

# **TESIS**

## ***ESTUDIO DEL FLUJO ANULAR EN SISTEMAS GAS - LIQUIDO EN TUBERIA HORIZONTAL***

Presentado ante la ilustre  
**UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA**  
Por la Ingeniero Químico  
**ADRIANA DEL VALLE BRITO FERNÁNDEZ**

Para optar al Título de:  
***MAGISTER SCIENTIARUM EN INGENIERIA MECANICA***

**Tutor: Ing. Julio González P.  
Ing. José Colmenares D.**

Caracas, Octubre 2004

**UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA**

Decanato de Estudios de Postgrado

Maestría en Ingeniería Mecánica

***ESTUDIO DEL FLUJO ANULAR EN SISTEMAS GAS - LIQUIDO EN TUBERIA  
HORIZONTAL***

Este Trabajo de Grado ha sido aprobado en nombre de la Universidad Central de Venezuela por el siguiente jurado examinador:

\_\_\_\_\_  
Coordinador  
Prof. Manuel Martínez

\_\_\_\_\_  
Jurado

\_\_\_\_\_  
Jurado

\_\_\_\_\_  
Jurado

\_\_\_\_\_  
Tutor  
Msc. Julio González

\_\_\_\_\_  
Tutor  
Msc. José Colmenares

Fecha: \_\_\_\_\_

### ***Dedicatoria***

*A mi madre, mis hermanas y Saúl, por estar siempre a mi lado, siendo el motor y estímulo principal en mi vida para alcanzar cada una de las metas que me he propuesto.*

.

## AGRADECIMIENTOS

*A Dios*, por darme el hálito de la vida, guiarme y fortalecerme, en todos los momentos de mi existencia.

*A mi madre*, por enseñarme, brindarme todo su amor, confianza y ternura, alentando mi deseo de superación.

A la *Universidad Central de Venezuela*, casa de estudios que una vez más me abrió sus puertas para culminar esta nueva etapa de académica en mi vida.

Al *Profesor Nelson Mcquhae*, por su incondicional ayuda y guía en el desarrollo matemático involucrado en esta investigación.

Al *Profesor Nelson Fernández*, por colaborar ampliamente y guiarme en el desarrollo de las ecuaciones de cantidad de movimiento aplicadas al nuevo sistema de coordenadas.

Al *Profesor Francisco García*, quien me ayudó en la delimitación y guía de la investigación presentada.

A los Ingenieros *José Colmenares* y *Julio González*, por brindarme la oportunidad de llevar a cabo esta investigación.

A *mis amigos y compañeros de trabajo*, quienes de una u otra forma me brindaron su ayuda y apoyo.

**ESTUDIO DEL FLUJO ANULAR EN SISTEMAS GAS - LIQUIDO EN  
TUBERIA HORIZONTAL**

***Ing. Adriana del Valle Brito Fernández***

**Tutores: Ing. Julio A. González P., Ing. Colmenares D. José A.  
U.C.V. Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería Mecánica. Año 2003, 70 p.**

**Palabras claves:** Flujo bifásico gas-líquido; Flujo anular; Modelos mecanicistas; Gradiente de presión; Excentricidad.

**RESUMEN**

Los sistemas de flujo bifásico gas-líquido, pueden generar diferentes distribuciones espaciales de las fases, de acuerdo a la relación de flujo que esté presente en la tubería. Para algunas distribuciones de fases o patrones de flujos ya se posee un conocimiento amplio sobre las variables que afectan los mecanismos del flujo y la manera como la masa, la cantidad de movimiento y la energía son transportados e intercambiados entre las fases. Este conocimiento se ve reflejado en la predicción acertada del gradiente de presión en la tubería (error < 15%), error correspondiente a flujos intermitentes y dispersos. Sin embargo, en los patrones de flujo segregados (estratificado y anular), aunque en la actualidad existen modelos que tratan de describir la fluidodinámica de estos patrones de flujo (Xiao *et al.* (1990); Ouyang (1998); Gómez *et al.* (1999); Holden (2002) y Padrino *et al.* (2002)), los errores que se obtienen en la predicción del gradiente de presión superan el 60%. Esto se corroboró observando el desempeño de los modelos, con una base de datos de aproximadamente 240 puntos experimentales identificados como flujo anular.

En las líneas de transporte de gas de la industria petrolera, se encuentra la presencia de condensados y agua, que generalmente se desplazan como flujos segregados, este hecho impulsó que en la presente investigación se estudiara el patrón de flujo anular empleando diferentes correlaciones para el estudio de las variables que intervienen en la fluidodinámica del patrón de flujo, como lo son: el factor de fricción entre el líquido y la pared, el factor de fricción en la interfaz gas-líquido, el arrastre de gotas de líquido por la corriente de gas; y se considerara la excentricidad de la película de líquido. El modelo propuesto en la presente investigación se contrastó con una base de datos de 240 puntos, cuya velocidad superficial del líquido se encuentra entre 0.003-5.96 m/s, la velocidad superficial del gas entre 9-69.6 m/s, viscosidad del líquido entre 1- 1200 cP y diámetros de tubería entre 0.0261 m y 0.0953 m. Con el modelo propuesto se disminuyó el error en la predicción del gradiente de presión en la tubería en aproximadamente a la mitad, respecto a los modelos que en la actualidad se utilizan para el diseño y evaluación de tuberías.

---

**TABLA DE CONTENIDO**

<b>1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
<b>2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....</b>	<b>4</b>
<b>2.1.    CONCEPTOS BÁSICOS .....</b>	<b>4</b>
<b>2.1.1.    Caudal Volumétrico .....</b>	<b>4</b>
<b>2.1.2.    Fracción Volumétrica de Líquido (Holdup de Líquido).....</b>	<b>4</b>
<b>2.1.3.    Fracción Volumétrica de Gas.....</b>	<b>4</b>
<b>2.1.4.    Velocidad Superficial .....</b>	<b>5</b>
<b>2.1.5.    Velocidades Reales (in-situ).....</b>	<b>5</b>
<b>2.1.6.    Velocidad de Deslizamiento.....</b>	<b>5</b>
<b>2.2.    PATRONES DE FLUJO .....</b>	<b>6</b>
<b>2.3.    ESTUDIO DE LA EXCENTRICIDAD DEL ANULAR .....</b>	<b>7</b>
<b>3. MODELO DE FLUJO ANULAR EN TUBERÍA.....</b>	<b>15</b>
<b>3.1.    FACTOR DE FRICCIÓN DEL LÍQUIDO - PARED DE LA TUBERÍA.....</b>	<b>22</b>
<b>3.2.    ESTUDIO DEL FACTOR DE FRICCIÓN INTERFACIAL.....</b>	<b>25</b>
<b>3.3.    FRACCIÓN DE LÍQUIDO ENTRAMPADA POR EL GAS .....</b>	<b>30</b>
<b>4. METODOLOGÍA.....</b>	<b>35</b>
<b>4.1.    RECOPIACIÓN DE DATOS.....</b>	<b>35</b>
<b>4.2.    ANÁLISIS ESTADÍSTICO .....</b>	<b>36</b>
<b>5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....</b>	<b>39</b>
<b>6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>53</b>
<b>7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>55</b>
<b>ANEXO A – DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS EMPLEADOS PARA DETERMINAR LA EXCENTRICIDAD EN EL PATRON DE FLUJO ANULAR.....</b>	<b>59</b>
<b>ANEXO B – DESARROLLO DE LAS ECUACIONES DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO.....</b>	<b>63</b>
<b>ANEXO C – DESARROLLO DE LA CORRELACIÓN PARA EL FACTOR DE FRICCIÓN LÍQUIDO-PARED.....</b>	<b>69</b>
<b>ANEXO D – DESCRIPCIÓN DE LOS DIFERENTES MODELOS SELECCIONADOS .....</b>	<b>73</b>

---

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Patrones de flujo bifásico gas- líquido en tubería horizontal.....	6
Figura 2.2 Esquema de transformación de sistema de coordenadas.....	9
Figura 2.3 Representación del sistema de coordenadas ( $\rho, \phi$ ).....	9
Figura 2.4 Representación de la transformación.....	10
Figura 2.5 Representación del sistema de coordenadas, al variar el polo de transformación. ....	11
Figura 2.6 Esquema de transformación de sistema de coordenadas.....	11
Figura 2.7 Solución de la ecuación que define al polo de transformación.....	13
Figura 3.1 Foto flujo anular. ....	15
Figura 3.2 Algoritmo del modelo mecanicista para determinar el gradiente de presión, cuando el patrón de flujo es anular. ....	21
Figura 3.3 Predicción del efecto de la excentricidad en el Factor de Fricción en tuberías anulares. <i>Knudsen y Katz (1958) (pp.200)</i> .....	24
Figura 3.4 Comparación entre el factor de fricción de Colebrook (1939) y Nikuradse (1933).....	24
Figura 5.1 Excentricidad del flujo anular.....	39
Figura 5.2 Comportamiento de la excentricidad al aumentar la velocidad superficial del gas. ....	40
Figura 5.3 Efecto de la excentricidad sobre la desviación en la predicción del gradiente de presión. ....	41
Figura 5.4 Consideración del efecto de excentricidad. ....	42
Figura 5.5 Desviaciones del gradiente de presión con diferentes factor de fricción del líquido con la pared de la tubería.....	43
Figura 5.6 Correlaciones del factor de fricción interfacial en función de las velocidades de mezcla. ....	44
Figura 5.7 Desviación de la predicción del gradiente de presión en la tubería con el modelo Intevp 2004, para diferentes correlaciones del factor de fricción interfacial. ....	45
Figura 5.8 Desviación de la predicción del gradiente de presión en la tubería con el modelo Intevp 2004, para diferentes correlaciones de la fracción de líquido arrastrada por el gas..	47
Figura 5.9 Desviación en la predicción del gradiente de presión en la tubería obtenida a partir de los modelos mecanicistas estudiados.....	51
Figura A. 1 Esquema descriptivo de diversos tipos de excentricidad. ....	59
Figura A. 2 Fracción mojada de pared en función de la correlación de Hart <i>et al.</i> ....	62

---

## LISTA DE TABLAS

Tabla 3.1. Correlaciones para estimar el factor de fricción del líquido con la pared de la tubería .....	23
Tabla 3.2. Correlaciones para estimar el factor de fricción interfacial .....	26
Tabla 3.3. Correlaciones para estimar la fracción de líquido arrastrada por el flujo de gas .....	32
Tabla 3.4 Parámetros $\beta$ empleados en la correlación de Oliemans <i>et al.</i> (1986) .....	32
Tabla 4.1 Resumen de las propiedades promedio de los líquidos en la base de datos .....	35
Tabla 5.1. Combinación de Parámetros Estadísticos para la selección .....	49
Tabla D.1 Criterios empleados en las transiciones de patrones de flujo por modelos mecanicistas .....	73
Tabla D.2 Comparación entre los diferentes modelos .....	74

---

## LISTA DE SÍMBOLOS

<b>Símbolo</b>	<b>Notación</b>
<i>a</i>	Polo de transformación (adimensional)
<i>A</i>	Área (m <sup>2</sup> )
<i>b</i>	Exponente de la ecuación (3.22)
<i>C</i>	Factor de corrección de la rugosidad de la interfaz (adimensional)
<i>D</i>	Diámetro de la línea (m)
<i>d</i>	Diámetro de la burbuja (m)
<i>d<sub>crit</sub></i>	Diámetro crítico de la burbuja (m)
<i>D<sub>f</sub></i>	Diámetro hidráulico de la película de líquido (m)
<i>D<sub>c</sub></i>	Diámetro hidráulico del gas (m)
<i>e</i>	Excentricidad (adimensional)
<i>E</i>	Tasa de disipación de la energía por unidad de masa (KJ/Kg)
<i>E<sub>i</sub></i>	Rugosidad absoluta de la interfaz (m)
<i>f</i>	Factor de fricción (adimensional)
<i>F<sub>A</sub></i>	Parámetro de la ecuación (3.33) definido por la ecuación (3.34)
<i>Fe</i>	Fracción de líquido atrapada en el gas (adimensional).
<i>Fr</i>	Número de Froude (adimensional).
<i>Fn</i>	Número de fricción (adimensional)
<i>g</i>	Aceleración de gravedad (9,81 m/s <sup>2</sup> )
<i>h<sub>f</sub></i>	Altura del nivel de líquido(m)
<i>H<sub>L</sub></i>	Fracción volumétrica de líquido sin considerar deslizamiento (adimensional).
<i>H<sub>Lc</sub></i>	Fracción volumétrica de líquido arrastrada por el gas (adimensional).
<i>I</i>	Parámetro de corrección interfacial (adimensional).
<i>k</i>	Rugosidad de la tubería (m)
<i>P</i>	Presión en la línea (Pa)
<i>q</i>	Caudal volumétrico (m <sup>3</sup> /s)
<i>Re</i>	Número de Reynolds (adimensional)
<i>r</i>	Coordenada radial (m)
<i>R<sub>i</sub></i>	Radio del centro de gas en el plano excéntrico (adimensional)
<i>R<sub>l</sub></i>	Relación entre el radio del gas y el radio de la tubería (adimensional)
<i>S</i>	Perímetro (m)
<i>s<sub>i</sub></i>	Perímetro interfacial adimensional.
<i>MM</i>	Modelo Mecanicista
<i>MC</i>	Modelo Correlacionado
<i>V</i>	Velocidad (m/s).
<i>We</i>	Número de Weber (adimensional).
<i>W</i>	Caudal másico (Kg/s).
<i>w</i>	Plano de círculos concéntricos
<i>z</i>	Plano de círculos excéntricos

---

**Símbolos Griegos.**

<b>Símbolo</b>	<b>Notación</b>
$\delta_L$	Espesor adimensional de la película de líquido.
$\delta$	Espesor de la película de líquido (m)
$\bar{\rho}$	Radio de la circunferencia formada en el plano complejo
$\Delta h_f$	Rugosidad aparente determinada en tuberías que contenían arena (m)
$\alpha$	Fracción volumétrica de gas (adimensional)
$\beta$	Ángulo de inclinación de la línea (°)
$\beta_i \ i = 0, \dots, 9$	Exponentes de la correlación de Oliemans para el Fe
$\phi$	Parámetro incluido en la ecuación de Wallis Tabla 3.3 (adimensional)
$\mu$	Viscosidad dinámica (Pa*s)
$\nu_L$	Viscosidad cinemática del líquido (m <sup>2</sup> /s)
$\theta$	Fracción mojada de pared (adimensional)
$\rho$	Densidad (Kg/m <sup>3</sup> )
$\sigma$	Tensión interfacial (N/m)
$\tau$	Esfuerzo cortante (N/m)

**Subíndices.**

<b>Símbolo</b>	<b>Notación</b>
$c$	Núcleo de gas
$f$	Película de líquido
$G$	Fase Gaseosa
$H$	Horizontal
$i$	Interfacial
$L$	Fase Líquida
$M$	Mezcla
$S$	Superficial
$Slip$	Deslizamiento
$V$	Vertical
$w$	Con la pared de la tubería

---

## 1. INTRODUCCIÓN

En los principales procesos industriales se encuentran presentes sistemas de flujo multifásico, los cuales son altamente complejos y por más de 50 años se ha invertido un gran esfuerzo para su entendimiento. En función de las condiciones de diseño y operación de las estaciones de flujo y las propiedades del fluido, se pueden generar diferentes distribuciones espaciales de las fases gas-líquido presentes en la tubería. Para algunas distribuciones de fases o patrones de flujos ya se posee un conocimiento amplio sobre las variables que afectan los mecanismos del flujo y la manera como la masa, la cantidad de movimiento y la energía son transportados e intercambiados entre las fases, contando con modelos y simuladores que sirven para el diseño y evaluación de las tuberías con errores asociados inferiores a 15%, estos patrones corresponden a flujos intermitentes y dispersos.

En los patrones de flujos segregados (estratificado y anular), los modelos utilizados en los simuladores como: Xiao *et al.* (1990); Ouyang (1998); Gómez *et al.* (1999); Holden (2002) y Padrino *et al.* (2002), predicen el gradiente de presión en las tuberías con errores que superan el 50%, debido a la complejidad e incertidumbre existente en el estudio de algunas variables, tales como el factor de fricción entre el líquido y la pared de la tubería, el factor de fricción interfacial, la fracción de líquido arrastrada por el gas, la excentricidad del gas en el anular y desprendimiento o deposición de gotas en la interfaz.

En la presente investigación se estudiará el caso del patrón de flujo anular gas-líquido en tubería horizontal. En este caso se han realizado numerosos experimentos y generado correlaciones para el factor de fricción entre el líquido y la pared de la tubería, el factor de fricción interfacial y la fracción de líquido arrastrada por la corriente de gas en el centro del anular.

---

Las correlaciones empleadas generalmente para determinar el factor de fricción líquido - pared de tubería son: Colebrook (1939), Davis (1943) —desarrollada para tuberías anulares lisas—, la correlación de Ouyang *et al.* (1996), para flujo bifásico gas - líquido (utilizada por Gómez *et al.* (1999)) y en esta investigación también se desarrolló una correlación para flujo bifásico gas - líquido.

Para determinar el factor de fricción de la interfaz gas-líquido las correlaciones utilizadas son: Wallis (1969), Whalley y Hewitt (1978), Oliemans *et al.* (1986), Petalas y Aziz (1997), Grolman *et al.* (1997) y Gómez *et al.* (1999). Las correlaciones utilizadas para determinar la fracción de líquido arrastrada por la corriente de gas, son la de Wallis (1969), Oliemans *et al.* (1986) y Petalas y Aziz (1997).

En los modelos desarrollados cuando el patrón de flujo es anular, se deberían considerar otras variables que forman parte del fenómeno hidrodinámico, tales como: la excentricidad de la película de líquido, el efecto de deposición y arrastre de gotas de líquido en la interfaz. Ya algunos investigadores han comenzado a estudiar la excentricidad de la película de líquido en el flujo anular (Rovinske *et al.* (1996) y Chen *et al.* (1997)), sin embargo en la actualidad los modelos mecanicistas que se emplean generalmente para determinar el gradiente de presión en la tubería no incluyen el efecto de la excentricidad del anular, estos modelos son: Xiao *et al.* (1990); Ouyang (1998); Gómez *et al.* (1999); Holden (2002) y Padrino *et al.* (2002).

Este hecho ha impulsado el inicio de esta línea de investigación, donde se estudió cada una de las opciones planteadas por los diferentes autores y se desarrolló un modelo para flujo anular que incluye el efecto de la excentricidad del flujo y reduce la incertidumbre en la predicción del gradiente de presión.

---

**CAPITULO I :**  
**FUNDAMENTOS TEÓRICOS**

## 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

### 2.1. CONCEPTOS BÁSICOS

El flujo multifásico es conocido como el movimiento de una mezcla de fluidos con diferentes propiedades físicas y químicas. En esta investigación se estudió el flujo bifásico gas - líquido en una tubería circular y en esta sección se describen las variables relacionadas a este tipo de flujo.

#### 2.1.1. Caudal Volumétrico

El caudal volumétrico se denota como  $q$ , y las variables  $q_L$  y  $q_G$  se refieren a los caudales volumétricos de líquido y gas, respectivamente.

$$q = q_L + q_G \quad (2.1)$$

#### 2.1.2. Fracción Volumétrica de Líquido (*Holdup de Líquido*)

Es la fracción de volumen de un campo de flujo bifásico ocupado por la fase líquida. Obviamente,  $0 < H_L < 1$ . La definición del holdup de líquido más comúnmente utilizada es:

$$H_L = \frac{q_L}{q} \quad (2.2)$$

#### 2.1.3. Fracción Volumétrica de Gas

La fracción volumétrica de gas, es un elemento de volumen de un campo de flujo bifásico ocupado por la fase gaseosa, comprendida su valor entre cero y uno:

$$\alpha = 1 - H_L \quad (2.3)$$

La suma de ambas fracciones volumétricas de líquido y gas son igual a la unidad.

---

#### 2.1.4. Velocidad Superficial

La velocidad superficial de una fase es la velocidad que ocurriría si sólo esa fase fluyera en la tubería, por lo tanto las velocidades superficiales del líquido y el gas son, respectivamente:

$$V_{SL} = \frac{q_L}{A} \quad \text{y} \quad V_{SG} = \frac{q_G}{A} \quad (2.4)$$

La suma algebraica de las velocidades superficiales de las fases es conocida como *velocidad de la mezcla* y esta dado por:

$$V_M = \frac{q_L + q_G}{A} = V_{SL} + V_{SG} \quad (2.5)$$

#### 2.1.5. Velocidades Reales (*in-situ*)

La velocidad real (*in-situ*) de cada fase, es calculada a partir de los valores de fracción volumétrica de líquido.

$$V_L = \frac{V_{SL}}{H_L} = \frac{q_L}{A_L} \quad V_G = \frac{V_{SG}}{1 - H_L} = \frac{q_G}{A_G} \quad (2.6)$$

#### 2.1.6. Velocidad de Deslizamiento

Las velocidades reales de la fase líquida y gaseosa son normalmente diferentes. La velocidad de deslizamiento representa la velocidad relativa entre las dos fases:

$$V_D = V_G - V_L \quad (2.7)$$

Existen otras definiciones de velocidad relacionadas con el flujo bifásico gas-líquido que no se mencionan en este trabajo, estas se pueden encontrar en Shoham (1998).

---

## 2.2. PATRONES DE FLUJO

El término patrón de flujo se encuentra referido a la configuración geométrica del gas y el líquido en la tubería. La distribución espacial de las fases gas y líquido depende de las siguientes variables: diámetro de tubería, ángulo de inclinación, caudal de gas y líquido, densidad, viscosidad y tensión superficial. A continuación se presenta la clasificación de patrones de flujos presentada por Shoham (1982), la cual se realizó con datos experimentales recolectados para fluidos de baja viscosidad.

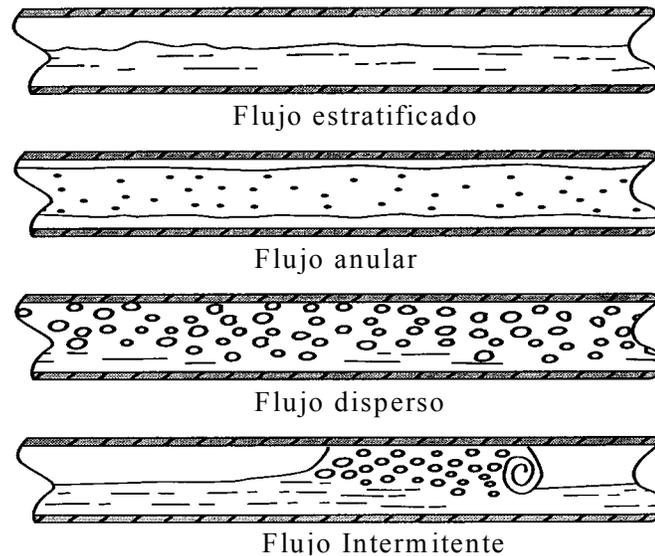


Figura 2.1 Patrones de flujo bifásico gas- líquido en tubería horizontal.

Los diferentes patrones de flujo presentados en la Figura 2.1, se pueden observar en tubería horizontal o casi horizontal y se clasifican como: flujo estratificado (suave u ondulado); intermitente (tapón o burbuja elongada), anular y burbujas dispersas. Estos patrones, se describen a continuación:

- Flujo Estratificado ocurre a bajos caudales de líquido y gas, en él las fases están separadas por acción de la gravedad. La fase líquida fluye en la parte inferior de la tubería y la gaseosa por la parte superior, de acuerdo al comportamiento de la interfaz el patrón de flujo estratificado se subdivide en estratificado suave, cuando la interfaz es lisa, y estratificado ondulado, donde se forman ondas estables en la interfaz.

- Flujo Intermitente se caracteriza por el flujo alterno de líquido y gas, los tapones de líquido ocupan por completo el área transversal de la tubería y están separados por bolsas de gas, las cuales contienen una película de líquido estratificado que fluye por el fondo de la tubería. El patrón de flujo intermitente se divide en flujo tapón y burbuja elongada. En el patrón burbuja elongada el tapón de líquido no tiene burbujas de gas atrapadas. A velocidades de gas más altas, se forma un vórtice en el frente del tapón que atrapa pequeñas burbujas, el flujo se conoce como tapón.
- Flujo Burbuja Dispersa ocurre a altas velocidades de líquido, donde la fase líquida se considera como continua y la gaseosa se distribuye en forma de pequeñas burbujas inmersas dentro de la fase continua. En estas condiciones ambas fases se mueven a una misma velocidad.
- Flujo Anular se presenta a altas velocidades de gas (mayores a 10m/s). La fase gaseosa viaja en el centro de la tubería y puede contener gotas de líquido atrapadas. El líquido fluye como una fina película alrededor de la pared de la tubería, generalmente es más gruesa hacia el fondo de la tubería, dependiendo de la magnitud de la velocidad relativa de una fase con respecto a la otra y la viscosidad de la fase líquida.



### **2.3. ESTUDIO DE LA EXCENRICIDAD DEL ANULAR**

Son tres los trabajos encontrados donde se estudia la excentricidad del flujo anular, ya que en casi todas las investigaciones se considera simetría axial de la película de líquido. Los estudios en esta área son el de Chen *et al.* (1997), Rovinske *et al.* (1996) y González (1998). A continuación solo se presentará el modelo matemático propuesto por González (1998), del que se partió para incluir el efecto de la excentricidad del anular en el modelo desarrollado en esta investigación y en el Anexo A se presentan las otras dos investigaciones relacionadas a la excentricidad del flujo anular, las cuales se descartaron porque Chen *et al.* desarrollaron un modelo

---

para flujo estratificado ondulado en una tubería horizontal donde el anillo no se forma completamente, sino que queda contacto de la fase gaseosa con la tubería y el modelo de Rovinske *et al.* donde se desarrolla una solución analítica para flujo anular en tubería considerando que las fases gas y líquido viajan en régimen de flujo laminar.

González (1998) propone en su modelo un cambio de coordenadas para obtener el comportamiento de un flujo que viaja entre dos tuberías excéntricas donde el cilindro interno gira entorno a su eje central, para ello se utiliza una transformación conforme bilineal que permite generar el sistema de coordenadas, el cual sirve para analizar el caso de tuberías tanto excéntricas como concéntricas.

Para comprender el sistema de ecuaciones a utilizar, primero se introducirá el concepto de *transformación conforme*. La transformación conforme es aquella donde en cada punto  $w$  de un dominio existe una función analítica ( $f$ ) cuya derivada en  $z$  es diferente de cero. (Churchill, 1968).

El tipo de transformación utilizada en esta investigación es bilineal, el cual transforma circunferencias en un plano en circunferencias con otra posición en otro plano. Está dada por:

$$w = \frac{az + b}{cz + d} \quad (ad - bc \neq 0) \quad (2.8)$$

Donde  $a, b, c, d$  son constantes complejas. La transformación bilineal asigna a cada punto del plano  $z$  un único punto del plano  $w$ , excepto el punto  $z = -\frac{d}{c}$  cuando  $c \neq 0$ .

La transformación del sistema de coordenadas permite pasar de un plano- $z$  de círculos excéntricos a un plano- $w$  de círculos concéntricos. [González (1998)]

$$w = \frac{z - a}{az - 1} \quad (2.9)$$

En la Figura 2.2 se representa el cambio de coordenadas del plano  $z$  (círculos excéntricos) al plano  $w$  de círculos concéntricos y viceversa.

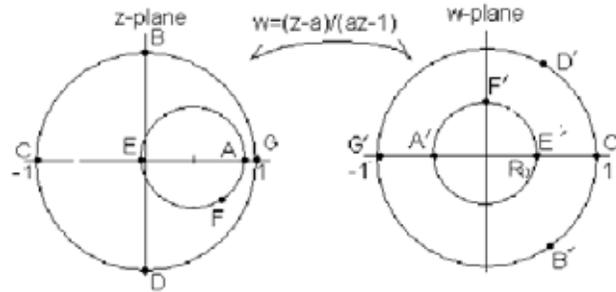


Figura 2.2 Esquema de transformación de sistema de coordenadas.

Considerando el cambio de coordenadas presentado, se plantean un sistema de coordenadas  $(\bar{\rho}(x, y), \phi(x, y))$  empleado para resolver las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento, tal y como se presenta en la Figura 2.3.

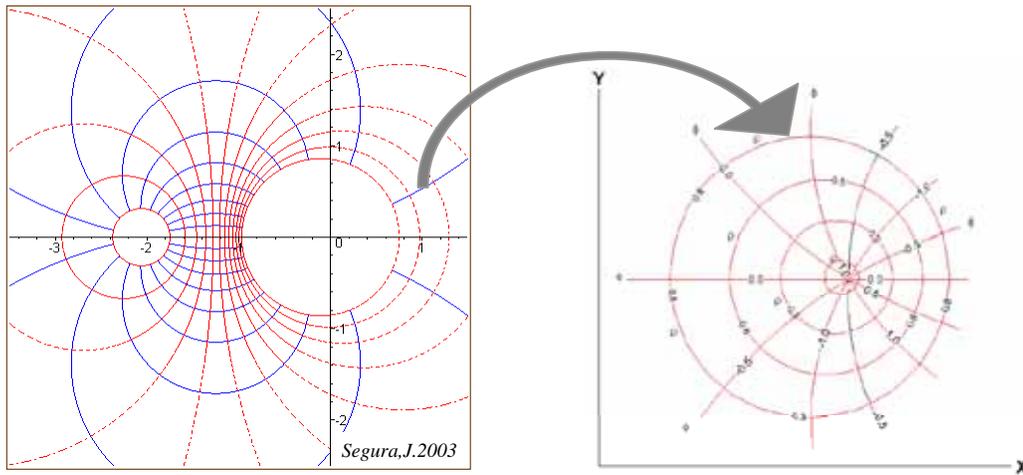


Figura 2.3 Representación del sistema de coordenadas  $(\rho, \phi)$

En el sistema de coordenadas  $(\bar{\rho}(x, y), \phi(x, y))$ , proveniente de la transformación bilineal, las coordenadas deben ser adimensionales y el círculo externo debe poseer un radio unitario, ver Figura 2.3. Este sistema de coordenadas se representa mediante un sistema de coordenadas cartesianas a través de las siguientes relaciones:

$$\bar{\rho} = |w| = \sqrt{\frac{(x-a)^2 + y^2}{(ax-1)^2 + a^2 y^2}} \quad (2.10)$$

$$\phi = \arg(w) = \text{Tan}^{-1} \left( \frac{(a^2 - 1)y}{a(x^2 + y^2) - x(a^2 + 1) + a} \right)$$

Donde  $\bar{\rho}$  define los radios de la circunferencia interna, en forma adimensional,  $\phi$  es el ángulo formado entre los centros de las circunferencias (este ángulo se encuentra entre  $0 < \phi < 2\pi$ ) y  $a$  es el polo de transformación.

En la Figura 2.4 se representa en forma geométrica la relación entre los polos del sistema de coordenadas y un punto arbitrario  $(x,y)$ , en el caso presentado el radio  $\bar{\rho}$  se determina de acuerdo a las siguientes relaciones  $\bar{\rho} = \frac{1}{a} \frac{r_2}{r_1}$  o  $\bar{\rho} = \frac{r_2}{r_1}$ . La coordenada  $\phi$ , se define como la diferencia de ángulos  $\theta_2 - \theta_1$ .

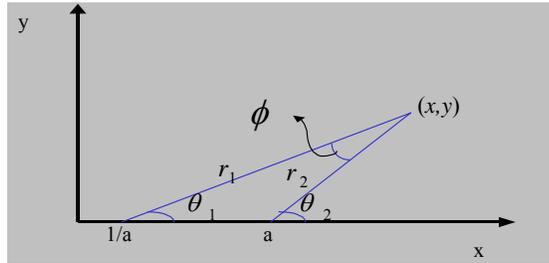


Figura 2.4 Representación de la transformación

$$w = \frac{z-a}{az-1}$$

Partiendo de la ecuación (2.10), se puede representar el comportamiento de círculos excéntricos de diámetro constante y  $\phi = 0$ , en función del polo de transformación, tal y como se muestra en la Figura 2.5.

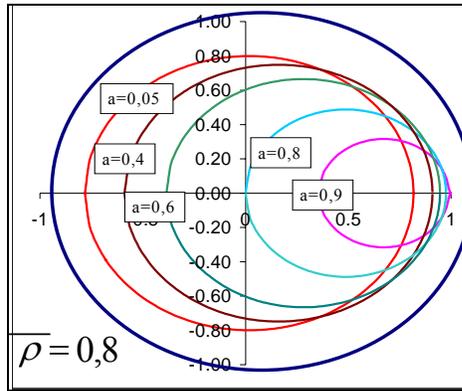


Figura 2.5 Representación del sistema de coordenadas, al variar el polo de transformación.

Es importante resaltar que cuando el polo de transformación se acerca a 1, el círculo interno se aproxima al círculo externo deformándose, aunque el radio se conserve constante  $\bar{\rho} = 0,8$  y en el caso de estudio el círculo externo se debe aproximar al otro sin deformarse.

Para transformar las circunferencias concéntricas del plano  $w$  a circunferencias excéntricas, vamos a considerar que los puntos  $A'$  y  $E'$  del plano  $w$ , corresponden a las coordenadas  $\bar{x}_2$  y  $\bar{x}_1$ , respectivamente (ver Figura 2.6). Las coordenadas  $\bar{x}_2$  y  $\bar{x}_1$  estarán equidistantes del centro del plano  $w$ , por lo tanto estas coordenadas se pueden representar por la ecuación (2.12).

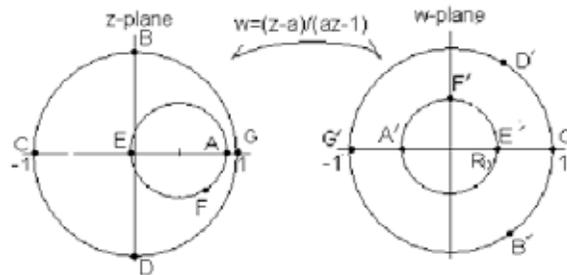


Figura 2.6 Esquema de transformación de sistema de coordenadas.

En este caso se pueden establecer las siguientes relaciones:

$$R_1 = \frac{\tilde{R}_1}{\tilde{R}_2} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{2} \quad ; \quad e = \bar{x}_2 + R_1 = \bar{x}_1 - R_1 = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2} \quad (2.11)$$

$$\bar{x}_2 = \frac{(-x_1) - a}{a(-x_1) - 1} \quad ; \quad \bar{x}_1 = \frac{x_1 - a}{ax_1 - 1} \quad (2.12)$$

Igualando las ecuaciones presentadas en (2.11) y (2.12), se determina el polo de transformación “ $a$ ”, a partir de una ecuación de segundo grado (ecuación (2.13)).

$$a^2 e - a(e^2 - R_1^2 + 1) + e = 0 \quad (2.13)$$

Para resolver la ecuación (2.13), la única solución posible es que se tome la raíz negativa de la ecuación (2.14), y cuando la excentricidad ( $e$ ) tiende a cero el polo de transformación ( $a$ ) debe tender a cero.

$$a = \frac{(e^2 - R_1^2 + 1) - \sqrt{(e^2 - R_1^2 + 1)^2 - 4e^2}}{2e} \quad (2.14)$$

La transformación del radio del círculo interno, del plano  $z$  ó de círculos concéntricos al plano  $w$ , se determina de la siguiente forma:

$$\bar{\rho}_1 = \frac{(e - R_1) - a}{a(e - R_1) - 1} = R_i \quad (2.15)$$

A partir de las ecuaciones (2.14) y (2.15) se obtiene la traslación del círculo interno, sin que su radio sea deformado, tal y como se presenta en la Figura 2.7 (a).

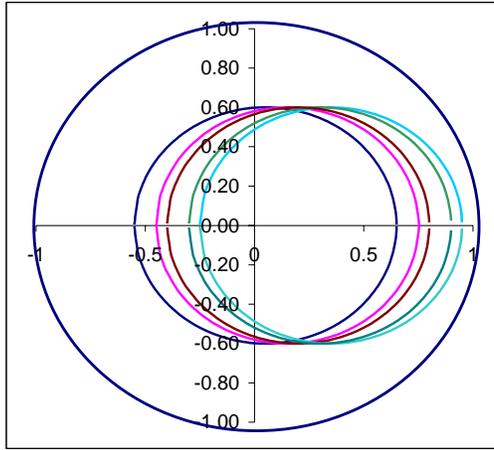


Fig. 2.7 (a) Sistema de coordenadas utilizados por González, 1998.

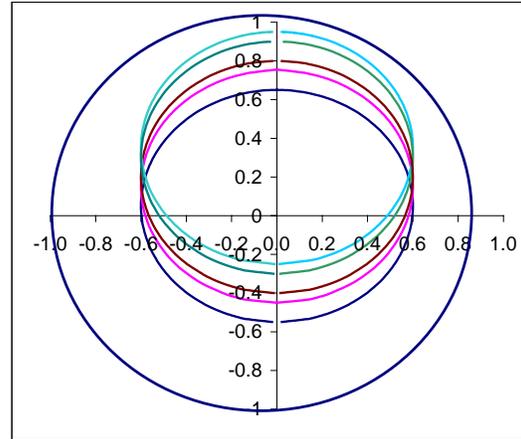


Fig. 2.7 (b) Sistema de coordenadas utilizados en la presente investigación.

Figura 2.7 Solución de la ecuación que define al polo de transformación.

En esta investigación, la excentricidad del flujo está dada por el efecto de flotación del gas y la viscosidad del fluido líquido, por lo tanto la excentricidad ocurrirá en forma vertical y no en la dirección horizontal como se presenta en la Figura 2.7(b).

Para representar matemáticamente el efecto de la flotación del gas, es necesario rotar el eje de coordenadas, el cual se realiza a partir de (2.16).

$$w = \frac{z - ai}{az - i} \quad (2.16)$$

A partir de la transformación rotada se obtienen las nuevas coordenadas  $(x(\bar{\rho}, \phi), y(\bar{\rho}, \phi))$ .

$$\begin{aligned} x &= \frac{\rho \operatorname{sen} \phi (1 - a^2)}{a^2 \bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos \phi + 1} \\ y &= \frac{a(\bar{\rho}^2 + 1) - \bar{\rho} \cos \phi (1 + a^2)}{a^2 \bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos \phi + 1} \end{aligned} \quad (2.17)$$

**CAPITULO II :**  
**MODELO DE FLUJO ANULAR**  
**EN TUBERÍA**

### 3. MODELO DE FLUJO ANULAR EN TUBERÍA

En las tuberías horizontales cuando se forma el patrón de flujo anular el líquido se desplaza alrededor de las paredes de la tubería, mientras que el gas viaja por el centro de la misma, de acuerdo a las condiciones de operación y la viscosidad de la fase líquida. La fase gaseosa se traslada en general cercano al tope de la tubería (ver Figura 3.1), debido a las fuerzas gravitacionales presentes y la película de líquido tiende a ser más delgada en el tope de la tubería y mas gruesa en el fondo.

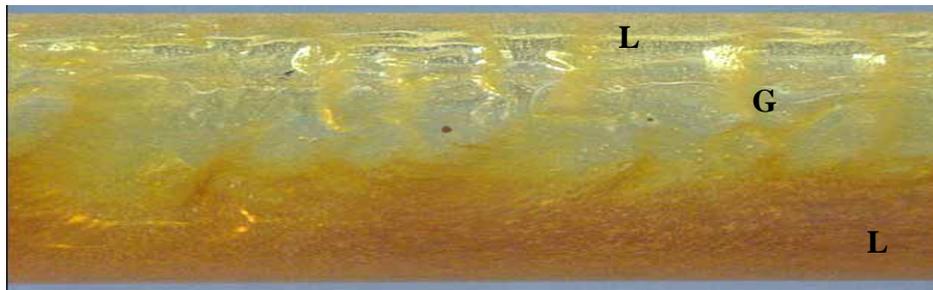


Figura 3.1 Foto flujo anular.

Para estudiar el fenómeno de flujo anular en tubería se desarrolló un modelo de flujo de dos capas, donde a cada una de las fases se les realiza balances de masa y cantidad de movimiento. Para el desarrollo del modelo se tomaron las siguientes consideraciones:

- Fluidos Newtonianos incompresibles.
- Flujo unidireccional, permanente e isotérmico.
- No se considera transferencia de masa entre las fases.

La ecuación de continuidad general, en notación vectorial está dada por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (3.1)$$

El operador divergencia para un sistema de coordenadas ortogonal general, se expresa como: [C.I.A, 1965]

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} (h_2 h_3 v_\rho) + \frac{\partial}{\partial \phi} (h_1 h_3 v_\phi) + \frac{\partial}{\partial z} (h_1 h_2 v_z) \right] \quad (3.2)$$

La ecuación de continuidad se simplifica de acuerdo a las consideraciones realizadas, aplicando la solución del operador divergencia para sistemas ortogonales presentado en la ecuación (3.2), tal y como se presenta a continuación.

$$\frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[ \frac{\partial}{\partial z} (h_1 h_2 v_z) \right] = 0 \quad (3.3)$$

Donde  $h_1^2, h_2^2, h_3^2$  son los tensores métricos de cualquier sistema de coordenadas ortogonal (ver ecuación (3.4)).

$$\begin{aligned} h_1^2 &= \left( \frac{\partial x}{\partial \rho} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \rho} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial \rho} \right)^2 \\ h_2^2 &= \left( \frac{\partial x}{\partial \phi} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \phi} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial \phi} \right)^2 \\ h_3^2 &= \left( \frac{\partial x}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial z} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

La ecuación de cantidad de movimiento general, expresada en notación vectorial está dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g} \quad (3.5)$$

Considerando flujo unidireccional (en la dirección axial), isotérmico, en estado permanente, Newtoniano e incompresible y aplicando la solución para el operador divergencia presentado en la ecuación (3.2), se obtiene la ecuación:

$$0 = -\left( \frac{\partial \bar{P}}{\partial z} \right) + \rho g_z + \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} (h_2 h_3 \tau_{\rho z}) \right] \quad (3.6)$$

Hasta este punto se ha presentado la ecuación general de cantidad de movimiento en la dirección Z o dirección axial del flujo en la tubería, para un sistema de coordenadas ortogonal general. En el Anexo B, se presenta el desarrollo del modelo propuesto en esta investigación con mayor detalle.

Para el estudio de la fase líquida, se empleará el sistema de coordenadas presentado en la ecuación (2.17), el cual incluye la excentricidad del anular y para el estudio de la fase gas se utilizará el sistema de coordenadas cilíndricas, ya que se considera que el gas fluye por un ducto, de diámetro equivalente al diámetro hidráulico del gas, cuya fricción con la pared es representada por la fricción interfacial.

Para determinar la ecuación de cantidad de movimiento correspondiente a la fase líquida, es necesario determinar los tensores métricos del sistema de coordenadas (ecuación (2.17)), los tensores métricos obtenidos son:

$$h_1 = \frac{(1-a^2)}{(a^2\bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho}\cos\phi + 1)} \quad ; \quad h_2 = \frac{\bar{\rho}(1-a^2)}{(a^2\bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho}\cos\phi + 1)} \quad ; \quad h_3 = 1 \quad (3.7)$$

Como se ha mencionado anteriormente el sistema de coordenadas planteado requiere que las variables que en él se empleen estén en forma adimensional, por lo tanto para resolver la ecuación de cantidad de movimiento es necesario adimensionalizarla previamente, para tal fin se utilizaron los siguientes números adimensionales:

$$\tilde{\rho} = \frac{2}{D}\rho \quad ; \quad \tilde{P} = \frac{D}{2V_o\mu}P \quad ; \quad \tilde{V} = \frac{v_i}{V_o} \quad (3.8)$$

donde  $\rho$  es el radio de la circunferencia interna (formado por el flujo de gas) en el sistema excéntrico, presentado en la ecuación (2.15),  $P$  es la presión en el sistema,  $V$  es la velocidad adimensional,  $V_o$  la velocidad característica del sistema y  $\mu$  es la viscosidad característica del sistema. Para la ecuación de cantidad de movimiento del líquido las variables  $V_o$  y  $\mu$  corresponderán a la velocidad superficial y viscosidad del líquido; y para la ecuación de cantidad de movimiento del gas serán las correspondientes a la velocidad superficial y la viscosidad de la fase gaseosa.

Adimensionalizando la ecuación general de cantidad de movimiento (3.6) y sustituyendo los tensores métricos correspondientes al sistema de coordenadas presentado en la ecuación (3.7), se obtiene la ecuación de cantidad de movimiento de la fase líquida:

$$0 = -\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)_L - \frac{\text{Re}_{SL}}{4\text{Fr}_{SL}} \text{Sen}\beta + \frac{(a^2 \bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos(\phi) + 1)^2}{(1-a^2)^2 \bar{\rho}} \left[ \frac{\partial}{\partial \bar{\rho}} \left( \frac{(1-a^2)\bar{\rho}}{(a^2 \bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos(\phi) + 1)} \tau_{\bar{\rho}z} \right) \right] \quad (3.9)$$

donde  $\text{Re}_{SL}$  y  $\text{Fr}_{SL}$  son el número de Reynolds y Froude superficial del líquido, respectivamente.

$$\text{Re}_{SL} = \frac{\rho_L V_{SL} D}{\mu_L} \quad ; \quad \text{Fr}_{SL} = \frac{V_{SL}^2}{gD} \quad (3.10)$$

Para determinar el gradiente de presión en la tubería, es necesario integrar la ecuación (3.9), tal y como se presenta en la ecuación (3.11).

$$\int_{\bar{R}_i}^1 \int_0^{2\pi} \left( \frac{(1-a^2)}{a^2 \bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos(\phi) + 1} \right)^2 \bar{\rho} \left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial z} + \frac{\text{Re}_{SL}}{4\text{Fr}_{SL}} \text{Sen}\beta \right)_L d\phi d\bar{\rho} = \int_{\bar{R}_i}^1 \int_0^{2\pi} \left[ \frac{\partial}{\partial \bar{\rho}} \left( \frac{\tau_{\bar{\rho}z} (1-a^2)\bar{\rho}}{a^2 \bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos(\phi) + 1} \right) \right] d\phi d\bar{\rho} \quad (3.11)$$

La ecuación (3.11) es manipulada para llevarla a la Formula Integral de Poisson para discos, la cual es una integral conocida e igual a  $2\pi$ , tal como se presenta en la ecuación (3.12).

$$\frac{1}{\tilde{R}_i} \left( \frac{(1-a^2)}{(1-a^2\bar{\rho}^2)} \right)^2 \bar{\rho} \left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\text{Re}_{SL}}{4Fr_{SL}} \text{Sen}\beta \right)_L \int_0^{2\pi} \left( \frac{(1-a^2\bar{\rho}^2)}{a^2\bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos(\phi) + 1} \right)^2 d\phi d\bar{\rho} =$$

$$\frac{1}{\tilde{R}_i} \left[ \frac{\partial}{\partial \bar{\rho}} \left( \frac{\tau_{\bar{\rho}z} \bar{\rho} (1-a^2)}{(1-a^2\bar{\rho}^2)} \right) \int_0^{2\pi} \left( \frac{(1-a^2\bar{\rho}^2)}{a^2\bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos(\phi) + 1} \right) d\phi \right] d\bar{\rho}$$
(3.12)

La ecuación de cantidad de movimiento en la coordenada axial ( $z$ ), para la fase líquida es:

$$\frac{(R_i^2 - 1)(1 - a^4 R_i^2)}{(aR_i - 1)^2 (aR_i + 1)^2} \left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\text{Re}_{SL}}{4Fr_{SL}} \text{Sen}\beta \right)_L = \left[ 2\tau_{zw} - \frac{2R_i(1 - R_i^2)}{(1 - a^2 R_i^2)} \tilde{\tau}_i \right]$$
(3.13)

Donde  $R_i$  es el radio formado por el núcleo de gas en el anular, en el plano excéntrico y se determina a través de la ecuación (2.15).

La ecuación de cantidad de movimiento para la fase gas, es determinada a partir de la ecuación general (3.6), con los tensores métricos correspondientes a las coordenadas cilíndricas, presentados en la ecuación (3.14).

$$h_1 = 1 \quad ; \quad h_2 = \bar{\rho} \quad ; \quad h_3 = 1$$
(3.14)

Para ser consistentes con el tratamiento dado a la ecuación de cantidad de movimiento de la fase líquida, la ecuación de cantidad de movimiento de la fase gas también es adimensionalizada con los parámetros presentados en la ecuación (3.8), obteniendo:

$$\left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\text{Re}_{SG}}{4Fr_{SG}} \text{Sen}\beta \right)_G = -\frac{2}{R_i} \tilde{\tau}_i$$
(3.15)

donde  $\text{Re}_{SG}$  y  $Fr_{SG}$  son el número de Reynolds y Froude superficial de la fase gas, respectivamente y se determinan de acuerdo a la ecuación (3.16).

$$\text{Re}_{SG} = \frac{\rho_c V_{SG} D}{\mu_G} \quad ; \quad Fr_{SG} = \frac{V_{SG}^2}{gD}$$
(3.16)

la densidad del gas en el Anular  $\rho_c$  se expresa como:

$$\rho_c = \rho_L H_{Lc} + \rho_G (1 - H_{Lc}) \quad (3.17)$$

La fracción volumétrica de líquido arrastrada en la corriente gaseosa, considerando que no existe deslizamiento,  $H_{Lc}$  es:

$$H_{Lc} = \frac{V_{SL} Fe}{V_{SG} + V_{SL} Fe} \quad (3.18)$$

En la literatura pueden encontrarse expresiones que permiten estimar la fracción de la fase líquida desprendida de la interfaz por el gas,  $Fe$ . En la sección 3.3, se presentan diferentes correlaciones desarrolladas para esta relación de clausura.

Para determinar el diámetro hidráulico del gas y posteriormente la excentricidad del anular es necesario obtener la ecuación combinada de cantidad de movimiento, está se obtiene igualando las expresiones de balance de cantidad de movimiento para la fase líquido y gas, presentadas en las ecuaciones (3.13) y (3.15) y aplicar el algoritmo presentado en la Figura 3.2.

$$\left( -\frac{dP}{dL} \right)_G = \left( -\frac{dP}{dL} \right)_L = \left( -\frac{dP}{dL} \right) \quad (3.19)$$

El algoritmo para determinar el gradiente de presión en la tubería consiste en aplicar la ecuación combinada de cantidad de movimiento considerando el espesor de película de líquido constante (excentricidad igual a cero), una vez obtenido el diámetro hidráulico del flujo de gas se procede a variar la excentricidad del mismo (ver Figura 3.2).

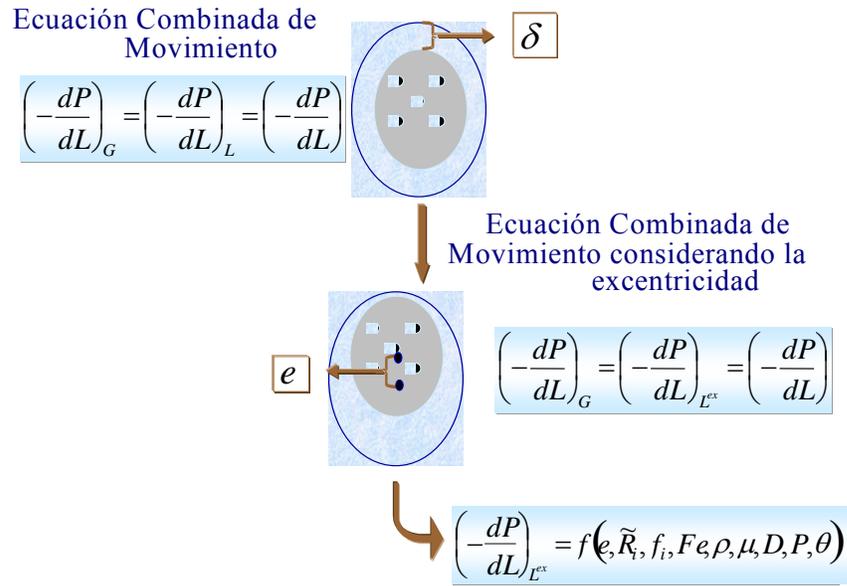


Figura 3.2 Algoritmo del modelo mecanicista para determinar el gradiente de presión, cuando el patrón de flujo es anular.

La ecuación combinada de cantidad de movimiento se obtiene al combinar las ecuaciones de cantidad de movimiento correspondientes a la fase líquido y gas, (ecuaciones (3.13) y (3.15)).

$$\tau_i \frac{S_L}{A} \left( \frac{1}{R_i} + \frac{R_i(1-a^2)}{(1-a^2R_i^2)} \lambda \right) - \tau_{wL} \frac{S_L}{A} \lambda + g \text{Sen} \beta (\rho_G - \rho_L) = 0 \quad (3.20)$$

donde  $\lambda$  es un factor geométrico que permite incluir el efecto de la excentricidad.

$$\lambda = \frac{(aR_i - 1)^2 (aR_i + 1)^2}{(1 - R_i^2)(1 - a^4 R_i^2)} \quad (3.21)$$

La sección transversal y el perímetro mojado de la tubería, son representados por la ecuación (3.22).

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \quad ; \quad S_L = \pi \cdot D \quad (3.22)$$

Para la aplicación del modelo de predicción del gradiente de presión en la tubería, es necesario evaluar dos términos de esfuerzos de corte:

1.- Esfuerzo de corte entre el líquido y la pared  $\tau_{wL}$  :

$$\tau_{wL} = \frac{1}{2} f_{wL} \rho_L V_L^2 \quad (3.23)$$

2.- Esfuerzo de corte interfacial  $\tau_i$  :

$$\tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_c (V_G - V_L)^2 \quad (3.24)$$

La evaluación de los esfuerzos de corte del líquido y la pared  $\tau_{wL}$  e interfacial  $\tau_i$ , constituye un tópico abierto a discusión e investigación.

### 3.1. FACTOR DE FRICCIÓN DEL LÍQUIDO - PARED DE LA TUBERÍA

Para la predicción del factor de fricción del líquido con la pared se emplearán cuatro correlaciones: la correlación de Colebrook (1939), ampliamente utilizada para flujo monofásico en tuberías, la correlación de Davis (1943), desarrollada para tuberías anulares lisas, la correlación de Ouyang *et al.* (1996), para flujo bifásico gas - líquido (utilizada por Gómez *et al.* (1999)) y una correlación desarrollada en la presente investigación para flujo bifásico gas – líquido, con el objetivo de ser empleada como un factor de fricción entre el líquido y la pared de la tubería cuando el patrón de flujo es anular.

La correlación desarrollada en esta investigación, la cual será nombrada como la de Brito (2004), se generó a partir de una base de datos experimentales que contiene aproximadamente 240 puntos considerados como flujo anular. Los detalles de la base de datos se presenta en la sección 4.1. Para el desarrollo de la ecuación se consideró el número de Reynolds definido mediante las propiedades de la fase líquida y la velocidad de mezcla, tal y como lo hace Gómez *et al.* (1999) y se realizó un ajuste de los datos empleando el programa DataFit vx 6.1, el cual utiliza un método de interpolación de datos con reducción de los errores cuadrados para determinar el mejor ajuste. En el Anexo C, se presenta en detalle la correlación aquí presentada.

En la Tabla 3.1 se presenta un resumen de las cuatro correlaciones empleadas para estimar el factor de fricción del líquido con la pared de la tubería.

**Tabla 3.1. Correlaciones para estimar el factor de fricción del líquido con la pared de la tubería**

Correlaciones	Ecuación	Observaciones
Colebrook (1939)	$\frac{1}{\sqrt{f_{wL}}} = -4 \log \left[ \frac{k/D}{3.7} + \frac{1.255}{\text{Re}_L \sqrt{f_{wL}}} \right]$	El número de Reynolds se considera como el de la fase líquida, siendo $f_{wL}$ , el factor de fricción de Darcy-Weisbach $\text{Re}_L = \frac{\rho_L V_f D_f}{\mu_L}$
Davis (1943)	$f_{wL} = 0.055 \text{Re}_L^{-0.2} \left( \frac{D_c - 1}{D} \right)^{0.1}$	Correlación desarrollada para tuberías anulares lisas, se consideró que el número de Reynolds a utilizar es el de la fase líquida. Esta correlación fue tomada de Knudsen y Katz (1958).
Ouyang y Aziz (1996)	$f_{wL} = 1.6291 \text{Re}_L^{-0.5161} \left( \frac{V_{SG}}{V_{SL}} \right)^{0.0926}$	Correlación empleada en el modelo de Gómez <i>et al.</i> (1999)
Brito (2004)	$f_{wL} = 0.0063 + 53.4662 * \text{Re}_M^{-1}$	Se utiliza un Reynolds de mezcla a partir de las propiedades del líquido $\text{Re}_M = \frac{\rho_L V_M D}{\mu_L}$

La ecuación de Colebrook (1939) permite determinar el factor de fricción a partir de la rugosidad relativa ( $k$ ), el diámetro de la tubería ( $D$ ) y el número de Reynolds del Líquido  $\text{Re}_L$ . Sin embargo en Knudsen y Katz (1958) presentan el comportamiento del factor de fricción  $f_{wL}$ , determinado con la ecuación de Nikuradse (1933), con respecto al porcentaje de excentricidad de tuberías anulares lisas, donde claramente se observa la desviación entre los valores reales y los predichos, ver la Figura 3.3. Siendo la ecuación de Nikuradse (1933):

$$\frac{1}{\sqrt{f_{wL}}} = -4 \log \left[ \text{Re}_L \sqrt{f_{wL}} \right] - 0.4 \quad (3.25)$$

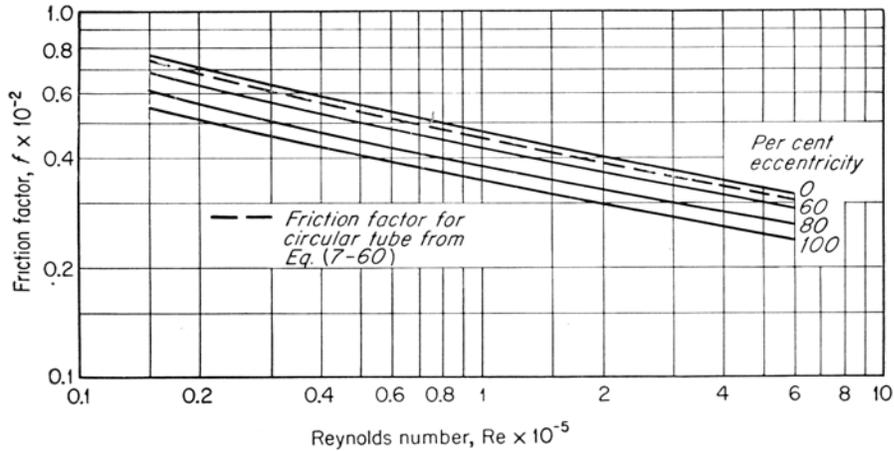


Figura 3.3 Predicción del efecto de la excentricidad en el Factor de Fricción en tuberías anulares. *Knudsen y Katz (1958) (pp.200)*

En la Figura 3.4 se comparan los valores predichos por la ecuación de Nikuradse (1933) con los valores predichos por la ecuación de Colebrook (1939), cuando la rugosidad de la tubería es igual a cero. De acuerdo a los resultados presentados las desviaciones obtenidas por la ecuación de Nikuradse son similares a las obtenidas por la ecuación de Colebrook, al predecir el factor de fricción en tuberías anulares lisas.

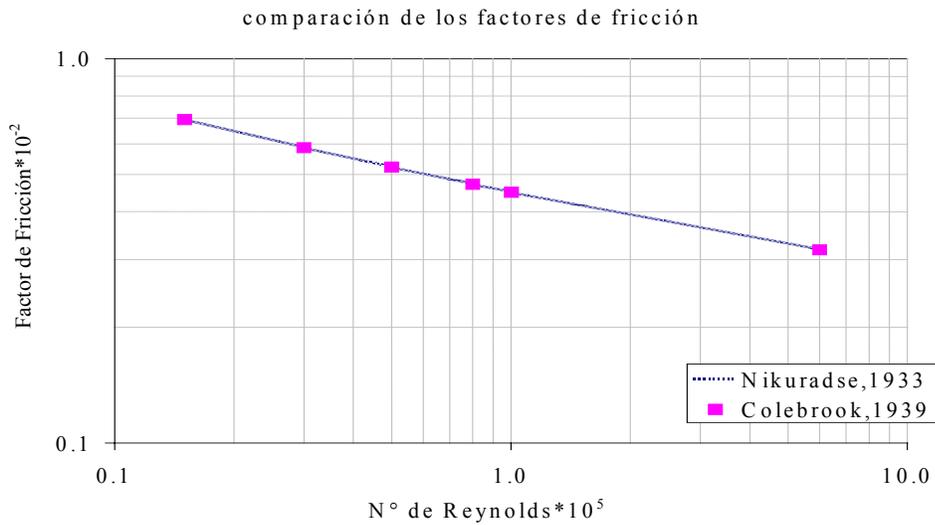


Figura 3.4 Comparación entre el factor de fricción de Colebrook (1939) y Nikuradse (1933).

Knudsen y Katz (1958) presentan la correlación de Davis (1943), una correlación desarrollada para flujo en tuberías anulares lisas. Para aplicar esta ecuación al caso

de flujo anular gas-líquido se utilizó como número de Reynolds el de la fase líquida, considerando el diámetro hidráulico de la fase líquida.

Ouyang y Aziz (1996) desarrollaron una correlación para el factor de fricción del líquido con la pared de la tubería, ya que consideraban que no era apropiado emplear ecuaciones desarrolladas para flujo monofásico, porque los esfuerzos cortantes del líquido con la pared se ven afectados significativamente por el esfuerzo cortante interfacial, especialmente para condiciones de baja fracción volumétrica de líquido.[Gómez *et al.* (1999)]

### **3.2. ESTUDIO DEL FACTOR DE FRICCIÓN INTERFACIAL**

Para la predicción del factor de fricción interfacial gas – líquido son muchos los trabajos que se han llevado a cabo, en la presente investigación solo se citaran las correlaciones más utilizadas por los modelos en la literatura, entre ellas tenemos la correlación de Wallis (1969), Whalley y Hewitt (1978), Oliemans *et al.* (1986), Grolman *et al.* (1997), Petalas y Aziz (1997) y Gómez *et al.* (1999).

En la Tabla 3.2 se presenta un resumen de las seis correlaciones empleadas para estimar el factor de fricción del interfacial gas - líquido.

**Tabla 3.2. Correlaciones para estimar el factor de fricción interfacial**

Correlaciones	Ecuación	Observaciones
Oliemans <i>et al.</i> (1986)	Utilizan la ecuación de Colebrook: $\frac{1}{\sqrt{f_{wG}}} = -4 \log \left[ \frac{k/D}{3.7} + \frac{1.255}{Re_G \sqrt{f_{wG}}} \right]$	$C = \frac{30\sigma}{\rho_c (V_c - V_i)^2 h_f}$
Wallis (1969)	$k = C * \Delta h_f$	$C = 3\sqrt{2}$
Whalley y Hewitt (1978)	$\Delta h_f$ es una rugosidad aparente determinada en tuberías que con arena	$C \cong 0.3(\rho_L/\rho_G)^{0.33}$
Petalas y Aziz (1997)	$f_i = 0.24 f_c Re_f^{0.305} \left( \frac{\sigma}{\rho_c V_c^2 D_c} \right)^{0.085}$	$f_c$ es el factor de fricción de Fanning calculado a partir del $Re_c$ , los números de Reynolds se definen en la ecuación ( 3.26)
	$f_i = \frac{0.0625}{\left[ \log_{10} \left( \frac{15}{Re_G} + \frac{k}{3.715 \cdot D} \right) \right]^2}$	El modelo está sustentado en la aplicación de un procedimiento iterativo.
Grolman <i>et al.</i> (1997)	$F_n = \frac{f_i}{(0.05 + f_i) \cdot (1 - H_L)^{1.5}} \cdot \left( \frac{V_{SG}}{\sqrt{g \cdot D}} \right) \cdot \left( \frac{\sigma}{\mu_L \cdot \sqrt{g \cdot D}} \right)^{0.04} \cdot \left( \frac{\rho_L \cdot g \cdot D^2}{\sigma} \right)^{0.22}$	El número de fricción (Fn) incorpora los efectos del diámetro de la línea, la tensión superficial y la viscosidad del líquido $k/D$ es la rugosidad relativa de la interfaz $f_i$ es el factor de fricción en tuberías rugosas [Eck (1978)]
	$\frac{k}{D} = 0.5145 \cdot H_L \cdot s_i^{-1.5} \cdot [\tanh[0.05762 \cdot (F_n - 33.74)] + 0.9450]$	
Gómez <i>et al.</i> (1999)	$f_i = f_{SC} \cdot (I_H \cdot \cos^2 \beta + I_V \cdot \sin^2 \beta)$	$f_{SC}$ es el factor de fricción superficial del gas, determinado por Colebrook . $I_H$ es el parámetro de corrección horizontal, propuesto por Henstock y Hanratty (1976) $I_V$ es el parámetro de corrección vertical, según lo establecido por Wallis (1969)

Wallis (1969), estudio el efecto de la fricción ocasionada entre el líquido y el gas, mediante la ecuación de Colebrook, considerando una rugosidad aparente en la interfaz. Fue el primero en proponer un valor para el factor “C”, observando en sus experimentos para flujo estratificado que la rugosidad de la interfaz era similar a la de una arena, la cual es  $3\sqrt{2}$ , aproximadamente 4.

Whalley y Hewitt (1978) observaron posteriormente que el valor de 4 predicho por Wallis, para el factor “C” era muy grande, en particular cuando se trata de sistemas a alta presión, por lo que proponen la siguiente correlación  $C \cong 0.3(\rho_L/\rho_G)^{0.33}$  que reduce el error en la predicción del gradiente de presión en un factor de 10.

Oliemans *et al.* (1986) centraron su investigación en sistemas gas-líquido en tuberías verticales, específicamente en el desarrollo de correlaciones para estimar el factor de fricción interfacial y la fracción volumétrica de líquido atrapada en el gas. Las correlaciones propuestas por Oliemans *et al.* están sustentadas sobre la base de los datos de Harwell, llevada a cabo en tuberías con diámetros entre 20 y 30 mm y entre 100 y 150 mm; empleando como fluidos de trabajo agua/aire, etanol/aire, tricloroetano/aire y agua/vapor. A partir de los cuales se propone que el parámetro C propuesto inicialmente por Wallis (1969) sea determinado a partir del número adimensional de Weber, tal y como se presenta en la Tabla 3.2.

Petalas y Aziz (1997) presentan un estudio basado en los trabajos de Oliemans *et al.* (1986) y Xiao *et al.* (1990). Las correlaciones que ellos desarrollan están generadas con una base de datos que contiene aproximadamente 1000 puntos, con ángulos de inclinación que van desde  $-90^\circ$  hasta  $90^\circ$ , para ello utilizan una aproximación por Newton-Raphson en dos dimensiones donde consideran el factor interfacial y las velocidades del líquido y el gas, para cada uno de los ángulos de inclinación de la tubería.

En este estudio se propone una expresión para calcular el factor de fricción en la interfaz  $f_i$ , aplicable para la región donde el flujo Anular se encuentra bien

---

desarrollado, lo que ocurre a altas velocidades superficiales de gas. Los números de Reynolds de la película  $Re_f$  y de la corriente de gas  $Re_c$ , utilizados en la correlación se determinan según la ecuación ( 3.26).

$$Re_f = \frac{\rho_L V_f D_f}{\mu_L} \quad Re_c = \frac{\rho_c V_c D_c}{\mu_c} \quad (3.26)$$

las velocidades de la película de líquido y del núcleo de gas son:  $V_f$  y  $V_c$ , respectivamente; y  $\rho_c$  y  $\mu_c$  se refieren, a la densidad y viscosidad de la mezcla gas-líquido en la corriente de la región central, calculadas a partir de la fracción volumétrica del líquido sin deslizamiento en el núcleo de gas:

$$\rho_c = H_{LC} \rho_L + \rho_G (1 - H_{LC}) \quad (3.27)$$

$$\mu_c = H_{LC} \mu_L + \mu_G (1 - H_{LC})$$

Grolman *et al.* (1997) proponen un factor de fricción interfacial que depende de una rugosidad aparente (MARS, por sus siglas en inglés), que tiene como objetivo predecir la fracción volumétrica de líquido y el gradiente de presión en flujo gas-líquido, a través de tuberías horizontales y ligeramente inclinadas ( $-3^\circ \leq \beta \leq +6^\circ$ ). Los valores predichos se verificaron con los resultados de 2400 experimentos a escala de laboratorio realizados en tuberías de vidrio de 15, 26 y 51 mm de diámetro. Los sistemas gas-líquido utilizados fueron aire/agua y aire/tetradecano ( $n\text{-C}_{14}\text{H}_{30}$ ) a presión atmosférica y temperatura ambiente.

El factor de fricción interfacial  $f_i$ , es uno de los parámetros relacionados con la fricción más difícil de modelar para flujo gas-líquido. Por lo tanto, después que Grolman *et al.* generaron aproximadamente 40.000 gráficos en búsqueda de buenas correlaciones, las probabilidades de encontrar una correlación general eran reducidas, por lo que desarrollaron un conjunto de tres ecuaciones, a partir de las cuales  $f_i$  debe ser calculado en forma iterativa. Esta naturaleza implícita hace que las correlaciones presentadas se consideren las más complicadas de su modelo y, probablemente, la

correlación más compleja existente para el cálculo de  $f_i$  al momento de su publicación.

El modelo MARS para el factor de fricción interfacial está sustentado en la aplicación del procedimiento iterativo siguiente:

- Calcular el número de fricción  $F_n$ , utilizando inicialmente un estimado para  $f_i$ . Este número de fricción ( $F_n$ ) incorpora los efectos del diámetro de la línea, la tensión superficial y la viscosidad del líquido.

$$F_n = \frac{f_i}{(0.05 + f_i) \cdot (1 - H_L)^{1.5}} \cdot \left( \frac{V_{SG}}{\sqrt{g \cdot D}} \right) \cdot \left( \frac{\sigma}{\mu_L \cdot \sqrt{g \cdot D}} \right)^{0.04} \cdot \left( \frac{\rho_L \cdot g \cdot D^2}{\sigma} \right)^{0.22} \quad (3.28)$$

- Calcular la rugosidad relativa de fricción  $k/D$ , a partir de la ecuación (3.29) que representa la curva de la tangente hiperbólica ajustada a los datos disponibles.

$$\frac{k}{D} = 0.5145 \cdot H_L \cdot s_i^{-1.5} \cdot [\tanh[0.05762 \cdot (F_n - 33.74)] + 0.9450] \quad (3.29)$$

- Calcular el factor de fricción interfacial utilizando la siguiente ecuación para el factor de fricción en tuberías rugosas [Eck (1978)], ecuación (3.30).

$$f_i = \frac{0.0625}{\left[ \log_{10} \left( \frac{15}{\text{Re}_G} + \frac{k}{3.715 \cdot D} \right) \right]^2} \quad (3.30)$$

- Utilizar este nuevo valor de  $f_i$  en la ecuación (3.28) y repita el procedimiento hasta alcanzar convergencia.

Esta naturaleza iterativa del algoritmo le permite a  $f_i$  volverse muy sensible a pequeños cambios en  $H_L$  y a bajas velocidades superficiales de gas llega a ser inestable, aunque es muy estable para condiciones altas  $V_{SG}$ . La correlación puede discriminar entre ángulos de inclinación que difieren tan sólo en 0.25, aún en las áreas donde la sensibilidad a pequeños cambios en  $V_{SG}$  es algo extrema.

El estudio presentado por Gómez *et al.* (1999) se fundamentó en el desarrollo de un modelo mecanicista unificado para flujo bifásico que permite la predicción del patrón de flujo, la fracción volumétrica de líquido y la caída de presión, aplicable en un intervalo de ángulos de inclinación que va desde horizontal (0°) hasta flujo vertical ascendente (90°). El modelo está basado en el análisis de los fenómenos físicos asociados al flujo bifásico e incorpora desarrollos recientes en esta área.

Para el patrón de flujo anular se parte del modelo de Alves *et al.* (1988) desarrollado originalmente para flujo vertical o muy inclinado, cuya aplicación se ha extendido a todo el intervalo de ángulos posibles de inclinación (0° a 90°).

$$f_i = f_{SC} \cdot I \quad (3.31)$$

donde  $f_{SC}$  es el factor de fricción superficial del gas. El parámetro de corrección interfacial ( $I$ ), se considera un promedio entre un factor de corrección horizontal y uno vertical, ponderado sobre la base del ángulo de inclinación,  $\beta$ .

$$I_\beta = I_H \cdot \cos^2 \beta + I_V \cdot \sin^2 \beta \quad (3.32)$$

El parámetro de corrección horizontal, propuesto por Henstock y Hanratty (1976), viene dado por:

$$I_H = 1 + 850 \cdot F_A \quad (3.33)$$

donde:

$$F_A = \frac{\left[ (0.707 \cdot \text{Re}_{SL}^{0.5})^{2.5} + (0.0379 \cdot \text{Re}_{SL}^{0.9})^{2.5} \right]^{0.4}}{\text{Re}_{SG}^{0.9}} \cdot \left( \frac{V_L}{V_G} \right) \cdot \left( \frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{0.5} \quad (3.34)$$

El parámetro de corrección vertical, establecido por Wallis (1969), está dado por:

$$I_V = 1 + 300 \cdot \frac{\delta}{D} \quad (3.35)$$

donde  $\delta$  es el espesor de la película de líquido.

### 3.3. FRACCIÓN DE LÍQUIDO ENTRAMPADA POR EL GAS

Para determinar la fracción volumétrica de líquido atrapada en el gas, se emplearon las correlaciones desarrolladas por Wallis (1969), Oliemans *et al.* (1986) y Petalas y Aziz (1997), las cuales se presentan en la Tabla 3.3.

**Tabla 3.3. Correlaciones para estimar la fracción de líquido arrastrada por el flujo de gas**

Correlaciones	Ecuación	Observaciones
Oliemans <i>et al.</i> (1986)	$\frac{Fe}{1-Fe} = 10^{\beta_0} \rho_L^{\beta_1} \rho_G^{\beta_2} \mu_L^{\beta_3} \mu_G^{\beta_4} \sigma^{\beta_5} D^{\beta_6} V_{LS}^{\beta_7} V_{GS}^{\beta_8} g^{\beta_9}$	Los coeficientes $\beta$ fueron ajustados para toda la base de datos que ellos disponían
Petalas y Aziz (1997)	$\frac{Fe}{1-Fe} = 0.735 \left( \frac{\mu_L^2 V_{SG}^2 \rho_G}{\sigma^2 \rho_L} \right)^{0.074} \left( \frac{V_{SG}}{V_{SL}} \right)^{0.2}$	La correlación fue determinada a partir de números adimensionales
Wallis (1969)	$Fe = 1 - e^{(-0.125(\phi-1.5))}$	$\phi$ tiene la forma siguiente: $\phi = 10000 \frac{V_{SG} \mu_G}{\sigma} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0.5}$

Oliemans *et al.* (1986) compararon los resultados obtenidos por las correlaciones de Hughmark (1973), Whalley y Hewitt (1978) y Hanrraty y Asalis (1983), con la base de datos de Harwell, obteniendo que estos no fueron satisfactorios, por lo tanto proponen una nueva correlación que considera las propiedades principales de la fase gaseosa y la líquida. Los coeficientes  $\beta$ , fueron ajustados de dos forma, la primera fue a partir de toda la base de datos y la segunda subdividiendo esta de acuerdo al número de Reynolds de la fase gas. Los resultados se presentan en la Tabla 3.4.

**Tabla 3.4 Parámetros  $\beta$  empleados en la correlación de Oliemans *et al.* (1986)**

Coeficientes	Toda la data		Rangos del número de Reynolds					
	Coef. estimado	Error estándar	100 300	300 1000	1000 3000	3000 10 <sup>4</sup>	10 <sup>4</sup> 3*10 <sup>4</sup>	3*10 <sup>4</sup> 10 <sup>5</sup>
$\beta_0$	-2.52	0.40	-0.69	-1.73	-3.31	-8.27	-6.38	-0.12
$\beta_1$	1.08	0.05	0.63	0.94	1.15	0.77	0.89	0.45
$\beta_2$	0.18	0.06	0.96	0.62	0.40	0.71	0.70	0.25
$\beta_3$	0.27	0.04	-0.80	-0.63	-1.02	-0.13	-0.17	0.86
$\beta_4$	0.28	0.11	0.09	0.50	0.46	-1.18	-0.55	-0.05
$\beta_5$	-1.80	0.08	-0.88	-1.42	-1.00	-0.17	-0.87	-1.51
$\beta_6$	1.72	0.05	2.45	2.04	1.97	1.16	1.67	0.91
$\beta_7$	0.70	0.03	0.91	1.05	0.95	0.83	1.04	1.08
$\beta_8$	1.44	0.05	-0.16	0.96	0.78	1.45	1.27	0.71
$\beta_9$	0.46	0.03	0.86	0.48	0.41	-0.32	0.07	0.21
Nº Puntos	727		40	206	224	76	102	74

Oliemans *et al.* destacan que algunas de las variables físicas incluidas en el banco de datos experimentales muestran ninguna o muy poca variación y considera que variables como los efectos de entrada, la expansión del gas y la medición de la fracción atrapada necesitan ser vigiladas estrechamente al realizar estudios del atrapamiento de líquido, esto con el fin de evitar posibles inconsistencias.

Petalas y Aziz (1997) proponen a través de una aproximación de Newton-Raphson en dos dimensiones, una correlación para la fracción volumétrica de líquido atrapada en el gas ( $F_e$ ), generadas a partir de una base de datos que contiene aproximadamente 1000 puntos, con ángulos de inclinación que van desde  $-90^\circ$  hasta  $90^\circ$ .

Wallis (1969) desarrolló una correlación para determinar la fracción volumétrica de líquido atrapada en el gas, considerando los esfuerzos viscosos, la densidad de los fluidos y la velocidad con la cual viaja la fase gas.

# **CAPITULO IV :**

# **METODOLOGÍA**

## 4. METODOLOGÍA

### 4.1. RECOPIACIÓN DE DATOS

La base de datos experimentales empleada para la evaluación del modelo propuesto en esta investigación contiene aproximadamente 240 puntos, que los científicos consideraron flujo anular. En la Tabla 4.1 se presenta para cada grupo de datos las condiciones operacionales, propiedades promedio de los fluidos, el diámetro y la rugosidad absoluta de la tubería.

**Tabla 4.1 Resumen de las propiedades promedio de los líquidos en la base de datos**

Líquido / Identif.	$\rho_L$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho_G$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\mu_L^*$ [Pa.s]	$\mu_G$ [Pa.s]	$\sigma$ [N/m]	D [m]	$\varepsilon$ [m]	T [°C]	P [kPaa]	Fuente	# Datos
Kerosén	799	1.75	0.001	$1.8 \cdot 10^{-5}$	0.030	0.0508	0	24	137	INTEVEP N6	5
P-150	878	2.29	0.410	$1.8 \cdot 10^{-5}$	0.031	0.0508	0	24	195	INTEVEP N6	14
P-320	889	1.99	0.995	$1.8 \cdot 10^{-5}$	0.032	0.0508	0	24	167	INTEVEP N6	7
ST-96	999	1.29	0.001	$1.8 \cdot 10^{-5}$	0.073	0.0261	0	16	340	STANFORD	5
ST-28/291	821	1.26	0.003	$1.8 \cdot 10^{-5}$	0.028	0.0237	6.4E-05	23	206	STANFORD	12
ST-23	838	2.49	0.077	$1.8 \cdot 10^{-5}$	0.031	0.0266	1.7E-03	23	305	STANFORD	3
ST-184	801	1.29	0.001	$1.8 \cdot 10^{-5}$	0.024	0.0381	1.2E-03	38	357	STANFORD	12
ST-187	852	1.29	0.033	$1.8 \cdot 10^{-5}$	0.035	0.0381	1.2E-03	13	350	STANFORD	5
ST-199	997	1.29	0.001	$1.8 \cdot 10^{-5}$	0.073	0.0455	0	23	204	STANFORD	73
ST-24-1	815	1.29	0.009	$1.8 \cdot 10^{-5}$	0.027	0.0508	3.0E-05	25	260	STANFORD	36
ST-25-1	816	1.44	0.002	$1.8 \cdot 10^{-5}$	0.027	0.091	1.7E-05	27	207	STANFORD	6
ST-25-2	902	1.54	0.023	$1.8 \cdot 10^{-5}$	0.027	0.091	1.7E-05	23	213	STANFORD	6
AND-1	1000	3.35	0.001	$1.8 \cdot 10^{-5}$	0.073	0.025	0	21	279	TULSA	7
AND-2	1100	1.22	0.005	$1.8 \cdot 10^{-5}$	0.071	0.025	0	18	102	TULSA	12
AND-3	1160	1.20	0.016	$1.8 \cdot 10^{-5}$	0.068	0.025	0	20	101	TULSA	17
AND-4	1220	1.21	0.070	$1.8 \cdot 10^{-5}$	0.066	0.0252	0	21	102	TULSA	5
MUK-BEG	865	4.99	0.001	$1.8 \cdot 10^{-5}$	0.04	0.038	0	34	437	TULSA	12
AND-7	1219	1.23	0.080	$1.8 \cdot 10^{-5}$	0.066	0.0953	0	22	10	TULSA	3

Los tres primeros grupos de datos pertenecen a un sistema de 2 pulgadas de diámetro (26 puntos en total), adquiridos en PDVSA Intevep (Intevep N6), el sistema bifásico fue formado por aire y aceites lubricantes Puro lub 150 (P-150), Puro lub 320 (P-320), además de kerosén. También, se contó con la base de datos creada en la Universidad de Stanford (158 puntos), la cual contiene una recopilación de datos de la Universidad de Calgary y diferentes compañías, y la base de datos recopilada en la Universidad de Tulsa (56 puntos), la cual contiene diámetros de tuberías desde 1 pulgada hasta 5,6 pulgadas, viscosidad del líquido entre 1 y 80 cP, y dos tipos de fluidos gaseosos: aire y gas natural.

## 4.2. ANÁLISIS ESTADÍSTICO

Para la evaluación realizada sobre el desempeño del modelo desarrollado en esta investigación, se procedió a determinar la desviación existente entre la predicción del gradiente de presión del modelo y el valor medido durante la realización del experimento. El análisis estadístico, comienza con el cálculo de la desviación entre el valor estimado  $VE$  y el medido  $VM$ , (ver ecuación (4.1)):

$$D_i = \frac{VE_i - VM_i}{VM_i} \cdot 100\% \quad (4.1)$$

La desviación absoluta  $D_i$  calculada para todos los datos disponibles, es sometido a un análisis estadístico, donde se calcula la media aritmética  $E_1$  de las desviaciones  $D_i$  y la desviación estándar  $E_3$ . Las desviaciones reportadas en el capítulo de discusión de resultados, a través de representaciones gráficas corresponden a la media aritmética de las desviaciones absolutas obtenidas para cada modelo ( $E_2$ ), por ser considerado uno de los principales parámetros para determinar la capacidad de predicción de un modelo.

$$E_1 = \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{n} \quad (4.2)$$

$$E_2 = |E_1| \quad (4.3)$$

donde  $n$  es el número de datos experimentales.

$$E_3 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (D_i)^2}{n-1}} \quad (4.4)$$

El desempeño del modelo desarrollado en esta investigación para la predicción del gradiente de presión en tuberías horizontales, se comparó con el obtenido por otros 6 modelos desarrollados, a través de un factor de desempeño ( $PF$ ) que está basado en una combinación de diferentes definiciones de errores y desviaciones que se cometen en la predicción de una variable, tal y como lo recomiendan Ansari *et al.* (1994) y García *et al.* (2003).

---

$$PF = \frac{|E_1| - |E_{1\min}|}{|E_{1\max}| - |E_{1\min}|} + \frac{E_2 - E_{2\min}}{E_{2\max} - E_{2\min}} + \frac{E_3 - E_{3\min}}{E_{3\max} - E_{3\min}} + \frac{|E_4| - |E_{4\min}|}{|E_{4\max}| - |E_{4\min}|} + \frac{E_5 - E_{5\min}}{E_{5\max} - E_{5\min}} + \frac{E_6 - E_{6\min}}{E_{6\max} - E_{6\min}} \quad (4.5)$$

Donde ( $E_1$ ) es la media aritmética de las desviaciones obtenidas para cada modelo, ( $E_2$ ) es el valor absoluto de la media aritmética determinada, ( $E_3$ ) es la desviación estándar, ( $E_4$ ) es la desviación estándar entre los valores predichos y los valores experimentales, ( $E_5$ ) es el error promedio absoluto, ( $E_6$ ) es la desviación estándar del error, todos estos errores definidos se determinan como:

$$E_4 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (VE_i - VM_i) \quad (4.6)$$

$$E_5 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |(VE_i - VM_i)| \quad (4.7)$$

$$E_6 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (VE_i - VM_i)^2} \quad (4.8)$$

La media aritmética de las desviaciones absolutas obtenidas para cada modelo ( $E_1$ ) es una medida que indica el grado de la incertidumbre entre el valor predicho y el valor medido. En forma similar, el valor absoluto de la media aritmética determinada ( $E_2$ ) es una medida de la incertidumbre entre el valor predicho y el valor medido. Sin embargo, este parámetro no permite que valores sobrepredichos o subpredichos se cancelen. La desviación estándar del error porcentual ( $E_3$ ) indica cuán disperso se encuentra el error del promedio. La desviación cuadrada de los errores promedios ( $E_4$ ) indica cuán dispersa se encuentra la predicción de los datos experimentales y el parámetro estadístico ( $E_5$ ) y ( $E_6$ ), se diferencian del resto en que ellos están basados en los errores relativos del gradiente de presión por unidad de longitud. El valor mínimo y máximo que puede alcanzar el factor de desempeño  $PF$  se encuentra entre 0 y 6, correspondiente al mejor y el peor modelo que predice el gradiente de presión, respectivamente. [García *et al.* (2003)]

**CAPITULO V :**  
**DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

## 5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En el presente capítulo se encuentra el comportamiento de algunos de los parámetros involucrados en el estudio del patrón de flujo anular, como el factor de fricción del líquido con la pared e interfacial ( $f_{wb}$ ,  $f_i$ ) y la fracción de líquido arrastrada por el gas ( $Fe$ ). Para ello lo primero que se hizo fue estudiar un diferencial finito de volumen de control, aplicando balances de masa y cantidad de movimiento; en los cuales se incluyó el efecto de excentricidad ( $e$ ) del flujo de gas en el anillo de líquido mediante manipulaciones matemáticas.

### *Estudios de Excentricidad*

Para incluir el efecto de excentricidad en la ecuación de cantidad de movimiento se tomo como referencia la tesis de González (1998), quien trabaja con un sistema de coordenadas generado a partir de una transformación bilineal conforme. Este modelo fue modificado para hacerlo aplicable al caso en estudio, donde por efecto de las fuerzas viscosas y las fuerzas gravitacionales el flujo anular se traslada como un anillo excéntrico, siendo delgada la película de líquido en el tope de la tubería y grueso en la parte inferior, tal y como se aprecia en la Figura 5.1.

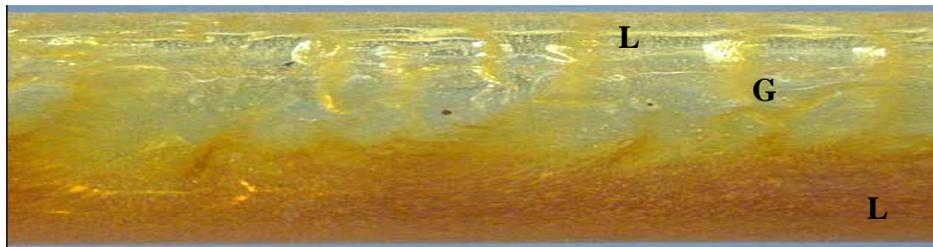


Figura 5.1 Excentricidad del flujo anular.

A partir de los experimentos realizados en PSVSA-Intevep mencionados en la Tabla 4.1, de los cuales se tienen videos y fotografías, se observó que el modelo de flujo anular describe lo que ocurre experimentalmente, donde al incrementar la velocidad superficial de gas, manteniendo constante la velocidad superficial del líquido el modelo excéntrico converge al concéntrico y la excentricidad tiende a un valor de cero, tal y como se observa en la Figura 5.2.

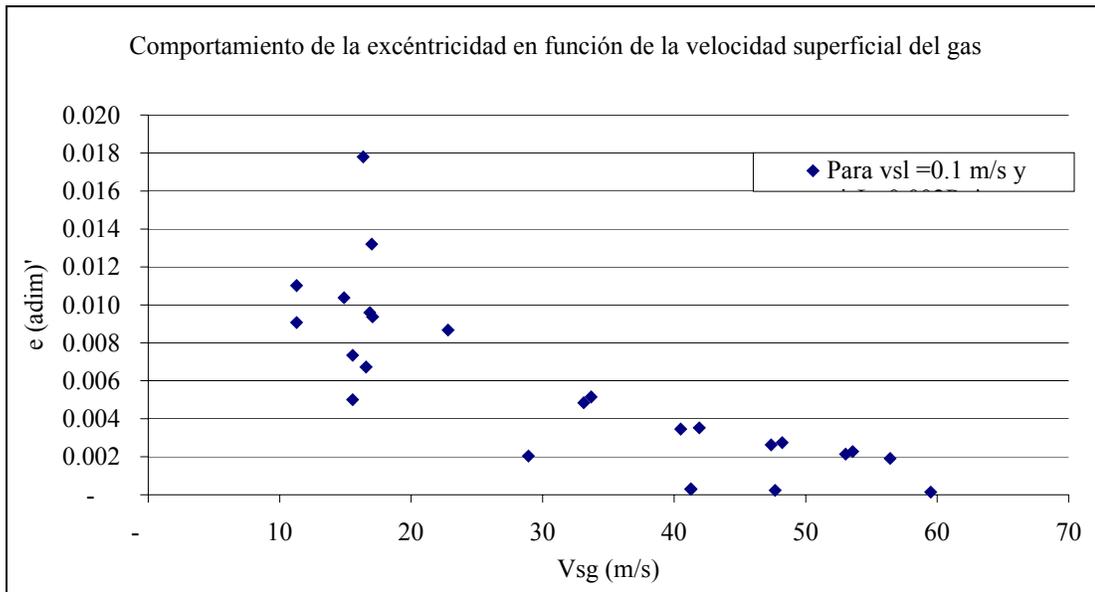


Figura 5.2 Comportamiento de la excentricidad al aumentar la velocidad superficial del gas.

Se evaluó el modelo de flujo anular forzando que la excentricidad sea igual a cero y considerando el efecto de excentricidad; como resultado se obtuvo que la desviación en la predicción del gradiente de presión en la tubería y entre ambos modelos fue inferior a  $\pm 1\%$  (ver Figura 5.3).

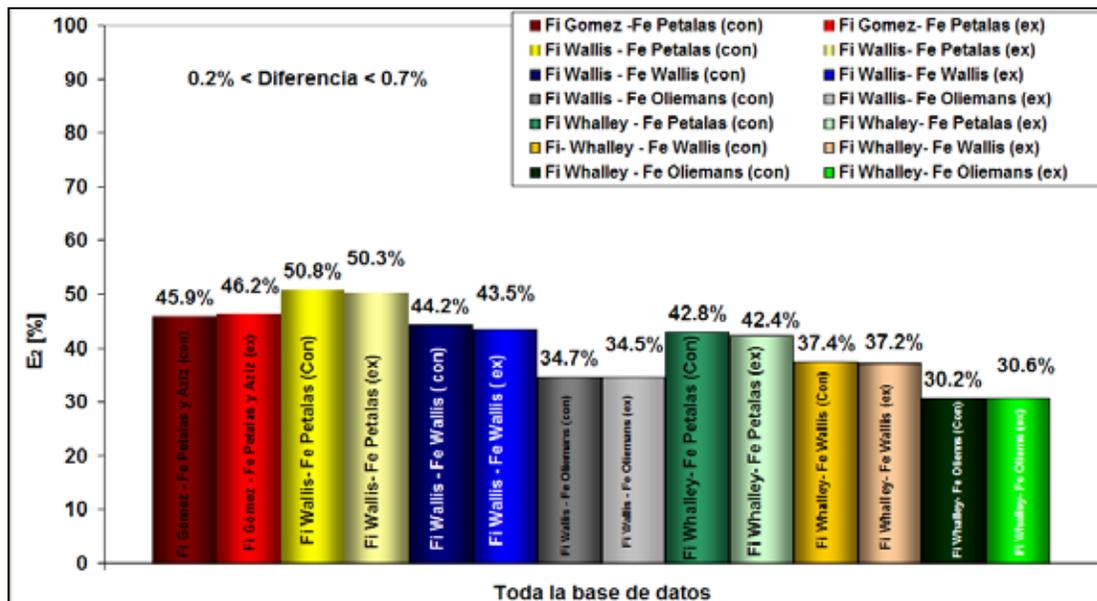


Figura 5.3 Efecto de la excentricidad sobre la desviación en la predicción del gradiente de presión.

Para corroborar el impacto de la excentricidad del fluido sobre el gradiente de presión en la tubería se analizó una muestra aleatoria de 10 puntos de la base de datos, con la muestra seleccionada se vario la excentricidad del fluido desde una excentricidad máxima, tomada como la diferencia entre el radio de la tubería y el radio formado por el flujo de gas que viaja en el centro del líquido (Ver Figura 5.4), hasta el caso

concéntrico donde la excentricidad es cero. En la muestra tomada la desviación relativa máxima en la predicción del gradiente de presión fue de 0.8% y en promedio la desviación obtenida fue de 0.35%. Los resultados obtenidos indican que el efecto de excentricidad para el patrón de flujo anular no afecta de forma considerable el gradiente de presión en la tubería. Sin embargo se recomienda su uso en trabajos futuros, porque experimentalmente se ha verificado que el flujo anular puede ser excéntrico para alta viscosidad del líquido y algunas condiciones de operación.

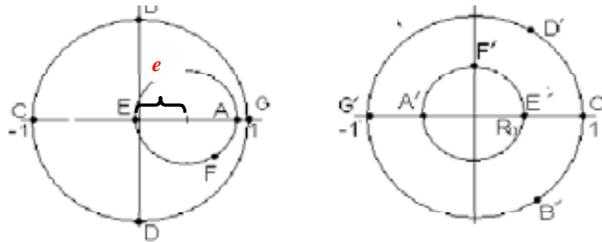


Figura 5.4 Consideración del efecto de excentricidad.

#### *Factor de fricción del líquido con la pared*

Para determinar el factor de fricción del líquido con la pared, generalmente se emplean correlaciones desarrolladas para flujo monofásico líquido, tal como son la ecuación de Colebrook (1939) o simplificaciones de dicha ecuación; sin embargo en esta investigación se evaluó el desempeño de la correlación de Davis (1943) desarrollada para flujo entre tuberías anulares — presentada por Knudsen y Katz (1958)— y correlaciones para flujo bifásico como la de Ouyang y Aziz (1996) o la desarrollada en esta investigación a partir de la base de datos presentada en la Tabla 4.1. A continuación solo se presentará el desempeño de las correlaciones en los casos donde la desviación en el gradiente de presión en la tubería obtenido fue inferior a 60%, ver Figura 5.5.

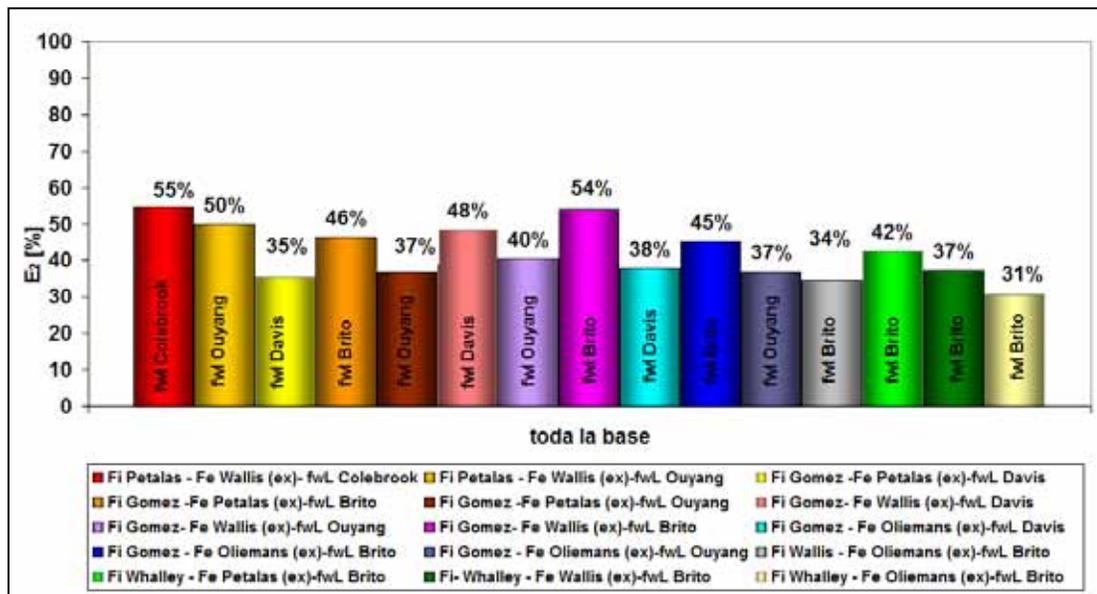


Figura 5.5 Desviaciones del gradiente de presión con diferentes factor de fricción del liquido con la pared de la tubería.

La correlación que presentó menor desviación en la predicción del gradiente de presión fue la desarrollada en esta investigación lo cual era de esperarse ya que se desarrollo a partir de la base de datos con la que se está realizando la evaluación.

Es importante resaltar que la disminución del error en la predicción del gradiente de presión va a depender también de las correlaciones utilizadas para el factor de fricción interfacial y la fracción de líquido arrastrada por el gas; más adelante se presentarán en detalle los resultados obtenidos con las diferentes correlaciones empleadas para estas relaciones de clausuras.

*Factor de fricción interfacial*

Se probaron aproximadamente 6 correlaciones para determinar el factor de fricción interfacial cuando el patrón de flujo es anular, encontrando que dependiendo de las condiciones de operación la correlación de Grolman *et al.* (1997) varía entre  $10^{-4}$  y  $10^5$ , ver Figura 5.6. De acuerdo a la investigación realizada por Grolman *et al.* (1997), su correlación tiende a ser inestable para velocidades bajas del flujo de gas, hecho que se corrobora en esta investigación.

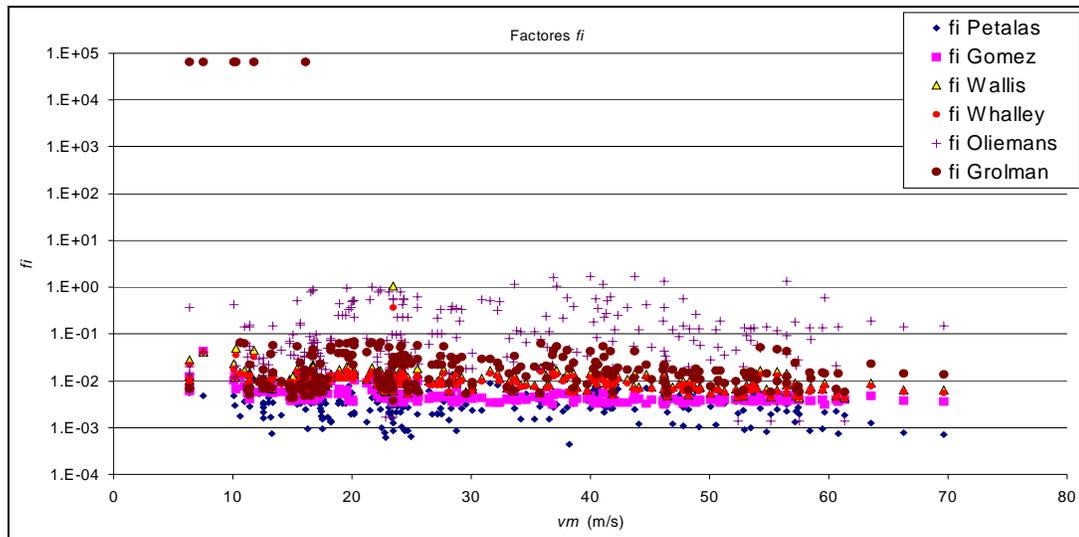


Figura 5.6 Correlaciones del factor de fricción interfacial en función de las velocidades de mezcla.

La correlación desarrollada por Oliemans *et al.* (1986), presentan errores en la predicción del gradiente de presión que superan el 100%, este hecho hizo que se descartaran tanto la correlación de Grolman *et al.*, como la de Oliemans *et al.* para ser empleada en el modelo desarrollado en esta investigación.

En la Figura 5.7 se presentan las desviaciones obtenidas en la predicción del gradiente de presión en la tubería al aplicar las correlaciones del factor de fricción interfacial de Gómez *et al.* (1999), Petalas y Aziz. (1997), Wallis. (1969) y Whalley y Hewitt. (1978). De la comparación realizada se obtuvo que las mejores predicciones del gradiente de presión son las de Wallis y la de Whalley y Hewitt.

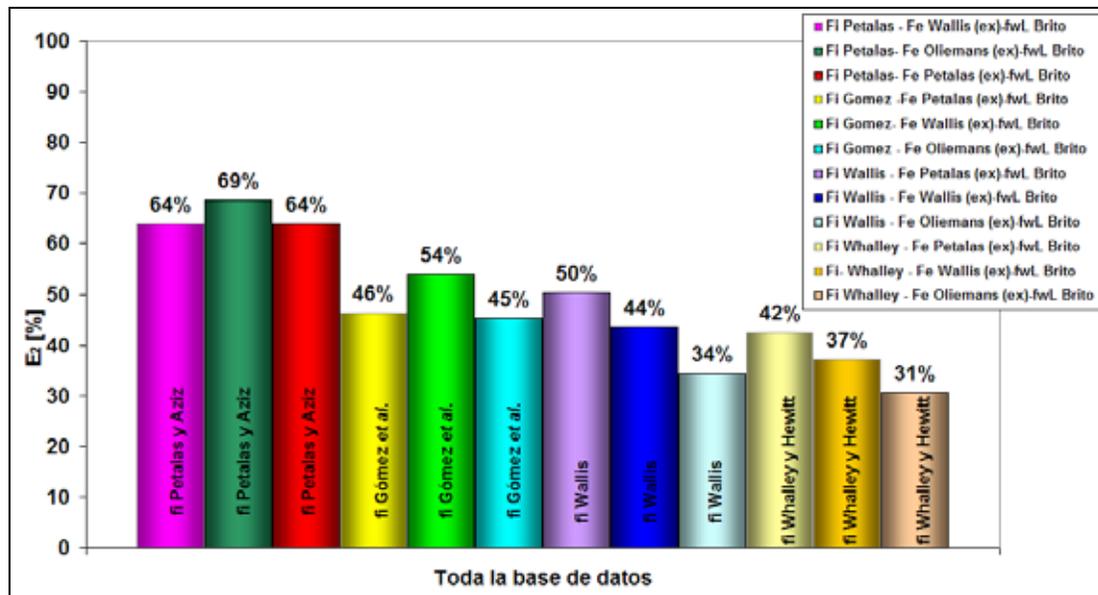


Figura 5.7 Desviación de la predicción del gradiente de presión en la tubería con el modelo Intevp 2004, para diferentes correlaciones del factor de fricción interfacial.

Whalley y Hewitt (1978), observaron que el valor constante “C” de 4 empleado por Wallis, para la correlación del factor de fricción interfacial (ver Tabla 3.2) era muy grande, en particular cuando se trata de sistemas de alta presión, por eso proponen emplear una correlación para el factor constante “C” a partir de una relación de densidades que reduce el error en la predicción del gradiente de presión en un factor de 10 (de acuerdo a su base de datos). Como con la base de datos que se disponía en esta investigación se manejan bajas presiones (inferiores a 644 Pa<sub>a</sub>), y los resultados en la predicción del gradiente de presión son similares al utilizar la correlación de Wallis (1969) y la de Whalley y Hewitt (1978), se utilizará en el modelo el factor de fricción interfacial de Whalley y Hewitt (1978).

#### *Fracción de líquido arrastrada por el gas*

En el caso de las tres correlaciones empleadas para determinar la fracción de líquido arrastrada por el gas, se comparó la desviación promedio de la predicción del gradiente de presión, obteniendo que presenta un mejor desempeño la correlación de Oliemans *et al.* (1986), tal y como se observa en la Figura 5.8.

---

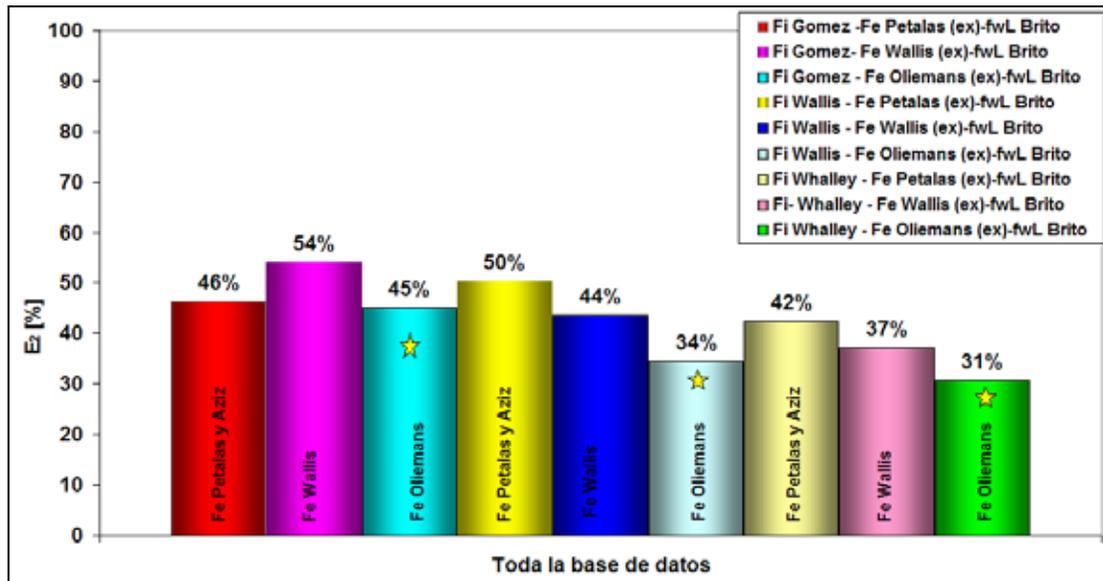


Figura 5.8 Desviación de la predicción del gradiente de presión en la tubería con el modelo Intevp 2004, para diferentes correlaciones de la fracción de líquido arrastrada por el gas.

Oliemans *et al.* se abstiene de emitir alguna interpretación a los resultados obtenidos con su correlación, ya que no disponía de un modelo físico para el momento que la desarrollo, adicionalmente recomienda tener un mejor control sobre variables como: el efecto de la expansión del gas y la medición de la fracción de líquido atrapada al momento de estudiar este efecto en particular. En la Figura 5.8 se presentan las

mejores combinaciones existentes entre el factor de fricción interfacial y la fracción de líquido arrastrada por el gas; la mejor combinación obtenida fue la de el factor de fricción interfacial de Whalley y Hewitt, 1978 y la correlación de la fracción de líquido atrapada por el gas de Oliemans *et al.*, hecho que se verifica al determinar el factor de desempeño del modelo con las diferentes relaciones de clausuras, ver Tabla 5.1.

---

Tabla 5.1. Combinación de Parámetros Estadísticos para la selección

Combinación de las correlaciones utilizadas	Parámetros Estadísticos						
	FP	E1 [%]	E2 [%]	E3 [%]	E4 [Pa/m]	E5 [Pa/m]	E6 [Pa/m]
$f_i$ Wallis - Fe Oliemans (ex)	0.05	-9.66	30.87	39.47	-374.10	895.24	1860.8
$f_i$ Whalley - Fe Oliemans (ex)	0.07	-18.76	31.43	34.81	-535.67	876.47	1804.4
$f_i$ Wallis - Fe Wallis (ex)	0.08	-1.53	38.19	50.20	-18.92	1182.33	2799.3
$f_i$ Whalley - Fe Petalas (ex)	0.08	-8.33	39.00	46.86	-194.19	1126.11	2434.5
$f_i$ Whalley - Fe Wallis (ex)	0.09	-14.36	36.64	42.29	-302.74	1090.63	2410.9
$f_i$ Wallis - Fe Petalas (ex)	0.10	4.34	43.35	55.96	105.64	1263.80	2938.9
$f_i$ Gomez - Fe Oliemans (ex)	0.14	-46.35	47.09	22.31	-982.76	1033.83	1886.9
$f_i$ Gomez - Fe Petalas (ex)	0.15	-48.90	48.90	17.61	-1115.64	1115.64	1976.5
$f_i$ Gomez - Fe Wallis (ex)	0.18	-56.55	56.60	17.88	-1191.12	1198.49	2061.0
$f_i$ Petalas - Fe Petalas (ex)	0.24	-65.01	65.43	23.25	-1414.08	1423.04	2498.6
$f_i$ Petalas - Fe Wallis (ex)	0.24	-66.07	66.10	20.18	-1446.85	1448.34	2528.4
$f_i$ Petalas - Fe Oliemans (ex)	0.27	-69.71	69.90	19.85	-1584.19	1587.27	2774.0
$f_i$ Grolman - Fe Wallis (ex)	1.13	92.70	123.07	340.05	3849.83	4227.65	13954.8
$f_i$ Grolman - Fe Petalas (ex)	1.20	119.21	137.50	339.99	4108.65	4381.51	13544.1
$f_i$ Grolman - Fe Oliemans (ex)	1.40	142.17	164.96	357.34	4978.52	5244.28	15586.8
$f_i$ Oliemans - Fe Oliemans (ex)	2.95	430.14	434.38	391.10	10761.07	10978.91	29119.2
$f_i$ Oliemans - Fe Petalas (ex)	5.28	727.06	732.45	897.17	18046.15	18207.64	47245.3
$f_i$ Oliemans - Fe Wallis (ex)	6.00	752.88	754.92	917.89	21529.24	21678.60	67006.2

*Comparación entre algunos modelos empleados para determinar gradiente de presión en la tubería*

Los modelos mecanicistas utilizados para predecir el gradiente de presión en la tubería y compararlos con los valores experimentales de la base de datos fueron los modelos de Gómez *et al.* (1999), Xiao *et al.* (1990), Holden (2000), Ouyang (1998) y Padrino *et al.* (2002) y los modelos correlacionados de Dukler *et al.* (1964), Beggs y Brill (1973) y García *et al.* (2002). Si comparamos los errores obtenidos en la predicción del gradiente de presión, por los modelos que actualmente se utilizan en el diseño y evaluación de líneas de flujo, se observa que los errores superan el 50% en casi todos los casos de los modelos mecanicistas y se encuentran en el orden del 30% en las desviaciones obtenidas por las correlaciones de Dukler *et al.* (1964) y García *et al.* (2002).

En la Figura 5.9. se presenta el desempeño de dichos modelos y se adiciona el modelo desarrollado en esta investigación (llamado: MM Brito (2004)), en donde se mejora la predicción del gradiente de presión en la tubería con las consideraciones realizadas en el modelo aquí desarrollado, obteniéndose un error en la predicción del gradiente de presión similar al de las correlaciones de Dukler *et al.* (1964) y García *et al.* (2002), el cual es de aproximadamente 30%.

La correlación de Dukler *et al.* (1964) se generó a partir de una base de datos de aproximadamente 400 puntos y en la misma investigación la evalúan con un total de datos experimentales de 2400 puntos, en el caso de la correlación de García *et al.* (2002) desarrollan la correlación a partir de la base de datos utilizada en esta investigación y presentada en la sección 4.1.

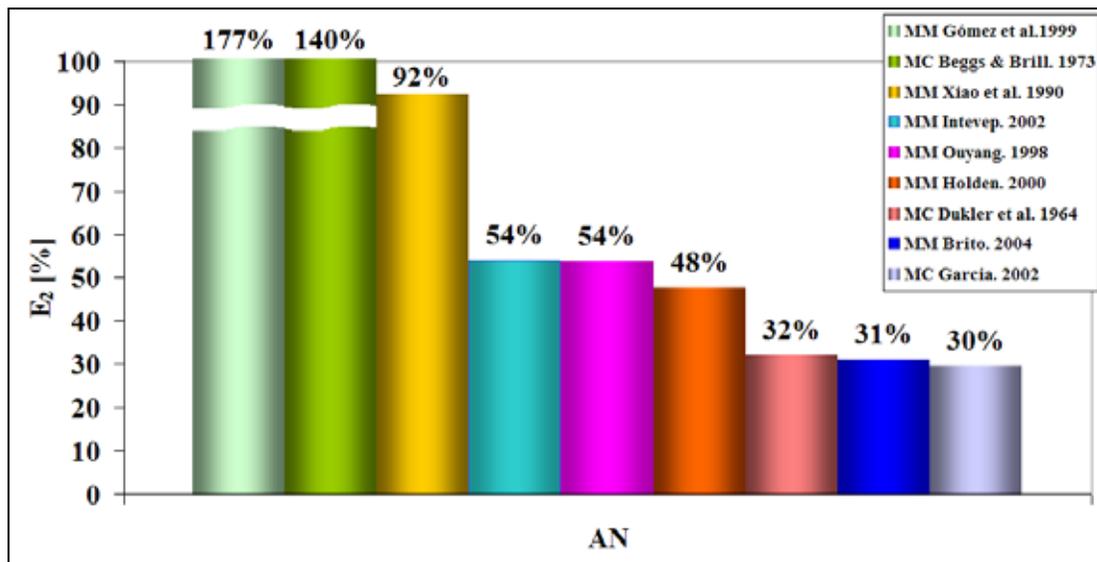


Figura 5.9 Desviación en la predicción del gradiente de presión en la tubería obtenida a partir de los modelos mecanicistas estudiados.

La desviación en la predicción del gradiente de presión se redujo en 17%, en relación al modelo mecanicista de Holden (2000), modelo que mejor predice el gradiente de presión en la tubería de los cinco modelos mecanicistas estudiados y un 23%, respecto al modelo Intevp (2002) y Ouyang (1998).

**CAPITULO VI :**  
**CONCLUSIONES , RECOMENDACIONES**  
**Y REFERENCIAS**

## 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Al comparar el desempeño del modelo propuesto en esta investigación, en el cual se considera el efecto de la excentricidad del fluido y 72 combinaciones diferentes entre las relaciones de clausuras para determinar la fracción de líquido arrastrada por el gas y el factor de fricción tanto del líquido con la pared como el interfacial, puede concluirse que:

- El efecto de excentricidad en la predicción del gradiente de presión en la tubería horizontal no afecta en forma considerable, la desviación absoluta respecto a los datos experimentales fue inferior a 1%.
- Las ecuaciones desarrolladas para considerar la excentricidad del flujo anular, tiene como limite el caso donde la excentricidad es cero o flujo concéntrico.
- De las 72 combinaciones realizadas entre las relaciones de clausuras (4 correlaciones para el factor de fricción líquido-pared, 6 para el factor de fricción interfacial, 3 para la fracción de líquido arrastrada por el gas), la mejor combinación fue la correlación desarrollada por Whalley & Hewitt (1978) para determinar el factor de fricción interfacial, la correlación de Oliemans et al. (1998) para determinar la fracción de líquido arrastrada por el gas y la de Brito (2004) para el factor de fricción líquido - pared.
- En el flujo anular en tubería no la correlación de Colebrook (1939) no presentó buenos resultados, hecho de esperarse debido a que el comportamiento del flujo bifásico es diferente.
- El modelo mecanicista propuesto es un modelo robusto, que fue probado con una amplia base de datos y obteniendo convergencia en todo momento.

Por otra parte, al contrastar el desempeño del modelo desarrollado en esta investigación con las predicciones para gradiente de presión de los modelos de Gómez *et al.* (1999), Xiao *et al.* (1990), Holden (2000), Ouyang (1998) y Padrino *et al.* (2002), con la base de datos conformada por datos de la Universidad de TULSA, Stanford y PDVSA-Intevep, se puede establecer lo siguiente:

---

- La desviación en la predicción del gradiente de presión se redujo en 17%, en relación al modelo de Holden (2000) que era el modelo mecanicista que mejor predice el gradiente de presión en la tubería y con respecto a los modelos de Gómez *et al.* (1999), Xiao *et al.* (1990), Ouyang (1998) y Padrino *et al.* (2002), la mejora en la predicción del gradiente de presión vario entre un 23% y un 100%.
- Aunque se obtuvieron mejoras en la predicción del gradiente de presión en la tubería aun la desviación promedio es de 30%, similar a la obtenida por las correlaciones de Dukler *et al.* 1964 y García *et al.* 2002, lo que indica que aun queda mucho que investigar en esta área.

De acuerdo a la investigación realizada se recomienda:

- Dedicar esfuerzos a mejorar las relaciones de clausuras que en este se emplean —factores de fricción líquido - pared tubería e interfacial, y fracción de líquido arrastrada por el gas—.
  - Evaluar la importancia del efecto de arrastre y deposición de gotas en la interfaz líquido – gas.
  - Incluir el efecto de la compresibilidad del gas en el modelo, siendo más riguroso en el desarrollo del mismo. Para así obtener una mejor predicción del gradiente de presión en la tubería.
-

## 7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Andritos, N.; Hanratty, T. (1987) *Influence of Interfacial Waves in Stratified Gas-Liquid Flows*. March, 1987, Vol.33, N° 3, pp.444-454.

Ansari, A.; Sylvester, N.; Sarica, C.; Shoham, O.; Brill, J. (1994) *A Comprehensive Mechanistic Model for Upward Two-Phase Flow in Wellbores*. *SPE Production & Facilities J.*, pp. 142-152.

Barnea, D. (1986) *Transition from Annular Flow and from Dispersed Bubble Flow – Unified Models for the Whole Range of Pipe Inclination*. *Int. J. Multiphase Flow*. Vol. 12, N° 5, pp. 733-744.

Barnea, D.(1990) *On the Effect of Viscosity on Stability of Stratified Gas – Liquid Flow Application to Flow Pattern Transition at Various Pipe Inclinations*. *Chem. Eng. Sci.* Vol. 46, pp. 2123-2131.

Beggs, H.D.; Brill, J.P. (1973) *A Study of Two-Phase Flow in Inclined Pipes*. *J. Of Petroleum Technology*. Vol. 25, N° 5, pp. 607-617.

Chen, X. (1997) *Gas-Liquid Stratified- Wavy Flow in Horizontal Pipelines*. *Journal of Energy Resources Tecnology*. December 1997, Vol.119. pp. 209-216.

Churchill, R. (1968) *Teoría de Funciones de Variable Compleja*. McGraw-Hill Book Company. Segunda Edición, Madrid- España 1968.

Comité de Investigaciones Aeronáuticas.[C.I.A] (1965) *Modern Developments in Fluid Dynamics*. Dover Publications. New York. Vol. 1. pp. 91-105.

Colebrook, C. F. (1939) *Turbulent Flows in Pipes with Particular Reference to the Transition Region between Smooth and Rough Pipe Laws*. *Journal of Inst. of Civil Engineering*. London. Vol. 11. pp. 133-156.

Crowley, C.; Rothe, P. (1986) *State of the Art Report on Multiphase Methods for Gas and Oil Pipeline*. V.3: Theoretical Supplement, Preparado por el proyecto PR-172-609 of Pipeline Research Comité, A.G.A.

---

Dukler, A.E., Wicks III, M.; Cleveland, R.G. (1964) *Frictional Pressure Drop in Two-Phase Flow: B. An Approach through Similarity Analysis*. *AIChE Journal*, Vol. 10, January, pp. 44-51.

García, F.; Gracia, R.; Padrino, J.; Mata, C.; Trallero, J.; Joseph, D. (2003) *Power Law and Composite Power Law Friction Factor Correlations for Laminar and Turbulent Gas-Liquid Flow in Horizontal Pipelines*. *Int. J. Multiphase Flow*. Vol. 29, pp. 1605-1624.

Gómez, L.; Shoham, O.; Schmidt, Z.; Chokshi, R.; Brown, A.; Northung, T. (1999) A Unified Model for Steady State Two-Phase Flow in Wellbores and Pipelines. SPE 56520. En The 1999 SPE Technical Conference and Exhibition, Houston, Texas; October 3 – 6.

González, J. (1998) *Non-Dimensional Coordinate System Suitable to Study Flow Between Two Concentric or Eccentric Cylinders*. MSc Thesis. The Graduate School. The University of Pittsburgh. pp. 84.

Grolman, E.; Fortuin, J. (1997) *Gas-Liquid in Slightly inclined pipes*. *Chemical Engineering Science*. Vol.52, N°.24, pp.4461-4471.

Mata, C. (2000), *Brief Report of Activities in the University of Minnesota*, week of Nov 12. PDVSA-INTEVEP, comunicación interna.

Nikuradse, J. (1933) *Strömungsgesetze in rauhen Rohren*. Ver. Dtsch. Ing. Forschungsh. Vol. 361.

Oliemans, R.; Pots, B.; Trompé. (1985) *Modelling of Annular Dispersed Two-Phase Flow in Vertical Pipes*. *Int. J. Multiphase Flow* 12, N° 5. pp 711-732

Ouyang, L. B.; Arbabi, S.; Petalas, N.; Aziz, K. (1998) *Analysis of Horizontal Well Experiments – Experiments conducted by Marathon Oil for Stanford University's SUPRI-HW Program*. Technical Report for Members of the Reservoir Simulation Industrial Affiliates Program (SUPRI-B) and Horizontal Well Industrial Affiliates Program (SUPRI-HW), Stanford University, CA. pp. 72

---

Padrino, J. C., Pereyra, E., Brito, A., Garcia, F., Cardozo, M. L., Ortega, P., Colmenares, J., Trallero, J. L. (2002). *Modelo para la Predicción del Gradiente de Presión en Pozos y Tuberías Horizontales – Parte I*. INT-09508,2002.

Pereyra, E.; Mata, C.; Pereira, A.; Trallero, J. (2001) *Algoritmo para predecir las transiciones entre patrones de flujo gas - líquido en tubería horizontal*. INT-8783, 2001. PDVSA INTEVEP. Los Teques.

Petalas, N.; Aziz, K. (1997) *A Mechanistic Model for Stabilized Multiphase Flow in Pipes*. Technical Report for Members of the Reservoir Simulation Industrial Affiliates Program (SUPRI-B) and Horizontal Well Industrial Affiliates Program (SUPRI-HW), Stanford University, CA.

Rovinsky, J.; Brauner, N.; Maron, M. (1996) *Analytical Solution for Laminar Two-Phase Flow in a Fully Eccentric Core-Annular Configuration*. Int. Journal Multiphase Flow. April 1996, Vol.23, N° 3, pp. 523-543.

Shoham O. (1982) *Flow pattern transition and characterization in gas-liquid two phase flow in inclined pipes*, Ph. D. Dissertation, Tel-A-Viv University, Israel.

Shoham O. (1998) *Two phase Flow Modeling* course notes, Tulsa University, Tulsa.

Taitel, Y.; Dukler, A. (1976) *A Model for Predicting Flow Regime Transition in Horizontal and Near Horizontal Gas-Liquid Flow*. AIChE Journal. Vol. 22, N° 1, pp. 47-55.

Wallis, G. (1969) *One-Dimensional Two-Phase Flow*. McGraw-Hill.

Xiao, J. J.; Shoham, O.; Brill, J. P. (1990) *A Comprehensive Mechanistic Model for Two-Phase Flow in Pipelines*. En The 65<sup>th</sup> SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, LA. Paper SPE 20631. pp. 167 – 180. September 23 – 26.

---

**CAPITULO VII :**  
**ANEXOS**

## ANEXO A – DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS EMPLEADOS PARA DETERMINAR LA EXCENTRICIDAD EN EL PATRON DE FLUJO ANULAR

A continuación se presentan un breve resumen de las investigaciones relacionadas a la excentricidad del flujo anular.

### *Modelo de Rovinsky et al. (1996)*

La investigación realizada por este autor se centró en desarrollar una solución analítica para flujo bifásico laminar, con excentricidad del anular. Para este estudio introducen un sistema de coordenadas unipolar. La excentricidad del anular va a depender básicamente del efecto de la fuerza de gravedad, sin embargo para sistemas bifásicos donde la diferencia de densidad de los fluidos no sea apreciable, la tensión interfacial comienza a jugar un papel importante, por lo tanto el autor clasifica la excentricidad de la película en función del número de Eötvös.

$$E_v = \frac{2\sigma}{(\rho_L - \rho_G)gr^2} \quad (\text{A.1})$$

Si el número de  $E_v \gg 1$  el anular es extremadamente excéntrico (la película de líquido en el tope de la tubería es muy delgada o no existe, tal como se observa en la Figura A.1.c), si el número de Eötvös es  $0 < E_v < 1$ , hay fuerzas correspondientes a la hidrodinámica que generan una excentricidad mas leve (ver Figura. A.1.d).

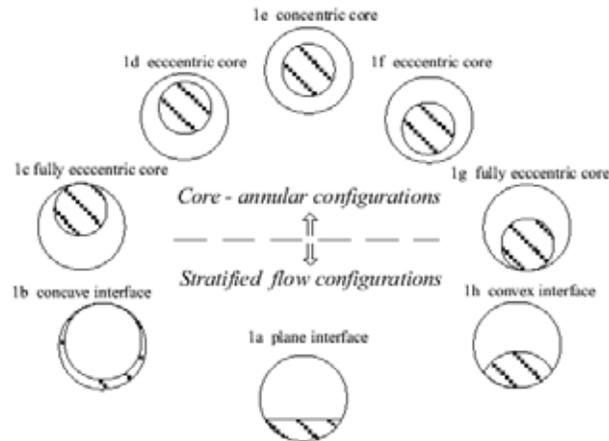


Figura A. 1 Esquema descriptivo de diversos tipos de excentricidad.

Para que la película de líquido sea más gruesa en el fondo de la tubería, en el sistema de coordenadas unipolar definido, se debe cumplir que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} < \rho_1 < \frac{1}{R_c}; x \geq 0 \\ 0 < \rho_2 < \infty \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Donde  $R_c$ , es el radio formado por el anular de gas y  $R$  es el radio de la tubería.

$$\rho_1 = \frac{1}{r_1} = \frac{2y}{x^2 + y^2} \quad \rho_2 = \frac{1}{r_2} = \frac{2x}{x^2 + y^2} \quad (\text{A.3})$$

Una vez definido el sistema de coordenadas se plantean las ecuaciones de Stokes, para cada una de las fases.

$$\begin{aligned} \frac{(\rho_1^2 + \rho_2^2)}{4} \left[ \frac{\partial^2 v_1}{\partial \rho_1^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial \rho_2^2} \right] &= \frac{1}{\mu_1} \frac{\partial \rho}{\partial z} \\ \frac{(\rho_1^2 + \rho_2^2)}{4} \left[ \frac{\partial^2 v_2}{\partial \rho_1^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial \rho_2^2} \right] &= \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial \rho}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

donde  $v_1$  y  $v_2$  son las velocidades de las fases,  $\mu_1$  y  $\mu_2$  son la viscosidad dinámica de las fases y  $\partial \rho / \partial z$  es el gradiente de presión en la dirección axial. Considerando que la velocidad del fluido cercano a la pared de la tubería es cero, la velocidad de ambas fases en la interfaz es igual y que el flujo de ambas fases se encuentra en un régimen laminar se obtiene que:

$$\frac{d\rho}{dz} = \frac{2/\pi \int_0^\infty \tau_r \cdot \tau_w / (1 + \xi_2^2) d\xi_2}{4 \cdot \mu_1 \cdot Q_1 / \pi \cdot R^3} \quad (\text{A.5})$$

donde  $\xi_2 = \rho_2 \cdot R$ . La desventaja de este modelo presentado es que fue realizado para flujo en régimen laminar.

#### **Modelo de Chen et al. (1997)**

Este modelo fue desarrollado para flujo estratificado ondulado en una tubería horizontal, Chen *et al.* consideran un modelo de doble círculo para simular la interfaz gas-líquido. Está sustentado en estudios realizados con un sistema Kerosén/aire en una tubería de 3" de diámetro.

El modelo de Chen *et al.* fue aplicado por Holden (2002) en su modelo de flujo anular, aunque como ya se señaló, es desarrollado para flujo estratificado, dentro del conjunto de pruebas ejecutadas se incluyeron velocidades superficiales de gas hasta 12.19 m/s. Sin embargo alrededor de 10m/s, se encuentra la transición hacia el patrón de flujo anular y se puede inferirse que algunas condiciones experimentales de gas y líquidos pertenecen a un flujo anular o por lo menos se encuentran en la transición hacia dicho patrón de flujo.

En estas pruebas se empleó una tubería transparente que permitió medir el perímetro mojado de la tubería ( $S_L$ ), a partir del cual puede definirse la fracción de tubería mojada, tal y como sigue:

$$\Theta = \frac{\theta}{\pi} = \frac{S_L}{\pi D} \quad (\text{A.6})$$

La fracción de tubería mojada puede ser predicha a través de la correlación desarrollada por Hart *et al.* (1989), utilizando una tubería horizontal de 2" de diámetro.

$$\Theta = 0.52 H_L^{0.374} + 0.26 \left( \frac{\rho_L V_L^2}{(\rho_L - \rho_G) g D} \right)^{0.58} \quad (\text{A.7})$$

En la Figura A.2, se presenta el modelo de doble círculo propuesto para simular la interfaz gas/líquido, a través de relaciones geométricas que relacionan la superficie existente en la interfaz y la superficie del líquido en contacto con la pared. El ángulo que describe la interfaz gas-líquido se presenta a continuación:

$$\theta_i = \left( \frac{\text{Sen}(\theta_i)}{\text{Sen}(\theta)} \right)^2 \left( \theta + \frac{\text{Sen}^2(\theta_i)}{\text{tang}(\theta_i)} - \frac{\text{Sen}(2\theta)}{2} - \pi H_L \right) \quad (\text{A.8})$$

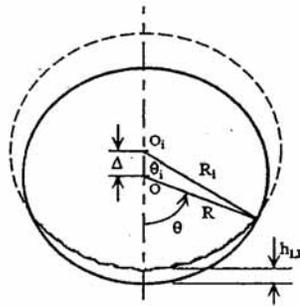


Figura A. 2 Fracción mojada de pared en función de la correlación de Hart *et al.*

El diámetro relativo generado por la interfaz y la superficie interfacial, del líquido y el gas, se determinan como:

$$D_i = D \frac{\text{Sen}(\theta)}{\text{Sen}(\theta_i)} \quad S_i = \theta_i D_i \quad S_L = \theta D \quad (\text{A.9})$$

Este modelo de doble círculo necesita de una relación de clausura para determinar la fracción de pared mojada ( $\theta$ ), presentada en la ecuación (A.7), la cual se encuentra basada en la correlación desarrollada por Hart *et al.* (1989).

## ANEXO B – DESARROLLO DE LAS ECUACIONES DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Este anexo se dividirá en dos partes, la primera correspondiente al detalle de la obtención del sistema de coordenadas utilizado en la investigación (ecuación (2.17)) y la segunda parte dedicada al desarrollo de la ecuación de cantidad de movimiento donde se encuentra presente la excentricidad del fluido (ecuación (3.13)).

### *Sistema de Coordenadas obtenidas por transformación conforme bilineal*

En esta investigación, se utilizó una transformación conforme bilineal y se presenta en la ecuación (B.1).

$$w = \frac{z - ai}{az - i} \quad (\text{B.1})$$

Por ser una transformación conforme podemos transformar cualquier circunferencia concéntrica del plano ( $w$ ) a su imagen en el plano ( $z$ ) y viceversa. Por lo tanto la ecuación (B.1) también la podemos expresar como:

$$z = \frac{(w - a)i}{aw - 1} \quad (\text{B.2})$$

Cualquier plano tiene una parte real y una imaginaria, por lo tanto podemos descomponer el plano  $w$  en:  $w = \mu + iv$ , y se multiplica por su conjugada para tener un denominador real, tal como se presenta en la ecuación (B.3).

$$z = \frac{((\mu + iv) - a)i}{a(\mu + iv) - 1} \cdot \frac{(a\mu - 1 - avi)}{(a\mu - 1 - avi)} \quad (\text{B.3})$$

La ecuación (B.3) se puede escribir en forma polar, para así obtener expresiones en términos de funciones trigonométricas, las cuales nos permitirán simplificar las ecuaciones obtenidas. Para ello se expresa el plano  $w = \mu + iv$ , de la forma  $w = \bar{\rho}(\cos(\phi) + i \text{sen}(\phi))$ . La ecuación (B.3) se transforma en:

$$z = \frac{i(\bar{\rho} \cos(\phi) - a + i\bar{\rho} \sin(\phi))(a\bar{\rho} \cos(\phi) - 1 - ai\bar{\rho} \sin(\phi))}{(a\bar{\rho} \cos(\phi) - 1)^2 + (a\bar{\rho} \sin(\phi))^2} \quad (\text{B.4})$$

desarrollando los términos de la ecuación (B.4) y utilizando las identidades trigonométricas se obtiene:

$$z = \frac{\bar{\rho} \sin \phi (1 - a^2)}{a^2 \bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos \phi + 1} + \frac{a(\bar{\rho}^2 + 1) - \bar{\rho} \cos \phi (1 + a^2)}{a^2 \bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos \phi + 1} i \quad (\text{B.5})$$

Donde la parte real de la ecuación representa el eje  $x$  del nuevas coordenadas  $(x(\bar{\rho}, \phi), y(\bar{\rho}, \phi))$  y la parte imaginaria representa el eje  $y$ , tal y como se presenta en la ecuación (B.6).

$$\begin{aligned} x &= \frac{\bar{\rho} \sin \phi (1 - a^2)}{a^2 \bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos \phi + 1} \\ y &= \frac{a(\bar{\rho}^2 + 1) - \bar{\rho} \cos \phi (1 + a^2)}{a^2 \bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos \phi + 1} \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

#### *Cálculo de los tensores métricos del Sistema de Coordenadas propuesto*

Los tensores métricos de cualquier sistema de coordenadas ortogonal se encuentran definidos mediante la ecuación (B.7).

$$\begin{aligned} h_1^2 &= \left( \frac{\partial x}{\partial \bar{\rho}} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \bar{\rho}} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial \bar{\rho}} \right)^2 \\ h_2^2 &= \left( \frac{\partial x}{\partial \phi} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \phi} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial \phi} \right)^2 \\ h_3^2 &= \left( \frac{\partial x}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial z} \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Al determinar los tensores métricos del sistema de coordenadas propuesto, ecuación (B.6), se obtiene:

$$h_1 = \frac{(1 - a^2)}{(a^2 \bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos \phi + 1)} \quad ; \quad h_2 = \frac{\bar{\rho}(1 - a^2)}{(a^2 \bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos \phi + 1)} \quad ; \quad h_3 = 1 \quad (\text{B.8})$$

*Ecuación de continuidad y cantidad de movimiento para la fase líquida*

La ecuación de continuidad general, en notación vectorial está dada por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{v}) = 0 \quad (\text{B.9})$$

El operador divergencia para un sistema de coordenadas ortogonal general, se expresa como: [C.I.A, 1965]

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} (h_2 h_3 v_\rho) + \frac{\partial}{\partial \phi} (h_1 h_3 v_\phi) + \frac{\partial}{\partial z} (h_1 h_2 v_z) \right] \quad (\text{B.10})$$

Aplicando el operador divergencia a la ecuación de continuidad se obtiene:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} (h_2 h_3 \rho v_\rho) + \frac{\partial}{\partial \phi} (h_1 h_3 \rho v_\phi) + \frac{\partial}{\partial z} (h_1 h_2 \rho v_z) \right] = 0 \quad (\text{B.11})$$

Considerando flujo incompresible y unidireccional, se obtiene la ecuación (B.12).

$$\frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[ \frac{\partial}{\partial z} (h_1 h_2 v_z) \right] = 0 \quad (\text{B.12})$$

Donde  $h_1^2, h_2^2, h_3^2$  son los tensores métricos de cualquier sistema de coordenadas ortogonal, presentados en la ecuación (B.8).

La ecuación de cantidad de movimiento general, expresada en notación vectorial está dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{v}) + \nabla \cdot (\rho \bar{v} \bar{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\tau} + \rho \bar{g} \quad (\text{B.13})$$

Considerando flujo unidireccional (en la dirección axial), isotérmico, en estado permanente, Newtoniano e incompresible y aplicando la solución para el operador divergencia presentado en la ecuación (B.10), se obtiene la ecuación:

$$0 = -\left( \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \rho g_z + \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} (h_2 h_3 \tau_{\rho z}) \right] \quad (\text{B.14})$$

La ecuación de cantidad de movimiento propuesta es necesario adimensionalizarla para utilizar el sistema de coordenadas planteado. Para la adimensionalización se utilizaron los números adimensionales propuestos por González (1998), presentados en la ecuación (B.15).

$$\tilde{\rho} = \frac{2}{D} \rho \quad ; \quad \tilde{P} = \frac{D}{2V_o \mu} P \quad ; \quad \tilde{V} = \frac{v_i}{V_o} \quad (\text{B.15})$$

donde  $V_o$  la velocidad característica del sistema y  $\mu$  es la viscosidad característica del sistema.

Para adimensionalizar la ecuación (B.14) es necesario descomponer el término de esfuerzo cortante, para ello se considera un flujo Newtoniano; sabiendo que en este tipo de flujo la relación entre el esfuerzo cortante y la tasa de deformación del fluido es directamente proporcional se tiene: <sup>[C.I.A., 1965]</sup>

$$\tau_{z\rho} = \mu \left( \frac{h_1}{h_3} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{u_\rho}{h_1} \right) + \frac{h_3}{h_1} \cdot \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{u_z}{h_3} \right) \right) \quad (\text{B.16})$$

Considerando flujo unidireccional y sabiendo que en el sistema de coordenadas propuesto el tensor métrico  $h_3$  es igual a uno, la expresión queda como:

$$\tau_{z\rho} = \mu \left( \frac{1}{h_1} \cdot \frac{\partial u_z}{\partial \rho} \right) \quad (\text{B.17})$$

Sustituyendo la ecuación (B.17) en (B.14), se obtiene:

$$0 = - \left( \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \rho g_z + \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} \left( h_2 h_3 \left( \mu \left( \frac{1}{h_1} \cdot \frac{\partial u_z}{\partial \rho} \right) \right) \right) \right] \quad (\text{B.18})$$

Para obtener los términos adimensionales es necesario realizar la derivación en cadena de la ecuación (B.15).

$$0 = - \left( \left( \frac{4V_o \mu}{D^2} \right) \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{z}} \right) + \rho g_z + \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[ \frac{\partial}{\partial \tilde{\rho}} \left( h_2 h_3 \left( \frac{2V_o}{D} \left( \frac{\mu}{h_1} \cdot \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial \tilde{\rho}} \right) \right) \right) \right] \quad (\text{B.19})$$

Dividiendo toda la ecuación entre el término que acompaña al gradiente de presión y sustituyendo los tensores métricos, se obtiene:

$$0 = -\left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}}\right)_L - \frac{\text{Re}_{SL}}{4Fr_{SL}} \text{Sen}\beta + \frac{(a^2 \bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos(\phi) + 1)^2}{(1-a^2)^2 \bar{\rho}} \left[ \frac{\partial}{\partial \bar{\rho}} \left( \frac{(1-a^2)\bar{\rho}}{(a^2 \bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos(\phi) + 1)} \bar{\tau}_{\bar{\rho}} \right) \right] \quad (\text{B.20})$$

donde  $\text{Re}_{SL}$  y  $Fr_{SL}$  son el número de Reynolds y Froude superficial del líquido, respectivamente.

$$\text{Re}_{SL} = \frac{\rho_L V_{SL} D}{\mu_L} \quad ; \quad Fr_{SL} = \frac{V_{SL}^2}{gD} \quad (\text{B.21})$$

Para determinar el gradiente de presión en la tubería, es necesario integrar la ecuación (B.20), tal y como se presenta en la ecuación (B.22).

$$\int_{\bar{R}_i}^1 \int_0^{2\pi} \left( \frac{(1-a^2)}{a^2 \bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos(\phi) + 1} \right)^2 \bar{\rho} \left( \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} + \frac{\text{Re}_{SL}}{4Fr_{SL}} \text{Sen}\beta \right)_L d\phi d\bar{\rho} = \int_{\bar{R}_i}^1 \int_0^{2\pi} \left[ \frac{\partial}{\partial \bar{\rho}} \left( \frac{\bar{\tau}_{\bar{\rho}} (1-a^2)\bar{\rho}}{a^2 \bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos(\phi) + 1} \right) \right] d\phi d\bar{\rho} \quad (\text{B.22})$$

La ecuación (B.22) es manipulada para llevarla a la Formula Integral de Poisson para discos ecuación (B.23), la cual es una integral conocida e igual a  $2\pi$ .

$$\int_0^{2\pi} \left( \frac{(1-a^2 \bar{\rho}^2)}{a^2 \bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos(\phi) + 1} \right)^2 d\phi = 2\pi \quad (\text{B.23})$$

Para llevar la ecuación (B.22) a la Formula Integral de Poisson es necesario multiplicar y dividir la ecuación por el término :  $(1-a^2 \bar{\rho}^2)$ , tal como se presenta en la ecuación (B.24).

$$\int_{\tilde{R}_i}^1 \left( \frac{(1-a^2)}{(1-a^2\bar{\rho}^2)} \right)^2 \bar{\rho} \left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\text{Re}_{SL}}{4Fr_{SL}} \text{Sen}\beta \right)_L \int_0^{2\pi} \left( \frac{(1-a^2\bar{\rho}^2)}{a^2\bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos(\phi) + 1} \right)^2 d\phi d\bar{\rho} =$$

$$\int_{\tilde{R}_i}^1 \left[ \frac{\partial}{\partial \bar{\rho}} \left( \frac{\tau_{\tilde{\rho z}} \bar{\rho} (1-a^2)}{(1-a^2\bar{\rho}^2)} \right) \int_0^{2\pi} \left( \frac{(1-a^2\bar{\rho}^2)}{a^2\bar{\rho}^2 - 2a\bar{\rho} \cos(\phi) + 1} \right) d\phi \right] d\bar{\rho} \quad (\text{B.24})$$

Incluyendo la ecuación integral de Poisson la integral queda, tal y como se presenta a continuación:

$$2\pi \left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\text{Re}_{SL}}{4Fr_{SL}} \text{Sen}\beta \right)_L \int_{\tilde{R}_i}^1 \left( \frac{(1-a^2)}{(1-a^2\bar{\rho}^2)} \right)^2 \bar{\rho} d\bar{\rho} = 2\pi \int_{\tilde{R}_i}^1 \left[ \frac{\partial}{\partial \bar{\rho}} \left( \frac{\tau_{\tilde{\rho z}} \bar{\rho} (1-a^2)}{(1-a^2\bar{\rho}^2)} \right) \right] d\bar{\rho} \quad (\text{B.25})$$

La ecuación de cantidad de movimiento en la coordenada axial ( $z$ ), para la fase líquida es:

$$\frac{(R_i^2 - 1)(1 - a^4 R_i^2)}{(aR_i - 1)^2 (aR_i + 1)^2} \left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\text{Re}_{SL}}{4Fr_{SL}} \text{Sen}\beta \right)_L = \left[ 2\tilde{\tau}_{zw} - \frac{2R_i(1 - R_i^2)}{(1 - a^2 R_i^2)} \tilde{\tau}_{iL} \right] \quad (\text{B.26})$$

Donde  $R_i$  es el radio formado por el núcleo de gas en el anular.

$$\tilde{\tau}_{zw} = \frac{D}{2V_{SL}\mu_L} \tau_{zw} \quad ; \quad \tilde{\tau}_{iL} = \frac{D}{2V_{SL}\mu_L} \tau_i \quad (\text{B.27})$$

siendo  $\tau_{wL}$ ,  $\tau_i$ , los esfuerzos de corte líquido - pared e interfacial, respectivamente

$$\tau_{wL} = \frac{1}{2} f_{wL} \rho_L V_L^2 \quad ; \quad \tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_c (V_G - V_L)^2 \quad (\text{B.28})$$

## ANEXO C – DESARROLLO DE LA CORRELACIÓN PARA EL FACTOR DE FRICCIÓN LÍQUIDO-PARED

Para el desarrollo de la correlación del factor de fricción líquido- pared, se utilizó una base de datos de aproximadamente 240 puntos experimentales conformados por datos de adquiridos en PDVSA Intevep (Intevep N6), la base de datos creada en la Universidad de Stanford, la cual contiene una recopilación de datos de la Universidad de Calgary y diferentes compañías, y la base de datos recopilada en la Universidad de Tulsa. En total la base de datos contiene diámetros de tuberías desde 1 pulgada hasta 5,6 pulgadas y viscosidad del líquido entre 1 y 1200 cP.

En el desarrollo de la correlación del factor de fricción líquido- pared, inicialmente se utilizó el modelo propuesto en esta investigación introduciendo el gradiente de presión experimental como un dato en el modelo y utilizando diferentes combinaciones de correlaciones para el factor de fricción interfacial y fracción de líquido arrastrada por el gas, ver Figura C.1.

Estos gráficos fueron representados en función del número de Reynolds presentado por Gómez *et al.* (1999) y posteriormente por García *et al.* (2003), el cual está basado en la velocidad de mezcla de las fases gas-líquido y las propiedades de la fase líquida, tal y como se presenta en la ecuación (C.1).

$$\text{Re}_M = \frac{\rho_L V_M D}{\mu_L} \quad (\text{C.1})$$

En la Figura C.1. la dispersión obtenida era muy alta y adicionalmente por la forma en que se estaba realizando el cálculo del factor de fricción líquido-pared, se le estaba asociando indirectamente al factor de fricción determinado los errores correspondientes a las correlaciones de la fracción de líquido arrastrada por el gas y el factor de fricción interfacial.

---

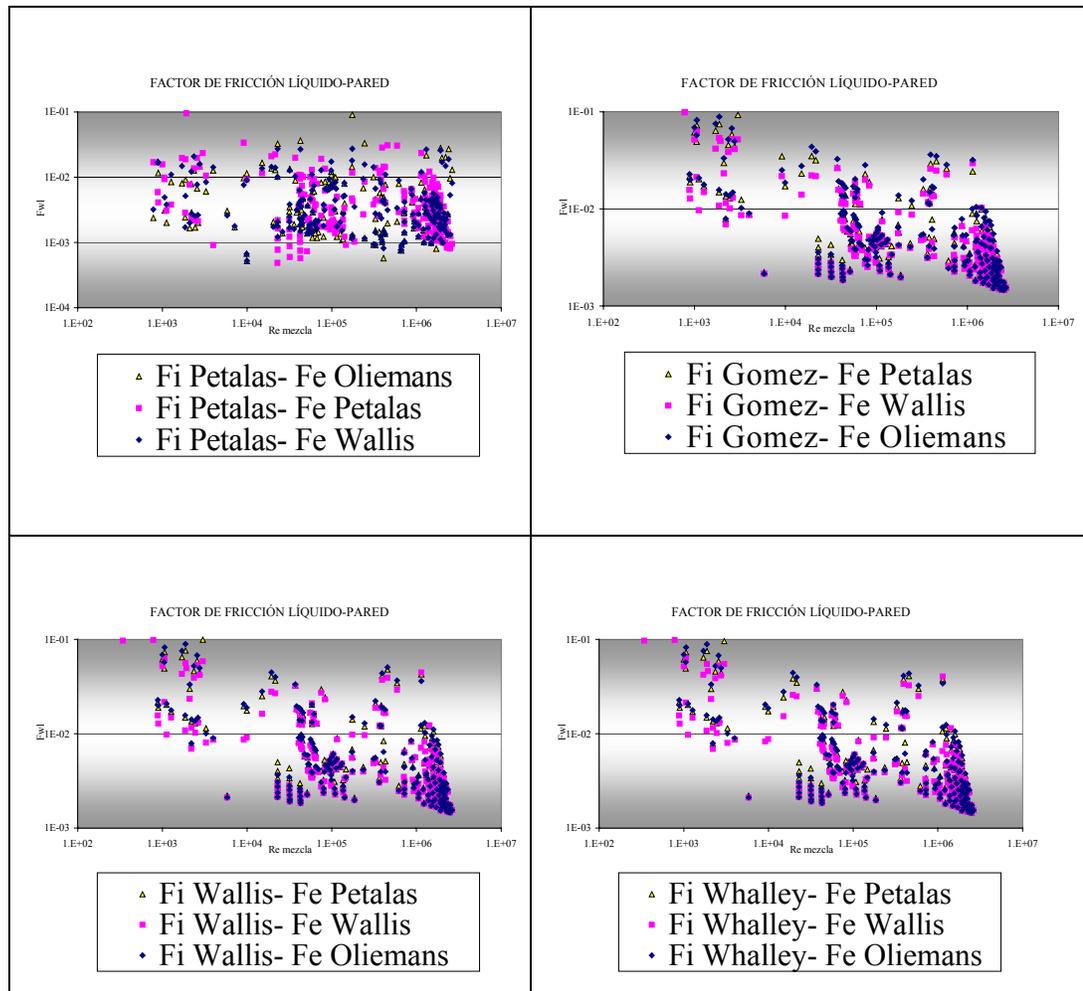


Figura C. 1 Factor de fricción líquido-pared (modelo propuesto).

Por las justificaciones dadas anteriormente se determinó el factor de fricción entre el líquido y la pared de la tubería a partir de la descomposición del gradiente de presión en tuberías.

El gradiente de presión en la tubería se puede descomponer en tres términos, el correspondiente a los cambios de energía potencial, el cual en el caso de tubería horizontal es igual a cero, el término correspondiente a los cambios de energía cinética que generalmente es despreciable y el término correspondiente a la fricción, que es el término que mayor aporte tiene a la caída de presión en la tubería. (García. (2003)).

A partir de las siguientes premisas se determinó un factor de fricción entre el líquido y la pared de la tubería que depende del gradiente de presión experimental, tal y como se presenta en la ecuación (C.2), donde se consideran las propiedades de la mezcla gas líquido.

$$f_{wL} = \frac{\left(\frac{\Delta P}{L}\right)_{\text{exp}} D}{2\rho_M U_M^2} \quad (\text{C.2})$$

Inicialmente se realizaron numerosos intentos por determinar un factor de fricción líquido- pared mediante el despeje de las ecuaciones de cantidad de movimiento presentadas en este estudio ecuaciones (3.9) y (3.15), sin embargo el error introducido por las relaciones de clausuras factor de fricción interfacial y fracción de líquido arrastrada por el gas eran muy grandes, por lo que se decidió partir de un factor de fricción entre el líquido y la pared definido tal y como define García (2003) el factor de fricción de Fanning con las propiedades de mezcla.

Para el desarrollo de la ecuación se consideró el número de Reynolds definido mediante las propiedades de la fase líquida y la velocidad de mezcla, tal y como lo hace Gómez *et al.* (1999), ver ecuación (C.3).

$$\text{Re}_M = \frac{\rho_L V_M D}{\mu_L} \quad (\text{C.3})$$

Finalmente se realizó un ajuste de los datos empleando el programa DataFit vx 6.1, el cual utiliza un método de interpolación de datos con reducción de los errores cuadrados el cual presenta 54 tipos de correlaciones diferentes y los mejores ajustes. Obteniendo que la mejor correlación es la presentada en la ecuación (C.4).

$$f_{wL} = 0.0063 + 53.4662 * \text{Re}_M^{-1} \quad (\text{C.4})$$

En la Figura C.2 se presenta el comportamiento de los datos experimentales en función de la correlación propuesta para el factor de fricción.

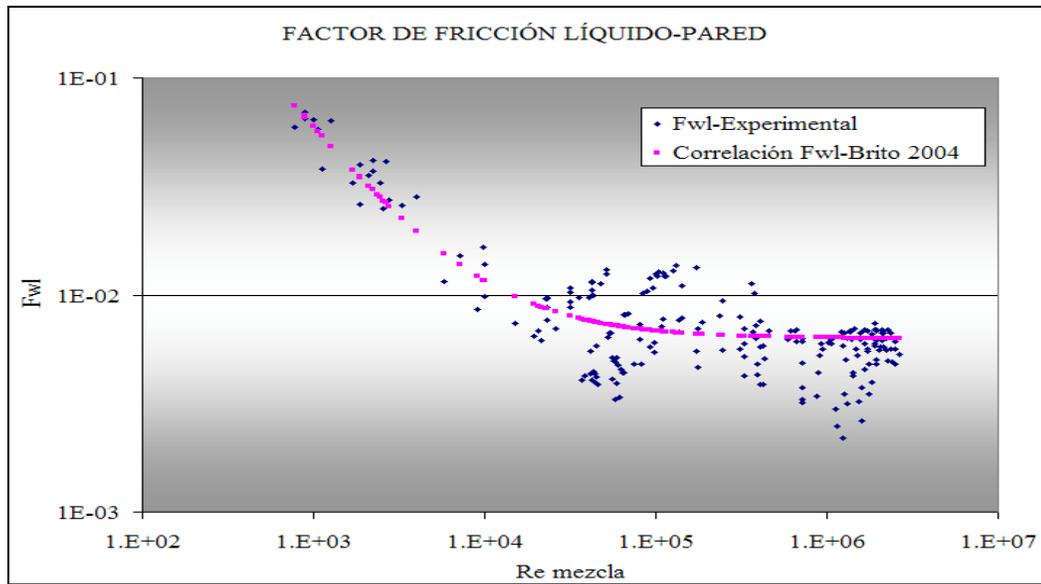


Figura C. 2 Factor de fricción líquido-pared.

Los resultados estadísticos obtenidos con el programa DataFit para la correlación propuesta se presentan en la Figura C.3.

Regression Results				
Equation:				
a+b/x				
Fit Information   Data Table   Model Plot   Residual Scatter   Residual Probability   Evaluate				
DataFit version 6.1.10				
Results from project "Untitled1"				
Equation ID: a+b/x				
Number of observations = 219				
Number of missing observations = 0				
Solver type: Nonlinear				
Nonlinear iteration limit = 250				
Diverging nonlinear iteration limit = 10				
Number of nonlinear iterations performed = 3				
Residual tolerance = 0.000000001				
Sum of Residuals = -1.24032728532342E-16				
Average Residual = -5.66359491015259E-19				
Residual Sum of Squares (Absolute) = 2.54724519139203E-03				
Residual Sum of Squares (Relative) = 2.54724519139203E-03				
Standard Error of the Estimate = 3.42614318194513E-03				
Coefficient of Multiple Determination (R <sup>2</sup> ) = 0.9101366948				
Proportion of Variance Explained = 91.01366948%				
Adjusted coefficient of multiple determination (Ra <sup>2</sup> ) = 0.9097225782				
Durbin-Watson statistic = 1.81771069619318				
Regression Variable Results				
Variable	Value	Standard Error	t-ratio	Prob(t)
a	0.006303149931	0.0002447951329	25.74867342	0.0
b	53.46620035	1.140479114	46.88047303	0.0

Figura C. 3 Resultados Estadísticos sobre la correlación con la base de datos disponible.

## ANEXO D – DESCRIPCIÓN DE LOS DIFERENTES MODELOS SELECCIONADOS

Los modelos llamados mecanicistas tienen como postulado fundamental la existencia de varios patrones de flujo completamente caracterizados y diferenciados entre sí. La ocurrencia de un determinado patrón depende de las condiciones operacionales, las tasas de flujo de cada una de las fases presentes, la geometría del sistema y las propiedades de los fluidos. Para cada uno de los patrones de flujo, las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía son aplicadas, para describir completamente la dinámica del sistema. De esta forma es posible calcular el gradiente de presión y la fracción volumétrica de las fases presentes en la tubería. [Padrino *et al.* (2001)]

A continuación se presenta una breve descripción de los cinco modelos mecanicistas utilizados y las tres correlaciones seleccionadas con las que se comparó el desempeño del modelo desarrollado en esta investigación. En primer lugar se presenta una tabla donde se muestra cada uno de los criterios considerados para las transiciones de patrón de flujo de cada uno de los modelos mecanicistas.

**Tabla D.1 Criterios empleados en las transiciones de patrones de flujo por modelos mecanicistas**

Modelo Mecanicista	Transición estratificado-no estratificado	Transición a flujo Anular	Transición a Burbujas Dispersas
Intevep MM (2002)	Modelo de Barnea (1990)	SL=> AN, Taitel y Dukler (1976) SS=> AN, Mata (2000)	Pereyra <i>et al.</i> (2001) ( $Re_M > 10^4$ ) Barnea (1986)
Ouyang MM (1998)	Taitel y Dukler (1976), y Barnea (1982), considerando el flujo radial	Barnea (1986) ( $H_L = 0.24$ )	Barnea (1986), considerando el flujo radial
Xiao <i>et al.</i> (1990)	Taitel y Dukler (1976)	Barnea (1982) ( $h_f/D = 0.35$ )	Taitel y Dukler (1976)
Holden MM (2002)	$L_f \approx \infty$ , Holden (2002).	$\theta > 0.9$ Grolman (1994)	$V_{sg} > 0.1$ m/s Hong-Quan (2001) $V_{sg} < 0.1$ m/s Barnea (1986)
Gómez <i>et al.</i> (1999)	Taitel and Dukler (1976)	Barnea (1986) ( $H_L \geq 0.24$ )	Barnea (1986)

En la Tabla D.2 se presentan, a manera de comparación, características relevantes entre los diferentes modelos para la determinación del gradiente de presión, cuando el patrón de flujo es anular, de donde pueden extraerse algunas diferencias.

**Tabla D.2 Comparación entre los diferentes modelos**

Mecanicista Xiao <i>et al.</i> (1990)	Mecanicista Ouyang (1998)	Mecanicista Gómez <i>et al.</i> (1999)	Mecanicista Intevop (2002)	Mecanicista Holden (2002)	Correlación Dukler <i>et al.</i> (1964)	Correlación Beggs <i>et al.</i> (1973)	Correlación García <i>et al.</i> (2002)
Modelo para flujo de dos fases en una tubería horizontal.	Modelo para pozos horizontales con inclusión del flujo radial a lo largo del pozo.	Modelo unificado para flujo de dos fases gas-líquido, que se utiliza en tuberías: horizontales, inclinadas y verticales con flujo descendente.	Modelo para flujo de dos fases gas-líquido en pozos horizontales con inclusión del flujo radial a lo largo del pozo.	Modelo para flujo de dos fases gas-líquido en una tubería horizontal.	Correlación para determinar el gradiente de presión por fricción para flujo de gas y líquido en tubería	Modelo de correlación que considera cuatro (4) patrones de flujo bifásico en una tubería horizontal, estos son: segregado, intermitente y distribuido.	Correlación desarrollada para determinar gradiente de presión en tuberías con flujo bifásico gas-líquido y un patrón de flujo anular.
Observaciones	Observaciones	Observaciones	Observaciones	Observaciones	Observaciones	Observaciones	Observaciones
Modelo desarrollado para flujo gas-líquido en tuberías. No considera la excentricidad del anular. Utiliza la correlación de Colebrook para la fricción líquido-pared y para el factor de fricción de la interfaz utiliza modificación de la correlación de Crowley y Rothe (1986).	Considera el efecto del flujo radial en las transiciones y en las ecuaciones de balance de masa y movimiento excentricidad del anular. No considera excentricidad del anular. Utiliza la correlación de Petalas y Aziz (1997) para el factor de fricción de la interfaz.	Modelo desarrollado para flujo bifásico en tuberías con diferentes ángulos de inclinación. No considera excentricidad del anular. Utiliza la correlación de Henstock y Hanratty (1976) para el factor de fricción de la interfaz y la correlación de Ouyang(1996) para la fricción líquido-pared.	Considera el efecto del flujo radial en las ecuaciones de balance de masa y cantidad de movimiento. No considera excentricidad del anular. Utiliza la correlación de Colebrook para la fricción líquido-pared y la de Petalas y Aziz (1997) para el factor de fricción de la interfaz.	El balance de cantidad de movimiento es realizado a partir del flujo tapón. Considera la excentricidad del anular por las relaciones de Chen <i>et al.</i> (1997). Utiliza la correlación de Asali (1984) para el factor de fricción de la interfaz.	El código de este modelo es extraído directamente del simulador comercial Stars (1999)	Este método hace especial énfasis en el efecto de la inclinación de la tubería sobre la fracción de líquido y la caída de presión	La correlación evaluada es la desarrollada para flujo anular en tubería, sin embargo García Propone una correlación general independiente del patrón de flujo.