Revista Venezolana de Análisis de Coyuntura, 2009, Vol. XV, No. 1 (ene-jun), pp. 135-164
recibido: 21-01-2009 / arbitrado: 12-03-2009

HEURÍSTICAS EN LAS CIENCIAS ECONÓMICAS Y SOCIALES, UNA VISION PRÁCTICA

Rafael A. Rodríguez Toledo*
ESCUELA DE ECONOMÍA, UCV

Resumen:

El presente trabajo es una pequeña exploración del potencial práctico que pudieran tener las heurísticas dentro del ámbito económico. Las heurísticas son herramientas versátiles, que bien aplicadas pueden generar soluciones adecuadas a muchas situaciones, presentándose ejemplos donde se muestra su carácter auxiliar, además de mostrar escenarios donde su uso es "necesario", dado los limites teóricos impuestos por algunos tipos de problemas. Se hace énfasis en las heurísticas derivadas de la computación evolutiva, las cuales poseen un potencial práctico inmediato en muchas ramas de la economía.

Palabras claves: Algoritmo, búsqueda aleatoria, espacio de búsqueda, heurística, métodos heurísticos, óptimo, procesos estocásticos.

INTRODUCCIÓN

Las heurísticas[1] (del griego. εὑρίσκειν, hallar, inventar, y –'tico), representan una forma de conocimiento sincretizada en uno o más procedimientos "informales", los cuales al ser aplicados a un escenario o problema, pueden generar buenas aproximaciones representando una vía para tratar la situación estudiada.

Las heurísticas concentran en sus procedimientos un conjunto de pautas que han dado resultado en muchas situaciones prácticas, por lo cual existe "cierta sensación" que su aplicación en nuevos casos semejantes deberían generar buenos resultados. Sin embargo, este no necesariamente será el caso, siendo esta una distinción importante respecto a una ley o principio: las heurísticas son ante todo herramientas empíricas que por lo general dan buenos resultados.

Una ley o principio siempre funcionaran dada las condiciones sobre las cuales operan. Se puede estar seguro que tales formalizaciones darán resultados, pues sus condiciones de operatividad están bien descritas y entendidas. Las heurísticas no siempre funcionan, por lo cual existe incertidumbre al aplicarlas en algún problema. ¿Por qué entonces debe ser motivo de estudio las heurísticas?

---

* rodriguez.Rafael@hotmail.com

[1] En el contexto del presente trabajo se usan los términos heurísticas y meta-heurísticas de forma intercambiable.

Tal vez, el carácter más inquietante de las heurísticas radica en su "informalidad". En efecto, todo científico evitará aquellas herramientas que no aseguren claridad en la descripción, evaluación o solución de algún problema. Es por ello que siempre las herramientas formales serán las preferidas en cualquier estudio, dada su forma precisa de caracterizar un hecho. ¿Pero es este un impedimento importante al aplicar las heurísticas en los fenómenos económicos y sociales?

El objetivo del presente trabajo es mostrar a las heurísticas como una herramienta práctica para abordar fenómenos de las Ciencias Económicas y Sociales, establecer sus límites y definir su importancia como una forma alternativa de abordar estos problemas, pero sobre todo establecer de forma clara y precisa en qué consiste su "informalidad". Son muchos los beneficios de aplicar las heurísticas en las Ciencias Sociales, sobre todo al comprobar que su carácter "informal" puede ser un factor auxiliar en el establecimiento de las propiedades de un fenómeno dado, ya que en alguna medida ayuda a simplificar el estudio mientras se logra caracterizar al mismo de forma rigurosa.

HEURÍSTICAS Y LAS CIENCIAS ECONÓMICAS Y SOCIALES

Las Ciencias Económicas y Sociales forman un área del conocimiento humano difícil de cuantificar dado el carácter multi-causal y multi-factorial que poseen gran parte de los fenómenos que estudia. Es delicado predecir los hechos económicos que se presentan en una sociedad, en especial, cuando estos se ven influenciados por factores como la cultura, religión, comportamientos grupales e incluso hechos internacionales, por mencionar una muy pequeña lista, ya que todos ellos pueden incorporarse al fenómeno en una secuencia difícil de predecir.

Entrando ya en el siglo XXI, la situación es más compleja, pues los medios informáticos han "acelerado" la forma de hacer economía en muchas naciones; siendo incluso difícil de cuantificar la velocidad en la cual ocurren estos cambios, proyectándose eventos de carácter local a escenarios internacionales en forma inmediata, siempre que la disponibilidad de estos medios así lo permita.

En estos escenarios, la incorporación de modelos formales asociados a tales fenómenos se puede ver rezagada, sobre todo al tomar en cuenta la necesidad de verificación de los mismos, ya que el edificio científico requiere, por su filosofía, una construcción rigurosa que no deje dudas respecto a cualquier afirmación.

Frente a la velocidad de estos hechos, los entes económicos necesitan herramientas formales que les permitan manejarlos, pero a la vez que sean flexibles, capaces de incorporar en sus mecanismos las nuevas relaciones, restricciones, cambios legales e inclusive suposiciones que se van generando en la medida que el fenómeno social se va desarrollando.

Una de las estrategias a seguir en estos escenarios es usar el conocimiento adquirido en las distintas situaciones que han enfrentado estos entes, haciéndose indispensable esta experiencia para la supervivencia de las organizaciones. ¿De dónde surge este conocimiento?, de la experticia adquirida por las personas asociadas a las organizaciones, de la incorporación de conjeturas, juicios de valor, respuestas de carácter intuitivo, ligadas por lo general a un profundo conocimiento de los fenómenos que estudian e incorporando una mezcla de conocimiento formal y empírico, que se entrelaza generando una especie de "inteligencia" propia de cada institución.

Las heurísticas, en este contexto, podrían forman parte de las herramientas asociadas a un ente económico. ¿Qué es una heurística?, es un conjunto de procedimientos estructurados cuyo resultado empírico por lo general es aceptable, si bien no necesariamente óptimo, por lo menos debe ser lo suficientemente efectivo como para dar una respuesta asertiva a la situación tratada. Seguramente las organizaciones más "desarrolladas" poseerán todo un repertorio formal para tratar sus problemas, pero ello no debe ser impedimento a la incorporación de "nuevos conocimientos" ni una limitante en el caso que las variaciones a los mismos aparezcan en el horizonte de sus actividades. Así, la combinación de ambos elementos, puede generar una herramienta auxiliar mientras se formaliza de un todo algún evento social, ya que se puede generar "capacidad de respuesta" ante un hecho particular, sin sacrificar ni el conocimiento empírico ni el edificio teórico de las Ciencias Sociales.

¿Qué heurísticas serán interesantes para las Ciencias Económicas y Sociales? Esta pregunta puede tener una amplia respuesta en distintos contexto. En el presente trabajo, se está interesado en aquellas heurísticas que puedan aplicarse a problemas "diarios" del área económica, cuya caracterización formal este muy bien establecida, pero que por diversos factores debe ampliarse debido a que surgen nuevas exigencia que dificultan su solución.

La heurística debe ser expresada en algún medio computacional, para así formar un algoritmo que permita su aplicación inmediata sobre el problema de interés, por lo cual se abandona aquellos problemas que no puedan expresarse de forma algebraica o cualquier otra expresión formal[2]. Esta visión particular de

---

[2] En este contexto, el área de inteligencia artificial contiene herramientas que permiten trabajar con problemas no estructurados. Hacer un estudio de estas herramientas está

las heurísticas no le resta importancia ni limita su aplicabilidad, pero permite concentrar la atención en la resolución de problemas comunes en áreas especializadas como finanzas, política económica u otras donde ya existan modelos cuantitativos muy bien estructurados.

PRINCIPALES CARACTERÍSTICAS DE LAS HEURÍSTICAS

Las heurísticas no son concepciones al azar que pudiera tener un investigador, ellas nacen de la intuición, de la experiencia experimental o de fuentes imitables.

En general, todas las heurísticas deberían tener elementos comunes, los cuales se pueden enunciar como sigue:

- Deben ser generales, es decir, aplicables a un conjunto o varios conjuntos de problemas.
- Deben ser comprobables en un gran conjunto de hechos experimentales.
- Debe ser robusta, en el sentido que arroje resultados similares cada vez que se aplica a las mismas condiciones iniciales.
- Sus resultados deben ser cuantificables[3], siendo así posible medir su efectividad mediante distintas herramientas formales (e.g estadísticas).
- Debe ser rápida, en el sentido que sus resultados sean "oportunos" y aplicable al evento en estudio.
- Sus resultados deben ser comprobables por algún procedimiento formal[4], el cual podría ser incorporado a la heurística.
- Sus condiciones de aplicación deben ser mínimas.

No todas las heurísticas tendrán las características exigidas anteriormente, ya sea porque son muy específicas a un tipo de particular de problema, ya sea porque su constitución no es tan robusta frente a los problemas que resuelve.

---

fuera del alcance del presente trabajo debido a la extensión indispensable para su tratamiento teórico.

[3] Esta es una condición ideal deseable, pero tal vez difícil de lograr para muchas ramas del área social.

[4] Los modelos cuantitativos por lo general poseen esta característica; los modelos cualitativos seguramente requerirán un mayor esfuerzo en esta dirección.

Otra dificultad es la exigencia cuantitativa que por lo general se hace a las heurísticas. En efecto, hay un mayor desarrollo de las heurísticas cuantitativas que las cualitativas, aunque existen algunas (Bonabeau, Dorigo & Theraulaz, 1999) muy interesantes que pueden tener muchas aplicaciones en ciertas áreas de la economía.

Para concretar las ideas, vamos a diseñar una heurística. Sea el problema [1]:

$$\begin{aligned} &\mathit{Minimizar}\ f : R^n -> R \\ &\quad x \in R^n \end{aligned} \qquad [1]$$

Este problema general se presenta con muchas instancias en las Ciencias Económicas y Sociales donde se ha podido llegar a una expresión formal de una situación particular. ¿Qué heurística se podría aplicar para solucionar este tipo de problema?

Tal vez la idea más sencilla es buscar una dirección al azar, lo cual es equivalente a cambiar el estado de una variable $x(t)$ a $x(t+1)$, donde el índice $t = 1,2,\ldots,n$, representa el cambio de un estado a otro. En el algoritmo 1 presenta una heurística muy sencilla basada en esta idea, pero que posee características destacables dentro del marco de discusión.

Algoritmo 1. Esquema general de una heurística basada en un proceso estocástico

Sea $f : R^n -> R$ una función continua a la cual se le desea conocer el mínimo.

Sea $x(0)$ una instancia inicial de una variable $x \in R^n$, que representa una aproximación a la solución de la función f.

1. Pasar del estado $x(t)$ al estado $x(t+1)$ al cambiar una de las componentes del vector $x(t) \in R^n$, esto es $x_j = x_j + y$. Donde y es una variable aleatoria que sigue una distribución uniforme entre -1 y 1. $j = 1,2,\ldots,n$
2. Se acepta el estado $x(t+1)$ si $f(x(t+1)) \leq f(x(t))$
3. Se repiten los pasos 1 y 2 hasta alcanzar algún criterio de parada[5].

Esta heurística posee casi todas las características expuestas anteriormente, ya que se aplica a un amplio rango de problemas, es robusta en muchos

[5] Por ejemplo un máximo número de iteraciones.

problemas con pocas variables y siempre que la solución del problema [1] tenga forma de comprobarse[6], se puede determinar si se logró hallar el óptimo[7].

Supóngase que se desea resolver el problema particular [2]:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } f(x) = x_1^2 + x_2^2 \quad x \in R^2, \\ &x^t = (x_1, x_2) \end{aligned} \qquad [2]$$

Este problema tiene una solución obvia en el punto $x^t = (0,0)$, donde $f(x^t) = f((0,0)) = 0$. Los desplazamientos al azar del algoritmo 1 desde algún punto arbitrario $x(0)$ no necesariamente llevarán inmediatamente al óptimo, sin embargo, el mismo probará distintas soluciones, hasta que finalmente llegue a una solución aceptable.

Nótese que el algoritmo 1 en esencia es un proceso estocástico, el cual es dirigido mediante una evaluación de la función objetivo a cada paso. Se pueden usar otros algoritmos como el de Newton o el algoritmo de Mínimo Descenso pero se debe suministrar información como el gradiente o la matriz Hessiana, las cuales no están disponibles en todas las instancias del problema [1].

---

[6] Una condición para detectar si se llegó a un óptimo o sub-óptimo del problema anterior es mediante el gradiente de la función, es decir, cuando $\nabla f(x) = 0$. En muchas situaciones hallar el gradiente de forma analítica puede ser imposible o impráctico, por lo cual se emplean otros métodos como aproximaciones mediante diferencias divididas para verificar si se ha logrado alcanzar este punto.

[7] Son muy pocos los casos donde la heurística llegará hasta el óptimo, esto es un hecho elemental que tiene su base en el carácter aleatorio de las misma. Usualmente lo que se busca son puntos cercanos al óptimo o sub-óptimo y luego se deja algún otro método que finalmente complete el trabajo.

Figura 1. Valor de la función objetivo por iteración aceptada en el algoritmo 1. No se contabilizan los intentos fallidos[8]

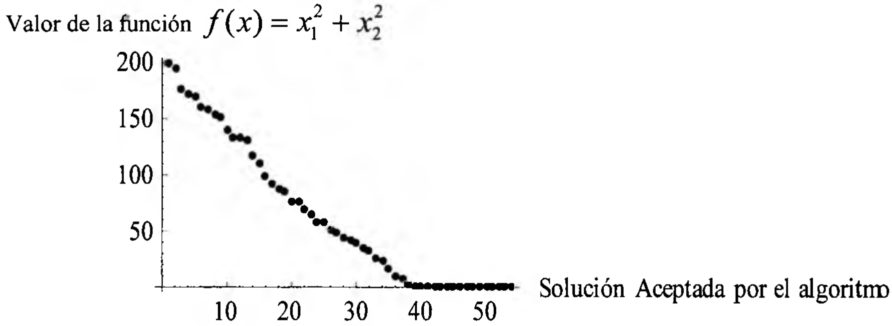
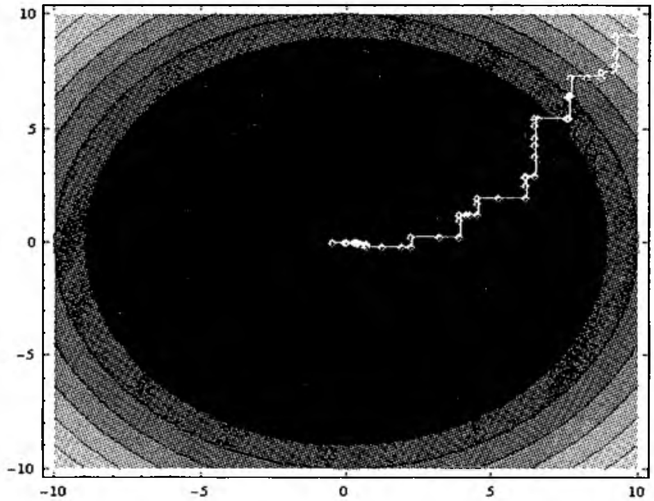


Figura 2. Recorrido del algoritmo 1 en la función $f(x) = x_1^2 + x_2^2$, mostrado en su mapa de contorno. Nótese como los puntos se desplazan desde $x^t = (10,10)$ hasta $x^t = (0,0)$ (centro de la figura)



En la figura 1 se puede notar el efecto de la heurística sobre el problema [2] al comenzar desde el punto $x^t(t = 0) = (10,10)$. En la figura 2 se puede notar el mapa de contorno de la función [2] y el recorrido desde el punto inicial $x^t(0) = (10,10)$.

---

[8] Todos los experimentos del presente trabajo fueron implementados en el programa Wolfram Mathematica, versión 6.0.1. Las pruebas se realizaron en una PC dual-core de 64 bits (procesador Intel) a 3.0 Ghz con el sistema operativo Windows Vista ver Ultimate.

Se debe recalcar en este punto que la heurística presentada en este contexto no realiza una exploración exhaustiva sobre el espacio de búsqueda, ni tampoco son procesos enteramente al azar. Es un proceso aleatorio dirigido, donde se proponen nuevas soluciones evaluándose sus características, y siendo aceptada o no dependiendo de alguna medida que indique la "bondad" de la misma.

Supóngase un problema bajo restricciones, como el presentado en [3]. Este problema tiene la dificultad de presentar un objetivo no lineal (la función a maximizar) y dos restricciones no lineales, por lo cual puede requerir cierto tratamiento matemático para asegurar el óptimo. ¿Puede el algoritmo 1 ayudar en la solución de este problema?

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } 52x_1 - 9x_2^2 + 78_2 \\ &\qquad \text{Sujeto a} \\ &x_1 \leq 4 \\ &2x_2^2 \leq 24 \\ &3x_1^2 + 2x_2^2 \leq 18 \\ &x_1, x_2 \in R \end{aligned} \qquad [3]$$

En principio, el algoritmo 1 está diseñado para solucionar funciones sin restricciones, por lo cual se podría negar tal posibilidad. Si se desea resolver el problema [3], es necesario llevarlo a una representación equivalente al problema [1] y de esta forma trabajar bajo las condiciones del algoritmo.

Una solución relativamente simple seria reacomodar las restricciones en funciones, las cuales generasen un valor negativo siempre que alguna de ellas no se cumpliesen. Luego, al sumarse estas funciones al objetivo a minimizar se tiene una función sin restricciones. El problema [4] muestra esta posibilidad.

$$\text{Minimizar } f(x_1, x_2) = -(52x_1 - 9x_2^2 + 78x_2) + k(g_1(x_1) + g_2(x_2) + g_3(x_3))$$

Donde

$$g_1(x_1) = \begin{cases} 0 & x_1 \leq 4 \\ x_1 & x_1 > 4 \end{cases}$$

$$g_2(x_2) = \begin{cases} 0 & 2x_2^2 \leq 4 \\ 2x_2^2 & x > 4 \end{cases} \qquad [4]$$

$$g_3 = \begin{cases} 0 & 3x_1^2 + 2x_2^2 \leq 4 \\ 3x_1^2 + 2x_2^2 & 3x_1^2 + 2x_2^2 > 4 \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in R$$
$$k > 1$$

Ya el lector habrá notado que el problema [3] y [4] no son los mismos. En efecto, desde un punto de vista formal se está tratando dos problemas distintos, pero se espera que sean "equivalentes", en el sentido que los puntos dentro de la región factible (los puntos que cumplan con las estricciones) de ambas funciones compartan los mismos valores. Es muy fácil comprobar desde un punto de vista práctico que $52x_1 - 9x_2^2 + 78_2 = -f(x_2, x_2)$ en la región factible, pues allí $g_1(x_1) = g_2(x_2) = g_2(x_1, x_2) = 0$ por la definición dada a cada función g_i, $i = 1,2,3$.

Una solución aproximada al problema [3] sería 215.095 en las componentes $x_1 = 1.76824$ y $x_2 = 2.26302$. ¿Qué tan efectiva fue la heurística en este problema? Tomando a $k = 1000$ y un punto inicial $(x_1, x_2) = (5,5)$ el resultado de la heurística sobre el problema [4] fue de $f(x_1 = 1.8262, x_2 = 1.99937) = -214.936$. El valor negativo de la función refleja el cambio de signo necesario para maximizar la función, ya que la heurística está diseñada para minimizar.

Nótese que un tratamiento matemático para asegurar el óptimo en el problema [3] sería más extenso que el procedimiento "intuitivo" empleado en la formación del problema equivalente [4]. Evidentemente, la menor formalidad del problema [4] puede llevar consigo dudas referentes a la valides del resultado de la heurística. Sin embargo, siempre que el problema [3] y [4] compartan el mismo espacio de soluciones en la región factible, se puede intuir que la heurística generara resultados aceptables, si bien no necesariamente óptimos, por lo menos aceptables en el sentido de lo que se consideraría una solución válida.

Evidentemente quedará la duda referente a la "confiabilidad" de los resultados del algoritmo [1]. ¿Generará el algoritmo 1 siempre los mismos resultados bajo las mismas condiciones? Esta pregunta es muy importante ya que de no ser el algoritmo 1 lo suficientemente robusto en relación al problema, será de poca utilidad. En este caso lo más confiable es no conformarse con un único resultado, sino más bien hacer varias pruebas sobre el problema hasta estar seguro de un resultado confiable.

El carácter aleatorio del algoritmo 1 hace prácticamente imposible que dos resultados generados por el mismo sean iguales. Sobre la robustez, el algoritmo

1 reflejó $x_1 = 1.75 \pm 0.52$ y $x_2 = 1.705 \pm 0.52$, donde el primer resultado muestra la media y el segundo la desviación estándar. Estos resultados son interesantes, ya que de alguna medida establecen los límites de la heurística sobre el problema tratado y el grado de "confianza" que se debe tener en su respuesta en este caso.

¿Será de utilidad el algoritmo 1 si los datos del problema 3 fuesen binarios ($x_i \in \{0,1\}$)? Nuevamente la respuesta está supeditada a las transformaciones que se realicen sobre el problema y el grado de "confiabilidad" que se esté dispuesto aceptar. En principio el problema [1] presenta una amplia gama de instancias, pero no incluye el caso de variables enteras, por lo cual cualquier transformación sobre el problema [3] debe asegurar que el máximo global este ubicado en alguna de las combinaciones $x \in \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$. Si existe un máximo global para cualquier combinación de valores en el intervalo [0,1] sin incluir los valores binarios (e.g $x^t = (0.5,0.2)$, el algoritmo 1 dejará de ser de utilidad y sólo traerá resultados erróneos al problema.

Nótese que aproximar valores como $x^t = (0.5,0.2) \approx (1,0)$ puede llevar a una respuesta totalmente incorrecta, por lo cual tal vez sea mejor especializar el algoritmo 1 para trabajar con valores enteros o sencillamente hacer una búsqueda exhaustiva en este caso, dado que las combinaciones son bastante pequeñas.

Es interesante recalcar el carácter auxiliar de la heurística en la solución de estos problemas. En ningún resultado se está asegurando el óptimo, ni siquiera se puede afirmar que el algoritmo llegará al mismo; pero en alguna medida se pueden establecer soluciones que paulatinamente serán mejores que las anteriores, hasta que finalmente se llegue a un punto donde no exista posibilidad de mejorar la misma, y es probable que ese punto este muy cercano a un óptimo local o global.

A pesar de esta incertidumbre, el algoritmo 1 siempre generó respuestas aceptables al problema [4], entendiéndose esto como aquellas que cumplen con todas las restricciones. Si fuera aceptable poseer valores con estas características, el algoritmo 1 sería ideal para tal fin. Si es necesario puntos cercanos al óptimo, se debe definir qué tan cercano es la solución deseada por algoritmo 1. Si fuera necesaria una solución óptima, se deberá recurrir a procedimientos matemáticos exactos, ya que es la única forma de garantizar todas las condiciones.

DESARROLLO Y APLICACIÓN DE HEURÍSTICAS

Al tomar en cuenta la inmensa cantidad de elementos que puede tener un fenómeno social, desarrollar una heurística que cumpla las exigencias de generalidad, robustez y confiabilidad puede resultar una tarea muy compleja. La cantidad de datos, juicios de valor, opciones e incluso herramientas formales puede hacer difícil precisar un conjunto de procedimientos aceptables que efectivamente rinda resultados satisfactorios.

¿Dónde se puede obtener buenas heurísticas en el área económica?, ¿será posible establecer un paralelismo entre un fenómeno "ajeno" al área económica que pueda ser formalizado y aplicado a ella? La elaboración de heurísticas ha tenido resultados positivos en disciplinas tan disímiles a la Economía como lo es la Biología, La Física o Química. En efecto, las ciencias "duras"[9] de alguna manera han aplicado distintas heurísticas a sus problemas, siendo también ellas aplicables a las Ciencias Económicas y Sociales.

Propongamos un ejemplo bien documentado. Es un hecho que las especies biológicas han desarrollado mecanismos de supervivencia muy especializados, cuyas estructuras morfológicas y bioquímicas pueden ser consideradas óptimas al tomar en cuenta el ecosistema donde viven. Los algoritmos genéticos (Golberg, 1989) imitan el comportamiento de los mecanismos genéticos de las especies y con ello resuelven problemas complejos de búsqueda y optimización. Muchas variantes han hecho intensos estudios sobre los operadores genéticos, llegando a la formación del área de computación evolutiva.

Otros esquemas como el recocido simulado[10] imitan la configuración de mínima energía adquirida por los metales ante un proceso de enfriamiento, por lo cual es posible también realizar optimización mediante esta heurística. La búsqueda Tabú (Grover, 1989) (Grover & Rafael, 2006) o la búsqueda por imitación del comportamiento de hormigas (Dorigo & Gambardella, 1997) (Dorigo, Maniezzo, & Colorni, 1996) representan otros esquemas muy bien documentados, donde se ha logrado desarrollar una herramienta que en la práctica resuelven problemas muy complejos.

Todas estas herramientas tienen en principio la capacidad de evaluar situaciones donde sea posible adaptar el problema al funcionamiento de la heurística. Los ejemplos biológicos, físicos o químicos, una vez formalizado, tienen la ven-

[9] Llamamos a las ciencias duras las Ciencias Físicas, Químicas, Biológicas y Matemáticas.

[10] Simulate Annealing.

taja de funcionar en un amplio espectro de problemas, y evidentemente presentan cierta "confiabilidad empírica", dado que imitan la naturaleza.

La gran ventaja de las heurísticas no está en su capacidad de explicar el fenómeno, sino en la posibilidad práctica de usarlo en situaciones reales similares, en su capacidad de trabajar sobre el problema sin grandes modificaciones a su planteamiento original y en generar resultados inmediatos. Esta última característica es la necesaria en muchas situaciones económicas, donde se requieren respuestas rápidas a un fenómeno.

Propongamos un ejemplo práctico, supóngase unos datos hipotéticos sobre el consumo e ingreso familiar como se muestra en la tabla 1.

Tabla 1. Datos ficticios que establecen una relación entre el consumo familiar y el ingreso de la familia por semana

Consumo familiar semanal (y)	*Ingreso familiar semanal(x)*
70	80
65	100
90	200
95	140
110	160
115	180
120	200
140	220
155	240
150	260

Un análisis de regresión lineal[11] podría establecer la relación entre el consumo y el ingreso familiar por semana. ¿Podría una heurística resolver este problema? En la tabla 2 se muestran los resultados al aplicar cinco heurísticas distintas sobre el mismo problema.

[11] Se supone que se cumplen todas las condiciones para la aplicación de la regresión lineal.

Tabla 2. Resultados de aplicar distintos métodos en el problema de regresión lineal sobre los datos de la tabla 1

Método Empleado	*Resultado*	*Tiempo de respuesta (Segundos)*
Mínimos cuadrados	24.4545+0.5091x	0.015
Evolución Diferencial	24.4545+0.5091x	9.189
Búsqueda Aleatoria[12]	24.4545+0.5091x	7.613
Recocido Simulado	24.4545+0.5091x	0.218
Simplex[13] (Nelder-Mead)	24.4545+0.5091x	7.598
Búsqueda Aleatoria[14] (Algoritmo 1)	24.4545+0.5091x	7.566

El resultado obtenido por todos los métodos fue el mismo (ver Tabla 2). Una diferencia apreciable es el tiempo de cómputo dedicado en cada caso a la búsqueda del óptimo. Otra diferencia radica en el hecho que los mínimos cuadrados (Gujarati, 2004) poseen toda una teoría muy bien entendida y documentada que garantiza su correcta aplicación en el problema; mientras que los demás métodos funcionan como "una caja negra", donde se presenta la función a minimizar y esta genera una respuesta.

La tabla 2 demuestra que existen heurísticas cuya generalidad y robustez permiten resolver problemas complejos. ¿Será posible agregar algún tipo de "contenido social" a alguna de ellas? La respuesta a esta pregunta tiene varias connotaciones, la más simple de todas es la afirmación de la misma, tomando en cuenta que el resultado será un algoritmo especializado dependiendo de la naturaleza de los elementos agregados.

La mayor desventaja que presentan las Ciencias Sociales es su relativa dificultad cuantitativa y los pocos ejemplos extrapolables entre sociedades pasadas y presentes. De allí, capturar patrones generales de comportamientos se hace

[12] La búsqueda aleatoria usada en este caso es mucho más compleja que el algoritmo 1.

[13] El método simplex descrito por Nelder-Mead es distinto al método simplex usado para resolver problema de programación lineal (Schrijver, 2000). El primero es una heurística aplicable tanto a problemas lineales como no lineales, mientras el segundo es un algoritmo determinista que posee un buen comportamiento al resolver funciones lineales bajo restricciones lineales.

[14] Se inició el algoritmo con la solución inicial $1+x$, la cual fue refinando hasta llegar a la respuesta reportada en la tabla.

difícil, y por lo tanto generar heurísticas que posea tales contenidos puede ser, por los momentos, una empresa riesgosa[15].

Hay que recordar que el objeto de estudio de las ciencias sociales, el hombre, es un ser que se modifica en su vida, pasa por etapas, y muta constantemente de sociedad en sociedad. Esto hace especialmente difícil establecer máximas, como en el caso de las ciencias duras, que rijan de alguna manera el comportamiento social. Por otro lado, el hombre no puede separarse de su posición ante la naturaleza, por lo cual, a pesar de ser altamente influenciado por elementos cognitivos, sus actividades están limitadas por la disponibilidad de recursos, y por lo tanto, las sociedades deben trabajar en un "marco restringido".

Esto último pareciera abrir una puerta importante para la aplicación de heurísticas derivadas de las ciencias "duras", en las áreas sociales, por lo cual se podrían aplicar como mínimo en problemas económicos y obtener resultados inmediatos. No se descarta en ningún sentido la inclusión de "elementos sociales" dentro de los componentes de una heurística, pero se debe tener extremo cuidado en su implementación dado que los "ambientes sociales" son más difíciles de generalizar que los ambientes biológicos o físicos.

En lo que resta del trabajo nos concentraremos en las heurísticas inspiradas en procesos naturales, sin dejar de recalcar la importancia que pudieran tener las heurísticas derivadas de los estudios de las sociedades. Este tipo de heurística requiere un análisis mucho más profundo que el marco del presente trabajo, por lo cual favoreceremos las heurísticas con aplicaciones más "inmediatas" de las cuales el autor posee más experiencia práctica.

MODELOS HEURÍSTICOS COMO HERRAMIENTAS PARA SOLUCIONAR PROBLEMAS COMPLEJOS

Una de las inquietudes obvias del lector en este punto seguramente orbita sobre la complejidad de los problemas que pueden resolver las heurísticas. Es evidente que al trabajar mediante suposiciones empíricas, pudiera darse el caso que los mismo no generen resultados satisfactorios en algún tipo de problema, más aun, es posible que no apliquen en muchos problemas.

Ante todo, se debe estructurar de manera adecuada los problemas a estudiar. Este hecho usualmente elimina los elementos no cuantificables del análisis,

---

[15] El riesgo no radica en encontrar el patrón, sino más bien en la interpretación del contenido social. Muchos comportamientos podrían ser hechos particulares aplicables sólo a casos muy específicos, y su generalización podría llevar a soluciones "imprudentes".

lo cual no necesariamente reduce su complejidad. Una vez estructurado el problema a analizar, se debe llevar este a una representación formal, la cual pueda ser descrita mediante algún lenguaje (e.g C/C++, Lisp, Pascal) y de esta forma aplicar algún modelo que lo solucione.

Vamos a estudiar el comportamiento de algunas heurísticas (ver tabla 3) con un problema de programación cuadrática. Supóngase el problema [5]:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } 53x_1 - 10x_1^2 + 78x_2 - 13x_2^2 \\ &\text{Sujeto a} \\ &x_1 \leq 4 \\ &2x_2 \leq 12 \\ &3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ &x_1, x_2 \in R \end{aligned} \qquad [5]$$

Tabla 3. Solución[16] del problema [5] mediante distintas heurísticas

Método Empleado	*Resultado*	*Tiempo de respuesta (Segundos)*
Programación no lineal	187.225	0.031
Evolución Diferencial	187.225	0.343
Búsqueda Aleatoria	187.225	0.078
Recocido Simulado	187.225	0.125
Simplex (Nelder-Mead)	187.225	0.125
Búsqueda Aleatoria (Algoritmo 1)	187.225	2.596

Nuevamente las heurísticas logran un buen rendimiento sobre éste problema. Más interesante aun es notar que se pueden agregar condiciones que no necesariamente "encajen" en un modelo particular, por ejemplo se puede modificar el problema [5] a una forma más compleja presentada en el problema [6]. Ahora el problema adquiere otra configuración, requiriendo revisar el criterio de tratamiento de las restricciones.

[16] Solución aproximada es $(x_1, x_2) = (2.65, 3.0)$.

$$
\begin{aligned}
&\text{Maximizar } 53x_1 - 10x_1^2 + 78x_2 - 13x_2^2 \\
&\quad \text{Sujeto a} \\
&x_1 \leq 4 \\
&2x_2 \leq 12 \\
&3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\
&x_1 = Log(x_2) \\
&x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\
&x_1, x_2 \in R
\end{aligned}
\qquad [6]
$$

Tabla 4. Resolución[17] del problema [6] mediante distintos métodos

Método Empleado	*Resultado*	*Tiempo de respuesta (Segundos)*
Programación no lineal	164.781	0.078
Evolución Diferencial	164.781	0.577
Búsqueda Aleatoria	164.781	1.56
Recocido Simulado	164.781	0.281
Simplex (Nelder-Mead)	164.781	0.171
Búsqueda Aleatoria (Algoritmo 1)	164.781	2.55

Tal como se aprecia en la tabla 4, los resultados siguen siendo satisfactorios para todos los métodos.

Evidentemente, resolver un problema o varios problemas no significa que los algoritmos basados en heurísticas resolverán todos los problemas. Más aun, el lector seguramente está interesado en "alguna seguridad formal" de convergencia de estos métodos. El Método de Newton o Mínimo Descenso por ejemplo tienen elementos teóricos donde se asegura convergencia. En programación cuadrática se poseen las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker (Hillier & Lieberman, 2006) (Taha, 2004) que aseguran las condiciones necesarias y suficientes para hallar el óptimo. ¿Puede la computación evolutiva, y en general, las heurísticas asegurar convergencia para un conjunto de problemas específico?

Los algoritmos genéticos, por ejemplo, ofrecen un teorema central que especifica las condiciones de convergencia. Existen condiciones (Harlt, 1990) de convergencia para ciertos tipos de algoritmos, otras pruebas como el teorema general de los esquemas (Golberg, 1989) aseguran la convergencia (en este

[17] Solución aproximada (x_1, x_2) = 1.20407333365.

caso algoritmos genéticos) hacia un mínimo, ya sea local o global. Por lo tanto, muchas heurísticas dentro de su especificación, si mantienen una "formalidad" que asegura su finalización.

El mayor problema que enfrenta cualquier algoritmo basado en heurísticas, como los discutidos en este artículo, no es hallar puntos cercanos al óptimo sino más bien los pasos que en términos prácticos se requieren para alcanzar la convergencia hacia el óptimo. En efecto, cualquier prueba de convergencia para estos algoritmos supone un número infinito de pasos para llegar al óptimo, por lo cual podría iterar hasta un tiempo "intolerable" desde un punto de vista práctico.

Infortunadamente no todos los problemas, desde un punto de vista teórico, pueden ser resueltos mediante algún algoritmo determinista. Existen muchos problemas que caen dentro del rango NP[18] (Garey & Johnson, 1979), de los cuales no se conoce un algoritmo de tipo "determinista" que pueda resolverlo en un tiempo acotado por un polinomio[19]. Esto significa que este tipo de problemas debe resolverse mediante otras estrategias, precisamente como el algoritmo 1, donde se "adivina un resultado" y se comprueba su efectividad.

Es posible llegar a un punto donde se presenten este tipo de situaciones. Propongamos por ejemplo el problema [7], que puede ser reducido al problema [8], el cual es NP-Completo, una clase especial de problemas muy difícil de resolver. El problema real es encontrar (o probar que existen) los puntos de Karush-Kuhn-Tucker que definitivamente resuelven el problema [8].

Minimizar $c^t x + \frac{1}{2} x^t Q x$

Sujeto a [7]

$x \geq 0$

$x \in R^n, c \in R^n, Q \in R^{nn}$

Q Simétrica.

---

18 "No deterministic polynomial time". Conjunto de problemas que puede ser resuelto en un tiempo acotado por un polinomio, pero por procedimientos no determinista.

19 Esto significa que el tiempo de terminación del algoritmo está acotado por algún polinomio, esto no necesariamente implica que el tiempo será práctico.

$$
\begin{gathered}
Qx + c \geq 0, \\
x \geq 0 \\
x^t(Qx + c) = 0 \\
x \in R^n, c \in R^n, Q \in R^{nn} \\
Q \text{ Simétrica.}
\end{gathered}
\qquad [8]
$$

Los problemas de decisión son frecuentes en el área económica y más aun las modificaciones producto de las dinámicas sociales. Un problema "bien modelado", en el sentido de poseer algoritmos que lo resuelvan puede llevarse rápidamente a otro tipo de problemas muy difícil de resolver. Propóngase por ejemplo el problema de optimización de portafolio (Markowitz, 1952) expresado en el problema [9]. Cae dentro del rango de problemas NP.

Minimizar x^tQx

$$
\begin{gathered}
\text{Sujeto a} \\
\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\
x \in R^n \\
x = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \\
x_i \geq 0
\end{gathered}
\qquad [9]
$$

Q - simétrica positivo semidefinida

Es difícil precisar cuando un problema "sencillo" se transformará en un problema complejo, y es probable que en un ambiente envuelto en problemas de inversiones como es el caso del problema [9] no halla tiempo para prestar atención a los aspectos teóricos involucrados en tales modificaciones. En esos ambientes se espera una respuesta inmediata, sea óptima o no, pero que por lo menos genere ganancias al invertir.

Si el inversor decide limitar el número de instrumentos sobre los cuales invertir en una gama amplia de ellos (e.g $x \in R^m$, $m < n$), decide trabajar con varios periodos de inversión o exige la inclusión de impuestos y costos de transacciones, el problema [9] tiende a adquirir una complejidad muy superior al planteamiento original.

La complejidad de los problemas económicos no recae entonces únicamente en elementos como la cantidad de variables a manejar, el número de restricciones o los elementos causales añadidos a ella de forma dinámica. Aun cuando se posea un buen modelo explicativo del fenómeno, es posible que desde un punto de vista teórico sea muy difícil de resolver dada su complejidad computacional. Este último hecho justifica el uso de heurísticas, ya que no se poseen algoritmos deterministas que garanticen un tiempo finito de terminación del mismo[20].

Las dificultades pueden ir más allá de los aspectos computacionales de un problema, por ejemplo pueden aparecer fluctuaciones erráticas en un proceso de crecimiento económico en una economía agraria (Day, 1983) o comportamientos erráticos en la función de consumo bajo ciertas condiciones (Benhabib & Richard, 1989), las cuales apuntan a comportamientos emergentes, indicando la presencia de caos[21] o dinámicas no lineales.

En escenarios tales como los plateados anteriormente tal vez sea más efectivo "evolucionar" con el problema, adaptarse a los cambios y dar una respuesta en base a los mejores desempeños "simulados" mediante estas herramientas. Se debe recalcar que en estos últimos casos la complejidad del problema no se halla en factores externos sino en la dinámica interna de los mismos. Los seres vivos han evolucionado frente a estas dinámicas durante millones de años, por lo tanto imitarlos puede ser una alternativa efectiva frente a nuestros ambientes sociales.

IMPORTANCIA DE LAS HEURÍSTICAS EN LAS CIENCIAS ECONÓMICAS Y SOCIALES

La importancia de las heurísticas dentro de las Ciencias Económicas y Sociales radica en dos puntos principales:

1. Es una herramienta empírica que permite la solución de problemas complejos.
2. Presenta un marco conceptual donde, de ser posible, se pueden establecer paralelismos entre el problema real y las condiciones de funcionamiento de la heurística.

En el primer caso, las heurísticas representan una herramienta práctica para resolver problemas. Así como la estadística puede ser una herramienta fundamental para caracterizar un fenómeno, las heurísticas pueden representar una herra-

---

[20] Nuevamente se debe tener presente los factores prácticos asociados con un problema, por ejemplo, algunos problemas de programación entera caen en el conjunto NP-Hard, sin embargo en la práctica muchos algoritmos se comportan bien en promedio, por lo cual el uso de una heurística puede quedar injustificado si un algoritmo determinista posee un conjunto de elementos explicativos que pueden aprovecharse para entender el fenómeno en estudio.

[21] Caos en el sentido de la teoría del caos.

mienta auxiliar para solucionar un problema del cual no sé conoce algún método determinista, o por razones prácticas se debe usar una solución aproximada.

Las heurísticas en general tienden a funcionar con pocas condiciones previas, y utilizan en la mayoría de los casos una función de desempeño que evalúan constantemente en cada paso. Este hecho puede ser una ventaja crucial en muchos problemas, ya que se dispone de una solución parcial del mismo. Así, por ejemplo, las heurísticas pudieron resolver el problema [5] sin mayores inconvenientes más que el tiempo requerido para evaluar la función objetivo y las restricciones.

Es una enorme ventaja poder contar con heurísticas que en la práctica sean capaces de presentar soluciones frente a problemas donde los algoritmos deterministas pudieran necesitar mucho tiempo de proceso. Por otro lado, se pueden evitar el uso de herramientas como las derivadas, gradientes, etc... en aquellos problemas donde es difícil o imposible de obtener.

Al manejarse herramientas con pocas especificaciones para su funcionamiento, se abre la posibilidad de concentrarse en el fenómeno mismo, variar sus condiciones y obtener soluciones inmediatas; con la ventaja relativa de manejar modelos sin un tratamiento matemático extenso para su solución, y la capacidad practica de generar respuestas que cumplan las especificaciones impuestas en los mismos.

El segundo punto es un poco más sutil de abordar, ya que cae dentro de la explicación del hecho económico confrontado con las herramientas que lo modelan. Así, en un problema lineal o no lineal, el hecho que un algoritmo determinista resuelva satisfactoriamente al mismo abre la posibilidad de entender todos los factores involucrados en el problema, en base a los elementos teóricos del algoritmo. Por ejemplo, si un problema puede ser resuelto de forma totalmente satisfactoria mediante el método Simplex, significa que las relaciones entre las variables económicas manejadas en el momento son lineales, por lo tanto, el fenómeno mismo debe tener una "naturaleza lineal", y será posible hacer inferencias sobre el mismo bajo esa suposición.

La posición "más segura" en este caso es argumentar que para el momento en que se plantea el modelo, el comportamiento del hecho económico era modelable mediante elementos lineales (puntos, rectas o hiperplanos), por lo cual se puede asegurar que su descripción sigue un patrón adjudicadle a estas herramientas y evidentemente se explicará mediante las reglas que rigen esos objetos. En la tabla 2 por ejemplo, se presentan las soluciones mediante regresión lineal de los datos expresados en la tabla 1. Es muy sencillo verificar que la regresión lineal es el mejor método para resolver este problema particular, pero

¿qué significación se podría adjudicar a un problema económico resuelto mediante una heurística?

Tal vez la respuesta en el caso de la tabla 2 sea sencillamente que el modelo en principio era de naturaleza lineal, por lo tanto, no tiene ninguna significancia especial que una técnica aleatoria dirigida llegue a esa conclusión si el modelo presentado ante ella es lineal[22]. En el caso de la evolución diferencial (Price & Storn, 1995), la interpretación puede ser más interesante desde un punto de vista conceptual, ya que en ella se estableció una competencia entre rectas, donde se formaban otras rectas en base a las previamente existentes, hasta que finamente se halló la óptima.

El problema [8] puede ser más fructífero en este sentido. Básicamente cualquier estrategia evolutiva equivaldría a una competencia simulada entre carteras, las cuales manifiestan su rendimiento en base al riesgo expresado en la función de desempeño (en este caso minimizar $x'Qx$). Una nueva cartera no es el producto completamente aleatorio, sino la combinación probabilística de 2 o más carteras preexistentes en la heurística, la cual competirá con las anteriores y reemplazará alguna de ellas en caso que muestre un riesgo menor ante las condiciones impuestas.

Esta interpretación tal vez sea, conceptualmente hablando, más acorde con las observaciones prácticas en los ambientes bursátiles. En ellas, los inversionistas cambian sus posiciones de acuerdo a las variaciones del mercado, lo cual es el equivalente a "la muerte de una cartera" y el surgimiento de una nueva. Estos cambios de posiciones se basan en su manejo particular del riesgo, y es posible "imitar" (combinar información) a otros inversionistas para mejorar el rendimiento de la misma.

Incluso se podría conjeturar más lejos en esta dirección, explicando las caídas en los mercados de valores mediante modelos auto-organizativos (Back, 1996), tratables mediante heurísticas como la optimización extrema (Boettcher, 2000) donde es posible eliminar muchos elementos de prueba[23] (carteras en el caso del problema [8]) en función de nuevas direcciones de búsqueda. Este

---

[22] A las heurísticas se le pueden presentar modelos de la forma $y \approx a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$ y llegarán igualmente a la aproximación reflejada en la tabla [2].

[23] Estableciendo un paralelo con la caída de los mercados financieros, la eliminación de carteras por no ser rentables y la extinción en masa de distintas especies en los ecosistemas.

proceso de eliminación es interesante, pues pareciera que en los ambientes bursátiles u otros ambiente económicos se alcanzan puntos críticos, requiriendo un reajuste de los elementos involucrados en él.

La visión de la Economía como una Ciencia Evolutiva (Dopfer, 2004) abre la posibilidad de enfrentar las concepciones actuales y compararlas con otros modelos que podrían estar más acordes con el comportamiento humano. De ser válida esta visión, las heurísticas derivadas de la Computación Evolutiva dejarían su rol de herramienta auxiliar para transformarse en una parte importante del cuerpo teórico de las Ciencias Sociales.

Finalmente se debe enfatizar que el ser humano posee un comportamiento distante a otras especies. Sin extraerle de su contexto natural, el hecho que el hombre tenga atributos de carácter cognitivos modifica la evolución de los procesos sociales, contrastando con otras especies donde se realiza "sin inteligencia aparente". El ambiente económico es muy dinámico, y tal vez ensamble en alguna medida el comportamiento de la especies como se puede observar en las Ciencias Naturales, incluso se puede agregar a la dinámica los elementos naturales que posee el hombre como pueden ser el instinto u otras manifestaciones; pero son esos "elementos sociales" derivados de la racionalidad humana los que definidamente marcan una pauta importante en parte del hecho económico, siendo entonces necesario un cuidadoso análisis de las heurísticas dentro del marco conceptual de la Economía[24].

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS REALES MEDIANTE HEURÍSTICAS

Las heurísticas presentadas hasta el momento tienen intrínsecamente las siguientes condiciones:

- El problema está perfectamente sincretizado en un modelo, el cual describe de forma confiable el fenómeno.
- Existe una medida de desempeño que asegura la existencia de buenas soluciones e inclusive una a la cual le denominamos óptimo.
- El modelo opera en una situación estática, bajo condiciones determinadas, por lo cual sus soluciones sólo repercuten bajo las condiciones donde este fue aplicado.

---

[24] El lector interesado puede leer a Veblen Thorstein (1898), aunque bastante antiguo el artículo, posee un punto de vista muy interesante de la economía como ciencia evolutiva.

Estás condiciones no limitan en absoluto la aplicación de las heurísticas presentadas en la dinámica económica, dadas sus características de "refinar" las soluciones previas adquiridas. Los cambios en las restricciones como en el problema [5] y [9], por ejemplo, pueden hacerse de forma dinámica, aprovechando las soluciones previas y readaptándolas a las nuevas condiciones.

Un cambio de objetivo, como pudiera ser variar la función a maximizar en el problema [5] tampoco traerá mayores dificultades, ya que la solución, o población de soluciones puede mejorarse nuevamente ante este cambio, siendo factible aprovechar las soluciones previas, disminuyendo significativamente el esfuerzo computacional producto de las modificaciones.

Este enfoque contrasta de *manera significativa con otros métodos mejor* conocidos (e.g método Simplex) donde usualmente un cambio importante del problema implica necesariamente volver a solucionarlo[25], al contrario las heurísticas, donde se puede "evolucionar" con los problemas en la medida que estos se van modificando.

El mayor cuidado que debe tenerse al resolver un problema real es que efectivamente el modelo recoja de manera significativa las características del fenómeno en estudio. Las heurísticas están diseñadas en general para presentar soluciones, no para establecer modelos del fenómeno en estudio[26], por lo cual son "ciegas", en las relaciones causales de las variables involucradas en un fenómeno.

Una consideración importante está asociada con la "magnitud" del problema a solucionar y los límites "prácticos" presentados por las herramientas computacionales. La magnitud del problema es un término relativo que varía de acuerdo a las épocas, por ejemplo en la tabla 5 se tiene una pequeña reseña del tamaño de las matrices consideradas "grandes" (Trefethen & Bau, 1997).

---

[25] El análisis de sensibilidad ayuda en el caso del Simplex a manejar los ambientes bajo cierta incertidumbre.

[26] Existen heurísticas, como la programación genética (Koza, 1990), capaces de establecer tales relaciones causales, siendo su trabajo "semejante" a la elaboración de un modelo. Su efectividad se ha comprobado en ciertos ámbitos económicos (Koza, 1990), siendo sus resultados interesantes en el marco de una visión evolutiva de la economía (Holland, 1990).

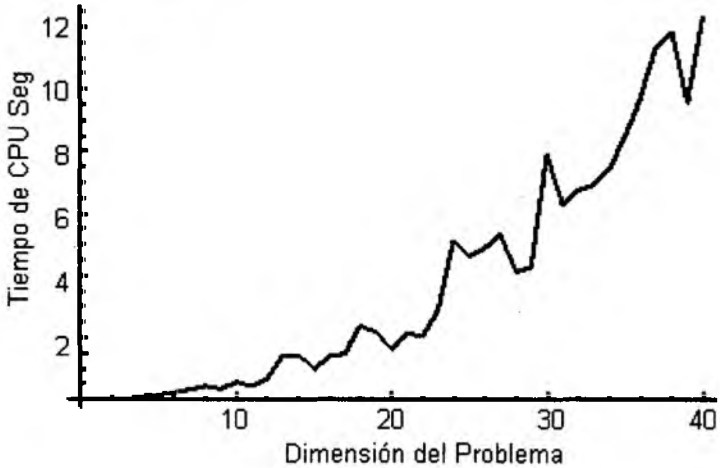
Tabla 5. Relación entre el año y el tamaño de la matriz usada según el año en consideración

Año	*Tamaño de las matrices manejadas*
1950	20
1965	200
1980	2000
1995	20000

Estos límites prácticos también incluirán los tiempos necesarios para resolver un problema. Las heurísticas podrían acercarse con mayor rapidez a la solución de un problema que sus contrapartes deterministas. Este hecho está asociado al carácter aleatorio que les permite "saltar el espacio de búsqueda" en virtud de una mejor aproximación hacia el óptimo.

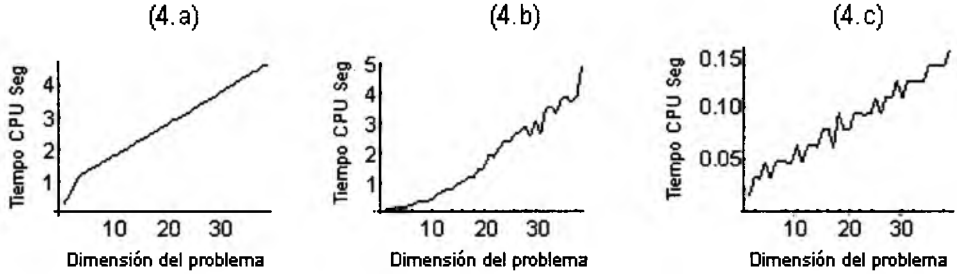
Figura 3. Efecto del aumento de la dimensión en la función

$f(x)=\sum_{i=1}^{n} x_i^2$, $x \in R^n$, al aplicar el algoritmo 1



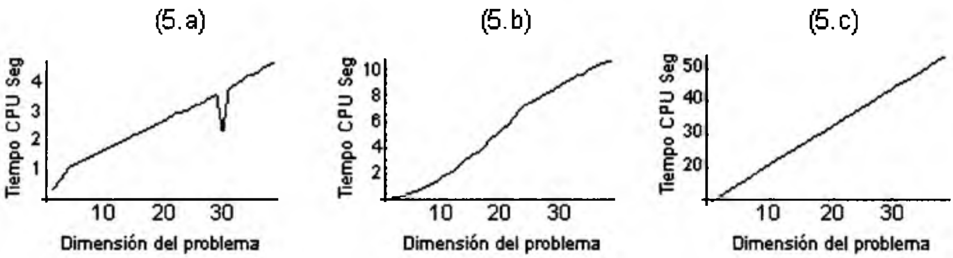
En la figura 3 se puede observar el comportamiento del algoritmo 1 cuando se generaliza el problema [2] para cualquier dimensión. Nótese que en la medida que aumenta la dimensión, aumenta el tiempo necesario para solucionar el problema. Para un problema con dimensión $n = 30$ el algoritmo comienza a dilatarse lo suficiente como para considerarlo práctico en aplicaciones de tiempo real. Este hecho ya era de esperar pues el algoritmo 1 trabaja con una componente del vector x de forma individual, lo cual es un avance pequeño en problemas muy grandes.

Figura 4. Efecto del aumento de la dimensión en la función $f(x)=\sum_{i=1}^{n} x_i^2$, $x \in R^n$ al aplicar búsqueda diferencial (4.a), Recocido simulado (4.b) y Mínimo Descenso[27] (4.c) con punto inicial $x=(10,10,...,10)$



Nótese el comportamiento de los tiempos en la figura 4 para los métodos de evolución diferencial (4.a) y recocido simulado (4.b). El Mínimo Descenso finalizó (4.c) en menor tiempo que las técnicas heurísticas, aunque esto no es una sorpresa ya que se usa información valiosa como lo es el gradiente. Sería un error juzgar el carácter práctico de las heurísticas por este simple ejemplo, propongamos un caso complejo como la generalización de la función de Rosembrock para varias dimensiones.

Figura 5. Tiempo de convergencia vs dimensión para los métodos de Evolución Diferencial (5.a), Recocido Simulado (5.b) y Mínimo Descenso (5.c), minimizando la función de Rosembrock para varias dimensiones.



A pesar que el método de Mínimo Descenso (5.c) posee información privilegiada como lo es el gradiente de la función, los factores de escala de este pro-

---

[27] La implementación del Mínimo Descenso en este caso fue $x(i+1)=x(i)-0.01\nabla f(x(i))$, $x \in R^n$.

blema impiden que el algoritmo compita de forma práctica con las heurísticas (ver 5.c). Las heurísticas tienen tiempos de respuesta muy superiores en este caso (figura 5.a y 5.b) ya que ellas pueden "saltar" el espacio de búsqueda por las instrucciones implícitas en sus algoritmos.

En general, es conveniente usar un modelo heurístico para resolver algún problema cuando:

- No se posea un algoritmo determinista para resolverlo o la representación algebraica del problema no encaja en un modelo particular, siendo difícil transformarlo a algún modelo conocido.
- Pueden aparecer modificaciones importantes en el modelo manejado que lo pueden llevar de un tipo a otro (e.g aparición de variables enteras).
- El problema requiere un tratamiento matemático extenso, el cual "sobrepasa" el tiempo practico de tratamiento del fenómeno.
- Las variaciones del modelo se incorporan de forma dinámica, siendo necesario partir de los resultados previos y generar nuevas soluciones que al menos tengan cierta efectividad.
- La necesidad de un "óptimo" absoluto no sea indispensable, admitiéndose desviaciones al mismo.
- La heurística empleada sea lo suficientemente rápida en términos relativos a la velocidad de respuesta necesarios para enfrentar el fenómeno al cual se plantea dar solución.

Evidentemente las recomendaciones anteriores no pretenden ser una guía definitiva para la inmensa cantidad de situaciones que se pueden presentar en el área económica o social. Es necesaria cierta experticia en diversos problemas, o en el área particular de trabajo, para ubicar de forma correcta las estrategias al enfrentar un problema. En todo caso, las heurísticas pueden usarse como un factor auxiliar en problemas cuyo tratamiento formal sobrepase las necesidades inmediatas de una organización o estudio.

En la actualidad diversos paquetes de software tiene incorporados una cantidad variada de heurísticas, a la vez que poseen herramienta para manejar las posibles dificultades técnicas como lo serían el manejo de elementos simbólicos, manejo de restricciones complejas, adquisición de datos, establecimiento de aproximaciones bajo condiciones necesarias y suficientes, etc. Esto abre un abanico de posibilidades a los investigadores del área social, los cuales pueden "aproximarse" a soluciones formales mediante estas herramientas, sin perder la flexibilidad de aplicar de forma inmediata las suposiciones, principios o conjeturas a un estudio particular.

EJEMPLOS DE PROBLEMAS ECONÓMICOS RESUELTOS MEDIANTE HEURÍSTICAS

Una breve consulta de internet puede evidenciar que el uso de las heurísticas en el área económica está ligado a procesos de control, planificación u optimización de recursos, entre otras. Precisamente áreas donde se poseen buenos modelos cuantitativos y es "practico" usar heurísticas para resolver este tipo de situaciones.

Por ejemplo, se han aplicado heurísticas en cadenas de vendedores en tiempo real (Vergara y otros, 2002), estudios de mercado (Okatsu & Izumi, 1996), análisis de técnicas especificas en espacios económicos (Kane, 1996), o estudios generales que relacionan las heurísticas con el área económica (Harrald, 1996). Ya en este punto es evidente que las heurísticas pueden ser usadas en aquellos problemas concretos donde se requiera un proceso de optimización de recursos.

Los artículos que tratan sobre la relación entre las heurísticas y las Ciencias Sociales tienden a ser un poco más escasos, ya que ellos buscan aproximar las bases teóricas de la Economía con las ideas evolutivas. Así, Se pueden encontrar artículos donde se propone el Darwinismo como un marco de trabajo para el estudio de la Economía (Hodgson & Knudsen, 2008), el comportamiento de las firmas en competencia en términos de los principios de Fisher (Metcalfe, 1994) o las implicaciones de las concepciones evolutivas en la Economía (Witt, 2004).

CONCLUSIONES

Tal como se ha podido observar durante el presente artículo, las heurísticas pueden ser consideradas como modelos o técnicas que permiten resolver problemas prácticos. Los problemas que resuelven tienden a ser aquellos para las cuales fueron diseñadas o problemas bien estructurados que pertenecen a un conjunto particular, siendo excelentes herramientas empíricas de búsqueda y optimización.

La aparente "informalidad" de las heurísticas no nace en la constitución de las mismas, sino más bien en la relación que se establece entre ella y el problema tratado. Es cierto que no se garantiza el "óptimo"(o óptimos), como pudiera demostrarse en otras áreas formales como las matemáticas; pero los problemas que afronta no necesariamente tienen una respuesta sencilla desde el punto de vista computacional (e.g NP-Hard), o tienen comportamientos emergentes que dificultan de manera notable el establecimiento de un modelo formal "adecuado" de carácter predictivo.

A pesar que las heurísticas tratadas en el presente trabajo utilizan los procesos estocásticos como un elemento primordial para generar resultados, distan de ser búsquedas completamente aleatorias o "mecanismos forzados", que usan las capacidades de los computadores modernos para generar soluciones coincidentes con un modelo o realidad mediante una búsqueda exhaustiva. En ellas se combina información, se prueban direcciones de búsqueda, se establecen patrones de comportamiento y por supuesto se usa el azar como un mecanismo de prueba hacia nuevas soluciones frente a las establecidas previamente.

Aunque no se agregó ningún "contenido social" a las heurísticas tratadas en el artículo, es evidente que las mismas pudieran ser ampliadas con este tipo de elementos. Sin embargo, se debe estar alerta sobre los aspectos temporales del fenómeno social. Es posible imitar los millones de años de la evolución mediante miles de instrucciones por segundo, pero no es sencillo imitar 500 años de evolución social con los sistemas de cómputo. ¿Razón?, los animales, plantas u objetos se comportan relativamente igual durante ese tiempo; en las Ciencias Sociales el nacimiento de un individuo abre un abanico de miles de posibilidades cognitivas hasta su muerte. Es relativamente fácil imitar el comportamiento regular de elementos regulares, pero es difícil imitar el comportamiento "regular" del ser humano.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arifovic, J. (2000), "Evolutionary Algorithms in Macroeconomic Models", *Journals Online*, 4 (3), Cambridge.

Back, P. (1996), *How Nature Works: The Science of Self-Organized Criticality*, Copernicus, New York.

Benhabib, J., & Richard, D. (1989), "Rational Choice and Erratic Behaviour", *The review of Economic Studies*, 48 (3).

Boettcher, S. (2000), "Extremal Optimization - Heuristics via Co-Evolutionary Avalanches", *Computing in Science & Engineering*, (2).

Bonabeau, E., Dorigo, M., & Theraulaz, G. (1999), *Swarm Inteligence: From Natural to Artificial System*, New York: Oxford University Press.

Day, R. H. (1983), "The emergence of Chaos from classic al economic growth", *Quartely Journal of Economics*, 98 (2).

Dopfer, K. (2004), *The Evolutionary Foundations of Economics, forthcoming*: Cambridge University Press.

Dorigo, M., & Gambardella, L. M. (1997), "Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1 (1).

Dorigo, M., Maniezzo, V., & Colorni, A. (1996), "Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics–Part B*, 1 (26).

Garey, M. R., & Johnson, D. S. (1979), *Computers and Intractability. A Guide to the Theory of NP-Completeness*, New York, United Stated of American.

Golberg, D. E. (1989), *Genetic Algoritms in Search, Optimization and Learning Machine*, Canada: Addison Wesley.

Grover, F. (1989), "Tabu search-part I. ORSA", *Journal on Computing*, 1 (3).

Grover, F., & Rafael, M. (2006), "Metaheuristic Procedures for Training Neutral Networks", *Metaheuristic Procedures for Training Neutral Networks*, Vol. 36, Springer US.

Gujarati, D. N. (2004), *Econmetria*, México: McGraw-Hill Interamericana.

Harlt, R. F. (1990), *A global convergence proof for a class of genetic algorithms*, (Retrieved 10 07, 2008) from http://www.univie.ac.at: http://www.univie.ac.at/bwl/prod/research/publications/downloads/Har_1990_78.pdf

Harrald, P. G. (1996), "Evolutionary Algorithms and Economic Models", *Evolutionary Programming V: Proceedings of the Fifth Annual Conference on Evolutionary Programming*, San Diego: MIT PRESS.

Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2006), *Introducción a la Investigación de Operaciones*, Mexico, McGraw-Hill Interamericana.

Hodgson, G. M., & Knudsen, T. (2008), "Why we need a generalized Darwinism, and why generalized Darwinism is not enough", (P. Netherlands, Ed.), *Journal of Bioeconomics*, 10 (1).

Holland, J. H. (1990), "The global economy as an adaptive system", S. F. Complexity, I. Anderson, W. Philip, Arrow, J. Kenneth, & D. Pines (Eds.), *The Economy as an Evolving Complex System*, Redwood City: Addison_Wesley.

Kane, D. (1996), "Local Hillclimbing on an Economic Landscape", *Proceedings of the Fifth Annual Conference on Evolutionary Programming*, San Diego: MIT PRESS.

Koza, J. R. (1990), "A Genetic Approach to Econometric Modeling", *Sixth World Congress of the Econometric Society*, Barcelona.

— (1990), *Genetic Programming: A Paradigm for Genetically Breeding Populations of Computer, Technical Report*, Stanford University, Stanford University Computer Science Department.

Markowitz, H. M. (1952), "Portafolio Selection", *Journal of Finance*, 7 (1).

Metcalfe, J. S. (1994), "Competition, Fisher's Principle and increasing returns in the selection process", (S. B. Heidelberg, Ed.), *Journal of Evolutionary Economics*, 4 (4.

Okatsu, T., & Izumi, K. (1996), "An Artificial Market Analysis of Exchange Rate Dynamics", *Evolutionary Programming V: Proceedings of the Fifth Annual Conference on Evolutionary Programming*, San Diego: MIT PRESS.

Price, R., & Storn, K. (1995), "Differential Evolution–A simple and eficient adaptive scheme for global optimization over continous spaces", *Technical Report* TR-95-012, International Computer Science Instituted, Muenchen.

Schrijver, A. (2000), *Theory of Linear and Integer Programming*, New York, USA: John Wiley & sons.

Taha, H. A. (2004), *Investigación de operaciones*, México: Pearson, Prentice-Hall.

Thorstein, V. (1898), "Why is Economics Not an Evolutionary Science", *The Quarterly Journal of Economics*, 12.

Trefethen, L. N., & Bau, D. (1997), *Numerical Linear Algebra*, Philadelphia: Siam.

Vergara, E. F., Khoula, M., & Michalewicz, Z. (2002), "An evolutionary algorithm for optimizing material flow in supply chains", *Computers and Industrial Engineering*, 43 (3).

Witt, U. (2004), "On the proper interpretation of 'evolution' in economics and its implications for production theory", *Journal of Economic Methodology*, 11 (2), 125-146.