Physique, son object, sa structure* (1906), Duhem presenta sus ideas acerca de una metodología holista, pero limitada exclusivamente a la física. Examinando detalladamente diversos ejemplos tomados de la historia de la física, Duhem muestra que ninguna hipótesis particular es puesta a prueba; lo que se somete a contrastación a través de experimentos es una red de leyes y teorías. Esa es la razón por la que, cuando un experimento de laboratorio o una observación dan un resultado negativo siempre será posible incriminar *ad hoc* otras circunstancias u otros enunciados en el cuerpo de la disciplina que no sean la hipótesis principal que se quiere probar. De esta manera, muchos logran salvar sus hipótesis de resultados insatisfactorios. Entonces, no deben funcionar los experimentos cruciales, los que deberían permitir decidir definitivamente entre dos hipótesis rivales:

> El experimento de Foucault, por ejemplo, no decide entre dos hipótesis, la hipótesis de la emisión y la hipótesis de las ondulaciones, sino entre dos conjuntos teóricos que deben ser considerados en bloque, entre dos sistemas completos: la óptica de Newton y la óptica de Huygens [...]. La contradicci6n experimental no tiene, como la reducción al absurdo utilizada por los geómetras, la capacidad de transformar una hipótesis física en una verdad incontestable. Para hacerlo, sería necesario proceder a una enumeraci6n completa de las distintas hipótesis a las que puede dar lugar un grupo determinado de fenómenos. Ahora bien, el físico nunca está seguro de haber agotado todas las suposiciones imaginables; la

verdad de una teoría física nunca se decide a cara o cruz.[1]

Los experimentos cruciales no pueden funcionar como se espera, porque, de acuerdo con Duhem, todas las leyes y teorías de la física mantienen lazos y relaciones esenciales entre sí. Cuando algo falla en un experimento siempre es posible que el motivo no sea la hipótesis principal. Los mismos hechos pueden implicar muchas hipótesis, no solo dos. Por lo mismo, un resultado anómalo tampoco implica necesariamente que la hipótesis que se desea contrastar está errada. Un resultado negativo en la contrastación solo nos dice que algo no está funcionando en la teoría como un todo, pero no es posible determinar unívocamente qué es. En consecuencia, podemos decir también que las teorías no están determinadas absolutamente por la experiencia y que los datos nunca se presentan puros, sin la mediación de una teoría que sirve de marco de interpretación. Esto nos conduce a otra tesis que es supuesta por el convencionalismo de Henry Poincaré y que luego Quine llama tesis de la *subdeterminación empírica*[2] que luego comentaremos.

Duhem pensaba que su tesis solo era válida para la física, una de las diferencias que tiene respecto a la versión que tiene Quine de la tesis. De acuerdo al filósofo norteamericano, la tesis dice que “los enunciados científicos no son vulnerables a las observaciones adversas por separado porque solo conjuntamente, como una teoría, implican sus consecuencias observables. Cualquiera de los enunciados puede acoplarse a la superficie de las observaciones adversas mediante la revisión de otros enunciados”[3]. Como la concibe Quine, lo mismo que en la versión de Duhem, la tesis explica la tendencia natural de los científicos a reacomodar sus teorías frente a resultados negativos en las contrastaciones, dejando en entredicho la noción de experimentos cruciales. Pero

[1] DUHEM, P. *La Théorie Physique, son object, sa structure* (1906), pp. 249-250.

[2] Henry Poincaré (1854-1912), (físico y matemático francés) considera a las teorías físicas como complejos de convenciones que nos permiten organizar la enorme masa de datos obtenidos vía observación y experimentos. Dichas convenciones impiden que nos extraviemos en la intrincada maraña de datos. Para Poincaré, los datos organizados en una teoría no son el reflejo transparente de una realidad en sí. Si este fuera el caso, si las teorías fueran un reflejo de la realidad, teorías incompatibles o divergentes no competirían por explicar el mismo dominio de la realidad. No tiene entonces sentido hablar de la verdad o falsedad de las teorías, solo podemos determinar cuál de las convenciones adoptadas es más útil, más simple para organizar la experiencia. La simplicidad del aparato es el único criterio significativo para decidir entre hipótesis o teorías rivales. El programa formalista de fundamentación la matemática es un eco de esta consideración convencionalista de las teorías científicas, ya que el enfoque formalista se centra en la demostración de la consistencia de las teorías matemáticas, busca demostrara la ausencia de contradicción de los sistemas, sin preguntar por la verdad o el contenido de los enunciados de la teoría. Para Hilbert, por ejemplo, la importancia del análisis clásico era su capacidad para representar en forma idealizada la realidad física.

[3] QUINE, W.V.O. *Acerca del Conocimiento Científico y otros Dogmas*. Barcelona: Paidos (2001). pp. 55-56.

Quine plantea otros desacuerdos:

1. Aunque hay enunciados estrechamente ligados a observaciones que pueden ser comprobados empíricamente por separado, ello no significa que esos enunciados están libres de teoría, ya que comparten parte del vocabulario de los enunciados considerados no observacionales. Además, siempre es posible que un científico ponga en cuestión enunciados observacionales cuando entran en conflicto con el cuerpo de una teoría bien confirmado, así que la tesis de Duhem se mantiene incluso para esos enunciados.

2. La tesis nos dice que los enunciados de la ciencia implican en conjunto las consecuencias observables en conjunción con la teoría, pero no establece en qué extensión es puesta a prueba la teoría. Como todas las teorías comparten la lógica y gran parte de la matemática, ellas forman un sistema integrado y acoplado. Esta integración no debería conducir a engaño haciendo el todo de la ciencia responsable ante una observación. La continuidad que caracteriza una ciencia no significa que sea monolítica. Frente a una observación podemos escoger qué enunciados revisar y cuáles mantener firmes y esto pondrá en cuestión algunas extensiones de la ciencia con diverso grado.

Una versión interesante de la tesis la encontramos en escritos del matemático Hermann Weyl. Kleene[4], piensa que el impulso que orientó el desarrollo del análisis clásico y la teoría analítica de números provino de las ciencias, en especial, de la aplicación de la geometría a la física. Los principales matemáticos defensores del programa formalista de la fundamentación de la matemática, Hilbert y Bernays (1934), creían que las teorías no reproducen totalmente el estado actual de los hechos, que solo "representan una *idealización simplificadora* de dicho estado de cosas, y en ello reside su significado". Desde este punto de vista, el análisis matemático sirve como una "formación de ideas", que nos permite expresar las teorías. En este contexto, Weyl sostiene entonces que "no son los enunciados separados los que son confrontados con la experiencia, sino el sistema teórico en su totalidad"[5], lo que podemos considerar una evidente referencia a la tesis de Duhem. La física no aportaría una descripción verdadera de lo dado como experiencia, sino una construcción teórica o simbólica del mundo. En ciencia, el interés se centra

[4] KLEENE, Stephen Cole: *Introducción a la Metamatemática*. Madrid: Tecnos (1974). pp. 61-62.
[5] Citado por Kleene (1974).

no en los enunciados observacionales directos, llamados reales por estos matemáticos y proposiciones protocolares por los positivistas lógicos, sino en supuestos ideales, como la aseveración de que el electrón es un quantum eléctrico universal. La matemática se funde entonces con la física en un proceso de construcción teórico del mundo. En esta perspectiva podemos ver con cierta claridad como necesariamente algunos conceptos de una teoría no pertenecen propiamente a ella, que en la física, por ejemplo, se emplean idealizaciones que tienen su asiento en el análisis matemático clásico. Veremos que Quine, en su enfoque holista, ubicará esos enunciados en el centro de una red de teorías que en su periferia se halla formada por enunciados más cercanos a la experiencia observable.

La tesis de Duhem, si la ampliamos a todas las teorías científicas, como lo plantea Quine, no la restringimos a la física, es rica en implicaciones que afectan a planteamientos posteriores de la filosofía de la ciencia. Uno de estos planteamientos es el falsacionismo de Popper.

El falsacionismo de Popper frente a la tesis Duhem-Quine

De acuerdo a Popper (1934), considerado el fundador del Racionalismo Crítico (Schurz, 2013, pp. 7 y ss.), las teorías científicas tienen que ir más allá de nuestra experiencia y ser sometidas a un examen experimental severo dirigido a demostrar su falsedad. En oposición al criterio verificacionista de los positivistas lógicos –según el cual solo las verdades analíticas y los enunciados susceptibles de ser contrastados en contra de los datos de los sentidos constituyen proposiciones dignas de ser consideradas como significativas– Popper desplazó el criterio de demarcación entre lo científico y lo metafísico desde el principio verificación de la hipótesis hacia el de la falsación, señalando la asimetría existente entre ambos criterios cuando se aplican a hipótesis que expresan enunciados estrictamente universales como: “todos los metales conducen electricidad”. Tales hipótesis no pueden ser verificadas por un número finito de observaciones, debido a que tratan acerca de un dominio potencialmente infinito de instancias; el enunciado en nuestro ejemplo refiere a todos los metales en el pasado y en el futuro. Sin embargo, esas hipótesis pueden ser mostradas como falsas por la observación de una simple excepción.

El falsacionismo de Popper es una de las ideas que son puestas en cuestión por la tesis de Duhem. Aunque las implicaciones holistas de la tesis parecen apoyar el requerimiento popperiano de abandonar la teoría cuando tiene efecto un resultado que contradice la implicación esperada por a hipótesis, el falsacionismo no explica por sí mismo por qué quienes apoyan una teoría insisten en defender sus hipótesis frente a anomalías, incluso por encima de evidencias irrefutables. Funcionara el falsacionismo si las teorías fueran monolíticas, independientes y aisladas de otras. Entonces no habría dificultad en ubicar qué anda mal cuando alguna experiencia muestra evidencias contra la teoría. Popper, por lo menos en una etapa de la evolución de sus ideas falsacionistas, supone una constitución simple de las teorías científicas que contrasta totalmente con la imagen que nos presenta Duhem y luego Quine. Una evidencia en contra de una hipótesis sería suficiente para descartar una teoría si en el proceso de su contrastación no existiesen otros elementos determinantes. Como observan Díez-Moulines:

> Las teorías [...] [son entidades] estructuralmente muy complejas organizadas en diferentes niveles de esencialidad [...]. Ante una experiencia refutadora siempre es posible “revisar los hechos”, esto es, revisar las hipótesis implícitas que conceptualizan la experiencia. Pero incluso si se aceptan los hechos, la lógica no obliga a abandonar la teoría, siempre es posible retocar una o varias hipótesis específicas preservando el núcleo central. Popper no contempla esta posibilidad, o cuando lo hace la considera ilegítima, porque no la considera así.[6]

Es evidente que, en este comentario, se supone la tesis Duhem-Quine que, como ya hemos observado, implica que las teorías científicas no solo dependen de los hechos, también dependen de “las hipótesis implícitas que conceptualizan la experiencia”. En la investigación científica siempre hay que introducir modificaciones o acomodos en las teorías y estas modificaciones tienen consecuencias que no son confirmadas por los experimentos. Si las teorías fueran exclusivamente consecuencia de los hechos no requerirían correcciones, ya que serían indudables y definitivas como lo son los propios hechos. Veamos un ejemplo.

La teoría física del final del siglo XIX postulaba que, al igual que las olas y el sonido, que son ondas que necesitan un medio para propagarse (como el agua o el aire), la luz también necesitaría un medio, llamado “éter”. Siendo tan grande la velocidad de la luz, resultaba muy difícil diseñar un experimento para detectar como la presencia del éter interfería en el movimiento. En 1887 Michelson y Morley realizaron la primera prueba contra la teoría del éter. Para ello, fabricaron un aparato, el interferómetro, que les permitió medir con exactitud hasta qué punto el éter podía afectar el movimiento de la luz. Como resultado, los científicos determinaron

---

[6] DÍEZ, Antonio y MOULINES, Ulises. *Fundamentos de Filosofía de la Ciencia*. Barcelona: Ariel Filosofía (1997).

que el medio por el que se movía la luz no afectaba su velocidad. Se conjeturó entonces que la luz debía moverse en el vacío, un hecho que no podía ser explicado por la teoría ondulatoria de la época, ya que esta suponía un medio de desplazamiento. Ernst Mach fue uno de los primeros en aceptar los resultados del experimento y sugerir una teoría nueva. De esta manera, con el experimento de Michelson y Morley se estableció la base experimental de la teoría de la relatividad, ya que los resultados condujeron a investigaciones que desembocaron en una teoría diferente a la ondulatoria, pero consistente: la contracción de Lorenz, cuyo desarrollo llevó a la teoría de la relatividad especial.

El experimento de Michelson y Morley tiene como supuesto que la luz es de naturaleza ondulatoria. Por analogía con otros fenómenos físicos ondulatorios, la luz debía propagarse por algún tipo de medio, que se denominó "éter". Este supuesto debía ser puesto a prueba. Se diseñó un experimento en el que gracias a un aparato especial debería poder medirse la velocidad de la luz y así comprobar si el éter ofrecía algún tipo de resistencia. El experimento nos permite ver como una teoría física, en este caso, la teoría ondulatoria de la luz, permite realizar supuestos teóricos que los hechos y sus implicaciones no nos permiten realizar. La teoría ondulatoria nos permitió suponer que, si la luz estaba constituida por ondas, entonces debería existir un medio para su desplazamiento. El experimentó muestra que no hay un medio a través del cual la luz se desplaza, es decir no hay éter. La modificación introducida ha requerido un supuesto teórico que, en principio, no se ha puesto en duda por los hechos experimentales. En este caso ha quedado demostrada la falsedad de la hipótesis del éter, lo que estaría de acuerdo con el falsacionismo popperiano, pero también debería ponerse en duda el principio de que las ondas necesitan un medio para propagarse. Veamos otro ejemplo.

En la primera mitad del siglo XIX, los astrónomos observaron que la trayectoria del planeta Urano no seguía el camino previsto por la ley de la gravitación de Newton. Había un número indeterminado de explicaciones posibles para las anomalías: las observaciones del telescopio eran erróneas; o las leyes de Newton estaban equivocadas, o Dios causaba perturbaciones para poner en evidencia la soberbia de la ciencia moderna. Finalmente se consideró que había un planeta desconocido que afectaba la trayectoria de Urano, el error estaba en la hipótesis de que hay siete planetas en nuestro sistema solar y no en las leyes de Newton. Le Verrier calculó la posición aproximada del planeta interferente y su existencia fue confirmada en 1846. En la actualidad, ese planeta se conoce como Neptuno. Ante la anomalía presentada por la trayectoria de Urano, no se desechó la teoría de Newton, más bien se introdujo un supuesto nuevo, la existencia de un planeta aún no conocido. Introduciendo conjeturas en forma coherente se ha demostrado la capacidad predictiva de la mecánica newtoniana y se ha explicado la anomalía detectada[7].

Los ejemplos muestran que las teorías aceptadas pueden ser más determinantes que los hechos en el momento de formular una hipótesis. Las hipótesis científicas no son probadas contra datos experimentales aislados sino como partes de un gran cuerpo de creencias. Todo experimento requiere asumir como ciertas una o más hipótesis auxiliares. Una hipótesis sometida a contrastación no puede, por sí sola, realizar predicciones. No podemos demostrar conclusivamente la falsedad de una teoría a través de datos experimentales sin que las hipótesis auxiliares sean también sometidas a prueba, y estas suponen una o más teorías. En una época, para refutar la tesis de que la Tierra se movía algunos argumentaban que el vuelo de las aves no se alteraba en el cielo mientras iban entre las ramas de los árboles. Siempre es posible apelar a supuestos o hipótesis *ad hoc* para salvar una teoría.

Imre Lakatos enuncia la tesis de Duhem de la siguiente manera: "Dada la suficiente imaginación, cualquier teoría (consistente en una o un conjunto finito de proposiciones) puede ser salvada permanentemente de refutación por medio de algún ajuste adecuado en el contexto del conocimiento que la contiene"[8].

Por otra parte, de acuerdo a la tesis de Duhem, las observaciones dependen de la teoría, no al contrario: antes de aceptar las observaciones de un telescopio se debe revisar su óptica, el modo en que está montado, y así asegurar que está apuntando en la dirección correcta. Además, la evidencia no puede por sí sola determinar, en el caso de teorías rivales compatibles con los datos, cuál de ellas es la correcta. Cada una de las alternativas mencionadas en el ejemplo de la anomalía en la órbita de Urano podría haber sido correcta, pero solo una de ellas fue finalmente aceptada y esta decisión no se realizó tomando en cuenta solo las evidencias disponibles.

---

[7] Ejemplo tomado de DÍEZ-MOULINES (1999), p. 67.
[8] LAKATOS, Imre. *La Metodología de los Programas de investigación científica*. Madrid: Alianza Editorial (1983).

Observacional-Teórico

Hemos mostrado que la tesis Duhen-Quine pone en cuestión la neutralidad teórica de los enunciados observacionales. Entonces, si todos los enunciados de una teoría, hasta los basados en observación directa, no son teóricamente neutros, pareciera no tener sentido distinguir entre enunciados teóricos y observacionales. En contra de la filosofía de la ciencia propia de la llamada *Concepción Heredada,* la tesis apoya la decisión que sustituye la distinción observacional-teórico por la distinción teórico-no teórico. Si bien no hay observación teóricamente neutra, algunos enunciados de la teoría no deben pertenecerle ya que entonces la teoría se estaría auto justificando. Por otro lado, tratándose de teorías empíricas, si consideramos todos los términos empleados como pertenecientes a la misma teoría, también sus conceptos aparecerían establecidos por definición.

Por ejemplo, en mecánica clásica, el concepto de fuerza aparece definido como la multiplicación de la masa por la aceleración. En consecuencia, si pensamos la fuerza como eso que genera la aceleración, entonces la fuerza F estaría definida por la fórmula F = ma (fuerza es igual a masa por la aceleración). Tendríamos entonces una partícula que experimenta cierta aceleración a, luego la ecuación F = ma por sí sola define qué es F. La ley no es una afirmación comprobable empírica en absoluto, ya que una fuerza definida así no puede dejar de satisfacer F = ma. El problema empeora si definimos la masa (inercial) m de la manera habitual como la relación | F | / | a |. Por ahora estamos usando la ecuación F = ma para definir dos cantidades F y m. Una aceleración dada a, en el mejor de los casos, especifica la relación F / m, pero no especifica valores únicos para F y m individualmente. En términos más formales, el problema surge porque se ha introducido la fuerza F y la masa m como términos teóricos de la mecánica clásica. Para solucionar esta cuestión, podemos agregar leyes adicionales a la dinámica simple. Por ejemplo, podríamos requerir que todas las fuerzas sean gravitacionales y que la fuerza neta sobre la masa m esté dada por la sumatoria de todas las fuerzas gravitacionales que actúan sobre la masa debido a las otras masas del universo, de acuerdo con ley de la gravedad del cuadrado inverso de Newton. Eso nos da una definición independiente para F. De manera similar, podemos requerir que la masa inercial m sea igual a la masa gravitacional mg. Dado que ahora tenemos acceso independiente a cada uno de los términos F, m y a que aparecen en F = ma, la ley que obtenemos ya no es una cuestión de definición[9].

Vemos con este simple ejemplo que los términos de una teoría pueden ser considerados como estrictamente teóricos, solo que algunos, los que garantizan el carácter empírico, no pertenecen a la propia teoría, no tienen que ser enunciados de observación directa. Hemos superado la autojustificación a través de una reformulación de la ley de Newton para las fuerzas gravitacionales: "Existe un sistema inercial y constantes G, mi, mgi tales que para cada partícula el producto de su masa multiplicado por su aceleración es igual a la suma de las fuerzas gravitacionales como se indicó anteriormente". Joseph Sneed, considerado uno de los fundadores de la teoría estructuralista de las ciencias empíricas, propone sostener que el enunciado empírico de una teoría T debe contener todas las leyes de la teoría, así como leyes de orden superior, llamadas restricciones. En nuestro ejemplo, las restricciones serían afirmaciones tales como "todas las partículas tienen las mismas masas inerciales y gravitacionales y la constante gravitacional asume el mismo valor en todos los modelos de la teoría".

La tesis y la discusión Kuhn-Lakatos

La tesis Duhen-Quine tiene implicaciones evidentes en la explicación de la manera en que las ciencias progresan. Como es sabido, para Thomas Kuhn, en el desarrollo histórico de una teoría científica casi invariablemente se alcanza un punto donde la presencia constante de anomalías termina erosionando una teoría que había sido aceptada durante cierto tiempo. Se llega a un período de crisis en el que, en contra de las evidencias, se sigue defendiendo la teoría. Pronto esa vieja teoría será abandonada en favor de una nueva que, según Kuhn, es incompatible e inconmensurable con ella. La ciencia no progresaría por acumulación de datos sino por ruptura de paradigmas. El panorama del desarrollo histórico de la ciencia presentado por Kuhn es cuestionado por Imre Lakatos, porque le parece pone en entredicho la racionalidad del proceso histórico de la ciencia. Lakatos propone tratar a las teorías como programas de investigación en los cuales podemos distinguir un núcleo, el conjunto de enunciados que constituyen la esencia de la teoría y que debe permanecer intacto y sin cambio, y otra colección de enunciados que forman un anillo que rodea y protege al núcleo. Cuando un experimento o ciertos datos observacionales

[9] Ejemplo tomado de SCHMIDT, Heinz-Juergen, "Structuralism in Physics" (2019). En *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Recuperado de https://plato.stanford.edu/entries/physics-structuralism/

ponen en entredicho la teoría, deberían hacerse ajustes solo en los enunciados de la periferia de la teoría, los que constituyen el cinturón protector.

Para salvar la racionalidad del progreso científico frente a la propuesta de Kuhn, Lakatos propone distinguir entre programas regresivos y programas progresivos, en contraposición a la distinción kuhniana entre ciencia normal y ciencia revolucionaria. Un programa de investigación es progresivo cuando puede explicar hechos nuevos y regresivos cuando sus predicciones comienzan a fallar. Entonces, una teoría que en determinado momento deja de ser paradigmática debido a la cantidad de anomalías que la han minado, puede en cualquier momento revivir y convertirse de nuevo en un programa progresivo si logra de nuevo realizar predicciones exitosas reveladoras de nuevos hechos.

El holismo de Quine

Esa distinción entre un núcleo y un anillo protector en una teoría la presenta también Quine refiriéndose al carácter holístico de las teorías. Quine concibe las teorías conformando una red de enunciados en la que aquellos mas hermanados con datos de experiencias determinadas estarían próximos a la periferia, mientras que los enunciados teóricos de la física, la lógica o de la ontología se sitúan en una zona relativamente central de la red, dado que tienen poca conexión con algún dato sensible determinado[10] (Quine 1984, pp. 78-79). Sin embargo, para Quine, esos enunciados que habitan en la zona central de la red tampoco están exentos de ser revisados, esto en contraste con la heurística negativa propuesta por Lakatos, según la cual nunca deben cuestionarse los enunciados que forman parte del núcleo de un programa de investigación. Para Quine, es incluso posible poner en cuestión verdades lógicas, que son verdades necesarias, como ha ocurrido con el principio de tercero excluido en la reconstrucción formal de la mecánica cuántica realizada por von Neumann.

Quine presenta su tesis holista como alternativa a la crítica distinción que establece el empirismo moderno entre verdades analíticas y verdades sintéticas. Para él no hay forma racional de sostener esa distinción de manera que la considera un "dogma del empirismo". Como no es posible establecer una línea divisoria entre esas verdades, todo enunciado puede considerarse

[10] QUINE, Willard V. O., (1984): "Dos Dogmas del Empirismo". En Quine, Willard V. O., (1984): *Desde un Punto de vista Lógico*. Orbis: Barcelona. pp. 78-79.

valedero a través del ajustes en zonas diferentes de la red teórica en la que se encuentra: “Incluso un enunciado situado muy cerca de la periferia puede sostenerse contra una recalcitrante experiencia apelando a la posibilidad de estar sufriendo alucinaciones, o reajustando enunciados de las llamadas leyes lógica”[11].

El holismo de Quine que no se restringe al estudio de teorías científicas sino que se refiere a la totalidad constituida por el conjunto de nuestras creencias, enfatizando el carácter general epistemológico de la tesis holista. En este sentido, la tesis puede tener implicaciones y puede ayudar a explicar procesos dialógicos de argumentación.

Acerca de la indeterminación de la experiencia

Arriba hemos sugerido que un resultado negativo en la contrastación solo nos dice que algo no está funcionando en la teoría como un todo, pero no nos dice por sí solo exactamente qué es. Además, nuestra consideración de lo que es puesto en entredicho por las evidencias experimentales está apoyada en consideraciones teóricas, no solamente en hechos. Habría una asimetría entre los enunciados de una contrastación y los datos sensibles que se esperan observar. La implicación contrastadora asocia la hipótesis principal con un enunciado observacional, pero los hechos, los resultados del experimento, pueden implicar un número indeterminado de hipótesis.

Quine explica de la siguiente manera su tesis de la indeterminación empírica:

> … casi todo el mundo admitirá que nuestra presente teoría de la naturaleza está hipodeterminada, insuficientemente determinada por nuestros datos presentes. […] Esto quiere decir que puede haber un conjunto *H* de hipótesis y otro conjunto de ellas, *H’*, incompatible con *H*; y que si se altera nuestra teoría total *T* hasta el punto de que su conjunto de hipótesis inicial, *H*, quede sustituido por *H’*, la teoría resultante, *T’*, siga encajando con todas las observaciones posibles no menos bien que armonizaba con ellas *T*. Es, por lo tanto, evidente que *H* y *H’* transmiten la misma información empírica, en la medida en que transmiten alguna; y, a pesar de eso, son incompatibles.[12]

Si dos conjuntos de hipótesis que son incompatibles entre sí son consistentes con un mismo dominio de observaciones y datos de la experiencia, ello quiere decir que esos conjuntos no están

[11] *Ibíd*., p. 77.
[12] QUINE, Willard V. O. *Filosofía de la Lógica*. Madrid: Alianza Editorial (1973).

determinados totalmente por los hechos empíricos y que esos implican una multiplicidad de hipótesis no necesariamente compatibles. Formulaciones teóricas distintas pueden ser equivalentes desde el punto de vista empírico aunque no lo sean desde el punto de vista lógico. Una teoría no puede ser identificada con las consecuencias lógicas de una formulación teórica, ya que dos formulaciones distintas, al ser consistentes con el mismo dominio de observaciones, pueden expresar la misma teoría[13]. Pero Quine requiere que, aunque haya incompatibilidad lógica entre teorías que son empíricamente equivalentes, debe ser posible hacerlas idénticas a través de sustituciones estratégicas de predicados en alguna de ellas[14].

La tesis de la subdeterminación tiene implicaciones en la versión que tiene Quine del holismo. La subdeterminación de una teoría por la experiencia implica que los ajustes hechos en las partes más externas de la red van a tener poca repercusión en los enunciados que están en la parte central. Sin embargo, cualquier mínimo cambio en el centro de la red puede resultar catastrófico para el conjunto, influyendo incluso en la consideración de los enunciados en la periferia. Esta circunstancia pareciera haber sido tomada en cuenta por Lakatos al plantear su doctrina de las heurísticas negativas y positivas, ya que él recomienda, frente a resultados que cuestionen la teoría, revisar los enunciados de la periferia de la teoría, que son externos al núcleo y nunca revisar los que forman parte de este.

[13] QUINE, Willard V. O., "Sobre los Sistemas del Mundo Empíricamente Equivalentes". En QUINE, W.V.O: *Acerca del Conocimiento Científico y otros Dogmas*. Barcelona: Paidos (2001) p. 63.
[14] *Ibíd*., p. 64.

Artículos Pluritemáticos

Una pasión y una conducta moral cartesianas en la princesa de Cleves

Stephanie Defois
(Colegio Francia de Caracas)

UCV ESCUELA DE FILOSOFÍA

apuntes filosóficos

Vol. 28 No. 55

Una pasión y una conducta moral cartesianas en *La Princesa de Cleves*

Cartesian passion and moral conduct in *The Princess of Cleves*

Stephanie Defois
(Colegio Francia, Caracas)

Articulo recibido: 17 de octubre de 2019.

Arbitrado: 12 de noviembre de 2019.

Resumen: Se trata de ver como la novela clásica de Mme de La Fayette, *La Princesa de Cleves* se inspira en el *Tratado de las pasiones* de Descartes. La celebridad del filósofo llegó hasta los salones parisinos del siglo XVII donde el tema de la pasión estaba muy concurrido. La novela de la escritora pinta así la vida de la corte francesa y, en especial, las relaciones pasionales. Su personaje principal, la Srta. De Chartres, luego Princesa de Cleves inspira y siente amor. La pintura del amor está fundada en la naturaleza de las pasiones tal como la describe Descartes. Los consejos cartesianos están seguidos a la letra por la heroína. Esta novela fue muy polémica en su época y se condenó moralmente a la Princesa. Nuestro artículo rehabilita su conducta a la luz de la ética del filósofo. Todo esto nos permite concluir que Mme de La Fayette creó como personaje una heroína cartesiana.

Palabras clave: La Fayette, Descartes, *Princesa de Cleves*, *Tratado de las Pasiones del Alma*, Amor, Pasión, Ética, Novela, Siglo XVII.

Abstract: Let’s consider how the classic novel of Mme de La Fayette, *The Princess of Cleves* is inspired by the Treatise of the Passions of Descartes. The philosopher reached celebrity in the Parisian private rooms of the 17th century where the theme of passion was very crowded. The writer’s novel thus portrays the life of the French court and, in particular, the relations of passion. Her main character, Ms. Marie-Luc. of Chartres, then Princess of Cleves inspires and feels love. The painting of love is founded on the nature of passions as described by Descartes. The Cartesian advice is followed to the letter by the heroine. This novel was highly controversial in its time and morally condemned the Princess. Our work rehabilitates the Princess’s conduct in the light of the philosopher’s ethics. All this allows us to conclude that Mme de La Fayette has created as a character a Cartesian princess.

Keywords: La Fayette, Descartes, The Princess of Cleves, Treatise of the Passions, Love, Passion, Ethics, Novel, Seventeenth-Century.

Introducción

La Princesa de Cleves se publicó en 1678 sin nombre de autor; Mme de La Fayette, nunca reconoció haber sido la autora. Esta obra se considera la primera novela francesa por el hecho que las obras anteriores desarrollaban hechos sobrenaturales mientras que la novela de Mme de La Fayette, impregnada de realismo, es histórica, describiendo la corte de Enrique II en el siglo XVI, con personajes existentes. Además, en esta novela corta no se desarrollan numerosas peripecias sino, al contrario, no pasa casi nada: una noble se casa y luego se enamora de otro hombre; por convicción, lucha contra su pasión y nunca se entrega a su amor, incluso después de la muerte de su esposo. ¿Por qué una acción tan reducida? El propósito de Mme de La Fayette es pintar la pasión humana a través del personaje epónimo y personajes secundarios, todos aristócratas y cortesanos. Así se inaugura la novela psicológica con esta obra clave en la historia francesa de este género literario. Mayoritariamente, el relato se centra en los sentimientos de los personajes que se vuelven a ser los acontecimientos de la historia. Es una novela donde las acciones son interiores y el lector sigue paso a paso los movimientos de la pasión en el corazón de la heroína como también la lucha entre su razón y su pasión. ¿Quién ganará? Eso es el suspenso del libro: lo que se juega es algo interno.

El estudio de las pasiones despertó gran interés en los siglos XVII y XVIII entre los filósofos, y algunos de ellos, como Descartes dedicaron una obra en exclusiva a su estudio, con la intención de determinar su naturaleza y las posibles formas de control sobre ellas por parte del alma. Descartes presenta una definición en su *Tratado de las pasiones del alma* (1649): “creo que se puede en general definirlas como percepciones, o los sentimientos, o las emociones del alma, que se refieren particularmente a ella, y que son causadas, sostenidas y fortificadas por algún movimiento de los espíritus.”[1]

Descartes usa tres términos “percepciones”, “sentimientos” y “emociones” para acercarse a la noción de “pasión” y definir su especificidad. Para empezar, las pasiones son “percepciones” producidas en el cuerpo pero percibidas en el alma, de las cuales no se puede tener un conocimiento claro y distinto, por la estrecha unión entre alma y cuerpo. Luego, las pasiones son

[1] DESCARTES, René: *Tratado de las pasiones del alma*, http://23118.psi.uba.ar/academica/carrerasdegrado/psicologia/informacion_adicional/obligatorias/034_historia_2/Archivos/Descartes_pasion es.pdf, p. 6. [Libro digital]

"sentimientos", por ser percibidas de un modo sensible. Sin embargo, son aun más "emociones" por su ímpetu pero, a la diferencia de las emociones, la impresión de las pasiones es persistente en el alma por el movimiento de los espíritus animales. Tenemos que añadir que, al contrario del ascetismo moral, Descartes no condena las pasiones porque pueden dar avisos oportunos al alma. Con respeto a la ética, Descartes trata de la ética en la "moral provisional" del *Discurso del método* (1637), en sus correspondencias y en su última obra publicada estando en vida, el *Tratado de las pasiones del alma*. Su "moral provisional" para actuar en la vida práctica fue propuesta en la espera de encontrar certidumbres; sin embargo, ningún texto formal la prolongó. Veremos luego sus máximas. La moral cartesiana asimila la virtud en la resolución firme del bien hacer.

Mucho se dijo sobre el pensamiento pesimista y jansenista de Pascal en *La Princesa de Cleves*. En efecto, a diferencia de Descartes, la visión de la pasión en la novela es únicamente negativa, a pesar de que el descubrimiento del amor para la protagonista le revela placeres inauditos. Sin embargo, esta visión negativa de la pasión no está causada por las razones planteadas por Pascal, como lo veremos. Sabemos que la autora tuvo conocimiento del *Discurso del método* y del *Tratado de las pasiones del alma*. Así, analizando el desarrollo de la pasión y las medidas que toma el personaje, plantearemos otra lectura: ¿Cómo la pasión en la *Princesa de Cleves* refleja la teoría de las pasiones de René Descartes? ¿Según la ética de Descartes, es la conducta de la princesa ética?

La naturaleza de las pasiones

Descartes admitió seis pasiones primarias a saber "la admiración, el amor, el odio, el deseo, la alegría y la tristeza"[2]. Las otras pasiones derivan de ellas. La pasión principal tratada en la novela de Mme de La Fayette es el amor que domina tanto la heroína como a todos los otros personajes. En la pintura que la escritora hace de la corte de Enrique II, destacan en efecto la galantería y la vanidad. Los celos son también un motor bastante importante de la novela. Centraremos nuestro estudio en la pasión amorosa.

Descartes afirma que "de todas las clases de pensamientos que el alma puede tener, ninguna

[2] *Ibíd*., p. 13.

la agita y la conmueve tan fuertemente como estas pasiones."[3] Esta violencia de la pasión se hace sentir en la novela desde el primer encuentro entre la princesa de Cleves y el duque de Nemours que tuvo lugar en un baile real. El enamoramiento fue mutuo e instantáneo. De manera recurrente, se expresa en la obra la violencia de esta pasión. Por su parte, la princesa "Al verlo [Nemours], no podía dominar cierta turbación"[4]. Por su parte, el duque de Nemours le comentaba cómo esta pasión cambió hasta su carácter: "Las grandes aflicciones y las pasiones violentas […] imprimen grandes modificaciones en el espíritu. Desde que regresé de Flandes, lo he experimentado por mí mismo. Son muchos los que han visto el cambio operado en mi carácter, y ayer precisamente me habló de esto la delfina."[5] Por su parte, el príncipe de Cleves al enterarse de los sentimientos de su esposa por otro sintió pasiones incontrolables: "Yo estoy en posesión de sentimientos violentos e inciertos que no puedo dominar."[6] Los personajes se sienten desposeídos de su voluntad y sienten un "impulso [del] corazón"[7] como si fueran "fuera de sí"[8]. En particular, la joven princesa –que tenía dieciséis años al comienzo de la novela– era inexperta y descubrió el amor por primera vez. Rápidamente, se dio cuenta de la problemática de las pasiones para dirigir su existencia.

En la pasión, hay así un elemento de pasividad, que encontramos en la etimología de la palabra: "pasión" viene del latín "*passio"* y este sustantivo proviene del verbo "*pati, patior"* (padecer, sufrir, tolerar). Descartes insiste también en eso, comentando que no se puede anular las pasiones, en sus palabras: "Nuestras pasiones no pueden tampoco ser excitadas directamente ni suprimidas por la acción de nuestra voluntad"[9]. En efecto, como las pasiones provienen del cuerpo, el alma no puede anularlas. De este modo, uno no solo no es responsable de sus pasiones sino que tampoco es responsable de sus persistencias. De esta forma, en la novela, cuando el príncipe recibió la confesión de su amor por otro por parte de su esposa, no se le reprochó sino, al contrario, sintió admiración por su sinceridad. Sin embargo, el príncipe afirmó, en un momento, que merecía el amor de su esposa; pero, sabía muy bien que, en término real, no se le podía reprochar no amarlo. Uno no es responsable de su pasión. Eso lo tuvo claro también la princesa.

[3] *Ibíd*. p. 6.
[4] MADAME DE LA FAYETTE, *La Princesa de Cleves*, 2006, Edición electrónica de Biblioteca virtual universal https://www.biblioteca.org.ar/libros/150092.pdf, p. 29.
[5] *Ibíd*., p. 41.
[6] *Ibíd*., p.93.
[7] *Ibíd*., p.96.
[8] *Ibíd*., p.96.
[9] DESCARTES, René: *Tratado de las pasiones del alma, op. cit*., p. 9.

Así, ella distinguió "pasión" y "acción" cuando hablaba a su esposo, después de su confesión: "Os pido mil perdones si tengo sentimientos que os disguste; pero, al menos, tened por cierto que nunca os he de disgustar por mis acciones."[10] Sin embargo, lo explicitó el narrador cuando ella misma se culpabilizaba por no haber sentido amor por su marido en el momento que era moribundo: "Recordaba constantemente todo lo que le debía y consideraba como un crimen no haberle profesado la pasión a que se hizo merecedor, *sin pensar que no era eso algo que dependiera de su voluntad."*[11]

Descartes plantea no una visión dualista cuerpo-alma sino que añade la unión de los dos. Alfredo Vallota explica en su artículo que "La unión es el lugar donde *el* alma *actúa* sobre el cuerpo, donde ejerce su *acción*, y *padece* los efectos que el cuerpo causa, las *pasiones*."[12] Esta unión cuerpo alma es incognoscible. Descartes nos avisa que "cuando sentimos la sangre de tal modo agitada, debemos estar sobre aviso y recordar que todo lo que se presenta a la imaginación tiende a engañar al alma."[13] En la novela, la protagonista observó en sí la misma opacidad e incomprensión frente a lo que le ocurría. Para empezar, no fue ella que se hizo consciente de su amor por Nemours sino su madre, en su lecho de muerte, que se lo aclaró. La princesa comentó entonces que "No se puede expresar el dolor que le causó darse cuenta del interés que le merecía el duque de Nemours."[14] Luego, muchas veces, estaba confusa sobre sus verdaderos sentimientos: "Cuando, al quedar sola, pudo entregarse a sus sueños con entera libertad, reconoció que se había *equivocado* al *creer* que el duque de Nemours sólo le inspiraba la más completa indiferencia."[15] Muchas veces su amor la engañó a sí misma, en especial cuando trataba de esconderse los verdaderos motivos de sus actos que no eran siempre los argumentos racionales y conscientes que se había plasmado. El dominio de sí mismo pasa por una vigilancia hacia la imaginación y vuelve indispensable un ejercicio mental cotidiano de parte de la Princesa.

¿Cómo dominar sus pasiones?

Si bien las pasiones no pueden ser aniquiladas "por la acción de nuestra voluntad",

[10] MADAME DE LA FAYETTE, *op. cit.*, p. 71.
[11] *Ibíd*, p104.
[12] VALLOTA, Alfredo: artículo "Las Éticas cartesianas" en la revista Principia, Universidad centro occidental Lisandro Alvarado, Barquisimeto, p.19.
[13] DESCARTES, René: *Tratado de las pasiones del alma, op. cit.*, p. 37.
[14] MADAME DE LA FAYETTE, *op. cit.*, p. 27.
[15] *Ibíd.*, p. 42.

Descartes se detiene en el artículo 45 del *Tratado de las pasiones* a analizar "Cuál es el poder del alma respecto a sus pasiones." El filósofo avanza la idea que pueden ser suprimidas "indirectamente mediante la representación de las cosas que tienen costumbre de ser unidas a las pasiones que queremos tener, y que son contrarias a las que queremos rechazar."[16] En el caso que nos ocupa, resulta que la princesa tiene que imaginar las cosas contrarias a su pasión. Antes de que su hija fuera presentada a la corte, su madre se adelantó en esta tarea presentándole en su conversación, con frecuencia, antídotos a las pasiones. La búsqueda de la felicidad no entró en el propósito de la madre porque primaba la grandeza del alma. Gracias a esta prevención y entrenamiento sistemático, la Sra. de Chartres preparó a su hija para entrar en el mundo porque, como lo indica el título del artículo 50 del *Tratado las pasiones*: "No hay alma tan débil que no pueda, bien conducida, adquirir un poder absoluto sobre sus pasiones."[17] La novela, con una construcción en abismo, intercala numerosos relatos de personajes que perdieron su honor al caer en una pasión. Todas estas historias cortesanas están contadas a la princesa por distintas voces como aviso o simple curiosidad. Todas le dan una alerta en el devenir de sufrir una pasión contraria.

Descartes añade que "hay que dedicarse a examinar las razones, los objetos o los ejemplos que persuaden"[18]. A lo largo de la obra, se reporta los pensamientos de la heroína con argumentos en contra de su pasión. Por ejemplo, cuando después de la muerte de su esposo, vio por casualidad desde lejos a Nemours permaneció "unas dos horas casi inmovilizada en el banco de paseo" para entregarse "a estas reflexiones" y "añadir algunos razonamientos que se relacionaban con su tranquilidad y con los males que preveía en el caso de entregar su mano al apuesto galán."[19] La princesa confiesa en su última entrevista con Nemours: "Reconozco […] que pueda dejarme arrastrar por las pasiones, pero no me podrían cegar."[20] Afirma orgullosamente que "[su] conducta jamás ha obedecido a [sus] sentimientos."[21] Esta lucidez y este dominio de ella misma por la razón convierten al personaje en una verdadera discípula cartesiana. El análisis psicológico de los sentimientos permite dirigir su conducta, con prudencia. Lo más importante no es tener una pasión, sino saber superarla. Jesús Camarero Arribas lo explica así: "La percepción de la

[16] DESCARTES, René: *Tratado de las pasiones del alma*, *op. cit.*, p. 9.
[17] *Ibíd.*, p10.
[18] *Ibíd.*, p. 9.
[19] MADAME DE LA FAYETTE, *op. cit.*, p 107.
[20] *Ibíd.*, p. 112.
[21] *Ibíd.*, p. 109.

pasión, la representación mental del amor se concreta en dos cosas: la voluntad de no responder al estímulo de la pasión propuesta por Nemours, y una reflexión en profundidad que permite asegurar una cierta consistencia en el mismo pensamiento."[22] Sin embargo, esta introspección y auto convencimiento no fueron una terapia suficiente por parte de la princesa que se lamentaba de esta forma: "Me siento vencida y dominada por una inclinación que *me atrae a pesar de mi resistencia*; todas mis resoluciones son inútiles; *pienso hoy lo mismo que ayer y, sin embargo, hago todo lo contrario de lo que ayer resolví*. Es preciso *sustraerme a la presencia* de monsieur de Nemours, que me marche al campo, por extraño que parezca mi viaje; y si mi marido se empeña en oponerse o en querer desentrañar los motivos que tengo para ello, tal vez cometa un daño para los dos al comunicárselos."[23] Así, vencida en sus resoluciones, la protagonista decidió optar por una terapia más drástica.

Descartes subraya la dificultad que implica "separar en nosotros los movimientos de la sangre y de los espíritus de los pensamientos a que suelen ir unidos"[24]. Propone entonces un "remedio general contra las pasiones" que se puede usar cuando se dispone de tiempo: hay que "distraerse en otros pensamientos hasta que el tiempo y el sosiego hayan calmado por completo la agitación de la sangre." La princesa de Cleves usa este remedio constantemente cuando huye de la vista del duque: "consistía en *evitar* su presencia."[25]; "procurar *sustraerme* a vuestras miradas"[26]; "A su juicio, sólo la *ausencia* y el *alejamiento* podían sostenerla en sus propósitos"[27]. Por consecuencia, evitaba las reuniones sociales pretextando enfermedad. Usó los dos lutos, de su madre y de su esposo, para encerrarse en el duelo y no abrir su puerta a nadie. Más drásticamente se iba a Coulommiers, una hermosa posesión que tenía a una jornada de París. La vida cortesana veía con mal ojo este aislamiento porque los nobles tenían que "hacer su corte". El tiempo también participa en la pacificación de las pasiones, como se ve en el final de la novela respeto a la pasión de Nemours: "Pasaron años y años, y el tiempo y la ausencia fueron *amortiguando* su tristeza y pasión."[28]

---

[22] CAMARERO ARRIBAS, Jesús, artículo "Filosofía y literatura en el siglo XVII (I): la teoría de las pasiones de Descartes en *La Princesa de Cleves*, de Madame de La Fayette", p. 6.
[23] MADAME DE LA FAYETTE, *op. cit.*, p. 68.
[24] DESCARTES, René: *Tratado de las pasiones del alma*, *op. cit.*, p
[25] MADAME DE LA FAYETTE, *op. cit.*, p. 42.
[26] *Idem.*, p112.
[27] *Idem.*, p.115.
[28] *Idem.*, p.115.

Para luchar contra una pasión, se puede también adoptar otras para hacer diversión. La intensidad de los sentimientos de dolor y de duelo que sufrió la princesa cuando su madre y su esposo se enfermaron y murieron hace que se distanciara automáticamente de su pasión por Nemours. Este está consciente que el cariño de la princesa por su esposo enfermo podría "*desviar* […] la pasión que pudiera sentir por su persona."[29] Después de la muerte de su marido, la princesa casi pierde la razón y esta "profunda aflicción"[30] dejó unos meses entre paréntesis su pasión por Nemours. Al final, decidió no casarse con Nemours y se fue a vivir en una casa en los Pirineos donde logró pacificar su pasión: "Fue grande el combate que tuvo que sostener consigo misma. Por último, consiguió vencer los restos de su pasión, ya muy debilitada por la enfermedad. El pensamiento de la muerte la había compenetrado con la memoria de monsieur de Clèves."[31] Finalmente, este retiro espiritual la hizo ver el mundo con indiferencia y "no pensaba más que en la otra vida".

¿Es moral la conducta de la princesa?

En su "moral provisional", Descartes enuncia cuatro máximas que queremos aplicar para defender a la protagonista que fue atacada en su época por el supuesto carácter inmoral de su actitud. En efecto, muchas de las enseñanzas del filósofo están cumpliéndose con la conducta de la princesa.

La segunda máxima es "la de ser en mis acciones lo más firme y resuelto que pudiera y seguir tan constante en las más dudosas opiniones, una vez determinado a ellas, como si fuesen segurísimas."[32] En efecto, no siempre se puede juzgar con absoluta seguridad –en la vida práctica– las mejores opiniones pero, muchas veces, "las acciones de la vida no admiten demora" y uno tiene que zanjar para no quedarse en la inacción. Descartes explica en una carta a la Reina Cristina de Suecia que la "conducta virtuosa" proviene de la "firmeza de la voluntad" porque es solo de nuestra voluntad "que podemos disponer absolutamente."[33] Explica que lo que proviene del cuerpo y de la fortuna no depende de nosotros y que, el conocimiento, es a veces inalcanzable. En el artículo 170 "De la irresolución", Descartes confirma que, para ser virtuosos

[29] *Idem.*, p. 101.
[30] *Idem.*, p. 105.
[31] *Idem.*, p. 116
[32] DESCARTES, René: *Discurso del Método*, traducción de Ezequiel de Olazo y Tomás Zwanck, Editorial Sudamericana, Buenos Aires, 1967, p. 17.
[33] Citado por VALLOTA, Alfredo. *op. cit.*, p. 20.

tenemos que "creer que cumplimos siempre nuestro deber cuando hacemos lo que a nuestro juicio es lo mejor, aunque es posible que juzguemos muy mal."[34]

La heroína de Mme de La Fayette desde el primer encuentro con Nemours hasta su muerte siguió firme en su determinación de alejarse de su pasión. Por eso, se podría decir que es admirable y virtuosa; sigue perfectamente las recomendaciones que hacía Descartes a la Reina Cristina de Suecia: "Y no veo que sea posible disponer de ella [nuestra voluntad] mejor que teniendo siempre una firme y constante resolución de hacer exactamente todas las cosas que uno juzgue las mejores y emplear todas las fuerzas del espíritu en conocerlas bien. Sólo en esto consisten las virtudes; sólo esto merece, hablando con propiedad, alabanza y gloria"[35]. La decisión de la princesa se fundió en el ejercicio de su razón y empleó "todas las fuerzas del espíritu" para cumplir con ella. Desde el principio, la heroína no puede dejar de tener pasión por Nemours ("no poder evitar encontrarle amable y seductor"[36]) pero la combatió tomando "la firme resolución de no verle mientras fuera posible impedirlo, rehuyendo cualquier ocasión que pudiera presentársele." En la escena de la confesión, su esposo valoró su grandeza y reiteró su confianza en su fuerza de voluntad: "tenéis más fuerza de voluntad y sois más virtuosa de lo que os imagináis."[37]O "Tened la suficiente fuerza de voluntad para resistir"[38]. La princesa de Cleves siguió durante toda la obra en su resolución de ser fiel a su esposo (incluso muerto). Esta rectitud en su conducta subraya su firmeza de voluntad que hace de ella una heroína. A la muerte de su esposo, la princesa continuó firme en su resolución de "permanecer siempre en el mismo estado"[39], "firmemente decidida a no sostener ninguna relación con monsieur de Nemours." Esta rectitud no proviene de un condicionamiento social por el hecho que, viuda, a nadie hubiese ofendido que se casara –después de un tiempo prudente– con Nemours. Su decisión proviene de una decisión propia resultado de su entendimiento.

La tercera máxima de Descartes en su "moral provisional" es de adaptar sus deseos al mundo. Esta máxima se acerca al estoicismo de Epícteto como lo explica Alfredo Vallota: "el Soberano Bien del hombre tiene que estar fundado en lo que depende de nosotros y no en aquello

[34] DESCARTES, René: *Tratado de las pasiones del alma*, *op. cit*., p. 39.
[35] Citado por VALLOTA, Alfredo. *op. cit*., p. 21.
[36] MADAME DE LA FAYETTE, *op. cit*., p. 30.
[37] *Ibíd*., p. 75.
[38] *Ibíd*., p. 77.
[39] *Ibíd*, p. 114.

que no está en nuestras manos disponer"[40]. Como ya lo hemos visto anteriormente, solo se puede estimar por lo que depende de nosotros, como lo reitera Descartes en su última obra en los artículos 152 "Por qué causa podemos estimarnos" y 153 "En qué consiste la generosidad"[41]. La princesa de Cleves decidió no casarse con Nemours a pesar que las reglas sociales le permitían, y eso, no tanto por la memoria de su difunto esposo, sino que ella estaba totalmente consciente que su felicidad no podía depender del exterior, es decir de la pasión de Nemours. Lo explicaba de esta forma al interesado: "no obstante, no podría confesaros sin vergüenza que la certeza de que no sigáis amándome me parecería una desgracia tan horrible que, aunque yo no tuviera razones nacidas de un deber ineludible, dudo pudiera resolverme a afrontar tal desventura. Sé que sois libre, que yo también lo soy y que las cosas se hallan en tal estado, que nadie se atrevería a censuraros, ni tampoco a mí, en el caso de que llegásemos a unirnos para siempre; pero ¿son los hombres capaces de conservar la pasión cuando los unen lazos eternos?

¿Puedo esperar un milagro en mi favor y debo exponerme a ver cómo llega un día en que se extinga ese amor en el que yo cifraba mi felicidad?"[42] Con el tiempo, supuso que la pasión de Nemours por ella podría extinguirse y el sufrimiento consecuente le parecía insoportable. Su anhelo de tranquilidad le impidió arriesgarse a la versatilidad de las pasiones y tener que sufrir la más terrible de las pasiones: los celos. No quiso depender de una causa exterior, cumpliendo las recomendaciones de Descartes. La princesa justificaba así su decisión: "Las razones que tenía para no contraer matrimonio con monsieur de Nemours parecíanle muy arraigadas por parte de sus deberes, e inconmovibles si se atenía a su necesidad de reposo"[43]. No actúa tanto por las reglas sociales (cosas exterior asimismo) sino por su propia tranquilidad espiritual. Camarero Arribas observa justamente que, para la princesa, "hay algo que viene del exterior (el amor por un hombre de la corte) y que perturba la tranquilidad interior del personaje."[44] Finalmente, la princesa rechazó a Nemours porque no quiso depender de él. Rechazó el amor, porque amar significa estar desposeído de sí mismo y depender del otro. Así, sigue a pie de la letra la recomendación cartesiana de no apasionarse por lo que no está en nuestro absoluto poder. Alfredo Vallota estima que la moral cartesiana es exigente "porque somos juez y parte. Somos

[40] VALLOTA, Alfredo, *op. cit*., p.16.
[41] DESCARTES, René: *Tratado de las pasiones del alma*, op. cit., p. 28.
[42] MADAME DE LA FAYETTE, *op. cit.*, p. 111.
[43] *Ibíd*., p. 115.
[44] CAMARERO ARRIBAS, *op. cit.* p. 4.

los únicos jueces de nuestra conducta, es nuestra alegría interior, nuestro contento con nosotros mismos lo que nos dice de la bondad o maldad de nuestras acciones."[45]

En su cuarta y última máxima, Descartes se compromete en la búsqueda de la verdad[46]. Este propósito lo mantuvo el filósofo durante toda su vida y explica en las *Meditaciones físicas* (1641) como en el *Discurso del método* como fue el camino hacia la verdad dudando de todo lo que era solamente apariencias de verdad. El conocimiento filosófico de sí mismo fue la empresa misma de la princesa de Cleves. La verdad en la obra de Mme de la Fayette se entiende como la verdad de los seres en un mundo corrompido e hipócrita. Desde el principio, madame de Chartres le aconsejaba a su hija: "Si en la corte juzgáis de las cosas por las apariencias, viviréis siempre equivocada; *nunca es verdad lo que se nos aparece como cierto*."[47] Esta última sentencia hasta usa el lenguaje cartesiano. La corte es el ejemplo perfecto del mundo de las ilusiones pintado por Descartes. La princesa no es solamente una heroína por su fuerza del alma sino por el hecho que se diferencia de la sociedad donde evoluciona, por su sinceridad. Esta palabra es clave en la obra y está ligada a la verdad del ser. La protagonista durante toda la obra investiga sus sentimientos en búsqueda de la verdad y demuestra una sinceridad que fue juzgada en su época como excesiva. En efecto, la recepción de la *Princesa de Cleves* fue polémica en torno a la confesión que la heroína hizo a su esposo. Durante toda la obra, se confesó: primero a su madre, luego a su esposo y finalmente a Nemours en su última entrevista; pero, la confesión mayor fue hacia ella misma.

Conclusión

Las pasiones son violentas y llegan al alma sin que esa pueda evitarlas o suprimirlas, en caso que sean negativas. El sujeto padece de ellas. Se juntan en la unión del cuerpo y del alma, dejando el individuo perplejo respeto a lo que transcurre en él. Esta zona de unión parece adelantar el descubrimiento del inconsciente: el ser humano parece ser este barco sin capitán. Respecto a estas problemáticas, Descartes propone unas recomendaciones. La princesa les siguió haciendo un análisis preciso y profundo de los acontecimientos de su corazón y teniendo presente las consecuencias nefastas en seguir en su pasión. La razón no le permitió dominar sus pensamientos que siempre se centraban en la imagen del duque. Descartes explica por qué el

[45] VALLOTA, Alfredo, *op. cit*., p22
[46] DESCARTES, R.: *Discurso del método*, *op.cit*., p. 18.
[47] MADAME DE LA FAYETTE, *op. cit*., p. 19.

alma no puede cambiar o frenar sus pasiones: “es que casi todas están acompañadas de alguna emoción que se produce en el corazón, y por consiguiente también en toda la sangre y los fluidos, de suerte que, hasta que esa emoción haya cesado, continúan estando presentes en nuestro pensamiento del mismo modo que los objetos sensibles lo están mientras actúan contra los órganos de nuestros sentidos.”[48] El recurso entonces para la princesa fue evitar la presencia de Nemours. En la sociedad de los aristócratas parisinos, no era nada fácil evitarse e, incluso, mantener una vida retirada iba en contra de las costumbres. A pesar de estos pesares, la princesa mantuvo firme su decisión y multiplicó las estancias en el campo, y eso, ¡más allá de la muerte de su esposo! En realidad, en el transcurso de la novela, la joven heroína hizo el aprendizaje de la corte y de las pasiones (amor y celos) y evolucionó. En un primer tiempo, rechazó su pasión porque ya estaba casada; como era el maldito azar que hizo que conoció a Nemours después de casada, el lector pensaba que era el destino que era culpable de estas desgracias. En un segundo tiempo, cuando ella experimentó el mundo, se enteró de la vertibilidad de las pasiones humanas y del sufrimiento que potenciaban. Entonces, el lector se entera que el azar que hizo que ella se casara antes de conocer a Nemours no cambia nada al problema. A pesar de unos juicios de su época, conviene alzar nuestro personaje a nivel de heroína tanto por sus calidades intelectuales como morales. Si se leen sus decisiones a la luz de la moral tal la define Descartes, reúne todas las virtudes.

Sin duda, Mme de La Fayette tuvo un conocimiento profundo de las obras filosóficas de Descartes y se impregnó de ellas para pintar las pasiones en su obra. Es interesante ver cómo concepciones filosóficas se pueden aplicar en la literatura a través de personajes ficticios. Es como una experimentación: la autora pone a una princesa en equis situación y se observa cómo va actuando siguiendo una cierta visión de la pasión y de la moral. ¿Hasta dónde le lleva esta experiencia? La muerte prematura, como la de su esposo. El crítico literario, Doubrosky explica que frente a una doble imposibilidad metafísica, sólo queda el suicidio para los personajes. Por una parte, el amor no se puede vivir porque anula la libertad; por otra parte, el amor no se puede aniquilar… Doubrosky interpreta la muerte del príncipe y de la princesa como suicidios. Consta reconocer que la obra desarrolla pasiones solamente negativas o que van en contra de las leyes y costumbres mientras Descartes, de manera original respeto a los moralistas de su época, no condenó las pasiones. Sin embargo, parece que entran en contradicción distintas propuestas de

[48] Citado por CAMARERO ARRIBAS, Jesús. *op. cit*., p. 5.

Descartes. ¿De qué le sirvió la virtud a la princesa para su felicidad? ¿Es decir, cómo juntar la felicidad con la tranquilidad de espíritu? ¿Si el Soberano Bien debe estar fundado en lo que depende de nosotros, cómo cumplir *felizmente* con las leyes y costumbres de su país y con las pasiones que tienen una causa externa al alma?

La orientación política de Heidegger: propuestas para una lectura de Die Armut

Sylvie Taussig
(Instituto Francés de Estudios Andinos, Lima, Perú)

UCV ESCUELA DE FILOSOFÍA
apuntes filosóficos
Vol. 28 No. 55

La orientación política de Heidegger: propuestas para una lectura de Die Armut

Heidegger's politic orientation: proposals for a reading of Die Armut

Sylvie Taussig
(Instituto Francés de Estudios Andinos. Lima, Perú)

Articulo Recibido: 16 de octubre de 2019.

Arbitrado: 12 de noviembre de 2019.

Resumen: Este artículo explora un texto poco conocido de Heidegger, die Armut (Pobreza) para intentar comprender las implicaciones políticas de sus comentarios sobre el comunismo de los espíritus, que encuentra en Hölderlin, bajo el signo de una lectura gnóstica que vacila entre el deseo de acelerar la catástrofe y el de retenerla, y la inversión de la necesidad ordinaria.

Palabras clave: Heideggerianismo, Comunismo, Gnosis, Historia, Historiografía.

Abstract: This article explores a little-known text by Heidegger, die Armut (Poverty) to try to understand the political implications of his comments on the communism of spirits, which he finds in Hölderlin, under the sign of a Gnostic reading that hesitates between the desire to accelerate the catastrophe and that to retain it, and the inversion of ordinary necessity.

Keywords: Heideggerianism, Communism, Gnosis, History, Historiography.

En general y en particular, los comentaristas no hacen de Heidegger un filósofo político. Algunos profundizan en su biografía para comentar su adhesión al nazismo (discurso del Rectorado de la Universidad de 1933), otros presentan tantos elementos que muestran que ya en 1934 se distanció del régimen, criticando su biologismo, su fracaso a la hora de dirigir una revolución espiritual, su sumisión al orden de la tecnología, su pseudocultura y su política sin grandeza.

No hay duda de que poco en el lenguaje filosófico de Heidegger se refiere a la palabra política[1], incluso si uno encuentra en sus cursos publicados, en sus cartas (y en sus *Cuadernos negros*) traducciones al contenido político actual de términos filosóficos, con abundantes referencias a la historia contemporánea, al comunismo y a la estructura de la sociedad soviética, al americanismo y al sistema político inglés, a la política de Mussolini y al fascismo italiano, a las razones de la victoria de Alemania sobre Francia en la Segunda Guerra Mundial, etc., de modo que entre sus libros publicados y estos textos más íntimos parece oponerse una forma profana y sagrada, una forma vulgar y una forma iniciada de su pensamiento.

La intraducibilidad de las locuciones heideggerianas, referida como la revelación velada del Ser en un idioma alemán que no existe entre los germano parlantes pero que debería existir, o que, en otras palabras, es, para ellos, una potencialidad accesible siempre que hablen estrictamente como Heidegger y como él, de la misma manera, tergiversen la realidad hablada de la lengua y hagan una revolución destruyéndola, implica un psitacismo (el de los heideggerianos) o una transposición (o metáfora) donde los términos como tales desaparecen de tal manera que solo queda el movimiento de pensamiento, cuya paternidad filosófica no es revelada inmediatamente, excepto por unos "marcadores", es decir, patrones de pensamiento indudablemente heideggerianos. Esto aclara mi punto sobre la necesidad de encontrar claves de interpretación.

No voy a repetir aquí estos documentos "profanos", que son la fuente de una avalancha de tinta, sino que me basaré en un texto de junio de 1945 para argumentar, por un lado, que es necesario traducir los conceptos hedeggerianos, condición necesaria si queremos evitar una

[1] Cuya finalidad específica es su anclaje en la esfera social y que se refiere a la gestión de las instituciones públicas, las figuras políticas, los distintos poderes del Estado, las cuestiones de interés público, etc.

presentación que repita lo que dice el texto y que, por lo tanto, es necesario encontrar claves de lectura que aporten claridad en sus propuestas falsamente complicadas, y argumentar que el pensamiento de Heidegger está procediendo con una operación para recuperar a Marx con el fin de elegir un bando en lo que él percibe fuertemente como la rivalidad de posguerra entre los Estados Unidos y la URSS.

Este texto ejemplar, que puede ser clave para la interpretación de toda la obra desde el punto de vista de la orientación política de Heidegger, se titula *Die Armut* (La pobreza[2]) y es el título de una conferencia pronunciada en junio de 1945, en el marco de un seminario organizado por la Facultad de Filosofía de la Universidad de Friburgo, cuyos miembros eran refugiados en el castillo de Wildenstein, frente al avance de las tropas aliadas, mientras que la Alemania nazi fue derrotada (Hitler murió el 30 de abril), en un momento en que Heidegger tenía motivos para temer por su destino, por el de su biblioteca y sus escritos.

De esta situación, colectiva e individualmente terrible, Heidegger aparentemente no dice una palabra en su conferencia *Die Armut*, pero ¿qué tan seguro podemos estar de que no dice una palabra sobre estos asuntos? Proponiendo una primera clave de lectura, diré que Pobreza significa catástrofe en el universo del pensamiento gnóstico. En efecto, en esta visión constituida entre los siglos I y III de nuestra era, el mundo es producto de una catástrofe cósmica, y no de una buena creación de un dios bueno; es irremediablemente malo, pero los hombres no pueden liberarse de ella, porque no saben quiénes son, salvo un pequeño número de personas que acceden al conocimiento y que se colocan en una expectativa apocalíptica. Si traducimos este conocimiento en términos heideggerianos, es la filosofía, la que sabe ver la verdad histórica “geschichtlich” y no la verdad historiográfica[3].

Para desarrollar su pensamiento, Heidegger propone en *Armut* un comentario de Hölderlin, cuyo lugar en la elaboración de su pensamiento es bien conocido, desde 1934. Hölderlin se convirtió en el nombre del poeta por excelencia, el portador del historial-destinal. “Entre nosotros

[2] HEIDEGGER, Martin, *Pobreza* (Buenos Aires / Madrid, Amorrortu 2006), Trad. al castellano de Irene Agoff, de la versión francesa “La pauvreté”. Edición bilingüe: alemán-castellano con presentación de Lacoue-Labarthe.
[3] Veanse JARAN François, “De la diferencia entre la historia como acontecimiento (Geschichte) y la historia como ciencia (Historie) en Heidegger”, *Revista de Filosofía Odos*, [S.l.], v. 6, n. 8, p.106-131, ene. 2018. Disponible en <http://revistaodos.com/revista/index.php/odos/article/view/26>. Fecha de acceso: 14 nov. 2019

todo se concentra sobre lo espiritual"[4], escribe Hölderlin. Para Heidegger, cuando el poeta dice "nosotros", no habla de sus contemporáneos; y, si se incluye a sí mismo en este nosotros, no se trata de él como persona: es el "yo" que salta más allá de su propio tiempo. "No hay aquí ninguna constatación histórica de una realidad factual de la época, sino el nombrar, en pensamiento y poesía, un Acontecimiento latente en el Ser mismo y que llega lejos en lo porvenir: raros son aquellos que pueden presentirlo, o quizá no hay nadie más que el que lo dice y lo piensa"[5].

No me interesa aquí la cuestión de si Hölderlin pensaba así, sino la interpretación de Heidegger de que "nosotros" debemos "pensar más claramente"[6], complementar la palabra poética –así que no se trata de identificarse con Hölderlin, sino de designar un "nosotros". ¿Quién es el nosotros? Heidegger no nombra aquí "el pueblo", ni el *Mitdasein* tan presente en *Ser y Tiempo*, sino que este "nosotros" es en realidad el mismo nosotros que "*se centra en lo espiritual*" y por lo tanto se opone al "uno", es decir, el lado limpio del Dasein, contra su lado impropio (o inauténtico).

Parece haber una contradicción entre el desprecio de Hölderlin por la historia (el de los acontecimientos, que ahora está en juego en este mundo, ya que este mundo, cada día, camina más hacia la falta de autenticidad y el "olvido del ser") y la frase de Hölderlin, que Heidegger cita: "Nos hemos vuelto pobres para llegar a ser ricos"[7]. ¿Es esta frase generalmente válida en todo momento? –¿o es particularmente valioso ahora, en esta situación de angustia de la que Heidegger no dice nada? Hay que responder de una manera determinada que las dos interpretaciones están entrelazadas y que el texto explora esta conjunción.

Por un lado, Heidegger está trabajando para definir el espíritu por el cual algunos pueden ser arrancados del olvido. Para ello, cita un extracto del texto "de la religión": "Ni él solo, ni los objetos que lo rodean, pueden hacer sentir al hombre que existe algo más que un funcionamiento mecánico, que hay un espíritu, un dios en el mundo, pero una relación más viva con aquello que lo rodea, una relación sublime que lo eleva por encima de la necesidad, [él puede tenerla]"[8]. Todo el texto de *Armut* se basará en la ambivalencia de los términos de Hölderlin o en la

[4] HEIDEGGER, Martin, *Pobreza*, p. 93.
[5] *Ibíd.* p. 105
[6] *Ibíd.* p. 103
[7] *Ibíd.* p. 95
[8] *Ibíd.* p. 101

ambivalencia atribuida a los términos de Hölderlin: “Entre nosotros todo se concentra sobre lo espiritual. Nos hemos vuelto pobres para llegar a ser ricos”. Pero Heidegger ignora la lectura profana que, sin embargo, implica su razonamiento. Es lo que es derrotado por la lectura y la revelación gnóstica.

La relación “sublime”, comenta Heidegger, no es la del sujeto a los objetos, como desearía la historia de la metafísica y la división cartesiana de res cogitans y res extensa, porque esta última está dictada por la necesidad (*Not*). Lo que importa, para Heidegger, en la propuesta de Hölderlin, es que la relación sea “sublime”, *erhaben*, y comenta el adjetivo en un sentido dinámico. No puede ignorar la dimensión sagrada del adjetivo, desarrollado en particular por Rudolf Otto *(Erhabenheit)* para traducir sublime o *hýpsos*, lo que hace del sublime, en consonancia con las afirmaciones del Pseudo Longino, *Sobre el sublime*, algo que nunca puede reducirse a ninguna técnica, sino que se refiere al poder, sin receta ni formalismo, de un creador de grandes ideas. “Sublime aquí no significa solamente que planea por encima, sino que busca alcanzar esa altura de la que Hölderlin dice […] que el hombre, el poeta ante todo, puede también caer en ella. Por lo tanto, lo alto de esa altura de lo sublime es en sí la profundidad”[9]. Lo sublime es un movimiento de ascensión, con connotaciones místicas esenciales, ya que es un alto en el que se puede caer (este movimiento hacia arriba y hacia abajo aprende la indistinción de lo alto y lo bajo y descalifica las medidas comunes, relativas, ordinarias, científicas), ya que en “el camino hacia arriba y hacia abajo es uno y el mismo”[10], en Heráclito, o mejor dicho, en lengua heideggeriana *er-eignen* “son conducidos a su propio término”, son “apropiados”.

La iniciativa de la relación sublime no la toma el hombre, sino un espíritu o un dios que “abre” a lo que lleva todo, a la vez a los hombres y a los objetos y suspende así las distinciones; Heidegger dice que abre a lo abierto. La relación sublime no es una relación del hombre con el ser, sino del ser con la esencia del hombre, que es distinta de su realidad mundana, ya que se define como lo que está contenido en esta relación y por lo tanto escapa a la aprehensión material. El espíritu que experimentamos en lo abierto “es lo que gobierna (*walten*) a partir del ser, y probablemente para el ser”[11].

[9] *Ibíd.*, p.103
[10] “*Odos ano kato* mía *kai* oute”. DIELS Hermann y KRANZ Walther, *Die Fragmente der Vorsokratiker*, Berlin, Weidmann, 1960, vol 164. Fragmento 60.)
[11] *Pobreza*, p. 105

El *walten* es en realidad la soberanía de Dios, considerada en su dispensación, en esta relación imperiosa con la esencia del hombre, "relación que es el centro, el medio *(dit Mitte)*, que está en todas partes como el centro de un círculo cuya periferia no está en ninguna"[12].

El "dios" definido aquí como el centro de un círculo cuya periferia no se encuentra en ninguna parte (que se encuentra en Empedocles y Pascal) es aquí afirmado y al mismo tiempo doblemente rechazado. En efecto, no se menciona a Dios, y no es ni siquiera el ser que es este "centro" sin periferia, sino la relación de soberanía imperiosa de la *Gewalt*. Además, el centro mismo se mueve: Heidegger corrige *Centrum*, la palabra clásica, para poner *die Mitte,* el término alemán. Lo espiritual no es un punto, ni una esencia; ni está en el movimiento que el hombre hace hacia algo, sino en el esfuerzo que el hombre hace para pararse en este movimiento que se hace hacia él. Más allá de la crítica al hombre racional que aspira a convertirse en dueño de las cosas y de la inversión de esta posición, puesto que está a libre disposición de lo que lo rapta, tenemos la crítica a cualquier autonomía del hombre, incluso si fuera uno de nosotros : no es el individuo el que es un ser arrojado sino que él es el que arroja al hombre al proyecto, el que destina (*schickt*) al hombre para la existencia, lo cual solo es cierto si el hombre se mantiene en la relación espiritual que no puede ser objeto de ninguna acaparamiento por su parte.

Además, es un acontecimiento latente en el mismo ser. Lo que está "en nosotros", es decir, la concentración en lo espiritual, está en realidad en el ser, la única tarea accesible al ser humano siendo sentirlo. Sin embargo, sentirlo no es una cuestión de sensación o intuición, sino de "decir". El acontecimiento (*Ereignis*) es la dispensación violenta del ser hacia el hombre, es decir, lo "espiritual" que existe de manera latente y que viene del futuro. Este destino es una especie de apocatástasis, de recapitulación, y no de apocalipsis, que pasa por la muerte del hombre.

Hay, pues, una iniciación, cuyos pasos se especifican, y cuyo resultado se llama *Vereignung*, apropiación, callando las otras dos consecuencias: apocatástasis, destrucción que conjunta el principio y el fin, y destrucción del hombre. Hay que distinguir aquí dos líneas que se cruzan en el texto: el *Ereignis* es el momento iniciático que no depende del tiempo, de modo que la esencia del hombre es apropiada por el ser, es decir, que "nosotros" somos apropiados (*vereignet*); pero este momento iniciático tuvo lugar "antiguamente" y "en el futuro", por lo tanto

[12] *Ibíd.*

no en el tiempo histórico, siempre tiene lugar para algunos, sino solo para unos pocos que lo sienten (así lo dicen) y constituyen estos "nosotros". Esta apropiación nos transforma, nos separa de los demás, de la masa de hombres que constituyen el "uno", de los que son tragados por el *Gestell*, y estamos totalmente concentrados (aquí el centro, *koncentriert* más que *die Mitte*) en lo espiritual; ya no dependemos de las cosas materiales, sino que estamos suspendidos sólo de lo que Heidegger llama "libre" mientras tengamos la tarea infinita de preservarlo (o liberarlo). "Libre, frî, es lo indemne, lo preservado, lo que se sustrae de toda utilidad. Liberar significa, original y propiamente: preservar, dejar a algo reposar en su propia esencia protegiéndolo"[13].

¿Cómo traducir "el libre"? Se entiende como la negación de la alienación que sabemos que es, para Heidegger, la definición misma del "uno" detenido por el *Gestell*, el uno inauténtico, etc. No se trata tanto de preservar la intangibilidad de algo que sería libre (no es un mandamiento como no tocar) como de luchar contra todo lo que deshace (daña, socava) lo libre del libre, que lo asalta, para acceder a una propiedad inimitable, la que tiene la zarza ardiente de no agotarse, una lucha tal que es un descanso, un no uso de la energía. Y lo que lo asalta es todo lo que es del orden de las coacciones y utiliza energía, generando la necesidad de alimentación. Para comentar la conocida metáfora del "pastor del ser", el libre es como la oveja atacada por los lobos. Debemos rechazar constantemente a los lobos, es decir, el mundo ordinario, el de las coacciones, de las necesidades, de la búsqueda de poseer, debemos liberar o desenajenar. El hombre es el pastor del ser, pobre como el pastor, rural como él, y la crítica del capitalismo, de las ciudades, se despliega en una visión gnóstica donde el mundo de abajo y la verdad están comprometidos en una lucha de la que los "nosotros", los pocos iniciados, somos los campeones, una lucha en la que el mundo inferior, el de las necesidades, al que están irrevocablemente condenados los que no son "nosotros", no tiene, sin embargo, ningún peso ya que no fue en el origen, frente a la *"Mitte"*, ese espacio donde se prescinde de la violencia del ser.

"Nosotros" sabemos que hay un camino de esclavitud, por un lado, la esclavitud ante todo a las leyes de la termodinámica, la esclavitud a las leyes de la fatiga y el descanso, y por otro lado lo que no es un camino de liberación de uno mismo o de liberación del mundo de las coacciones (no es una doctrina de desarrollo personal), sino una lucha para preservar lo libre, para hacer que

[13] *Ibíd*., p. 109.

tienda a lo "liberado" y para "poner esmero en este retorno"[14]. La necesidad se invierte de antemano, incluso antes de que se imponga. Como en toda doctrina gnóstica, se espera el retorno del futuro pasado, y este retorno es obviamente catastrófico, en la inversión de la necesidad.

Mientras que el pobre ordinario necesita lo que no tiene y trabaja para tenerlo, poseerlo, dominarlo, es dominado por él, y aquí surge la perspectiva del *Gestell* como dominación. Por otro lado, el "nosotros" iniciado que carece tanto de lo que no tiene, es decir, de lo innecesario, y que no puede tener, está igualmente poseído por lo que no tiene.

En el primer sentido la pobreza se refiere a tener, y la riqueza a tener lo necesario; pero, como diría Jean Beaufret en una entrevista de 1947 donde se le cuestiona como comunista, esta riqueza se confunde con la idea burguesa de libertad[15]. En el segundo sentido, el significado "verdadero" (*wahrhaft*) de la pobreza es la falta de lo innecesario. Mientras que la necesidad en la vida ordinaria es lo que forza a la satisfacción de las necesidades, la falta de lo innecesario está, por el contrario, desprovista de coacciones; es libre, lo cual escapa a cualquier utilidad.

Pero Heidegger continúa con un cambio de sentido, que escapa al razonamiento lógico: en efecto, pasa de libre, adjetivo que indica una cualidad, un estado, a "liberar", un verbo que implica una acción, un movimiento, aunque el resultado de la acción de este verbo sea preservar la inmovilidad, la intangibilidad, permitir que la esencia permanezca en su descanso. Por lo tanto, tenemos la fuerte impresión de que se trata de una esencia que está siendo atacada por todas partes y que debe luchar para mantenerse. El cambio no fue un cambio, si le concedemos a Heidegger que no está comprometido en un tratamiento filosófico, sino en uno poético. El trabajo es político y poético: lo libre está latente y es el futuro, en el presente, se confunde con el trabajo para liberarlo. Y, además de la libertad es "la liberación del hombre por la ex-sistencia, liberación que funda la historia"[16], la historia como posibilidad y no como un conjunto de tribulaciones, acontecimientos, raíces, esta obra es "nuestra", la de decir, por tanto, también la de liberarse de una lengua aprisionada por prácticas ordinarias e inauténticas.

[14] *Ibíd.*, p. 109.

[15] Conversación con Jean Beaufret, *Confluences*, n° 18-20, 1948 "Questions du Communisme" (dir. Roger Stéphane), p. 36.

[16] HEIDEGGER, Martin, "De la esencia de la verdad", *Revista Cubana de Filosofía*, II, no 10, 1952, http://www.filosofia.org/hem/dep/rcf/n10p005.htm

En una palabra, está el pobre de las cosas materiales, que vive en la falsa pobreza, es decir, en la apariencia de la pobreza, que es como una parodia, un fraude, en la medida en que lo pone cada vez más en manos de la dominación del gesto y lo hace caer cada vez más en el olvido del ser. Y quien llega a la esencia del hombre, la pobreza, que permite revelar la impostura de la pobreza de las cosas necesarias, está en una dimensión sagrada, de lo que se da.

Nos hemos empobrecido, y aquí es el verbo arcaico Seyn el que se usa para designar la esencia. *Armut* (pobreza) es un sustantivo, *armseyn*, es un verbo, entonces dinámico. Pobre porque se define por la falta de lo innecesario, pero como lo innecesario es lo liberante, se nos devuelve a nuestra esencia –la pobreza– como lo liberante libera todo de lo que no es su esencia, libera de la alienación.

En resumen, en tiempos normales, el iniciado, el que dice, es ajeno al mundo, a sus preocupaciones, a sus razonamientos, a la razón y a sus divisiones, que son tantas instrumentalizaciones, mientras que el iniciado es también aquel a quien se ordena la "relación sublime", la pobreza o la catástrofe le permite vivir el mundo de una manera auténtica. Revela lo latente de lo que adviene *(ereignet)* en la historia occidental "que nunca se deja descifrar en los propios datos históricamente constatables"[17]. Lo latente es lo que está escondido, ocultado o autoocultado, y aspira a advenir, y adviene *(ereignet)* en la catástrofe.

Heidegger escribe en la situación de junio de 1945: Alemania está en ruinas, y es esta catástrofe la que revela lo que es la libertad como la abolición de la necesidad alienante, la libertad como la "*Wende*" de la necesidad, es decir, no la coerción, sino lo que "waltet" y merece para tener el monopolio de la violencia, la libertad como la Necesidad en otro sentido. Aquí Heidegger utiliza un juego de palabras intraducible sobre *Not* (angustia y necesidad) y *Not-wendigkeit*, inversión o conversión de la necesidad: la libertad es la Necesidad como el siempre anticipado giro de la necesidad. Tenemos aquí un juego de velo / revelación: la necesidad (la de las cosas indispensables que se acaban y necesitan ser reemplazadas) vela la necesidad que no se agota y que realmente reina *(waltet)*, siempre y cuando sepamos cómo decirlo.

Poder decir es poder comprender la equivalencia, escrita por Hölderlin, entre ser pobre y ser rico, salvo que Heidegger especifica (e indudablemente inflexiona, siempre con la certeza de

[17] *Pobreza*, p. 95.

que el locutor no sabe exactamente lo que dice) la idea de llegar a ser rico, de pasar de la pobreza a la riqueza, presentándola no como un cambio sino como la revelación, la revelación de una equivalencia. Se trata necesariamente de una riqueza distinta de la riqueza material, dirigida tanto por el régimen que acaba de colapsar como por los que lo derrotaron. Esta riqueza consiste en encontrar el vínculo "superior a la satisfacción de las necesidades vitales", que se refiere a una "divinidad común".

La apropiación de la esencia del hombre por el ser, esta iniciación por el acontecimiento de la apropiación *(Ereignis)* nos hace advenir agotando al hombre individual (¿hasta su muerte?) para dar paso a su esencia: indigencia, deseo, movimiento hacia, comienzo perpetuo, insurrección perpetua contra lo que es lo opuesto a lo liberante, "la alegría ensombrecida de no ser nunca bastante pobre"[18], es decir, de no ser nunca despojado de lo que requiere satisfacciones materiales, esclavizantes. El propósito aquí es claramente gnóstico, incluyendo el hecho de que el "nosotros" represente los muy pocos elegidos.

En efecto, en tiempos de "escasez" o "hambruna", la mayoría de los hombres, presa de la carencia más intensa, se dejan apropiar por ella en el futuro y solo piensan en comer: después del período extremo, la carencia sigue dominando, en la encrucijada se ha tomado el camino equivocado, y la vida se vuelve vacía, habitada por el aburrimiento, la falta de autenticidad, una vida que no vale la pena vivir y que, lo que es peor, acentúa el olvido del ser. Una vez más, podemos ver claramente la distinción entre dos dominaciones, que no llevan el nombre del bien y del mal (la pobreza esencial por un lado y el reinado de la necesidad por otro, que obliga a la producción, etc.), sino que se oponen en una especie de cronología: la pobreza esencial es el "Tono fundamental[19]", es primero, arquetípico; la necesidad es el resultado de la sordera del mayor número, atrapado por lo que falta. Y en relación con esta cuestión ontológica, la muerte de un gran número no tiene importancia: no es la muerte, sino la muerte biológica, el cese común de la vida, suerte del "uno" que es la pura exterioridad. Porque las masas alienadas ya no son humanas y pueden ser borradas del mapa sin remordimientos para encontrar el paraíso perdido y recuperarse de un medio ambiente que no ha sido tocado por ninguna civilización, preservado del trabajo destructivo de la razón, para finalmente encontrar el asombro de los primeros tiempos antes de que este mundo ya viviera.

[18] *Pobreza*, p. 115.
[19] *Ibíd.*

El momento de la catástrofe precipita el del *Ereignis*, o iniciación, o toma del poder sobre algunos por el ser y realiza la *conjunctio oppositorum*: tanto lo que Hölderlin dice no puede pertenecer a la división vulgar, fáctica, histórica, cronológica, causal del tiempo, y al mismo tiempo el presente permite revertir esta propuesta, por una elevación hasta el límite del fracaso del mundo.

En efecto, si el texto de Heidegger consiste en comentar la catástrofe sin decirlo, a través de la interacción gnóstica de parejas de contrarios y en particular de pobreza y riqueza (es decir, catástrofe/salvación): la catástrofe, es decir, el momento en que el presente está abierto al ser, cuando el ser puede *"walten"*, ejercer su violencia como soberano; cuando vuelve a convertirse en el lugar donde el ser emerge; la catástrofe es el momento del acontecimiento y el de la decisión.

Así entendemos la articulación de todas las oposiciones: la pobreza es riqueza, la catástrofe es salvación. Para Heidegger, los "elegidos", los que acceden al conocimiento, no pueden quedar atrapados en las apariencias de la Alemania devastada; tienen acceso a lo que revela el desastre, a la verdad que es desocultada.

Si hay una lucha entre dos fuerzas (que no pueden llamarse el "bueno" y el "malo", porque se excluye cualquier noción moral), a saber, *Gestell* y *Gewalt*, como la de *Gestell* se apodera de la masa de hombres, mientras que la de *Gewalt* se apodera de "nosotros", la situación de junio de 1945, si se trata de una catástrofe, los primeros sólo ven la miseria que golpea a Alemania en términos de privación de bienes, o incluso de bienes esenciales, es decir, la falta de cosas materiales y necesarias para la vida; los segundos ven la pobreza como la revelación de la riqueza, es decir, el camino hacia la salvación, hacia la liberación. Porque la verdadera pobreza es la falta de lo innecesario, de lo "libre liberante". Lo libre es la pobreza que se manifiesta en el horizonte de la escucha del ser: la salvación.

La pobreza, la miseria, la desnudez, la derrota de Alemania tras su conquista nos deja claro que la privación de todo, la privación de todo lo que da la civilización, el colapso del poder y la soberanía es la oportunidad perfecta para revelar otra riqueza, muy diferente de la anterior riqueza material, la opulencia burguesa, que da poder sobre los demás, es decir, el poder como deseo, surgimiento, fuerza, capacidad, como cuando decimos "en potencia": permitir que las personas con un destino superior se eleven a una vida superior, capaces de ver que su deseo no es satisfacer las necesidades básicas, sino dejarse llevar por el ser –¿por la muerte?

Es comprensible que la mayoría de los intérpretes, con razón, hagan de este texto una homilía. Sin embargo, no se menciona el nombre de Dios, y no se puede ver en él una homilía, por ejemplo una homilía católica, en la que el misterio de la encarnación sigue siendo el eje y que implica otra teología política. Aquí se trata de una homilía gnóstica, que insiste sobre todo en el grupo constituido por "nosotros" y en la necesidad de conocimiento, no del conocimiento de Dios, sino del conocimiento del carácter clivado del mundo, o superpuesto, cada noción referida a dos órdenes muy distintas: "Nosotros" puede ser nosotros los que estamos reunidos aquí y en este caso estamos sufriendo por la caída de la Alemania nazi, o el grupo de aquellos de los cuales Hölderlin es el profeta y Heidegger el elucidador, y que están experimentando la sobreabundancia.

En resumen, la transmutación de la pobreza a la riqueza que no concierne a la historia ordinaria de los países y de los pueblos puede ser afirmada, dicha, comprendida y conocida en cualquier momento de la historia por los "raros" como Hölderlin, que saben escuchar al ser y decir este acontecimiento, que es al principio y al final y en ningún momento. Al mismo tiempo, la transmutación de la pobreza a la riqueza solo se convierte en una experiencia completa en el momento de la catástrofe. Tanto fuera de la historia en el sentido banal, es parte de la capacidad de algunos para captar la verdad, a saber, la revelación de este espiritual como una relación en la que el ser "trata al hombre como le plazca", es también historia en el sentido del destino, revelado en la catástrofe en la que el fin y el origen son uno y el mismo.

Sin embargo, si este "nosotros" es en realidad todos aquellos que se liberan de toda utilidad y constituyen la acción de ser pobres, apropiados por la libertad, Heidegger añade que el pobre es "el tono fundamental de la esencia aún oculto de los pueblos occidentales y de su destino". Podemos referirnos aquí al párrafo 74 de *Ser y Tiempo*: "Pero, si el Dasein destinal existe esencialmente, en cuanto estar-en-el-mundo, coestando con otros, su acontecer es un co-acontecer, y queda determinado como destino común [*Geschick*]. Con este vocablo designamos el acontecer de la comunidad, del pueblo. El destino común no es el resultado de la suma de los destinos individuales, así como el convivir tampoco puede ser concebido como un estar-juntos de varios sujetos."[20]

Si seguimos las dos lecturas simultáneas, es decir, que, en general, la pobreza es riqueza, en la relación sublime, es decir, para aquellos que tienen el conocimiento y el decir, el reto es, por lo tanto, crear este Occidente (puesto que el centro que es una *Mitte* no está en ninguna parte), sino un Occidente que no se fusiona con el Occidente geográfico o con la noción conservadora de una civilización que lloraría por su grandeza[21]; se trata de una llamada a una insurrección permanente, a salir del estancamiento de las necesidades y a salir de la valla de la metafísica. El rechazo del inmovilismo y de cualquier cosa que bloquee el movimiento se puede ver aquí en el uso particular del vocabulario, que, detrás del cuidado de llamar a las cosas de otra manera, es responsable de disolver mentalmente las apariencias. El texto de Heidegger no nos debe inducir a error, es a la vez una consideración inactual y un comentario sobre la actualidad, que Heidegger percibió con mucha precisión, a saber, la confrontación entre la URSS y los Estados Unidos.

Para comprender lo que está en juego, debemos volver al primer comentario que hace Heidegger sobre la frase de Hölderlin sobre la pobreza y la riqueza cuando cuestiona el espíritu del que procede este "espiritual" en el que nosotros nos centramos, y aquí se colocan en su pluma dos párrafos como dos extractos de una historia del significado del espiritu / mente, pero que no será una historia exhaustiva, cronológica y objetiva de las variedades del significado del término espíritu / mente en la historia de las ideas. Será una historia "espiritual", es decir, ideológica, ya que está privada de las realidades (consideradas superficiales).

El primer párrafo cuenta como una refutación del materialismo atribuido al régimen soviético y reivindicado por él. Aquí, Heidegger afirma, contra la misma doctrina del poder soviético que, según él, es por lo tanto un autoengaño según el término schmittiano, que el comunismo es una corriente teosófica inspirada por Jacob Boehme, y que está lejos de la tradición metafísica que define el espíritu como opuesto a la materia. "Lo que llaman comunismo ruso proviene de un mundo espiritual del que no sabemos casi nada,

[20] HEIDEGGER, Martin, *Ser y tiempo,* Traducción, prólogo y notas de Jorge Eduardo Rivera, Edición digital de: http://www.philosophia.cl, p. 371

[21] De paso, Heidegger critica a Oswald Spengler, *La Decadencia de Occidente* (1918-1922). Lo que los lúcidos pensadores de un mundo en crisis describen como occidental no es Occidente, es algo que ha tomado el camino equivocado, que no ha estado escuchando desde el principio, que no ha estado al principio y que no estará al final. Así que lo que pase allí no importa.

independientemente del hecho de que olvidamos ya pensar hasta qué punto el propio materialismo burdo, la simple fachada del comunismo, no es nada 'material' sino una cosa 'espiritual', y un mundo espiritual del que no se puede tener la experiencia ni decidir sobre su verdad o su no verdad, como no sea en el espíritu y a partir del espíritu."[22]

Ciertamente es una aplicación bastante inmediata y sencilla del hecho de que la verdad de algo nunca es adecuación de lo que parece, sino de lo que se oculta y se revela al esconderse. Este pasaje también requiere que revisemos el significado de la noción de política en la visión heideggeriana, que está emergiendo aquí en segundo plano. Se reserva esta palabra para describir, en el conjunto de lo que el lenguaje común llama política, su "materialismo grosero", es decir, todo lo que se relaciona con el conocimiento técnico, las consideraciones socioeconómicas, la gestión humana y los problemas sociales.

El resto, que es necesariamente más difícil de definir, a saber, la visión y la filosofía del político, sus valores, está arraigado en el dominio político banal y se convierte en un "mundo espiritual" cuya experiencia es imposible, y cuyo nombramiento es igualmente imposible. La política rusa aquí está separada del marxismo o del comunismo, y se refiere a un comienzo perdido, un comienzo espiritual que, en el mundo no ruso, ha sido olvidado. Ella es el "comunismo de espíritus" con el que Hölderlin sueña. De paso, vemos como el pasaje sobre el comunismo y el error que nos lleva a creer que sería un materialismo mientras que es un espiritualismo cuyo materialismo es solo una fachada (¿un ardid de la mente o una trama de hombres?) que se sitúa fuera de la manifestación: solo tiene más importancia.

Lógicamente, entonces, el segundo párrafo sobre la historia del espíritu recorre la historia occidental que Heidegger comienza con Descartes, donde la parte espiritual del espíritu fue olvidada, incluso por Nietzsche, ya que, como comprensión, se oponía al alma. Y este es el camino de la metafísica como el olvido de la dimensión espiritual.

Por lo tanto, los dos párrafos sobre la historia truncada de la noción de mente son los dos poderes que comparten Alemania –y el mundo por un momento. El segundo párrafo, que se aplica a los Estados Unidos, muestra que de los dos, es el peor. No quiero decir que Heidegger se

---

[22] *Pobreza*, p. 99.

convierta en un turiferario del régimen soviético, pero dice que hay un origen desde el cual se puede repensar el ser.

En esta lectura de una actualidad candente en junio de 1945, y que debe entenderse como concomitante, articulada en la otra lectura, inactual, ya que la oportunidad histórica de la catástrofe es el ser apropiándose este pequeño número de elegidos, se trata de tomar una decisión –aquí para la URSS, de manera subversiva, ya que su propio proyecto esta transformado radicalmente.

El silencio abismal de Heidegger sobre la situación real de los alemanes, sin techos y ocupados, es también un mandato para "escuchar" lo que no habla *Sprache* sino *Spruch* (es decir, una lengua que habla por sí misma, una lengua libre de la intención del sujeto, a diferencia de die Sprache, una lengua con hablante); es este dictado original que Heidegger percibe en el comunismo de los espíritus que el comunismo real no oye.

Más allá del tema del silencio, hay que destacar la importancia del vocabulario musical, para continuar la metáfora de la escucha, en contra de la de la visión que pertenece a la metafísica desde Platón. La escucha se refiere a temas místicos y difiere de las metáforas del conocimiento preferentemente transmitidas por la filosofía (ver y saber, teoría, etc.), y, en alemán, *Hören* y *Angehören* (escuchar y pertenecer) están etimológicamente unidos. Pertenecer es estar a la escucha de un mandamiento. Aquí no se trata de un mandamiento de un jefe o de un general, sino del ser. Heidegger habla a menudo de la llamada del ser. Y escuchar la llamada del ser es seguir un mandamiento que nos hace parte de la historia del ser, que estamos a la altura de la época, en dependencia de un orden que se da y que escuchamos. Cuando se lee que "nosotros" pertenecemos a los pueblos occidentales, sin duda Occidente puede evocar la Grecia de los pre-socráticos; pero no podemos decir, descontextualizando el Occidente de cualquier geografía como hemos descontextualizado la época de cualquier sucesión temporal, que el Occidente es "nuestro" nombre real, independientemente de nuestra ubicación geográfica? En este sentido, la URSS es más "nosotros" que Estados Unidos.

Esta interpretación se ve confirmada por el pasaje ulterior que tiende a oponer este Occidente al comunismo, sin nombrar a la Unión Soviética cuyos ejércitos ocupan Alemania. El comunismo es un nombre inadecuado, si es cierto que el comunismo como escucha a Jacob

Boehme hace un sonido justo, porque se refiere a la comunidad, *Gemeinschaft*: es, en el momento en que Heidegger pronuncia su discurso, la aplicación del materialismo histórico y la dominación de los medios de producción. Como siempre, cada palabra tiene dos significados, y en el sentido de Boehme, parece que el comunismo, que es la concentración en lo espiritual, tiende hacia el arquetipo –en este sentido es también el archifascismo designado por Lacoue-Labarthe (o archi-mesianismo según J.-L. Nancy[23]). Lo sorprendente de esta mitología de la arché es que moviliza al Occidente (o su esencia oculta), y no el Oriente. De ella resulta una desorientación, literalmente, ya que este Occidente no puede ser geográfico, sino mítico: es el lugar por donde se sale, sin que sea el sol el que no es digno de valor metafórico. El mundo tal como es está condenado, pero el astro que lo orientara, es decir, lo occidentara, no será el sol. En efecto, en la creación que se ve y se somete al conocimiento científico, todo está mal, incluso el sol. Lo que permite esta occidentificación o el hecho de "decidir historialmente los destinos" no son las guerras, escribe Heidegger en conclusión, sino "su desenlace" (o resultado), es decir, la catástrofe que permite una "meditación" que "brota de otras fuentes[24]", manando desde la esencia misma de los pueblos. Heidegger termina invitando al diálogo entre los pueblos, es decir, al diálogo entre alemanes y rusos.

La filosofía de Heidegger no es "política" en el sentido de que está determinada por el juego histórico *(geschichtlich)* de la política, sino que forma parte de los desafíos destínales *(geschicklich)*[25] de lo que Schmitt llama el político, debido a la diferencia ontológica. En el conflicto que se avecina entre las dos potencias políticas, cada una a su manera obsesionada con el *Gestell* de la metafísica (Estados Unidos y la URSS, conocidas como formas extremas del *Seinsverlassenheit*, del abandono del Ser), Heidegger busca deconstruir el marxismo soviético, para encontrar su verdad destinal *geschicklich* (esencialmente alemana), interpretando a Marx a la luz del "comunismo de espiritus" de Hölderlin. La negatividad revolucionaria, encarnada en Marx por el proletariado explotado, se convierte entonces en la promesa de la "Armut", que pone a la Alemania devastada (desprovista de techos y "abierta" a la llamada del Ser) a la cabeza de los pueblos en busca del futuro. Todo esto se sustenta en el esquema gnóstico: catástrofe =

[23] NANCY Jean-Luc, "Heidegger et l'échec de l'Occident", https://www.liberation.fr/debats/2017/11/05/heidegger-et-l-echec-de-l-occident_1608002

[24] *Pobreza*, p.118.

[25] ESCUDERO, Jesús Adrián, *El lenguaje de Heidegger : Diccionario filosófico 1912-1927*, Barcelona, Herder Editorial, 2009.

salvación, pobreza = riqueza, etc. La posibilidad histórica les confiere entonces a los que saben escuchar y se dejan captar (es decir, obedecer) una especie de sobreexistencia, abierta por la filosofía, en su tarea estrictamente política, aunque no cesa de confundir el pensamiento basado en el cálculo y la utilidad. Por lo tanto, se trata políticamente de una revolución, que no sólo tiene lugar a nivel político, ya que incluso el sol está implicado. Si el Occidente es el lugar de este levantarse consonante con la llamada del ser, Heidegger invita a las “naciones europeas” a ser las naciones ricas de Occidente.

Apuntes para una introducción al logicismo

Ricardo Da Silva
(Universidad Central de Venezuela)

UCV ESCUELA DE FILOSOFÍA

apuntes filosóficos

Vol. 28 No. 55

Apuntes para una introducción al logicismo

Ricardo Da Silva

Resumen: Esta nota tiene como propósito introducir a los estudiantes interesados en el logicismo. Nuestro objetivo no es mostrar ninguna nueva interpretación o tesis sobre el logicismo o sobre su renacimiento entre los años 60 y 80 del siglo pasado. Lo que haremos es mostrar sistemáticamente la evolución del logicismo desde Frege hasta Russell-Whitehead, con mayor énfasis en este último desarrollo, y abordar algunos problemas que surgen en el seno de dicho movimiento, como por ejemplo: Las paradojas lógicas y el principio de comprehensión intuitiva, la definiciones impredicativas y las paradojas semánticas, la jerarquía ramificada y los números reales, el axioma de reducibilidad y la imposibilidad de la reducción de la matemática a la lógica, etc.

Palabras clave: Logicismo, Matemática, Paradojas, Teoría de tipos, Axioma de Reducibilidad.

Abstract: The following note has on purpose to introduce interested students to logicism. Our objective is not to show any new interpretation or thesis about logicism or its rebirth between the 60s and 80s of the last century. What we will do is systematically show the evolution of logicism from Frege to Russell-Whitehead, with greater emphasis on this latest development, and approach some problems that arise within that movement, for example: The logical paradoxes and the principle of intuitive comprehension, the impredicative definitions and the semantic paradoxes, the Ramified Hierarchy and real numbers, the axiom of reducibility and the impossibility of reducing mathematics to logic, etc.

Keywords: Logicism, Mathematics, Paradoxes, Type Theory, The Axiom of Reducibility.

Antes de estudiar la concepción logicista de la matemática es necesario advertir de dos desarrollos de esta filosofía de la matemática[1]. Un primer intento por llevar a cabo el programa logicista es el que resulta anterior al surgimiento de las paradojas de la Teoría de conjuntos[2]. Tal intento es el que llevó adelante el lógico y filósofo Gottlob Frege, dicho proyecto encuentra sus bases teóricas en *Die Grundlagen der Arithmetik*[3] y su pretensión de realización formal, que como sabemos es inconsistente[4], es llevada a cabo en *Grundgesetze der Arithmetik*[5].

El intento posterior de llevar a cabo el logicismo surge como una posible solución al problema de la crisis de los fundamentos de la matemática ocasionada por el descubrimiento de las paradojas de la Teoría de conjuntos[6]. Este proyecto encuentra sus bases teóricas y filosóficas en la obra *The priciples of mathematics*[7] de Russell y su realización práctica se hace efectiva en

---

[1] El logicismo no es solo una postura filosófica, es también un proyecto de fundamentación matemática, así como un teoría epistemológica sobre la matemática, al menos de esta manera lo entiende Neil Tennat en su entrada sobre *Logicism and Neologicism* en The Stanford Encyclopedia of Philosophy.
Cfr. The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Winter 2017 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL : https://plato.stanford.edu/archivies/win2017/entries/logicism/.

[2] Para abordar el tema de las paradojas lógicas o conjuntistas recomendamos las siguientes obras: (1) RUSSELL, Bertrand, "La lógica matemática y su fundamentación en la teoría de tipos" en RUSSELL, Bertrand, *Lógica y conocimiento* (1901-1950), Comp. Robert Charles Marsh, Madrid, Taurus, 1966. (2) BETH, Evert, *Las paradojas de la lógica*, Valencia, Cuadernos Teorema, 1975. (3) GARCIADIEGO, Alejandro, *Bertrand Russell y los orígenes de las "paradojas" de la teoría de conjuntos,* Madrid, Alianza Editorial, 1992. (4) También recomendamos revisar las entradas; *Paradoja de Burali-Forti*, *Paradoja de Cantor* y *Paradoja de Russell*, así como las demás nociones involucradas en estas paradojas, en MOSTERÍN, J. y TORRETTI, R., *Diccionario de Lógica y filosofía de la ciencia*, Madrid, Alianza Editorial, 2002. (5) Por último, no podemos dejar pasar la siempre actualizada entrada "Paradoxes and contemporary logic" de Cantini y Bruni en The Stanford Encyclopedia of Philosophy, que cuenta a su vez con una generosa lista bibliográfica sobre el tema; consúltese Cantini, Andrea y Bruni, Riccardo, "Paradoxes and contemporary logic", The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2017 edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = https://plato. stanford.edu/archives/fall2017/entries/paradoxes-contemporary-logic/.

[3] Cfr. FREGE, Gottlob, *Die Grundlagen der Arithmetik: eine logisch Mathische Untersuchung über den Begriff der Zahl*, 1884, traducida al inglés como *The Foundations of Arithmetic: A logico-mathematical enquiry into the concept of number* por J.L. Austin, Oxford: Blackwell, 1974 (Segunda edición revisada). Se cuenta también con traducción al español: *Los fundamentos de la aritmética: una investigación lógico-matemática sobre el concepto de número* en FREGE, G., *Escritos filosóficos*, Jesús Mosterín (Ed.), Barcelona, Mondadori, 1996.

[4] En 1902 Bertrand Russell le escribe una carta a Frege indicándole que había encontrado una contradicción en el sistema expuesto en su obra *Grundgesetze der Arithmetik*. Esta antinomia surge en el sistema de Frege gracias al axioma V que supone al *Principio de Comprensión Intuitiva* y que asegura que "toda propiedad determina un conjunto". Para ver la influencia del *Principio de comprensión intuitiva* en la lógica matemática y en el surgimiento de la Teoría de conjuntos consúltese: JANE, I. "¿De qué trata la teoría de conjuntos?" En ORAYEN, R. y MORETTI, A. (Ed), *Filosofía de la lógica*, Madrid, Editorial Trotta, 2004; y MADDY, P., *Naturalism in Mathematics*, Clarendon Press, Oxford, 1997.

[5] Cfr. FREGE, Gottlob, *Grundgesetze der Arithmetik (*I-II), 1893-1903, Jena: Verlag Hermann Pohle. Se cuenta con una traducción al inglés completa de los dos tomos por parte de EBERT, P. y ROSSBERG, M.: *Basic Laws of Arithmetic*: *Derived using concept-script*, Oxford: Oxford University Press, 2013.

[6] Cfr. DE LORENZO, Javier, *La matemática: de sus fundamentos y sus crisis.* Madrid, Tecnos, 1998., p. 39.

[7] RUSSELL, Bertrand, *The Principles of Mathematics*, Cambridge: At the University Press. 1903.

los tres tomos de la obra *Principia Mathematica*[8] que escribieron conjuntamente Russell y Alfred Whitehead. Teniendo presente esta distinción, es conveniente señalar al lector que prestaremos mayor atención al segundo movimiento logicista, liderado por Russell y Whitehead, y nos referiremos en menor medida el logicismo fregeano. Mucho de nuestra presentación sobre el logicismo, en especial el de los *Principia*, se basa en el análisis llevado a cabo por Rudolf Carnap en la conferencia “The logicist foundations of mathematics”[9], presentada en 1930 en el *Congreso sobre los fundamentos de la Matemática* que tuvo lugar en la ciudad de Königsberg[10], por lo que podemos asumir sin conflicto que las notas que aquí presentamos pueden entenderse como una introducción del logicismo *à la* Carnap. Empezaremos ubicando al lector en el contexto del surgimiento de las paradojas de la teoría de conjunto para luego avanzar a una exposición sistemática del logicismo.

I

El siglo XIX fue un siglo de grandes descubrimientos y progresos para la que se conocía como la ‘más confiable de todas las ciencias’, esto es, la matemática, y ello se debe a tres aspectos fundamentales, los cuales hacen que la matemática de ese momento se diferencie de todo el *Hacer* matemático precedente, *Hacer* matemático que era liderado por las investigaciones de Euler, Lagrange, d'Alembert y Fourier, por solo nombrar algunos de los matemáticos de mayor relevancia para la época. Dichos aspectos fundamentales que se encuentran en esta nueva forma de hacer matemática son los siguientes[11]: (1) Una exigencia de rigor en las definiciones y conceptos de las diversas ramas de la matemática[12], (2) Una determinación explícita de los procedimientos deductivos y fundacionales que son usados en las demostraciones matemáticas[13]

---

[8]WHITEHEAD, Alfred y *RUSSELL*, Bertrand 1910, 1912, 1913, *Principia Mathematica*, 3 volumes, Cambridge: Cambridge University Press. En español se cuenta con una traducción incompleta de la obra por parte de la editorial Paraninfo (hasta el parágrafo 56).

[9] CARNAP, R, “The logicist foundations of mathematics” (1931) En BENACERRAF, P. y PUTNAM, H. *Philosophy of mathematics*. Cambridge, Cambridge University Press.1983.

[10] Donde también se presentaron John von Neumann en defesan del Formalismo y Arend Heyting en defensa del intuicionismo.

[11] Cfr. REALE, G. y ANTISERI, D., *Historia del pensamiento filosófico y científico*, Barcelona, Editorial Herder, 1988, t. III, p. 324.

[12] Esto permite a su vez dos cosas, por un lado que las definiciones fuesen claras y sencillas, facilitando su empleo, y por otro lado se buscaba conocer el campo de aplicabilidad de los conceptos.

[13] Se buscaba hacer evidente todas aquellas leyes y estrategias lógicas que el matemático usa en las demostraciones de teoremas.

y (3) La eliminación de la *evidencia empírica* como requisito necesario para la aceptación de resultados matemáticos[14].

Estos tres aspectos se ven desarrollados en un primer momento en la investigación del matemático francés Louis Augustin Cauchy, quien define, de manera formal y rigurosa, las nociones de la *Teoría infinitesimal*, como por ejemplos los conceptos de *límite*, *derivada*, *integral*, entre otros[15]. Un segundo momento, en donde se siguen desarrollando los tres aspectos antes mencionados, es en la construcción de la *Teoría de los números reales* a partir de la *Teoría de los números naturales*, investigación que recibe el nombre, en la historia de la matemática, de '*aritmetización del análisis*'[16].

Ahora bien, muchos matemáticos y lógicos no aceptaron la idea de que los números naturales fuesen la base del edificio de la matemática, más bien, postulaban la tesis de que había algo mucho más primigenio a partir de lo cual se podía derivar la noción de número natural. Es justamente de esta tesis, de que los números naturales se derivan de nociones mucho más básicas y primigenias, que surgen dos líneas de investigación para la fundamentación de la aritmética, por un lado encontramos el proyecto logicista de Gottlob Frege y por otro lado encontramos el proyecto conjuntista de Georg Cantor[17]. De esta manera, mientras Frege pasaba de la *aritmetización del análisis* a la *logización de la aritmética*, Georg Cantor buscaba fundamentar la aritmética en la *Teoría de conjuntos*, i.e., buscaba definir el concepto de número natural desde la noción más básica de conjunto. Sin embargo, ambas fundamentaciones se ven amenazadas por el surgimiento de varias paradojas que implicaban grandes contradicciones a la base del edificio matemático, en especial podemos mencionar la *Paradoja de Cantor, la Paradoja de Burali-Forti* y la *Paradoja de Russell.* Desarrollemos, en lo que sigue, cada una de estas paradojas.

---

[14] La certeza de los resultados matemáticos no se veía reducida a la aplicación de dichos resultados en investigaciones empíricas.
[15] Cfr. *Ibídem*.
[16] En la *aritmetización del análisis* se ven relacionados grandes matemáticos como Karl Weierstrass, Georg Cantor y Richard Dedekind, quienes demostraron que toda la *Teoría de los números reales*, y los entes matemáticos que se pueden construir a partir de ellos, se construyen rigurosamente a partir del concepto de número natural y las propiedades de dicho concepto. Es posible, usando una metáfora arquitectónica, ver a los números naturales como el cimiento o los bloques que soportan todo el edificio de la matemática. Cfr. DE LORENZO, Javier, *Ob. Cit.* Para un estudio del uso de las metáforas arquitectónicas empleadas al momento de hablar de los fundamentos de la matemática, revísese el Capítulo 1 titulado: "De crisis y fundamentos".
[17] Cfr. MADDY, Penelope, *Ob. Cit.*, Cap. 1.

Para el año de 1899[18] Cantor le había escrito una carta a Dedekind comentándole que había encontrado una inconsistencia en el seno de la *Teoría de conjuntos*. Cantor, en 1891, había demostrado que "el conjunto potencia de un conjunto dado siempre tiene una cardinalidad mayor que ese conjunto dado. Para cada conjunto A, $|A| < |\wp(A)| = 2^{|A|}$"[19]. Pero inmediatamente podemos preguntarnos, como en efecto lo hizo Cantor, ¿Qué pasa cuando consideramos el teorema anterior sobre el conjunto universal U (el conjunto de todos los conjuntos)? Por lo dicho anteriormente, el *número cardinal* de U debería ser menor que el *número cardinal* de $\wp$(U), pero resulta que U es el conjunto de todos los conjuntos, y como $\wp$(U) es un conjunto de conjuntos, tenemos entonces que $\wp$(U) es un subconjunto de U, indicando esto que la cardinalidad de $\wp$(U) es menor o igual que la de U, lo cual es una contradicción.

La *paradoja de Burali-Forti* fue dada a conocer en 1897[20]. Para poder enunciarla necesitamos definir los siguientes conceptos[21]:

Definición de conjunto transitivo: Para todo conjunto A, A es *transitivo*, si $\forall x\ (x \in A \rightarrow x \subset A)$.

Definición de conjunto estrictamente bien ordenado por $\in$: Para todo conjunto A, A se encuentra *estrictamente bien ordenado por* $\in$, si $A \notin A$.

Definición de ordinal: Un conjunto A es un *ordinal* si es transitivo y se encuentra estrictamente bien ordenado por $\in$.

[18] Cfr. GARCIADIEGO, Alejandro, *Ob. Cit*., pp. 66-67. Garciadiego comenta, en las páginas señaladas, lo siguiente: "Algunos colegas aseguran que Cantor describió esta inconsistencia a Dedekind en una carta fechada el 28 de julio de 1899, sólo que ahora incluso la fecha de la carta está en duda. Grattan-Guinness ha mostrado que Zermelo realizó un trabajo poco escrupuloso al editar las obras completas de Cantor y exhibió que no únicamente había una carta de Cantor a Dedekind, como se deducía de la publicación alemana original, sino dos. Unos han establecido la fecha de descubrimiento de la "paradoja" tan pronto como 1883, otros en 1895, y algunos más en 1896. Así, al menos, la fecha del descubrimiento se encuentra en disputa". A pesar de esta disputa, que sigue en pie sobre la fecha del descubrimiento de la paradoja de Cantor, hemos querido seguir a autores como Jesús Mosterín en *Los lógicos*, Jesús Mosterín y Roberto Torretti en el *Diccionario de Lógica y filosofía de la ciencia* y van Heinenoort en *From Frege to Gödel*, para quienes la fecha de 1899 es la correcta.

[19] MOSTERÍN, J. y TORRETTI, R., *Ob. Cit*., p. 546, *Entrada:* Teorema de Cantor.

[20] Sin embargo en MOSTERÍN, J. y TORRETTI, R., *Ob. Cit*., se sugiere que aunque presentada en 1897 por Burali-Forti, la paradoja ya era conocida hacia 1985 por el propio Cantor.

[21] DI PRISCO, Carlos, *Teoría de conjuntos*, Caracas, CDCH, 2009.

Enunciemos ahora la *paradoja de Burali-Forti*: La clase de todos los ordinales (ORD) es transitiva y está estrictamente bien ordenada por ∈. Si ORD fuese un conjunto, entonces ORD ∈ ORD, pero esto contradice que ORD ∉ ORD. Por lo tanto, ORD no puede ser un conjunto.

Por último, encontramos la tan famosa *paradoja de Russell*. Durante la primavera de 1901, Russell se encontraba trabajando sobre los fundamentos de la matemática y en el transcurso de dichas investigaciones, la *paradoja de Cantor* tuvo un impacto fundamental, ya que fue esta la que llevó al lógico británico a la *paradoja de las clases que no pertenecen a sí mismas*[22], en palabras del propio Russell:

> Cantor tenía una demostración de que no existe un número máximo, y a mí me parecía que el número de todas las cosas en el mundo tenía que ser el máximo posible. De acuerdo a ello, examiné su demostración con cierta minuciosidad, e hice un esfuerzo por aplicarla a la clase de todas las cosas que existen. Esto me condujo a considerar a las clases que no son miembros de sí mismas, y a preguntar si la clase de tales clases es o no es un miembro de sí misma. Encontré que cualquier respuesta implica su contraria.[23]

Para finales de 1901 Russell no le dedica gran importancia a la paradoja descubierta por él y la trata como una mera 'curiosidad lógica'. Es en 1902 cuando reconoce, luego de no poder resolver tal 'curiosidad lógica', que la paradoja amenazaba con derrumbar la confianza que giraba en torno de la consistencia de la matemática. Ese mismo año le escribe una carta a Frege indicándole que la paradoja se podía derivar como teorema del sistema expuesto en su obra *Grundgesetze der Arithmetik*. Esta antinomia surge en el sistema de los *Grundgesetze* gracias al axioma V[24] que supone al *Principio de Comprensión Intuitiva (PCI)*, según el cual "toda propiedad determina un conjunto"[25].

Siguiendo a autores como Manuel Garrido[26] y a Jesús Mosterín[27], la *paradoja de Russell* puede explicarse de la siguiente manera:

---

[22] Cfr. MOSTERÍN, Jesús, *Los Lógicos*, Madrid, Editorial España Calpe, 2000, p. 152.
[23] RUSSELL, Bertrand, *La autobiografía de Bertrand Russell*, Madrid, Aguilar, 1968, p. 232 (citado en GARCIADIEGO, A., *Ob. cit.*, p. 150).
[24] El Axioma V de Frege dice: "Para todo concepto F y G, la extensión de F es igual a la extensión de G si y sólo si las mismas cosas caen bajo F y bajo G". Dicha cita fue tomada de Maddy, P., *Ob. Cit.*, p. 6 (La traducción es propia).
[25] JANE, I., "¿De qué trata la teoría de conjuntos?" En ORAYEN, R. y MORETTI, *Ob. Cit.*, p. 252.
[26] Cfr. GARRIDO, Manuel, *Lógica Simbólica*, Madrid, Tecnos, 2001 (1ra. Ed. 1974), pp. 520-522.
[27] Cfr. MOSTERÍN, J., *Ob.cit.*, pp. 152-153.

Existen clases que pertenecen a sí mismas –por ejemplo, la clase de todas las clases que tienen más de tres elementos–, mientras que existen clases que no pertenecen a sí mismas –por ejemplo, la clase de los perros–. Consideremos La propiedad Px: 'x es una clase que no pertenece a sí misma'. Siguiendo el PCI tenemos que P genera una extensión, llamémosla R, definida así:

$$R= \{x|x \notin x\}$$

Surge entonces la pregunta: ¿R pertenece a R?[28] Si R ∈ R, entonces R no cumple con la propiedad que deben cumplir los elementos de R y, en consecuencia, R ∉ R, pero si lo último ocurre, tenemos que R verifica la propiedad que deben tener los elementos de R y, por lo tanto, R ∈ R. Así pues, $R= \{x|x \notin x\} \rightarrow (R \in R \leftrightarrow R \notin R)$.

Es así como el final del siglo XIX y el principio del siglo XX pasan a ser reconocidos como los siglos en el que el edificio matemático se vio estremecido y la pregunta sobre los fundamentos cobró más importancia que nunca, es justo en este contexto que se desarrolla el logicismo, en específico, el de Russell-Whitehead como veremos a continuación.

II

Rudolf Carnap comienza su conferencia "The logicist foundations of mathematics", diciendo que el problema de los fundamentos lógicos y epistemológicos de la matemática no había sido del todo esclarecido para 1930[29]. Para Carnap, y todos los defensores de la corriente logicista, un aspecto importante que atañe a la investigación filosófica sobre los fundamentos de la matemática es la estrecha relación que existe entre la matemática y la lógica[30]. Sobre la naturaleza de dicha relación los logicistas defenderán la tesis según la cual la matemática es reducible a la lógica, de lo que se infiere que la matemática no es más que una rama de la lógica formal, o como nos los señala el propio Russell, la matemática resulta ser "una prolongación de la lógica"[31].

[28] Esta pregunta tiene sentido, pues en la *Teoría de conjuntos* vale el *Principio de Tercero Excluido*, es decir, dado cualquier conjunto A y un elemento x, se cumple que x ϵ A o x ∉ A, en especial es lícito preguntar si A pertenece o no pertenece a sí mismo.
[29] Cfr. CARNARP, Rudolf, *Ob. Cit.*, p. 41.
[30] Cfr. *Ibídem*.
[31] RUSSELL, Bertrand, "Introducción a la Filosofía Matemática", (1919) en RUSSELL, Bertrabd, *Obras Completas. Tomo II: Ciencia y Filosofía (1897-1919)*, Madrid, Editorial Aguilar, 1917, p. 1280.

La tesis de la reducción, como ya mencionamos anteriormente, tiene su precursor, y uno de sus mayores defensores, en Gottlob Frege, quien adopta dicha postura por no encontrarse satisfecho ni con la concepción de la noción de número ni con la concepción de la naturaleza de la matemática que se veían implicadas por la filosofía kantiana.

Kant había establecido en la *Crítica de la Razón Pura*[32] la distinción entre juicios (o proposiciones) *analíticos* y *sintéticos*, afirmando que los juicios de la matemática son *sintéticos a priori*, mientras que los juicios de la lógica son de carácter *analítico*. Recordemos que, en términos kantianos, un juicio es *analítico* cuando el predicado está contenido en el sujeto y es *sintético* cuando el predicado no está contenido en el sujeto (para ser más exactos diremos que un juicio es *sintético* cuando hay una característica en el concepto que representa el predicado que no se encuentra o de la cual no participa el concepto que representa el sujeto[33]). Tenemos así que el filósofo de Königsberg aplica esta distinción a los enunciados del tipo 'todos los A son B'[34].

Pero Frege reconoce que la forma en que Kant desarrolla la distinción es problemática, y ello por las siguientes razones: En primer lugar la distinción entre proposiciones *analíticas* y *sintéticas*, tal como la define el filósofo de Königsberg, no tiene sentido aplicarla, por ejemplo, a las proposiciones de la aritmética, pues la mayoría de las proposiciones de la aritmética no son del tipo de proposiciones categóricas, sino más bien proposiciones relacionales. En segundo lugar, la forma en que se define en la *Critica* la distinción es apelando a nociones obscuras y de naturaleza psicológica, como por ejemplo, que un concepto *contiene* a otro concepto[35]. Ahora bien, incluso no estando de acuerdo con la forma en que se encontraba definida la distinción y la manera en que Kant concebía la naturaleza de la aritmética, el lógico alemán pensaba que una distinción entre proposiciones *analíticas* y *sintéticas* aún tenía valor teórico y, por ende, debía redefinirse aquello que generaba la dicotomía entre dichas proposiciones. El profesor Jesús Mosterín nos explica a continuación como entiende el padre de la *Conceptografía* tal redefinición de la distinción:

---

[32] KANT, I., *Critica de la razón pura*, México, Ediciones Taurus, 2006, Introducción.
[33] Cfr. MOSTERÍN, Jesús, *Ob. Cit.*, p. 57.
[34] Aunque también es posible explicar la distinción sobre los juicios universales negativos.
[35] Otro ejemplo del psicologismo kantiano lo podemos observar cuando se nos dice: "los juicios analíticos (afirmativos) son, pues, aquellos en que se piensa el lazo entre predicado y sujeto mediante la identidad". Kant, I., *Ob. Cit.*, p. 48, A7 y B11.

> Según Frege, un enunciado verdadero es analítico si puede ser probado o deducido a partir únicamente de leyes lógicas y definiciones. En caso contrario decimos que se trata de un enunciado sintético.[36]

Es gracias a dicha redefinición que el lógico alemán enuncia su tesis logicista diciendo que los teoremas aritméticos son enunciados *analíticos*[37], es decir, los teoremas aritméticos son deducibles a partir, únicamente, de leyes lógicas mediante definiciones explícitas. Debemos notar que el primer interés en Frege para proponer la tesis logicista era de carácter epistemológico, ya que reduciendo la aritmética a la lógica se lograría probar que la primera era tan confiable como la segunda y se podría, de hecho, tener absoluta confianza en su validez y universalidad[38].

Carnap divide dicha tarea, la de deducir la matemática desde la lógica, en dos partes[39]:

(1) La derivación conceptual: Los conceptos de la matemática se derivan mediante definiciones explícitas de conceptos estrictamente lógicos.
(2) La derivación teoremática: Los teoremas de la matemática pueden obtenerse de axiomas lógicos mediante algún mecanismo lógico de deducción.

Para llevar a cabo la primera tarea, la derivación conceptual, es necesario primero conocer aquellos conceptos lógicos que participan en la derivación. Estos conceptos son los siguientes[40]:

a) De la *Lógica proposicional* los conceptos que se toman como primitivos son: La negación, la disyunción, la conjunción y el condicional (que se simbolizan respectivamente como $\neg$, $\vee$, $\wedge$ y $\rightarrow$; y que además se definen como funciones veritativas).
b) Del *Cálculo funcional* o la *Lógica de predicados* se toman los siguientes conceptos: El cuantificador universal ($\forall$) y el cuantificador existencial ($\exists$).

[36] MOSTERÍN, J., *Ob. Cit*., p. 58.
[37] Hablamos de teoremas aritméticos y no de teoremas matemáticos, pues la matemática engloba a la geometría y con respecto a esta última Frege sostenía la idea, indiscutiblemente kantiana, de que eran enunciados del tipo *sintético a priori*.
[38] Esto lo hace notar Neil Tennat en su entrada sobre Logicism and Neologicism en The Stanford Encyclopedia of Philosophy cuando nos dice: "Another consequence of successful logicist reduction of a given branch of mathematics is that mathematical certainty (within that branch) is of a piece with certainty about logical truth. The same holds for necessity; and for the *a priori* character of the knowledge concerned" en Tennat, Neil, "Logicism and Neologicism", The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Winter 2017 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = https://plato.stanford.edu/archivies/win2017/entries/logicism/.
[39] Cfr. CARNAP, Rudolf, *Ob. Cit*., p. 41.
[40] Cfr. *Ibíd*., p. 42.

c) Del *Cálculo funcional con identidad* se toma el concepto de identidad, en donde 'a=b' significa que 'a' y 'b' son nombres del mismo objeto.

Inmediatamente Carnap asegura que:

> Los conceptos lógicos ya presentados bastan para definir todos los conceptos matemáticos, y aparte de ellos no se requiere de ningún concepto específicamente matemático para la construcción de la matemática[41].

Lo anterior resulta de gran importancia pues es posible señalar que, bajo la interpretación logicista, la lógica goza de la fuerza teórica suficiente para no recurrir al uso de ningún concepto matemático en la derivación de la matemática.

Además, como es sabido por todos[42], en el siglo XIX se había probado que los números reales se pueden construir a partir de la aritmética (*artimetización del análisis*), por lo que la cuestión principal para el logicismo se centraba en el problema de cómo derivar la noción de número natural a partir de conceptos estrictamente lógicos. Ante tal cuestión se presenta como solución la "condición lógica" de los números naturales como atributos que pertenecen a los conceptos y no a las cosas[43], por ejemplo, cuando decimos que son 12 los apóstoles o que son 7 los días de la semana, lo que ello significa es que bajo el concepto de 'Apóstoles' caen 12 objetos mientras que bajo el concepto de 'Días de la semana' caen 7 objetos. Lo que sigue, para el logicismo, es usar los conceptos primitivos aceptados para modelar la condición lógica de los números naturales, veamos un ejemplo de ello:

Lo primero es definir cuándo un número x de objetos cae bajo el alcance de un concepto[44]. Por ejemplo, la definición de 3 objetos que caen bajo un concepto F, denotado por 3m(F)[45], se define de la siguiente manera:

$$3\mathrm{m}(F) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \exists x_1 \exists x_2 \exists x_3 \, [\neg(x_1 = x_2) \wedge \neg(x_1 = x_3) \wedge \neg(x_2 = x_3) \wedge F(x_1) \wedge F(x_2) \wedge F(x_3)]$$

[41] *Ibídem*. (La traducción es propia).
[42] Cfr. BELL, E.T., *Historia de las matemáticas*, México, FCE, 1985², Cap. XII.
[43] Así pues como nos dice Jesús Mosterín "los números no se dicen de las cosas sino de los conceptos" en MOSTERÍN, Jesús, *Ob. Cit*., p. 58.
[44] Los conceptos se expresan en términos de predicados.
[45] Que se lee "tres objetos m caen bajo el alcance del concepto F".

En base a lo anterior se define la noción de número natural, por ejemplo, la definición del número 3 es la que aquí se presenta:

$3(F) \stackrel{\text{def}}{=} 3\mathrm{m}(F) \wedge \neg\, 4\mathrm{m}(F)$, que equivale a:

$$3(F) \stackrel{\text{def}}{=} \exists x_1 \exists x_2 \exists x_3\, [\neg(x_1 = x_2) \wedge \neg(x_1 = x_3) \wedge \neg(x_2 = x_3) \wedge F(x_1) \wedge F(x_2) \wedge F(x_3)] \wedge$$

$$\forall x_1 \forall x_2 \forall x_3 \forall x_4 \begin{Bmatrix} \big(F(x_1) \wedge F(x_2) \wedge F(x_3) \wedge F(x_4)\big) \rightarrow \\ [\,(x_1 = x_2) \vee (x_1 = x_3) \vee (x_1 = x_4) \vee (x_2 = x_3) \vee (x_2 = x_4) \vee (x_3 = x_4)] \end{Bmatrix}$$

Pero es evidente, por lo anterior, que la definición de número se debe entender como un conjunto de conjuntos, lo que nos lleva inmediatamente a suponer que la noción de conjunto es para los logicistas una noción estrictamente lógica, y de hecho así lo afirma el propio Russell:

> Volviendo ahora a la definición del número, está claro que el número es una forma de agrupar ciertas colecciones, justamente aquellas que tienen un número dado de elementos. Podemos suponer todas las parejas en un apartado, todos los tríos en otro, y así sucesivamente. Obtendríamos de esta manera varios haces de colecciones, compuesto cada uno de ellos por todas las colecciones que tuviesen ciertos números de términos. Cada haz sería una clase cuyos miembros serían colecciones, es decir, clases; sería, pues, una clase de clases. El haz compuesto por todos los pares, por ejemplo, sería una clase de clases: cada pareja sería una clase de dos elementos, y el haz total de las parejas sería una clase con un número infinito de miembros, cada uno de los cuales sería a su vez una clase con dos elementos.[46]

Con respecto a los otros sistemas numéricos, el logicismo no sigue el método tradicional de añadir dichos números al dominio de $\mathbb{N}$ sino que construye un nuevo domino en donde se establecen ciertas correlaciones, por lo que la construcción logicista de los racionales no supone un problema, pero si lo hace la construcción lógica de los reales. Carnap[47], en su conferencia, nos pide que supongamos la serie de los fracciones ordenadas según su magnitud, la tarea es entones definir (construir) a los números reales usando dicha serie. Por un lado tenemos que algunos números reales, los racionales, corresponden o se correlacionan de una forma obvia a las fracciones, mientras que por el otro lado tenemos que existen ciertos números como los irracionales que no cuentan, de manera obvia, con tal correlación. Sin embargo, gracias a los

---

[46] RUSSELL, Bertrand, "Introducción a la Filosofía Matemática" (1919) en RUSSELL, B., *Obras Completas. Tomo II: Ciencia y Filosofía (1897-1919),* p. 1274. Respecto al número 3 que definimos, el lógico inglés dirá: "El número 3 es algo que todos los tríos tienen en común y que los distingue de otras colecciones" (p. 1272).
[47] Cfr. CARNAP, Rudolf, *Ob. Cit*., p. 43.

resultados de Richard Dedekind en 1872[48], los irracionales quedan representados por *brechas* o *cortaduras* en la serie de las fracciones.

Ahora bien, una primera consecuencia que se puede extraer de lo visto hasta ahora, con respecto a la reducción conceptual, es que ellos, los logicistas, no postulan la existencia de los objetos matemáticos (ni los conceptos que los caracterizan) sino que los construyen, así pues, con el caso de los números reales, Carnap comenta lo siguiente:

> El logicista no establece la existencia de estructuras que tienen las propiedades de los números reales a partir de axiomas o postulados; en vez de eso, a través de definiciones explicitas, produce construcciones lógicas que tienen, en virtud de dichas definiciones, las propiedades usuales de los números reales[49]

Se puede decir que para los logicistas la definición no es un mecanismo de creación ontológica, y ello implica de manera inmediata que, por un lado, se evite la introducción de un nuevo indefinible[50] (los únicos indefinibles son los conceptos lógicos ya citados) y por otro lado, los componentes ontológicos últimos de la teoría son los conceptos lógicos primitivos[51], aunque como veremos más adelante, la aceptación de ciertos axiomas imposibilita tal reducción ontológica de la matemática a la lógica.

III

La segunda parte del proyecto logicista consiste, como señalamos anteriormente, en la derivación de los teoremas matemáticos a partir de los axiomas lógicos mediante deducción. Carnap no nombra en su conferencia ningún sistema axiomático para la lógica en concreto, pero insinúa que es suficiente con una simplificación del cálculo lógico expuesto en *Principia*, el cual constaría de:

(1) Cuatro (4) esquemas axiomáticos para el *cálculo proposicional*.

(2) Dos (2) esquemas axiomáticos para el *cálculo de Lógica de predicados*.

[48] Véase Reck, Erich, "Dedekind's Contributions to the Foundations of Mathematics", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2017 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/win2017/entries/dedekind-foundations/>.

[49] CARNAP, Rudolf, *Ob. Cit.*, p. 43. (La Traducción es propia).

[50] Aceptar a la definición como un mecanismo ontológico de existencia, sería aceptar un nuevo indefinible.

[51] Cfr. Francisco Rodríguez Consuegra, “El Logicismo russelliano: Su significado filosófico”, en *CRITICA-Revista Hispanoamericana de Filosofía*, Vol. XXII, número 67, Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM, México, Diciembre 1991, pág. 22

(3) Dos reglas de inferencia. La *regla de sustitución* y el *Modus Ponens*.[52]

Sin embargo, como los enunciados de la matemática se pueden traducir (vía definición) a enunciados lógicos, la segunda tarea del proyecto logicista se puede reinterpretar de la siguiente manera, tal como lo señala Carnap: "todo enunciado matemático demostrable (que sea un teorema), es traducible a otro que contenga símbolos lógicos primitivos y pueda ser probado dentro de la lógica"[53]. Pero esta parte del proyecto logicista viene acompañada de algunas dificultades. Por una parte tenemos que para probar ciertos teoremas de la *Aritmética*, el *Análisis* y la *Teoría de conjuntos*, los axiomas lógicos no son suficientes y se necesitan de otros axiomas (de naturaleza existencial), como lo son el *axioma de infinitud* (AI)[54] y el *axioma de elección* (AE)[55].

Dichos axiomas han sido criticados desde su aparición por los matemáticos finitistas[56], dado su carácter no constructivo y existencial. De hecho, la introducción de estos axiomas equivale a "el abandono del proyecto fregeano de presentar a esta ultima –la aritmética– como una prolongación de la lógica"[57].

Russell y Whitehead ofrecen un intento de solución a la dificultad que representa la introducción de AI y AE. La idea general de dicha solución es proponer que la matemática trate

---

[52] El cálculo comentado por Carnap se parece al presentado en GÖDEL, Kurt, "La suficiencia de los axiomas del calculo lógico de Primer orden" (1930) en GÖDEL, K. *Obras completas*, Jesús Mosterín (Ed.). Madrid, Alianza Editorial, 1989[2], quién además toma su sistema axiomático para la *Lógica de primer orden* de los *Principia*. Dicho cálculo es el siguiente (agregamos los paréntesis a los axiomas para facilitar la lectura):
Axiomas:
Ax.1: $(X \vee X) \rightarrow X$
Ax.2: $X \rightarrow (X \vee Y)$
Ax.3: $(X \vee Y) \rightarrow (Y \vee X)$
Ax.4: $(X \rightarrow Y) \rightarrow \big((Z \vee X) \rightarrow (Z \vee Y)\big)$
Ax.5: $\forall x\,(Px \rightarrow Py)$
Ax.6: $\forall x\,(X \vee Px) \rightarrow (X \vee \forall x\, Px)$
Reglas:
R.1: *Modus Ponens*: De α y $\alpha \rightarrow \beta$ se deduce β.
R.2: La *regla de sustitución* para variables proposicionales y predicativas.

[53] CARNAP, Rudolf, *Ob. Cit.*, pág. 44 (La traducción es propia).

[54] El Axioma de infinitud tiene la siguiente formulación : $\exists x\,\Big(\emptyset \in x \wedge \forall z\,\big((z \in x) \rightarrow (z \cup \{z\} \in x)\big)\Big)$. Cf. DI PRISCO, Carlos, *Ob. Cit.*, p. 26. También recomendamos revisar la entrada *axioma de infinitud* en MOSTERÍN, J. y TORRETTI, R., *Ob. Cit.*, p. *50*.

[55] El axioma de elección tiene la siguiente formulación: Todo conjunto tiene una función selectora, $\forall x \exists f\,\big(f\ es\ una\ función, dom\,(f) = x \backslash \{\emptyset\} \wedge \forall y (y \in dom(f) \rightarrow f(y) \in y)\big)$. Cf. MOORE, G., *Zermelo's Axiom of choice*, Berlín, Springer-Verlag, 1982 Y JECH, T., *The axiom of choice*, Amsterdam, North-Holland, 1973.

[56] Como por ejemplos los constructivistas y los intuicionistas.

[57] KNEALE, W. y KNEALE, M., *Desarrollo de la lógica*, Madrid, Editorial Tecnos, 1972, p. 622.

sobre enunciados condicionales y no categóricos, por ello, si un enunciado P sobre la aritmética necesita del AE o del AI, entonces se transforma en un enunciado condicional (AE → P o AI → P), y este último podría entonces derivarse de los axiomas lógicos.

Pero el logicismo debe enfrentarse a otros problemas, entre ellos, los implicados por su mecanismo lógico para evitar el surgimiento de paradojas.

IV

Russell introduce la *teoría simple de tipos* en 1902 como una forma de erradicar las paradojas de la *Teoría de conjuntos*. La idea general de la *teoría simple de tipos*, es la división del lenguaje con el que predicamos de los entes lógico-matemáticos. Así, tenemos que considerando las propiedades que se aplican a un solo objeto, Russell logró una clasificación de las expresiones del siguiente modo:

Tipo 0: A este tipo pertenecen los nombres de los objetos[58] (denotados por símbolos constantes: $a_i, para\ i\ \in\ \square$)

Tipo 1: A este tipo pertenecen los predicados sobre individuos del tipo 0[59] (Donde simbolizamos de la siguiente manera: $F_i(a_j), para\ i, j\ \in\ \square$)

Tipo 2: A este tipo pertenecen las predicados sobre predicados de objetos del tipo 0[60] (Donde simbolizamos de la siguiente manera: $P_i(F_j), para\ i, j\ \in\ \square$)

Y así sucesivamente…

Dentro de esta jerarquía (sin final, esto es, potencialmente infinita), la regla básica para la creación de expresiones (o *fórmulas bien formadas*) es que cada predicado perteneciente a un tipo n solo puede ser aplicado a expresiones del tipo inmediatamente inferior (n-1)[61], por lo que expresiones de la forma $F_i(F_i)$ no resultan ni verdaderas ni falsas, sino que son carentes de sentidos por precisamente violar la regla. Por lo dicho hasta ahora se puede intuir que, en el seno

---

[58] En el plano semántico: Los objetos o individuos de la teoría.
[59] En el plano semántico: Las propiedades de los objetos o conjuntos de objetos.
[60] En el plano semántico: Las propiedades de las propiedades, o propiedades de segundo nivel o conjuntos potencias de los conjuntos del nivel anterior. Por ejemplo, el concepto $3(F)$ pertenece a este tipo.
[61] Cfr. RUSSELL, Bertrand, "La lógica matemática y su fundamento en la teoría de los tipos" (1908) en RUSSELL, B., *Lógica y conocimiento* (1901-19050), Comp. Robert Charles Marsh, Madrid, Taurus, 1966, p.105.

de la *teoría simple de tipos*, ningún predicado puede predicarse (o aplicarse) a sí mismo y, por ende, resulta imposible derivar paradojas como las de Russell, Cantor y Burali-Forti.

Pero para Russell, la *teoría simple de tipos* no resultaba suficiente para erradicar a las paradojas, pues el origen de las mismas tenía su razón de ser en lo que el autor llama las *definiciones impredicativa*. Siguiendo a Carnap tenemos que "una definición es impredicativa si define un concepto en términos de una totalidad a la cual pertenece el concepto"[62]. Es por ello que el filósofo inglés introduce el mecanismo de ramificación de los tipos, creando así la *Teoría ramificada de tipos* con la pretensión de vencer no solo a las paradojas conjuntistas sino también a las paradojas semánticas, esto es, erradicar la impredicatividad. La idea básica de la ramificación es la de dividir cada tipo n en un conjunto de órdenes, en donde al primer orden de n pertenecen todos aquellos predicados que no se definen en función a la totalidad de los predicados del tipo n, al segundo orden de n pertenecen todos aquellos predicados que se definen en función de todos los predicados del primer orden del tipo n, al tercer orden de n pertenecen todos aquellos predicados que se definen en función de todos los predicados del segundo orden del tipo n, y así sucesivamente.

Sin embargo, aunque la *teoría ramificada de tipos* solucionaba el problema de las *definiciones impredicativas* y, por lo tano, el de las paradojas semánticas, generaba problemas para la construcción de la matemática, en especial para la construcción de la *teoría de los números reales*, pues como afirma Carnap: "muchos teoremas fundamentales no solo no podían probarse, sino que ni siquiera podían escribirse"[63] [64].

Russell-Whitehead para solucionar este último problema introducen el tan famoso *Axioma de Reducibilidad* (AR), que tiene por objetivo el permitir que los diferentes órdenes de un tipo n se reduzcan al orden inferior del tipo n[65].

---

[62] CARNAP, Rudolf, *Ob. Cit*., p. 47 (La traducción es propia).
[63] *Ibíd*., p. 46 (La traducción es propia).
[64] El matemático de la escuela formalista, Paul Bernays, comenta que las *definiciones impredicativas* se usan, por ejemplo, en la *Teoría de los números reales*, para el teorema que afirma que un conjunto acotado de reales siempre tiene al menos un supremo, Cf. *BERNAYS*, P., *El platonismo en matemática*, Caracas, UCV-Ediciones de la Biblioteca, 1982, p. 19.
[65] Gregory Moore ofrece una sencilla definición del *Axioma de Reducibilidad* que dice así: "En la teoría ramificada de tipo, axioma que establece que toda proposición es equivalente a una de primer orden", esta definición se puede encontrar en el Glosario de MOORE, G., "A house divided against itself: The emergence of first-order lógica as the

AR es en realidad un axioma *ad hoc*, pues ni los propios autores de *Principia* se encontraban convencidos de su carácter de axioma y, mucho menos, de su carácter lógico. Se trataba más bien de una salida de emergencia 'peligrosa e improvisada', que de un verdadero pilar para la reconstrucción consistente y racional de la matemática.

Autores como Kurt Gödel[66] piensan que la pretensión de Russell y Whitehead de eliminar todas las *definiciones impredicativas* –y, por lo tanto, todas las proposiciones autorreferenciales–, es una posición drástica e innecesaria. Sin duda alguna es cierto que existen proposiciones que al referirse a sí mismas generan contradicciones, como es el caso de la *paradoja de Epiménides*, pero existen otras tantas proposiciones que se refieren a sí mismas sin generar contradicciones, como es el caso de la proposición: 'La presente oración se encuentra en español', pues ella resulta verdadera y no-contradictoria.

Siguiendo a Gödel tenemos que la *teoría ramificada de tipos* no solo elimina más de lo que debería eliminar, sino que también amenaza la definición logicista de número y va en contra de lo que comúnmente se entiende por *principio lógico*. Recordemos que Frege y Russell concebían a los números como conjuntos de conjuntos, por ejemplo, el número dos era considerado como el conjunto de todos los conjuntos de dos elementos. Recordemos, de igual forma, que principios lógicos como el de *tercero excluso* nos dicen que toda proposición es o bien verdadera o bien falsa. Pero la definición de número y principios como el *tercero excluso* resultan *impredicativos*, por lo que violan la regla de la jerarquía ramificada según la cual "lo que presupone la totalidad de una colección no debe formar parte de la colección"[67]. Una posible solución sería limitar la generalidad de los principios lógicos y de los sistemas numéricos a cada tipo lógico pertinente, pero esto va en contra de los ideales de Russell y Whitehead que afirmaban la universalidad de la lógica y por ende de los números naturales.

El *Axioma de reducibilidad* representa a la perfección el antiguo adagio 'en ocasiones el remedio resulta peor que la enfermedad'. Dicho axioma representa incluso la muerte prematura de la tesis central del logicismo, pues el ideal de reducir la matemática a la lógica se derrumba. Lo que se termina haciendo es reducir la matemática a la lógica + AR, pero AR equivale a la

basis for mathematics" en PHILLIPS, E. (Ed.), *Studies of History of Mathematics*, The Mathematical Association of America, 1987, p. 130. (La traducción es propia).

[66] Cfr. GÖDEL, Kurt, "La lógica matemática de Russell" (1944) en GÖDEL, Kurt, *Ob. Cit.*

[67] Cfr. RODRÍGUEZ, F., "Tipos lógicos, Lenguaje y Filosofía" En ORAYEN, R. y MORETTI, *Ob. Cit.*, p.220.

existencia de clases[68] [69]. En lo que resulta entonces el proyecto logicista de *Principia* es en una reducción de la matemática en la lógica y la teoría de conjuntos, lo cual para Mosterín resulta una tesis trivial[70].

De esta manera el proyecto logicista de *Principi*a se veía amenazado por un dilema:

(α) Primer cuerno del dilema: Se opta solo por la *teoría simple de tipos* que no logra solucionar las *paradojas semánticas* y, por ende, no logra librarse de las *definiciones impredicativas* en su totalidad.

(β) Segundo cuerno del dilema: Se opta por la *teoría ramificada de tipos* + AR y, en consecuencia, la tesis logicista no sólo se trivializa sino que además se dificulta el tratamiento de la *Teoría de los números reales*[71].

V

El filósofo y matemático Frank Ramsey defendió, en 1929, que no existían razones para pensar que las *paradojas semánticas* afecten las matemáticas de manera integral y, por lo tanto, las *definiciones impredicativas* podían considerarse dentro del quehacer matemático[72]. Es por esta razón que Ramsey y Carnap conjeturaron que solo era necesaria la *teoría simple de tipos* para llevar a buen término la reducción propuesta por el logicismo, pero los resultados limitativos de Gödel de 1931 demuestran la inviabilidad de dicho proyecto.

Como es sabido, Gödel demostró en 1931[73] que para todo sistema formal similar al de *Principia Mathematica* (que sea recursivo y del cual se puedan derivar los axiomas de Peano como teoremas), se tiene que dicho sistema, bajo hipótesis de su consistencia, no es completo y, además, se demostró que si el sistema es consistente entonces no se puede derivar del sistema una fórmula que asegure la consistencia del mismo (no se puede llevar a cabo una prueba absoluta de consistencia como lo exigía David Hilbert en su *Teoría de la prueba*). El resultado

[68] Cfr. MOSTERÍN, Jesús, *Ob. Cit.*, p. 159.
[69] Clases que ya habían sido desterradas en *Principia* cuando Russell y Whitehead aceptaron la tan famosa "teoría sin clases" que sustituía estas últimas por funciones proposicionales.
[70] Cfr. *Ibídem*.
[71] Cfr. CARNAP, Rudolf, *Ob. Cit.*, p. 49.
[72] Cfr. *Ibídem*.
[73] Cfr. GÖDEL, Kurt, "Proposiciones formalmente indecidibles en *Principia Mathematica* y sistemas afines" (1931) en GÖDEL, Kurt, *Ob. Cit.*

metamatemático gödeliano es la última estocada contra el logicismo, y representa la imposibilidad de llevar a cabo la derivación de la matemática a partir de la lógica, tanto en el plano teoremático como en el conceptual, y así, y con esto finalizamos, nos lo hacen saber los Kneale:

> Cuando decimos que la aritmética y, con ella, todos los cálculos funcionales de orden superior, así como todas las versiones de la teoría de conjuntos, son esencialmente incompletos, estamos efectivamente admitiendo que esas teorías envuelven alguna noción, o más de una, de la que no cabe ofrecer una exhaustiva caracterización mediante el establecimiento de una serie de reglas de inferencia; y ésta parece constituir una buena razón para excluirlas del dominio de la lógica.[74]

[74] KNEALE, W. y KNEALE, M. *Ob. Cit*., p. 673.

Algunas notas introductorias sobre la Teoría de conjuntos

Franklin Galindo
(Universidad Central de Venezuela)

UCV ESCUELA DE FILOSOFÍA
apuntes filosóficos
Vol. 28 No. 55

Algunas notas introductorias sobre la Teoría de Conjuntos

Franklin Galindo

Resumen: El objetivo de este documento es presentar tres notas introductorias sobre la Teoría de conjuntos: En la primera nota se presenta una panorámica general sobre dicha disciplina desde sus orígenes hasta la actualidad, en la segunda nota se hacen algunas consideraciones sobre la evaluación de razonamientos aplicando la Lógica de primer orden y los teoremas de Löwenheim, Indecidibilidad de Church, Completitud e Incompletitud de Gödel, es conocido que las teorías axiomáticas de conjuntos más usadas en la actualidad se escriben en un lenguaje de primer orden específico, es decir, se desarrollan en el marco de la Lógica de primer orden, por eso es relevante esta nota; y la tercera nota se refiere a la presencia del platonismo matemático en los axiomas de ZFC y en los axiomas de "cuerpo ordenado completo", se sabe que los últimos axiomas mencionados caracterizan (salvo isomorfismo) al sistema de los números reales y que se utilizan actualmente para desarrollar el Análisis real en el contexto de la teoría de conjuntos. Se aspira que este artículo sea de utilidad pedagógica para estudiantes interesados en la teoría de conjuntos y en la filosofía de la matemática (que se estén iniciando en el tema).

Palabras clave: Teoría De Conjuntos, Lógica De Primer Orden, Cuerpo Ordenado Completo, Análisis Real, Platonismo Matemático, Constructivismo.

Abstract: The objective of this document is to present three introductory notes on set theory: The first note presents an overview of this discipline from its origins to the present, in the second note some considerations are made about the evaluation of reasoning applying the first-order Logic and Löwenheim's theorems, Church Indecidibility, Completeness and Incompleteness of Gödel, it is known that the axiomatic theories of most commonly used sets are written in a specific first-order language, that is, they are developed within the framework of first-order logic, so this note is relevant; and the third note refers to the presence of mathematical platonism in the axioms of ZFC and in the axioms of "complete ordered field", it is known that the last axioms mentioned characterize (except isomorphism) the real number system and are currently used to develop the real Analysis in the context of set theory. It is hoped that this article will be of pedagogical utility for students interested in set theory and in the philosophy of mathematics (that are beginning in the subject).

Keywords: Set Theory, First Order Logic, Complete Ordered Field, Real Analysis, Mathematical Platonism, Constructivism.

1. Introducción

La finalidad de este documento es presentar tres notas introductorias sobre la Teoría de conjuntos: En la primera nota se presenta una panorámica general sobre dicha disciplina desde sus orígenes hasta la actualidad, en la segunda nota se hacen algunas consideraciones sobre la evaluación de razonamientos aplicando la Lógica de primer orden y los teoremas de Löwenheim, Indecidibilidad de Church, Completitud e Incompletitud de Gödel. Es conocido que las teorías axiomáticas de conjuntos más usadas en la actualidad se escriben en un lenguaje de primer orden específico, es decir, se desarrollan en el marco de la Lógica de primer orden, por eso es relevante esta nota; y la tercera nota se refiere a la presencia del platonismo matemático en los axiomas de ZFC y en los axiomas de "cuerpo ordenado completo". Se sabe que los últimos axiomas mencionados caracterizan (salvo isomorfismo) al sistema de los números reales y que se utilizan actualmente para desarrollar el Análisis real en el contexto de la teoría de conjuntos. Se aspira que este artículo sea de utilidad pedagógica para estudiantes interesados en la teoría de conjuntos y en la filosofía de la matemática (que se estén iniciando en el tema). A continuación se empieza con la exposición de dichas notas siguiendo el orden mencionado.

2. Cantor y la Teoría de Conjuntos contemporánea

A continuación se presenta una panorámica general sobre la Teoría de conjuntos desde sus orígenes hasta la actualidad.

Sobre la Teoría de conjuntos, Bagaría dice lo siguiente:

> La teoría de conjuntos es una disciplina matemática relativamente reciente. Tiene sus orígenes en la teoría de Cantor sobre los ordinales y cardinales transfinitos, desarrollándose a lo largo del siglo XX hasta convertirse en un área de investigación matemática de gran complejidad técnica y conceptual. La teoría de conjuntos es, por una parte, la teoría matemática del infinito, y como tal es una teoría matemática más. Pero, por otra parte, la teoría de conjuntos es también el fundamento sobre el que descansan todas las demás teorías matemáticas, en el sentido de que prácticamente toda la matemática puede, en principio, reducirse formalmente a la teoría de conjuntos. Este papel fundacional hace que la teoría de conjuntos ocupe un lugar muy especial entre las diferentes aéreas de la matemática y que tenga un interés también filosófico.[1]

Sobre los orígenes de la Teoría de conjuntos vale la pena agregar el siguiente comentario de Peneloe Maddy, a la cita anterior de Bagaría:

[1] BAGARÍA, J. *La teoría de conjuntos*. La Gaceta de la RSME, Vol. 15 (2012), Núm. 2, p. 369.

> La teoría de conjuntos, tal como la conocemos ahora, es resultado de la confluencia de dos acontecimientos históricos bien diferenciados: por un lado, la obra de Gottlob Frege, realizada entre la década de 1870 y los primeros años del siglo XX; y por otro, la de Georg Cantor, aproximadamente en el mismo período. El hecho de que las motivaciones originales de Frege eran al menos parcialmente filosóficas, mientras que las de Cantor eran en un principio mayormente matemáticas, sólo confirma la riqueza de las raíces conceptuales de la teoría.[2]

Georg Cantor (1845-1918) es considerado el padre de la Teoría de conjuntos. La primera investigación sobre los conjuntos infinitos se atribuye a Bernard Bolzano (1782-1848), quien introdujo el término *Menge* (conjunto). Sin embargo, fue Cantor quien se dio cuenta de la importancia de las funciones uno a uno entre conjuntos e introdujo el concepto de cardinalidad de un conjunto. Con Cantor se originó la teoría de los números cardinales (infinitos) y ordinales (infinitos), así como las investigaciones de la topología de la recta real. Cantor comenzó a publicar sus investigaciones en un artículo de 1874, donde demostró que el conjunto de los números reales no es numerable, mientras que el conjunto de todos los números reales algebraicos es numerable. En otro artículo de 1878 dio la primera formulación de su famosa Hipótesis del continuo[3].

En el primer párrafo del primer capítulo de una de sus obras, "Fundamentos para una teoría general de conjuntos" de 1883, Cantor dice:

> La precedente exposición de mis investigaciones en Teoría de Conjuntos ha llegado a un punto en el que su continuación depende de una extensión del verdadero concepto de número más allá de los límites conocidos, y esta extensión va en una dirección que hasta donde yo sé no había sido explorada antes por nadie.[4]

¿Y cuáles son esos nuevos números a los cuales se refiere Cantor? Es conocido que son los números transfinitos: Los números ordinales (infinitos) y los números cardinales (infinitos).

Una presentación intuitiva y contemporánea de la secuencia infinita de los números ordinales de Cantor (*Ord*) –ordinales finitos y ordinales infinitos (transfinitos) –es la siguiente:

---

[2] MADDY, P. *Naturalism in Mathematics*. Oxford, Clarendon Press, 1997, p. 3. (Traducción propia)
[3] Cfr. JECH, T. *Set Theory*. Springer. 2000.
[4] CANTOR, C. "Fundamentos para una Teoría General de Conjuntos. Una investigación matemático-filosófica sobre la Teoría del infinito" (1882) en Cantor, G., *Fundamentos para una Teoría General de Conjuntos. Escritos y correspondencia selecta*. Edición de José Ferreirós, Barcelona, Editorial Crítica, 2005, p. 85.

$0 = \emptyset$

$1 = \{0\}$

$\vdots$

$n = \{0, \dots, n - 1\}$

$\vdots$

$\omega = \{0, 1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{N}$

$\omega + 1 = \{0, 1, 2, 3, \dots, \omega\}$

$\omega + 2 = \{0, 1, 2, 3, \dots, \omega, \omega + 1\}$

$\omega + 3 = \{0, 1, 2, 3, \dots, \omega, \omega + 1, \omega + 2\}$

$\vdots$

$\omega + \omega = \{0, 1, 2, \dots, \omega, \omega + 1, \omega + 2, \omega + 3, \dots\}$

$(\omega + \omega) + 1 = \{0, 1, 2, \dots, \omega, \omega + 1, \omega + 2, \omega + 3, \dots, \omega + \omega\}$

$\vdots$

Se aprecia claramente que cada ordinal es igual al conjunto de los ordinales que lo preceden (Esta idea es original de Zermelo y von Neumann[5]), y además que la secuencia es infinita. Es conocido que se pueden definir operaciones aritméticas para los números ordinales, por ejemplo *suma*, *multiplicación* y *potenciación* y que dichas operaciones satisfacen algunas propiedades de la aritmética usual de los números naturales y otras no[6].

Un teorema clásico relevante sobre los ordinales que se debe a Cantor es el siguiente:

Teorema 2.1 (Teorema de la Forma Normal de Cantor). *Cualquier número ordinal* $\alpha > 0$ *puede ser representado de manera única de la forma:*

$$\alpha = \omega^{\beta_1} . k_1 + \dots + \omega^{\beta_n} . k_n,$$

donde $n \geq 1$, $\alpha \geq \beta_1 > \cdots > \beta_n$, *y* $k_1, \dots, k_n$ *son naturales distintos de cero.*

[5] Cfr. JECH, T., *Ob. Cit.*

[6] Cfr. DI PRISCO, C., *Teoría de Conjuntos*. Universidad Central de Venezuela: Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico. 2009; HRBACEK, K. y JECH, T., *Introduction to set theory*. Marcel Dekker, Inc. 1999; Enderton, H., *Elements Set Theory*. Academic Press. 1977.

Una prueba de tal teorema puede encontrarse (entre otros) en *Introduction to set theory* de Hrbacek-Jech y *Set Theory* de Jech, ella usa inducción transfinita, un método de prueba introducido por Cantor[7]. Vale la pena resaltar que con este teorema se demuestra el Teorema de Goodstien (*"Toda sucesión de Goodstien que comience en el número natural que sea –distinto de cero–, termina en cero"*). Una formulación y demostración rigurosa de dicho teorema puede encontrarse (entre otros) en *Introduction to set theory* de Hrbacek-Jech. Y más todavía, la prueba de que el Teorema de Goodstien no es demostrable con la Aritmética de Peano fue realizada por Kirby y Paris en 1982[8], esto proporciona un ejemplo concreto del Teorema de Incompletitud de Gödel (1931), el cual se enuncia más adelante en este trabajo (en la siguiente sección 3). Otro ejemplo de una proposición aritmética (concreta) verdadera que no es demostrable en la Aritmética de Peano es *"una modificación del Teorema de Ramsey finito"* que descubrieron Paris y Harrington en 1977[9], ellos demostraron que tal proposición no es demostrable en la Aritmética de Peano. Una definición y demostración rigurosa de dicha proposición ("la modificación del Teorema de Ramsey finito") se puede encontrar (entre otros) en *Teoría de Conjuntos* de Carlos Di Prisco.

Una presentación intuitiva de la secuencia infinita de los números cardinales (transfinitos) de Cantor es la siguiente:

$$\aleph_0, \aleph_1, \aleph_2, \aleph_3, \ldots, \aleph_\omega, \aleph_{\omega+1}, \aleph_{\omega+2}, \aleph_{\omega+3}, \ldots, \aleph_{\omega+\omega}, \ \ldots$$

Toda la secuencia de los números cardinales transfinitos (*Card*) se puede definir por inducción transfinita en los ordinales de la siguiente forma:

$$\aleph_0 = \omega$$

$$\aleph_{\alpha+1} = (\aleph_\alpha)^+ = \{\beta \in Ord : \beta \text{ es equipotente a algún subconjunto de } \aleph_\alpha\}$$

$$\aleph_\gamma = \bigcup_{\beta<\gamma} \aleph_\beta \text{ , si } \gamma \text{ es límite.}$$

---

[7] Cfr. JECH, T., *Ob. Cit.*

[8] Cfr. PIZA, E., "Hércules contra la Hidra y la muerte del internet". *Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones*, 2004 **11**(1): 1-16.

[9] Cfr. CARLOS, D., *Ob. Cit.*

Es conocido que se pueden definir operaciones aritméticas para los números cardinales, por ejemplo *suma*, *multiplicación* y *potenciación* y que dichas operaciones satisfacen algunas propiedades de la aritmética usual de los números naturales y otras no[10].

Tres teoremas clásicos de Cantor sobre los números reales y la topología de la recta real (que involucran números transfinitos) son los siguientes:

Teorema 2.2.

1. *El conjunto de los números reales* $\mathbb{R}$ *no es numerable, es decir,* $\mathbb{R}$ *no es equipotente al conjunto de los números naturales* $\mathbb{N}$.
2. *Para todo conjunto A se cumple que:* $|A| < |\wp(A)|$. *Es decir, ningún conjunto es equipotente a su conjunto de partes.*

Una prueba de este teorema puede encontrarse *Set Theory* de Jech, *Introduction to set theory* de Hrbacek - Jech y *Elements Set Theory* de Enderton. Es famosa la prueba del mismo usando el "Método de la diagonal de Cantor".

Teorema 2.3. *Cualesquiera dos órdenes lineales densos, numerables y no acotados son isomorfos.*

Una prueba de este resultado puede encontrarse (entre otros) en *Set Theory* de Jech. Un método usado en la prueba para construir el isomorfismo es conocido como "zig-zag".

Teorema 2.4 (Cantor-Bendixson). *Si C es un subconjunto cerrado no numerable de números reales, entonces* $C = P \cup S$, *donde P es un conjunto perfecto y S es a lo sumo numerable.*

Una prueba de tal teorema puede encontrarse (entre otros) en *Set Theory* de Jech y *Una Introducción a la teoría descriptiva de conjuntos* de Di prisco – Uzcátegui. Ella usa inducción transfinita en los ordinales.

Con respecto a la teoría de conjuntos de Cantor, David Hilbert (1862-1943) dice lo siguiente:

---

[10] Cfr. CARLOS, D. *Ob. Cit.*; HRBACEK, K. y JECH, T., *Ob. Cit.*; ENDERTON, H., *Ob. Cit.*

> Sin embargo, por sí solo el análisis resulta insuficiente para proporcionarnos una visión de la más profunda esencia del infinito. Esta visión la encontramos más bien en la teoría de conjuntos de Georg Cantor, una disciplina más cercana a un enfoque filosófico general que ubica todo el complejo de problemas relativo al infinito en una nueva perspectiva. Lo que aquí nos importa de ella es precisamente aquello que en verdad constituye su núcleo fundamental, esto es, *la teoría de los números transfinitos*. En mi opinión, el sistema de Cantor constituye no sólo la flor más admirable que el espíritu matemático ha producido, sino igualmente uno de los logros más elevados de la actividad intelectual humana en general.[11]

Con respecto a los principios de la Teoría de conjuntos cantoriana a continuación se cita un comentario de Cantor sobre el "Principio del Buen Orden" que aparece en su texto de 1883 mencionado anteriormente y después se citan unas palabras sobre dicho comentario escritas por Ferreirós en el 2006 que se encuentran en el mismo libro en una sección llamada "Notas del editor" (Es la nota número siete y Ferreirós es el editor del texto).

Georg Cantor (1883):

> El concepto de *conjunto bien ordenado* resulta ser fundamental para la teoría entera de conjuntos. Siempre resulta posible poner cualquier conjunto *bien definido* en la *forma* de un conjunto *bien ordenado*; a esta ley del pensamiento, que en mi opinión es fundamental y rica en consecuencias, y especialmente notable en razón de su validez general, retornaré en un artículo posterior[12].

El comentario de Ferreirós (2006) sobre la cita anterior de Cantor es el siguiente:

> Esta frase resulta sumamente significativa, ya que en ella Cantor formula el Teorema del Buen Orden, si bien lo considera como un principio lógico o "ley del pensamiento" [Denkgesetz]. Años más tarde intentaría ofrecer una demostración, como sabemos por las cartas de Hilbert y Dedekind: en 1897-1899 planeaba escribir una tercera parte de Beiträge dedicada a este asunto. Sin embargo, ese artículo no llegó a publicarse, de modo que el Teorema del Buen Orden no volvió´ a ser mencionado por Cantor después de 1883. Lo planteó nuevamente David Hilbert (1862-1943) en el primero de sus celebres "Mathematische Probleme" de 1900. Ernst Zermelo (1871-1953) ofreció dos demostraciones en 1904 y 1908, sobre la base del Axioma de Elección, con lo que suscitó un intenso debate en torno a la teoría de conjuntos y los métodos abstracto**s**.[13]

Considerando el párrafo anterior de Ferreirós vale la pena destacar dos cosas:

---

[11] HILBERT, D., "Acerca del Infinito" en *Fundamentos de las Matemáticas*, México, Mathema, 1993, p. 89.
[12] CANTOR, C., *Ob. Cit.*, p. 91.
[13] FERREIRÓS, J., "Anotaciones", Nota 7en Cantor, G., *Ob. Cit.*, p.146.

(1) Quizá, como dicen algunos conjuntistas, el Axioma de elección (*Todo conjunto tiene una función selectora*) es el axioma más discutido de las matemáticas después del axioma euclidiano de las paralelas. Dicho axioma tiene argumentos a favor (por ejemplo, que es rico en consecuencias matemáticas interesantes) y argumentos en contra (por ejemplo, que no es constructivo). También es conocido que el Axioma de elección es equivalente al Principio del Buen Orden cantoriano, al Lema de Zorn y al Teorema de Tychonoff (de la topología)[14], y que es independiente del resto de los axiomas estándar de la Teoría de conjuntos (ZF), la demostración de la independencia se debe a Gödel (1938-1940), usando la técnica de los conjuntos constructibles[15], y a Cohen (1963-64) usando el método de forcing y automorfismos[16]. Según el texto *Consequences of the Axiom of Choice* de Howard - Rubin, el Axioma de elección tiene al menos 383 formas, donde cada una de las formas tiene al menos un enunciado equivalente o consecuencia estricta del Axioma de elección, existen algunas formas que tienen varios enunciados equivalentes o consecuencias estrictas de dicho axioma. Estas 383 formas (los anunciados que las constituyen) se pueden clasificar a su vez según las distintas áreas de las matemáticas a los cuales pertenecen: formas algebraicas, formas de análisis, formas de números cardinales, formas de elección, Teoremas de punto fijo, formas de Teoría de Grafos, formas lógicas, Principios maximales, formas que involucran medidas sobre conjuntos, formas diversas, Principios ordenadores que incluyen propiedades de órdenes parciales, y formas topológicas (incluyendo propiedades del conjunto de los números reales). Es decir, el Axioma de elección es un tema bastante interesante y es un importante foco de investigación de la teoría de conjuntos contemporánea[17].

[14] Cfr. DI PRISCO, C., *Ob. Cit.*
[15] Cfr. GÖDEL, K., *Obras Completas*. Madrid, Alianza. 1981; Kunen, K., *Set Theory. An Introduction to Independence Proofs*. College Publications. 2011; Jech, T., *Ob. Cit.*
[16] Cfr. COHEN, P., *Set Theory and The Continuum Hypothesis*. Dover Publications, 2008; Kunen, K., *Ob. Cit.*; Jech, T., *Ob. Cit*.
[17] Cfr. MOORE, G., *Zermelo's Axiom of Choice. Its Origins, Development, and Influence*. Dover Publications. 2013; Jech, T., *The Axiom of Choice*. North-Holland Publishing Company, 1973; Herrlich, H., *Axiom of Choice*. Berlín, Springer, 2006.

(2) Hoy en día (después de la axiomática para la Teoría de conjuntos ofrecida por Zermelo en 1908[18] para "salvar" a la teoría de conjuntos de las paradojas de Russell, Cantor, Burali-forti, etc.[19], la teoría de conjuntos se estudia de manera axiomática, y se han propuesto varias teorías axiomáticas alternativas, por ejemplo la de Zermelo-Fraenkel (ZFC), la de Neumann-Gödel-Bernays (NBG), la de Morse-Kelly (MK), la de Teoría de Tipos (ST), dos axiomáticas de Quine (NF y ML), la Teoría axiomática de conjuntos con átomos (ZFA), etc. Un resumen de las axiomatices mencionadas puede encontrarse en *Introduction to Mathematical Logic* de Mendelson. Una exposición detallada de NBG puede encontrarse (entre otros) en *Introduction to Mathematical Logic* de Mendelson. Una exposición detallada de ZFC puede encontrarse (entre otros) en los textos *Teoría de conjuntos* de Di Prisco, *Introduction to set theory* de Hrbacek - Jech, *Elements Set Theory* de Enderton, *Set Theory. An Introduction to Independence Proofs* de *Kunen* y *Set Theory* de Jech. Tal vez la axiomática más usada actualmente sea ZFC, la misma es una teoría en primer orden con los siguientes axiomas propios (sus axiomas lógicos son los axiomas del Cálculo de predicados de primer orden, ver una presentación de los mismos en *Una Introducción Matemática a la Lógica* de Enderton, *Introducción a la Lógica Matemática* de Di Prisco, *Introduction to Mathematical Logic* de Mendelson y *Model Theory* de Chang - Keisler, entre otros):

1. *Axioma de Extensionalidad:* Si X y Y son dos conjuntos que tienen los mismos elementos, entonces ellos son iguales.

2. *Axioma de pares:* Si X e Y son dos conjuntos, entonces existe un conjunto $Y = \{X, Y\}$, cuyos elementos son exactamente X e Y.

3. *Axioma de comprensión:* Si $P(X)$ es una propiedad bien definida, entonces para cualquier conjunto X existe un conjunto $Y = \{Z \in X : P(Z)\}$

4. *Axioma de la unión:* Si X es un conjunto, entonces existe un conjunto $Y = \bigcup X$, la unión de todos los elementos de X.

[18] Cfr. Hijenoort, J., *From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*. Harvard University Press. 1976.
[19] Véase en especifico Garrido, M., *Lógica Simbólica*. Madrid, Tecnos, 2003, p. 524.

5. *Axioma del conjunto potencia:* Para todo conjunto X, existe un conjunto $Y = \wp(X)$, el conjunto de los subconjuntos de X.

6. *Axioma del infinito:* Existe un conjunto infinito.

7. *Axioma de reemplazo:* Si F es una función definible, entonces para cualquier conjunto X existe un conjunto $Y = F(X) = \{F(x): x \in X\}$.

8. *Axioma de regularidad o fundamentación:* Cualquier conjunto no vacío tiene un elemento $\in$-minimal.

9. *Axioma de elección (AE):* Cualquier familia de conjuntos no vacíos tiene una función de elección (o una función selectora).

Una explicación histórica sobre la discusión que se dio dentro de la matemática para que se aceptara desarrollar la teoría de conjuntos en el marco de la Lógica de primer orden y no en el marco de otro sistema lógico –como por ejemplo la Lógica de segundo orden– puede encontrarse (entre otros) en *House divide against itself: The emergence of first-Order logic as the basis for mathematics* de Gregory Moore.

¿Qué relación existe entre todas las teorías axiomáticas mencionadas anteriormente (ZFC, NBG, MK, ST, NF, ML y ZFA)? ¿Son equivalentes? Estas son preguntas que se han intentado responder en algunos aspectos[20]. Otro tema interesante con respecto a las teorías axiomáticas de conjuntos son los candidatos a nuevos axiomas para ampliar su capacidad deductiva, ya que se sabe que –por ser sistemas recursivos y contener a la aritmética de los números naturales– ellas son "esencialmente" incompletas por el Primer Teorema de Incompletitud de Gödel, y además la prueba de la consistencia absoluta de las mismas usando sus mismos métodos también es una tarea imposible de realizar, por el Segundo Teorema de Incompletitud de Gödel[21], ejemplos muy conocidos de proposiciones matemáticas indecidibles de los axiomas estándar de la teoría de conjuntos son la Hipótesis del continuo de Cantor y la Hipótesis de Suslin, y ejemplos muy conocidos de candidatos a nuevos axiomas son el Axioma de Forcing Propio y el Axioma de Martin Máximo, más ejemplos sobre proposiciones matemáticas indecidibles y candidatos a

[20] Cfr. MENDELSON, E., *Introduction to Mathematical Logic,* Chapman and Hall/CRL. 2009.
[21] Cfr. *Ibídem*.

nuevos axiomas pueden encontrarse en *Set Therory* de Jech, y en los artículos *Natural Axioms of set theory and the continuum problema* de J. Bagaria, *El Problema del Continuo después de Cohen* de J. Amor y *Are we closer to a solution of the continuum problem?* de c. Di Prisco. Las aplicaciones de la Teoría de conjuntos a la matemática, es decir, la utilización de la Teoría de conjuntos para resolver problemas matemáticos abiertos, de distintas áreas de la matemática (álgebra, análisis, topología, teoría de la medida, etc.), es uno de los aspectos más interesantes de la Teoría de conjuntos contemporánea, por ejemplo la aplicación de métodos de construcción de modelos de la teoría de conjuntos como ultraproductos, los constructibles de Gödel, forcing de Cohen, forcing iterado, $L(A)$, $HOD(A)$, $H(\alpha)$, Modelos simétricos, Modelos Fraenkel-Mostowski, etc., para demostrar teoremas matemáticos o para probar resultados de consistencia relativa o independencia en teorías matemáticas específicas, es un tema de gran interés actual. Se puede ver ejemplos de aplicaciones de la Teoría de conjuntos a la Matemática en *Set Theory* de T. Jech y en *Set Theory. An Introduction to Independence Proofs* de K. Kunen, entre otros. Otros focos importantes de investigación de la teoría de conjuntos contemporánea son (por ejemplo) Cardinales grandes, Combinatoria infinita y Teoría descriptiva de conjuntos[22]. Un tema de carácter filosófico que puede ser interesante con respecto a las teorías axiomáticas de conjuntos es ¿Cuáles son las semejanzas y diferencias entre ellas desde un punto de vista ontológico? En fin, son muchas las preguntas y temas de interés que existen actualmente en la teoría de conjuntos. Para finalizar esta primera sección del artículo se describirá un problema abierto concreto sobre el Axioma de Determinación (AD) y las propiedades de Partición de Ramsey y Polarizada que aparece referido en *Mathematics versus metamathematics in Ramsey Theory of the reals numebers* de C. Di Prisco. Es conocido que AD es incompatible con el Axioma de elección, y que (sin embargo) AD implica una versión débil del Axioma de elección: "Cualquier familia numerable de conjuntos no vacíos de números reales tiene una función de elección"[23]. También se conoce que AD implica que: (i) todo conjunto de reales es medible Lebesgue, (ii) cada conjunto de reales tiene la propiedad de Baire, y (iii) cada subconjunto de reales no numerable contiene un subconjunto perfecto[24]. También es conocido que si existen una cantidad

[22] Cfr. KANAMORI, K., *The Higler Infinite*. Springer. 2009; Di PRISCO, C., *Combinatoria: Teoría de Ramsey*. (Notas para un curso dictado en la Universidad Simón Bolívar) Venezuela, 2005; Di PRISCO, C. y UZCÁTEGUI, C., *Una Introducción a la teoría descriptiva de conjuntos*. Asociación Matemática Venezolana. 1991. Nueva versión corregida y expandida 2019; KUNEN, K., *Ob. Cit.*; JECH, T., *Ob. Cit*.
[23] Cfr. JECH, T., *Ob. Cit*.
[24] Cfr. *Ibídem*.

infinita de cardinales de Woodin y un cardinal medible por encima de ellos, entonces AD vale en el Modelo de Solovay $L(\mathbb{R})$, es decir, ZF + DC + AD es consistente (si se cumplen las hipótesis mencionadas), donde DC es el Principio de elección dependiente (Martin-Steel-Woodin, 1988,1989)[25]. Por otra parte, se sabe que la Propiedad de Ramsey y la Propiedad de partición Polarizada son falsas si vale el Axioma de elección[26], pero ellas son consistentes con ZF si existe un cardinal inaccesible pues Mathias probó que la Propiedad de Ramsey (que implica a la Propiedad de Partición Polarizada) vale en el Modelo de Solovay $L(\mathbb{R})$[27]; de esta forma demostró que si ZFC + "Existe un cardinal inaccesible" es consistente, entonces también es consistente ZF + DC + Propiedad de Ramsey + Propiedad de Partición Polarizada.

Preguntas abiertas 2.5. *(a)¿AD implica a la Propiedad de Ramsey?*[28] *y (b)¿AD implica a la Propiedad de Partición Polarizada?*[29].

A continuación se enuncia AD, DC, la Propiedad de Ramsey y la Propiedad de Partición Polarizada siguiendo a *Set Theory* de T. Jech, *The Higler Infinite* de A. Kanamori, *Teoría Descriptiva de Conjuntos* de C. Ivorra, *Una Introducción a la teoría descriptiva de conjuntos* de C. Di Prisco y C. Uzcátegui y *Mathematics versus metamathematics in Ramsey theory of the real numbers, así como Temas Avanzados de Teoría de Conjuntos, de C. Di Prisco:*

El *Espacio topológico de Baire* es el par $(\mathbb{N}^{\infty}, t)$, donde $\mathbb{N}^{\infty} = \{f : f{:}\mathbb{N}\rightarrow\mathbb{N}\}$ y t es la topología generada por los abiertos básicos $U_S = \{f \in \mathbb{N}^{\infty} : s \subseteq f\}$, donde s es una sucesión finita de naturales. t es la topología producto de $\mathbb{N}^{\infty}$ que resulta de dotar a $\mathbb{N}$ con la topología discreta. Es conocido que el Espacio de Baire es homeomorfo a los irracionales, considerados como un subespacio del conjunto de los números reales $\mathbb{R}$.

25 Cfr. *Ibídem*; SOLOVAY, R., *A model of set theory where every set of reals is Lebesgue measurable*. Annals of Mathematics 92 (1970), 1-56.

26 Cfr. BERNSTEIN. F. *Zur Theorie der Trigonometrischen Reihe*. Berichte über die Verhandlungen der Königlich Sächsischen gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig Mathematisch-Physiche Klasse. 60 (1908), 325-338.

27 Cfr. MATHIAS, A., *Happy families*. Annals of Pure and Applied Logic 12 (1977) 59-111; KANAMORI, A., *Ob. Cit.*; DI PRISCO, C., *Temas Avanzados de Teoría de Conjuntos*. Notas para un curso dictado en el Postgrado de Matemáticas. Facultad de Ciencias de la Universidad Central de Venezuela. Septiembre 2000 - Febrero 2001.

28 Cfr. DI PRISCO, C., *Mathematics versus metamathematics…*

29 Cfr. *Ibídem*.

El Espacio topológico ($\mathbb{N}^{[\infty]}$, *t*)*:* Sea $\mathbb{N}^{[\infty]}$ la familia de todos los subconjuntos infinitos de $\mathbb{N}$ y *t* la topología generada por los conjuntos básicos de la forma $U_a = \{X \in \mathbb{N}^{[\infty]} : a \sqsubset X\}$, donde a es un subconjunto finito de $\mathbb{N}$ y $\sqsubset$ es la relación de segmento inicial. De esta manera queda definido el espacio topológico ($\mathbb{N}^{[\infty]}$, *t*). Es conocido que los espacios $\mathbb{N}^{\infty}$ y $\mathbb{N}^{[\infty]}$ son homeomorfos.

Los espacios $\mathbb{N}^{\infty}$, $\mathbb{N}^{[\infty]}$ y $\mathbb{R}$ tienen la misma cardinalidad ($2^{\aleph_0}$), y son métricos, separables y completos (son espacios polacos). A los elementos de los espacios $\mathbb{N}^{\infty}$ y $\mathbb{N}^{[\infty]}$ también se les llama *números reales.*

Propiedad de Partición Polarizada (PPP): La expresión

$$\begin{pmatrix} \omega \\ \omega \\ \omega \\ . \\ . \\ . \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ . \\ . \\ . \end{pmatrix}$$

Significa que para toda (partición) F: $\mathbb{N}^{\infty} \rightarrow 2$ existe una sucesión de conjuntos $\{H_i\}_{i \in \omega}$ tal que:

- $H_i \subseteq \omega$, $| H_i | = 2$, y

- F es constante en $\prod_{i \in \omega} H_i$.

Propiedad de Ramsey: Para toda (partición) $F : \mathbb{N}^{[\infty]} \rightarrow 2$ existe un conjunto infinito $H \subseteq \mathbb{N}$ tal que F es constante en $H^{[\infty]}$, donde $H^{[\infty]}$ es la familia de todos los subconjuntos infinitos de H. La Propiedad de Ramsey se denota así:

$$\omega \rightarrow (\omega)^{\omega}.$$

***Axioma de determinación (AD)*:** Consideremos el siguiente juego infinito: A un subconjunto $A \subseteq \mathbb{N}^{\infty}$ se le asocia un juego G_A el cual está constituido por dos jugadores I y II que participan por turnos, con I jugando de primero. El jugador I escoge un número natural a_0, luego el jugador II escoge un número natural b_0, a continuación I escoge un número natural a_1, a continuación II escoge un número natural b_1, luego I escoge un número natural a_2, a continuación II escoge un número natural b_2, y así sucesivamente continúan procediendo. El juego termina después de $\aleph_0$ pasos, es decir, hasta "completar" una sucesión $x = \langle a_0, b_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \dots \rangle \in \mathbb{N}^{\infty}$. Si $x \in A$, el jugador I gana el juego, y si $x \in \mathbb{N}^{\infty} \setminus A$, gana el jugador II. Se dice que el juego G_A está *determinado* si uno de los dos jugadores cuenta con una estrategia ganadora, es decir, si cuenta con un criterio para determinar cada jugada en función de las jugadas anteriores de manera que, sean cuales sean las jugadas del adversario, termina ganando el juego.

Axioma de determinación (AD) [Mycielski-Steinhaus, 1962]: Para todo $A \subseteq \mathbb{N}^{\infty}$ el juego G_A está determinado.

El Principio de elección dependiente (DC) es la versión débil del AE que afirma lo siguiente: Si E es una relación binaria sobre un conjunto no vacío A, y si para cualquier $a \in A$ existe un $b \in A$ tal que bEa, entonces existe una secuencia $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots.$ en A tal que: $a_{n+1} E a_n$, para todo $n \in \mathbb{N}$. DC implica el Axioma de Elección Numerable.

3. Algunas consideraciones sobre la evaluación de razonamientos aplicando la Lógica de primer orden y los Teoremas de Löwenheim, Indecidibilidad de Churh, Completutud e Incompletitud de Gödel

A continuación se hacen algunas consideraciones sobre la evaluación de razonamientos aplicando la Lógica de primer orden y los teoremas de Löwenheim, Indecidibilidad de Church, Completitud e Incompletitud de Gödel, es conocido que las teorías axiomáticas de conjuntos más usadas en la actualidad se escriben en un lenguaje de primer orden específico, es decir, se desarrollan en el marco de la Lógica de primer orden, por eso es relevante esta sección en este artículo.

Sea $\overbrace{P_1, \dots, P_n, por\ lo\ tanto, C}^{R}$ un razonamiento en el lenguaje natural el cual admite una **buena modelación matemática** con el lenguaje de la Lógica de primer orden. Sea $\widetilde{P_1}, \dots, \widetilde{P_n} \vdash$

$\widetilde{C}$ una formalización con el lenguaje de la Lógica de primer orden de R. Se quiere determinar si R es válido o no usando su modelo matemático teniendo presente que R es válido si, y sólo, $\widetilde{P}_1,\ldots,\widetilde{P}_n \vDash \widetilde{C}$, es decir, si $\widetilde{C}$ es una consecuencia lógica de $\widetilde{P}_1,\ldots,\widetilde{P}_n$, es decir, si se cumple que cualquier estructura (interpretación) A = <A, $<S_i^{A}>_{i\,\in\,n}$, $<g_j^{A}>_{j\,\in\,m}$, $<d_s^{C}>_{s\,\in\,r}$> que sea modelo de $\widetilde{P}_1,\ldots,\widetilde{P}_n$ es modelo de $\widetilde{C}$. Se considera el enunciado condicional asociado $(\widetilde{P}_1 \wedge \ldots \wedge \widetilde{P}_n) \rightarrow \widetilde{C}$ de $\widetilde{P}_1,\ldots,\widetilde{P}_n \vDash \widetilde{C}$, y se debe demostrar que $(\widetilde{P}_1 \wedge \ldots \wedge \widetilde{P}_n) \rightarrow \widetilde{C}$ es una fórmula lógicamente válida, es decir, se debe demostrar que $(\widetilde{P}_1 \wedge \ldots \wedge \widetilde{P}_n) \rightarrow \widetilde{C}$ es verdadera en cualquier estructura A adecuada para su lenguaje.

Se consideran tres casos:

Caso 1: $(\widetilde{P}_1 \wedge \ldots \wedge \widetilde{P}_n) \rightarrow \widetilde{C}$ es una instancia de sustitución de una fórmula de la lógica proposicional.

Por ejemplo, estamos en presencia de un enunciado condicional de un razonamiento del siguiente tipo[30] :

$x \neq y \rightarrow (x > y \vee y > x)$

$y \neq 2 \vee x = 2$

$(x > y \vee y > x) \rightarrow x \neq 2$

$\vdash y = 2 \rightarrow x = y.$

Entonces se trata a $(\widetilde{P}_1 \wedge \ldots \wedge \widetilde{P}_n) \rightarrow \widetilde{C}$ como una fórmula de la lógica proposicional y se utiliza un procedimiento de decisión (efectivo) de la Lógica proposicional como Tablas de Verdad , Forma Normal Conjuntiva , Tablas (Árboles) semánticas, Resolución, etc., y en un número finito de pasos se obtiene un resultado sobre si es tautología o no, lo cual permite inferir inmediatamente si el condicional es una fórmula lógicamente válida o no[31]. Esto da una respuesta efectiva al problema planteado con respecto a la relación $\widetilde{P}_1,\ldots,\widetilde{P}_n \vDash \widetilde{C}$, y por lo tanto sobre validez del razonamiento original R en lenguaje natural del cual se partió. También se puede

[30] Cfr. SUPPES, P. y HILL, S., *Introducción a la lógica matemática*. Barcelona, Reverté, S.A., 1988.
[31] Cfr. COPI, I., *Lógica Simbólica*. Compañía Editorial Continental, S. A. 1998; SUPPES, P. y HILL, S., *Ob. Cit*.; GARRIDO, M., *Ob. Cit*.; NERODE, A. y SHORE, R., *Logic for Applications*. Springer. 1997.

utilizar un cálculo deductivo, como por ejemplo deducción natural[32], y derivar a dicho condicional como un teorema del sistema, si se logra hacer la deducción se puede concluir que tal fórmula es lógicamente válida recurriendo al Teorema de Completitud de Gödel para la lógica de primer orden (1930):

Teorema 3.1 (Teorema de completitud de Gödel). $\Gamma \vdash \theta$ si y solo si $\Gamma \vDash \theta$.

Una prueba de tal teorema puede encontrarse (entre otros) en *Introducción a la lógica matemática* de C. Di Prisco, *Introduction to Mathematical Logic* de E. Mendelson, *Una Introducción Matemática a la Lógica* de H. Enderton, *Mathematical Logic* de H. Ebbingahaus - J. Flum - W. Thomas, *Logic for applications* de Nerode - Shore, *Teoría de modelos* de M. Manzano y *Model Theory* de Chang - Keisler.

Caso 2: $(\widetilde{P_1} \wedge \ldots \wedge \widetilde{P_n}) \rightarrow \widetilde{C}$ esta formalizado en el lenguaje de la lógica de predicados monádicos.

Por ejemplo estamos en presencia de un enunciado condicional de un razonamiento del siguiente tipo[33]:

$\forall x\, [Ux \rightarrow (V x \rightarrow W x)]$

$\forall x\, [V x \rightarrow (Ux \rightarrow \neg W x)]$

$\exists x\, (Ux \wedge W x)$

$\vdash \exists x (Ux \wedge V x)$

En tal caso se usa el Teorema de Löwenheim (1915) (Church[34] atribuye dicho teorema a Bernays y Schönfinkel, mientras que Garrido[35] lo atribuye a Löwenheim) y se re-escriben sus proposiciones (eliminando sus cuantificadores existenciales y universales) para transformarlas en fórmulas de la lógica proposicional, y se resuelve el problema según el Caso 1 (Ver ejemplo del procedimiento en *Lógica simbólica* de Manuel Garrido).

[32] Cfr. COPI, I., *Ob. Cit*. y GARRIDO, M., *Ob. Cit.*
[33] Cfr. COPI, I., *Ob. Cit*.
[34] Cfr. CHURCH, A., *Introduction to mathematical logic*. Princeton: Princeton University Press. 1996.
[35] Cfr. GARRIDO, M., *Ob. Cit.*

Teorema 3.2 (Teorema de Lӧwenheim). *Sea φ una fórmula del lenguaje de la Lógica de predicados monádicos que consta de n letras predicativas distintas. Si φ es válida en un universo de 2^n individuos, entonces φ es lógicamente válida.*

Una prueba de tal teorema puede encontrarse (entre otros) en *Introduction to mathematical logic* de A. Church.

Entonces se puede dar efectivamente una respuesta afirmativa o negativa sobre la relación $\widetilde{P_1},\ldots, \widetilde{P_n} \vDash \widetilde{C}$, y por lo tanto sobre la validez del razonamiento original R. Notar que en este Caso 2 el problema más fuerte que se puede plantear para la decisión efectiva es que el número *n* sea muy grande, algo análogo ocurre con el Caso 1 (que la cantidad de letras proposicionales del enunciado condicional asociado sea muy grande), y en tal caso la decisión no es humanamente realizable en la práctica espacio-temporal, eso podría ocurrir, pero al menos en el terreno de la matemática pura se puede afirmar con total certeza que el procedimiento termina en algún natural *k*. También en este caso se puede usar un cálculo deductivo para la lógica de predicados monádicos, y si se logra deducir como teorema el enunciado $(\widetilde{P_1} \wedge \ldots \wedge \widetilde{P_n}) \rightarrow \widetilde{C}$ se afirma la validez del razonamiento original por el Teorema de completitud de Gö*d*el.

Caso 3: $(\widetilde{P_1} \wedge \ldots \wedge \widetilde{P_n}) \rightarrow \widetilde{C}$ esta formalizado en el lenguaje de la lógica de predicados poliádicos (es decir, el condicional tiene predicados poliádicos).

Por ejemplo estamos en presencia de un enunciado condicional de un razonamiento del siguiente tipo[36]:

$\forall x \forall y\ [Lx \wedge Ly \wedge \exists z(Lz \wedge Rxz \wedge Ryz) \rightarrow P\,xy]$
$\forall x \forall y\ [(Lx \wedge Ly \wedge Rxy) \rightarrow Ryx]$
$\vdash \forall x \forall y\ [(Lx \wedge Ly \wedge \neg P\,xy) \rightarrow \neg\exists z(Lz \wedge Rzx \wedge Rzy)]$

En este caso para decidir que $(\widetilde{P_1} \wedge \ldots \wedge \widetilde{P_n}) \rightarrow \widetilde{C}$ es lógicamente válida se puede proceder al menos de dos maneras: (a) Usar un cálculo deductivo para la Lógica de primer orden con predicados poliádicos y demostrarlo como teorema y luego aplicar el Teorema de completitud de Gö*d*el como se ha comentado en los casos anteriores. (b) También puede probarse directamente

[36] Cfr. *Ibídem*.

que ocurre $\widetilde{P}_1,\ldots, \widetilde{P}_n \vDash \widetilde{C}$ en el contexto de la Teoría de Modelos. Pero puede pasar que no se logre hacer ninguna de las dos cosas ((a) y (b)) pues en el caso de la opción (a) ocurre que la Lógica de primer orden con predicados poliádicos es indecidible como lo demostró Churh en 1936:

Teorema 3.3 (Teorema de Indecibilidad de Church). *La Lógica de primer orden es indecidible (es decir, para cualquier sistema axiomático de la Lógica de primer orden no existe un procedimiento efectivo que permita decidir de un modo mecánico si una fórmula es o no deducible en dicho sistema).*

Una prueba de tal teorema puede encontrarse en *Introduction to mathematical logic* de Mendelson. Ejemplos de proposiciones de primer orden indecidibles y de problemas abiertos sobre el tema pueden conseguirse (entre otros) en el artículo *El Problema de la decisión en la lógica de predicados* de J. Mosterín. Ejemplos de fragmentos decidibles de la lógica de primer orden pueden encontrarse (entre otros) en el artículo ya citado de Mosterín, así como en *Elementos de lógica teórica* de Hilbert y Ackermann, *Introduction to mathematical logic* de A. Church, y *Logic for applications* de Nerode-Shore.

Entonces puede pasar que no logremos derivar la conclusión $\widetilde{C}$ de las premisas $\widetilde{P}_1,\ldots, \widetilde{P}_n$.

Y en la opción (b) puede pasar que no logremos demostrar directamente $\widetilde{P}_1,\ldots, \widetilde{P}_n \vDash \widetilde{C}$ en el contexto de la Teoría de Modelos pues la Teoría de Modelos se hace en el contexto de la Teoría de conjuntos, es decir, la Teoría de Modelos usa como metateoría a la Teoría de conjuntos, y la Teoría de conjuntos es una teoría incompleta tal como lo probó Gödel, es decir, la Teoría de conjuntos tiene proposiciones indecidibles, es decir, proposiciones σ tal que ni σ, ni $\neg\sigma$ son teoremas de la teoría de conjuntos, y la proposición $\widetilde{P}_1,\ldots, \widetilde{P}_n \vDash \widetilde{C}$ puede ser una de tales proposiciones indecidibles.

Teorema 3.4 (Primer Teorema de Incompletitud de Gödel). *Sea S un sistema axiomático recursivo y suficientemente fuerte como para deducir en él la Aritmética de Peano. Entonces:*

Si S es consistente, entonces S es incompleto (es decir, S tiene proposiciones indecidibles, es decir, existe al menos una proposición σ tal que $S \nvdash \sigma$ y $S \nvdash \neg\sigma$).

Una prueba de tal teorema puede encontrarse (entre otros) en *Introduction to Mathematical logic* de E. Mendelson, *Una introducción matemática a la lógica* de H. Enderon y en *Las Obras completas* de Kurt Gödel.

Entonces puede ser que en este Caso 3 no se consiga una "respuesta efectiva" a la pregunta sobre si el razonamiento original R es válido o no, tal vez se necesite usar métodos no conocidos (inventar nuevos métodos) para decidir $\widetilde{P_1},\ldots,\widetilde{P_n} \vDash \widetilde{C}$.

Este hecho de la Lógica de primer orden con predicados poliádicos me parece realmente maravilloso pues revela, entre otras cosas, la necesidad de "la creatividad humana" a la hora de hacer lógica o matemática. Como dice Garrido: *"La operación deductiva de la razón no es totalmente mecanizable"*[37].

Y von Neumann también se refiere a la indecibilidad, pero años antes (1927) de las pruebas de los teoremas de Church y Gödel, dice unas palabras bastante interesantes:

> Parece, pues, que no hay ninguna vía para descubrir el criterio universal de decisión (allgemeine Entscheidungskriterium) sobre si una dada fórmula normal a es demostrable. Por cierto, actualmente no podemos probar nada a este respecto. No hay tampoco ninguna indicación de cómo podría probarse dicha indecibilidad. Pero esta incertidumbre no nos impide constatar que hoy en día no es posible decidir si una fórmula normal cualquiera a es demostrable o no (relativamente a la regla de construcción de axiomas que se describiría luego). Y que ello sea indecidible es incluso la ***conditio sine qua non*** para que tenga sentido hacer matemáticas con los métodos heurísticos de hoy. El día mismo que la indecibilidad cese, también dejará de existir la matemática en el sentido actual; en su lugar habría una receta completamente mecánica con ayuda de la cual cualquiera podría decidir acerca de cualquier aseveración si se la puede o no demostrar.[38]

4. Sobre la presencia del platonismo matemático en ZFC y en los axiomas de "cuerpo orden-dado completo"

Esta nota se refiere a la presencia del platonismo matemático en ZFC y en los axiomas de "cuerpo ordenado completo", es conocido que los últimos axiomas caracterizan (salvo

[37] GARRIDO, M., *Ob. Cit*., 371.

[38] VON NEUMANN, J. "Zur Hilbertschen Beweistheorie". *Mathematische Zeitschrift.* 26: 1-46 (1927) (Citado y traducido en TORRETTI, R., *El Paraíso de Cantor. La tradición conjuntista en la filosofía de la matemática*. Chile, Universidad Nacional Andrés Bello. 1998., pp. 234-235).

isomorfismo) al sistema de los números reales y que se utilizan actualmente para desarrollar el Análisis real en el contexto de la teoría de conjuntos. A continuación se inicia con la exposición.

En el estudio de los fundamentos de la matemática dos concepciones "antagónicas" de la misma que se estudian son el platonismo y el constructivismo (o intuicionismo), en sus diversas modalidades[39]. Es muy conocido que no son las únicas concepciones de las matemáticas, hay otras muy importantes, como por ejemplo "empirismo", "formalismo", "naturalismo", "kantianas", "convencionalismo", etc.[40] Pero ellas son necesarias para tratar de entender cabalmente el "quehacer matemático" y siempre son referencia. En mi opinión los textos *¿Cómo entender y hacer demostraciones en matemáticas?* y *The Keys to Advaned Mathematics: Recurrent Themes in Abstract Reasoning* de D, Solow, entre otros libros, describen algunas de las ideas básicas del "quehacer matemático", pero no todas sus ideas básicas.

¿En qué consiste el Platonismo matemático? y ¿Cómo se relaciona el Platonismo matemático con los Fundamentos de la matemática y con ZFC?

Según la bibliografía consultada Bernays fue el primero en usar (1934) el término "platonismo" en las matemáticas en su breve obra *El Platonismo en Matemática*. En dicho ensayo Bernays dice: *"Dado que esta tendencia se basó especialmente en la filosofía de Platón, me permito llamarla 'platonismo'"*[41]. A continuación se intentará describir el platonismo en matemáticas con el apoyo de autores como Bernays, Ferreirós, Alemán Pardo, Mosterín, Torretti y los Knelae, entre otros. También se intentará responder el resto de las preguntas planteadas anteriormente.

Se puede afirmar que para Bernays y Ferreirós, entre otros, el platonismo matemático es el método peculiar ("el modo de razonar") que se usa para la investigación matemática en el Análisis matemático, en la Teoría de conjuntos, en el Algebra moderna y en la Topología, entre

[39] Cfr. BERNAYS, P., *El Platonismo en Matemáticas* (1934). Caracas, Universidad Central de Venezuela. 1982; FERREIRÓS, J. *Matemáticas y platonismo(s)*. La Gaceta de la Real Sociedad Española de Matemáticas 2 (1999), 446-473; HEYTING, A., *Introducción al Intuicionismo*. Tecnos. 1955; HEYTING, A., "Los fundamentos intuicionistas de la matemática" (1930). En *Philosophy of Mathematics*, Editores: Benacerraf, P. y Putnan, H., Cambridge University Press, 1998; ALEMÁN, A., *Lógica, matemáticas y realidad*. Madrid, Tecnos. 2011; KNEALE, W. y KNEALE, M., *El Desarrollo de la lógica*. Madrid, Tecnos.1980; BENACERRAF, P. y PUTNAN, H. (Ed), *Ob. Cit*.
[40] Cfr. BENACERRAF, P. y PUTNAN, H. (Ed), Ob. Cit.; HORSTEN, L., *Philosophy of Mathematics*. Enciclopedia de Filosofía de la Universidad de Stanford. https://plato.stanford.edu/entries/philosophy-mathematics/. 2012.
[41] BERNAYS, P., *Ob. Cit.*, p. 16.

otras disciplinas matemáticas. Existen varias modalidades de platonismo matemático que se pueden encontrar descritas en la bibliógrafa. Por ejemplo para Bernays hay "Platonismo absoluto", "Platonismo moderado" y "Platonismo constructivo"[42], más adelante se describirá brevemente a los mismos. Y para Ferreirós hay "Platonismo interno" y "Platonismo externo", dicho autor explica en qué consisten ambos tipos de platonismo en las siguientes citas:

> Platonismo interno o propiamente matemático: es característico de las teorías de la matemática abstracta o moderna, donde se hace referencia a elementos cuya existencia se postula y se considera dada, se podría hablar de existencia ideal.[43]

Y luego añade:

> Platonismo externo, ontológico, o propiamente filosófico (una de las posibles interpretaciones filosóficas de la matemática, en particular de la característica antes señalada de la matemática abstracta): consiste en la afirmación de que los objetos matemáticos gozan de una existencia real, análoga en algún sentido (aunque diferente) a la existencia de los objetos físico.[44]

Para complementar la descripción de Ferreirós, se coloca una cita de Alemán Pardo quien describe al platonismo matemático de una manera que hace explícito un importante aspecto epistemológico del mismo, es decir, "la necesidad de la intuición intelectual" para conocer las entidades matemáticas[45], algo que se considera fundamental y no está presente en el párrafo anterior de Ferreirós:

> Para el platonismo, la realidad que describen (verdadera o falsamente) los enunciados lógicos y matemáticos no es la realidad empírica que percibimos a través de nuestros órganos sensoriales. Se trata de una realidad ideal, abstracta, no perceptible por los sentidos, sino mediante una facultad especial de la razón llamada comúnmente "intuición intelectual". La naturaleza especial de los objetos lógico-matemáticos como entidades no espacio-temporales requiere postular correlativamente (al menos en algunas versiones del platonismo) un tipo especial de vía de acceso cognoscitivo a tal tipo de objetos; de ahí la apelación a la intuición.[46]

---

[42] *Ibíd*, pp. 9 y ss.
[43] FERREIRÓS, J., Matemáticas y Platonismo(s). Versión presentada en https://www.academia.edu/18694207/Matem%C3%A1ticas_y_platonismo_s_ p. 2.
[44] *Ibídem*.
[45] Como por ejemplo lo planteaba Gödel en sus artículos: *"¿Qué es el problema del cardinal del continuo de Cantor?" (1947) y "*La lógica matemática de Russell*"* (1944) en GODEL, K., *Obras Completas*; También es un tema trabajado en GÖDEL, K., *Ensayos inéditos*. Madird, Biblioteca Mondadori. 1994. Editor: Francisco Consuegra. Prólogo: W. V. Quine. Recomendamos leer la entrada de Horsten citada en el pie de página número 40.
[46] ALEMÁN, A., Ob. Cit., p. 16.

Bernays describe al platonismo matemático de la siguiente manera:

> Tales modos de razonar (peculiares al análisis y a la teoría de conjuntos) se aplicaron por primera vez sistemáticamente para dar una forma rigurosa a los métodos del cálculo. [De acuerdo con éstos], los objetos de una teoría se tratan como elementos de una totalidad tal que permite razonar como sigue: Para cada propiedad expresable usando las nociones de la teoría, es un hecho objetivamente determinado si hay o no un elemento de la totalidad que posea tal propiedad. Así mismo, se sigue de este punto de vista que o bien todos los elementos de un conjunto poseen una determinada propiedad, o bien hay al menos un elemento que no la posee[47]

Y unas páginas más arriba afirma lo siguiente: “No resulta exagerado afirmar que el platonismo reina actualmente en la matemática”[48].

Con respecto a la segunda cita de Bernays anteriormente presentada se puede decir que aunque fue escrita en 1934 tal vez lo afirmado por el autor siga siendo cierto en la actualidad. Más adelante volveremos a dicha cita.

Siguiendo a Bernays y a Ferreirós, se puede afirmar que ZFC es una teoría platonista matemática, con un grado fuerte de platonismo pues : “no sólo consiste en admitir el infinito actual en su forma más elemental, **la totalidad de los números naturales**” [49], si no que “asume un supuesto más fuerte que consiste en la admisión de las nociones de conjunto y función tal como se usan en la matemática moderna: lo que suele llamarse las nociones **abstractas**, o la idea de conjunto y funciones arbitrarios”[50] . Sin embargo, ZFC se podría considerar como una teoría platonista moderada en comparación con la llamada “Teoría de conjuntos ingenua” usada en sus investigaciones matemáticas o de fundamentos de la matemática por Cantor, Dedekind y Frege (entre otros) hacia finales del siglo XIX[51]. La Teoría de conjuntos ingenua se considera una teoría platonista absoluta, pues en la misma se usaba (entre otros) el Principio de comprensión intuitivo, “Toda propiedad determina un conjunto”, el cual permitió derivar paradojas como la de Russell,

---

[47] BERNAYS, P., Ob. Cit., pp. 15-16.
[48] *Ibíd*, p. 20.
[49] FERREIRÓS, *Ob. Cit*., p. 9. Énfasis del autor.
[50] *Ibídem*. Énfasis del autor.
[51] Cfr. CANTOR, G., *Contributions to the founding of the theory of transinite numbers* (1895-97). Dover Publications, Inc. 1955; CANTOR, G., *Fundamentos para una…*; FREGE, G., *Conceptografía (Un lenguaje de fórmulas, semejante al de la aritm´etica, para el pensamiento puro) (1879). Los Fundamentos de la Aritmética (Una investigación lógico -matemática sobre el concepto de número) (1884). Otros estudios filosóficos* (1891, 1892, 1904). Universidad Nacional Autónoma de México. Instituto de Investigaciones Filosóficas. México. 1972; MOSTERÍN, J., *Los Lógicos*. Espasa. Madrid. 2000; ENDERTON, H., *Elements Set Theory*; DI PRSICO, C., *Teoría de conjuntos…*

Cantor y Burali-Forti (entre otras) descubiertas hacia finales del siglo XIX e inicios del siglo XX[52]. A este Platonismo absoluto tal vez Bernays lo entiende de una manera parecida a como Ferreirós entiende su Platonismo externo[53] , pues se corresponde con la concepción de la matemática de Cantor, Dedekind y Frege, según la bibliografía consultada[54].

Zermelo, en su axiomática original de 1908 para la teoría de conjuntos, mencionada anteriormente en la primera sección de este artículo, **restringió** el Principio de comprensión intuitivo (entre otros), y por tal restricción se puede considerar a ZFC como platonista moderada. La restricción del Principio de comprensión intuitivo en la axiomática original de Zermelo se llama "Axioma III: Axioma de separación"[55]. La diferencia entre ambos principios matemáticos es descomunal, pues el Axioma de separación afirma: *Si* A *es un conjunto y* $P(x)$ *es una propiedad, entonces existe el conjunto* $\{x \in A: P(x)$ *es cierta*$\}$. (Para cualquier conjunto A y para cualquier propiedad P). El Axioma de separación no afirma que existe el conjunto $\{x: P(x)$ es cierta$\}$, lo cual sí es afirmado por el Principio de comprensión intuitivo. Y afirmar que existe el conjunto $\{x: P(x)$ es cierta$\}$ (para cualquier propiedad P) podría producir "colecciones **demasiado** grandes" ("clases propias", "totalidades inconsistentes" según Cantor) como por ejemplo "el conjunto de todos los conjuntos", "el conjunto de todos los números ordinales", "el conjunto de todos los números cardinales", "el conjunto de todos los conjuntos que no pertenecen a sí mismos", etc., que pueden implicar contradicciones.

Cuando Zermelo publicó su axiomática original en 1908 escribió al inicio de su artículo:

> La Teoría de conjuntos es la rama de la matemática que se ocupa de investigar las nociones de "número", "orden" y "función" y de desarrollar los fundamentos lógicos de toda la aritmética y el análisis, por lo tanto constituye un componente indispensable de la ciencia matemática.[56]

Con esta cita de Zermelo, más todo lo anteriormente dicho en esta sección y en las dos primeras secciones, ya se puede apreciar la conexión entre el platonismo matemático, los fundamentos de la matemática y ZFC. Simplificando bastante se puede decir que: El platonismo matemático es la metodóloga de la Teoría de conjuntos, del Análisis matemático, del Álgebra

---

[52] Cfr. TORRETTI, R., *Ob. Cit.*
[53] BERNAYS, P., *Ob. Cit.*, p. 20.
[54] Por ejemplo en MOSTERÍN, J. *Los Lógicos*…; FERREIRÓS, J., Ob. Cit. y CANTOR, G., *Fundamentos para una*…
[55] HIJENOORT, J., *Ob. Cit*., p. 202. Énfasis del autor.
[56] Citado en HIJENOORT, J., *Ob. Cit*., p. 200.

abstracta, la Topología, etc. ¿Y en qué consiste tal metodología? Ya han dado una respuesta casi completa a esta pregunta Bernays y Ferreirós en citas anteriores. La Teoría de conjuntos ingenua (Platonismo absoluto) de Cantor, Dedekind, Frege, etc., se usó en el siglo XIX para establecer los fundamentos lógico- matemáticos del Cálculo diferencial y del Cálculo integral de Newton y Leibniz de segunda mitad del siglo XVII[57], por ejemplo se dieron definiciones rigurosas del concepto de "número real" como *clases de equivalencia de sucesiones de Cauchy de racionales* (Cantor) y como *cortaduras de racionales* (Dedekind)[58]. Luego, a finales del siglo XIX e inicios del siglo XX esta fundamentación conjuntista (absoluta) entró en contradicción con el surgimiento de las paradojas de Russell, Cantor, Burali-Forti, etc., motivado por uno de sus métodos: El Principio de comprensión intuitivo. Este acontecimiento se suele llamar en la bibliografía "crisis de los fundamentos de las matemáticas". Luego se reparó la Teoría de conjuntos ingenua (el Platonismo absoluto) restringiendo sus métodos, por ejemplo el Principio de comprensión de intuitivo, mediante una axiomática ofrecida por Zermelo en 1908, tal axiomática se perfeccionó y se convirtió en ZFC, donde se puede desarrollar toda la matemática conocida hasta los momentos y con la cual se puede realizar investigación matemática y de los fundamentos de la matemática de gran nivel[59]. (Como se dijo en la primera sección, vale la pena resaltar que existen otras axiomáticas de la teoría de conjuntos posteriores y distintas a ZFC y que son muy interesantes[60]).

Sin embargo, con respecto a ZFC y los fundamentos de la matemática es pertinente la siguiente pregunta ¿El problema de los fundamentos de la matemática está resuelto con ZFC? Para responder esta interrogante puede ser útil (entre otras opciones) conocer la respuesta a otra pregunta ¿Es completa y consistente ZFC? Por los Teoremas de Incompletitud de Gödel de 1931[61] se conoce que ZFC es esencialmente incompleta y además que no se puede probar la consistencia de ZFC con sus propios métodos, de modo que la pregunta por la consistencia de ZFC es un problema abierto en la actualidad (como se dijo en la primera sección de este trabajo).

[57] Cfr. TORRETTI, R., Ob. Cit.; MOSTERÌN, J., Ob. Cit.; Pastor y Babini. *Historia de la matemática*. Dos Volúmenes. Gedisa. Barcelona. 2000; ROBLES, J., *Los escritos matemáticos de George Berkeley y la polémica sobre El Analista*. Universidad Autónoma de México. Instituto de Investigaciones Filosóficas. 2006; ROYDEN, H., *Real Analysis*. Pearson. 2010; AHLFORS, L., *Complex Analysis. An introduction to the of analytic functions of one complex variable*. McGraw-Hill Book Company. New York, 1966.
[58] Cfr. ENDERTON, H., *Elements set Theory*, pp. 111-113.
[59] Cfr. BAGARÍA, J., *La teoría de…*
[60] Cfr., MENDELSON, E., *Ob. Cit*., pp. 225-304.
[61] Cfr. GÖDEL, K., *Obras completas*, pp. 45-89.

Tal vez esto significa que ZFC no se pueda considerar como un fundamento de las matemáticas en el sentido estricto del término. No obstante, en la actualidad ZFC se considera un fundamento razonable para las matemáticas en la mayoría de la comunidad matemática mundial, por varias razones[62].

A pesar de las valiosas conclusiones parciales obtenidas hasta ahora vale la pena continuar profundizando en las preguntas ¿En qué consiste el platonismo matemático? y ¿Cómo se relaciona el platonismo matemático con los fundamentos de la matemática y con ZFC?

Anteriormente se habló del platonismo moderado desde el punto de vista de la restricción del platonismo absoluto, en especial de la restricción del Principio de comprensión intuitivo. Sin embargo vale la pena resaltar que por platonismo moderado Bernays entiende lo siguiente:

> … al platonista moderado no le interesa en lo más mínimo saber "donde" existen las entidades matemáticas: en la mente de los hombres, en un paraíso platónico o en la mente de Dios. De lo que se trata es más bien de conocer qué relaciones formales mantienen las entidades abstractas entre sí y respecto de los individuos que subsumen, y si es de alguna utilidad asumir la existencia de entidades caracterizadas por tales relaciones. En este sentido Russell de la segunda edición de los **Principia** y el propio Gödel sostendrían un platonismo moderado.[63]

Quizá vale la pena resaltar dos cosas con respecto a la cita anterior: (a) Para el autor de este trabajo no necesariamente Gödel sostendría *totalmente* un platonismo moderado en el sentido de Bernays, según la bibliografía consultada[64], el platonismo sofisticado y no ingenuo propio de Gödel podría ser más fuerte que el platonismo matemático moderado descrito por Bernays. (b) Para el autor de este trabajo el platonismo moderado que describe Bernays en su cita, ampliado con los nuevos métodos de la metamatemática contemporánea (Hilbert, Tarski, Gödel, Cohen, Solovay, Thennenbaum, Shelah, Chang, Keisler, Jech, Todorčević, Woodin, etc.), nuevos métodos que se desarrollan en el contexto del platonismo moderado, modela la manera de trabajar de la mayoría de los matemáticos profesionales en la actualidad, modela "el quehacer matemático", en este sentido lo que dijo Bernays en 1934, *"No resulta exagerado afirmar que el platonismo reina actualmente en la matemática"*, sigue siendo vigente en la actualidad.

---

[62] Cfr. MOSTERÍN, J., *Ob. Cit.*; Bagaría, J., *Ob. Cit.*
[63] BERNAYS, P., *Ob. Cit.*, p. 42. Énfasis del autor.
[64] Las obras citadas de Gödel en el píe de página 45, entre otras.

¿Cuáles son los rasgos más platonistas de ZFC? Respuesta: Tal vez se pueda decir que son tres de sus axiomas: (1) El Principio del tercero excluido, que es uno de los axiomas lógicos de ZFC (“Para cualquier proposición φ se cumple que (φ es verdadera o φ es falsa), (2) el Axioma del infinito (“Existe un conjunto inductivo”, es decir, “Existe un conjunto A tal que $\emptyset \in A$ y para cada conjunto X, si $X \in A$, entonces $S(X) = X \cup \{X\} \in A$. Notar que como consecuencia de la propiedad de A que postula el axioma del infinito se cumple que A es infinito. Con este axioma (principalmente) se puede demostrar que en dicha teoría existe el conjunto de los números naturales □ con sus operaciones y relación de orden usual, el conjuntos de los números racionales $\mathbb{Q}$ con sus operaciones y relación de orden usual, el conjunto de los números enteros $\mathbb{Z}$ con sus operaciones y su relación de orden usual, el conjunto de los números reales $\mathbb{R}$ con sus operaciones y relación de orden usual, y el conjunto de los números complejos □ con sus operaciones usuales), y (3) el Axioma de elección (“Todo conjunto tiene una función selectora”).

Los tres axiomas antes mencionados son necesarios para desarrollar en ZFC la Teoría de los números transfinitos ordinales y cardinales de Cantor, teoría que llamó Hilbert el “núcleo fundamental”[65] de la Teoría de conjuntos ingenua de Cantor, en el caso del desarrollo de la aritmética transfinita cardinal es estrictamente necesario usar el Axioma del elección. Desde sus orígenes los números transfinitos ordinales y cardinales de Cantor fueron fuertemente cuestionados (entre otros) por los matemáticos que sostienen la Filosofía de la matemática intuicionista (o constructivista), como por ejemplo Kronecker (1823-1891), Brouwer (1881-1966), Heyting (1898-1980), etc. Alemán Pardo describe al Inticionismo de la siguiente manera:

> Frente al descriptivismo, compartido por platonismo y empirismo, aparece el constructivismo negando directamente la tesis común a ambos: los enunciados lógico matemáticos no describen ningún tipo de realidad (ni ideal ni natural) preexistente a la propia actividad constructiva del matemático. La función propia de los enunciados lógico -matemáticos no es describir, sino **construir formas** que pueden ser empleadas en la descripción de la realidad. Pero la realidad que se alude aquí no es la realidad ideal que pretende describir el platónico. En este punto el constructivismo coincide con el empirismo: no hay necesidad de postular dos tipos de realidad habitadas por dos tipos de objetos de naturaleza ontológica heterogénea: objetos empíricos espacio-temporales y objetos abstractos fuera del espacio-tiempo. Para el constructivismo no es necesario postular la existencia de objetos fuera del espaciotiempo a fin de dar cuenta de la naturaleza de la lógica y la matemática, pues si los enunciados lógico -matemáticos no funcionan como descripciones, entonces no hace falta postular ninguna clase de objetos que describir.[66]

[65] HILBERT, D., Ob. Cit., p.90.
[66] ALEMÁN, A., Ob. Cit., pp. 17-18. Énfasis del autor.

¿Cómo entender en la cita anterior la expresión "**construir formas**"? siguiendo a Heyting (entre otros) se puede afirmar que tales "formas" se deben construir usando un **procedimiento efectivo**, es decir, se deben construir en un número finito de pasos usando la secuencia infinita potencial de los números naturales.

Esto implica que el contructivismo rechace el "Principio del tercero excluido" precisamente porque no existe un procedimiento efectivo tal que dada una proposición cualquiera φ se pueda determinar en un número finito de pasos si efectivamente φ es verdadera o falsa. También rechazan los constructivistas la existencia de los números transfinitos de Cantor (ordinales y cardinales) porque no se pueden construir según el criterio mencionado. También rechazan la prueba de la existencia de un objeto usando reducción al absurdo (sin una construcción del mismo de manera efectiva).

Para finalizar con el tema de la presencia del platonismo matemático en ZFC vale la pena destacar que el intuicionismo también puede ser interpretado como platonismo matemático según Bernays[67], específicamente como una modalidad del platonismo moderado, como un tipo de platonismo moderado constructivo, pues es conocido que los "procedimientos finitos y efectivamente computables" pueden parar en un número natural *n* **muy grande** que el ser humano no puede construir en la práctica con el pensamiento. Un ejemplo en la actualidad se puede encontrar en la computación con las diferencias que existen entre "computable teóricamente" y "computable en la práctica", la primera no implica a la segunda, y ocurre que el intuicionista está en el ámbito de "computable teóricamente", por lo tanto el intuicionista es un platonista. Lo Monaco y Sánchez, en su introducción al texto *Platonismo matematico* de Bernays, expresan esto de la siguiente manera:

> Como quiera que sea, lo más importante del análisis de Bernays es que la escuela **intuicionista** puede ahora pasar a interpretarse como una especie de platonismo moderado constructivo. En efecto, en el sentido en que Bernays usa el término, los intuicionistas serían platonistas que aceptan la existencia de sólo algunas entidades abstractas, incluso aquellas entidades que no han sido siquiera mentalmente construidas. Por ejemplo, es inverosímil que alguien tenga tiempo y bríos para construir el número $10^{10^{10}}$. Pues bien, los intuicionistas aceptarían la existencia de tal número, pues admiten la existencia de cualesquiera entidades

[67] Cfr. BERNAYS, P., Ob. Cit., p. 11. Énfasis del autor.

> para las que pueda establecerse un método por medio del cual "en principio" podrían ser efectivamente construidas.[68]

Para Ferreirós[69] el platonismo matemático según Bernays tiene dos extremos: El platonismo moderado constructivo (instuicionista) y el platonismo absoluto (de la Teoría de conjuntos ingenua). El primero se puede defender a pesar de que limita enormemente las posibilidades teóricas, la segunda no se puede sostener por el problema de las paradojas. Entre tales extremos caben múltiples posibilidades de grados de platonismo. El autor de este artículo llama a esta gradación: **La escala de Bernays del platonismo matemático moderado**.

Con respecto al platonismo y al intucionismo (constructivismo) Bernays afirma que ambos son necesarios para la ciencia matemática:

> Lo anterior es suficiente para mostrar que las dos tendencias, intuicionismo y platonismo, son ambas necesarias; se complementan mutuamente con lo cual no tiene sentido renunciar a ninguna de ellas.[70]

La relación entre el platonismo matemático y el intuicionismo (constructivismo) es presentada por Mosterín y Torretti desde un punto de vista interesante en la siguiente cita que aporta a esta investigación, pues se refieren a un resultado metamatemático (lógico- matemático) de Gödel que relaciona ambas concepciones filosóficas de la matemática (*"la aritmética intuicionista no es más segura que la aritmética platonista"*) y también hablan del problema de los fundamentos de la matemática en el pasado reciente y en el presente:

> El programa intuicionista requiere abandonar el análisis matemático habitual y sustituirlo por una nueva matemática intuicionista, que emplea nuevas nociones, como la de secuencia de elecciones. El problema de las paradojas desaparece, pues son meras combinaciones de palabras a las que no corresponde construcción mental alguna. Durante cierto tiempo, el exigente intuicionismo parecía ofrecer la opción más segura para el desarrollo consistente de las matemáticas. Sin embargo, en 1932 Gödel probó que hay una manera de traducir la lógica y la aritmética clásica a la intuicionista, de tal manera que cualquier fórmula clásica válida es también intuicionistamente válida y a cualquier posible contradicción en la teoría clásica correspondería otra contradicción en la intuicionista. En otras palabras, Gödel probó la consistencia relativa de la lógica y la aritmética clásica respecto a la intuicionista. Por lo tanto la segunda no es más segura que la primera. Esto redujo considerablemente el atractivo del programa intuicionista. Además, la matemática intuicionista tiene que renunciar a gran parte de la riqueza, potencia y elegancia de la matemática clásica, así como a muchos de sus resultados y métodos. Además, en los casos en que los teoremas clásicos coinciden con los intuicionistas, las pruebas de los mismos resultados se vuelven mucho más complicadas. Por

[68] *Ibídem.*
[69] Cfr. FERREIRÓS, *Ob Cit.*, p. 9. Énfasis del autor.
[70] BERNAYS, P., *Ob. Cit.*, p. 35.

> todo ello el intuicionismo no ha logrado gran aceptación en la comunidad científica y sigue siendo cultivado por una fracción minoritaria de los matemáticos, sobre todo en Holanda. De todos modos, la prueba de que un resultado clásico puede también obtenerse con los austeros medios intuicionistas es interesante por sí misma, con independencia de lo que uno pueda pensar de esta peculiar filosofía de la matemática.[71]

Ahora bien, con esto finaliza el tratamiento del tema de la presencia del platonismo matemático en ZFC, pasaremos ahora a examinar la presencia del platonismo matemático en los "axiomas de cuerpo ordenado completo", es conocido que tales axiomas caracterizan (salvo isomorfismo) al sistema de los números reales y que se utilizan actualmente para desarrollar el Análisis real en el marco de la teoría de conjuntos, como por ejemplo se hace en los textos *Real analysis* de Royden, *Calculus* de T. Apostol y *Cálculo Infinitesimal* de Spivak.

Los axiomas de "cuerpo ordenado completo" se formulan en el contexto del la Teoría conjuntos de la siguiente manera siguiendo específicamente a Royden[72]: Se asume que existe un conjunto $\mathbb{R}$ (los números reales), un conjunto $P \subseteq \mathbb{R}$ (los números reales positivos), y las funciones binarias "+" y "•" cerradas sobre $\mathbb{R}$, es decir, $+ : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $\bullet: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tales que se satisfacen los siguientes axiomas, los cuales se listan en tres grupos: Axiomas de cuerpo, Axiomas de orden y Axioma de completitud:

(Vale la pena resaltar que esta manera de trabajar axiomáticamente en el contexto de la Teoría de conjuntos la llama Suppes "fundamentación sinforematica del método axiomático" en su texto *Introducción a la lógica simbólica*, Capítulo 12)

Axiomas de cuerpo: $\forall x, y, z \in \mathbb{R}$, se cumple que:

A1 $x + y = y + x$

A2 $(x + y) + z = x + (y + z)$

A3 $\forall x \in \mathbb{R}\ \exists 0 \in \mathbb{R}\ (x + 0 = x)$

A4 $\forall x \in \mathbb{R}\ \exists\ w \in \mathbb{R}\ (x + w = 0)$

A5 $x \bullet y = y \bullet x$

[71] MOSTERÍN, J. y TORRETTI, R., Diccionario de Filosofía, Madrid, Alianza, pp. 307-308.
[72] ROYDEN,H., *Ob. Cit*., pp. 5, 31-33.

A6 $(x \bullet y) \bullet z = x \bullet (y \bullet z)$

A7 $\forall x \in \mathbb{R}\ \exists 1 \in \mathbb{R}\ (1 \neq 0 \land x \bullet 1 = x)$

A8 $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\ \exists\, w \in \mathbb{R}\ (x \bullet w = 1)$

A9 $x \bullet (y + z) = (x \bullet y) + (x \bullet z)$

(El w de A4 es único y se denota por $-x$. Y el w de A8 es único y se denota por x^{-1})

Axiomas de orden: El subconjunto P de reales positivos satisface lo siguiente:

B1 $(x, y \in P) \rightarrow x + y \in P$

B2 $(x, y \in P) \rightarrow x \bullet y \in P$

B3 $(x \in P) \rightarrow -x \notin P$

B4 $x \in \mathbb{R}\ [(x = 0) \lor (x \in P) \lor (-x \in P)]$

Cualquier sistema $(K,\oplus,\odot)$ que satisfaga los axiomas A1-A9 y B1-B4 es llamado un **cuerpo ordenado**. Por ejemplo los racionales $(\mathbb{Q},+,\bullet)$ son un cuerpo ordenado. Y el sistema de los reales $(\mathbb{R},+,\bullet)$ construido en la Teoría de conjuntos usando cortaduras de Dedekind o sucesiones de Cauchy (por ejemplo) es también un cuerpo ordenado. En un cuerpo ordenado se define $x < y$ si y solo si $y - x \in P$. Y se escribe $x \leq y$ si y sólo si $(x < y \lor x = y)$.

Un teorema de todo cuerpo ordenado es el siguiente:

Teorema 4.1. *Cualquier cuerpo ordenado contiene conjuntos isomorficos al conjunto de los números naturales ($\mathbb{N}$), al conjunto de los números enteros ($\mathbb{Z}$) y al conjunto de los números racionales ($\mathbb{Q}$).*

Una formulación y demostración de tal teorema puede encontrarse (entre otros) en la obra ya citada de Royden.

Para formular el Axioma de completitud se requiere de una definición previa: Sea S un conjunto de números reales ($S \subseteq \mathbb{R}$) y $b \in \mathbb{R}$. Se dice que b es una *cota superior* de S si y sólo si

$\forall x \in S\ (x \leq b)$. Un número $c \in \mathbb{R}$ es llamado una *menor cota superior* para S si y sólo si c es una cota superior de S y para cada cota superior b de S se cumple que $c \leq b$. Es claro que la menor cota superior de un conjunto S es única si ella existe.

Axioma de completitud: Cualquier subconjunto $S \subseteq$ □ no vacío que tenga una cota superior tiene una menor cota superior.

Cuatro teoremas **fundamentales** del Análisis real cuya demostración no se puede realizar sin el Axioma de completitud son los siguientes:

Teorema 4.2 (Principio de Arquímedes). *Para cualquier número real x existe un entero positivo n tal que $x < n$.*

Una demostración de tal teorema puede encontrarse (entre otros) en las obras ya referidas de Royden y Apostol.

Teorema 4.3. *Si f es una función continua en el intervalo cerrado $[a, b]$ y $f(a) < 0 < f(b)$, entonces existe algún $x \in [a, b]$ tal que $f(x) = 0$.*

Una demostración de tal teorema puede encontrarse (entre otros) en la obra ya citada de Spivak.

Teorema 4.4. *Si f es una función continua en el intervalo cerrado $[a, b]$, entonces f está acotada superiormente en $[a, b]$, es decir, existe algún número N tal que $f(x) \leq N$ para todo $x \in [a, b]$.*

Una demostración de tal teorema puede encontrarse (entre otros) en la obra referida anteriormente de Spivak.

Teorema 4.5. *Si f es una función continua en el intervalo cerrado $[a, b]$, entonces existe un $y \in [a, b]$ tal que $f(y) > f(x)$ para todo $x \in [a, b]$.*

Una demostración de tal teorema puede encontrarse (entre otros) en la obra refeida anteriormente de Spivak.

Ahora bien, en los axiomas de "cuerpo ordenado completo" (presentados anteriormente) que se usan en la actualidad en el desarrollo del Análisis real en el marco de la teoría de conjuntos se puede apreciar que un ejemplo de axioma platonista es el Axioma de completitud, pues no se ofrece un procedimiento efectivo para construir la menor cota superior que el enunciado afirma que existe. El Principio del tercero excluido en el desarrollo de tal axiomática (es un axioma lógico implícito en la misma) también es otro ejemplo de axioma platonista. Y suponer el conjunto $\mathbb{R}$ cerrado bajo las operaciones $+$ y $\bullet$, siendo $\mathbb{R}$ un infinito actual (no constructivo efectivamente), también es una postura platonista a mi entender (supone el Axioma del infinito), con el conjunto P infinito actual (no constructivo efectivamente) pasa algo análogo que con el conjunto $\mathbb{R}$.

Según Ivorra *"todo el análisis y toda la topología básica y toda la teoría descriptiva de conjuntos clásica"*[73] se puede desarrollar con la teoría $ZF + DC$ ($ZF = ZFC - AE$). Desde esta perspectiva también se puede apreciar la presencia del platonismo matemático en el Análisis real. Los axiomas tal vez más platonistas del Análisis real serían: El Principio del Tercero excluido, el Axioma del Infinito y DC (DC es una versión débil del AE que no es efectivamente constructiva y que implica "elección numerable", como se dijo en la primera sección).

En conclusión, por todo lo dicho anteriormente se puede apreciar mediante ejemplos por qué el Análisis real (tal cual es referido en esta sección) es una teoría matemática platonista (en alguna versión de platonismo).

[73] IVORRA, C., *Ob. Cit.*, p. XXVI.

Reseñas

Antonio Benítez: Lógicas no clásicas. Una introducción.

Ricardo Da Silva
(Universidad Central de Venezuela)

UCV ESCUELA DE FILOSOFÍA

apuntes filosóficos

Vol. 28 No. 55

***Lógicas no clásicas. Una introducción*. Antonio Benítez.**[*]

Por Ricardo Da Silva

Lógicas no clásicas. Una introducción de Antonio Benítez funciona como una elegante introducción formal al estudio riguroso y sistemático de las lógicas no clásicas más llamativas desde el siglo pasado. Esta obra, a la que vamos a pasar revista, forma parte y cierra una trilogía de obras del autor, que empieza con *Lógica bachillera. Una introducción a la lógica* y *Apuntes sobre Lógica y Teoría*.

El libro se compone de un corto prólogo, doce capítulos y dos apéndices. En el prólogo el autor comenta brevemente la intención del texto y la razón de la estructura que tiene. El texto busca funcionar como fundamento para un curso introductorio semestral de *Lógicas proposicionales no-clásicas* para cualquier grado universitario de filosofía. Para ello el autor empieza por definir la *Lógica clásica proposicional* (*L*) y en contraste con ella define una *Lógica proposicional trivalente* (*L3*) siguiendo a Ulrich Blau en su obra *Die Dreiwertige Logik der Sprache* (1978) y Jaime Sarabia en *Extensiones del Sistema L3 de lógica trivalente* (1981) en donde se ofrece una interpretación para las conectivas que se distingue de las ofrecidas por Jan Lukasiewicz en *O Logice trójwartosciowej* (1920) *y* Emil Post *en Introduction to a General Theory of Elementary Propositions* (1921). Luego se introduce al lector en las *modalidades* y la semántica que Kripke propone para la *Lógica modal* (*Lm*) en "Semantical analysis of modal logic I, normal propositional calculi" (1963) y se presentan los sistemas *K*, *T* y *S4* para dicha lógica. Finalmente, la *Lógica intuicionista* (*Li*) es definida por analogía con *S4*, y la semántica para esta lógica se define a partir del artículo de Kripke titulado "Semantical Analysis of Intuitionistic Logic I" (1965). Veremos como el autor desarrolla todos estos sistemas lógicos a lo largo del libro, y como luego, en dos apéndices de moderada extensión, utiliza varios de estos sistemas para reflexionar sobre dos tópicos lógico-filosóficos de peso histórico: El tema del debate entre megáricos y estoicos por la interpretación del *condicional material* por un lado y por otro lado el tema de las ideas ontológicas y lógicas sobre la *Substancia* en Leibniz.

[*] Editorial: Escolar y Mayo Editores. 2015. Madrid. 170 pp.

Antonio Benítez sigue el enfoque contemporáneo de autores como Carlos Di Prisco en *Introducción a la lógica matemática* (2009), Mendelson en *Introduction to mathematical logic* (1997), Flum, Thomas y Ebbinghaus en *Logic mathematical* (1996), Nerode y Shore en *Logic for aplications* (1997) y, por último, C. Chang y H. Keisler en *Model Theory* (1990), para los que definir una lógica es caracterizar su sintaxis, semántica y luego ofrecer un cálculo completo y consistente siempre y cuando sea posible. En el caso de *Lógicas no clásicas. Una introducción*, el cálculo que el autor ofrece para cada uno de los sistemas es el de *árboles analíticos* o *tablas semánticas* inspirándose en el trabajo de Evert Beth.

En el primer capítulo titulado "*L*: Lógica clásica bivalente" el autor ofrece la sintaxis de la *Lógica proposicional canoníca* (*L*). Para ello lo primero que se nos presenta (1.1) es el *alfabeto* de *L* que lo constituye el siguiente conjunto de veintitrés (23) elementos: {¬,∧,∨,→,T,□,p, 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,{,},(,),[,]}. En donde "¬, ∧, ∨, →" son los nombres de las *conectivas lógicas* ya conocidas, "T, □" son símbolos para *lo verdadero* y *lo falso* respectivamente, "p" es una *variable proposicional*, las cifras son usadas como subíndices de las variables proposicionales y los distintos tipos de *paréntesis* sirven como delimitadores del alcance de las conectivas lógicas.

En seguida (1.2) el autor define la *operación de concatenación* que intuitivamente queda recogida en las siguientes palabras: "La idea es que, si se cogen dos ristras cualesquiera de *L* y se conectan, se obtiene una ristra de signos formada del siguiente modo: se escribe la primera ristra e inmediatamente a continuación la segunda" (p. 2). La concatenación es una función definida en el producto generalizado del alfabeto de *L*, y el autor la define con total rigurosidad de forma recursiva.

Ejemplos de la aplicación de la operación de concatenación son: "p_2", "$p_2 \rightarrow p_{40}$" y "$p_8 \wedge \neg$". El autor ofrece a continuación (1.3) la definición de *fórmula bien formaba*, o en su caso *expresiones bien formadas*. La definición se lleva a cabo de forma recursiva y es la ya conocida en los manuales clásicos de Lógica matemática. Es importante señalar, junto con el Profesor Benítez, que como el conjunto de letras proposicionales es numerable, entonces el conjunto de las fórmulas de *L* es también numerable. Al conjunto de las *fórmulas bien formadas* de *L* se le denota por *L**. Con ayuda de las definiciones anteriores se nos ofrecen la definición de *grado Lógico* y *signo lógico principal*.

El *grado lógico* (o *rango*) de una fórmula de *L*, revisado en la sección 1.4, viene dado por el número de conectivas lógicas que tiene una fórmula y se caracteriza con la siguiente función: gr: $L^* \rightarrow \mathbb{N}$, cuya definición recursiva se recoge en las siguientes cláusulas [Sean A, B $\in L^*$]: (1) Si A es una fórmula atómica o es T, o es □, entonces gr(A)= 0 [La idea intuitiva es que ya que las fórmulas atómicas no tienen conectivas lógicas por ser solo letras proposicionales, entonces su grado lógico es igual a cero]; (2) gr(¬A)= 1+ gr(A) y (3) Gr(A⋄B)= 1+gr(A)+gr(B), donde ⋄ representa alguna de las tres conectivas diádicas presentes en el alfabeto de *L*.

Con el concepto de *concatenación* se pueden definir *operadores de concatenación* para la *negación* ($\text{Con}_{\neg}$(A)= "¬A"), la *conjunción* ($\text{Con}_{\wedge}$(A, B)= "A∧B"), la *disyunción* ($\text{Con}_{\vee}$(A, B)= "A∨B") y el *condicional* ($\text{Con}_{\rightarrow}$(A, B)= "A→B"). Con ayuda de estos operadores la definición de *signo lógico principal* es la siguiente: El *signo lógico principal* de una fórmula coincide con el último operador de concatenación que fue utilizado para formar a la fórmula en cuestión. El profesor Benítez recoge la siguiente intuición: Ante toda fórmula podemos pensar que esta se encuentra compuesta mediante otras fórmulas aplicando los *operadores de concatenación*, de aquí se desprende el concepto de *subfórmula* (1.5) y a su vez en estos conceptos se apoya para mostrar como se refleja el *árbol de composición de una fórmula* [así como la *inversión* de dicho árbol], y referente a este concepto describe un esquema de prueba [por inducción] del *lema de descomposición única* de cada fórmula (en las secciones 1.6 y 17.). El capítulo cierra (1.8) con la pertinente convención de suprimir paréntesis cada vez que esto no genere un conflicto en la lectura de la fórmula.

El segundo capítulo, llamado "Semántica de *L*", comienza con una introducción que plantea y aborda el problema teórico de la verdad de las proposiciones e intuitivamente prepara el terreno para las siguientes secciones. En la segunda sección (2.2) de dicho capítulo se definen, de la manera usual, las conectivas lógicas como *funciones veritativas* y a partir de estas definiciones se pasa a enunciar, en la tercera sección (2.3), varios conceptos semánticos fundamentales, como lo son los conceptos de: *Modelo de una fórmula*, *fórmula satisfacible*, *conjunto satisfacible de fórmulas*, *fórmula insatisfacible*, *conjunto insatisfacible de fórmula*s y *fórmula contingente*. El profesor Benítez pasa luego a dedicarle atención a tres nociones centrales de la semántica formal, por un lado la noción de *fórmula válida* y de *consecuencia lógica* [estas nociones son acompañadas de los respectivos corolarios que se siguen de su definición –por solo mencionar dos de ellos: (1) Si X es una *tautología*, entonces X es *consecuencia* de cualquier conjunto de fórmulas Σ y (2) Si Σ es un *conjunto insatisfacible de fórmulas*, entonces cualquier fórmula es *consecuencia lógica* de Σ–, así como de la mención de las propiedades que cumple la relación de *consecuencia lógica* para *L* [*monotonía*, *reflexividad* y *corte*], para terminar este apartado con las nociones de *fórmula independiente* y *conjunto de formulas independientes*]. Por otro lado, se define el concepto de *equivalencia lógica* (≡) de forma canoníca como aparece en todos los manuales y se enuncia un corolario que se sigue de su definición [$X \equiv Y$ syss $X \leftrightarrow Y$ es una tautología], así como sus propiedades [*monotonía*, *reflexividad*, *corte* y *sustitución*, que tomando lo dicho por el profesor Benítez dice así: si α es una subfórmula de X, $\alpha \equiv \beta$ e Y es el resultado de sustituir α por β en X, entonces $X \equiv Y$]. El segundo capítulo no acaba sin antes introducir el *método de tablas de verdad* (2.4), se enseña a responder a la pregunta de cuándo una fórmula es *tautológica*, *contingente*, *contradictoria* o *satisfacible*. También se enseña a determinar cuándo existe *consecuencia lógica* entre un conjunto de fórmulas que actúan como premisas y una fórmula que actúa como conclusión. Finalmente se muestra cómo probar *equivalencia lógica* con dicho método.

En el tercer capítulo, "Árboles analíticos en *L*", se introduce el *cálculo de árboles analíticos* o *tablas semánticas* con el que se va a trabajar a *L*, y es el método, bajo adaptación, con el que también se va a trabajar a *L3*, *Lm* y *Li*, en este sentido el texto no solo es un manual de introducción a las *Lógicas proposicionales no-clásicas* de mayor relevancia, sino que también es un buen texto de introducción al *cálculo de árboles o tablas semánticas*, y por ello puede acompañar como complemento teórico, a textos como *Lógica formal: Su alcance y sus límites* (1999, 2da Ed.) de Richard C. Jeffrey y *Lógica para principiantes* (2004) de María Manzano y Antonia Huertas. Lo primero que hace el profesor Benítez, en el apartado 3.1, es definir las nociones abstractas de *árbol*, *nudo*, *camino* y *rama*. Parafraseando un poco: Un *árbol* es un conjunto ordenado de *niveles* que se componen de *nudos*. En el primer nivel solo hay un *nudo*, la *raíz*. Todos los *nudos* del segundo nivel son *sucesores inmediatos* de la *raíz*, y ella, la *raíz*, es *antecesor inmediato* de todos los *nudos* del segundo nivel. Dado un *nudo* en un nivel n [donde n es distinto de 1], se dice que su *camino* está formado por todos los *antecesores* hasta la raíz. En un *árbol* extendido y acabado, los *nudos* con los que nos topamos en el último nivel se llaman *terminales* y a cada *terminal* le corresponde una *rama* del *árbol*.

Los *árboles analíticos* o *semánticos* se comportan como la definición de *árbol* descrita anteriormente, pero con la peculiaridad de que cada *nudo* sólo tiene dos *sucesores inmediatos*, es por ello que se le conocen como *árboles binarios*. La función de los árboles analíticos para L es lograr establecer, de manera *efectivamente calculable*, lo siguiente: (1) *Fórmulas lógicamente válidas* y (2) *Consecuencia lógica*. El autor ofrece, antes de indicar las reglas de dicho cálculo, la heurística y los fundamentos que lo guían, no contamos con la extensión que quisiéramos para acompañar al autor en el recorrido de estos fundamentos, pero si listamos los conceptos que articulan ese desarrollo [presentes en los aparatados 3.2, 3.3 y 3.4]. Dichos conceptos son: *Árbol acabado*, *ampliación de un árbol*, *rama cerrada*, *refutación* [un *árbol acabado* con todas sus *ramas cerradas*] y *deducción bien hecha*. Luego de indicar algunos asuntos metodológicos sobra la forma en que se puede señalar la verdad o falsedad de las fórmulas [por ejemplo, usando signos especiales como "V" para indicar la verdad de una formula y "F" para indicar su falsedad, y colocando por delante de la fórmula la letra que convenga según su valor de verdad, esto es, marcándola de la siguiente manera: V X o F X], el autor pasa a señalar los hechos sobre la noción de *interpretación* que darán lugar a las famosas reglas del cálculo de *árboles semánticos* para la *Lógica proposicional clásica*. Es así como en la sección 3.7 se nos ofrecen las ya conocidas *reglas alfa* (α) o reglas que no bifurcan [para la falsedad y la verdad de la negación, la verdad de la conjunción, la falsedad de la disyunción y la falsedad del condicional] y las *reglas beta* (β) o que bifurcan [para la falsedad de la conjunción, la verdad de la disyunción y la verdad del condicional]. El capítulo culmina con una sección de ejercicios.

El cuarto capítulo nos presenta la sintaxis de la *Lógica trivalente (L3)*, de ahí su nombre "*L3*: Un lenguaje para lógica trivalente". El alfabeto de *L3* se distingue del de *L*, por contar con una conectiva lógica más, a saber, el símbolo lógico para la *negación fuerte* ($-$) y que se diferencia, en su interpretación, del símbolo de la *negación débil* (¬) que comparte con *L*, de esta manera el alfabeto de *L3* cuenta con 24 elementos. La presentación de la sintaxis de *L3* coincide con la de *L*, a excepción de los casos en donde se debe incluir una cláusula en las definiciones recursivas para recoger el caso de la *negación fuerte*. Así pues, se ven modificadas, con una cláusula extra, la definición de *fórmulas bien formada* (o *expresión bien formada*), las definiciones de *grado lógico*, *conectiva principal*, *subfórmula* y el *lema de descomposición única*.

En el quinto capítulo, "Semántica de *L3*", se definen los comportamientos semánticos [la interpretación] de las conectivas. En la sección 5.1 se establece una *función i* (de *interpretación*) que tiene por dominio a *L3** [el conjunto de las *fórmulas bien formadas* de *L3*] y por conjunto de llegada se tiene $\{1,0,\frac{1}{2}\}$, y se define bajo recursión de la siguiente manera [para A, B ∈ L3*]: (1) i(¬X) = 0 syss i(X)=1; i(¬X) = 1 syss i(X)= 0 o i(X)=$\frac{1}{2}$, (2) i(−X) = 0 syss i(−X)= ; i(−X)=1 syss i(−X)=0; i(−X)= $\frac{1}{2}$ syss i(−X)= $\frac{1}{2}$, (3) La definición de cuando i(X∧Y)= 1 y i(X∧Y)=0 coincide con la clásica bivalente, en cualquier otro caso i(X∧Y)= $\frac{1}{2}$, (4) La definición de cuando i(X∨Y)= 1 y i(X∨Y)=0 coincide con la clásica bivalente, en cualquier otro caso i(X∧Y)= $\frac{1}{2}$, (5) La definición de cuando i(X→Y)= 0 coincide con la clásica bivalente; i(X→Y)= $\frac{1}{2}$ syss i(X) = 1 e i(Y) = $\frac{1}{2}$, en cualquier otro caso i(X→Y)= 1. Se define además la conectiva *bicondicional*. El capítulo no culmina sin antes incluir los conceptos semánticos para *L3*, todos ellos similares a los de la semántica de *L*, solo que en este caso se incluye la definición de *fórmula lógicamente indeterminada* [Sea X ∈ L3*, X es *lógicamente indeterminada* syss i(X) = $\frac{1}{2}$, para toda i]. Al igual que el segundo capítulo, se cierra con el *método de tablas de verdad*, aplicado en esta ocasión a *L3*. Debemos destacar que este capítulo cuenta con una nota histórica sobre los sistemas de *Lógica proposicional trivalentes* presentados por Lukasiewicz (1920) y Post (1921).

El capítulo sexto, "El método de cálculo de árboles analíticos", presenta el *cálculo de árboles semánticos* para *L3*. Obviamente son ampliadas las *reglas alfa* (α) y las *reglas beta* (β), para atender a la introducción de la nueva negación [la *fuerte*]. En este sentido se tienen reglas para la *negación fuerte* y *débil* de la *conjunción, disyunción* y *condicional*; y también para las diversas combinaciones admisibles y no redundantes entre la *negación fuerte* y la *débil*. El total de reglas se extiende a diecisiete (17), esto sin usar la notación de *fórmulas marcadas*. El capítulo cuenta a su vez con una traducción de un comentario en extenso (6.2), reproducido de *Die Dreiwertige Logik der* Srapeche (1978) de Ulrich Bau, sobre la relación entre los valores veritativos de *L* y los de *L3*.

El séptimo capítulo recibe el nombre de "*Lm*: lógica modal". La *Lógica proposicional modal* es una extensión de la *Lógica proposicional clásica* que cuenta con dos nuevos símbolos lógicos, los *operadores modales*: □ [con el que podemos dar cuenta de que una proposición es necesaria: □ X] y ◊ [con el que podemos dar cuenta de que una proposición es posible: ◊X]. Con la adición de estos dos nuevos operadores, el alfabeto de *Lm* cuenta con 25 elementos. La presentación de la sintaxis de *Lm* coincide con la de *L*, a excepción de los casos en donde se debe incluir una cláusula en las definiciones recursivas para recoger los casos de □ y ◊. Así pues, se ven modificadas las definiciones de *fórmulas bien formada* (o *expresión bien formada*), *grado lógico*, *conectiva principal*, *subfórmula* y el *lema de descomposición única*.

El capítulo número ocho, titulado "Semántica de *Lm*", introduce todo lo referente al apartado semántico de la *Lógica modal*. El capítulo comienza con una especie de comentario intuitivo sobre las *modalidades* y las formas en que los *operadores modales* afectan *los valores de verdad* de las fórmulas. Para dotar de una semántica apropiada a la *lógica modal*, el autor recurre a definir, en el apartado 8.1, las *estructuras de Kripke* *E*=$\langle W, R\rangle$, donde W es un conjunto de *mundos posibles* y *R* es una relación binaria definida en W llamada *relación de accesibilidad*. Los elementos de W se denotan w_i; si w_2 es accesible desde w_1, lo denotamos por w_1 *R* w_2. A partir de las *estructuras de Kripke* se pasa a definir la noción de *modelo de Kripe* M=$\langle W, R, v\rangle$, donde v es una *función de asignación*, de tal forma que dada una fórmula de *Lm** se le asigna el conjunto de mundos posibles donde dicha fórmula es verdadera. En las siguientes secciones (8.2, 8.3 y 8.4) el autor muestra cómo se pueden interdefinir los *operadores modales*, se introducen los conceptos semánticos relevantes [*fórmula satisfacible*, *fórmula verdadera en un mundo posible*, *fórmula válida en un modelo*, *fórmula válida en una clase de modelos*, *conjunto satisfacible de fórmulas*, *fórmulas equivalente* y *consecuencia lógica*]; y se enumeran algunas leyes de la *Lm*. El último apartado (8.5) de este capítulo presenta los diagramas de nodos para representar los conceptos semánticos de *Lm*.

En el noveno capítulo, "Un cálculo de árboles analíticos para *Lm*", el profesor Benítez nos presenta la "mecánica modal" de las *tablas semánticas* (9.1). Luego, en la sección 9.2, se nos presentan tres cálculos, todos ellos contienen las *reglas alfa* y *beta* ya conocidas para *L*, además de las siguientes: (1) Cálculo *K*. (K.1) Regla $◊_K$: Es lícito pasar, aplicando antes la regla *, de ◊X a X, (K.2) Regla ¬□: Es lícito pasar, aplicando antes la regla *, de ¬□X a ¬X; (2) Cálculo *T*. (T.1) Regla $¬◊_T$: Es lícito pasar de ¬◊X a ¬X, (T.2) Regla $□_T$: Es lícito pasar de □X a X, (T.3) Regla $◊_T$: Es lícito pasar, aplicando antes la regla *, de ◊X a X, (T.4) Regla $¬□_T$: Es lícito pasar, aplicando antes la regla *, de ¬□X a ¬X; (3) Cálculo *S4*. (S4.1) Regla $¬◊_{S4}$: Es lícito pasar de

¬◊X a ¬X, (S4.2) Regla $\square_{S4}$: Es lícito pasar de □X a X, (S4.3) Regla $\Diamond_{S4}$: Es lícito pasar, aplicando antes la regla **, de ◊X a X, (S4.4) Regla $\neg\square_{S4}$: Es lícito pasar, aplicando antes la regla **, de ¬□A a ¬A [La regla * es una regla de modificación de rama que dice: Sustituir □X por X, ¬◊X por ¬X y borrar todas las otras fórmulas a excepción de X o ¬X, luego aplíquese la regla que convenga. La regla ** es una regla de modificación de rama que dice: Borrar todas las fórmulas a excepción de las que tengan forma □A y ¬◊A, luego aplíquese la regla que convenga]. El capítulo culmina con una sección de ejemplos.

En el décimo capítulo se presenta a la *Lógica proposicional intuicionista*, de ahí el nombre del capítulo "*Li*: Lógica intuicionistas". La sintaxis de *Li* coincide con la de *L*, lo único que cambiará será la interpretación. El capítulo es realmente rico por los tres primeros apartados. En el primer apartado (10.1) se nos presentan dos citas de Platón, la primera de *República 510c1-511b2* y la segunda de *Parménides 132b3-132c8*, en las dos se aborda la naturaleza y propiedades de los objetos matemáticos. El autor recurre a estas citas pues ahí se puede rastrear las raíces de lo que hoy se llama *Platonismo en matemática*. En el siguiente apartado (10.2), se comenta la concepción del *Intuicionismo* siguiendo a Arendt Heyting en su *Intuitionism: An Introduciton* (1971, 3ra ed.) y a Michael Dummett en *Elements of intuiitionism* (2000), y se ofrecen dos ejemplos de pruebas de teoremas que van contra dicha concepción por su carácter no constructivo, estos son: (1) Teorema: Hay soluciones de la ecuación $x^y = z$, donde x e y son irracionales y z es racional y (2) Proposición XX del libro IX de los *Elementos* de Euclides: Existen más números primeros que cualquier cantidad propuesta de números primos. Luego (10.3), se nos presenta la idea de la *Lógica intuicionista* como un subsistema de la *Lógica clásica*.

El capítulo número once, "Semántica de *Li*", empieza (11.1) definiendo la noción de *estructura intuicionista* $E_{IN} = \langle K, R \rangle$, donde K es un conjunto no vacío cuyos elementos, k_i, son *estados de conocimiento* de un matemático y R es una relación binaria reflexiva, antisimétrica y transitiva en K que permite ordenar parcialmente los conocimientos del matemático en una serie. A partir de la noción de *estructura intuicionista* se pasa a definir el concepto de *modelo intuicionista* $M_{IN} = \langle K, R, v \rangle$, donde v es una *función binaria* $v(X, k_i)$ *que tiene por rango el conjunto {V,F} [donde X es una fórmula de Li*] y* $v(X, k_i)$ cumple con la siguiente condición: Si k_n y k_m son elementos de K, $v(X, k_n) = V$ *y* $k_n R k_m$, entonces $v(X, k_m) = V$, *por lo que* k_n *y* k_m son elementos de *v(X)*. Luego, en las secciones 11.2, 11.3 y 11.4, se definen todas las nociones semánticas correspondientes y relevantes *de Li* y finalmente se presenta los diagramas de nodos para representar los conceptos semánticos de *Li*.

En el último capítulo, el número doce, titulado "Un cálculo de árboles analíticos para *Li*", el autor nos introduce al método deductivo de *tablas semánticas* para *Li*. En esta ocasión se decanta por volver a usar una notación uniforme de fórmulas marcadas. Antes de presentarnos la "mecánica intuicionista" de los árboles analíticos en la sección 12.3, el Profesor Benítez expone las reglas para el cálculo de *Li* (12.2). Las reglas sobre la verdad de la conjunción, la falsedad de la disyunción, la verdad de la negación, la falsedad de la conjunción, la verdad de la disyunción y la verdad del condicional se mantienen como en el caso del *cálculo de árboles analíticos* para *L*. Las reglas que se modifican son, la falsedad del condicional y la falsedad de la negación, pues para aplicárselas se debe operar primero con una regla de modificación de rama. La parte dedicada a explicar la "mecánica intuicionista" de los *árboles analíticos* cuenta con algunos ejemplos.

El libro culmina con dos apéndices que podrían funcionar perfectamente para ser impartidos durante cursos universitarios de pregrado de *Historia de la lógica*, Filosofía *de la lógica* o algún seminario de investigación que pase revista a la relación entre la lógica y la filosofía. El primer apéndice, de 26 páginas de extensión, desarrolla el tópico de la *implicación lógica megárico-estoica*. El apéndice tiene una evidente clave histórica pero no es la única perspectiva que nos ofrece, por el contrario, junto con el análisis histórico del tema se ofrece un análisis formal de lo que los estoicos y megáricos entendieron por *proposición*, *modalidades*, *condicionales* y *deducción*. En el segundo apéndice, de unas 19 páginas, se desarrolla la *Metafísica* de Leibniz. El recorrido comienza con la noción de *proposición*, sigue con el *dualismo lógico de la sustancia* [*sustancia* como *predicado* y *sustancia* como *sujeto*], el tema del *dinamismo* y la *mónada*, y culmina con el concepto de *mundo*, concepto que resulta de peso para articular una historia de la *semántica de mundos posibles*.

La exposición de todos los sistemas lógicos en *Lógicas no clásicas. Una introducción* es sistemática, elegante, clara y accesible. El libro viene a llenar una ausencia entre los textos introductorios de las *lógicas no-clásicas*. Por lo general, los textos abordan y trabajan una única *lógica no-clásica* de manera formal o consideran varias *lógicas no-clásicas,* pero desde la perspectiva filosófica [problemas como las *implicaciones del cambio de interpretación de las conectivas*, *extensión vs. rivalidad*, pluralismo *lógico*, la *logicidad*, el *apriorismo en lógica*, etc.] sin poner mucha atención a las cuestiones formales [*sintaxis*, *semántica* y *cálculo*]. No es el caso del profesor Benítez, quien decide sacrificar la reflexión filosófica en pro de introducir un buen número de *lógicas no-clásicas proposicionales* de manera rigurosa. Sin embargo, debemos señalar que nos hubiese parecido conveniente, para una obra de esta naturaleza, agregar un apartado de ejercicios propuestos, un apartado dedicado a recomendar bibliografía para profundizar en el estudio meta-teórico de las lógicas presentadas y un índice de contenido que le permita al lector ubicar de forma rápida ciertas nociones y términos, pero ello en nada perjudica la grandiosa obra que nos está ofrecido el profesor Benítez. Es por ello que podemos afirmar sin titubeo, que todo estudioso de habla hispana que quiera empezar sus estudios sobre *L3*, *Lm* y *Li*, debe consultar primero, de manera íntegra, la obra que aquí estamos reseñando.

Eric Steinhart: More Precisely: The Math You Need to Do Philosophy.

Jonathan Zehr
(Universidad Central de Venezuela)

UCV ESCUELA DE FILOSOFÍA
apuntes filosóficos
Vol. 28 No. 55

***More Precisely: The math you need to do Philosophy.* Eric Steinhart** [*]

Por Jonathan Zehr

Eric Steinhart escribe en el año 2009 el libro *More Precisely: The Math You Need to Do Philosophy* bajo el sello editorial de Broadview press. En 2018 es presentada la segunda edición de dicho texto por la misma casa editorial, publicación que consta de 246 páginas distribuida en 9 capítulos, una guía para continuar con el estudio de los temas, un glosario de símbolos, la bibliografía y un índice de temas y nombres. La nueva edición se diferencia de su edición anterior por la disposición, el número y la estructura de los capítulos presentados.

Lo primero con lo que nos encontramos, tanto en la primera como en la última edición, es un prefacio de 10 páginas, en donde se explica el objetivo del libro, su alcance y limites, así como aquello que no debemos esperar de la obra. La idea del autor, con respecto a un trabajo de esta naturaleza, es que no se trata de un libro de texto o manual sobre *Matemáticas básicas*, ni tampoco una introducción a *Lógica*, se trata más bien de un libro que introduce a conceptos, métodos y teorías matemáticas que a juicio de Steinhart pueden servir para modelar o explicar cuestiones propiamente filosóficas. El carácter introductorio del libro siempre nos es recordado a lo largo de sus nueve capítulos. Los diversos tópicos son todos ellos presentados y trabajados de manera intuitiva, ofreciendo ejemplos, aunque como veremos más adelante no de forma uniforme en todos los apartados. Además, en el recorrido de la obra, el autor va señalando fuentes de primera mano e intérpretes para acceder a los conceptos trabajados.

Antes de pasar a describir el contenido de cada uno de los capítulos, es oportuno mencionar las diferencias que podemos encontrar entre ambas ediciones. En el capítulo tercero de la edición de 2018, llamado “Machines”, se elimina el apartado sobre *redes de máquinas* que aparece en la versión de 2009 y se agrega un apartado sobre *modelos físicos*. El capítulo seis de la edición pasada, titulado “Utilitarianism”, pasa a ser, en esta nueva edición, un capítulo sobre la *Teoría de la información*, que se muestra como una ampliación y modificación del apartado eliminado del tercer capítulo anteriormente mencionado. El capítulo siete, sobre *decisiones y juegos*, de la nueva edición recoge en parte lo dicho en el capítulo sexto de la primera edición, y extiende su

[*] Editorial: Broadview press. 2019, 2da edición. Ontario. 234 pp.

contenido, lo que lo vuelve realmente interesante por examinar posibles soluciones de parte de la *matemática aplicada* a experimentos mentales de problemáticas éticas ya canónicos en la filosofía, como, por ejemplo, el *Dilema del prisionero* y el *Dilema de la caza del ciervo*.

Digamos ahora algo sobre el contenido de cada uno de los capítulos. El primer capítulo titulado "Sets", parte de la idea intuitiva de *colección*, y tiene por intención aproximar al lector a la *Teoría de conjuntos elemental*. Esta teoría tiene la belleza de construir sus conceptos desde la unidad más básica hasta estructuras cada vez más complejas. Introduce las nociones básicas de *conjunto* y *elemento*, así como la relación primitiva de *pertenencia*, con la que luego puede definir la relación de *subconjunto*. Desde esos conceptos el autor señala las operaciones básicas entre conjuntos (*unión*, *intersección*, *diferencia* y *complemento*), operaciones no-básicas (*unión generalizada*, *producto cartesiano*, entre otras) y operaciones que se realizan a partir de un conjunto, como la operación de *conjunto potencia*. Steinhart muestra además como se relacionan la operación de conjunto potencia con el *Método de tablas de verdad*, y con una representación del espacio-tiempo. Ya avanzado el capítulo se introduce la noción de *conjuntos puros* y la relación de estos con los *conjuntos de números*. Presenta también, de manera intuitiva y pre-informal, el *Dilema de Benacerraf*.

El segundo capítulo, titulado "Relations", es una continuación natural del primer capítulo y, al igual que en este, la construcción se hace de manera intuitiva. Se presentan las *relaciones* como un resultado de operaciones entre conjuntos, particularmente como un subconjunto del producto cartesiano de los conjuntos dados. El recorrido de las primeras secciones de este apartado es indistinguible de cualquier libro de teoría de conjuntos introductorio en donde se trabaje la noción de relación. Se definen lo que se entiende por *domino*, *codomino* y *aridad* de una relación, y seguidamente se definen las propiedades de una relación: *reflexividad*, *simetría*, *anti-simetría* y *transitividad*. Luego se profundiza con los conceptos de *partición*, *relación de equivalencia* y *clase de equivalencia*. Si bien existen relaciones de cualquier aridad, el autor considera que la mayoría de las relaciones estudiadas por los filósofos son binarias. Presenta el concepto de equivalencia como importante para los conceptos de *identidad* e *identidad de los indiscernibles* (puesto que se tratan de tipos de equivalencias). Se trae a colación también al filósofo J. Locke y su *criterio de identidad según la memoria* y se propone una reconstrucción matemática de dicho criterio. Luego se caracteriza el problema de un universo cerrado temporal y causalmente y la forma en que ello se relaciona con la *filosofía de la mente*, todo ello siguiendo la clave del capítulo trabajado. Se plantea, además, el *problema de los grados de perfección* y como la matemática, desde la noción de relación, puede servir para modelar el *argumento de Anselmo*. Los conceptos de *función*, *isomorfismo* y *sumatoria* también son definidos intuitivamente, aunque con todo el rigor matemático que les compete, y luego son puestos a disposición de asuntos filosóficos, como, por ejemplo, la idea de definir la *referencia semántica* como una función o el rol que juega la noción de sumatoria en el principio articulador de la *ética utilitarista*: "lo verdaderamente importante es la mayor suma de felicidad en el mundo".

El tercer capítulo, "Machines", es sobre el concepto de *máquina* que, como lo ilustra el autor, no remite únicamente a un aparato físico (electrónico, digital, etc.) sino que es una estructura abstracta y formal que puede ser descrita por: conjuntos, relaciones y funciones. Este capítulo permite ilustrar una variedad de tesis filosóficas sobre el espacio, el tiempo, la causalidad, la biología e incluso la ética. Se presenta el *juego de la vida* creado por John Conway, que funciona precisamente para simular un sistema de tipo causal con relaciones definidas. Sobre la *teoría de las máquinas* se explican los conceptos de *regla*, *transición*, *configuración* y *estados* –así como las propiedades y tipos de cada uno de estos conceptos– y la idea de *sistemas causales-espacio-temporales* para máquinas. Entre las maquinas abstractas, se incluyen a las *máquinas de Turing* y las *maquinas universales de Turing*, que deben entenderse como el trasfondo teórico de las modernas computadoras de escritorio, que, a su vez, son campo de interés para los filósofos, precisamente porque se encuentra una intrigante similitud entre la manera de procesar información de las computadores modernos y ciertos procesos neurofisiológicos llevados a cabo por el cerebro humano. Steinhart, en un intento muy arriesgado, aplica máquinas de Turing, el juego de la vida y la noción de *complejidad* para modelar la idea de Leibniz sobre *los mundos posibles* y cómo es que se ordenan en la mente de Dios, también se modela matemáticamente, desde las nociones trabajadas, la t*esis del arquitecto divino* como una aplicación del juego de la vida. Finalmente, el autor analiza si se puede establecer un isomorfismo entre las *estructuras matemáticas puras* y el *mundo físico*.

Continuamos con el cuarto capítulo, titulado "Semantics", en donde se introducen, de manera pre-formal, los conceptos de la teoría *de modelos contemporánea*. El autor muestra la relación de los conceptos lógicos matemáticos utilizados hasta el momento con la construcción de la teoría de *modelos de los mundos posibles,* haciendo valer el interés de los filósofos por conceptos como *existencia posible* y *existencia actual*.

El quinto capítulo sobre la *probabilidad*, “Probability”, se caracteriza por ser una aplicación de toda la teoría hasta ahora explicada, incluye: conjuntos, sus operaciones, relaciones, además alude a la idea de crear métodos de cálculo efectivos que permitan modelar como podría ser el mundo, junto con máquinas de Turing, el juego de la vida y semántica de mundos posibles. El autor introduce el Teorema *de Bayes*, que cuenta con muchas aplicaciones en *Teoría de la decisión*, *epistemología* y *filosofía de la ciencia*. Seguidamente se muestra cómo es que la evidencia cambia las probabilidades de las hipótesis sostenidas y el *grado de creencia*. Finalmente, en este apartado, y valiéndose del *argumento del genio maligno,* Steinhart introduce el problema de la representación adecuada del mundo y su relación con los conceptos de probabilidad *condicional* y la *Teoría de la información*.

En el capítulo sexto, que recibe el nombre de “Information theory”, se nos muestra como el concepto de conocimiento está íntimamente relacionado con el concepto de *información*, lo que hace a este último un concepto de relevancia desde un punto de vista filosófico. Al igual que en otros capítulos se presuponen conceptos tratados anteriormente, por ejemplo, el de sumatoria o el de probabilidad. El autor examina la relación entre *entropía* y *regularidad*, como conceptos importantes para quien, por ejemplo, hacen *estética*. De cierta forma este capítulo es una continuación natural de ciertos apartados del quinto capítulo en lo que respecta a la relación entre el mundo, lo representado y la mente: La propuesta es ofrecer una caracterización de la representación mental que ponga en relación mutua al *estímulo recibido* y el mundo usando para esto conceptos como los de *información mutua*, probabilidad y entropía. También podemos encontrar en este apartado un modelaje matemático de lo que se entiende por *conciencia*.

Si bien el séptimo capítulo es sobre *decisiones y juegos*, de allí su nombre “Decisions and games”, es en realidad una ampliación de sexto capítulo de la edición anterior, sobre el *utilitarismo* relacionado con matemáticas, convirtiendo al agente en una máquina e incorporando la *teoría de mundos posibles*, para decidir en base a las consecuencias que acción debe realizar el agente. Se incluye luego la *teoría de juegos* y su relación con la teoría de la probabilidad. Se discute también en esta sección los dilemas del prisionero y la caza del venado, y a partir de ellos se reflexiona sobre la evolución de la cooperación humana desde el estado de naturaleza hasta el estado social contemporáneo.

Los capítulos octavo y noveno, llamados respectivamente "From the finite to the infinite" y "Bigger infinite", revisan intuitivamente, pero sin pérdida de rigurosidad, varios de los temas tratados en teoría de conjuntos de alto nivel, siguiendo una analógica hilbertiana, nos ofrece una mirada al *Paraíso de Cantor*. En el primero de estos capítulos se pasa revista a métodos como la *definición recursiva*, se explican además algunas nociones del análisis como lo son las nociones de *serie* y *límite*; y se pasa luego revisitar ejemplos clásicos que involucran estos conceptos: Las *paradojas de Zenón*, *el mapa de Royce*, entre otras. En dicho capitulo también se revisa la noción de *conjunto finito*, *conjunto infinito*, *estructura infinitamente compleja*, *estructura finitamente compleja*, secuencia *infinita* y *operaciones con secuencias infinitas*, todo ello se ejemplifica luego mediante los experimentos mentales del *Hotel de Hilbert* y el *Cuento infinito de Borges.*

El segundo de estos capítulos "Bigger infinite" trata la pregunta propiamente filosófica de si todos los *infinitos* son del mismo tamaño o si hay *infinitos* más grandes. Así primero muestra las reglas de construcción de *números cantorianos*, para construir *ordinales* cada vez más grandes que ω aplicando dichas reglas una y otra vez. Luego, a partir de la relación *menor o igual que*, define las demás relaciones de orden, y muestra cómo es que se pueden colocar los anteriores números ordinales mayores que ω en relación uno a uno con ω. Define y relaciona los números *cardinales*, *ordinales*, *conjuntos contables*, *numerables* y *no numerables*. Revisa el *Argumento de la diagonal de Cantor*, demostrando así que hay *infinitos* más grandes que otros. Pero si esto no fuera suficiente, analiza el *Argumento de los conjuntos potencias*. Recurriendo a una estrategia que recuerda la paradoja de Jules Richard, dirá que un número es feliz si pertenece al subconjunto de un conjunto "A" al que queda asociado por una función y es un número triste si, por el contrario, no lo está. Demuestra finalmente que la asunción de que un conjunto "A" y su conjunto potencia son del mismo tamaño lleva a una contradicción. Examina los números *Aleph* y los números *Bet*, mostrando sus particularidades. Muestra que recursivamente se pueden construir, aplicando las reglas de construcción cantorianas, *infinitos* que son cada vez más amplios. Finalmente, los últimos dos apartados del capítulo los dedica a usar las técnicas de construcción y el aparataje conceptual para modelar la idea leibniziana del *mejor de los mundos posibles*, mostrando que hay infinitos mejores mundos posibles. Así como también el *Argumento* *cartesiano sobre las perfecciones de Dios*, recurriendo en este caso a la perfección de la creatividad y colocándola en relación con el mejor de los mundos posibles.

Este libro está bien preparado para un estudiante de los primeros cursos de filosofía y se presenta como un manual introductorio a varias disciplinas, ya que trata problemas *ontológicos*, *epistemológicos*, *éticos*, *estéticos* y hasta *lógicos*. Además de esto introduce fuentes para consultar a lo largo de los capítulos y en los anexos. Cabe señalar que, aunque el libro sugiere el sitio web: http://broadviewpress.com/moreprecisely, el mismo dirige a una página vacía, pero bastará entrar en la sección que dice *companion website* y luego, en la nueva página, dirigirse a *philosophy* para buscar los ejercicios y suplementos que se ofertan en dicho sitio web; los ejercicios son interesantes, aunque en algunos casos cortos y sin dificultad, en otros tantos casos incluso están ilustrados. En la web del autor: http://www.ericsteinhart.com hay una breve explicación del libro, así como también los links para comprar el libro en *Broadview* o en *Amazon*.

Aunque el autor afirma que no es un libro de *lógica*, debe reconocerse que la *lógica* es una rama tanto de la *filosofía* como de la *matemática*, por lo que en un libro que coloque a las dos en relación deberían aparecer problemas lógicos, como en efecto aparecen en las *paradojas* de Russell o de Zenón, o cuando se trabajan las *clases*, pero no son suficientes. Se debió también incluir el *Principio de inducción matemática* y el de *método axiomático*. Se echa de menos el que no se incluyeran cuestiones básicas sobre el *álgebra*, *geometría*, *análisis* y *topología*, para dar una gama más amplia de la matemática a los estudiantes de humanidades.

Reseña curricular de autores

María Carolina Álvarez

María Carolina Álvarez es Profesora agregado del Departamento de Filosofía e historia de la ciencia del Instituto de Filosofía, Facultad de Humanidades y Educación, Universidad Central de Venezuela (UCV). Licenciada en Filosofía (UCV) y Magister en Lógica y filosofía de la ciencia (UCV). Entre sus artículos se cuentan: “Intuiciones y ecthesis: La exégesis de Jaakko Hintikka sobre el conocimiento matemático en la doctrina kantiana” en *Apuntes filosóficos,* Vol 26, No 50 (2017) y “Kant y las entidades inobservables. De la filosofía natural a la ciencia natural” en Episteme Ns, Vol. 36, No1 (2016). Dirección: Instituto de Filosofía, FHE, UCV. Av. Neverí, C.C. Los Chaguaramos, piso 5. Teléfono: 0212-6930038/ 0412-9945840
Correo-e: malvarezpuerta@gmail.com.

Jesús Baceta

Profesor titular de la Universidad Central de Venezuela. Licenciado en Filosofía. Magister en Lógica y Filosofía de la Ciencia. Investigador del Instituto de Filosofía de la Universidad Central de Venezuela, docente de lógica y filosofía del lenguaje, y jefe del Departamento de Filosofía de la Lógica y del Lenguaje. En 1994 fue galardonado con el premio a la Investigación Filosófica “Federico Riu” y en el 2008 se le otorgó el Premio de Investigación Humanística y Educativa de la UCV, edición 2006-2007. Orden José María Vargas en 3era clase. Ha publicado numerosos artículos en revistas; entre otros, es autor de los libros, “Clavis scientiarum: del bello don de la filosofía de la gramática” (UCV, 2006) y “Ficción, realidad y literatura: Putnam, el artesano” (UCV, 2009). Es coautor de los libros “Juan David García Bacca. Vivir dos veces despierto. 1901/1992” (UCV, 2005), “Ficciones científicas y otros ensayos en Lógica y Filosofía de Desarrolló y diseñó, para la Dirección de Cultura de la UCV, dos programas interactivos: “Testimonios: En vivo desde el Aula Magna” (2004) y “Andrés Eloy Blanco: Yo quería mi voz” (2005). Fue director del Instituto de Filosofía de la UCV y de la Revista EPISTEME NS en el periodo 2008-2014.
Correo-e: jbaceta@gmail.com

Marcel Chávez

Marcel Chávez es licenciado en filosofía con la mención Summa Cum Laude (UCV) y actualmente es tesista en la Maestría en Lógica y Filosofía (UCV). Profesor de la Escuela de Filosofía de la UCV en la actualidad. Preparador por el Departamento de Historia de la Filosofía de la Escuela de Filosofía de la UCV para el curso de Historia II (Filosofía Medieval), años 2014-2015. Auxiliar docente del Departamento de Historia de la Filosofía de la Escuela de Filosofía de la UCV, años 2015-2017. Participación en ponencias: nacional, Semana de la Filosofía (Escuela de Filosofía de la UCV), desde 2014 hasta el 2019. Entre sus publicaciones más recientes tenemos: "Teoría modal aristotélica: temporalidad, necesidad y contingencia" en *Apuntes filosóficos*, Vol. 26, No 51 (2017). Obtención del Premio al Mérito Estudiantil 2013 (UCV), mención Rendimiento Académico 1er lugar de la Escuela de Filosofía de la UCV, y 7mo lugar por mejor promedio UCV.
Correo-e: RafluxDRock@hotmail.com

Ricardo Da Silva

Ricardo José Da Silva Araujo es licenciado en filosofía con la mención Summa Cum Laude (UCV, 2012) y Magister Scientiarum en Lógica y Filosofía de la Ciencia con honores (UCV, 2015). Profesor Instructor por concurso del departamento de Lógica y filosofía de la ciencia de la escuela de filosofía-UCV. Coordinador académico de la escuela de filosofía en la actualidad. Artículos publicados recientemente: "Platonismo matemático sin metafísica: Nuevas luces sobre la objetividad en Gottlob Frege y Kurt Gödel" en Theoria. Revista del colegio de filosofía de la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), No 33, Diciembre-2017. Temas de especialidad: Lógica, filosofía de la lógica y filosofía de la matemática.
Correo-e: ricardo6337@gmail.com

Stephanie Defois

Profesora de Letras Modernas en el *Colegio Francia* de Caracas. Actualmente cursando Postgrado en Filosofía en la Universidad Simón Bolívar (Caracas, VENEZUELA). Tiene Maestría de Francés Lengua Extranjera (Grenoble 3, FRANCIA), Maestría de Letras Modernas

sobre el cinema de Pedro Almodóvar (Salamanca, ESPAÑA). C.A.P.E.S. de Letras Modernas (Poitiers, FRANCIA). Licenciatura de Letras Modernas (Poitiers, FRANCIA).
Correo: estefanny72@yahoo.fr

Franklin Galindo

Formación académica y experiencia docente: Licenciado en Filosofía (1997). Universidad Central de Venezuela. Título de la tesis: *Una demostración del Teorema de Lindström*. Tutor: Prof. Dr. Carlos Di Prisco. Magister Scientiarum, Mención Matemáticas. (2003). Universidad Central de Venezuela. Título de la tesis: *Forcing y reales genéricos*. Tutor: Prof. Dr. Carlos Di Prisco. Doctor en Ciencias, Mención Matemáticas. (2010). Universidad Central de Venezuela. Título de la tesis: *Propiedades de Conjuntos Perfectos en Modelos de ZF*. Tutor: Prof. Dr. Carlos Di Prisco. Profesor Titular del Área de Lógica del Departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia de la Escuela de Filosofía de la Universidad Central de Venezuela. Desde 1997 hasta la actualidad. Dedicación: Dedicación exclusiva. Jefe del Departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia de la Escuela de Filosofía UCV. Desde febrero del 2011 hasta la fecha. Coordinador de la Maestría de Lógica y Filosofía de la Ciencia de la UCV. Desde febrero 2012 hasta la fecha.
Correo-e: franklingalindo178@gmail.com, franklin.galindo@ucv.ve

Nahir Hurtado

Licenciada en Filosofía y Psicología de la Universidad Central de Venezuela, Magister en Teoría de la Argumentación en la Universidad Católica Andrés Bello, con diplomados en competencias universitarias y formación de facilitadores en línea. Se desempeña además como Profesora Categoría Instructor de la Universidad Central de Venezuela. Durante los últimos 10 años se ha dedicado al área de educación tanto académica como corporativa, destacándose distintos artículos realizados para revistas arbitradas nacionales e internacionales y ponencias efectuadas en las universidades más prestigiosas del país.
Correo: nahirthurtado@gmail.com

María Morgado

María Morgado es licenciada en filosofía (UCV). Tesis de Pregrado: "Un análisis lógico, metalógico y filosófico de algunos intentos de modelación del razonamiento deductivo y del

razonamiento del sentido común, y de su relación con la Inteligencia artificial", Tutor: Prof. Dr. Franklin Galindo. Tesista en la licenciatura de Psicología (UCV). Profesora de la Escuela de Filosofía de la UCV en la actualidad. Temas de interés: Lógica, Modelación del razonamiento de sentido común, Lógica e inteligencia artificial.
Correo electrónico: morgado.mariale@gmail.com

María Daniela Núñez

Licenciada en filosofía, mención Summa Cum Laude, de la Universidad Central de Venezuela (2019). Auxiliar docente del Departamento de Lógica y Filosofía del Lenguaje del Instituto de Filosofía (2015-2016). Premio al mérito estudiantil UCV, mención Rendimiento Académico, 2do lugar (2013). 2do lugar en el concurso de Ensayo filosófico de la Escuela de filosofía, UCV (2017). Ha publicado reseñas en la revista del Instituto de Filosofía Episteme NS, Vol. 35, No. 1 (2015) y en la revista de la Escuela de Filosofía Apuntes Filosóficos, Vol. 26, No. 50 (2017). Tiene un artículo publicado en Lógoi, Revista de Filosofía, No. 33 (2018), UCAB, titulado: "El experimento de Mary: Defensas y refutaciones en torno al argumento del conocimiento". Áreas de especialidad: filosofía del color, lógica, filosofía analítica, epistemología y gnoseología.
Correo: danimdnp@gmail.com

Sylvie Taussig

Investigadora del Centro Nacional de Investigación Científica (CNRS -UMR8230 Paris Francia) y IFEA (Istituto francés de estudios andinos, Lima Perú), especializada en ciencias políticas. Enfoca su trabajo en los siguientes temas: Historia de las ideas en el siglo XVII, teorías de la secularización, religión y política e islam globalizado, que lleva a cabo en el Perú y en América Latina.
Correo: sylvie.taussig@gmail.com

Numa Tortolero

Licenciado en Filosofía y Magister Scientiarum en Lógica y Filosofía de la Ciencia egresado de la Universidad Central de Venezuela (UCV). Ha sido profesor de filosofía contemporánea en la Escuela de Filosofía de la UCV y de lógica y filosofía de la ciencia en la Universidad Simón

Bolívar. En la actualidad es profesor del departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia de Escuela de Filosofía de la UCV.
Correo electrónico: numa.tortolero@gmail.com

Jonathan Zehr

Estudiante del último bienio de la licenciatura de Filosofía en la Universidad Central de Venezuela. Auxiliar docente del Departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia de la Escuela de Filosofía UCV. Ganador del segundo lugar del concurso de Ensayos filosóficos de la Escuela de Filosofía-UCV, edición 2019.
Correo-e: jonathanzehr@gmail.com.

Nº 1. L. CASTRO: El problema de la modernidad filosófica en Venezuela en defensa del escepticismo • E. QUINTANA: Heraldos sombríos • F. RODRÍGUEZ: Venezuela y el problema de la modernidad • O. ASTORGA: El problema de la modernidad en la Venezuela de los años cuarenta • E. GONZÁLEZ: La agresión existencial. Venezuela una nación que aún no es • J. HERRERA: Modernidad y escisión: Hegel y el problema kantiano de la imaginación trascendental • D. DE LOS REYES: Hegel y la modernidad • R. AROCHA: La utopía americana en Henríquez Ureña y Alfonso Reyes • A. ROMERO: Deseo, necesidad y mundo • J. NEGRETE: Interpretaciones contemporáneas de la lógica griega • E. PIACENZA: Sobre el referir: a propósito de la semántica de Strawson • C. PAVÁN: Apuntes para una lectura contextual del argumento ontológico • A. ESTÉ: Dignidad, eticidad y subjetividad como propósitos de la actividad educativa • W. GIL: Aristóteles inducción y ética • F. BRAVO: El dominio de la ética en Aristóteles • E. HEYMANN: ¿Cuál es la fundamentación kantiana de los derechos humanos.

Nº 2. B. SÁNCHEZ: Juan David García Bacca: Esquema de su itinerario intelectual • F. BRAVO: ¿Quién es y qué enseña el «Trasímaco» de la *República* • C. PAVÁN: La teología ausente • J.R. NÚÑEZ TENORIO: Karl Marx: la madurez de la crítica de la filosofía • J. NEGRETE: Crítica a una interpretación aristotélica de la lógica actual • R. BRAVO: Sobre la consistencia lógica de las ciencias fácticas • E. HEYMANN: Reflexiones segundas sobre el concepto de cultura • F. VETHENCOURT: De la moral a la política: acerca de la irreductibilidad del fiscal hobbesiano • O. ASTORGA: ¿Es posible seguir hablando de filosofía política? • A. ROSALES: Vías y extravíos del pensamiento latinoamericano, con un epílogo sobre el relativismo • H. CALELLO: Latinoamérica: el diverso necesario para la nueva desigualdad • E. GONZÁLEZ: Filosofar sobre quinientos años • R. AROCHA: Utopía y tragedia en *Valiente nuevo mundo* de Carlos Fuentes • D. DE LOS REYES: Utopía y «Nuevo mundo» o el paraíso perdido • A. PARELES: La teoría kantiana de la motivación moral: interpretación • A. ROSALES: Racionalidad crítica y libertad: una reflexión kantiana • RESEÑA: W. GIL: Ángel Cappelletti: *La estética griega*.

Nº 3. P. AUBENQUE: La prudencia de Kant • O. ASTORGA: La presencia de Hobbes en el pensamiento político de Kant • E. VÁSQUEZ: La dialéctica en Hegel y Marx • J.R. NÚÑEZ TENORIO: Karl Marx: el método dialéctico-histórico • C. KOHN: ¿Tiene vigencia la teoría marxista? • J. HERRERA: El concepto de ironía en Marx • C. PAVÁN: La Historia sin fin o las desgracias del último hombre • J. NEGRETE: Invenciones de la lógica polaca. El cálculo proposicional extendido • L. ZERPA: Sobre el significado y uso del concepto de modelo de la teoría organizacional de Stafford Berr • D. SIDORSKY: Razón, igualdad y el dilema de la práctica • F. VETHENCOURT: El bienestar como concepto normativo • L. HERRERA: Autoconciencia y autoengaño según Tugendhat • A. ESTÉ: Presupuestos, propósitos y objetivos iniciales del cambio educativo en Venezuela • A. ROMERO: Obra y actividad creativa como exploración de la genealogía del ser • RESEÑAS: J.L. RUGGERI: J.D. García Bacca: *La filosofía de la música* • D. DE LOS REYES: Beatriz Fernández Herrero: *La Utopía de América*.

Nº 4. J. GRACÍA: El escolasticismo: un puente entre la antigüedad clásica y el pensamiento colonial latinoamericano • J. SASSO: El autodescubrimiento de América como tarea • R. AROCHA: La opacidad de la escritura. Aproximación al pensamiento de Jorge Luis

ISSN: 1316-7533. Depósito legal: pp 199202 df 275.

Borges • E. GONZÁLEZ: ¿Lo regional como ruptura epistemológica? • F. BRAVO: La antítesis sofística *Nómos-Physis* • O. ASTORGA: Hobbes y Foucault: locura, razón y poder en el siglo XVII • J. HERRERA: Filosofía «reflexiva y religión positiva en el joven» Hegel de Georg Lukács • A. ROSALES: Empresa racionalidad y ética • L. ZAIBERT: El PGC de Alan Gewirth: insuficiencia normativa de criterio de consistencia • M.A. BRICEÑO: Epistemología y comunicación • J.R. NÚÑEZ TENORIO, J. NUÑO, J. PAGALLO y F. RIU: Bases y tendencias actuales de la filosofía venezolana (Ciclo de conferencias, 1975) • RESEÑAS W. GIL: Jorge Gracia: *Philosophy and its history*.

Nº 5. A.J. CAPPELLETTI: Las fuentes del estoicismo de Zenon • F. BRAVO: La ontología de la definición en el *Político* de Platón • C.PAVÁN: Gilson lector de Santo Tomás • E. PIACENZA: El *ars disputandi* de un manuscrito caraqueño • D.SIDORSKI: Contextualismo, pluralismo y justicia distributiva • H. CALELLO: Los nuevos espacios democráticos y el exilio latinoamericano • A.ESTÉ: La interacción constructiva • R.AROCHA G.: Las raíces del marxismo en la «Kritik» • D. DE LOS REYES: Walter Benjamin, una aproximación estética • A. PARELES: Charles Taylor y la crítica al atomismo político • E. HEYMANN: ¿Crisis de la racionalidad científica? • V.P. LO MONACO: ¿Qué es la semántica de los mundos posibles? • L.Z. ZERPA MORLOY: Fundamentos lógicos de la calorimetría clásica • R.R. BRAVO: Wittgenstein: la aniquilación de la filosofía por el lenguaje • R.R. BRAVO y D. SIDORSKY: Correspondencia • A. ROMERO: Cómo traducir y entender la expresión *etre-au-monde* para leer a Merleau-Ponty • O.ASTORGA: La crítica de Luc Ferry a Leo Strauss • RESEÑAS: W. GIL: P.O. Kristeller: *Greek Philosophers of the Hellenistic Age* • GUADARRAMA G.: R. Díaz-Salazar: *El proyecto de Gramsci*.

Nº 6. E. DUSSEL: Sentido ético de la rebelión maya en 1994 en Chiapas • H. JAIMES: Facundo: el intelectual y la idea de la nación en Latinoamérica • F. BRAVO: El hedonismo de Sócrates • E. HEYMANN: El campo semántico del pensamiento. Descartes y Kant • O.ASTORGA: El concepto de potencia como clave hermenéutica para leer a Spinoza • F. ZAMBRANO: La antropología en la filosofía trascendental kantiana • R.REVOREDO CHOCANO: Nietzsche. ¿Se puede ser irracionalista usando la razón? • J.R. HERRERA L.: Dialéctica e historicismo en Benedetto Croce • A.ESTÉ: Cohesión y comunidad • L.M. BARRETO: Motivos y razones • C. KOHN W.: La paradoja de la democracia: premisas para la deconstrucción de la teoría «demoliberal» • P.V. CASTRO GUILLÉN: Las raíces del voluntarismo neoliberal • B. SÁNCHEZ MUJICA: La teoría del inconmensurabilidad entre teorías científicas y el carácter histórico de la ciencia • M.A. BRICEÑO: Desarrollo y utilización del conocimiento • J.R. NÚÑEZ TENORIO: Proyecto de Doctorado en Ciencias Sociales y Filosofía sobre la América Latina • D. DE LOS REYES (reseña): E. VÁSQUEZ: *Filosofía y educación* • W. GIL (reseña): Juan Nuño: *Ética y cibernética* • G. LLANES (reseña): *Actas del III Congreso Nacional de Filosofía*.

Nº 7-8. F. BRAVO: La naturaleza del placer en la filosofía de Platón • E. HEYMANN: Acerca del concepto del placer • E. VÁSQUEZ: «Identidad y diferencia» vista de la luz de Feuerbach y Hegel • S. KNABENSCHUCH DE PORTA: Intuición y construcción • V.P. LO MONACO: ¿Hay un criterio formal del compromiso esencialista? • R.R. BRAVO: La silogística aristotélica y el problema del comportamiento existencial •

ISSN: 1316-7533. Depósito legal: pp 199202 df 275.

O. ASTORGA: Ética y moral en la época moderna • A. PARELES: Del contractualismo al constructivismo • O. CAPONI y D.HARNÁNDEZ: Neoliberalismo y fragmentación del sujeto social • J. ALZURU: Una visión del mundo • J. STAROBINSKI: El sacrificio y la coronación • L.A. HERNÁNDEZ: Para una poética de lo sagrado • T. D'ARAGO FIOL: Filosofía e imaginación. Imaginación y filosofía • P. GUADARRAMA GONZÁLEZ: Gaos y los estudios de la filosofía en América Latina • JUAN NUÑO: Filosofía hoy • W.GIL (reseña): J.J.E. Gracia: *A Theory of Textuality* • D. DE LOS REYES (reseña): Jean Jacques Rousseau: *Oevres Complètes*, t. V.

Nº 9-10. P. LLUBERES: La moral dentro del programa cartesiano • D. GARBER: Moral «provisional» y moral «definitiva» • P. GUÉNIOT: Descartes lector de Séneca • O. ASTORGA: La moral cartesiana o la tensión entre lo provisorio y lo definitivo • J.R. ROSALES: Práctica y responsabilidad: sobre la ética de Demócrito • F. BRAVO: Las teorías del lenguaje en el *Cratilo* de Platón • C. PAVÁN: Reflexiones en torno a la homonimia del ser en la *Metafísica* de Aristóteles • E. HEYMANN: Ética y antropología: los casos de Descartes y Spinoza • A. VALLOTA: La inevitabilidad del error según Descartes • P. CASTRO: Hermenéutica e historia • M. BRICEÑO: La dialéctica hegeliana en el debate actual en torno a conocimiento y acción • O. NORIA: La opinión pública y la libertad en los modernos • P. LO MONACO: El problema del esencialismo revisitado • A. ROSALES: La filosofía de la matemática de Kant en discusión: un comentario sobre «Intuición y construcción» de Sabine Knabenschuh de Porta • D. DE LOS REYES: Semblanza de Ángel Cappelletti • V. PRADO: Diálogo con J.R. Núñez Tenorio: en torno a García Bacca • J.J. ROUSSEAU: Sobre el gusto (fragmento) • W. GIL (reseña): Mortimer Adler: *Los ángeles y nosotros*.

Nº 11. J. QUESADA: Natalidad, narración y voluntad de hacer promesas: Nietzsche-Hannah Arendt • E. HEYMANN: La filosofía kantiana del conocimiento y *ta prota kata physin* contemporánea • F. BRAVO: Del deber de ser feliz, o la línea divisoria entre la ética de Kant y de Aristóteles • C. PAVÁN: El problema de la doble verdad en Boecio de Dacia • S.KNABENSCHUH DE PORTA: Trasfondos de la cosmología colonial venezolana • M.DESIATO: Ludwig Feuerbach y el rescate de la corporalidad • A. ROSALES: ¿Un principio guía para la teoría de la evolución? • A. LOVERA: Notas sobre paradigmas, revoluciones y contra revoluciones científicas en las ciencias sociales • R. GUZMÁN: ¿Cómo se diferencia la ficción de la no ficción en términos discursivos? • J. GERENDAS: Entrevista en Agnes Heller • J.M. SCHAEFFER: El arte de la edad moderna • A. ROSALES: Panorama de la filosofía de la ciencia actual a través de su literatura reciente • R. GUZMÁN (reseña): José María González García: *Las huellas de Fausto*.

Nº 12. F. BRAVO: Psicología platónica del placer • W. GIL: Platón: la aptitud política del filósofo gobernante • G.F. PAGALLO: Aristóteles y la búsqueda de los principios • C. PAVÁN: En torno a la naturaleza ontológica de la doctrina aristotélica de las categorías • C. KOHN: Las antinomias de la democracia liberal • O. NORIA: El sufragio como una figura de realización de la idea de ciudadanía • O. ASTORGA: Contexto de descubrimiento y contexto de justificación en explicación hobbesiana de la sensibilidad • M.A. BRICEÑO GIL: La necesidad del filosofar: relación externa del pensamiento particular • R.R. BRAVO: El significado de los términos sincategoremáticos • J.R. HERRERA:

ISSN: 1316-7533. Depósito legal: pp 199202 df 275.

Nº 17. C. PAVÁN: Apuntes para una defensa del concepto de imaginación • W. GIL LUGO: Platón: la imaginación en la escala del saber • M.G. LLANES: El mundo imaginario agustiniano • M.E. CISNEROS ARAUJO: La imaginación: el movimiento causal del hombre • E. HEYMANN: En torno a la imaginación en Kant • P.E. RAYDÁN: Fuentes de lo imaginario • M. LOZADA: Representaciones sociales: la construcción simbólica de la realidad • M.E. ESTÉ: El imaginario tecnológico • C. BUSTILLO: De lo real, lo imaginario y lo ficcional • E.A. GONZÁLEZ ORDOSGOITTI: El espacio imaginal en Venezuela: el campo de la región imaginada de tiempo-pasado e historia • J. BALZA: Una imagen: fray Juan Antonio Navarrete • A.B. MARTÍNEZ: Tecnología y mapas de conceptos. Herramientas para repensar el imaginario • R. ARROCHA GONZÁLEZ: La crítica a la corriente pitagórica-aristotélica y la defensa de la 'inspiración' poética platónica como fundamento de la teórica musical de Jean Jacques Rousseau • R.R. BRAVO: Sobre falacias y disparates • C. YORIS-VILLASANA (reseña): José M. González García: *Las huellas de Fausto* • G. BORGES (reseña): José M. González García: *Metáforas del poder.*

Nº 18. W. GIL: Platón: la imaginación entre la línea y la caverna • C. PAVÁN: Comentarios sobre algunos aspectos de la filosofía del lenguaje de Aristóteles • L. VIVANCO: *Falsafa* y *Hikma* en los *Prolegómenos* de Ibn Jaldún • A.D. VALLOTA: Igualdad y conflicto en Hobbes • O. NORIA: De la ruptura y de la subordinación del poder eclesial a la autoridad civil • V.J. KREBS: Ver aspectos, imaginación y sentimiento en el pensamiento de Wittgenstein • J. LANDA: Ascética y estética • V.P. LO MONACO: De la simplicidad lógica a la simplicidad ontológica en Quine • A. PARELES: Sentido de la justicia y establidad social • J.L. VELÁZQUEZ: El revival de la eugenesia • J.J. MARTÍNEZ: Vida temporal de la conciencia • J. BILLARD: Escuela y sociedad • A. ROSALES (reseña): Margareth Morrison: *Unifying Scientific Theories.*

Nº 19. C. PAVÁN: El concepto aristotélico de principio y el origen de su conocimiento • M.L. LUKAC DE STIER: *Leviathan*: herencia maldita, influencia oculta • G. PAGALLO: Filosofia e metodo storico in Paul Oskar Kristeller • E. DEMENCHÓNOK: Filosofía de la liberación, poscolonialidad y globalización • C.D. GUITIÁN: Imaginarios habitables urbanos: o el mundo construido posible • C. SANDOVAL: El cuento fantástico venezolano del siglo XIX • C.HIRSHBEIN: Lo imaginario heroico: lectura literaria de Rufino Blanco-Fombona sobre el *Libertador* • J. IDLER (reseña): Donald Davidson: *Subjective, Intersubjective, Objective* • F. CONSTANTINO (reseña): Carlos Paván: *Existencia, razón y moral en Etienne Gilson* • G. LLANES (reseña): Xavier Rubert de Ventós: *Dios, entre otros inconvenientes.*

Nº 20. F. BRAVO: El "hedonismo" de Platón en las *Leyes* • B. BRUNI CELLI: Consideraciones generales sobre el *Timeo* • J.L. VENTURA: La dialéctica como ciencia del ser; una aproximación analítica al *República* VI • J.F. NORDMANN: El difícil parto de la metafísica platónica; de la erística a la erótica, de la erótica a la ciencia • P. ROSALES: Cómo dividir la Línea Dividida • C. PAVÁN: El método de la filosofía en La *Metafísica* de Aristóteles • N.NAVAS: Algunas consideraciones sobre la teoría aristotélica de la significación según la interpretación de P. Aubenque.

Nº 21. C. PAVÁN: Imaginación y tensión Arte/Verdad en la lectura heideggeriana de la

ISSN: 1316-7533. Depósito legal: pp 199202 df 275.

filosofía de Platón • G. SARMIENTO: La distinción entre lo sensible y lo inteligible en la *Disertación Inaugural* de Kant • J.R. HERRERA: La crítica de Hegel al ideal kantiano de una religión dentro de los límites de la razón • A. PARELES: La crítica reduccionista de la concepción rawlsiana de la persona moral: una réplica • A. GUTIÉRREZ POZO*:* Vida, Conciencia y *Logos.* (La renovación de la fenomenología raciovitalista de Ortega y Gasset) • C.L. BOHÓRQUEZ: Laureano Vallenilla Lanz ante la condición humana • B. SÁNCHEZ:Tres intentos de solución al problema humeano de la inducción • A. ROSALES:¿Cuál es el alcance de la Teoría Causal de Salmon? Una discusión sobre «Salmon on Explanatory Relevance», de Christopher Hitchcock • J.J.ROUSSEAU: Fragmentos de botánica. Traducción e introducción de David de los Reyes • S. TURNER: MacIntyre en la provincia de la filosofía de las ciencias sociales • M.G. LLANES (reseña): Alain de Libera: *Pensar en la Edad Media* • A. ROSALES (reseña): Roberto Torretti: *The Philosophy of Physics.*

Nº 22. T.M. ROBINSON: ¿Existe un modo propiamente platónico de hacer filosofía? • F. BRAVO: ¿Qué refuta Platón en el *Gorgias*? • M.I. SANTA CRUZ:Sobre el empleo de *pístis* y *empeiría* en Platón • G. GARCÍA CARRERA: Conocimiento y auto conocimiento. Una aproximación desde el *Cármides* de Platón • E. HÜLSZ: *Anàmnêsis* en el *Menón* platónico • R. GUTIÉRREZ: En torno a la estructura de la *República* de Platón • J. ESCOBAR MONCADA: Cosmos, Pólis y Justicia. Sobre algunas relaciones entre *República* y *Timeo* • T.M. ROBINSON: The Return of Universal Law • J.M. ZAMORA: Porfirio y la *poliphonía* platónica • M.I. SANTA CRUZ (reseña): Francisco Bravo: *Las ambigüedades del placer. Ensayo sobre el placer en la filosofía de Platón* • F. BRAVO (reseña): Raúl Gutiérrez: *Los símiles de la República VI-VII.*

Nº 23. W. GIL: Platón: la caverna imaginari • C. PAVÁN: Aristóteles, Descartes y el problema del método • G.F. PAGALLO*:* William Harvey (1578-1657) y el aristotelismo de la *schola philosophorum* de Padua • E. HEYMANN Y S.A. PIGNOLO DE HEYMANN: Conceptos básicos de la Filosofía Constructivista de Paul Lorenzen • J.J. MARTÍNEZ: Prácticas de la libertad y formas de ser • D. VARELA*:* Lo real y la singularidad de lo mental • D. SUÁREZ BUSTAMANTE:La cualidad de la novedad como el fundamento del modelo científico de causa de J.D. García Bacca • J. MADDOX: (reseña): *Lo que queda por descubrir* (Víctor García Ramírez:).

Nº 24-25. C. PAVÁN*:* El placer o de la defensa del dolor en Platón y Aristóteles en contra de la *smikrología* • A. SUÁREZ*:* Étienne Gilson y la distinción real de esencia y existencia en Santo Tomás de Aquino • A.VALLOTA*:* La *res cogitans* cartesiana • J.R. HERRERA: La concepción viquiana de «Sociedad Civil» • R. GARCÍA TORRES: Historia y explicación: acerca de los compromisos ontológicos del *Covering Law Model* • E. HEYMANN: La índole de las preguntas ontológicas en la ética • F.VETHENCOURT: El enfoque de la capacidad de Sen. Un intento de sistematización • U. NEISSER: Percibir, Anticipar e Imaginar •A. DE BOTTON (reseña): *Las Consolaciones de la filosofía* (Guadalupe Llanes).

Nº 26. C. KOHN: La confluencia entre el juicio y el *sensus communis* en la deliberación política según Hannah Arendt • R. ARROCHA: Música, voluntad y estética en A. Shopenhauer y F. Nietzsche • G. KINZBRUNER*:* El mirar reflexivo • C. PAVÁN: Humanismo, universidad, integración y cambio social: perspectiva de una articulación

ISSN: 1316-7533. Depósito legal: pp 199202 df 275.

ISSN: 1316-7533. Depósito legal: pp 199202 df 275.

Nº 30. J.AOIZ: Aisthêsis en *Ética a Nicómaco.* La aprehensión de los fines • G. PAGALLO: La crisi moderna dell'unità classica del sapere: filosofia e medicina a confronto nella cultura universitaria tra Cinque e Seicento • A. VALLOTA D.: Mónadas y cuerpos materiales • F. ZAMBRANO: El concepto de filosofía en Pascal • N. NUÑEZ: La Filosofía de la Educación de Dewey: ¿Una Utopía? • A. PIENKNAGURA: Criticar y entender: consideraciones en torno al debate entre Gadamer y Habermas • J.J. MARTÍNEZ: Colin Mcginn: ficción, carácter y estética moral • J.R. LEZAMA Q.: Responsabilidad ytecnología según Hans Jonas • M. ALBUJAS: Teorías del poder: Democracia y totalitarismo. La ubicuidad de los conflictos • (NOTAS): J. QUESADA: Kant crítico de Nietzsche y Heidegger: pidiendo un Zaratustra para el siglo XXI. (Homenaje a Ezra Heymann) • N. KRESTONOSICH CELIS: Las ideas de Locke • (TEXTOS): C. LEFORT: Derechos del hombre y política. Traducción de Eduardo Vásquez • MARIO QUARANTA (reseña): Giulio Pagallo: Una nueva imágen de William Harvey, descubridor de la circulación sanguínea • M.E. CISNEROS (reseña): David De Los Reyes: *Dios, Estado y Religión: Una aproximación a la filosofía de Tomas Hobbes* • G. LLANES: (reseña): Étienne Gilson: *Las constantes filosóficas del ser*.

Nº 31. C. JORGE: Los extractos de Simón Rodríguez • J. ROSALES: Razón y Acción. Reflexiones en torno al sujeto político en la filosofía de Simón Rodríguez • J.L. DA SILVA: El modo de escribir la historia o la importancia de los hechos en el pensamiento histórico de Andrés Bello • R. GARCÍA TORRES: Apuntes sobre el pensamiento filosófico venezolano: de la escolástica colonial a la propuesta Moderna • G. MORALES: De la «conciencia inauténtica» a la «conciencia histórica» Latinoamericana: Apuntes para una *historiología* de nuestro ser histórico • E.A. GONZALEZ: Pensar América Latina desde las dimensiones de la realidad. Ejercicios de un Itinerario • Á. MÁRQUEZ: Presencia de la Filosofía Intercultural de Raúl Fornet-Betancourt en América Latina • M. DE LA VEGA: Positivismo republicano y evolucionismo liberal: modernización y crisis en América Latina • C. YORIS: El ejercicio filosófico de Ernesto Mayz Vallenilla, a partir de su concepción del hombre del Nuevo Mundo • J. HERNÁEZ: Presentación a un texto inédito de Javier Sasso • J. SASSO: La exculpación patética del Manifiesto de Carúpano • T. STRAKA (reseña): Arturo Almandoz: *Urbanismo europeo en Caracas (1870-1940)* • L. GONZÁLEZ (reseña): Francis Fukuyama. *La brecha entre América Latina y Estados Unidos: determinantes políticos e institucionales del desarrollo económico* • M.E. CISNEROS (reseña): J.M. Briceño Guerrero: *¿Qué es la filosofía?* • R. GARCÍA TORRES (reseña): Juan Rosales Sánchez: *La República de Simón Rodríguez.*

Nº 32. J.L. VENTURA MEDINA: La dialéctica como acuerdo: una aproximación al problema de la falsedad en el *Cratilo* de Platón •J.R. HERRERA: Vico y Descartes •F. RODRÍGUEZ: La trascendencia del ego •L. NAVA DE MULER: La interpretación como negociación conceptual •J.J. MARTÍNEZ: Julio Cabrera: Filosofía e imagen en movimiento •P. MINDUS: Towards An Entangled Model? •G.F. PAGALLO (reseña): Mario Quaranta: *Comte epistemólogo* • O. ASTORGA (reseña): María Liliana Lukac (compiladora). *Perspectivas latinoamericanas sobre Hobbes*.

Nº 33. J.L. VENTURA: Unidad, naturaleza y adquisición de la virtud en Platón, una lectura a través del *Menón* y el Protágoras • R. LUCIANI: Analogía trascendentalis. Los trascendentales a través de Tomás de Aquino y Hans Urs Von Balthasar •H. FERREIRO: El

ISSN: 1316-7533. Depósito legal: pp 199202 df 275.

idealismo subjetivo del cogito: Entre la metafísica medieval y el fin de la metafísica •G.F. PAGALLO: De una controversia entre Galileo Galilei y Cesare Cremonini, por cuestiones de dinero •M. VÁSQUEZ: El método a priori y su relación con la experiencia: una lectura del método cartesiano desde la propuesta de Desmond Clarke •G. SARMIENTO: En torno a las doctrinas acerca de las fuerzas de la materia en el siglo XVIII. Jhon Keill y su influencia sobre Kant •A.S. CABELLO: Pretensiones éticas: Una revisión de Hegel y Habermas •A. MOSCARÍTOLO: «Sujeto» y «Predicado» se dicen de varias maneras •Santo Tomás de Aquino «Del Ente y de la Esencia» (documento) •O. ASTORGA (reseña): Victor García: *Ensayos sobre filosofía política y cultura*

Nº 34. J.L. VENTURA MEDINA: Presentación •T.M. ROBINSON: ¿Debió Sócrates haber aceptado el reto de Glaucón y Adimanto? •F. BRAVO: La distinción entre doxa y epistêmê. Del *Menón* a la *República* •G. MELÉNDEZ: Céfalo y Polemarco en *Repúblic* •G. SILVA: La Psicología Platónica de la Acción a la luz de la relación *República-Filebo* •G. MARCOS DE PINOTTI: Mimesis y distancia de la verdad en *República* y *Sofista* •B. BRUNI CELLI: Los diversos matices de la Necesidad en el *Timeo* de Platón en la Biología del Ser Viviente •J.L. VENTURA: Matemáticas y Dialéctica en *República* VI-VII •N. NAVAS: Dialéctica aristotélica: ¿De la doxa platónica a los endoxa? •J. Aoiz: El concepto de aísthesis en la *República* de Platón •D.X. GARCÍA: Prosografía y drama en Platón: una lectura cruzada de la *República* y el *Teeteto* •L. ROJAS-PARNA: Entre «ensalmos» y «conjuros»: Sobre el temor y el conocimiento en el *Fedón* y el mito de la caverna •L. VERDUGA SANTILLÁN: Anábasis y periagogé: La educación del filósofo-gobernante en la *República* de Platón •C. VASSALLO: Analogie e differenze tra l'estetica plotiniana e la «condanna del arte» de *República* X

Nº 35. DOSSIER FILOSOFÍA MEDIEVAL • M.G. LLANES: Presentación •T. JÁÑEZ BARRIO: San Agustín frente a Darwin: Creacionismo evolutivo de las «razones seminales» •D. DE LOS REYES: San Agustín o la terapia teológica ante el dolor •M. DI GIACOMO: Maimónides y Tomás: El triunfo de la negación • ARTÍCULOS • R. ARROCHA: Arte, mito y voluntad de poder en F. Nietzsche • E. AHRENSBURG: La corporalidad del yo y la interioridad del otro, en la Filosofía de Merlau-Ponty • F. RODRÍGUEZ: El libertarismo de la trascendencia del ego • L. VARGAS GONZÁLEZ: La situación y el papel del sujeto en la historia: De *El ser y la nada* al Sartre de posguerra • E.C.P. CRAIA: La centralidad de la noción de «univocidad» en la ontología de Gilles Deleuze • RESEÑAS: N. BEAUMONT: Juan Cruz Cruz y M.J. Soto-Bruna: *Metafísica y Dialéctica en los períodos carolingio y Franco* • J.F. BACETA: O. Astorga, M.E. Cisneros, G. Morales, D. De los Reyes: *Suite Hobbesiana. Cuatro Ensayos: Imaginación, Antropología, Poder y Religión*

Nº 36. ¿DEMOCRACIA? M.E. CISNEROS: Presentación • E. DI CASTRO: Límites de la Democracia y Justicia Social • S. ORTIZ: Democracia y totalitarismo: La dimensión simbólica de lo político según Claude Lefort • J. RODRÍGUEZ ZEPEDA: Todos somos revolucionarios ¿Es justificable la revolución política en términos democráticos? • A. ALZURU: La política sin reglas (Los cuatro prejuicios del Apocalispsis) • L.M. BARRETO: La constitución de la ciudadanía democrática y el problema de la fundamentación del conocimiento en las sociedades complejas •

ISSN: 1316-7533. Depósito legal: pp 199202 df 275.

A.S. CABELLO: ¿Democracia y socialismo? Aproximación a la propuesta de Cornelius Castoriadis • C. CAPRILES: Teoría de la democracia: incertidumbres y separaciones • E. CARDOZO: La OEA y la democracia en el siglo XXI • L.A. MEJÍA: Popper y la libertad. Había una vez un país que perdió el rumbo

Nº 37. DEMOCRACIA EN EL SIGLO XXI. REFLEXIONES MULTIDISCIPLINARIAS. M.E. CISNEROS: Presentación • L. AGUERREVERE: Principios constitucionales relativos al ejercicio del poder público • C. CRAZUT JIMÉNEZ: Interpretación constitucional e interpretación de la Constitución • D. DE LOS REYES: Democracia y sexualidad. Un homenaje a Wilhelm Reich • E. DEL BÚFALO: Antonio Negri, la República constituyente y la democracia por venir • W. GIL: Platón contra la democracia. O las desventuras de la sinergia • J. MAGDALENO: Tres desafíos de las democracias en el siglo XXI • G. MEZA DORTA: Francisco de Miranda y la Constitución de 1811 • A. MOLINA: Bolívar y la tradición republicana • F. SOREL: ¿Cuál Democracia para América Latina? • A. SORIA: (Notas y discusiones) Mesa y libertad • A. MOLINA: (reseña) Ana Teresa Torres: *La herencia de la tribu. Del Mito de la Independencia a la Revolución Bolivariana*

Nº 38. DOSSIER FILOSOFÍA DE LA MENTE •J.J. MARTÍNEZ: Presentación • J.F. BACETA: Una reivindicación del funcionalismo y su neutralidad ontológica • E. HEYMANN: Las referencias internas y externas de la conciencia en la discusión fenomenológica • G. KINZBRUNER: Una noción corpórea de verdad • J.J. MARTÍNEZ: Ficción, cuerpo y mente: el caso Dennett • G. SILVA: Platón y C.H. Whiteley: el rol de la conciencia en la acción humana • M. VÁSQUEZ: Intencionalidad, libre albedrío y acción racional: un acercamiento a las posturas de John Searle y Anthony Kenny • ARTÍCULOS • P. ANTILLANO: La profecía de Huxley y el siglo biotech: la sociedad posthumana nos alcanza • S. ARGÜELLO: Overcoming an anaxagorian conception of Noûs by a metaphysical Theory of the best possible: from Socrates to Aquinas • G. DE BENDAYÁN: Síntomas postmodernos • D. DE LOS REYES: Del cinismo antiguo: sexualidad, sufrimiento y provocación • E.A. GONZÁLEZ ORDOSGOITTI: 1810-2010: ¿doscientos años de qué? De construir un camino con 32 piedras • G. MEZA: Miranda y Bolívar: republicanismo, liberalismo y dictadura • N. NÚÑEZ: ¿Un Wittgenstein?, ¿dos Wittgenstein? La concepción religiosa como elemento unificador de su filosofía • ENTREVISTA • J.J. ROSALES: Una aproximación a los problemas de la filosofía de la mente. Entrevista al profesor Ezra Heymann • J.J. MARTÍNEZ: (reseña) Daniel Dennett: *Romper el hechizo; la religión como fenómeno natural*

Nº 39. FILOSOFÍA PRÁCTICA O UNA FILOSOFÍA PARA LA VIDA • R. ARROCHA / D. DE LOS REYES: Presentación • ARTÍCULOS • R. ARROCHA: Deseo, voluntad y dolor en Spinoza, Schopenhauer y Nietzsche • J. BARRIENTOS: Análisis de la eficacia de los intercambios de la filosofía aplicada a la persona en internet: Raabe, Schuster y Sherry Turkle • C. BLANK: La importancia del filosofar (en clave popperiana) • H. BUENO: Filosofía y unidad. Una reflexión sobre la asesoría filosófica como quehacer sistémico • X. CARBONELL: El asesoramiento filosófico: ¿Una terapia? •M. CAVALLÉ: La práctica filosófica • M.E. CISNEROS: La pornografía al rescate de lo humano • D. DE LOS REYES: De

ISSN: 1316-7533. Depósito legal: pp 199202 df 275.

la tiranía en Platón • T. ELLAKURIA: Aportaciones para una metodología de la práctica filosófica • L. GONZÁLEZ: La universidad y la escuela de filosofía como ámbitos terapéuticos • R. GUZMÁN: Paradigmas, paradojas y teorías en la práctica filosófica • J.O. PORTILLA: Cultura y contracultura digital: un ensayo • NOTAS, DISCUSIONES Y DOCUMENTOS • J.L. DÍAZ: Epistemología médica: Diez postulados sobre el dolor • R. GUZMÁN: La Babel de la práctica filosófica: algunas sugerencias bibliográficas

Nº 40. PERFILES DE LA HERMENÉUTICA GADAMERIANA. A CINCUENTA AÑOS DE VERDAD Y MÉTODO. • N. NAVAS: Presentación • ARTÍCULOS • C. GUTIÉRREZ: De Wittgenstein a Gadamer: La movilidad dilógica e interpretativa de los juegos de lenguaje en la historia • J. GRONDIN: Truth and Method as a Classic • V. GARCÍA: Los paralelismos entre la Experiencia Hermenéutica y la Experiencia Estética según Hans Georg Gadamer • L. MARCIALES: Crítica a la percepción pura. Un enfoque hermenéutico y fenomenológico • N. NAVAS: Gadamer y Aristóteles: Phrónesis y Hermenéutica •M.G. LLANES: Gadamer y la igualdad sustancial de pensamiento y lenguaje en San Agustín • C. VILLARINO: El círculo hermenéutico y la *confusio linguarum* • RESEÑAS • P. GALINDO: HANS GEORG GADAMER (2004): POEMA Y DIÁLOGO • L. GARÓFALO: Jean Grondin (2008): ¿Qué es la hermenéutica?• A. RODRÍGUEZ: Silvio Vietta (2004): Hans Georg Gadamer. *Hermenéutica de la Modernidad.* Conversaciones con Silvio Vietta

Nº 41. INVESTIGACIÓN FILOSÓFICA: HOMENAJE A GIULIO F. PAGALLO. • M.G. LLANES: Presentación • J.R. HERRERA: HOMENAJE• ARTÍCULOS • R. GUZMÁN- J. VÉLEZ: La ciencia a la luz de los memes. Los memes a la luz de la ciencia. • D. E. GARCÍA: La responsabilidad de los educadores en el México actual: conocimientos teóricos como puntales de la praxis ética y ciudadana. • H. FERREIRO: La teoría hegeliana de la abstracción. • D. DE LOS REYES: De la erótica platónica. Una interpretación. • M. DI GIACOMO: Marsilio de Padua y las teorías emergentes de gobierno. •R. FENÁNDEZ DEL RÍO: El artista-artesano y su microcosmos a finales de la edad media. • C. PONCE : Enunciados falsos en el sofista de Platón • ALBERTH TORRES REIS: UNA APROXIMACIÓN A LA NUEVA METAFÍSICA DE LA VOLUNTAD DE PODER EN *Así Hablo Zaratustra*• NOTAS,

ISSN: 1316-7533. Depósito legal: pp 199202 df 275.

DISCUSIONES Y DOCUMENTOS • O. ASTORGA: CIUDAD ARCHIPIÉLAGO • E. VÁSQUEZ: Comentarios a tres fundamentaciones de la filosofía marxista en Venezuela • J.R HERRERA: Un apologeta del entendimiento (Mínima enmendatio) • F. BRAVO: Estudio crítico sobre G.E. Marcos y M.E. Díaz (eds.), el surgimiento de la phantasía en la Grecia clásica. Parecer y aparecer en Protágoras, Platón y Aristóteles, Buenos aires, Prometeo, 2009

Nº 42 APUNTES EN CLAVE METAFÍSICA• M.G. LLANES: Presentación • ARTÍCULOS •K. KONDE: Los poderes emotivo- racionales del cine. •C.D. PONCE PIÑANGO: El problema del Ser en el *Poema sobre la Naturaleza* de Parménides de Elea. Dos alternativas interpretativas• R. DA SILVA: Un acercamiento al *platonismo absoluto* de Cantor. •M. DI GIACOMO: Universidad Filosofía y doble verdad en el siglo XIII•E.A. GONZÁLEZ ORDOSGOITTI: Pensar la Metafísica desde el "Espacio Imaginal" y el "Espacio Interior." Breves ejercicios •M.G.LLANES: Sobre el concepto de Naturaleza. Humana en San Agustín • A. MOLINA: ¿Es la contingencia una esencia? Una revisión a la teoría de Richard Rorty• J. ROSALES SÁNCHES: Simón Rodríguez y su filosofía social•C. SIERRA LECHUGA: Dios y la Realidad fásica: Aplicación de las distinciones entre la consistencia lógica, la existencia objetual y la subsistencia metafísica. RESEÑA • M. ÁLVAREZ: Ana María Fernández (2008). Las lógicas colectivas. Imaginarios, cuerpos y multiplicidades. Buenos Aires, Editorial Biblos, Colección Sin Fronteras, Segunda Edición, 311pp.

Nº 43 REFLEXIONES FILOSÓFICAS SOBRE EL HUMOR, LA RISA, LA GUERRA, EL SER, LA NADA Y EL PODER • M.G. LLANES: Presentación • ARTÍCULOS • E. BLANCO: Fenomenología de la guerra contra la guerra. M. E. CISNEROS: La generación servo-mecánica de las redes sociales. Me conecto luego existo • D. DE LOS REYES: Del humor y la risa en la filosofía griega antigua• M. DI GIACOMO: El *consensus populi* y la teoría de la representación en *De potestate regia et papali* de Juan de París. • M. G. LLANES: De la nada a la plenitud del ser en la cosmología agustiniana• C. SIERRA LECHUGA: Investigación sobre el espacio: desde el aquí hasta la espaciosidad •C. TORREALBA: El problema de la legitimidad política desde la perspectiva de Chantal Mouffe: ciudadanía democrática más allá de la formalidad legal • RESEÑAS •M. Acevedo: Anastasio Alemán Pardo (2011): *Lógica, matemáticas y realidad.* Madrid. Editorial Tecnos. Grupo Anaya, S.A. Segunda edición. 325 Pp.

Nº 44 CINCO ENSAYOS SOBRE LA ÉTICA KANTIANA. EN HOMENAJE AL MAESTRO EZRA HEYMANN. EDICIÓN ESPECIAL COORDINADA POR EL PROFESOR DR. ARGENIS PARELES • A. PARELES: Presentación • ARTÍCULOS • A. PARELES: Ezra Heymann; Pensando con Kant • A. PARELES: Resumen• A. PARELES: INTRODUCCIÓN Cinco Ensayos sobre la ética kantiana. • A. PARELES: Razones y motivos: la alternativa kantiana • A. PARELES: Kant y la moralidad de la libertad

ISSN: 1316-7533. Depósito legal: pp 199202 df 275.

Arquitectura desde lo social • C.D. GUITIÁN PEDROSA: Los bienes culturales del espacio habitable •

Nº 48 25 ANIVERSARIO•G. MORALES ORDOSGOITTI:Presentación• Artículos • P. CASTRO: Sujeto, Subjetividad y Política: una reflexión desde el psicoanálisis •M.E. CISNEROS ARAUJO: La paradoja de la naturaleza humana: entre el amor de sí y el amor propio• M. DI GIACOMO: Caricia, alteridad y trascendencia en el pensamiento de Emmanuel Levinas • R. GUZMÁN Y M. VARGUEZ: La irrealidad de la realidad virtual: Un acercamiento desde el escepticismo filosófico• A. MARÍN: Democracia de Apropiación: Aproximación a la propuesta de Pierre Rosanvallon• A. MOLINA: Harrington y Hobbes: entre filosofía política y ciencia política• N. NAVAS: *Subtilitas* de la *phrónesis* y visión moral• V. SANOJA: Imaginario petrolero: discurso y subjetividades• J. VARGAS: Individualismo posesivo, propiedad y sociedad política en John Locke• L. VARGAS: Concepción del mundo, ciencias sociales y modernidad: un recorrido por sus transfiguraciones y bifurcaciones epistémicas • Reseñas• A. MOLINA: Quentin Skinner (2010): *Hobbes y la Libertad Republicana* • Traducciones• A. MOLINA: Quentin Skinner (2004): *Consideraciones sobre la Libertad Republicana*•

Nº 49 25 ANIVERSARIO: Encuentros fenomenológicos y hermenéuticos• N. NAVAS: Presentación •Artículos• L. GARÓFALO: En torno a la teoría de la significación en las Investigaciones lógicas de Husserl • M. CHÁVEZ: Sobre el concepto heideggeriano de verdad. De su exposición y una lectura crítica siguiendo a Husserl • L. MARCIALES: El mundo-de-la vida: de la fenomenología a la hermenéutica •N. NAVAS:Hermenéutica de la vida humana • N. TORTOLERO: Notas sobre ciencia cognitiva heideggeriana • P. GALINDO:Hans-Georg Gadamer y Wilhem Dilthey: Lecturas y consideraciones entorno a la idea de vivencia • M.G. LLANES: La relación tomista entre el verbum mentis y la specie, como fundamento de la experiencia hermenéutica gadameriana • E. SALCEDO: La identidad personal como identidad narrativa en Paul Ricouer • C. VILLARINO: Gadamer y Ricoeur: dos cabos de la hermenéutica filosófica• M. DI GIACOMO: El perdón entendido como un nuevo nacimiento•Reseñas• M. CHÁVEZ: Arturo Leyte (2015): *Heidegger. El fracaso del ser* • C. KATÁN: *Ángel Xolocotzi (2013): Heidegger y el Nacionalsocialismo: Una Crónica* •Traducciones• A. RODRÍGUEZ Y Y. CUECHE: Jean Grondin (2012): *Gadamer y la experiencia hermenéutica del texto*•

Nº 50 Sobre lógica, con lógica y desde la lógica • R. DA SILVA: Presentación •Artículos• F. GALINDO Y R. DA SILVA: El Teorema de indecidibilidad de Church (1936): Formulación y presentación de las ideas principales de su prueba • M.C. ÁLVAREZ: Intuición y ecthesis: la exégesis de Jaakko Hintikka sobre el conocimiento matemático en la doctrina kantiana • J. BACETA: Análisis del Argumento ontológico de Gödel •L. CASTRO:Sobre la naturaleza de los conceptos básicos en Jackson y Strawson • R. DA SILVA Y F. GALINDO: Fragmentos decidibles e indecidibles en la Lógica de primer orden • L. GARÓFALO:La concepción aristotélica de la verdad. •Reseñas• M. CHÁVEZ: Francesco Berto & Matteo Plebani (2015): *Ontology and Metaontology. A Contemporary Guide* • D. NÚÑEZ: Matthew W. McKeon (2010): *The concept of logical consequence. An introduction to philosophical logic*•

Nº 51 ARISTÓTELES, LOS ARISTOTÉLICOS Y SUS EXÉGETAS. •PRESENTACIÓN• NOWYS NAVAS. •CONFERENCIA• ALBERTO ROSALES:

Aristóteles y el problema de la Ontología •ARTICULOS• FRANCISCO BRAVO: Aristóteles: Entre la Ética del Bien y la Ética de la Vida Buena • MARCELO BOERI: "La memoria lo es de lo que ya ocurrió": memoria, tiempo y acción en Aristóteles • LAURA FEBRES-CORDERO y JAVIER AOIZ: Aportes de las obras biológicas de Aristóteles a la teoría de las facultades del alma • MARIO DI GIACOMO: La razón aristotélica acotada por la gloria de la Iglesia. Una lectura de *De regimine christiano* de Jacobo de Viterbo • GABRIELA SILVA C.: El vínculo felicidad-virtud enraizado en una teoría funcional: las coincidencias entre Platón y Aristóteles • MARCEL CHÁVEZ: Teoría modal aristotélica: temporalidad, necesidad y contingencia • LUCIANO GARÓFALO: La teoría aristotélica de las pasiones en la Retórica: el caso de *phóbos* • ADRIANA ROMERO: Interpretaciones de la ética aristotélica: particularismo y universalismo • •RESEÑAS• NOWYS NAVAS: Apuntes de ética aristotélica.

Nº 52 REFLEXIONES REPUBLICANAS MULTIDISCIPLINARIAS.
•PRESENTACIÓN• JORGE MACHADO: Destellos de libertad •ARTÍCULOS• JORGE MACHADO: ¿Somos realmente libres? • ANDRÉS ROSLER: El lugar de la virtud en el discurso republicano clásico • CAROLINA GUERRERO: Idea de Buen Gobierno y Contingencia de la Libertad • ERIK DEL BUFALO: Vida desnuda y sacrificio en Venezuela. Una lectura de la resistencia civil desde Giorgio Agamben • FERNANDO FERNÁNDEZ: Estado Dual: La justicia penal en Venezuela bajo el derecho penal del enemigo. Análisis de una realidad que afecta los derechos humanos • MARÍA EUGENIA CISNEROS: La Desobediencia Civil: Una Perspectiva Filosófica • EDGAR BLANCO CARRERO: El Ser-Militar en la Nueva Venezuela Republicana • LEO PARRA CARBONELL: Una Aproximación Crítica al Argumento Ontológico y al Argumento Cosmológico Leibniziano.

Nº 53 EDICIÓN PLURITEMÁTICA.
•NOTA EDITORIAL• NOWYS NAVAS • JESÚS BACETA: Sobre la ontología de la lógica modal. La reforma metafísica de Kripke. Breve manual de semántica • MARIO DI GIACOMO: Ética *vs* ontología según Emmanuel Levinas: El vínculo deconstructivo entre el Decir y lo Dicho • MARÍA GUADALUPE LLANES: Introducción a la filosofía y a la ética de Maimónides • JULIÁN MARTÍNEZ: Filosofía del teatro • NÉSTOR RODRÍGUEZ: La cruzada de Putnam contra *La Dicotomía Hecho/Valor*: Entre la inevitabilidad de su desplome y la edificación de una concepción alternativa • GABRIELA SILVA: La tesis del placer-repleción como elemento articulador de la psicología platónica del placer a partir de *Gorgias*, *República y Filebo* • MARIO DI GIACOMO: Reseña: Filosofía en la Ciudad. Alfredo Vallota y Lucía Dao (Comp.) • LEOPOLDO MÁRQUEZ: Heymanniana: La filosofía como reflexión cruzada y su carácter no teórico y antisistemático • ARGENIS PARELES: Encontrando nuestro lugar a través del sentimiento o cómo salir del laberinto •JULIO PUENTES: Dos formas inteligibles de la libertad.

Nº 54 RENÉ DESCARTES. CERTEZAS DE LA MENTE.
•PRESENTACIÓN• LORENA ROJAS PARMA: In Memoriam • LUIS CASTRO: Descartes's Embodied Minds • MARIO DI GIACOMO: Michel Henry, lector de las *Meditaciones*: *At certe videre videor* • JORGE MACHADO: De la duda de todos, al Dios engañador, o cómo Dios fundamenta el conocimiento de la totalidad en Descartes • YELITZA

ISSN: 1316-7533. Depósito legal: pp 199202 df 275.

RIVERO: El Racionalismo Cartesiano y Las Ideas • ALFREDO VALLOTA: Descartes y la Política • DAVID DE LOS REYES: Nicolás de Cusa: el distanciamiento del arte como imitación de la naturaleza • GABRIELA SILVA: La Justicia de la República de Platón como virtud de la adecuada diferencia funcional y principio constitutivo de la acción organizada • SANDRA PINARDI: Presentación a *El puente roto* • DINU GARBER: G. W. Leibniz • Homenaje a Dinu Garber: últimas expresiones de su pensamiento.

Nº 55 LÓGICA, FILOSOFÍA DE LA MATEMÁTICA Y PERSPECTIVAS ANALÍTICAS
•NOTA EDITORIAL• RICARDO DA SILVA: Celebrando a la lógica • MARÍA CAROLINA ÁLVAREZ: ¿Dónde queda el álgebra en Crítica de la razón pura? El álgebra y su relación con las construcciones simbólicas en la interpretación de Lisa Shabel • JESÚS BACETA: Referencia y realismo científico • MARCEL CHÁVEZ: Origen y fundamentación de la Semántica de Mundos Posibles. Una aproximación a su constitución histórico-sistemática • FRANKLIN GALINDO Y MARÍA ALEJANDRA MORGADO: ¿Cómo utilizar el Teorema de Herbrand para decidir la validez de razonamientos en lenguaje de primer orden, en conformidad con el Teorema de Indecidibilidad de Church? • NAHIR HURTADO: Reconocimiento de la intención: Una propuesta alternativa a la explicación de Paul Grice • MARÍA DANIELA NÚÑEZ: Color y fenomenología: Un acercamiento al relacionalismo funcionalista de Jonathan Cohen • NUMA TORTOLERO: Hipótesis y Supuestos Auxiliares: La Tesis Duhem-Quine • STEPHANIE DEFOIS: Una pasión y una conducta moral cartesianas en la princesa de Cleves • SYLVIE TAUSSIG: La orientación política de Heidegger: propuestas para una lectura de Die Armut • RICARDO DA SILVA: Apuntes para una introducción al logicismo. • FRANKLIN GALINDO: Algunas notas introductorias sobre la Teoría de conjuntos • RICARDO DA SILVA: *Antonio Benítez:* Lógicas no clásicas. Una introducción • JONATHAN ZEHR: *Eric Steinhart:* More Precisely: The Math You Need to Do Philosophy.

ISSN: 1316-7533. Depósito legal: pp 199202 df 275.

apuntes filosóficos #55

Vol. 28 No.55

Saber UCV

UCV ESCUELA DE FILOSOFÍA