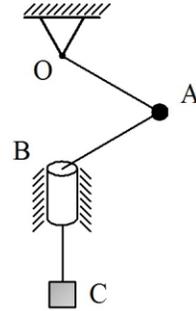


**PROBLEMAS PROPUESTOS**

En los problemas que a continuación se proponen, el campo gravitacional de intensidad “g” actúa verticalmente en el plano que coincide con la hoja de papel.

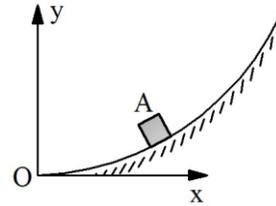
1.- La esfera A de radio despreciable y peso P se sostiene mediante dos cuerdas\* : la primera de longitud 2b forma 60° con la vertical OB y está unida a tierra en O. La segunda de longitud 3b pasa por el collar B de dimensiones despreciables fijo a tierra y se une en su otro extremo al bloque C de peso 2P; determinar la magnitud del vector velocidad de la esfera respecto a tierra, de manera que el bloque permanezca a la distancia b por debajo del collar.



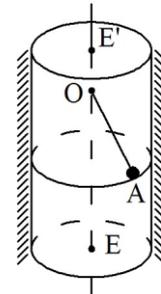
2.- El bloque A de dimensiones despreciables y masa m se mueve en la superficie lisa, fija a tierra cuya ecuación es:

$$y = 4x^2$$

determinar la magnitud de la fuerza horizontal  $\bar{F}$  que debe aplicarse al bloque hacia la derecha, de manera que la componente horizontal de su vector velocidad respecto a tierra sea de magnitud constante v. Expresar el resultado en función de la coordenada x del bloque.



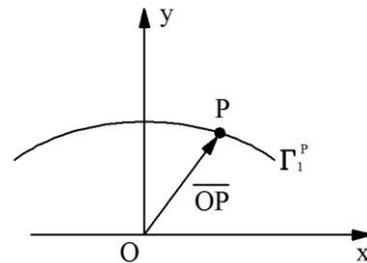
3.- La esfera A de radio despreciable y masa m está sostenida por la cuerda OA de longitud 5R unida a tierra en el punto O del eje vertical EE'. Si la esfera se mueve en la superficie interna del tubo cilíndrico liso, de eje EE' y radio 3R, fijo a tierra; determinar la velocidad mínima necesaria para que exista el contacto entre la esfera y la pared del tubo.



4.- La partícula P de masa m inicia su movimiento desde el punto de coordenadas (0,b) con velocidad horizontal hacia la derecha de magnitud v, y describe respecto a tierra el arco de elipse cuya ecuación es:

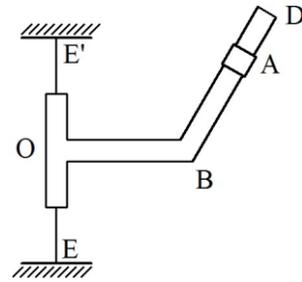
$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

Si sobre la partícula actúa una fuerza vertical  $\bar{F}$  dirigida hacia abajo; determinar la magnitud de esta fuerza en función de la coordenada “y” de dicha partícula.

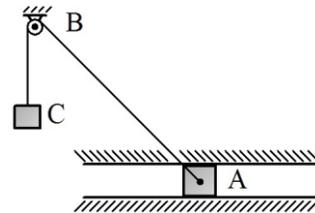


\* Las cuerdas se consideran como elementos unidimensionales flexibles, inextensibles y de masa despreciable.

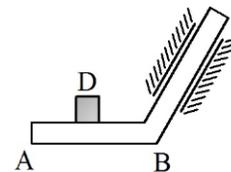
5.- El collar A de masa  $m$  se apoya en el tramo BD de la pieza rígida que gira alrededor del eje vertical  $EE'$ , fijo a tierra. ¿Cuál debe ser la velocidad angular máxima de la pieza respecto a tierra, para que el collar no se mueva en el tramo BD? El coeficiente de roce entre el collar y el tramo BD de la pieza es  $\sqrt{3}/6$ , el tramo OB es horizontal y su longitud es  $L$ , la inclinación del tramo BD es  $60^\circ$  con la horizontal y la distancia desde B hasta A es  $L$ .



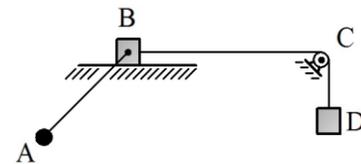
6.- El bloque A se mueve en la guía horizontal fija a tierra con velocidad de magnitud constante  $v$  hacia la derecha. Al bloque se une la cuerda que pasa por la polea B de radio y peso despreciables articulada a tierra, ubicada a la altura  $H$  del eje horizontal de la guía y se une en su otro extremo al bloque C de peso  $P$ . Si para la configuración mostrada el tramo inclinado de cuerda forma  $45^\circ$  con la horizontal; determinar su tensión para dicha configuración.



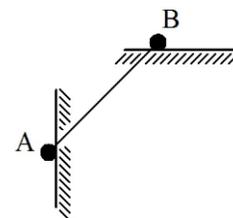
7.- En un proceso de manufactura se lleva el bloque D de peso  $P$  de un nivel a otro mediante el brazo elevador mostrado. El brazo se mueve en la guía inclinada  $60^\circ$  con la horizontal, fija a tierra. Si el coeficiente de roce entre el bloque y la superficie horizontal AB del brazo es  $\sqrt{3}/3$ ; determinar la magnitud de la aceleración a hacia abajo que debe tener el brazo a fin de que el deslizamiento del bloque respecto a la superficie sea inminente.



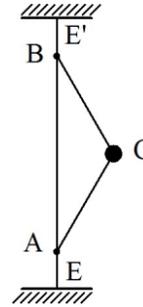
8.- La esfera A de radio despreciable y peso  $P$  está soldada a la barra ideal AB articulada al bloque B también de peso despreciable, que se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra. El bloque B está unido a la cuerda que pasa por la polea C de radio y peso despreciables, articulada a tierra y se une en su otro extremo al bloque D de peso  $2P$ ; determinar el vector aceleración del bloque D de manera que el ángulo formado por la barra con la vertical se mantenga constante. De acuerdo con la condición anterior; calcular la fuerza en dicha barra. El tramo de cuerda BC es horizontal.



9.- Dos esferas A y B de radio despreciable y peso  $P$  cada una, están unidas a los extremos de una barra ideal de longitud  $L$ . La esfera B se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra y la esfera A se mueve en la superficie vertical lisa también fija a tierra. Si el sistema inicia el movimiento por efecto de la gravedad y parte del reposo desde la configuración mostrada donde la barra forma  $45^\circ$  con la horizontal; determinar la reacción que ejercen las superficies sobre las esferas para dicha configuración.



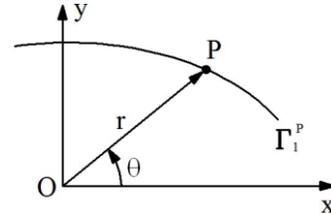
10.- La esfera C de radio despreciable y masa  $m$  está sostenida por dos cuerdas de igual longitud  $L$ , unidas en sus extremos A y B respectivamente al eje vertical EE' fijo a tierra. Si la esfera gira en el plano horizontal alrededor de dicho eje con un vector velocidad de magnitud constante igual a  $\sqrt{\sqrt{3} g L}$ ; determinar la tensión en cada cuerda.



La distancia AB es igual a  $\sqrt{3} L$ .

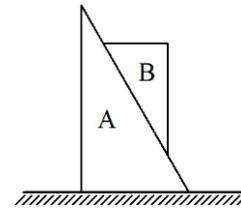
11.- La partícula P de masa  $m$  se mueve en el plano horizontal debido a la aplicación de la fuerza central  $F^\dagger$ . Si la trayectoria descrita por la partícula respecto a tierra es:

$$r = \frac{b}{1 + e \cos \theta}$$

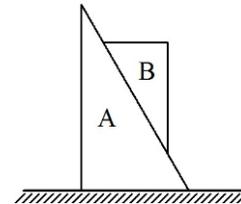


donde  $b$  y  $e$  son constantes; determinar la magnitud de la fuerza.

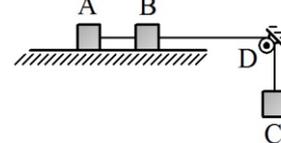
12.- Las cuñas A y B mostradas tienen masa  $m$  cada una. Si el coeficiente de roce dinámico entre ellas es  $\sqrt{3}/3$ ; determinar el coeficiente de roce mínimo que debe existir entre la cuña A y la superficie horizontal fija a tierra, para que la cuña en cuestión no se mueva. Las caras inclinadas de las cuñas forman  $60^\circ$  con la horizontal.



13.- La cuña A de masa  $m$  se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra. La cuña B de masa  $2m$  se mueve en la superficie de la cuña A, inclinada  $45^\circ$  con la horizontal. Si el coeficiente de roce estático entre las cuñas es  $0,5$ ; determinar el valor máximo y el valor mínimo de la fuerza horizontal  $\bar{F}$  que se debe aplicar a la cuña A hacia la derecha, para evitar el deslizamiento entre ellas.



14.- Los bloques A y B de peso  $P$  cada uno se apoyan en la superficie horizontal lisa fija a tierra, ambos bloques están conectados mediante una cuerda. El bloque B se une a otra cuerda que pasa por la polea D de radio y peso despreciables, articulada a tierra y se une en su otro extremo al bloque C también de peso  $P$ . Si el sistema se mueve por efecto de la gravedad; determinar el vector aceleración del bloque A respecto a tierra y la tensión en la cuerda que une los bloques A y B. La cuerda que une dichos bloques y el tramo de cuerda entre el bloque B y la polea son horizontales.

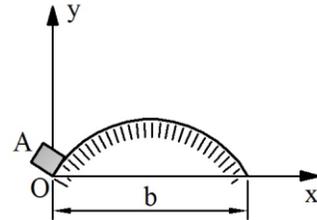


<sup>†</sup> La fuerza central tiene dirección radial y siempre apunta hacia el origen del vector de posición.

15.- El bloque A de dimensiones despreciables y peso P se lanza con velocidad inicial  $v$  hacia arriba en la superficie senoidal lisa fija a tierra, cuya ecuación es:

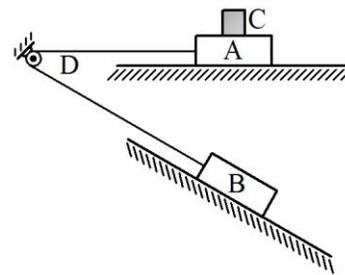
$$y = b \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{b}\right)$$

¿Qué magnitud debe tener la velocidad inicial para que la fuerza que genera la superficie sobre el bloque cuando éste pase por la posición más alta de su trayectoria sea nula?

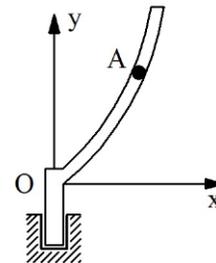


16.- El bloque A de peso  $2P$  se mueve en la superficie horizontal lisa fija a tierra, está unido a la cuerda que pasa por la polea D de radio y peso despreciables, articulada a tierra y se une en su otro extremo al bloque B de peso  $3P$  que se mueve en la superficie lisa inclinada  $30^\circ$  con la horizontal, también fija a tierra. El bloque C de peso  $P$  se apoya en la cara superior del bloque A. Si el sistema se mueve por efecto de la gravedad; determinar el mínimo coeficiente de roce que debe existir entre el bloque C y el bloque A para que no exista deslizamiento relativo entre ellos.

El tramo de cuerda entre el bloque A y la polea es horizontal, el tramo de cuerda entre la polea y el bloque B es paralelo a la superficie inclinada.



17.- El tubo curvo liso gira respecto a tierra alrededor del eje "y" con velocidad angular de magnitud constante  $\omega$ . Dentro del tubo se coloca la esfera A de radio despreciable y peso P. ¿Cuál debe ser la ecuación cartesiana del eje del tubo para que la esfera localizada en cualquier parte del mismo se mantenga en equilibrio relativo al tubo?

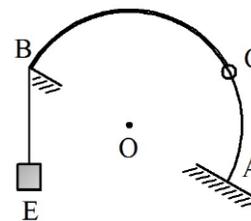


18.- El anillo C se mueve en el semiarco AB de centro O y radio R fijo a tierra, según la ley:

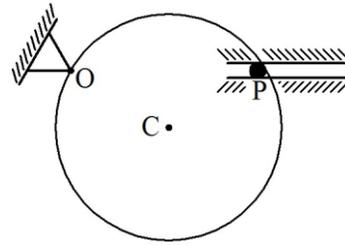
$$s(t) = \frac{\pi R t^3}{12}$$

Al anillo se une la cuerda que se apoya sobre el alambre y sostiene en su otro extremo al bloque E de masa m. Si el anillo inicia su movimiento en el punto A del semiarco; determinar la tensión en la cuerda para el instante en que el anillo pasa por la posición más alta de su trayectoria.

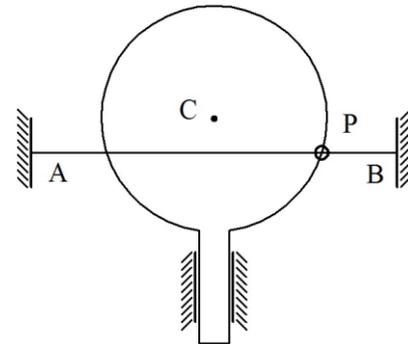
El diámetro AB del semiarco forma  $30^\circ$  con la horizontal.



19.- El perno P de masa m se mueve en la ranura horizontal lisa fija a tierra, y simultáneamente permanece en contacto con la superficie interna lisa del aro de centro C y radio R, articulado a tierra en O. Si el aro gira en sentido horario, la variación en el tiempo del ángulo que forma el radio OC con la horizontal es de magnitud constante  $\omega$  y para la configuración mostrada la distancia entre O y P es  $\sqrt{3} R$ ; determinar las reacciones sobre el perno para dicha configuración. O y P están alineados en la misma horizontal.



20.- El anillo P de masa m se mueve en el alambre horizontal AB liso y fijo a tierra, y simultáneamente en el aro de centro C y radio R también liso, que se desplaza verticalmente hacia abajo con velocidad de magnitud constante v; determinar las reacciones sobre el anillo para el instante en el cual el centro C del aro se encuentra sobre la recta AB

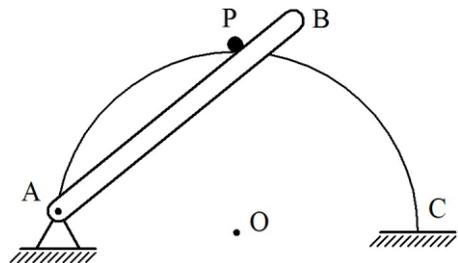


21.- El perno P de masa m se mueve en el semiarco AC liso de centro O y radio R fijo a tierra, y simultáneamente en la barra AB también lisa, articulada a tierra en A. La ley de movimiento del perno respecto a tierra es:

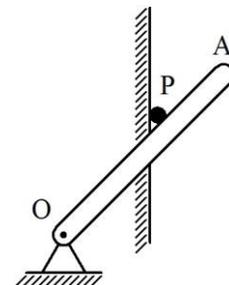
$$s(t) = \frac{\pi R t^2}{8}$$

Para la configuración mostrada  $\overline{OP}$  es vertical. Si P inicia el movimiento en el punto C; determinar las reacciones sobre el perno para dicha configuración.

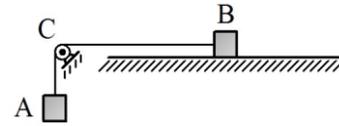
A, O y C están alineados en la misma horizontal.



22.- El perno P de masa m se mueve en la superficie vertical fija a tierra, y simultáneamente en la barra lisa OA, articulada a tierra en O, ubicado a la distancia horizontal b de la superficie. La barra rota en sentido horario con velocidad angular de magnitud constante  $\omega$ . Si para la configuración mostrada donde la barra forma  $45^\circ$  con la horizontal, el valor de la reacción que ella genera sobre el perno es  $\sqrt{2} mg$ ; determinar el coeficiente de roce de la superficie.



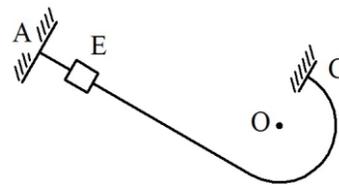
23.- El bloque B de masa  $2m$  se mueve en la superficie horizontal fija a tierra, está unido a la cuerda que pasa por la polea C de radio y masa despreciables, articulada a tierra y se une en su otro extremo al bloque A de masa  $m$ . Si el tramo de cuerda entre el bloque B y la polea es horizontal, y el sistema se mueve por efecto de la gravedad;



a) Determinar el coeficiente de roce  $\mu$  entre el bloque B y la superficie para que el bloque A descienda con la aceleración  $g/4$  respecto a tierra igual.

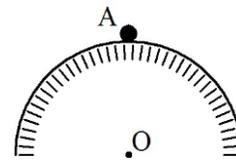
b) Si el coeficiente de roce es el calculado en la parte anterior; determinar la velocidad del bloque A respecto a tierra cuando éste ha descendido la distancia  $h$  a partir del reposo.

24.- El collar E de peso  $P$  se mueve en el alambre liso fijo a tierra, formado por el tramo AB recto, inclinado  $30^\circ$  con la horizontal y el tramo semicircular BC de centro O y radio R. El tramo AB es perpendicular al diámetro BC del tramo semicircular. Si el collar inicia su movimiento a partir del reposo debido a la aplicación permanente sobre él, de la fuerza horizontal de magnitud constante  $\sqrt{3}P$  dirigida hacia la derecha, desde la configuración mostrada donde  $\overline{CE}$  es horizontal; determinar la magnitud del vector velocidad del collar respecto a tierra para el momento en que éste pasa por el punto D del tramo semicircular.

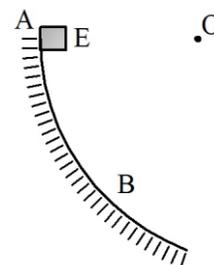


O y D están alineados en la misma horizontal.

25.- La esfera A de radio despreciable y peso  $P$  se apoya en la parte más alta de la superficie semicircular lisa de centro O y radio R fija a tierra, e inicia su movimiento con velocidad  $v$  hacia la derecha; determinar el ángulo  $\varphi$  que forma  $\overline{OA}$  con la vertical, correspondiente a la posición donde la esfera deja de tener contacto con la superficie.

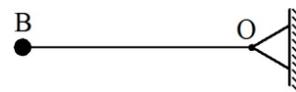


26.- El bloque E de dimensiones despreciables y peso  $P$  se mueve en la superficie lisa fija a tierra. El bloque inicia su movimiento y parte del reposo desde el punto A. Si la fuerza reactiva generada por la superficie sobre el bloque cuando éste alcanza el punto B, es dos veces su peso; determinar el radio de curvatura en el punto B. La distancia vertical desde A hasta B es  $h$  y O es el centro de curvatura asociado al punto B.

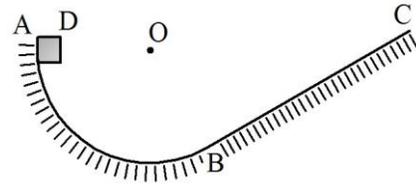


O y A están alineados en la misma horizontal.

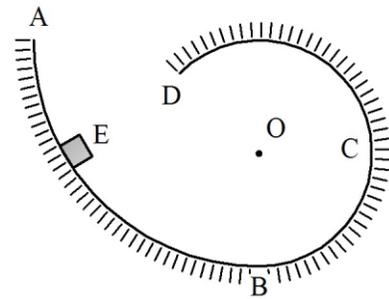
27.- La esfera B de radio despreciable y peso  $P$  se encuentra unida a la cuerda OB de longitud  $L$ , cuyo extremo O está fijo a tierra. Si la esfera inicia su movimiento y parte del reposo desde la posición mostrada donde la cuerda es horizontal; determinar la distancia vertical  $h$ , medida desde la posición inicial que corresponde al instante en el cual la tensión de la cuerda es  $2P$ .



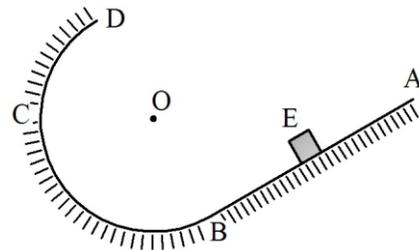
28.- El bloque D de dimensiones despreciables y masa  $m$  se mueve en la superficie fija a tierra, formada por el tramo circular AB de centro O y radio R y por el tramo recto BC, inclinado  $30^\circ$  con la horizontal (B es el punto de empalme entre ambos tramos, por consiguiente el radio OB es perpendicular al tramo BC). El contacto entre el tramo circular y el bloque es liso, mientras que el contacto entre el tramo recto y el bloque es rugoso con un coeficiente de roce  $\sqrt{3}/3$ . Si el bloque inicia su movimiento, y parte del reposo desde la posición mostrada, donde  $\overline{OD}$  es horizontal; determinar la distancia  $d$  que recorre el bloque sobre el tramo recto.



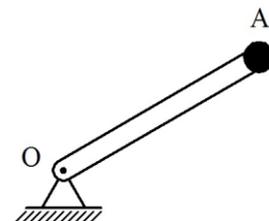
29.- El bloque E de dimensiones despreciables y peso  $P$  se mueve en la superficie lisa fija a tierra, formada por el tramo curvilíneo AB y por el tramo circular BD de centro O y radio R. a) Si el bloque inicia su movimiento y parte del reposo desde la posición A, ubicada a la altura  $5R$  medida desde la horizontal que pasa por el punto más bajo de la superficie (punto B); determinar la magnitud de la fuerza reactiva que genera la superficie sobre el bloque, cuando éste pasa por C, donde  $\overline{OC}$  es horizontal. b) ¿A que altura medida desde la horizontal que pasa por B debe soltarse el bloque, para que la magnitud de la fuerza reactiva generada por la superficie sobre éste, cuando pasa por el punto más alto del tramo BD sea igual a  $P$ ?



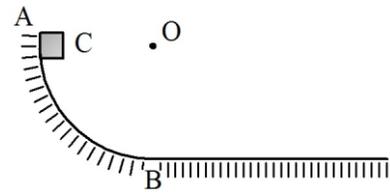
30.- El bloque E de dimensiones despreciables y masa  $m$  se mueve en la superficie fija a tierra, formada por el tramo recto AB, inclinado  $30^\circ$  con la horizontal y por el tramo circular BD de centro O y radio R. El tramo recto es rugoso con un coeficiente de roce  $\sqrt{3}/6$ , el tramo circular es liso; determinar a que altura  $h$  medida desde la horizontal que pasa por B debe soltarse el bloque en la superficie recta, para que la magnitud de la fuerza reactiva generada por la superficie sobre éste, al pasar por C sea igual a la magnitud de la componente normal de la reacción generada por la superficie rugosa. O y C están alineados en la misma horizontal.



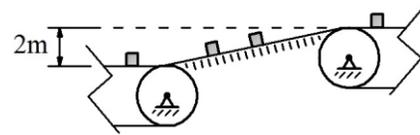
31.- La esfera A de radio despreciable y peso  $P$  está unida al extremo superior de la barra ideal OA de longitud L articulada a tierra en O. Si la barra inicia su movimiento y parte del reposo desde la configuración mostrada, donde OA forma  $60^\circ$  con la vertical; determinar el ángulo que forma la barra con esta dirección para el instante en que ella cambia del estado de compresión al estado de tracción.



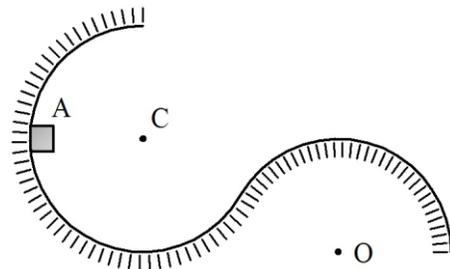
32.- El bloque C de dimensiones despreciables y masa  $m$  se lanza con una velocidad hacia abajo desde el punto A de la superficie circular lisa de centro O y radio  $R$  fija a tierra, para continuar su movimiento a partir de B en la superficie horizontal rugosa, también fija a tierra cuyo coeficiente de roce es 0,5. Si  $\overline{OC}$  es horizontal; determinar la magnitud de la velocidad de lanzamiento para que el bloque se detenga sobre la superficie horizontal a la distancia  $3R$  medida a partir de B. O y B están alineados en la misma vertical.



33.- La cinta transportadora superior descarga bloques de dimensiones despreciables y peso  $P$  sobre la rampa inclinada fija a tierra con velocidad de magnitud constante igual a  $9 \text{ m/s}$ . Si el coeficiente de roce entre los bloques y la rampa es 0,3; determinar la inclinación de la misma con la horizontal, para que los bloques se transfieran sin deslizar sobre la cinta transportadora inferior, que se mueve con velocidad de magnitud constante igual a  $3 \text{ m/s}$ .



34.- El bloque A de dimensiones despreciables y masa  $m$  se mueve en la superficie lisa fija a tierra, formada por dos tramos circulares: el tramo de centro C y radio  $r$  y el tramo de centro O y radio  $R$ . Si el bloque inicia su movimiento y parte del reposo desde la configuración mostrada, donde  $\overline{CA}$  es horizontal; determinar el radio  $r$  para que el bloque abandone la superficie de radio  $R$  al pasar por la posición más alta. La horizontal que pasa por O es tangente a la superficie de radio  $r$ .



35.- El bloque B de dimensiones despreciables y peso  $2P$  se apoya en la superficie lisa inclinada  $30^\circ$  con la horizontal, fija a tierra. La barra OA de longitud  $L$  y peso  $P$  está articulada a tierra en O, se apoya sobre el bloque y permanece paralela a la superficie. Si el coeficiente de roce entre el bloque y la barra es  $\sqrt{3}/6$  y el bloque parte del reposo desde la configuración mostrada donde éste coincide con el centro de masa de la barra; determinar la magnitud del vector velocidad del bloque respecto a tierra justo en el instante en que deja de tener contacto con la barra.

