Origen y fundamentación de la Semántica de Mundos Posibles. Una aproximación a su constitución histórico-sistemática

Marcel Chavéz
(Universidad Central de Venezuela)

UCV ESCUELA DE FILOSOFÍA

apuntes filosóficos

Vol. 28 No. 55

Origen y fundamentación de la *Semántica de Mundos Posibles*. Una aproximación a su constitución histórico-sistemática

Origin and foundations of the *Posible World Semantics*. An approach to its historical-systematic constitution

Marcel Chavéz
(Universidad Central de Venezuela)

Articulo recibido: 16 de octubre de 2019.

Arbitrado: 11 de noviembre de 2019.

Resumen: La semántica de mundos posibles (SMP) se articula como una de las teorías lógicas y filosóficas más importantes de nuestro tiempo. Los célebres *mundos posibles* forman y han formado parte en las últimas décadas de la jerga filosófica de autores de la llamada corriente *analítica*. Se ha tratado, además, de una teoría apta para el tratamiento y abordaje de múltiples tópicos y problemas que han aquejado a los filósofos de todos los tiempos. Con el presente artículo, tendremos como foco de atención el origen, preparación y consolidación de SMP y sus nociones centrales de la mano de algunos de sus principales gestores.

Palabras clave: Semántica de Mundos Posibles, Modalidades, Mundo Posible, Espacio Lógico, Alternatividad/Accesibilidad.

Abstract: The possible worlds semantics (PWS) is articulated as one of the most relevant logical and philosophical theories of our time. The famous *possible worlds* form and have been part of the philosophical jargon of authors of the so-called analytical tendency in the last decades. It has also been a theory suitable for the treatment and approach of many topics and problems that have afflicted philosophers of all time. In this paper, we will focus on the origin, preparation and consolidation of PWS and its central notions by hand of some of its main representatives.

Keywords: Possible Worlds Semantics, Modalities, Possible World, Logical Space, Alternativeness/Accessibility.

1. *Introducción*

El germen de la lógica modal contemporánea, o lógica modal *formal*, se encuentra posiblemente en las investigaciones de principios del pasado siglo realizadas por Clarence Irving Lewis.

Una articulación de la lógica modal empieza a gestarse, en efecto, con la obra del lógico y filósofo norteamericano. Lewis ofrece, a este propósito, un análisis del *condicional* en términos de *condicional estricto* (⥽) en el que interviene un operador modal; la introducción de tal condicional obedece, principalmente, a un tratamiento más *intuitivo* de nuestros condicionales, por una parte, y, por otra, a la resolución de *paradojas* a las que parece llevar el uso de la llamada *implicación material* (aunque el uso del condicional estricto conduzca, igualmente, a otros problemas)[1].

El enfoque de Lewis para un sistema de lógica modal (junto con Cooper Harold Langford en *Symbolic Logic*, 1932), no obstante, resultaba ser eminentemente *sintáctico*; ninguna noción semántica en la obra de autor, y muchos de aquellos que le sucedieron en lo inmediato, estaba clara y estrictamente definida o caracterizada.

De esta forma, la falta de rigor semántico previo a la fundamentación proporcionada por SMP para la lógica modal, condujo a un profundo escepticismo ante la misma, particularmente de la mano de Willard van Orman Quine[2]. El autor de *From a Logical Point of View*, como observa el profesor Jesús Baceta, "criticó a los contextos modales por no preservar la referencia, ya que no satisfacen la prueba extensional de la sustitución *salva veritate* y, de tal forma, no preservan la

[1] No nos detendremos a explicar en qué consiste uno y otro problema; nuestro interés no radica en el origen de la lógica modal, sino en la *génesis* de la semántica de mundos posibles. Para un estudio y desarrollo de la lógica modal contemporánea históricamente hablando, puede consultarse Goldblatt, Rob, "Mathematical Modal Logic: A view of its Evolution", en Gabbay, Dov& Woods, John, *Handbook of the History of Logic*, Vol. 7, Elsevier, Amsterdam, 2007, pp. 01-98; Korte, Tapio, Maunu, Ari &Aho, Tuomo, "Modal Logic from Kant to Possible Worlds Semantics", en Haaaparanta, Leila (Ed.), *The Development of Modern Logic*, Oxford University Press, New York, 2009.; y Ballarin, Roberta, "Modern Origins of Modal Logic", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2017 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/sum2017/entries/logic-modal-origins/>.

[2] Cfr. Menzel, Christopher, "Possible Worlds", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2017 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/win2017/entries/possible-worlds/>.

referencia objetiva”[3]. Esto es lo que se ha dado en llamar la *pérdida de la extensionalidad* u *opacidad referencial* con respecto a la lógica modal[4].

Sin embargo, la fundamentación semántica para la misma lograda por autores como Jaakko Hintikka y Saul Kripke, *restaura* la referencia y proporciona una rigurosa teoría mediante la cual trabajar con los conceptos modales.

Esta semántica, por demás, tiene importantes precursores que ayudaron en la modulación de algunos de sus conceptos claves; autores como Rudolf Carnap, Richard Montague, Arthur Prior o Stig Kanger, ciertamente, realizaron contribuciones fundamentales de cara a la articulación de SMP.

Bajo esta consideración, ofreceremos en lo que sigue una visión sinóptica del desarrollo de ciertas ideas que sumaron a la articulación en cuestión. Para ello, nos serviremos, entre otros, de la guía que Jack Copeland proporciona en *The Genesis of Possible Worlds Semantics*.

2. *De Wittgenstein a Carnap*

Copeland ve probable el origen de lo que él designa como *era moderna o técnica* de la semántica de mundos posibles, en la obra de Charles Sanders Peirce. Esto tiene su razón en el análisis que Peirce ofrece del *condicional* “en términos de cuantificación sobre mundos posibles”[5]. El autor norteamericano claramente indica que “el objeto de la cuantificación de una proposición hipotética es una *posibilidad*, *caso posible* o *posible estado de cosas*”[6], y que “un

[3] BACETA V., Jesús F., “Sobre la ontología de la lógica modal. La reforma metafísica de Kripke. Breve manual de semántica”, en *Apuntes Filosóficos*, Vol. 27, N° 53, 2018, pp. 07-33.
[4] Quine fue, ciertamente, uno de los más duros críticos a este respecto, y aunque en su obra son diversos los lugares en los que manifiesta su impugnación hacia la lógica modal, la referencia principal la constituye el ensayo “Reference and Modality”, en QUINE, W. V. O., “Referencia y modalidad” en QUINE, W. V. O., *Desde un punto de vista lógico*, Orbis, Barcelona, 1984, pp. 201-27. Uno de los problemas derivados de la lógica modal *clásica* (pre-SMP) consistía, precisamente, en que el análisis mostraba que los contextos modales eran contextos *intensionales*, i.e., contextos referencialmente opacos; sin embargo, en virtud de la fundamentación llevada a cabo por SMP para la lógica modal, resulta erróneo considerar que los contextos modales sean contextos *intensionales*; un profundo desarrollo del problema filosófico, que nosotros no abordamos ya que excede el planteamiento del presente artículo, puede encontrarse, p.e., en LO MONACO, Vincenzo Piero, *La nueva metafísica de la lógica modal*, CEPFHE, Caracas, 1999; o NUBIOLA, Jaime, *El compromiso esencialista de la lógica modal. Estudio de Quine y Kripke*, EUNSA, Navarra, 1991.
[5] COPELAND, B. Jack, “The Genesis of Possible Worlds Semantics”, en *Journal of Philosophical Logic*, 31, 2002, pp. 99-137.
[6] Citado por Jack Copeland en *Loc cit*.

condicional filoniano [si *A* entonces *B*] se expresa diciendo, 'En cualquier estado de cosas *i*, o [*A*] no es verdadero [en *i*] o [*B*] es verdadero [en *i*]"[7].

Sin embargo, sin desmerecer la destacable caracterización de Peirce que, en buena medida, anticipa a Wittgenstein, debemos hacer notar que el camino que tomó la lógica modal en el pasado siglo es de mayor prolongación, pero también debe advertirse que el desarrollo llevado a cabo por tal lógica, desarrollo que permitiría la articulación de una semántica modal formal en sentido riguroso, es de mayor complejidad.

En estas coordenadas, Copeland observa que

> Hay tres hilos principales en la historia de la semántica de mundos posibles. Primero, está la idea de que las modalidades deben ser analizadas en términos de cuantificación sobre *possibilia*. En segundo lugar, está el uso de la relación binaria (o equivalente). A menudo descrita como una relación de accesibilidad entre mundos, esta es la clave para obtener una semántica para sistemas más débiles que el sistema S5 de Lewis […] El tercer hilo […] consiste en la búsqueda de pruebas de completitud.[8]

Ahora, ¿qué aporta Ludwig Wittgenstein en esta dirección? El autor del *Tractatus* realiza una serie de observaciones no sólo pertinentes en relación a las modalidades, sino, también, influyentes. Desde temprano, en *Notas sobre lógica*, se encontrarían en Wittgenstein "los destellos del enfoque de la matriz (o tabla de verdad) de mundos posibles"[9]. El autor austríaco piensa aquí que "si formáramos todas las proposiciones atómicas, el mundo se describiría completamente si declaráramos la verdad o falsedad de cada una"[10]; aún no tenemos en esta instancia las *posibilidades de verdad* que se ejemplifican en el *espacio lógico* (*logischer Raum*) según el *Tractatus*, pero se avanzan los presupuestos para ello. En el *Diario filosófico* (*Notebooks*), asimismo, se vinculan las nociones de *tautología* y *contradicción* con el rango de

[7] *Loc cit*. Un *condicional filoniano* es idéntico a nuestro usual condicional (→), que no *implicación material*: se trata de aquel juntor, conectiva lógica o función veritativa que, en una tabla de verdad, resulta ser falsa sólo cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso:

p	q	p	→	q
V	V		V	
V	F		F	
F	V		V	
F	F		V	

[8] *Ibíd.* Cursivas nuestras.
[9] *Ibíd.*
[10] Citado por Copeland en *Loc cit*.

posibilidades, indicándose que en una, cada posibilidad se admite de antemano, mientras que en la otra ninguna posibilidad puede presentarse, respectivamente[11].

En el *Tractatus*, Wittgenstein organiza *sistemáticamente* las reflexiones precedentes. En la obra de 1921, se consideran las condiciones de verdad de las proposiciones vía esquemas (tablas de verdad) y, con ello, se piensa en las posibles combinaciones de estados de cosas. Desde esta perspectiva, resultan centrales las nociones antes mencionadas de *posibilidades de verdad* y de *espacio lógico*. En los primeros compases del *Tractatus* se refiere a la última de estas nociones al afirmarse que "los hechos en el *espacio lógico* son el mundo"[12], pero, ¿qué entiende el autor por *espacio lógico*? Este no es más que el espacio de posibilidades que configura estados de cosas que podrán, o no, ser el caso, de modo que en el espacio lógico se representan situaciones posibles. Así, p.e., si decimos "llueve", y representamos tal estado de cosas mediante la letra proposicional 'p', las posibilidades de verdad de *p* serían el propio estado de cosas que *p* describe ("llueve"), por una parte y, por otra, su negación ("no llueve"); estas posibilidades de verdad conforman en el presente caso el espacio lógico, i.e., las posibles configuraciones de estados de cosas; ciertamente, las posibilidades que se nos presentan en el ejemplo son que "llueva" o que "no llueva". Tales posibilidades de verdad en el espacio lógico también pueden ser llamadas *lugares lógicos* (en dicho espacio); así, Wittgenstein indica que "una proposición determina un lugar en el espacio lógico. La existencia de ese lugar lógico está garantizada únicamente por la existencia de las partes constituyentes, por la existencia de la proposición con sentido"[13], tal lugar es, entonces, una posibilidad de existencia de un estado de cosas ("llueve", "no llueve")[14], posibilidades que determinan el sentido de una proposición según se adecúe o no con aquellas[15]. Las combinaciones de estados de cosas posibles (las posibilidades de verdad[16]) constituyen el espacio lógico; este se puede representar mediante el uso de esquemas o tablas de verdad. Así, dado nuestro anterior ejemplo, podemos señalar lo siguiente:

[11] Cfr. *Ibíd.*
[12] WITTGENSTEIN, Ludwig, *Tractatus logico-philosophicus*, 1.13. Cursivas nuestras.
[13] *Ibíd*, 3.4.
[14] Cfr. *Ibíd*, 3.42.
[15] Cfr. *Ibíd*, 4.2.
[16] Cfr. *Ibíd*, 4.28.

p
V
F

Posibilidades de verdad

Espacio lógico

Cada posibilidad de verdad, por tanto, articula la totalidad del espacio lógico como combinación de estados de cosas posibles. Si dijésemos "Si llueve, entonces ocurre un apagón", representando la proposición por '*p*→*q*' (*p*: "llueve"; *q*: "ocurre un apagón"), nuestra tabla sería:

p	*q*	*p*	→	*q*
V	V		V	
V	F		F	
F	V		V	
F	F		V	

Espacio lógico

En los casos de tautologicidad y contradicción, por otra parte, o "la proposición es verdadera para todas las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales" o "la proposición es falsa para todas las posibilidades de verdad"[17], respectivamente. Las condiciones de verdad en una tabla se muestran del siguiente modo:

[17] *Ibíd*, 4.46.

Tautología

p	$\vee$	$\neg p$
V	V	F
F	V	V

Contradicción

p	$\wedge$	$\neg p$
V	F	F
F	F	V

Los posibles estados de cosas que se presentan en el espacio lógico, pueden entenderse, a su vez, como posibles *descripciones de estados*. Tal noción es del uso de Rudolf Carnap, quien, a partir de las ideas de Wittgenstein, desarrolla "una semántica formal para S5"[18]. Pero, notémoslo ya, aquello que se ejemplifica en el espacio lógico como posibles combinaciones que modulan estados de cosas, anticipa la noción semántica de *mundo posible*. La serie de posibilidades que se presentan como posibilidades de verdad, en efecto, constituyen el espacio lógico de los mundos posibles, y los mundos posibles abarcan, asimismo, todas las posibilidades que se presentan o representan en el espacio lógico; con este, pues, logramos una distribución de los estados de cosas como *mundos posibles*[19]. El espacio lógico, así, distribuye la totalidad de nuestra ontología.

La semántica de mundos posibles le debe también, en su constitución histórica, a los trabajos realizados por Robert Feys y John Charles Chenoweth McKinsey. Feys proporcionó un análisis de las modalidades en términos de *casos posibles*, como aquellos casos en los que un enunciado puede ser verdadero; uno, así, "puede imaginar tantas 'concepciones posibles' de la verdad como uno pueda tener combinaciones reconciliables (composibles) de todos los juicios concebibles"[20]. Con base en esto, Feys define a las modalidades aléticas del siguiente modo. Sea $\mathcal{W}$ la "totalidad de todas las posibles concepciones de verdad, de todos los casos donde algunas proposiciones son verdaderas":

[18] *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.
[19] Cfr. BACETA V., Jesús F., *De cómo la forma y la materia de Aristóteles mudan en la función y el objeto de Frege*, p. 10.
[20] Citado por Copeland en *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.

(a) $A=\emptyset$. La proposición A no es verdadera en ningún caso. A es absurdo, *imposible*.

(b) $A\neq\emptyset$. La clase de casos donde A es verdadera no es vacía. La proposición A es posible.

(c) $A=\mathcal{W}$. A es verdadera en la totalidad de casos posibles. La proposición A es necesaria.

(d) $A\neq\mathcal{W}$. La clase de casos donde A es verdadera no coincide con la totalidad de casos posibles. A es contingente[21].

Estos *casos posibles* pueden entenderse, en efecto, como *mundos*. Como notaremos más adelante, la definición que Feys recoge de las modalidades se acerca mucho al modo en que las mismas se codifican en SMP desde la segunda mitad del pasado siglo. El autor, asimismo, avanzó la idea de *caso-abstracto* la cual guarda notables semejanzas con los *casos posibles*, pero que, según el propio Feys interpreta, se distancia de la idea de *mundo posible*[22].

McKinsey, por su parte, ofreció, con base en el trabajo de Carnap, una definición de posibilidad tal que, dado un conjunto S de sustituciones, una oración se dice posible si alguna sustitución del conjunto la convierte en una oración verdadera[23]. Asimismo, sobre la base del conjunto de sustituciones S, McKinsey obtuvo resultados de corrección en términos funcionales para S4 y S5 al proporcionar una serie de condiciones sobre S[24].

La labor de Carnap, por otra parte, constituyó no solo una aportación destacable para la semántica de mundos posibles, sino una notable contribución para toda la lógica modal. El filósofo y lógico alemán proporciona, tanto en *Modalities and Quantification* como en *Meaning and Necessity*, fundamentos para la articulación semántica de la mentada lógica. De hecho, *Meaning and Necessity* supone el giro semántico que deja atrás el enfoque eminentemente sintáctico del autor representado en *The Logical Syntax of Language*. En aquélla obra, Carnap hace un tratamiento de "la modalidad 'L-verdad' ['verdad lógica' o 'lógicamente verdadera'], la

---

[21] Citado por Copeland en *Ibíd.* Cambiamos la notación de Feys por una conjuntista más actual. Donde utilizamos 'A' para representar una metavariable para proposiciones, Feys utiliza 'P' (es claro que en el contexto, el uso de 'P' por parte de Feys alude a proposiciones, así que el cambio obedece, simplemente, a la posibilidad de que se confunda 'P' con un predicado o *propiedad* de la lógica cuantificacional. Donde Feys utiliza '0', nosotros hacemos uso del símbolo '$\emptyset$' para representar un conjunto o clase vacía. Por último, donde Feys hace uso de 'Ω' como símbolo para la "totalidad de todas las posibles concepciones de verdad, de todos los casos donde algunas proposiciones son verdaderas", nosotros usamos '$\mathcal{W}$' (como veremos más adelante, '$\mathcal{W}$' puede ser entendido como "un conjunto no vacío de mundos posibles", o como el producto cartesiano sobre el universo del discurso 'U', $U\times U$.

[22] Cfr. *Ibíd.*

[23] Cfr. *Ibíd.* Hoy día estaríamos más tentados a decir que una proposición u oración es *posible*s yss tal proposición es verdadera en un mundo posible $w\in\mathcal{W}$; aunque esta, no obstante, no sería una definición del todo rigurosa.

[24] Cfr. *Ibíd.*

cual, dice, 'se entiende como un *explicatum* de lo que Leibniz llamó *verdad necesaria* y Kant, *verdad analítica*'" [25]; esta "definición conduce al resultado de que una oración en un sistema semántico es L-verdadera si y sólo si las reglas semánticas del sistema son suficientes para establecer su verdad"[26], i.e., si solamente las reglas semánticas son suficientes para establecer su valor de verdad "sin referencia a ningún hecho (extra-lingüístico)"[27]. Tal presentación para L-verdad, como indica Carnap en el parágrafo 2-1 de los L-Conceptos, a modo de *convención*, no es una definición de verdad, sino "una formulación informal de una condición que toda definición propuesta de L-verdad debe cumplir para ser adecuada como una explicación para nuestro *explicandum*"[28].

Una oración L-verdadera o *analítica* será así, igualmente, una oración *necesariamente* verdadera; podríamos decir, por tanto, verdadera en todo mundo posible[29]. En efecto, si "nuestras descripciones de estado representan los mundos posibles, esto significa que una oración es lógicamente verdadera si se mantiene en todas las descripciones de estado"[30]. Adicionalmente, debemos notar, como destaca Steve Awodey, que el "tratamiento dado por Carnap de la conexión entre la L-verdad y la necesidad, fue solo un pequeño paso para el tratamiento de la necesidad como verdad a través de un rango de interpretaciones –verdad "en todos los mundos posibles"– una vez que la noción de validez como verdad en todos los modelos había sido formulada"[31].

La definición de L-verdad, según puntualiza Carnap en *Modalities and Quantification*, se basa "la concepción de Wittgenstein de la naturaleza de la verdad lógica"[32]. Sobre esta base, Copeland observa que el autor de *Meaning and Necessity* "ensayó una semántica de mundos posibles para S5 cuantificada, basada en la idea de una *descripción de estado*"[33]. Una descripción de estado no es más que "una clase de oraciones que representan un posible estado de cosas específico dando una descripción completa del universo de individuos con respecto a todas las

[25] *Ibíd.*
[26] CARNAP, Rudolf, *Meaning and Necessity. A Study in Semantics and Modal Logic*, The University of Chicago Press, Chicago, 1948, p. 7.
[27] *Ibíd*, p. 10.
[28] *Loc cit.* Cursivas nuestras.
[29] Cfr. *Loc cit*.
[30] *Loc cit.*
[31] AWODEY, Steve, "Carnap's quest for analyticity: the *Studies in Semantics*", en Friedman, Michael & Creath, Richard (Eds.), *The Cambridge Companion to Carnap*, Cambridge University Press, Cambridge, 2007, p. 243.
[32] CARNAP, Rudolf, "Modalities and Quantification", en *The Journal of Symbolic Logic*, Vol. 11, No. 2 (Jun., 1946), pp. 33-64.
[33] *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.

propiedades y relaciones designadas por los predicados en el sistema”[34]; se trataría, como hemos observado, de un *mundo posible*. Las oraciones modales, de esta forma, se evalúan “sobre una clase única, la clase de todas las descripciones de estado, a la que [Carnap] se refirió como el *rango universal*”[35]. Las oraciones lógicamente verdaderas, o necesarias, por tanto, se mantienen en cada descripción de estado del rango universal[36], mientras que las imposibles (o lógicamente falsas), no se mantienen en ninguna descripción de estado[37].

3. *De von Wright a Montague*

Aunque la conexión entre modalidades y cuantificadores (o entre la *modalidad* y la *cuantificación*) es intuida por una serie de autores, no es hasta la obra de Georg Henrik von Wright en *An Essay in Modal Logic*, que semejante vínculo se presenta manifiestamente.

En efecto, en la obra aludida, von Wright vincula las modalidades ‘*necesariamente*’ ($\Box$) y ‘*posiblemente*’ ($\Diamond$), con los cuantificadores ‘*universal*’ ($\forall$) y ‘*existencial*’ ($\exists$), de modo respectivo[38]; así, el lógico y filósofo nacido en Helsinki observa que

> … la lógica de las palabras “posible”, “imposible” y “necesario”, en otros términos, es muy similar a la lógica de las palabras “alguno”, “no” y “todos”. Ciertamente, no es sorprendente que esto debería ser el caso. Ya que, coloquialmente hablando, lo posible es aquello que es verdadero bajo cualquier circunstancia, lo imposible lo que no es verdadero bajo ninguna circunstancia y lo necesario lo que es verdadero bajo toda circunstancia.[39]

Estas *circunstancias* pueden interpretarse en términos de *mundos posibles*. Y, en efecto, podemos a su vez establecer relaciones de equivalencias entre cuantificadores y modalidades;

---

[34] *Op cit*., CARNAP, Rudolf, 1946, pp. 33-64.
[35] *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.
[36] Cfr. CRESSWELL, M. J., “Carnap’s Modal Predicate Logic”, en Mares, Edwin, Rini, Adriane (Eds.), *Logical Modalities from Aristotle to Carnap. The Story of Necessity*, Cambridge University Press, New York, 2016, pp. 300ss.
[37] Cfr. *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137. Por otra parte, “una oración se llama *L-determinada* si es L-verdadera o L-falsa; de otra forma, se llama *L-indeterminada* o *factual*. Este último concepto es un *explicatum* para lo que Kant llamó *juicios sintéticos*”, *Op cit.*, CARNAP, Rudolf, 1948, p. 7. Una oración sintética se definirá, de tal forma, como una oración que no es L-determinada. A su vez, podemos hablar de oraciones empírica o factualmente verdaderas como aquellas que, siendo verdaderas, no son lógicamente verdaderas, i.e., “F-verdadera es un *explicatum* para lo que se conoce como verdad factual o sintética o contingente” *Loc cit.*; es decir, se asumirá una oración F-verdadera o sintética como aquella que, siendo verdadera en al menos una descripción de estado o mundo posible, no lo es en todo mundo posible: es, por tanto, una oración contingente. Se entiende así a esta, consiguientemente, “como un *explicatum* para lo que usualmente se llama verdad factual o sintética o contingente, en contraposición a la verdad lógica o necesaria” *Ibíd*, p. 12.
[38] Cfr. VON WRIGHT, Georg Henrik, *An Essay in Modal Logic*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1951, p. 2.
[39] *Ibíd*, p. 19.

Richard Montague lo muestra en *Logical Necessity, Physical Necessity, Ethics, and Quantifiers*, y el profesor Jesús Baceta lo sigue cuando indica que “los operadores modales $\Box$ y $\Diamond$ pueden ser interpretados como el cuantificador universal y existencial, respectivamente. Ellos son interdefinibles, tal como lo es la cuantificación existencial y la universal. El paralelismo es evidente:

$\forall \equiv \neg\exists\neg$	$\Box \equiv \neg\Diamond\neg$
$\neg\forall \equiv \exists\neg$	$\neg\Box \equiv \Diamond\neg$
$\forall\neg \equiv \neg\exists$	$\Box\neg \equiv \neg\Diamond$
$\neg\forall\neg \equiv \exists$	$\neg\Box\neg \equiv \Diamond$

”[40].

Desde la consideración del lógico finés, “el uso de tablas de verdad y formas normales como métodos de decisión en teoría cuantificacional […] pueden, con las debidas modificaciones, ser transferidas a la lógica modal”[41]; según nota Copeland, “von Wright expuso un método de tablas de verdad para las fórmulas modales, y las diversas columnas subsidiarias de la tabla muestran los valores de los disyuntos de la forma normal disyuntiva de la fórmula de destino. Como en el sistema de Wittgenstein, las combinaciones de valores de verdad corresponden a posibilidades”[42], i.e., *circunstancias, estados de cosas, descripciones de estado*, *casos posibles* o *mundos posibles*. La “forma normal disyuntiva absolutamente perfecta muestra con cuáles de un número finito de posibilidades mutuamente excluyentes y conjuntamente exhaustivas la […] oración en cuestión expresa acuerdo, y con cuáles expresa desacuerdo. Si está de acuerdo con todas las posibilidades, expresa una verdad lógica”[43]. Algo más de una década luego de la publicación de *An Essay in Modal Logic* (1951), von Wright vincula de modo claro y expreso esta última idea con las nociones de *descripciones de estados* y *mundos posible*, de modo que la distribución de valores de verdad sobre las proposiciones, que representan combinaciones

[40] *Op cit*., BACETA V., Jesús F., 2018, pp. 07-33.
[41] *Op cit*., VON WRIGHT, Georg Henrik, 1951, p. v.
[42] *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137. Cfr. *Op cit.*, von Wright, Georg Henrik, 1951, pp. 14 ss.
[43] *Ibíd*, pp. 24-5.

de verdad, se ejemplifican mediante descripciones de estado o mundos posibles en el espacio lógico[44].

Montague, como mencionábamos, logró vincular cuantificador y operador modal mediante equivalencia. En *Logical Necessity, Physical Necessity, Ethics, and Quantifiers*, el autor estadounidense se propone mostrar, en este sentido, la relación entre necesidad (lógica, física y "deóntica" –*obligatoriedad*) y el cuantificador universal, pero, entre tanto, desarrolla en las breves páginas del manuscrito basado en una charla homónima, una serie de puntos básicos para un sistema modal similar a S5[45].

En este contexto, Montague "extiende una definición tarskiana de satisfacción-en-un-modelo para el caso modal. Define un modelo como una tripleta ordenada <*D*, *R*, *f*>, donde *D* es un dominio, *R* es una función que asigna una extensión apropiada (desde *D*) a cada predicado y constante individual y *f* es una función que asigna a cada variable individual un miembro de *D*"[46]; en función de tal modelo, Montague señala que "parece razonable considerar 'es lógicamente necesario que Φ' como afirmando que Φ se mantiene bajo cada asignación de extensiones a sus constantes descriptivas"[47].

Esto podría sugerirnos pensar, intuitivamente, en cierta semejanza entre la idea de asignación de extensiones a constantes descriptivas (como predicados y constantes individuales) y las descripciones de estados o los mundos posibles, aunque Montague no hable en el manuscrito en tales términos. En general, Montague expresa mediante su caracterización semántica de la necesidad lógica, lo que podríamos indicar con otros términos al hablar de *tautologicidad*, pues, en efecto, una proposición Φ es una *tautología* si para cualquier valuación $\mathcal{V}$, se cumple que $\mathcal{V}(\Phi)=V$; es decir, que para cada interpretación ("cada asignación de…"), la valuación a dicha proposición resulta ser verdadera, e indicamos que tal proposición tiene modelo en la medida en que se satisface para toda estructura o interpretación.

---

[44] Cfr. *Op cit.*, COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.
[45] Cfr. *Ibíd.*
[46] *Ibíd.*
[47] MONTAGUE, Richard, "Logical Necessity, Physical Necessity, Ethics, and Quantifiers", en Thomason, Richmond H. (Ed.), *Formal Philosophy. Selected Papers of Richard Montague*, Yale University Press, Massachusetts, 1974, pp. 75-6.

En términos de Montague, dada una relación binaria Q entre modelos, "donde $\langle D, R, f\rangle Q \langle D', R', f'\rangle$ syss $D=D'$, $R=R'$ y $f'(\alpha)=f(\alpha)$ para cada variable individual α diferente de x. Leyendo '□' como '*para todo x*', la cláusula de satisfacción para el cuantificador universal se vuelve: $\langle D, R, f\rangle$ satisface □Φ syss para cada modelo $\mathcal{M}$ tal que $\langle D, R, f\rangle Q\mathcal{M}$, $\mathcal{M}$ satisface Φ"[48].

La caracterización o codificación de Montague está claramente inspirada en la semántica tarskiana y, como es evidente, la noción de *satisfacción* es clave en su interpretación del operador modal, y la relación que define entre este y el cuantificador. Dentro del propio sistema que elabora el autor (como indicamos, similar a S5 con cuantificación), parece elaborarse un teorema de corrección en virtud de la relación entre modelos, aunque no un teorema de completitud[49].

Ahora, tal como Copeland nota, y como el propio Montague reconoce, la relación binaria que introduce el discípulo de Tarski es una relación entre modelos, no entre mundos posibles[50]; de hecho, los modelos de Montague no constan de *mundos* (como sí lo harán los modelos de Kripke, p.e.). Montague, más que aproximarse a una fundamentación semántica de la lógica modal en términos de mundos posibles, elabora una teoría de modelos para cierto sistema de lógica modal; no obstante tal hecho, y la carencia de una noción de *mundo* en la teoría que ofrece el autor, destacan los esfuerzos a nivel metateórico llevados a cabo por el mismo, esfuerzos análogos que llevarán a Kripke o Hinttika a ofrecer una fundamentación semántica para la teoría de mundos posibles.

4. *Meredith y Prior*

Según ha insistido Copeland, el trabajo conjunto de Carew Arthur Meredith y Arthur Norman Prior constituyó un aporte esencial en la historia de la contemporánea lógica modal bajo la forma de *semántica de mundos posibles*. En tal dirección, se ha acentuado que "Prior y Carew

[48] *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137. Y *Op cit*., Montague, Richard, p. 76.
[49] *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137. Esto se debe, en términos estrictamente metateóricos, a que el sistema que Montague presenta en el manuscrito es intermedio entre el cálculo de predicados de primer y segundo orden y, como sabemos, la lógica de segundo orden no puede cumplir con la propiedad metateórica de completitud, como ha demostrado Gödel con su teorema de 1931.
[50] *Ibíd*.

Meredith divisaron una versión de la semántica de mundos posibles muchos años antes de que Kripke publicara su primer artículo sobre el tópico”[51].

Entre 1953 y 1954, Prior, como observa Copeland, parece “utilizar una relación binaria en un contexto explícitamente modal –de hecho, un contexto bimodal– y el primero en emplear una interpretación de la relación similar a la accesibilidad”[52]; Prior, en su tratamiento de proposiciones para la lógica temporal, y al cuantificar sobre momentos temporales, establece así la relación binaria entre dichos momentos[53]. El lógico y filósofo neozelandés adelantó inclusive, en una obra no publicada de principios de los 50’s del pasado siglo, “la idea de que las modalidades pueden ser analizadas en términos de cuantificación sobre *estados de cosas posibles*”[54].

Más adelante, mediante la publicación de los artículos *Possible Worlds* y *Tense Logic and the Continuity of Time*a principio de los 60’s, tal como observa Copeland, Prior “presenta una semántica de mundos posibles para K, M, S4, S4.2, S4.3, B, S5 y otros sistemas modales proposicionales”[55]. Sin embargo, a mediados de la década de los 50’s (1956), Prior y Meredith desarrollan en *Interpretations of Different Modal Logics in the “Property Calculus”* “los elementos esenciales de la semántica de mundos posibles para la lógica modal proposicional”[56].

A principios de los 50’s, Meredith “tomó la proposición modal $\Box p$ como la aserción de que p es una propiedad de cada ‘objeto’. Esta aserción, $\forall x p(x)$, y su contraparte existencial, se tomaron como propiedades poseídas por todos los objetos o por ninguno”[57]. Esta propiedad para el cálculo se extiende, en la nota de 1956, con una “relación binaria U”[58]; tal cálculo de propiedad extendida “consistió en los axiomas y reglas de la teoría de cuantificación ordinaria

[51] COPELAND, B. Jack, “Arthur Prior”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2017 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = https://plato.stanford.edu/archives/sum2017/entries/prior/.
[52] *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.
[53] Cfr. *Loc cit*. A menudo, de hecho, se tiende a interpretar las indexaciones temporales (t_1, t_2, t_3, …, t_n) en términos de *mundos posibles*; nosotros mostraremos, más adelante, nuestro particular desacuerdo con ello.
[54] *Ibíd*.
[55] *Ibíd*.
[56] *Ibíd*. También puede consultarse COPELAND, Jack, “Meredith, Prior, and the History of Possible Worlds Semantics”, en *Synthese*, (2006) 150, pp. 373–397; en donde Copeland se centra en el trabajo realizado por Prior y Meredith, y el desarrollo inmediatamente posterior en semántica de mundos posibles.
[57] *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.
[58] *Ibíd*.

complementada por […] definiciones, junto con ciertos axiomas que gobiernan la relación U"[59]. Estos axiomas (K, M, S4, S5), asimismo, se demuestran según la relación sea reflexiva, transitiva y/o simétrica[60].

No es del todo claro, no obstante, que en la nota de 1956, tanto Prior como Meredith aludan a *mundos posibles*, ya que la misma es "puramente formal y ninguna explicación filosófica se ofrece, o de la relación U o de la naturaleza de los objetos a los cuales las variables del cálculo refieren"[61]. Prior claramente piensa en *mundos posibles* a principios de los 60's cuando expresa: "supongamos que tenemos las usuales variables *p*, *q*, *r*, etc., para oraciones, y *a*, *b*, *c* para nombres de 'mundos', o el total de estado de cosas. Entonces escribimos *pa* para 'Es el caso en el mundo *a* que *p*'"[62].

Sin embargo, Copeland remarca que ya en la nota conjunta (1956), Meredith y Prior están en posesión de una interpretación de mundos posibles para su cálculo. Ello se advierte, básicamente, en su uso de las matrices (tablas) evidenciado en la literatura que precede a la nota[63].

5. *Fundamentación semántica de la lógica modal en Hintikka y Kripke*

No es poco común reconocer que la labor de fines de los 50's (s. XX) emprendida por Hintikka y Kripke (independientemente), supone la culminación de los esfuerzos por dar una fundamentación semántica para la lógica modal. Esto desembocó, igualmente, en la plena configuración de una *semántica de mundos posibles*.

A la noción central de *descripción de estado de cosas posible*, *conjunto modelo* o *mundo posible*, se le sumaba una relación binaria o diádica imprescindible para la *nueva* interpretación de las modalidades; se ofrecían criterios semánticos para la evaluación de proposiciones modales y se proporcionaban resultados metateóricos que ayudaban a sustentar, formalmente, a la nueva teoría. Con base en estas ideas se presenta usualmente a la lógica modal *vía* SMP.

[59] *Ibíd.*
[60] *Loc cit.*
[61] *Ibíd.*
[62] *Loc cit.*
[63] *Ibíd.*

A este propósito, Jaakko Hintikka desarrolla una serie de consideraciones en torno a la modalidad en paralelo a las investigaciones llevadas a cabo por Stig Kanger en 1957. En las breves líneas que conforman *Provability in Logic*, Kanger se introduce en lo que hoy conocemos como tradición *modelo-teórica* en lógica modal[64]. El autor sueco, como Montague, no hace uso del término *mundo posible* en su interpretación de las modalidades, y establece una relación binaria explícita entre modelos más que entre puntos o índices (mundos)[65]. En coordenadas de lógica deóntica, sí parece, no obstante, estar presente la noción bajo la forma de un *universo alternativo* (un 'estándar moral para nuestro universo')[66], así como está claramente presente la idea cuando interpreta la noción de *analiticidad* en términos de *verdadero en cada universo posible*[67]. Es de advertir, no obstante, que Kanger "no parece haber hecho ningún intento sistemático para conectar la teoría formal de modelos expuesta en su folleto de 1957 con su noción de un universo posible"[68], por ello Per Lindström destaca las diferencias entre la semántica de Kanger y la semántica de mundos posibles estándar, considerando a aquélla como una teoría modal que prescinde de *mundos*[69].

Hintikka también se introduce en la tradición modelo-teórica, pero su semántica, muy similar a la kripkeana, no se priva de la noción de *mundo*, y la relación binaria que postula opera, asimismo, entre mundos (en primera instancia, entre *estados de cosas* posibles y reales). Así como Kanger, los primeros compases de Hintikka en semántica modal versan sobre lógica [modal] deóntica.

En *Quantifiers in Deontic Logic*, el autor finés indica lo siguiente:

> ¿Qué queremos dar a entender cuando decimos que *f* es permitido? […] Cuando se habla de permisos, en realidad no hablamos, en modo alguno, del estado de cosas actual […] Decimos que un estado de cosas diferente del actual es consistentemente pensable, a saber, un estado de cosas en el cual se cumple *f* , pero en el que todas las obligaciones, sin embargo, se realizan […] Se pensó que el conjunto de fórmulas μ estaba relacionado con el estado de cosas actual […] Debemos considerar, en adición a μ, otro conjunto de fórmulas μ* relacionado con μ de una cierta forma. Esta relación se expresará diciendo que μ* es

[64] HOLMSTRÖM-HINTIKKA, GHITA, LINDSTRÖM, STEN&SLIWINSKI, RYSIEK (Eds.), *Collected Papers of Stig Kanger with Essays on his Life and Work*, Vol. I, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2001, p. xi.
[65] Cfr. *Op cit.*, Copeland, B. Jack, 2002, pp. 99-137.
[66] Cfr. *Loc cit*.
[67] Cfr. *Ibíd.*
[68] *Ibíd*.
[69] Cfr. *Op cit.*, BALLARIN, Roberta, 2017. Cfr. *Op cit.*, COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.

> *copermisible con μ*. Podemos pensar que μ^* está relacionado con el estado de cosas (imaginado) en el que se suponía que *f* tomaba lugar.[70]

La cita nos dice mucho sobre las ideas en torno a modalidad que tiene y tendrá el autor. Notemos que la posibilidad (o, según el caso, *permisibilidad*) de aquello que está en el rango del operador, un hecho p.e., refiere a un estado de cosas posible, distinto del actual, en el cual el mentado hecho es el caso[71]. Por otra parte, el autor introduce una relación que se aplica entre estados de cosas, tal que el estado de cosas 'posible' en el que se cumple el posible hecho *f*, se ha de relacionar con el estado de cosas real si afirmamos efectivamente la posibilidad de *f*.

Hintikka, como destaca Copeland, "desarrolló un enfoque de satisfacibilidad por la cual un conjunto de fórmulas es satisfacible syss puede ser incluido en un conjunto modelo, i.e., un conjunto que satisface ciertas condiciones semánticas [… Por otra parte,] una fórmula *f* es válida syss{¬*f*} no es satisfacible"[72]. La relación binaria de *copermisibilidad* que el autor introduce en *Quantifiers in Deontic Logic*, sin embargo, carece en tal obra de condiciones o criterios.

Para el caso de las modalidades aléticas, Hintikka pensó en la relación binaria como una "relación de posibilidad relativa que se mantiene entre mundos posibles. [Y así,] su pensamiento sobre la lógica modal fue guiado 'desde el principio' por la idea de mundos posibles: sus conjuntos modelos formaron 'una sintaxis para [tales] mundos'"[73].

Entre 1958 y 1959, Hintikka desarrolló una prueba de completitud "para versiones de M, S4 y S5 con cuantificadores, invocando las condiciones ahora estándar en lo que él denominó una relación de *alternatividad* entre mundos posibles"[74], i.e., la relación binaria para la lógica modal alética. No obstante, la idea, ya barruntada un año antes en *Quantifiers in Deontic Logic*, como hemos visto, se perfila con mayor claridad en términos de *estados de cosas alternativos* en *Modality as Referential Multiplicity*. En este sentido, Hintikka señala que

> … la forma estándar de tratar a la lógica cuantificacional en el espíritu de la teoría de la referencia es mediante la noción de un modelo. He discutido esta noción en otro lugar y

[70] Citado por Copeland en *Op cit.*, COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.
[71] Sin embargo, aunque Hintikka claramente señale que el caso de posibilidad no aluda al estado de cosas actual, sí lo presupone: en efecto, si al decir que *f* es posible, damos a entender que "un estado de cosas diferente al actual es consistentemente pensable, y en el cual *f* se cumple", es evidente que lo que es el caso de hecho está presupuesto.
[72] *Loc cit.*
[73] *Ibíd.*
[74] *Loc cit.*

> demostré que puede ser reemplazada por la noción, ligeramente más suave, de un conjunto modelo de fórmulas lógicas. Resulta que una teoría intuitiva y poderosa de la lógica modal puede basarse sobre estas nociones. La principal novedad es que tenemos que considerar varios modelos (o conjuntos modelos) interrelacionados. Ellos corresponden a las diferentes situaciones que queremos considerar en lógica modal, y están interconectadas, en primer lugar, por una regla que dice (aproximadamente) que todo lo que es necesariamente verdadero en el estado de cosas actual, debe ser (simplemente) verdadero en todos los estados de cosas alternativos.[75]

De esta forma, podemos entender una proposición necesaria mediante la siguiente codificación (que, veremos, varía mediante la cláusula para el operador de necesidad que formula el autor): sea M una clase de conjuntos modelo (estados de cosas o mundos), μ un conjunto modelo (estado de cosas o mundo, el actual) y $\mathcal{A}$ una relación binaria entre conjuntos modelo, $\vDash_{\mu} \Box f$ syss para todo $\mu^* \in M$ tal que $\mu \mathcal{A} \mu^*$, $\vDash_{\mu^*} f$. Es decir, si afirmamos que lo expresado por una sentencia ‘A’ es necesario o que $\Box$A en el estado de cosas *de facto* μ, ‘A’ ha de ser verdadera en todo estado de cosas alternativo μ^* con respecto a μ.

También sostiene Hintikka en *Modality as Referential Multiplicity* que “los términos deben tratarse referencialmente cuando ‘los operadores modales se mezclan con cuantificadores’, invocando relaciones de referencia múltiple y un tratamiento epistémico a fin de lidiar con las dificultades de la opacidad”[76].

Por otra parte, Hintikka profundiza en la noción de conjunto modelo, inspirándose en Carnap, en *Modality and Quantification*; aquí el autor finés nos dice que:

> Un conjunto de fórmulas λ es satisfacible syss hay una descripción de estado en la cual todos los miembros de λ se mantienen […] Ahora, un conjunto de fórmulas μ es el conjunto de todas las fórmulas que se mantienen en alguna descripción de estado particular syss satisfacen las siguientes condiciones [sobre negación, identidad, conjunción, disyunción y los cuantificadores existencial y universal…] Llamaré un conjunto de fórmulas que satisfacen [estas condiciones…] un *conjunto modelo* […] un conjunto modelo es la contraparte formal para una descripción parcial de un estado de cosas posible (de un ‘mundo posible’) […] Esta idea nos ayudará a extender la noción de satisfacibilidad para conjuntos de fórmulas que pueden contener operadores modales […] Al discutir nociones como posibilidad y necesidad, tenemos que considerar qué sucede en estados de cosas diferentes al

---

[75] Citado por Copeland en *Ibíd.*

[76] *Ibíd.* Básicamente, dar respuesta a la problemática planteada por Quine en *Op cit.*, QUINE, W. V. O., 1984, pp. 201-27.

> actual. En nuestra definición de satisfacibilidad, por tanto, hemos de considerar conjuntos de conjuntos modelos. Tales conjuntos de conjuntos los llamaremos sistemas modelos[77]

Por ello se dirá, como ha observado recientemente el profesor Jesús Baceta, que Hintikka generaliza las descripciones de estado carnapianas y las denomina "'descripciones de estado extendidas', cierto tipo de conjuntos máximamente consistentes"[78].

Hintikka ofrece también cláusulas para los operadores modales de posibilidad y necesidad y, en *Modality and Quantification*, lo hace expresando preliminarmente lo siguiente: "supongamos que $\Diamond p\in\mu\in\Omega$, donde Ω es un sistema modelo (y donde $\Diamond$ se lee 'posiblemente'). Entonces claramente tenemos que exigir que *p*, que quizás no sea verdadera en el estado de cosas descrito por μ, debe, sin embargo, ser verdadera en algún otro estado de cosas que podría haberse realizado en lugar del descrito por μ"[79], i.e., verdadera en un estado de cosas *alternativo* a μ; así lo indica Hintikka: "Las descripciones de tales estados de cosas serán llamadas alternativas a μ. En otras palabras, la siguiente condición se debe satisfacer: (C.$\Diamond$*) Si $\Diamond p\in\mu\in\Omega$, entonces hay en Ω al menos una alternativa ν a μ tal que p$\in\nu$"[80]. Asimismo, si suponemos que "$\Box p\in\mu\in\Omega$, donde Ω es un sistema modelo (y donde $\Box$ se lee 'necesariamente'). Entonces tenemos que exigir que lo que se dice que sucede necesariamente, ocurre actualmente: (C.$\Box$) Si $\Box p\in\mu$, entonces $p\in\mu$"[81].

Sin embargo, la cláusula dada en primera instancia para la necesidad, como bien destaca el autor, no agota lo que $\Box p$ usualmente viene a significar. Hintikka ofrece las siguientes condiciones:

> (C. $\Box^{+}$) Si $\Box p\in\mu\in\Omega$, y si $\nu\in\Omega$ es una alternativa a μ, entonces p$\in\nu$.
>
> y
>
> (C. $\Box$*) Si $\Box p\in\mu\in\Omega$, si $\nu\in\Omega$ es una alternativa a μ, y cada variable individual libre de *p* ocurre en al menos otra fórmula de ν, entonces p$\in\nu$.[82]

[77] HINTIKKA, Jaakko, "Modality and Quantification" enHintikka, Jaakko, *Models for Modalities. Selected Essays*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1969, pp. 57-60.
[78] *Op cit*., BACETA, Jesús, 2018, pp. 07-33.
[79] *Op cit*., HINTIKKA, Jaakko, "Modality and Quantification", 1969, p. 60.
[80] *Loc cit*.
[81] *Loc cit*. Lo que Hintikka enuncia es, claramente, el principio, axioma (esquema de axiomas) o teorema básico T de lógica modal, según el cual $\Box A\rightarrow A$.
[82] *Ibíd*, pp. 60-3.

Mediante la admisión de (C. $\square^{+}$) se ‘prueban’ ciertas fórmulas cuya ‘validez’ no es posible ‘probar’ mediante la admisión de la cláusula (C. $\square$*)[83].

En *Modality and Quantification* Hintikka muestra, a su vez, cómo la relación de *accesibilidad* expresa lo mismo que la *alternatividad* y ofrece una cláusula para un caso de necesidad en el que la relación entre mundos o estados de cosas es la primera de las mentadas. El lógico y filósofo finés también proporciona una serie de resultados metateóricos, como pruebas de corrección y completitud para diversos sistemas modales.

En *The Modes of Modality*, por otra parte, el autor repasa y detalla alguna de las ideas desarrolladas en *Modality and Quantification*. Hintikka incide en la relación de *alternatividad* como una relación definida sobre la base de un sistema modelo[84], y en función de la cual las modalidades se definen; pues podemos expresar con exactitud que “al decir que lo que sea posible debe ser verdadero en algún mundo alternativo, y lo que sea necesario, debe ser verdadero en todos los mundos alternativos”[85].

Esto marca, ciertamente (como hará Kripke mediante la noción de *accesibilidad* o *posibilidad relativa*), una notable diferencia en relación a las caracterizaciones tradicionales, y precedentes, de las modalidades en términos de *mundos posibles* que no inciden en la relación que ha de guardar un mundo con otro en la explicación de la posibilidad o la necesidad, ya que, como subraya Hintikka con acierto, “no todo mundo posible (digamos *P*) es realmente una alternativa a un mundo posible dado (digamos *Q*) en el sentido de que *P* podría haber sido realizado en vez de *Q*”[86]. Para el finés, así, solo contarán, en la explicación de las modalidades, las “alternativas genuinas”; por ello se debe en su semántica y, en general, en su teoría modal, “el uso de la relación de alternatividad y la consecuente aparición de las frases ‘algún mundo posible *alternativo*’ y ‘todos los mundos posibles *alternativos*’ donde probablemente se esperaría las frases más simples ‘algún mundo posible’ y ‘todos los mundos posibles’, respectivamente”[87].

[83] Cfr. *Ibíd*, p. 63.
[84] Cfr. HINTIKKA, Jaakko, “The Modes of Modality” en Hintikka, Jaakko, *Models for Modalities. Selected Essays*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1969, p. 72.
[85] *Loc cit*. Claro está, con respecto a algún mundo (el actual, por ejemplo).
[86] *Ibíd*, pp. 72-3.
[87] *Ibíd*, p. 73.

La obra de Saul Kripke, por su parte, muestra también fecundos resultados a fines de la década de los 50's del siglo pasado. Con tan solo 19 años, el joven estadounidense criado en Nebraska da a conocer al mundo, en su primera publicación, un resultado a nivel de metateoría de la lógica modal de suma importancia, y con el cual, sumado a los esfuerzos precedentes de Hintikka, F. R. Drake, Arnould Bayart, Timothy John Smiley o Kanger (entre otros), culmina la primera articulación de la semántica modal formal.

En *A Completeness Theorem in Modal Logic* (1959), en efecto, Kripke "demostró un teorema de completitud para una extensión de S5 con cuantificadores e identidad; la prueba se realizó mediante una adaptación a la lógica modal de las tablas semánticas de Beth"[88]. No obstante, en el transcurso de la demostración Kripke no introduce la relación binaria. Sí lo hace, en cambio, unos años más tarde en *Semantical Analysis of Modal Logic I. Normal Modal Propositional Calculi* al introducir las *estructuras de modelo normales* como "una tripleta ordenada <G, K, ***R***>, donde K es un conjunto no vacío, G∈K y ***R*** es una relación reflexiva definida en K"[89]. En un artículo previo del mismo año (1963, *Semantical Considerations on Modal Logic*), Kripke observa que

> … intuitivamente, vemos las cosas así: K es el conjunto de todos los 'mundos posibles'; G es el 'mundo real'. Si H_1 y H_2 son dos mundos, $H_1\boldsymbol{R}H_2$ significa intuitivamente que H_2 es 'posible relativo a' H_1; i.e., que cada proposición verdadera en H_2 es *posible* en H_1. Entonces, claramente la relación ***R*** debería, en efecto, ser reflexiva; cada mundo H es *posible* relativo a sí mismo, ya que cada proposición *verdadera* en H es, *a fortiori*, posible en H. La reflexividad es, por tanto, un requerimiento intuitivamente natural.[90]

La relación binaria ***R***, como puntualiza Kripke, permite asimismo definir sistemas modales según la propiedad de la cual goce la relación. Así, "si ***R*** es transitiva, llamamos a la estructura modelo normal una *estructura modelo* S4; si ***R*** es simétrica, la llamamos una *estructura modelo* BROUWERSCHE; si ***R*** es una relación de equivalencia, la llamamos una *estructura de modelo* S5. Una estructura modelo es también llamada una *estructura modelo* M"[91].

[88] *Op cit*., COPELAND, B. Jack, 2002, pp. 99-137.
[89] KRIPKE, Saul, "Semantical Analysis of Modal Logic I. Normal Modal Propositional Calculi", en *Zeitschriftfür Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, Vol. 9 (1963), pp. 67-96.
[90] KRIPKE, Saul A., "Semantical Considerations on Modal Logic", en *Acta Philosophica Fennica*, 16 (1963), pp. 83-94.
[91] *Loc cit.*

Para el cálculo modal proposicional axiomatizado, Kripke ofrece básicamente la misma presentación en 1963 que la proporcionada en 1959 (suprimiendo, no obstante, un esquema de axiomas[92]):

A.0 Tautologías veritativo-funcionales

A.1 $\Box A \rightarrow A$

A.2 $\Box(A \rightarrow B) \rightarrow (\Box A \rightarrow \Box B)$

R1. $A, (A \rightarrow B) \vdash B$

R2. $A \vdash \Box A$[93]

Es decir, dos esquemas de axiomas (contando, además, con todas las verdad o teoremas de la lógica proposicional) hoy llamados T y K[94], respectivamente; y dos reglas de inferencia, *modus pones* y la regla de *necesitación* que, debemos advertir, simplemente enuncia que si *A* es un teorema, *A* es necesariamente un teorema. Estas reglas probablemente se sigan con mayor facilidad en la presentación alternativa que realiza el autor en *Semantical Analysis of Modal Logic I*:

R1. Si $\vdash A$ y $\vdash A \rightarrow B$, $\vdash$ entonces *B*.

R2. Si $\vdash A$, entonces $\vdash \Box A$[95].

En base a esta *axiomática* para el cálculo modal proposicional, y las aludidas estructuras modelo, Kripke ofrece su propuesta de fundamentación semántica para la lógica modal[96]. Sin embargo, a fin de dar mayor claridad en torno a tales estructuras, conviene que realicemos ciertas observaciones en torno a las mismas bajo una exposición más actualizada.

Esto, precisamente, es lo que, entre otras cosas, hace el profesor Baceta al abordar la semántica kripkeana. Kripke, se nos indica, "crea una teoría general de modelos, tipo Tarski, extensional y referencial, para un conjunto de sistemas modales de los cuales mostró,

[92] El Segundo esquema de axiomas que se introduce en *A Completeness Theorem in Modal Logic* es el siguiente: $\neg\Box A \rightarrow \Box\neg\Box A$, KRIPKE, Saul, "A Completeness Theorem in Modal Logic", en *Journal of Symbolic Logic*, Volume 24, Issue 1 (Mar., 1959), pp. 1-14. Que no encontraremos en la formulación de 1963.

[93] *Op cit*., KRIPKE, Saul A., 1963a, pp. 83-94. Hemos agregado el símbolo '$\vdash$' tanto en R1 como en R2, así como los símbolos auxiliares '(' y ')', a fin de que se leyese más claramente.

[94] K, i.e., A.2., en honor a Kripke.

[95] *Op cit*., KRIPKE, Saul A., 1963b, pp. 67-96.

[96] Cfr. BÉZIAU, Jean-Yves, "A History of Truth-Values", en Gabbay, Dov & Woods, John, *Handbook of the History of Logic*, Vol. 11, Elsevier, Amsterdam, 2012, p. 290.

adicionalmente, que eran correctos y completos"[97]; en estos términos, debemos notar que Kripke "prestó atención al contexto y lo amplió a lo que hoy llamamos 'marcos de referencia de Kripke'"[98], marcos de interpretación. Los mismos, como se nos destaca, "pueden ser entendido como una ampliación del principio de contexto de Frege. Según Frege 'en el contexto de una oración las palabras significan algo' o, dicho de otra manera, el contexto mínimo de evaluación de la verdad es la proposición. Para Kripke el contexto para la interpretación de la lógica modal es cierto tipo de estructura relacional"[99].

Estas últimas serían los *marcos de Kripke*; de modo más concreto, decimos que tales estructuras son cierto par ordenado $<W, R>$ donde Wes un conjunto (no vacío) de mundos, índices o puntos de evaluación, mientras que Res una relación binaria sobre elementos de W[100]. Un marco de Kripke es, por tanto, una estructura relacional; y teniendo, entonces, que las relaciones definen contextos modales, diremos que estas relaciones definen, así, marcos de Kripke.

Decimos, asimismo, que "$R \subseteq W$xW es la relación de accesibilidad entre mundo […] Cuando wRw_1, se dice que w accede a w_1, w_1 es accesible desde w o w_1 es el sucesor de w"[101].

Los marcos en los que la relación kripkeana de accesibilidad se presenta, como señala el profesor Baceta, "son importantes estructuras relacionales porque codifican el espacio lógico y son clave para representar la ontología y la noción de 'validez'. Los marcos son como los 'cuadros matemáticos' de la ontología; ellos caracterizan, mediante la relación de accesibilidad, el espacio lógico de las modalidades y en ellos se distribuye toda la ontología modal"[102]. Estos marcos, y esto resulta ser notoriamente relevante, "son como las posibles combinaciones de las tablas de verdad en el espacio lógico proposicional"[103].

Un *modelo de Kripke*, por otra parte, puede entenderse como cierta extensión del marco, i.e., una tripleta ordenada $\mathcal{M} = <W, R, \mathcal{V}>$ donde $<W, R>$ es un marco de Kripke y $\mathcal{V}$ es una

---

[97] *Op cit*., BACETA, Jesús, 2018, pp. 07-33.
[98] *Loc cit*.
[99] *Loc cit*.
[100] Cfr. GASQUET, Olivier, HERZIG, Andreas, SAID, Bilal & SCHWARZENTRUBER, François, *Kripke's Worlds. An Introduction to Modal Logics via Tableaux*, Springer Basel, Heidelberg, 2014, p. 14.
[101] *Op cit*., BACETA, Jesús, 2018, pp. 07-33.
[102] *Loc cit*.
[103] *Loc cit*.

función sobre $\mathbb{N}$, tal que para cada n$\in\mathbb{N}$, $\mathcal{V}$n es un subconjunto de W (así, $\mathcal{V}$: $\mathbb{N} \rightarrow (W)$)[104].La introducción del nuevo elemento obedece simplemente a cuestiones semánticas; $\mathcal{V}$ es una función de valuación que asigna valores de verdad a las letras proposicionales con respecto a los elementos de W. Consiguientemente, podemos decir que $\mathcal{M}$ es también una estructura o "un marco relacional, una distribución de la ontología, con una relación binaria, la accesibilidad, más una clase de funciones dadas por V (como toda función es una relación, se sigue cumpliendo con la definición de marco relacional)"[105].

~

Como hemos notado, los desarrollos en semántica modal que podemos hallar a partir de las primeras décadas del pasado siglo, constituyen ciertamente bases centrales en el camino de la fundamentación semántica de la lógica modal formal tipo SMP. Los trabajos de Wittgenstein a Carnap, de von Wright a Montague, de Prior a Kanger, son ciertamente precursores capitales de SMP.

No obstante, hemos de considerar que es, con propiedad, con las obras de Hintikka y Kripke que todas las ideas e innovaciones se conjugan para dar forma a la nueva teoría de lógica modal. Cuando Roberta Ballarin, en tales términos, observa que en SMP "la noción maximal de validez debe ser reemplazada por una nueva noción universal [Que] las descripciones de estado deben hacer espacio a los mundos posibles entendidos como índices o puntos de evaluación [Y que] la relación de accesibilidad entre mundos necesita ser introducida"[106], encontramos todas estas características presentes tanto en la semántica de Hintikka como en la de Kripke; semánticas que modulan nuestra fructífera y afamada *teoría de mundos posibles*.

[104] Cfr. *Op cit*., GASQUET, Olivier, HERZIG, ANDREAS, Said, BILAL & SCHWARZENTRUBER, François, p. 14.
[105] *Op cit*., BACETA, Jesús, 2018, pp. 07-33.
[106] *Op cit*., BALLARIN, Roberta, 2017.