

Cómo dividir la *Línea Dividida*

RESUMEN

Si se siguen al pie de la letra las instrucciones que da Platón en *República* 509d.6-8 para trazar el diagrama de la *Línea Dividida*, descubrimos con sorpresa que la construcción de la figura está lejos de tener un carácter unívoco, pues existen variantes de acuerdo a cómo se entiendan las directrices. Algunos intérpretes hacen énfasis en el carácter «desigual» de *todos los segmentos*; otros prefieren poner el acento en la frase «según la misma razón» y con ello enfrentarse, o ignorar abiertamente, una grave inconsistencia que aparece; una tercera posición sostiene que ninguna figura por sí sola puede simbolizar de manera suficiente la red de relaciones internas que tiene el pasaje, por lo que propone construir dos diagramas distintos (y desconfiar de ambos). Tratar de dar una respuesta exhaustiva a este complejo problema excede las pretensiones de esta breve comunicación, pero lo que sí se puede hacer es asomar la ruta que permita una posterior y más adecuada dilucidación del asunto. Entonces, ¿cómo debe dividirse la Línea Dividida? Un buen punto de partida para esclarecer la cuestión es interpretar dos momentos claves de la alegoría: las frases *ánisa tmémata* («corte desigual») y *ton auton logon* («según la misma razón»). Por lo tanto, al concentrarnos en estos vocablos, nuestro enfoque será de índole aritmético-geométrico, un aspecto que muchos intérpretes han soslayado por considerarlo un tópico puramente técnico, sin percatarse que la enorme riqueza de implicaciones matemáticas subyacentes afectan de manera decisiva la interpretación filosófica del diagrama.

Palabras clave: LÍNEA DIVIDIDA, SEGMENTOS DESIGUALES, LOGOS, RATIO, PROPORCIÓN, ANALOGÍA.

ABSTRACT

If Plato's directions in *Republic* 509d.6-8 are followed to the letter in order to draw the diagram of the *Divided Line*, we discover surprisingly that the figure's construction is very far from being precise, given the fact that there are several alternatives depending on how the instructions are understood. Some scholars emphasize the «unequal» characteristics of *all segments*; others prefer to highlight the phrase «in the same ratio», and then face, or openly ignore, a serious inconsistency that appears; a third position argues that no single figure can symbolize adequately all the internal relations of the passage, so it advises to draw two distinct diagrams (and be mistrustful of both). Trying to give a complete answer to the complexity of this problem exceeds the aims of this paper, but something could be done in showing the way for a later and more exhaustive treatment of the matter. So, how to divide the divided line? A good beginning to elucidate the question is to make the interpretation of two key moments of the allegory: the phrases *ánisa tmémata* («unequal cut») and *ton auton logon* («in the same ratio»). So, to concentrate on these words means that our approach will be arithmetical-geometrical, an aspect that many interpreters have avoided because they consider it just a technical topic, without realizing the rich and enormous mathematical implications involved, which alter in a crucial way the philosophical interpretation of the allegory.

Keywords: DIVIDED LINE, UNEQUAL SEGMENTS, LOGOS, RATIO, PROPORTION, ANALOGY.

* Escuela de Administración y Contaduría, Universidad Católica Andrés Bello, y Escuela de Filosofía de la Universidad Santa Rosa.

Para iniciar el análisis de la *Alegoría de la Línea Dividida en segmentos* (*Rep.* VI, 509c-511e), es pertinente acudir, en primer lugar, al texto mismo, y ver cuáles son las instrucciones que da Platón para construir el diagrama.¹ Así, en 509d y por petición de Glaucón, el personaje «Sócrates» procede a exponer de una manera más completa (en relación con lo dicho en la *Alegoría del Sol*) la distinción que hay entre el mundo visible y el mundo inteligible, los cuales van a estar representados por una línea dividida. En la edición de Pabón y Fernández-Galiano (PFG),² la traducción de las directrices queda de la siguiente manera:

Toma, pues, una línea que esté cortada en dos segmentos desiguales y vuelve a cortar cada uno de los segmentos, el del género visible y el del inteligible, siguiendo la misma proporción. Entonces tendrás, clasificados según la mayor claridad u oscuridad de cada uno: en el mundo visible, un primer segmento, el de las imágenes. (Platón, Tomo II, 1997: 218)³

Como puede verse, las pautas para trazar el diagrama parecen lo suficientemente claras: se debe dibujar una línea (γραμμῆν) —la cual llamaremos AB, siguiendo la costumbre de la mayoría de las ediciones—, y luego se le debe cortar en dos segmentos desiguales⁴:

¹ Es pertinente advertir que, para efectos de esta comunicación, el marco teórico dentro del cual vamos a desarrollar nuestra argumentación será estrictamente el diálogo *República*.

² En lo sucesivo, esta traducción (Platón, 1997) será abreviada como «PFG».

³ El texto griego, en la edición de Burnet, dice así: «Ὡσπερ τοίνυν γραμμῆν δίχα τετμημένην λαβὼν ἄνισα τμήματα, πάλιν τέμνε ἐκάτερον τὸ τμήμα ἀνά τὸν αὐτὸν λόγον, τό τε τοῦ ὀρωμένου γένους καὶ τὸ τοῦ νοουμένου, καὶ σοι ἔσται σαφηνεῖα καὶ ἀσαφεῖα πρὸς ἄλληλα ἐν μὲν τῷ ὀρωμένῳ τὸ μὲν ἕτερον τμήμα εἰκόνας (*Platonis Opera*, 1902: 509d6-510a3). Por su parte, G.M.A. Grube vierte el pasaje en su versión inglesa de la siguiente manera: «It is like a line divided into two unequal sections. Then divide each section —namely, that of the visible and that of the intelligible— in the same ratio as the line. In terms now of relative clarity and opacity, one subsection of the visible consists of images». (Plato, 1992: 183)

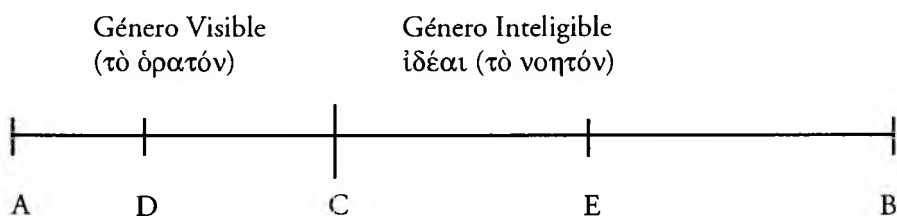
⁴ Es importante advertir que el diagrama (y las letras) no están en el texto griego: tradicionalmente, cada traductor ofrece su propia versión, al igual que lo hacen los especialistas que discuten sobre la *Línea*. Por lo pronto, designaremos los cortes de la *Línea* con 4 letras del alfabeto (de la A a la E) y de izquierda a derecha. En este sentido, es oportuno acotar que se han sugerido tres maneras distintas para disponer el gráfico: la primera es en forma de *diagrama*, la segunda es la *línea horizontal*, y la tercera es la *línea vertical* (Cfr. Lafrance, 1981: 159 y ss.). Coincidimos con Lafrance, Raven (1965: 145), Bravo (1990:

Fig. i. Primer corte de la Línea



En este primer corte de la Línea, las instrucciones no dicen nada acerca de cuál debe ser la razón específica (en términos numéricos) que debe usarse para realizar la división, de modo que pareciera que cualquier ratio es aceptable, *siempre y cuando un segmento sea más largo que el otro*. Por lo tanto, el segmento AB se corta en un punto C de un modo tal que los dos segmentos resultantes tengan diferente longitud. De ellos, uno representa al género visible (el segmento AC) y el otro al género inteligible (el segmento CB). Las instrucciones continúan diciendo que se deben volver a cortar cada uno de los segmentos, el del género visible y el del inteligible, siguiendo la misma proporción:

Fig. ii. Segundo corte de la Línea



Vale la pena advertir que la frase τὸν αὐτὸν λόγον ha sido traducida generalmente de dos maneras distintas: «siguiendo la misma proporción» o «según la misma razón». El problema es que la escogencia de una u otra tiene

139) y Cross & Wozzley (1966: 230) en que la mejor manera de graficarla es la *línea vertical*. Sin embargo, debido a la mayor comodidad para efectos de «edición» y también por razones de espacio, usaremos la *línea horizontal* en el presente artículo.

serias implicaciones para la interpretación de la alegoría, tal como se discutirá más adelante (apartado 2). 'Sócrates' especifica que el *criterio* para clasificar los segmentos de la Línea será «la mayor claridad u oscuridad» (σαφηνεία καὶ ἄσαφεία), refiriéndose con esto a que la «claridad» de un ser está íntimamente ligada a su grado de «realidad»: mientras más «real» es un ser, más «claridad» posee, y viceversa. Por esta razón es que los intérpretes le asignan al *Mundo Visible* el segmento más corto del diagrama (AC), porque sus contenidos son más oscuros (es decir, tienen menos realidad), y le asignan el segmento más largo (CB) al *Mundo Inteligible*, pues sus contenidos son más claros y luminosos, y por ende, más reales. El símil continúa, y en él se enumeran seguidamente los *grados del ser* y luego los *grados del conocer*. Sin embargo, con lo descrito hasta ahora tenemos suficiente para pasar a interpretar los fragmentos que nos interesan.

1. La frase ἄνισα τμήματα

La frase ἄνισα τμήματα, que según el *Lexicon* de Liddell & Scott significa «corte desigual» o «corte disparejo»,⁵ es usado por Platón para indicar el carácter desigual de los segmentos en 509d.6-7: «Toma, pues, una línea que esté cortada en dos segmentos desiguales...» (ἄνωσπερ τοίνυν γραμμὴν δίχα τετμημένην λαβὼν ἄνισα τμήματα.) (Platonis Opera, 1902: *loc. cit.*).⁶ El vocablo ἄνισα es usado una sola vez en todo el diálogo, según lo que nos indica Leonard Brandwood en su famoso *Index platónico*.⁷ El problema es que en algunos códices aparece el término ἴσα (que significa «iguales»), en vez del citado ἄνισα. Como bien comenta James Adam en las notas de su edición crítica (Plato, 1963: 63-64), opinión que también suscriben PFG⁸ y Chambry,⁹ tal parece que ya en la Antigüedad se ponía en duda sobre si debía leerse ἄνισα o ἴσα, y esta disputa seguía vigente incluso para 1902, momento en que se publicó la primera edición de la obra de Adam. Éste explica que Proclo y el autor

⁵ ἄνισος es traducido por «unequal», «uneven». *Cfr.* Liddell & Scott (1996: 144). Por su parte, τμήματα viene de τμήμα, ατος, τό, que significa «part cut off, section, piece». *Ibidem*, p. 1800.

⁶ El texto en castellano es la traducción de PFG.

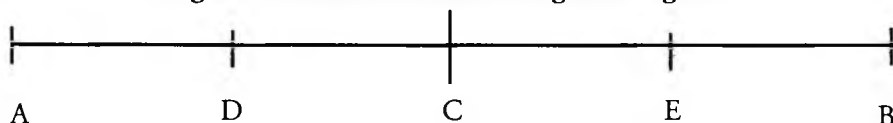
⁷ Brandwood, 1976: 78.

⁸ Platón, 1997: 218, nota 2.

⁹ Platón, 1967: 140, nota 2.

de la tercera *Quaest. Plat.* en Plutarco leen ἄνισα. Por otra parte, ἴσα aparece en un gramático citado por Stallbaum (Plato, 1963: 63). Otros autores, como Richter y Dümmler, prefieren usar ἄν ἴσα (que también significa «iguales»). Si se toma como válido el término ἴσα, la Línea quedaría graficada así:

Fig. iii. La Línea con todos sus segmentos iguales



El problema de este modelo es que las cuatro subsecciones resultantes *son iguales entre sí*, pues $AC = CB$ y $CB = AC$, y esto implica que $AD/DC = CE/EB = AC/CB$, lo cual quiere decir que estamos en presencia de una *Tautología*. Contrariamente, los intérpretes que prefieren hacer énfasis en el carácter *desigual de todos los segmentos*, desean sobre todo subrayar las «diferencias» entre los grados onto-gnoseológicos que el diagrama representa. Desde esta segunda perspectiva, el gráfico de la Línea quedaría de la siguiente manera:

Fig. iv. La Línea con todos sus segmentos desiguales



Pero frente a esta disyuntiva, la mayoría de los traductores e intérpretes afirman que no debería haber dudas con respecto a que Platón escribió ἄνισα.

2. La interpretación de τὸν αὐτὸν λόγον

La correcta comprensión de la frase «τὸν αὐτὸν λόγον» luce un tanto más compleja que el punto anterior. Platón la usa en 509d.7-8, justo cuando realiza el segundo corte de la Línea, momento en el cual ofrece las siguientes indicaciones: «...y vuelve a cortar cada uno de los segmentos, el del género visible y

el del inteligible, siguiendo la misma proporción» (πάλιν τέμνε ἐκότερον τὸ τμήμα ἀνά τὸν αὐτὸν λόγον).¹⁰ El primer inconveniente es que no existe una traducción única del término λόγον (que se deriva de λόγος), vocablo que es usado por Platón más de 60 veces a lo largo de *República*, según la referencia de Brandwood.¹¹ PFG hablan de «proporción», pero al comparar su versión con otras ediciones, se observa que hay distintas maneras de plasmar dicha palabra. En lengua castellana, Conrado Eggers Lan¹² (Gredos) coincide con PFG en usar «proporción», pero J. D. García Bacca¹³ habla de «cuenta-y-razón». En el caso de los traductores ingleses, Allan Bloom,¹⁴ G.M.A. Grube¹⁵ y Paul Shorey¹⁶ utilizan «in the same ratio», mientras que Benjamin Jowett¹⁷ y W.H.D. Rouse¹⁸ prefieren «in the same proportion». Finalmente, en la edición francesa más conocida, Émile Chambry¹⁹ usa «la même proportion». Como se puede apreciar, la mayoría de los traductores (con la excepción de García Bacca) podrían clasificarse en dos grupos principales a la hora de traducir τὸν αὐτὸν λόγον: los que optan por la expresión «según la misma razón» (o ratio) y los que prefieren la frase «según la misma proporción». Conviene aclarar acá que la delimitación semántica de estos vocablos y su comparación en las distintas traducciones no obedece a un simple interés erudito o a preciosismos terminológicos de alguna especie, sino que se trata más bien de una distinción que está vinculada con un problema de interpretación muy significativo y relevante. El asunto medular aquí es que «Razón» y «Proporción» no son términos estrictamente iguales. Tal como lo plantean Bloom, Grube y Shorey —con quienes coincidimos plenamente—, creemos que la traducción más adecuada para el término λόγος es *Razón*, y no «Proporción», que es el vocablo

¹⁰ *Platonis Opera*, 1902: *loc. cit.* Platón, 1997: 218.

¹¹ Brandwood, 1976: 537.

¹² Platón, 1986: 335.

¹³ Platón, Tomo VIII, 1980: 357.

¹⁴ Bloom, 1991: 190.

¹⁵ Plato, 1992: 183.

¹⁶ Plato, 1935: 109.

¹⁷ *The Dialogues of Plato*, 1978: 386.

¹⁸ Plato, 1956: 309.

¹⁹ Platon: Œuvres Complètes, 1967: 140.

que usan PFG y la mayoría de los traductores. Siguiendo los argumentos de Des Jardins²⁰ (1976: 483), consideramos que esta acepción de *ratio* o *razón* que posee el término λόγος viene de la Aritmética, disciplina en la que λόγος era el nombre propio que recibía la relación de números por división (la palabra «número» en griego, ἀριθμός, significa una multitud definida de unidades definidas). Una *razón* es «una relación numérica entre dos cantidades»,²¹ y puede ser de dos tipos: razón aritmética y razón geométrica. Por el contexto, queda claro que Platón se está refiriendo en este pasaje de la Línea a la *razón geométrica* o por *cociente*, la cual es el cociente indicado de dos cantidades.²²

Por otro lado, conviene explicar asimismo por qué el término *Proporción* (ἀναλογία)²³ se diferencia del término Razón. Tanto en Aritmética como en Geometría, una *proporción* es una relación especial entre un grupo de números

²⁰ Aprovechando la ocasión en que se le está citando por vez primera, es nuestro deber advertir que el título de nuestra comunicación no tiene nada de original, pues lo hemos tomado prestado del sugerente artículo de Gregory Des Jardins (1976). Además, tenemos con este autor la sintonía de compartir la misma inquietud, ésta de atender primero los aspectos aritmético-geométricos de la Línea antes de pasar a otros asuntos. Es curiosa la coincidencia de obstáculos que hay entre nuestras pretensiones y las que tenían algunos atenienses; estamos haciendo referencia a la legendaria noticia que nos ha llegado de la Antigüedad en torno al epígrafe que Platón habría colocado sobre el frontispicio de la Academia: «No ingrese el que no sepa geometría» (ΑΓΕΩΜΕΤΡΗΤΟΣ ΜΗΔΕΙΣ ΕΙΣΙΤΩ). Tal parece que nosotros, de manera similar a la de aquellos traseúntes griegos, tendremos que lidiar primero con las Matemáticas en el curso de esta investigación antes de pretender «entrar» a la espacialidad académica de la Línea y poder comprender sus implicaciones filosóficas.

²¹ *Razón* o *relación* de dos cantidades es el resultado de *comparar* dos cantidades, y en este sentido, dos cantidades pueden compararse de dos maneras: hallando en cuánto excede una a la otra, es decir, restándolas (Razón aritmética o por diferencia), o hallando cuántas veces contiene una a la otra, esto es, dividiéndolas (Razón geométrica o por cociente). *Cfr.* Baldor, 1983: 495. Aunque sería deseable citar una bibliografía matemática más especializada, el fácil acceso y la concisión de su obra nos persuadieron de usar a Baldor.

²² En una razón geométrica, los términos o componentes se denominan «antecedente» y «consecuente» (*Cfr.* Baldor, 1983: 495-501).

²³ Etimológicamente, ἀναλογία viene de ἀνά, que significa «repetición», y λόγος, palabra polisémica que, en este contexto, significa «razón o relación». Por lo tanto, ἀναλογία vendría a ser la «repetición de una razón». *Cfr.* Montaner, 1966: p. 38. Por su parte, Liddell & Scott (1996: 111) dicen que ἀναλογία es: 1. mathematical proportion; 2. comparing the ratios; 3. proportion; 4. analogy. Muy relacionada con este término es la palabra ἀνάλογος, que significa: 1. according to a due λόγος, proportionate, conformable; 2. in arithmetical progression; 3. in proportion.

o cantidades. Según su definición matemática, una Proporción es la igualdad de dos razones geométricas. En cambio, como se ha visto, una razón geométrica es la relación entre dos números, definida como el cociente de un número por el otro (v.gr., la razón de 8 a 2, expresada como $8/2$ o como 4, la cual indica que 8 contiene a 2 cuatro veces). Como se puede apreciar, entre Razón y Proporción hay una relación de Parte-al-Todo, pues aquélla está subsumida en la definición de ésta, y se necesita la igualdad de *por lo menos* dos (2) razones para que haya una proporción. Explicando de manera más amplia la definición anterior, se puede decir que se está frente a una Proporción cuando un primer número tiene con un segundo la misma relación que un tercero tiene con un cuarto (es decir, que a es b como c es d). Por ejemplo, la relación de 12 a 3 es la misma que la relación de 8 a 2, y el resultado de ambas es equivalente ($4 = 4$), lo cual indica que existe una proporción válida. Esta proporción se puede escribir así: $12:3 :: 8:2$, que se lee «12 es a 3 como 8 es a 2», o puede también expresarse en forma de quebrados: $12/3 = 4 = 4 = 8/2$. Como bien explica Des Jardins, «la igualdad de razones es llamada proporción, ἀναλογία, de ἀνᾶ y λόγος. Sólo dos o más pares de números pueden formar una analogía o estar en proporción, es decir, tener la misma razón. Las proporciones son pares de razones que exhiben una razón común. La idea de repetir una razón es común a todos los tipos de analogía» (Des Jardins, 1976: 483).

Este argumento es utilizado no sólo por Aurelio Baldor (1983: 500-505), sino por Morris Kline, quien en su obra *Pensamiento matemático desde la Antigüedad hasta los tiempos modernos* nos dice que «Eudoxo entonces definió una razón de magnitudes y una proporción, esto es, una igualdad de dos razones, para cubrir ratios conmensurables e inconmensurables».²⁴ Lo mismo afirma Thomas Heath, quien recuerda que «la esencia de la nueva teoría fue que ella era aplicable tanto a las cantidades conmensurables como a las inconmensurables; y su importancia no puede ser sobrestimada, pues ella le permitió a la geometría avanzar de nuevo».²⁵ Entonces, una Proporción geométrica o Equicociente es la igualdad de dos razones geométricas. A los *elementos* o partes constitutivas de

²⁴ Kline, 1972: *48. Traducción propia aquí y en lo sucesivo, a menos que se indique lo contrario.

²⁵ Heath, 1981: 326.

una proporción geométrica se les denomina «términos»: se llaman *términos extremos* al 1º y el 4º, y *términos medios* al 2º y el 3º: Asimismo, se llaman *antecedentes* al 1º y 3º términos, y *consecuentes* al 2º y 4º términos. Con respecto a los tipos de proporciones, pueden ser de dos clases: a) *Proporción discreta*, que es aquella cuyos términos medios no son iguales (v.gr. $8/4 = 10/5$); y b) *Proporción continua*, que es la que tiene los medios iguales (v.gr. $20/10 = 10/5$), tal como ocurre con cada tres términos consecutivos de una progresión geométrica. Existe una *propiedad fundamental* de las proporciones geométricas, la cual queda expresada por el siguiente Teorema: «*En toda proporción geométrica el producto de los extremos es igual al producto de los medios*». (Baldor, 1983: 501).²⁶

Al buscar los antecedentes históricos de esta cuestión, se descubre que el responsable de formular la *Teoría de la Proporción* fue un miembro prominente de la Academia y gran amigo de Platón: se trata de Eudoxo de Cnidos (hacia 400-355), astrónomo, matemático, geógrafo y médico griego que, entre otros muchos aportes, llevó a cabo importantes descubrimientos en Matemáticas que fueron posteriormente incluidos en los *Elementos* de Euclides. En su monumental *Historia de la matemática griega*, sir Thomas Heath afirma que «el autor anónimo de un esolio al Libro V de Euclides, quien es quizás Proclo, nos comenta que 'algunos dicen' que este Libro, conteniendo la teoría general de la

²⁶ De esta propiedad fundamental se derivan los siguientes Corolarios: 1) En toda proporción geométrica un extremo es igual al producto de los medios dividido por el otro extremo; 2) En toda proporción geométrica un medio es igual al producto de los extremos dividido por el otro medio. Conviene aclarar también otro aspecto: Dos magnitudes son *proporcionales* cuando multiplicando o dividiendo una de ellas por un número, la otra queda multiplicada o dividida (o viceversa) por el mismo número. (Baldor, 1983: 519-521) Ellas pueden ser de dos tipos: *directa e inversamente* proporcionales. Baldor ofrece el siguiente ejemplo de las razones inversas: si 4 hombres pueden hacer una obra en 6 días, 8 hombres (el doble número de hombres) harían la misma obra en 3 días (la mitad del número de días). Por lo tanto, el *número de hombres* y el *tiempo* necesario para hacer una obra son magnitudes inversamente proporcionales o están en razón inversa —es decir, el tiempo es función inversa del número de obreros: $\text{Tiempo} = f(\text{obrerros})$ —. Vale la pena agregar también que una de las aplicaciones más útiles de la proporcionalidad es la muy conocida *Regla de Tres* aritmética, la cual es una operación que tiene por objeto hallar el cuarto término de una proporción cuando se conocen tres, y esto es posible porque el cuarto número es *proporcional* a los tres números dados (la Regla de Tres puede ser *simple* o *compuesta; directa o inversa*).

proporción que es igualmente aplicable a geometría, aritmética, música y toda ciencia matemática, 'es el descubrimiento de Eudoxo, el maestro de Platón',²⁷ y que «la grandeza de la nueva teoría en sí misma no necesita mayor argumentación cuando se recuerda que la definición de igualdad de razones en Eucl. V, Def. 5 corresponde exactamente a la moderna teoría de irracionales debida a Dedekind, y que ella es palabra por palabra la misma que la definición de igualdad de números de Weierstrass».²⁸ Otros entendidos, como Ma. Luisa Puertas Castaños, confirman que la influencia de Eudoxo es particularmente notoria, además del libro V, en los libros VI y XII de los *Elementos*, y que las tesis allí reunidas, con el pasar del tiempo, empezaron a ser conocidas como la *teoría griega «clásica» de la proporción*. Euclides se ocupa del concepto de *razón* en las Definiciones 3 y 4 del libro V.²⁹ Es justo aquí, a lo largo del libro V, donde se sientan las bases conceptuales y deductivas de la teoría euclídea de la proporción, cuyo núcleo se concentra en las Definiciones 5 y 7. Más específicamente, suele considerarse la Def. V, 5 (Euclides, 1994) como la piedra angular de esta teoría, pues ella suministra un criterio necesario y suficiente de proporcionalidad:

Se dice que una primera magnitud guarda la misma razón con una segunda que una tercera con una cuarta, cuando cualesquiera equimúltiplos de la primera y la tercera excedan a la par, sean iguales a la par o resulten inferiores a la par, que cualesquiera equimúltiplos de la segunda y la cuarta, respectivamente y tomados en el orden correspondiente. (pp. 11 y 12)³⁰

Éstos son pues, someramente, los precedentes históricos de la *Teoría de la Proporción* en Eudoxo y Euclides. Escapa al interés de este artículo profundizar más sobre este tema, como podría ser, por ejemplo, analizar los antecedentes de esta teoría en la Matemática anterior al siglo IV a.C. (Pitágoras *et alii*), o

²⁷ Heath, 1981: 325.

²⁸ Heath, *op. cit.*, 326-327.

²⁹ Dice allí lo siguiente: 3. «Una razón es determinada relación con respecto a su tamaño entre dos magnitudes homogéneas»; y 4. «Se dice que guardan razón entre sí las magnitudes que, al multiplicarse, pueden exceder una a otra». (pp. 9 y 10).

³⁰ Por otra parte, la Def. 6 dice: «Llámense proporcionales las magnitudes que guardan la misma razón», y la Def. 7 reza lo siguiente: «Entre los equimúltiplos, cuando el múltiplo de la primera excede al múltiplo de la segunda pero de la tercera no excede al múltiplo de la cuarta, entonces se dice que la primera guarda con la segunda una razón mayor que la tercera con la cuarta».

determinar las relaciones entre el legado de Eudoxo y la reelaboración de Euclides, o apreciar la suerte conocida por esta teoría en las versiones posteriores de la teoría euclídea. Nos limitamos más bien a subrayar que la *Teoría de la Proporción* significó en su época una enorme contribución a la teoría de los números, y que gracias a ella las Matemáticas pudieron por vez primera manejar cantidades inconmensurables (números irracionales) a través de aproximaciones con números racionales, con lo que se pudo progresar más allá de las fronteras que imponía la aritmética pitagórica, que sólo lograba dar cuenta de las cantidades conmensurables.

De igual manera, la *Teoría de la Proporción* le permitió a los griegos elevar su capacidad de razonamiento abstracto a un nivel superior, pues se hizo posible el establecimiento de vínculos y relaciones matemáticas entre cosas de naturaleza totalmente distinta. Debido a que una proporción establece la igualdad de dos razones, ella posibilita la creación de analogías (ἀναλογίας) entre cosas tan disímiles como, por ejemplo, artefactos y frutas. Esto puede observarse con la siguiente proporción: 8 sillas / 2 sillas = 4 (sillas con sillas se eliminan, quedando sólo la abstracción numérica «4»); 12 manzanas / 3 manzanas = 4 (de nuevo, los elementos concretos o materiales, en este caso «manzanas», se eliminan entre sí). Esta proporción puede expresarse así: $12/3 = 4 = 4 = 8/2$, o así: $8:2 :: 12:3$, donde la proporción de esas dos razones es $4 = 4$. Los resultados de ambas razones [el número «4»] son dos números totalmente abstractos (independientes de los objetos particulares que los originaron) que hacen posible una relación (esto es, una proporcionalidad) estrictamente numérica en la que «4 es igual a 4», vínculo que se está instaurando entre cosas tan disímiles como «sillas» y «manzanas».³¹ En este caso, el criterio que permite saber si una proporción es directa o inversa es la *materia* a la que se le está aplicando la proporcionalidad (sillas concretas, manzanas existentes, mesas reales, y así sucesivamente, las cuales se eliminan mutuamente en un cociente para dar como resultado un número abstracto). En todo caso, lo más interesante de la *Línea Dividida* es que fue el instrumento que

³¹ Todo esto no significa que los griegos estaban realizando esfuerzos por «matematizar» la realidad, o lo que es lo mismo, pretendiendo considerar a las Matemáticas como *prima philosophia*. Para los griegos existía una instancia superior, que era la Metafísica, y las Matemáticas no debían perder nunca su conexión con la realidad ni prescindir de su relación con lo material.

le sirvió a Platón para formar analogías entre cosas totalmente distintas entre sí, como por ejemplo entre *naturaleza y pensamiento*, o entre *grados de la realidad y niveles cognoscitivos*. Recuérdese que los segmentos del diagrama representaban la «relativa claridad» de cuatro grados del ser y, en estricta correspondencia, de cada tipo de conocimiento que le era propio, con lo cual Platón quiso implementar de manera expresa una proporcionalidad entre dos esferas que, ontológicamente hablando, eran de naturaleza totalmente diferente.

Hasta aquí llegamos con el análisis de los términos ἄνισα y τὸν αὐτὸν λόγον: el próximo paso de nuestra investigación será examinar con profundidad los distintos escenarios de construcción del diagrama, aunque podríamos adelantar acá algunas ideas. Una mirada a la doctrina filosófica en torno a la Línea Dividida indica que, grosso modo, podrían identificarse tres posiciones distintas, tal como se reseñó brevemente en el Abstract: la primera, claramente minoritaria, adopta como válidos los códigos que realizan la transmisión textual del vocablo ἴσα, aunque no vale la pena ahondar sobre este punto, pues ya se han puesto en evidencia las dificultades de un diagrama que tenga los cuatro segmentos «iguales» (Cfr. apartado 1, pp. 4-5). Otra posición (Brumbaugh) sostiene que ninguna figura puede por sí sola lograr la suficiente representación icónica de las complejas relaciones internas que allí ocurren (es decir, que la espacialización de la Línea proyecta inadecuadamente lo que Platón quería expresar), y por eso asegura que la construcción de dos (2) diagramas distintos se acercaría mucho más a la representación adecuada del argumento. La tercera corriente de interpretación, además de ser la mayoritaria, es la más interesante de todas, pues decide poner el acento en la frase «τὸν αὐτὸν λόγον» para elaborar el gráfico, destacando con ello las *similitudes* de método y la *relación* entre los distintos niveles. Sin embargo, en opinión de algunos especialistas, aparentemente este modelo revela una grave inconsistencia: después de la división en segmentos desiguales, el 2do corte de una línea «según la misma razón» necesariamente produce como resultado que *dos* de los cuatro segmentos (los centrales) terminen siendo iguales entre sí (véase la Figura ii, p. 3), lo cual significa que las cuatro subsecciones del diagrama no representarían cuatro clases de objetos en sucesión creciente de claridad y realidad. Que en el diagrama dos segmentos tengan la misma longitud (DC=CE) equivale a decir que *Seres Físicos e Ideas cuantitativas* son iguales entre sí (o, si que quiere ver desde el punto de vista de la escala del conocer, que πίστις equivale a δίανοια); pero se supone

que esos niveles onto-gnoseológicos poseen distintos grados de «realidad» y «claridad». ¿Cómo resolver este dilema? Dentro de esta corriente hay diversas maneras de lidiar con él: algunos platonistas, luego de perfilar las directrices, simplemente dibujan una línea con todos los segmentos desiguales (véase la Figura iv, p. 5), sin ni siquiera caer en cuenta de que no hay coherencia entre lo que dicen y lo que grafican, quizás porque se desconocen estos detalles matemáticos que tanto hemos querido resaltar en el presente artículo. En otros casos, la igualdad de los segmentos centrales ha sido ignorada abiertamente, es decir, que es posible barruntar que los autores se percatan de la dificultad, pero le pasan por encima sin resolverla. Luego habría dos vertientes más, las que enfrentan y las que minimizan el problema: en una, los autores consideran la igualdad de los segmentos centrales como un «defecto» del diagrama (Adam), mientras que los otros manifiestan que se trata de una «consecuencia inadvertida» por el ateniense (Ross), o de un «rasgo imprevisto sin mayor relevancia» (Wedberg). En su debida oportunidad trataremos, *in extenso*, de poner seriamente en duda estas afirmaciones, pues siendo tan devoto al estudio de la geometría y las matemáticas, cuesta creer que Platón no estuviera al corriente de un detalle tan grueso.

Tal como se ha dicho, la brevedad de esta comunicación impide un pleno desarrollo de nuestro punto de vista, pero vamos a concluir estas reflexiones tratando de hacer un bosquejo muy esquemático de nuestra posición. Sostenemos que la *igualdad de los segmentos centrales* no es ni un defecto ni un descuido, como afirman algunos autores, sino todo lo contrario; es la consecuencia necesaria y lógica de *dividir una línea en segmentos desiguales y según la misma razón*. Si no se respetan estas pautas, se obtienen Tautologías o Equívocos, pero de ningún modo *Analogías* (*Tautologías* si se divide en segmentos iguales; *Equívocos* si no se sigue la misma razón). La consecuencia más importante de dividir una línea según la misma razón es que los extremos quedan relacionados entre sí, y es precisamente este carácter analógico el rasgo más interesante del símil, el cual, como ha podido observarse, entraña en su seno una riqueza lógica y gnoseológica tremenda, que bien vale la pena estudiar seriamente.

En cuanto al desajuste que surge en este modelo (la falta de conexión entre el diagrama y los grados que representa), podríamos aventurarnos a decir lo siguiente: los niveles cognoscitivos simbolizados por los segmentos centrales (*πίστις* y *διάνοια*) se relacionan con dos ciencias, Física y Matemáticas.

Coincidentalmente, todo lo físico es cuantificable, y por ende, matematizable. Por lo tanto, podría decirse que los segmentos centrales, en *extensión*, son iguales, pero en términos de *comprensión*, son diferentes. Aunque tengan la misma longitud en la Línea, representan grados de la Realidad que son cualitativamente distintos, porque un nivel es más claro y más real que el otro. Lo interesante es que los extremos (*Formas puras - Imágenes* en la escala ontológica; *Inteligencia pura - Conjetura* en la escala gnoseológica) se encuentran separados porque son distintos, *pero están en relación* gracias a la función de enlace que cumplen los *segmentos centrales*. Son ellos los que posibilitan el establecimiento de una «Analogía», porque si bien *el Mundo de las Ideas / el Mundo Sensible* son ámbitos que tienen distinta naturaleza, eso no significa que sean regiones «paralelas»; se trata de mundos que, aunque separados, están relacionados entre sí. Si es válida nuestra interpretación de la Línea, entonces habría que concluir que «el abrirse al mundo» sería algo útil para la evocación de las Ideas, pues ayudaría a la reminiscencia (ἀνάμνησις) en sus funciones cognoscitivas. Esta postura exigiría tomar más en serio a la sensibilidad dentro de la teoría platónica del conocimiento, porque quedaría manifiesto que los datos sensibles apuntan al νοῦς. También obligaría a catalogar las imágenes (εἰκόνες) de forma menos despectiva, porque aun cuando ellas sean meros reflejos y burdas «copias de copias» de seres más reales, y aunque tengan un valor cognoscitivo oscuro y endeble, esas sombras están en conexión con el Mundo de las Ideas. Implica, asimismo, ampliar las perspectivas y bajar a tierra las aproximaciones excesivamente idealizantes que algunos intérpretes tienen con respecto a Platón.

Ya para finalizar, después de atender los problemas inherentes a la construcción de la Línea y de ahondar con más detalle en el tema de la correspondencia entre el diagrama y todo aquello que pretende simbolizar, quedarían por resolver varios tópicos pendientes: a) El status epistemológico de los cuatro grados cognoscitivos; b) La naturaleza de los *objetos* que corresponden a cada nivel gnoseológico; c) La conexión de los cuatro grados cognoscitivos con ciertas facultades de conocimiento; d) La presencia o ausencia de un paralelismo entre la Línea y las otras dos alegorías del *Símil de la Luz* (Alegoría del Sol y Mito de la Caverna).

Bibliografía

- Adam, James (Ed. & Trans.). (1963). *The Republic of Plato* (2nd ed., 2 vols.)* Cambridge: Cambridge University Press, Vol. II.
- Bloom, Allan (1991). *The Republic of Plato* (2nd ed.). New York: Basic Books.
- Baldor, Aurelio (1983). *Aritmética Teórico Práctica*. México: Publicaciones Cultural.
- Brandwood, Leonard (1976). *A Word Index to Plato*. Leeds: W. S. Maney & Son.
- Bravo, Francisco (1990). *Introducción a la Filosofía de Platón*. Caracas: Eduven.
- Brumbaugh, Robert (1952). «Plato's Divided Line». *The Review of Metaphysics*, V (4), 529-534.
- Cross, R. C. y A. D. Woozley (1966). *Plato's Republic. A Philosophical Commentary*. New York: St. Martin's Press.
- Des Jardins, Gregory (1976). «How to Divide the Divided Line». *The Review of Metaphysics*, 29, 483-496.
- Euclides (1991). *Elementos. Vol. 1: Libros I-IV* (Ma. Luisa Puertas Castañón, Trad.; 2 vols.). Madrid: Gredos.
- Euclides (1994). *Elementos. Vol. 2: Libros V-IX* (Ma. Luisa Puertas Castañón, Trad.; 2 vols.). Madrid: Gredos.
- Heath, Thomas (1981). *A History of Greek Mathematics* (2 vols.). New York: Dover Publications, Vol. I: From Thales to Euclid.
- Kline, Morris (1972). *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*. New York: Oxford University Press.
- Lafrance, Yvon (1981). *La Théorie Platonicienne de la Doxa*. Montréal: Éditions Bellarmin.
- Liddell, H. G. and Scott, R. (1996). *A Greek-English Lexicon* (9th ed.). Oxford: Clarendon Press.
- Montaner, Manuel (1966). *El Griego en función del Castellano*. Caracas: Albamar.
- Plato (1935). *The Republic* (Paul Shorey, Trad.; Bilingual Ed.; 2 vols.). London: The Loeb Classical Library, Vol. II.
- Plato (1956). *Great Dialogues of Plato* (W.H.D. Rouse, Trad.). New York: Mentor Books.
- Plato (1992). *Republic* (2nd ed.; G.M.A. Grube, Trad.). Indianapolis: Hackett Publishing Company.
- Platón (1980). *Obras Completas* (J. D. García Bacca, Trad.). Caracas: Coedición de la Presidencia de la República y la UCV, Tomos VII-VIII.
- Platón (1986). *Diálogos: La República* (C. Eggers Lan, Trad.). Madrid: Gredos, Tomo IV.
- Platón (1997). *La República* (4^a ed.; J. M. Pabón y M. Fernández-Galiano, Trads.; Ed. Bilingüe). Madrid: Centro de Estudios Políticos y Constitucionales.
- Platon: Œuvres Complètes (1967). *La République - Tome VII, 1^{re} Partie: Livres IV-VII* (Émile Chambry & A. Diès, Trads.). Paris: Les Belles Lettres - col. Budé, Collection des Universités de France.
- Platonis Opera (1902). *Respublica* (Ioannes Burnet, Ed.). Oxford: Oxford University Press, Scriptorum Classicorum Bibliotheca Oxoniensis, Tomus IV: Tetralogiam VIII continens.

- Raven, J. E. (1965). *Plato's Thought in the Making*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Ross, W. D. (1993). *Teoría de las Ideas de Platón*. Madrid: Cátedra.
- The Dialogues of Plato (1978). *The Republic* (Benjamin Jowett, Trad.). Chicago: Britannica Great Books No. 7.
- Wedberg, Anders (1955). *Plato's Philosophy of Mathematics*. Connecticut: Greenwood Press.