

**PROBLEMAS PROPUESTOS**

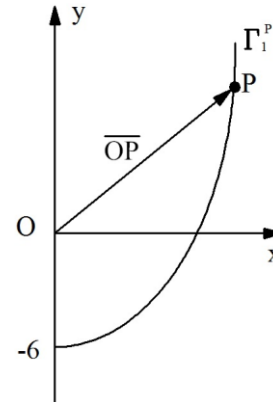
1.- El movimiento de la partícula P respecto a tierra está definido mediante las ecuaciones:

$$x(t) = 8t + 4t^2$$

$$y(t) = 16t + 8t^2 - 6$$

determinar:

- a) El vector velocidad y el vector aceleración de la partícula para el instante inicial de su movimiento.
- b) La ecuación cartesiana de su trayectoria.
- c) La coordenada intrínseca  $s$  en función del tiempo.

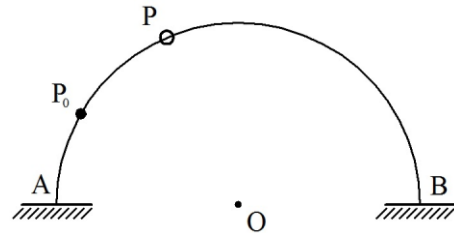


2.- El anillo P se mueve en el semiarco AB de centro O y radio 4 m. fijo a tierra, y sigue la ley de movimiento:

$$s(t) = \frac{4\pi t^2}{3}$$

Si el anillo inicia su movimiento desde la posición  $P_0$ , ubicada a 2 m. de altura por encima de la horizontal que pasa por O; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del anillo, para el instante en que pasa por la posición más alta de su trayectoria.

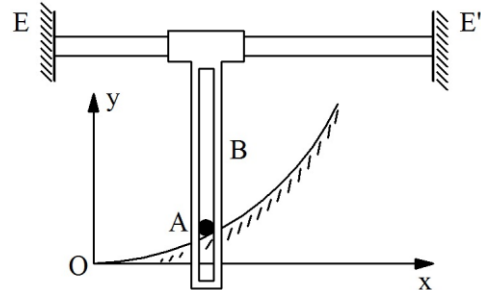
A, O y B están alineados en la misma horizontal.



3.- El perno A se mueve en la superficie fija a tierra, cuya ecuación es:

$$y = bx^2$$

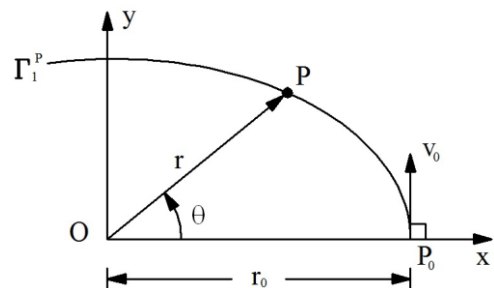
donde  $b$  es constante. El movimiento del perno es controlado por la pieza ranurada B que se mueve horizontalmente hacia la derecha con velocidad de magnitud constante  $v$  respecto a tierra. Si la ranura de la pieza es vertical; determinar el vector aceleración del perno respecto a tierra, para el instante en que la pieza se encuentra a 2 m. del eje  $y$ .



4.- La partícula P describe respecto a tierra la trayectoria plana mostrada, de manera que inmediatamente después del inicio de su movimiento en  $P_0$ , la componente radial y la componente transversal de su vector velocidad se mantienen iguales. Si la aceleración de la partícula es radial; determinar:

- a) La ecuación polar de su trayectoria.
- b) La magnitud de su aceleración como función de la coordenada  $r$ .

En la figura se indican las condiciones iniciales del movimiento.

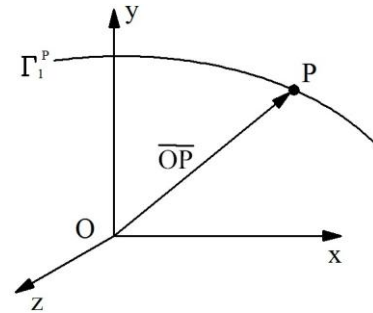


5.- El vector velocidad y el vector aceleración de la partícula P respecto a tierra para un instante dado son:

$$\begin{aligned}\vec{V}_1^P &= 3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k} \\ \vec{a}_1^P &= 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}\end{aligned}$$

determinar para dicho instante:

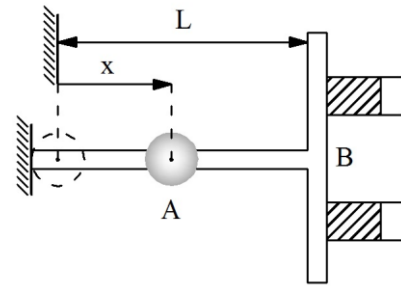
- La componente tangencial de su vector aceleración.
- El radio de curvatura de su trayectoria.



6.- La esfera A ranurada de diámetro d es atraída por la pieza polar B del electroimán con una fuerza que es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia x indicada. La aceleración de la esfera respecto a la guía horizontal fija a tierra es:

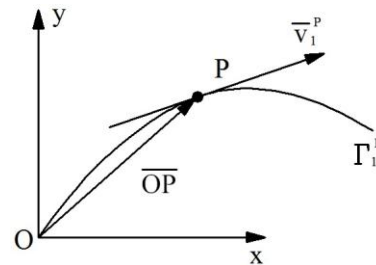
$$a = \frac{b}{(L-x)^2}$$

donde b es la constante que mide la intensidad de campo del electroimán. Si la esfera inicia su movimiento desde el reposo en x = 0; determinar la velocidad de la esfera para el instante en que ésta hace contacto con la pieza polar.



7.- La partícula P tiene movimiento plano respecto a tierra, su vector velocidad es de magnitud constante v y su dirección forma un ángulo  $\theta = \omega t$  con el eje x del sistema cartesiano mostrado, donde  $\omega$  es constante. Si para el instante t = 0, la partícula se encuentra en el origen de coordenadas; determinar:

- La ecuación de su trayectoria.
- El radio de curvatura de su trayectoria.
- La componente normal de su vector aceleración.

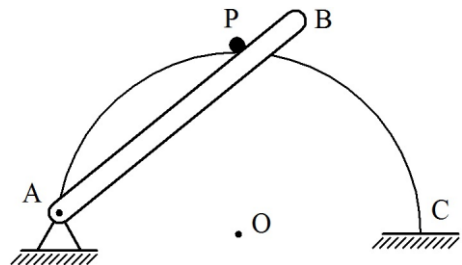


8.- El perno P se mueve en el semicirculo AC de centro O y radio R fijo a tierra, y simultáneamente en la barra AB articulada a tierra en A. La ley de movimiento del perno respecto a tierra es:

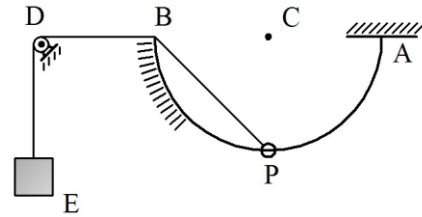
$$s(t) = \frac{\pi R t^2}{8}$$

Para la configuración mostrada  $\vec{OP}$  es vertical. Si P inicia el movimiento en el punto C; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del perno respecto a tierra y respecto a la barra para dicha configuración.

A, O y C están alineados en la misma horizontal.



9.- El anillo P se mueve en el semiarco AB de centro C y radio R fijo a tierra. El anillo está unido a la cuerda que pasa por el extremo B del semiarco, por la polea D de radio despreciable articulada a tierra y se une en su otro extremo al bloque E. Para la configuración mostrada  $\overline{CP}$  es vertical. Si el bloque se mueve con velocidad de magnitud constante  $v$  hacia abajo; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del anillo respecto a tierra para dicha configuración.

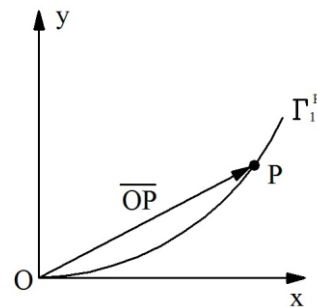


A, C y B están alineados en la misma horizontal.

10.- La partícula P se mueve respecto a tierra y describe la parábola:

$$y = \frac{x^2}{2}$$

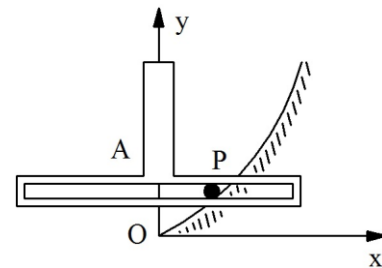
Si la magnitud de su vector velocidad es constante e igual a  $v$ ; determinar el vector aceleración de la partícula en función de la coordenada  $x$ .



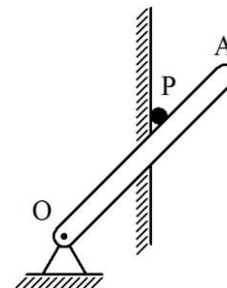
11.- El perno P se mueve en la superficie parabólica fija a tierra de ecuación:

$$y = \frac{x^2}{5}$$

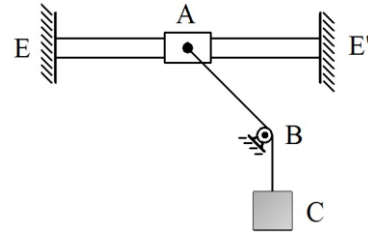
y simultáneamente en la ranura horizontal de la pieza A que desciende verticalmente con velocidad de magnitud constante  $v$ ; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del perno respecto a tierra y respecto a la pieza para el instante en que  $x = 5$  m.



12.- El perno P se mueve en la superficie vertical fija a tierra, y simultáneamente en la barra OA articulada a tierra en su extremo O, que se encuentra ubicado a la distancia horizontal  $b$  de la superficie. Sí el vector velocidad del perno respecto a tierra es de magnitud constante  $v$  hacia abajo y para la configuración mostrada la barra forma  $45^\circ$  con la horizontal; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del perno respecto a la barra para dicha configuración.



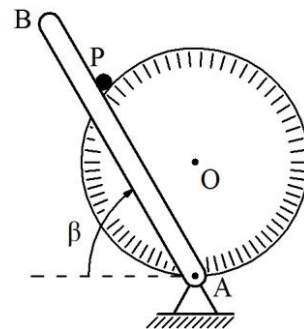
13.- El collar A se mueve en la guía horizontal EE' fija a tierra. El collar está unido a la cuerda que pasa por la polea B de radio despreciable articulada a tierra, ubicada a la distancia vertical b de la guía y se une en su otro extremo al bloque C que descende con velocidad de magnitud constante v; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del collar respecto a tierra para el instante en que el tramo de cuerda AB forma 45° con la horizontal.



14.- El perno P se mueve en la superficie circular de centro O y radio R fija a tierra, y simultáneamente en la barra AB articulada a tierra en A. La barra gira en sentido horario según la ley de movimiento:

$$\beta = \frac{bt^2}{2}$$

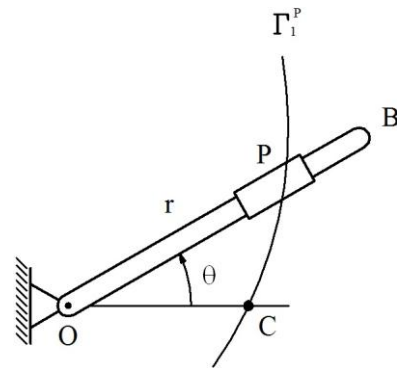
donde b es constante. Si el perno inicia su movimiento en  $\beta = 45^\circ$  respecto a la horizontal; determinar su vector velocidad y su vector aceleración respecto a tierra para el instante en que éste pasa por la posición más alta de la superficie circular. A y O están alineados en la misma vertical.



15.- El collar P se mueve en la barra OB articulada a tierra en O. La ecuación de la trayectoria del collar respecto a tierra es:

$$r = b \sec^2 \left( \frac{\theta}{2} \right)$$

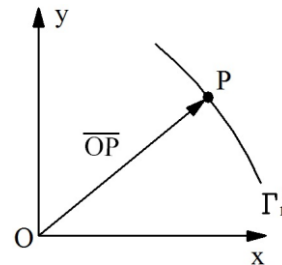
donde b es constante. Si  $\theta = 2 \omega t$ , donde  $\omega$  también es constante; determinar la magnitud de la aceleración tangencial del collar respecto a tierra, cuando éste se encontraba en el punto C indicado.



16.- La partícula P se mueve respecto a tierra de manera que su posición en cualquier instante está dada por el vector:

$$\overline{OP} = b \cos(\omega t) \hat{i} + b \sin(\omega t) \hat{j}$$

donde b y  $\omega$  son constantes. Si para el instante inicial,  $s = 0$ ; determinar la ley de movimiento de la partícula en forma intrínseca.



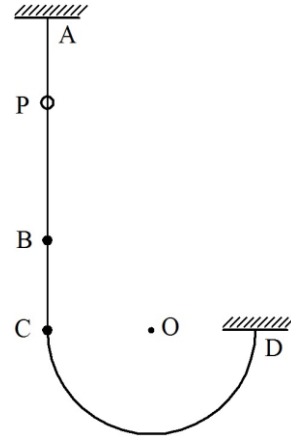
17.- El anillo P se mueve en el alambre formado por el tramo recto AC de longitud  $3L$  y el tramo semicircular CD de centro O y radio  $2L$ , fijo a tierra, Si el anillo parte del reposo desde A y la magnitud de su vector aceleración tangencial es:

$$|\vec{a}_{1t}^P| = \frac{bt}{6}$$

donde  $b$  es constante; determinar el vector aceleración total del anillo cuando éste pasa por:

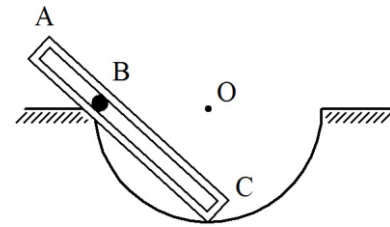
- El punto B, ubicado a la distancia  $2L$  por debajo de A
- El punto más bajo de su trayectoria.

C, O y D están alineados en la misma horizontal.



18.- El extremo C de la barra ranurada AC se mueve en la superficie semicircular de centro O y radio R fija a tierra. En B hay un perno, también fijo a tierra que se mueve en la ranura de la barra. Para la configuración mostrada  $\overline{OC}$  es vertical. Si el perno tiene velocidad de magnitud constante  $v$  respecto a la barra en sentido descendente; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del extremo C de la barra respecto a tierra para dicha configuración.

B y O están alineados en la misma horizontal.

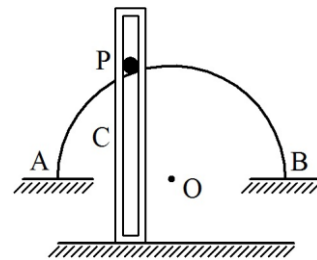


19.- El perno P se mueve en el semicirculo AB de centro O y radio R fijo a tierra, y simultáneamente en la ranura vertical de la pieza C que desliza horizontalmente hacia la derecha. La ley de movimiento del perno respecto a tierra es:

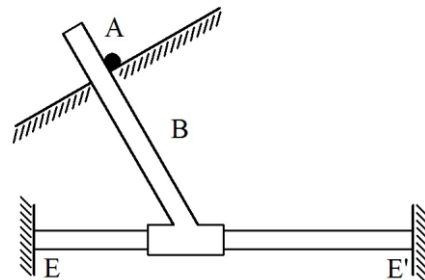
$$s(t) = \frac{\pi R t^3}{36}$$

Si P inicia el movimiento en el punto A; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del perno respecto a tierra y respecto a la pieza para el instante en que ha recorrido tres cuartas partes de su trayectoria sobre el semicirculo.

A, O y B están alineados en la misma horizontal.



20.- El perno A se mueve en la superficie inclinada  $30^\circ$  con la horizontal, fija a tierra y simultáneamente en el brazo B que es perpendicular a la superficie. Para la configuración mostrada la altura del perno medida desde el eje horizontal  $EE'$  es  $h$ . Si el brazo se mueve horizontalmente hacia la derecha con velocidad de magnitud constante  $v$ ; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del perno respecto a tierra y respecto al brazo para dicha configuración.

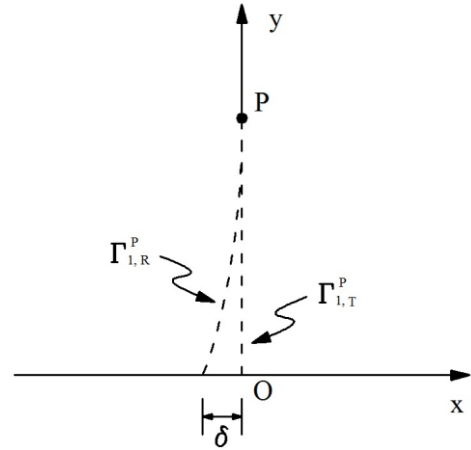


21.- Debido a la rotación de la tierra, el vector aceleración de la partícula P en caída libre es:

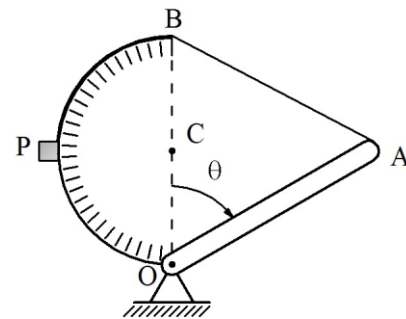
$$\vec{a}_1^P = 2\omega v_y \cos\lambda \hat{i} - g \hat{j}$$

donde  $\omega$  y  $\lambda$  son constantes, y  $v_y$  es la componente vertical de su velocidad. Si en  $t = 0$ , la partícula parte del reposo y se encuentra a la altura  $h$  de la superficie de la tierra; determinar:

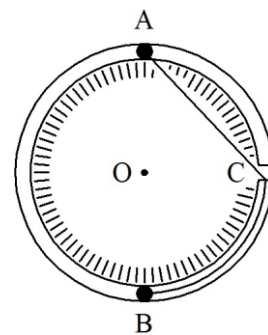
- La ecuación de su trayectoria real ( $\Gamma_{1,R}^P$ ).
- La desviación  $\delta$  respecto a su trayectoria teórica ( $\Gamma_{1,T}^P$ ).



22.- El bloque P de dimensiones despreciables se mueve en la superficie semicircular OB de centro C y radio R fija a tierra. El bloque está unido a la cuerda que se apoya sobre la superficie y se une en su otro extremo a la barra OA de longitud  $2R$  articulada a tierra en O. Para la configuración mostrada la barra forma  $60^\circ$  con la vertical OB y  $\overline{CP}$  es horizontal. Si la barra gira en sentido horario y  $\dot{\theta} = \omega$ , donde  $\omega$  es constante; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del bloque respecto a tierra para dicha configuración.



23.- Dos pernos A y B se mueven en la ranura circular de centro O y radio R fija a tierra. Ambos pernos están unidos por la cuerda tal como se indica. Para la configuración mostrada A, O y B están alineados en la misma vertical. Si el perno B se mueve con velocidad de magnitud constante  $v$  en sentido horario; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del perno A respecto a tierra para dicha configuración. O y C están alineados en la misma horizontal.

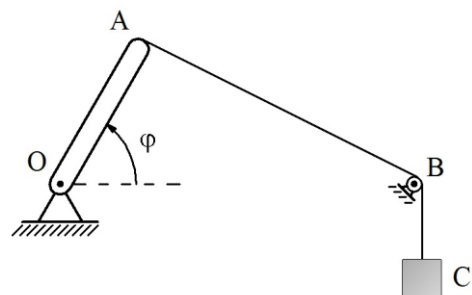


24.- La barra OA de longitud L está articulada a tierra en O, y gira en sentido antihorario de acuerdo a la ley de movimiento:

$$\varphi = \omega t$$

donde  $\omega$  es constante. El extremo A de la barra se une a la cuerda que pasa por la polea B de radio despreciable articulada a tierra y se une en su otro extremo al bloque C; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del bloque respecto a tierra para el instante en que éste ocupa la posición más baja de su trayectoria.

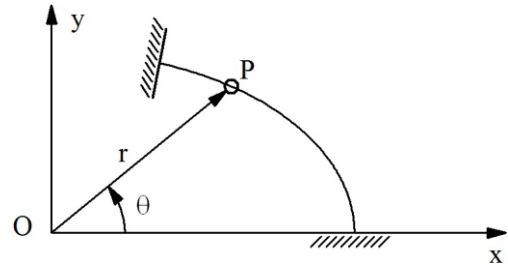
O y B están alineados en la misma horizontal y separados una distancia  $2L$ .



25.- El anillo P se mueve en el alambre fijo a tierra, doblado en forma de espiral logarítmica de ecuación:

$$r = r_0 e^{\theta}$$

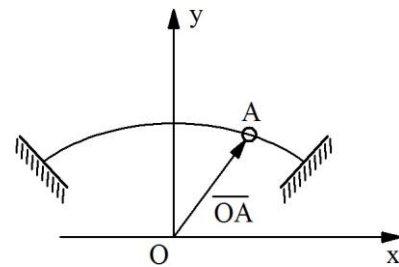
donde  $r_0$  es constante. Si su vector velocidad es de magnitud constante  $v$ ; determinar las coordenadas  $r$  y  $\theta$  en función del tiempo.



26.- El anillo A se mueve en el alambre fijo a tierra, doblado en forma de un arco de elipse, cuya ecuación es:

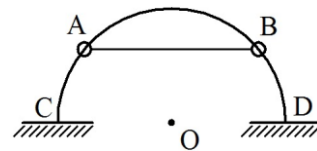
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Si el vector aceleración del anillo es vertical, y además para el instante  $t = 0$ , éste se encuentra en el punto de coordenadas  $(0, b)$  y la magnitud de su vector velocidad es  $v$ ; determinar el vector aceleración del anillo para un instante cualquiera en función de su coordenada  $y$ .



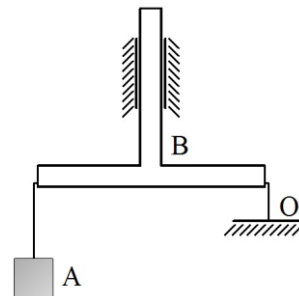
27.- El anillo A se mueve en el semicirculo CD de centro O y radio R fijo a tierra. El anillo está unido por la cuerda tensa de longitud  $\sqrt{2} R$  a otro anillo B que también se mueve en el semicirculo. Para la configuración mostrada la cuerda es horizontal. Si el anillo B inicia su movimiento en el punto D del semicirculo, de acuerdo a la ley:

$$s(t) = \frac{\pi R t^2}{16}$$



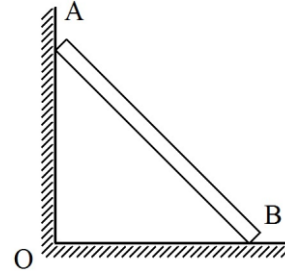
determinar el vector velocidad y el vector aceleración del anillo A respecto a tierra para dicha configuración. C, O y D están alineados en la misma horizontal.

28.- La pieza B en forma de T invertida se mueve en la guía vertical fija a tierra con velocidad de magnitud constante  $v$  hacia arriba. El tramo horizontal de dicha pieza es un tubo por el cual pasa la cuerda que tiene su extremo O fijo a tierra y se une en su otro extremo al bloque A; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del bloque respecto a tierra y respecto a la pieza.



29.- El extremo A de la barra AB de longitud L se apoya en la superficie vertical fija a tierra, y su extremo B se mueve hacia la derecha con velocidad de magnitud constante  $v$  en la superficie horizontal, también fija a tierra; determinar:

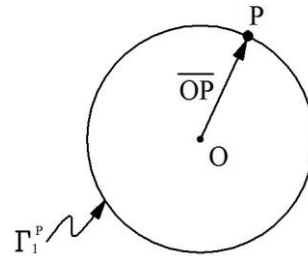
- La ecuación cartesiana de la trayectoria que describe el punto medio de la barra.
- El vector velocidad de dicho punto para el instante en que la barra forma  $45^\circ$  con la horizontal.



30.- La partícula P describe respecto a tierra la circunferencia de centro O mostrada. Si su ley de movimiento es:

$$s(t) = t^4 - 8t$$

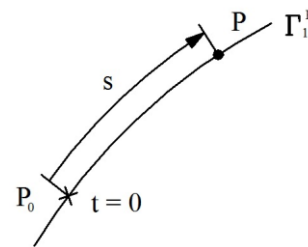
y dos segundos después de haber partido del reposo, la magnitud del vector aceleración total de la partícula es  $48\sqrt{2} \text{ (m/s}^2\text{)}$ ; determinar el radio de la circunferencia.



31.- La partícula P se mueve respecto a tierra de manera que:

$$\vec{a}_1^P \cdot \vec{v}_1^P = b^2 \omega^3 \sin(\omega t)$$

donde  $b$  y  $\omega$  son constantes. Si en  $t = 0$ , la partícula parte del reposo y su coordenada curvilínea es nula; determinar la longitud de arco  $s$  recorrida por la partícula para  $t = 2\pi/\omega$ .

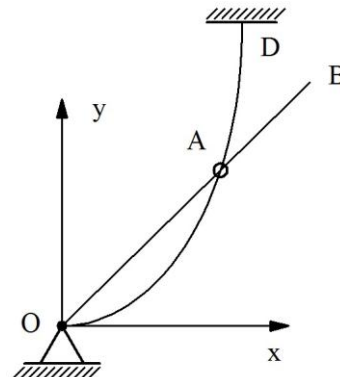


32.- El anillo A se mueve en el alambre OD fijo a tierra, cuya ecuación es:

$$y = 2x^2$$

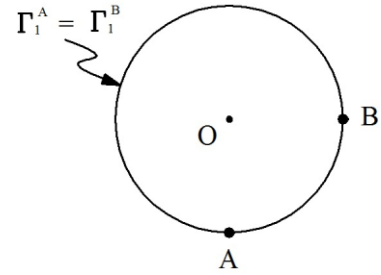
y simultáneamente se mueve a lo largo de la varilla recta OB, articulada a tierra en O. Si la velocidad del anillo respecto a la varilla es de magnitud constante  $v$ , alejándose de O; determinar en función de la coordenada  $x$  del anillo:

- El vector velocidad del anillo respecto a tierra.
- Variación en el tiempo del ángulo que forma la varilla con la horizontal.
- El vector aceleración del anillo respecto a la varilla.

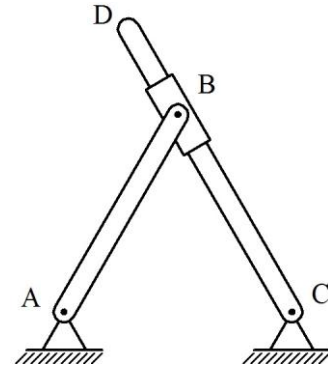




33.- Las partículas A y B se mueven en sentido horario describiendo respecto a tierra una circunferencia común de centro O y radio R, con aceleraciones exclusivamente normales de magnitudes constantes  $a$  y  $4a$  respectivamente. Si el movimiento de ambas partículas se inicia en forma simultánea desde la configuración mostrada, donde  $\overline{OA}$  es vertical y  $\overline{OB}$  es horizontal; determinar el tiempo que tarda la partícula B en alcanzar a la partícula A.



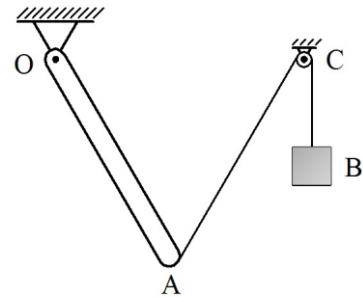
34.- La barra AB de longitud L, está articulada a tierra en A. En el extremo B de dicha barra se conecta el collar de dimensiones despreciables que desliza a lo largo de la barra CD articulada a tierra en C. El collar se mueve respecto a la barra CD alejándose de C con velocidad de magnitud constante  $v$ ; determinar para la configuración mostrada donde la barra AB forma  $60^\circ$  con la horizontal AC:



- a) El vector velocidad del collar respecto a tierra.
  - b) La variación respecto al tiempo del ángulo que forma la barra AB con la horizontal.
- La distancia entre A y C es L.

35.- La barra OA de longitud 3 m. está articulada a tierra en O. En A se conecta la cuerda que pasa por la polea C de radio despreciable articulada a tierra y se une en su otro extremo al bloque B. Si el bloque desciende aceleradamente, y para la posición mostrada su velocidad es 2 m/s, su aceleración es  $4 \text{ m/s}^2$  y la barra forma  $60^\circ$  con la horizontal OC; determinar para dicha configuración el valor de la primera y segunda derivada respecto al tiempo del ángulo que forma la barra con la horizontal.

La distancia entre O y C es 3 m.



36.- La coordenada  $x$  de la partícula P en movimiento plano curvilíneo respecto a tierra es:

$$x(t) = 10t + t^2$$

donde  $x$  se expresa en centímetros y  $t$  en segundos. Si la magnitud de la aceleración total de la partícula es constante e igual a  $10 \text{ cm/s}^2$ , y la componente vertical de dicha aceleración es positiva; determinar la magnitud del vector velocidad de la partícula para el instante  $t = 1$  segundo.

Considerar que en  $t = 0$ , la partícula se encuentra en el origen de coordenadas y que la componente vertical de la velocidad en dicho instante es nula.

