

**TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

**ANÁLISIS DE LOS FACTORES DE FLEXIBILIDAD Y DE  
INTENSIFICACIÓN DE ESFUERZOS EN CODOS  
SOPORTADOS POR TRUNNIONS UTILIZANDO EL MÉTODO  
DE ELEMENTOS DE CONTORNO**

Presentado ante la Ilustre  
Universidad Central de Venezuela  
Por el Br. Bracamonte B, Johane H.  
Para optar al Título  
de Ingeniero Mecánico

Caracas, 2007

**TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

**ANÁLISIS DE LOS FACTORES DE FLEXIBILIDAD Y DE  
INTENSIFICACIÓN DE ESFUERZOS EN CODOS  
SOPORTADOS POR TRUNNIONS UTILIZANDO EL MÉTODO  
DE ELEMENTOS DE CONTORNO**

**TUTOR ACADÉMICO:** Prof. Manuel Martínez

Presentado ante la Ilustre  
Universidad Central de Venezuela  
Por el Br. Bracamonte B, Johane H.  
Para optar al Título  
de Ingeniero Mecánico

Caracas, 2007

Caracas, 2007

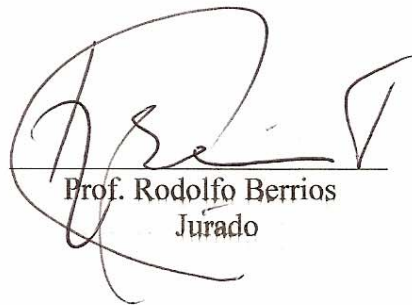
Los abajo firmantes, miembros del Jurado designado por el Consejo de Escuela de Ingeniería Mecánica, para evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por su el Bachiller Johane H. Bracamonte, titulado:

**“ANÁLISIS DE LOS FACTORES DE FLEXIBILIDAD Y DE INTENSIFICACIÓN DE ESFUERZOS EN CODOS SOPORTADOS POR TRUNNIONS UTILIZANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO”**

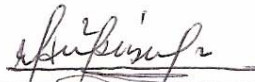
Consideran que el mismo cumple con los requisitos exigidos por el plan de estudios conducente al Título de Ingeniero Mecánico, y sin que ello signifique que se hacen solidarios con las ideas expuestas por el autor:



Prof. Alberto Pertuz  
Jurado



Prof. Rodolfo Berrios  
Jurado



Prof. Manuel Martínez  
Tutor Académico





UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Departamento de Diseño  
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA



Caracas, 08 de febrero de 2007.

Ciudadano:

**Prof. Gerardo Ramírez**

**Jefe de División de Control de Estudios**

Presente.-

Quienes suscriben profesores miembro del Jurado Examinador, designado por el Consejo de la Escuela de Ingeniería Mecánica, nos dirigimos a usted, con la finalidad de informarle la decisión de otorgar al alumno: **Johane H. Bracamonte B.**

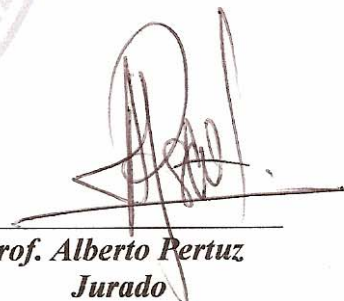
**MENCION HONORÍFICA**

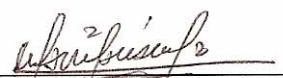
Por la excelencia demostrada en la realización de Trabajo Especial de Grado intitulado:

**“ANÁLISIS DE LOS FACTORES DE FLEXIBILIDAD INTENSIFICACIÓN DE  
ESFUERZOS EN CODOS SOPORTADOS POR TUNNIONS UTILIZANDO EL  
METODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO”**

Sin otro particular a que hacer referencia, quedamos de Ud.,

  
**Prof. Rodolfo Berrios**  
Jurado

  
**Prof. Alberto Pertuz**  
Jurado

  
**Prof. Manuel Martínez**  
Tutor

*A mis abuelos Stefan, Eddyta y Mery...  
Haya quedado en mi la llama de su tezón.*

## AGRADECIMIENTOS

A la **Universidad Central de Venezuela**, por ser la sede de mi crecimiento técnico, científico y humano y por todas las facilidades y recursos que ha puesto a mi disposición para el logro de ésta meta.

A mi tutor el **Prof. Manuel Martínez** quién a pesar de las adversidades pudo ofrecer consejo oportuno ante las dificultades que se me presentaron, así como por su atención y disposición a buscar la ayuda y apoyo necesario para la realización de este proyecto.

Al **Prof. Rafael Balderrama**, quien siempre atento y dispuesto a ayudar, su colaboración fue decisiva en la feliz culminación de éste trabajo.

Al **Prof. José Luis Perera** por su ayuda en definir el tema de éste Trabajo Especial de Grado y por estar siempre atento a mis avances a lo largo de la carrera.

Al **Prof. Julio Segura**, no solo por proporcionarme ayuda técnica referente a los computadores de la sala de tesis y al proyecto realizado, sino también por incluirme en las actividades científicas y de investigación llevadas a cabo durante mi estadía en la escuela.

Al **Prof. Marco González** por su paciencia y su ayuda en el planteamiento de los resultados de éste proyecto.

A mi amigo el **Ing. Mahmoud Houlo**, por su ayuda constante ayuda, asistencia y admirable vocación al trabajo.

A la **Escuela de Ingeniería Mecánica y a todo su Personal Docente** por todos estos gratos años de estudio, que espero continúen a niveles superiores.

A mi **Familia** en cuyo seno aprendí el valor de la constancia, el estudio y el trabajo, en especial a mis padres **William e Isabel** quienes con cariño me criaron inculcándome los valores que me hacen la persona que soy hoy en día, y a mis hermanos **William Haendell y Eddymery** a quienes quiero y admiro.

A mi querida **Nancy** por traer consigo tantas alegrías.

A **mis amigos**, aquellos de toda la vida **Jordan, Leomar, Iván, Gaby, Andrea, Carlos “Cateto” y Rafael**, y a aquellas amistades que hice en la universidad: **Carlos “Piquero”, Fernando “El Chupi”, Máximo, John, Vanessa, Luis, Giulius, María** y en especial a **Miguel** y a **Isabel**. Todos han compartido conmigo parte del camino, gracias por hacerlo tan ameno.

**Bracamonte B, Johane H.**

**ANÁLISIS DE LOS FACTORES DE FLEXIBILIDAD Y DE  
INTENSIFICACIÓN DE ESFUERZOS EN CODOS  
SOPORTADOS POR TRUNNIONS UTILIZANDO EL MÉTODO  
DE ELEMENTOS DE CONTORNO**

**Tutor Académico: Prof. Manuel Martínez. Tesis. Caracas, U.C.V. Facultad de  
Ingeniería. Escuela de Ingeniería Mecánica. 2007, n° pag. 151**

**Palabras Clave:** Método de Elementos de Contorno, esfuerzos, SIF, índices de  
esfuerzo, factor de flexibilidad, trunnion, soportería, sistemas de tubería

En el presente trabajo se calcularon los factores de intensificación de esfuerzos, los índices de esfuerzos y el factor de flexibilidad para una serie de modelos de codos unidos a trunnions, utilizando para esto el Método de Elementos de Contorno. Un estudio previo fue llevado a cabo con el fin de determinar el rango de esbeltez dentro del cuál el programa utilizado ofrece buenos resultados en un tiempo de cálculo aceptable. En éste estudio se simularon momentos aplicados a una serie de codos sin soporte de dimensiones comerciales y se compararon los resultados contra ecuaciones teóricas. Para el cálculo de los factores para codos soportados por trunnions se simularon momentos aplicados dentro y fuera del plano a un extremo del codo con el extremo opuesto anclado y el trunnion libre, así como también momentos dentro y fuera del plano aplicados al trunnion con ambos extremos del codo anclados.

Se encontró que el programa utilizado presenta un colapso de la sección transversal de los codos simples simulados, cuando éstos presentan una relación de esbeltez mayor a 23, éste colapso es independiente de la carga aplicada y dependiente del número de elementos de la malla. Para los modelos menos esbeltos se observó buena concordancia con predicciones teóricas. Con respecto a los codos soportados por trunnions se observó que los factores de flexibilidad calculados predicen una rigidez mayor a todas las estimaciones prácticas de ingeniería, para momentos dentro del plano el factor de flexibilidad mostró ser fuertemente dependiente de los cambios en los diámetros del trunnion presentando buena concordancia con la correlación de Lewis y Chao, para momentos fuera del plano la variación de las características del trunnion no cobran mayor importancia. Para momentos aplicados en el codo la distribución de esfuerzos permanece similar a la existente en un codo sin soporte, y la magnitud del máximo esfuerzo no presentó tendencias claras con respecto a la variación de las características del trunnion. Para momentos aplicados en el trunnion el máximo esfuerzo se ubicó en las vecindades de la unión a excepción de configuraciones donde las dimensiones del trunnion fueran pequeñas. Se observó además que la magnitud del esfuerzo es función casi exclusiva de las características del trunnion para estos casos de carga.



# ÍNDICE

<b>ÍNDICE.....</b>	<b>VIII</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>XII</b>
<b>LISTA DE TABLAS .....</b>	<b>XV</b>
<b>NOMENCLATURA, SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS .....</b>	<b>XVI</b>
<b>NOMENCLATURA, SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS .....</b>	<b>XVI</b>
Símbolos latinos y abreviaturas. ....	xvi
Símbolos griegos.....	xviii
Subíndices. ....	xix
<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
<b>CAPITULO I.....</b>	<b>6</b>
<b>EL PROBLEMA.....</b>	<b>6</b>
Título del trabajo de investigación.....	6
Planteamiento del problema.....	6
Problema.....	6
Objetivos.....	7
Objetivo General .....	7
Objetivos Específicos.....	7
Alcances.....	8
Tipo de investigación.....	8
Diseño.....	9
Nivel.....	9
Propósito.....	9
<b>CAPITULO II.....</b>	<b>10</b>

<b>ANÁLISIS DE ESFUERZOS, FLEXIBILIDAD Y SOPORTERÍA DE UN SISTEMA DE TUBERÍAS.....</b>	<b>10</b>
<b>Generalidades.....</b>	<b>10</b>
<b>Etapas de un proceso de diseño y evaluación de un sistema de tuberías.....</b>	<b>11</b>
<b>Análisis de flexibilidad.....</b>	<b>12</b>
<b>Análisis de esfuerzos.....</b>	<b>13</b>
<b>Sopotería. Tipos de Soporte, selección y ubicación.....</b>	<b>14</b>
Soportes de Gravedad.....	14
Soportes de restricción.....	16
Anclajes.....	16
Guías.....	16
Topes o stops.....	17
Soportes especiales o flexibles.....	17
Selección y ubicación de soportes.....	18
<b>Normas de diseño de sistemas de tubería.....</b>	<b>20</b>
Normas ASME B31.....	20
Categorización de los esfuerzos.....	20
Evaluación de los esfuerzos.....	21
Esfuerzos sostenidos.....	21
Esfuerzos Térmicos.....	23
Cargas Ocasionales.....	25
Normas ANSI/AMSE B31.7 y ASME Sección III.....	25
Categorización de los Esfuerzos.....	26
Evaluación de los esfuerzos.....	27
<b>Factores utilizados en el diseño y análisis de sistemas de tuberías.....</b>	<b>28</b>
Flexibilidad Característica (h).....	28
Factor de flexibilidad (k).....	30
Factores de Esfuerzo.....	31
Factor de Esfuerzo Efectivo (FEE).....	32
Índices de esfuerzos (B, C, K).....	32
Factores de intensificación de esfuerzos (i).....	34
Relación entre los índices de esfuerzos y los factores de intensificación de esfuerzos.....	36
<b>Comportamiento de un codo de tubería bajo carga.....</b>	<b>37</b>
<b>Soportes tipo trunnion circulares.....</b>	<b>42</b>
Trunnions soldados a tramos rectos de tubería.....	43
Trunnions soldados a codos.....	44
Método Kellog para el diseño y evaluación de soportes tipo trunnion.....	48
<b>CAPÍTULO III.....</b>	<b>51</b>
<b>MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO.....</b>	<b>51</b>

<b>Breve reseña histórica.....</b>	<b>51</b>
<b>Conceptos Básicos .....</b>	<b>53</b>
Método de Trefftz.....	53
Método indirecto .....	54
Método directo .....	54
<b>Aplicación del método a problemas de elasticidad.....</b>	<b>55</b>
Soluciones Fundamentales .....	55
Método indirecto .....	58
Método directo .....	62
 <b>CAPITULO IV .....</b>	 <b>65</b>
 <b>METODOLOGÍA.....</b>	 <b>65</b>
<b>Estudio del rango de aplicabilidad del software.....</b>	<b>65</b>
Los Modelos.....	65
Los casos de carga.....	66
Las Mallas.....	67
<b>Estudio del sistema Codo-Trunnion.....</b>	<b>69</b>
Los modelos.....	69
Casos de Carga.....	71
Las Mallas.....	71
<b>Simulación de los casos de carga.....</b>	<b>74</b>
Simulación de momentos aplicados.....	74
Simulación de anclaje.....	76
<b>Procesamiento de resultados.....</b>	<b>76</b>
Índice de esfuerzos.....	76
Factor de esfuerzo efectivo.....	76
Factor de intensificación de esfuerzo.....	76
Factor de flexibilidad.....	77
<b>Herramientas computacionales.....</b>	<b>78</b>
GID 8.0 <sup>®</sup> .....	78
BIE3DH.....	79
 <b>CAPITULO V .....</b>	 <b>80</b>
 <b>RESULTADOS Y ANÁLISIS .....</b>	 <b>80</b>
<b>Determinación del rango de aplicabilidad del software.....</b>	<b>80</b>
Factor de Flexibilidad.....	81
Índices de esfuerzos.....	83
Colapso de la sección transversal .....	89
<b>Análisis del sistema Codo-Trunnion.....</b>	<b>92</b>

Factor de Flexibilidad.....	94
Momento dentro del plano:.....	94
Momento fuera del plano.....	98
Factores de Esfuerzo.....	102
Momento dentro del plano aplicado en el codo.....	102
Momentos aplicados fuera del plano.....	109
Momento dentro del plano aplicado en el trunnion.....	113
Momento fuera del plano aplicado en el trunnion.....	118
<b>CAPITULO VI.....</b>	<b>123</b>
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>123</b>
<b>Conclusiones.....</b>	<b>123</b>
Comportamiento de codos unidos a trunnion.....	124
<b>Recomendaciones.....</b>	<b>126</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>127</b>
<b>APENDICE.....</b>	<b>131</b>
<b>Simulación de codos unidos a trunnions en el programa CAESAR II®.....</b>	<b>131</b>
Método Near/Far Point.....	133
Método On Curvatura.....	133
Método Offset Element.....	133

## LISTA DE FIGURAS

Fig. 2. 1. . Soportes de gravedad deslizantes tipo marco y tipo pie de amigo (Goncálvez, 2004)..	15
Fig. 2. 2 Soportes deslizantes con aditamentos tipo trunnion y zapata. (Goncálvez, 2004). .....	15
Fig. 2. 3. Restricciones tipo guías. (Goncálvez, 2004).....	17
Fig. 2. 4. Restricciones tipo tope. (Goncálvez, 2004).....	17
Fig. 2. 5. Esquema de un soporte flexible de carga constante (Kellogg, 1956). .....	18
Fig. 2. 6 Balance de esfuerzos en un corte longitudinal de una tubería (Goncálvez, 2004).....	22
Fig. 2. 7. Momentos en un ramal en “T” y en un codo (ASME, 2004).....	24
Fig. 2. 8. Tabla de flexibilidad característica, factor de flexibilidad y factores de intensificación de esfuerzos para diversos componentes (ASME, 2004).....	29
Fig. 2. 9. Factor de flexibilidad (Diehl, 2002). .....	30
Fig. 2. 10. Banco de pruebas utilizado por Markl para el ensayo de “T” soldadas (Markl, 1952 a) .....	35
Fig. 2. 11 Ovalización en una tubería curva y comparación entre la distribución de esfuerzos real y la predicha por la teoría clásica de vigas. (Kellogg, 1956).....	38
Fig. 2. 12 Comportamiento del factor de flexibilidad e índice de esfuerzos $C_2$ con el aumento de la distancia del codo al extremo anclado. (Thomas, 1987). .....	41
Fig. 2. 13 Codos y Codos Mitrados ensayados por Markl, a la izquierda ensayados bajo momentos dentro del plano, a la derecha ensayados bajo momentos fuera del plano. (Markl, 1952 b) .....	42
Fig. 2. 14 Configuraciones y casos de carga estudiados para trunnions soldados a tuberías rectas. (Hankinson y Weiler, 1991) .....	43
Fig. 2. 15 Casos de carga de estudio en trunnions soldados a codos. (Hankinson et.al, 1987). .....	46
Fig. 2. 16 Correlaciones propuestas para la evaluación de codos unidos a trunnios. (Hankinson et. al, 1987).....	47
Fig. 2. 17 Nomenclatura para evaluación de trunnions soldados a tuberías rectas (Inelectra, 2004).....	49
Fig. 2. 18 Nomenclatura para la evaluación de trunnions soldados a codos. (Inelectra, 2004).....	50
Fig. 3. 1 Notación para la solución fundamental. (Beer y Watson, 1994).....	56
Fig. 4. 1 Casos de carga para el estudio de codos de tubería. ....	67
Fig. 4. 2 Elementos cuadrilaterales sencillos y cuadráticos (CIMNE, 2006). .....	67

Fig. 4. 3 Malla tipo para modelos de codo de tubería.....	68
Fig. 4. 4 Casos de carga para codos unidos a trunnion. ....	71
Fig. 4. 5 Malla para el análisis de cargas aplicadas al codo. ....	72
Fig. 4. 6 Malla para el análisis de cargas en el trunnion. ....	73
Fig. 4. 7 Nomenclatura para la introducción de las condiciones de borde. ....	75
Fig. 4. 8. Rotación de los extremos de un codo sometido a un momento dentro del plano. ....	77
Fig. 4. 9 Rotación en los extremos de un codo sometido a un momento fuera del plano.....	78
Fig. 5. 1. Modelos de codos simples estudiados.....	80
Fig. 5. 2 Factor de flexibilidad de un codo simple vs. flexibilidad característica.....	82
Fig. 5. 3. Factor de flexibilidad de un codo simple vs. Esbeltez.....	82
Fig. 5. 4 Error relativo entre k de la simulación y la k corregida por el factor de Thomas vs. Esbeltez.....	83
Fig. 5. 5 Índice de esfuerzo dentro del plano vs. Flexibilidad Característica.....	85
Fig. 5. 6 Índice de esfuerzo dentro del plano para un codo vs. Esbeltez.....	85
Fig. 5. 7 Error relativo entre índice de esfuerzo dentro del plano por simulación y el corregido por el factor de Thomas vs. Esbeltez.....	86
Fig. 5. 8 Índice de esfuerzo fuera del plano para un codo vs. Flexibilidad Característica.....	86
Fig. 5. 9 Índice de esfuerzo fuera del plano para un codo vs. Esbeltez.....	87
Fig. 5. 10 Error relativo entre índice de esfuerzos fuera del plano por simulación y el corregido por el factor de Thomas vs. Esbeltez.....	87
Fig. 5. 11 Distribución de esfuerzos para el Modelo 1 simulado con el MEC. ....	89
Fig. 5. 12 Deformación de la sección transversal del extremo cargado para diferentes modelos con mallas idénticas .....	90
Fig. 5. 13 Colapso de la sección transversal para mallas con 3 y 8 divisiones en el extremo cargado con 3 divisiones en el extremo restringido y en una con 5 divisiones en ambos extremos.....	91
Fig. 5. 14 Malla deformada y distribución de esfuerzos para un Cilíndro de relación D/T igual a 43, utilizando un modelo completo y la mitad de un modelo. ....	92
Fig. 5. 15. Características geométricas modelos de codos unidos a trunnions. ....	92
Fig. 5. 16 Factor de flexibilidad dentro del plano vs. Flexibilidad característica .....	96
Fig. 5. 17 Factor de flexibilidad dentro del plano vs. Relación d/D.....	97
Fig. 5. 18 Factor de flexibilidad dentro del plano vs. Relación t/T.....	98
Fig. 5. 19 Factor de flexibilidad fuera del plano vs. flexibilidad característica.....	100
Fig. 5. 20 Factor de flexibilidad fuera del plano vs. relación d/D.....	101

Fig. 5. 21 Factor de flexibilidad fuera del plano vs. relación $t/T$ .....	101
Fig. 5. 22 Variación de la ubicación del máximo esfuerzo con el diámetro del trunnion.....	103
Fig. 5. 23 Influencia del diámetro del trunnion en la distribución de esfuerzos en la superficie externa. ....	105
Fig. 5. 24 Índice de esfuerzos dentro del plano para momentos aplicados al trunnion vs. Flexibilidad Característica del codo.....	107
Fig. 5. 25 Índice de esfuerzos dentro del plano para momentos aplicados al codo vs. Relación $d/D$ .....	107
Fig. 5. 26 Índice de esfuerzos dentro del plano para momentos aplicados al codo vs. relación $t/T$ .....	108
Fig. 5. 27 Ubicación de los máximos esfuerzos para momentos fuera del plano aplicados a codos. ....	109
Fig. 5. 28 Índice de esfuerzos fuera del plano para momentos aplicados al codo vs. flexibilidad característica del codo. ....	110
Fig. 5. 29 Índice de esfuerzos fuera del plano para momentos aplicados al codo vs. relación $d/D$ .....	112
Fig. 5. 30 Índice de esfuerzos fuera del plano para momentos aplicados al codo vs. relación $t/T$ .....	112
Fig. 5. 31 Variación de la distribución de esfuerzos por momentos dentro del plano aplicados al trunnion con la variación de las características del trunnion.....	115
Fig. 5. 32 Factor de intensificación de esfuerzos dentro del plano para momentos aplicados al trunnion vs. relación $d/D$ .....	115
Fig. 5. 33 Factor de intensificación de esfuerzos dentro del plano para momentos aplicados al trunnion vs. relación $t/T$ .....	116
Fig. 5. 34 Factor de intensificación de esfuerzos dentro del plano para momentos aplicados al trunnion vs. flexibilidad característica del codo. ....	117
Fig. 5. 35 Distribución de esfuerzos por momentos fuera del plano aplicados al trunnion para distintas características del trunnion .....	118
Fig. 5. 36 Factor de intensificación de esfuerzos fuera del plano para momentos aplicados al trunnion vs. la relación $d/D$ .....	120
Fig. 5. 37 Factor de intensificación de esfuerzos fuera del plano para momentos aplicados al trunnion vs. la relación $t/T$ .....	121
Fig. 5. 38 Factor de intensificación de esfuerzos fuera del plano para momentos aplicados al trunnion vs. flexibilidad característica. ....	122

## LISTA DE TABLAS

Tabla 4. 1 Características geométricas de los codos de tubería estudiados.....	66
Tabla 4. 2 Características geométricas de los sistemas codo-trunnion estudiados .....	70
Tabla 5. 1 Resultados de las simulaciones para codos simples .....	80
Tabla 5. 2 Comparación de k calculado por simulación contra predicciones teóricas.....	81
Tabla 5. 3 Comparación de los índices de esfuerzos calculados por simulación y por predicciones teóricas.....	84
Tabla 5. 4 Lista de modelos de codos soportados por trunnions.....	93
Tabla 5. 5 Comparación del factor de flexibilidad dentro del plano calculado contra prácticas de ingeniería. ....	95
Tabla 5. 6 Comparación del factor de flexibilidad fuera del plano calculado contra prácticas de ingeniería. ....	99
Tabla 5. 7 Factores de esfuerzos calculados.....	104
Tabla 5. 8. Comparación de índices de esfuerzos dentro del plano para momentos aplicados al Codo contra el índice de esfuerzos para codos simples. ....	106
Tabla 5. 9 Comparación de índices de esfuerzos fuera del plano para momentos aplicados al codo contra el índices de esfuerzos para codos simples.....	111
Tabla 5. 10 Comparación de los factores de intensificación de esfuerzos dentro del plano para momentos aplicados al trunnion calculado contra la estimación del método Kellogg.....	114
Tabla 5. 11 Comparación de los factores de intensificación de esfuerzos fuera del plano para momentos aplicados al trunnion calculado contra la estimación del método Kellogg.....	119



## NOMENCLATURA, SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS

### Símbolos latinos y abreviaturas.

**ASME:** American Society of Mechanical Engineers.

**A:** Factor de seguridad de la ecuación de esfuerzos sostenidos del código ASME B31.3.

**A<sub>t</sub>:** Área de la sección transversal.

**b<sup>(n)</sup>:** Fuerzas de cuerpo correspondiente a un campo de desplazamiento n.

**B:** Factor de seguridad de la ecuación de esfuerzos sostenidos del código ASME B31.3. Índice de esfuerzos primarios para las normas ASME Sección III y ASME B31.7.

**C:** Factor de seguridad de la ecuación de esfuerzos sostenidos del código ASME B31.3. Índice de esfuerzos secundarios para las normas ASME Sección III y ASME B31.7.

**CF:** Factor de corrección por corrosión para el método de Kellogg.

**c:** tolerancia de corrosion.

**d:** diámetro del trunnion.

**D:** Diámetro externo. Diámetro del codo de tubería.

**D<sub>m</sub>:** Diámetro medio.

**D<sub>n</sub>:** Diámetro nominal.

**D(P,Q):** Matriz de proporcionalidad de la ley de Hooke generalizada.

**E:** Módulo de Young.

**E<sub>ab</sub>:** Módulo de Young promedio entre las temperaturas a y b.

**f:** factor de reducción del esfuerzo admisible por cargas cíclicas para el código ASME B31.3.

**f(P):** Vector de fuerza aplicada en el punto P en el método de soluciones fundamentales.

**FEE:** Factor de esfuerzos efectivo.

**h:** Flexibilidad característica de un componente de tubería.

**i:** Factor de intensificación de Esfuerzos definido por Markl.

**I:** Momento de Inercia de la sección transversal.

**k:** Factor de flexibilidad.

**K:** Índice de esfuerzos pico para las normas ASME Sección III y ASME B31.7.

**M:** momento flector aplicado.

**ME:** Momento equivalente para el método de Kellogg.

**MEC:** Método de Elementos de Contorno.

**N:** Número de ciclos aplicados hasta obtener una falla en un estudio de fatiga.

**p:** Presión.

**Pa:** Carga axial aplicadas al trunnion para el método de Kellogg.

**P<sub>C</sub>:** Carga aplicada al trunnion, ortogonal a su eje y fuera del plano del componente, para el método de Kellogg.

**P<sub>L</sub>:** Carga aplicada al trunnion, ortogonal a su eje y dentro del plano del componente para el método de Kellogg.

**Q:** Carga axial.

**S:** Esfuerzo nominal en las pruebas de fatiga de Markl. Contorno de Integración en el MEC.

**S<sub>A</sub>:** Esfuerzo admisible por expansión para el código ASME B31.3.

**S<sub>c</sub>:** Esfuerzo admisible a temperatura ambiente para el código ASME B31.3.

**S<sub>h</sub>:** Esfuerzo admisible a temperatura de diseño para el código ASME B31.3.

**S<sub>L</sub>:** Esfuerzo admisible para el código ASME Sección III, correspondiente a 1,5 veces el esfuerzo estructural admisible a una temperatura determinada.

**S(P,Q):** Matriz de la solución analítica de kelvin para medios elásticos infinitos.

**t:** Espesor. Espesor de pared del trunnion.

**t<sup>(n)</sup>:** Vector tracción correspondiente a un campo de desplazamientos n.

**t̄(Q):** Condición de borde vector de tracción para el método indirecto de elementos de contorno.

**T:** espesor del codo de tubería.

**Ta, Tb:** Temperatura en el punto a y b respectivamente para el código ASME Sección III.

**TMF:** Factor de corrección por temperatura para el método de Kellogg.

$\mathbf{u}^{(n)}$ : Campo de desplazamientos “n”.

$\mathbf{u}(\mathbf{Q})$ : vector de desplazamientos del punto Q en el método de soluciones fundamentales.

$\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{Q})$ : Condición de borde de desplazamientos prescritos para el método indirecto de elementos de contorno.

$\mathbf{U}(\mathbf{P},\mathbf{Q})$ : Solución fundamental de la ecuación diferencial gobernante utilizada para la solución de un problema utilizando MEC.

**W:** Factor de seguridad de la ecuación de esfuerzos ocasionales para el código ASME B31.3

**X:** Factor de seguridad de la ecuación de esfuerzos ocasionales para el código ASME B31.3

**Y:** Factor de seguridad de la ecuación de esfuerzos ocasionales para el código ASME B31.3

**Z:** Módulo de sección de la sección transversal.

### **Símbolos griegos**

$\alpha$ : Ángulo para la ubicación del esfuerzo máximo en un codo de tubería medido desde el lado. Coeficiente de expansión térmica a la temperatura a y b respectivamente para el código ASME Sección III.

$\beta$ : Factor de concentración de esfuerzos longitudinales para un codo de tubería para momentos dentro y fuera del plano respectivamente.

$\gamma$ : Factor de concentración de esfuerzos circunferenciales para un codo de tubería para momentos dentro y fuera del plano.

$\mu(\mathbf{Q})$ : Vector de la función densidad para el método directo de elementos de contorno.

$\theta$ : Rotación en el extremo de un elemento sometido a un momento flector.

$\sigma_1$ : Esfuerzo máximo principal para un estado general de esfuerzos.

$\sigma_2$ : Esfuerzo mínimo principal para un estado general de esfuerzos.

$\sigma_b$  : Esfuerzo normal de un estado general de esfuerzos plano.

$\sigma_L$  : Esfuerzos sostenidos.

$\sigma_{Lp}$  : Esfuerzos sostenidos por efecto de presión.

$\sigma_{Lg}$  : Esfuerzos sostenidos por efecto del peso.

$\sigma_{vms}$  : Esfuerzo equivalente de Von Misses.

$\tau$  : Esfuerzo cortante por torsión. Esfuerzo cortante de un estado general de esfuerzos plano.

$\nu$  : Relación de Poisson.

### **Subíndices.**

**1:** Aplica únicamente a los Índices de Esfuerzo del código ASME Sección III e indica que el esfuerzo es debido a presión interna.

**2:** Aplica únicamente a los Índices de Esfuerzo del código ASME Sección III e indica que el esfuerzo es debido a momentos aplicados.

**3:** Aplica únicamente a los Índices de Esfuerzo del código ASME Sección III e indica que el esfuerzo es debido a gradientes térmicos.

**C:** Indica que corresponde a un momento aplicado en el codo. Aplica a todos los factores de esfuerzo.

**i:** Indica que corresponde a un momento aplicado dentro del plano. Aplica a momentos factores de esfuerzo y de flexibilidad.

**o:** Indica que corresponde a un momento aplicado fuera del plano. Aplica a momentos factores de esfuerzo y de flexibilidad.

**T:** Indica que corresponde a un momento aplicado en el trunnion. Aplica a todos los factores de esfuerzos.

## INTRODUCCIÓN

El análisis de esfuerzos en sistemas de tuberías se ha consolidado como una disciplina en el área de ingeniería, cuya función es asegurar el cumplimiento de las normas y códigos referentes a los esfuerzos admisibles en dichos sistemas. Tradicionalmente el enfoque que se ha dado al análisis de sistemas de tuberías es la aplicación de la teoría de vigas, correspondiente al área de mecánica de sólidos, de esta forma los sistemas de tuberías se modelan como un conjunto de vigas sometidas a las solicitaciones características de este tipo de sistemas.

Sin embargo la teoría de vigas no cubre completamente todos los elementos de un sistema de tuberías, por lo que se ha hecho necesaria la implementación de factores de corrección para la estimación del comportamiento mecánico de los mismos. Los llamados “accesorios” de los sistemas de tuberías, entre los que se encuentran los codos, reductores de diámetro, conexiones de ramales, válvulas, bridas y la soportería en general, son capaces de otorgar o sustraer, considerablemente, flexibilidad al sistema (Goncálvez, 2004).

Los factores de corrección más utilizados en la industria a nivel mundial son: el factor de flexibilidad, utilizados en forma general por la mayoría de los códigos existentes, los índices de esfuerzos, utilizados y adoptados por los códigos ASME Sección III y ASME B31.7 referidos a recipientes a presión e instalaciones nucleares respectivamente, y los factores de intensificación de esfuerzos utilizados y adoptados por las normas ASME B31 referidas a sistemas de tuberías.

El factor de flexibilidad permite estimar la rotación por unidad de longitud de un componente de tubería sometido a un momento flector. Por su parte los índices de esfuerzos y los factores de intensificación permiten estimar el máximo esfuerzo presente en un componente de tubería, existe una diferencia fundamental entre ambos grupos de factores de esfuerzos, mientras que los índices de esfuerzos relacionan un esfuerzo máximo a un esfuerzo nominal, los factores de intensificación de esfuerzos son el resultados de ensayos dinámicos destructivos y representan la relación entre las

cargas aplicadas a un componente de tubería y a un tramo de tubería recto para que ambos fallen por fatiga en un número igual de ciclos.

Independientemente de que se estén utilizando índices o factores de intensificación de esfuerzos, los mismos deben ser implementados simultáneamente a los factores de flexibilidad en las ecuaciones utilizadas en el estudio de un sistema de tuberías, de ésta forma la relación entre las deformaciones y el estado de esfuerzos del sistema es modelado de forma más precisa, dependiendo claro de la validez de los factores implementados.

Numerosos estudios han sido realizados para la determinación de estos factores, los mismos han sido motivados por el creciente desarrollo industrial y la necesidad de diseños de sistemas de tuberías cada vez más complejos. El primer estudio registrado de un componente de tubería que fue dedicado a los codos y tuberías curvas y fue presentado por Batlin en 1910 (Kellogg, 1956), éste trabajo, de índole experimental, reportó por primera vez el fenómeno de ovalización de la sección transversal en tuberías curvas sometidas a momentos flectores, esto llevó a investigadores como Von Karman y posteriormente a Beskin a proponer expresiones analíticas para los factores de flexibilidad y de concentración de esfuerzos (Wahl, 1952) para tuberías curvas. Por su parte estudios fotoelásticos fueron llevados a cabo para el estudio del comportamiento mecánico de componentes de tubería de geometrías complejas, para los cuales expresiones analíticas resultaron imposibles de resolver, tales son los casos de codos mitrados y ramales en general (Kellogg, 1956).

En 1952 Arthur Markl de la compañía Tube Turns publicó una serie de trabajos experimentales, en los cuales se definen por primera vez los factores de intensificación de esfuerzos tal como son conocidos hoy en día. Numerosas probetas estandarizadas fueron sometidas a ensayos de fatiga a bajo ciclaje, los componentes ensayados por Markl fueron codos, codos mitrados, ramales en "T", uniones a bridas y reductores (Markl, 1952). Posteriormente numerosos trabajos siguieron la metodología propuesta por Markl para publicar factores de intensificación de esfuerzos para una cantidad mucho más grande de componentes y en rangos de aplicación más extensos (Inelectra, 2003).

En las últimas décadas, debido al creciente desarrollo de las computadoras y su poder de cálculo, aunado a los altos costos asociados a los ensayos destructivos, han ocasionado que éste tipo de trabajos hayan caído en desuso, siendo éstos sustituidos por ensayos estáticos computacionales, tradicionalmente desarrollados a través del método de elementos finitos. Debido a que estos estudios simulan cargas estáticas, únicamente índices de esfuerzos pueden ser obtenidos directamente de los mismos, sin embargo ha sido planteada una correlación que permite obtener los factores de intensificación de esfuerzos a partir de los índices (Rodabaugh y Scheneider, 1981).

Las características físicas y comportamiento mecánico de los soportes de tubería son analizados frecuentemente por grupos diferentes a los analistas de sistemas de tubería, la razón de esto es que los soportes no forman parte integral del sistema y solo actúan como restricciones a los desplazamientos del mismo. Sin embargo existe un grupo de soportes que al ir soldados directamente a la tubería forman parte integral de la misma, por lo que afectan sus características mecánicas y constituyen un caso especial dentro de la soportería de un sistema de tuberías. El más común de éstos soportes es el soporte tipo trunnion, aun así los códigos ASME B31 no proveen información sobre el comportamiento mecánico de las tuberías unidas a éstos soportes, sin embargo, algunos métodos y trabajos se encuentran disponibles para hacer estimaciones sobre el comportamiento de éstos componentes.

Un caso aún más particular es el de los soportes tipo trunnion soldados a codos, éste tipo de configuración resulta bastante común en cualquier planta y es utilizada para disminuir momentos flectores, sobre todo en boquillas de equipos, debido al peso de tramos verticales. Debe recordarse que los codos de tubería sometidos a momentos flectores presentan un comportamiento complejo que involucra la ovalización de su sección transversal, por lo que al soldar un soporte tipo trunnion a este tipo de componente el fenómeno físico se hace más complejo. Para éste tipo de configuraciones poca información se encuentra disponible, por lo que una serie de prácticas de ingeniería han sido adoptadas para tratar de cuantificar el efecto

del trunnion en los codos de tubería, sin embargo el uso de éstas prácticas no ha sido validada (Breen, 2002 b)

Entre los métodos disponibles para el estudio de trunnions soldados a codos y tramos rectos está el método Kellogg, propuesto y utilizado por la compañía MRW Kellogg durante la década de los 50, éste constituye uno de los métodos más populares entre los analistas de flexibilidad (Weighell, 2002). El método Kellogg se vale de la teoría fundamental de vigas y de una serie de factores de corrección para el cálculo de un “momento equivalente” que es comparado en una gráfica contra una curva de “momentos admisibles”, éste procedimiento debido al engorroso uso de las gráficas derivó en el cálculo de factores de intensificación de esfuerzos por la relación del “momento equivalente” al momento nominal aplicado (op.cit.).

Otra fuente de información sobre codos soldados a trunnions son trabajos como el presentado por Hankinson, Budlong y Albano quienes publicaron en 1987 el artículo: “*Stress Indices for piping elbows with trunnions attachments for moments and axial loads*” en donde se calculan los índices de esfuerzos para un rango importante de éstas configuraciones, o el presentado por Lewis y Chao, también presentado en 1987, bajo el título: de “*Flexibility of Trunnion piping Elbows*” en donde se publica una correlación para el factor de flexibilidad de éstos componentes (Diehl, 2002). Debido a que ambos trabajos fueron esfuerzos aislados, el rango de aplicabilidad de los mismos solo coincide en un espectro reducido.

En el presente trabajo se hace un estudio mecánico completo, desde el punto de vista del análisis de flexibilidad de tuberías, de una serie de codos unidos a trunnions utilizando para esto el Método de Elementos de Contorno. Los resultados obtenidos fueron procesados de tal manera que a partir de ellos fueron calculados los índices de esfuerzos, los factores de intensificación de esfuerzos y el factor flexibilidad, los mismos fueron comparados contra las prácticas de ingeniería y métodos disponibles y aplicables a los casos de estudio.

En el Capítulo I es definido el problema, especificando particularmente los objetivos y alcances del mismo. El Capitulo II presenta un resumen de los tópicos más importantes de la disciplina de Análisis de Flexibilidad y Soportería,



desarrollando especialmente las normas referentes a la misma y los factores que serán utilizados en el desarrollo del trabajo, se hace además una descripción completa del comportamiento mecánico de los codos de tubería y los soportes tipo trunnion soldados a tramos rectos y a codos, haciendo referencia a los trabajos donde éstas observaciones fueron publicadas.

En el Capítulo III se presenta la teoría básica del Método de Elementos de Contorno, se muestran, además, desarrollos analíticos para la aplicación del mismo a problemas de elasticidad tridimensional. El Capítulo IV corresponde al marco metodológico del trabajo, en el mismo se presentan los modelos y casos de carga utilizados en el estudio del rango de aplicabilidad del software y en el estudio de los codos soldados a trunnions, posteriormente se explica la forma como fueron simulados los casos de carga y finalmente como fueron calculados los factores de interés.

En el Capítulo V son presentados los resultados con sus respectivos análisis, el capítulo está dividido en dos grandes bloques, uno corresponde al Estudio del Rango de Aplicabilidad del Software y el otro al Estudio de Codos Unidos a Trunnions, en ambos se analizan los factores de interés para cada caso de carga estudiado. El capítulo VI corresponde a las conclusiones y las recomendaciones, finalmente en los anexos del trabajo se mostrarán los pasos para la implementación de los factores de flexibilidad e intensificación de esfuerzos en el programa de análisis de flexibilidad de sistemas de tubería CAESAR II®.

## **CAPITULO I**

### **EL PROBLEMA**

#### **Título del trabajo de investigación.**

Análisis de los factores de flexibilidad y de intensificación de esfuerzos en codos soportados por trunnions utilizando el método de elementos de contorno.

#### **Planteamiento del problema.**

Los estudios experimentales hechos hasta ahora para la determinación de factores de intensificación de esfuerzos no han incluido a codos soldados a soportes tipo trunnion, por lo que la información disponible sobre factores de intensificación de esfuerzos en trunnions soldados a codos es resultado de simplificaciones de la teoría elemental de vigas, como el método Kellog (Inelectra, 2003), o los estudios por medio de elementos finitos hechos por Hankinson, Budlong y Albano en 1987 (COADE, 2003), el ultimo con limitaciones en el rango de aplicabilidad.

Por su parte el factor de flexibilidad es frecuentemente ignorado o estimado por practicas de ingeniería no validadas (Breen, 2006 b). Una de la fuentes de información es un estudio dedicado a los codos soportados por trunnions presentado en 1987 por Lewis y Chao (1987), sin embargo sus resultados no son aplicables para un rango importante de estos componentes (Diehl, 2002).

Debido a esto es posible hacer el siguiente planteamiento:

#### **Problema.**

No existe suficiente información actualizada y confiable de los factores de intensificación de esfuerzos y factores de flexibilidad para codos soportados por trunnions o dummy legs.

## **Objetivos**

### **Objetivo General**

- Llevar a cabo un estudio de los campos de esfuerzos y deformaciones en codos soportados por trunnions mediante un modelo en 3 dimensiones utilizando el método de elementos de contorno.

### **Objetivos Específicos**

- Llevar a cabo una investigación bibliográfica referente al diseño de sistemas de tubería, al análisis de esfuerzos y flexibilidad en accesorios de tuberías y sistemas de tuberías así como también sobre los métodos numéricos involucrados.
- Aprender el uso y manejo del programa CAESAR II para el análisis de esfuerzos en sistemas de tuberías, del programa para el modelado y mallado de sólidos en 3D y del programa para el análisis por elementos de contorno.
- Implementar las geometrías de los codos soldados a trunnions mediante una malla en 3 dimensiones al programa de análisis por método de elementos de contorno.
- Definir las condiciones de restricción y cargas correspondientes para los casos de estudio.
- Realizar el análisis de los campos de esfuerzo y deformación por método de elementos de contorno para los diferentes casos de estudio.
- Identificar los factores que influyen en los valores del Factor de Intensificación de Esfuerzos en un soporte tipo trunnion soldado a un codo.
- Identificar los factores que influyen en los valores del Factor de Flexibilidad en un codo soldado a un soporte tipo trunnion.
- Obtener valores para el Factor de Intensificación de Esfuerzos y el Factor de Flexibilidad para codos soportados por trunnions establecidos en los estándares de soportes de INELECTRA S.A.C.A. y el consorcio F.C.C. Cardón.

- Comparación de resultados con los métodos disponibles.
- Redactar un informe que contenga toda información recopilada en el desarrollo del trabajo.

### **Alcances.**

Se plantea como alcance para este trabajo, el estudio a través del métodos de elementos de contorno, de los campos de esfuerzos y los campos de deformación producidos en los codos radio largo soportados por trunnions circulares, que estén estipulados en el estándar de soportaría de INELECTRA S.A.C.A y el consorcio FCC Cardón. Para esto se simularán casos de carga idénticos a los utilizados por Hankinson et. al en su trabajo (1987), los mismos consisten en momentos aplicados dentro y fuera del plano en un extremo del codo con el otro extremo del codo anclado y el trunnion libre, y momentos dentro y fuera del plano aplicados en el trunnion con ambos extremos del codo restringidos (op.cit.).

Se utilizarán como datos de entrada las características geométricas indicadas en el Standard de soportaría de INELECTRA y el consorcio FCC Cardón. Los codos de tubería soportados por trunnions circulares serán modelados como la intersección perfecta entre un cascarón cilíndrico, representando la tubería del trunnion, con un cascarón toroidal, que simula el codo de tubería. No se incluirán en los modelos los cordones de soldadura.

Se calcularán los factores de intensificación de esfuerzos y los factores de flexibilidad para diversos casos y se identificarán los parámetros de los cuales dependen estos factores sus influencias sobre los mismos.

### **Tipo de investigación.**

Según Arias (1997) un trabajo de investigación puede clasificarse según su nivel, diseño y propósito, por lo que para definir el tipo de investigación que representa este trabajo se procederá a clasificar al mismo según estos tres criterios.

### **Diseño.**

Debido a que en esta investigación se manipularán las variables relacionadas con las dimensiones y cargas aplicadas, en un conjunto de modelos numéricos de soportes de tuberías tipo trunnion para estudiar su comportamiento elástico, éste trabajo se clasifica, por su diseño, como un trabajo *experimental*.

### **Nivel.**

En ésta investigación únicamente se pretende identificar los factores que influyen en el comportamiento elástico lineal del sistema codo-trunnion, además de una observación general del comportamiento del mismo en diferentes casos de carga, debido a esto, éste trabajo puede clasificarse, por su nivel, como una investigación *descriptiva*.

### **Propósito.**

El cálculo de los factores de intensificación de esfuerzos y de flexibilidad para los sistemas codos-trunnion corresponden a la necesidad inmediata de contar con dicha información para ser implementada en el análisis de flexibilidad y soportería de sistemas de tuberías industriales, por lo que se trata de una investigación *aplicada a la solución de problemas prácticos*.

Se concluye finalmente que el presente es un trabajo *experimental* y *descriptivo aplicado a la solución de problemas prácticos*.

## CAPITULO II

### ANÁLISIS DE ESFUERZOS, FLEXIBILIDAD Y SOPORTERÍA DE UN SISTEMA DE TUBERÍAS

#### **Generalidades.**

Los sistemas de tuberías son parte esencial de cualquier tipo de planta en el área industrial. Desde las plantas de proceso químico hasta las plantas de generación de energía dependen de un sistema de tuberías para el transporte de los materiales fluidos involucrados en la producción.

Los sistemas de tuberías están sometidos a una serie de cargas estáticas y dinámicas que dependen de las características propias del sistema y del proceso para el cuál es utilizado. El número de ciclos de operación, la temperatura de operación, el peso del propio de las tuberías, el peso del fluido transportado y del material aislante que eventualmente puede recubrir a las tuberías son algunas de las fuentes más importantes de carga para este tipo de sistemas. Debido a la existencia de estas cargas se hace necesario que el diseño de los sistemas de tuberías industriales esté acompañado de un estudio detallado de esfuerzos y flexibilidad, evitando de esta forma fallas por fluencia o fatiga que pudieran ocasionar grandes accidentes con importantes pérdidas económicas y humanas.

Es por esto que en las últimas décadas se ha consolidado la disciplina de Flexibilidad y Soportería como una de las ramas de más importancia en las empresas de ingeniería y construcción. Esta disciplina está encargada de evaluar la flexibilidad y los esfuerzos que presentan los diseños de sistemas de tuberías, ubicar y escoger de forma adecuada los soportes de dicho sistema y proponer cambios en el diseño si el mismo resulta deficiente.

## **Etapas de un proceso de diseño y evaluación de un sistema de tuberías.**

Según Goncálvez (2004) las etapas que se siguen en el diseño y análisis de sistemas de tuberías son los siguientes:

1. Cálculo del diámetro y espesor de tuberías en un proceso de ingeniería básica, se utiliza para estos datos de caudal, velocidad y presión del fluido en las diferentes partes del sistema. Todos estos son parámetros establecidos por los requerimientos del proceso.
2. Especificación de las demás características de la tubería, tales como el material de la tubería, la necesidad de aislar la misma, el tipo de aislante y espesor del mismo.
3. Diseño del recorrido o ruteo de las líneas basándose en la ubicación de los equipos en planta y criterios básicos de diseño.
4. Análisis formal de los esfuerzos en todos los tramos de tubería, comparación de los esfuerzos obtenidos con los valores admisibles establecidos por las normas. Comparación de las cargas en las boquillas de equipos con datos ofrecidos por el fabricante.
5. Si los esfuerzos o cargas sobrepasan los valores admisibles en algún punto del sistema deben tomarse acciones tales como: la reubicación de los soportes, modificación del tipo de soportes, cambio parcial en el recorrido de la línea, utilización de soportes flexibles, utilización de lazos y/o juntas de expansión o pretensado en frío.
6. Verificación final de la flexibilidad del sistema.

Las etapas correspondientes a los puntos 4, 5 y 6 corresponden al trabajo de los ingenieros de la disciplina de flexibilidad y soportería. Se desarrollará a continuación los aspectos claves de esta disciplina:

## **Análisis de flexibilidad.**

Cuando un sistema de tuberías transporta un fluido a una temperatura diferente a la temperatura ambiente se producen dilataciones o contracciones térmicas que dan lugar a una serie de esfuerzos longitudinales por cargas axiales y flexión así como esfuerzos cortantes por efectos de torsión. Estos esfuerzos de origen térmico tienen lugar debido a que la tubería realmente no tiene libertad de elongarse o contraerse libremente, ya que las mismas se encuentran restringidas en sus desplazamientos por efecto de sus soportes y su conexión a equipos.

La flexibilidad de un sistema puede entonces definirse como su capacidad de absorber las dilataciones térmicas sin que se generen esfuerzos excesivos, ni en el mismo sistema, ni en los equipos asociados al mismo. Formalmente el sistema es flexible una vez que el análisis de esfuerzos antes desarrollado revele valores por debajo de los límites permitidos, y las cargas en los equipos asociados se encuentren por debajo de los límites establecidos por los fabricantes.

La flexibilidad de una línea depende esencialmente de dos factores, el primero de ellos es la ubicación y tipo de soportes del sistema. Al restringir la libre dilatación del sistema de tuberías de una u otra forma los esfuerzos y dilataciones del sistema serán completamente diferentes. El segundo factor de importancia es la distancia entre cambios de dirección, es bien sabido que las configuraciones de tubería en forma de “L” y forma de “U” en dos o tres dimensiones otorgan un aumento de flexibilidad al sistema que se incrementa con el aumento de las distancias entre los cambios de dirección, la razón de esto es que la capacidad de absorber los momentos aplicados en el extremo de una tubería aumenta con la longitud de la misma. El gran uso que se le da a las configuraciones en forma de “U” ha llevado a que las mismas sean conocidas como lazos de expansión (Goncálvez, 2004).

Un manejo adecuado de estos dos factores permite manejar de manera eficiente la flexibilidad de un sistema. Si el diseño de un sistema no es suficientemente flexible y el problema no puede resolverse modificando la soportería es necesario la introducción de lazos de expansión y cambios puntuales de la configuración espacial del sistema.



De esta forma el análisis de flexibilidad involucra al análisis de esfuerzos como una herramienta para determinar el grado de flexibilidad del sistema, y además incluye los análisis de rutas y soportería que permiten encontrar la configuración óptima.

### **Análisis de esfuerzos.**

Un sistema de tuberías puede ser considerado como un sistema estructural que tiene la particularidad de transportar fluidos a presiones y temperaturas determinadas. Desde el punto de vista de un análisis mecánico un sistema de tuberías es similar a una estructura de vigas sometida a una serie de cargas que debe ser capaz de soportar sin sobrepasar los límites de esfuerzos establecidos.

Los esfuerzos que por lo general son tomados en cuenta en este tipo de análisis son aquellos debidos a los siguientes factores: la presión, los gradientes térmicos en el fluido a transportar y entre el fluido y el ambiente, la acción externa del viento, cargas ocasionales tales como los sismos, las restricciones físicas que se oponen a la deformación térmica del sistema, además de aquellos debido al peso propio y el del fluido transportado.

Los métodos de cálculo que se utilizan para la estimación de estos esfuerzos son idénticos a aquellos que se emplean para el cálculo estructural de cualquier edificación a excepción del efecto de la presión que se calcula de forma localizada a través de métodos clásicos. El rápido crecimiento industrial acompañado del aumento en la capacidad de cálculo de los analistas han permitido crear sistemas de tuberías cada vez más complejos que constituyen en sí grandes sistemas hiperestáticos que requieren herramientas computacionales basados en análisis matricial de estructuras. Particularmente se ha popularizado la implementación del método de elementos finitos en el cálculo estructural de dichos elementos. (Goncálvez, 2004).

La forma como éstos esfuerzos son comparados con esfuerzos admisibles depende del código o norma bajo la cuál se esté trabajando, en las mismas una serie de ecuaciones y valores son dados para la combinación de los diferentes esfuerzos calculados en determinado punto del sistema de tuberías. Actualmente las normas

más utilizadas en el diseño y evaluación de los sistemas de tuberías son las normas ANSI/ASME B31.

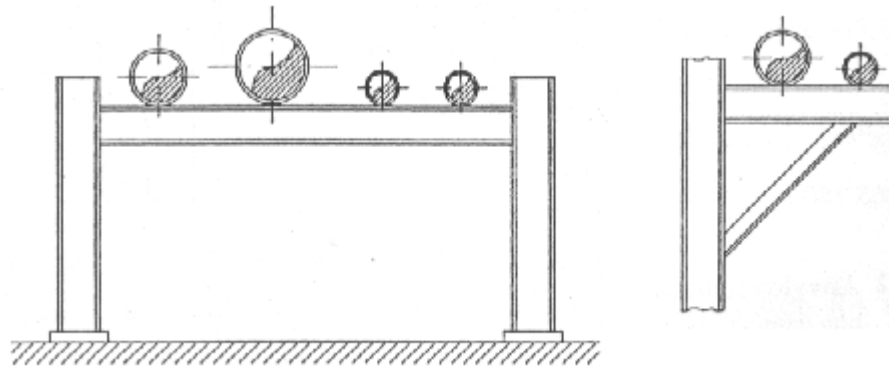
### **Soportería. Tipos de Soporte, selección y ubicación.**

Los soportes son considerados parte de un sistema de tuberías y determina, en gran medida, el comportamiento mecánico del mismo. Los soportes se utilizan tanto para sostener el peso del sistema como para controlar y dirigir los desplazamientos por expansión o contracción térmica. Cuando la finalidad del soporte es sostener el peso de la tubería recibe el calificativo de “soporte de gravedad”, mientras que si el objetivo del soporte es el de controlar un desplazamiento térmico recibe el nombre de “soporte de restricción”. Cabe mencionar que esta es una clasificación conceptual ya que en la mayoría de las ocasiones los soportes cumplen ambos tipos de funciones (Goncálvez, 2004).

Existe una cantidad indefinida de modelos de soportes y arreglos constructivos que en general son modificados y adaptados a las necesidades particulares de cada sistema. En general las empresas de ingeniería tienen a su disposición un listado tipo catálogo de soportes estandarizados que en casos muy particulares son modificados, la selección adecuada del tipo de soporte es un acto de aplicación de buen juicio de ingeniería.

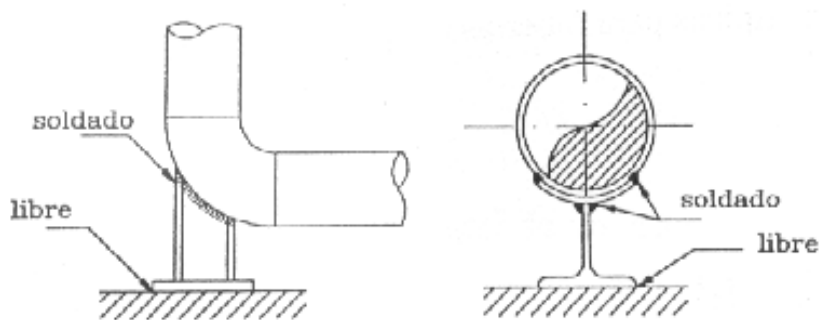
#### **Soportes de Gravedad.**

Existe una gran gama de soportes que pueden ser incluidos dentro de esta clasificación. Los modelos más sencillos son los modelos conocidos como *soportes deslizantes* estos soportes únicamente proveen una superficie sobre la cuál la superficie desliza, cuando se trata de tuberías cercanas al suelo se utilizan pequeñas fundaciones de concreto conocidas como durmientes o saddles, si en cambio la tubería se encuentra a cierta distancia del suelo suelen construirse estructuras de acero encargadas de soportar varias líneas, entre ellas se destacan las estructuras tipo marco y pie de amigo que se muestran en la figura 2.1.



**Fig. 2. 1. . Soportes de gravedad deslizantes tipo marco y tipo pie de amigo (Goncálvez, 2004).**

En ciertas ocasiones no es conveniente que la tubería deslice directamente sobre una estructura, por ejemplo en el caso de tuberías con aislamiento térmico, en estos casos las tuberías son soldadas a ciertos aditamentos, estos aditamentos pueden ser trunnions o zapatas. Los trunnions se utilizan en la mayoría de los casos y se trata únicamente de un trozo de viga o tubería que se suelda superficialmente a la tubería a soportar, sin embargo cuando la tubería es muy pesada o muy delgada se utilizan soportes tipo zapata que incluyen una pequeña placa o camisa del mismo material de la tubería que distribuye los esfuerzos localizados por causa del soporte. Estos arreglos se muestran en la figura 2.2.



**Fig. 2. 2 Soportes deslizantes con aditamentos tipo trunnion y zapata. (Goncálvez, 2004).**

Otro tipo de soportes de gravedad son los *soportes tipo colgante*, éstos se utilizan sobre todo en tuberías pequeñas o livianas y consisten en una varilla que sostiene a la tubería por medio de una oreja soldada o un sistema de abrazaderas, éste

tipo de soportes permiten únicamente desplazamientos axiales relativamente pequeños. (Inelectra, 2004).

### **Soportes de restricción.**

Existen varias formas de restringir el desplazamiento térmico de una tubería, dependiendo de las direcciones restringidas estos soportes se clasifican a su vez en anclajes, guías y topes o stops.

#### ***Anclajes.***

Son soportes que restringen todas las posibilidades de desplazamiento y rotación en un punto determinado. En general cualquier sistema de tuberías tiene al menos dos puntos de anclaje asociados a la conexión con equipos. La finalidad de este tipo de soportes es muy variada, entre ellas están: el aislamiento dinámico y analítico de dos áreas de una planta, asegurar que un lazo absorba una cantidad específica de expansión, reducir vibraciones y la protección de equipos sensibles.

La forma más común de construir un anclaje es el de soldar o apernar al piso un aditamento soldado a la tubería, estos aditamentos pueden ser trunnions o zapatas. Cabe destacar que los esfuerzos y cargas asociados a este tipo de soportes son los más elevados.

#### ***Guías.***

Este tipo de restricción impide el desplazamiento y rotación en el plano transversal de la tubería, se utilizan para evitar desalineaciones en tramos largos de tubería, para asegurar la deformación adecuada de los lazos y juntas de expansión, para la protección de equipos y evitar interferencias entre tuberías vecinas.

Este tipo de soporte consiste básicamente en un par de vigas soldadas a los lados de la tubería, o si es el caso, a los lados del aditamento de la tubería. Por lo general un pequeño juego mecánico se permite entre la tubería con el fin de reducir las cargas. Algunas configuraciones se muestran en la figura 2.3.

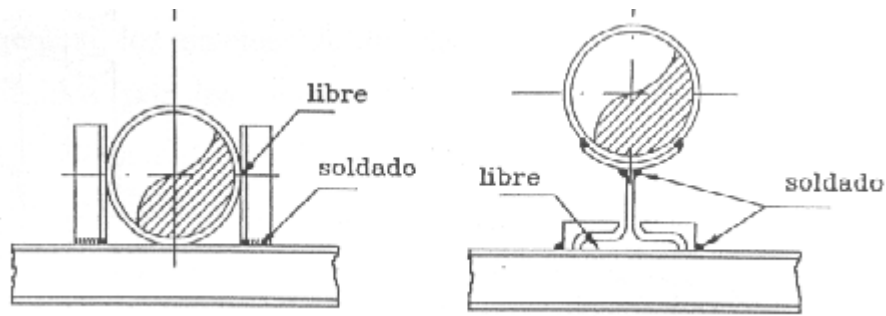


Fig. 2. 3. Restricciones tipo guías. (Goncálvez, 2004).

### ***Topes o stops.***

Estos soportes se utilizan para restringir el movimiento axial de la tubería en uno u ambos sentidos. Se utiliza por lo general para repartir desplazamientos térmicos a ambos lados del soporte. La forma constructiva de esta restricción es simplemente la de soldar a la tubería aditamentos tipo trunnion y restringir el desplazamiento de los mismos con algún obstáculo, que generalmente es una viga de la estructura o un soporte de gravedad. Un esquema para un tope en ambos sentidos es mostrado en la figura 2.4. (Goncálvez, 2004).

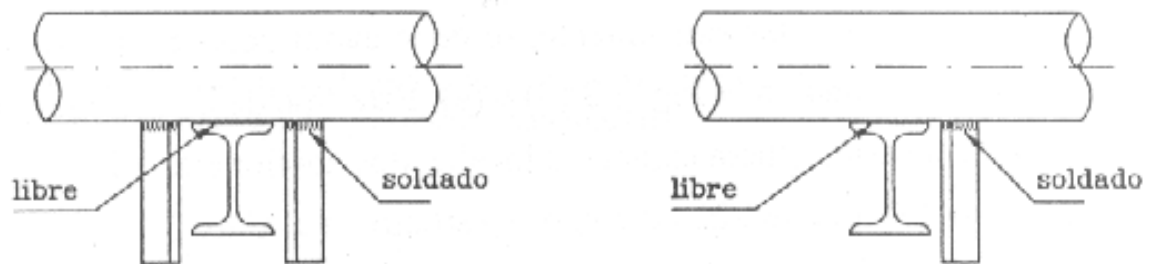


Fig. 2. 4. Restricciones tipo tope. (Goncálvez, 2004).

### **Soportes especiales o flexibles.**

Un tipo especial de soportes son los soportes flexibles, estos están constituidos básicamente por un resorte, de esta forma se permiten pequeñas deflexiones en direcciones específicas sin introducir grandes cargas en las tuberías. Dependiendo del caso se tienen soportes flexibles de cargas variables o constantes, los soportes

flexibles de carga variable unen directamente el resorte con la tubería, la carga sobre la misma variará linealmente con el desplazamiento térmico de la misma y proporcionalmente a la constante elástica del resorte. En los soportes flexibles de carga constante un sistema de palancas intermedia entre la tubería y el resorte asegura una carga constante sobre la misma, éstos últimos son equipos costosos que necesitan mantenimiento constante por lo que son utilizados únicamente en líneas de tubería asociadas a equipos rotativos delicados. Una imagen esquemática de un soporte flexible de carga constante se observa en la figura 2.5. (Kellog, 1956).

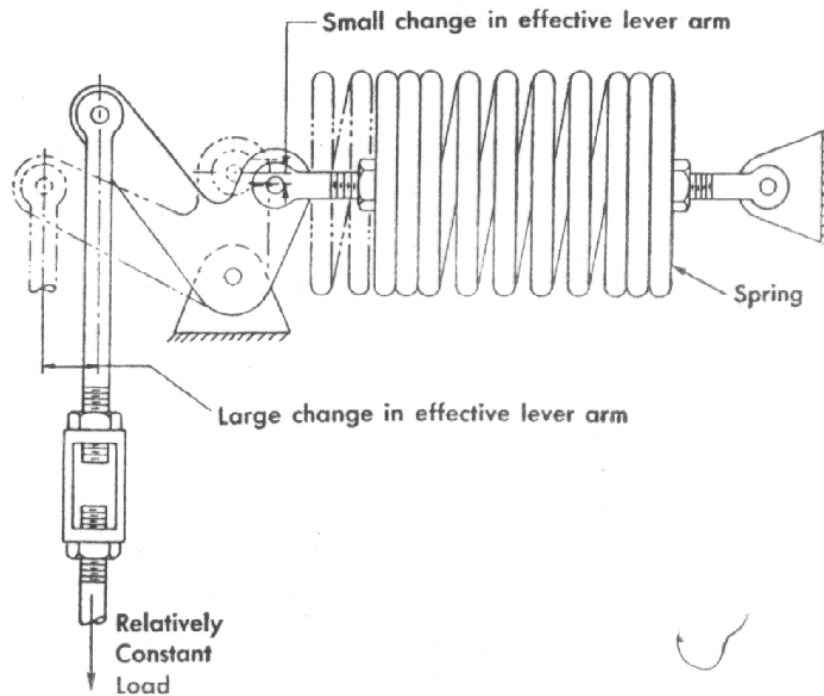


Fig. 2. 5. Esquema de un soporte flexible de carga constante (Kellog, 1956).

### **Selección y ubicación de soportes.**

El arreglo y localización física de los soportes depende de la función que cumple cada uno además de la facilidad que ofrezcan los espacios y las estructuras existentes. Un procedimiento aceptado y recomendado por los expertos en la materia es la de colocar en primera instancia los soportes de gravedad necesarios para

sostener el peso de la tubería y el fluido transportado. La distancia mínima que debe haber entre soportes de gravedad se encuentra por lo general tabulada, la distancia mínima o span se encuentra en las tablas en función del material de la tubería, su diámetro, el peso específico del fluido y el peso específico del material aislante. Los valores ofrecidos por estas tablas están basados en cálculos fundamentales de vigas por medio de la teoría de mecánica de sólidos, cuando las tuberías presentan cambios de dirección factores de corrección empíricos son implementados en estas tablas.

Una vez que la soportería es capaz de sostener el peso del sistema sin permitir excesos en las deformaciones y esfuerzos se procede a asignar las restricciones necesarias para controlar adecuadamente los desplazamientos de origen térmico.

Según el texto publicado por la compañía Kellogg (1956) deben seguirse los siguientes preceptos para la localización adecuada de los soportes y restricciones:

- Colocar los soportes directamente en la tubería y no en los componentes y uniones.
- Soportar tuberías que no requieran desmontajes frecuentes por mantenimiento.
- Preferiblemente deben colocarse los soportes en tramos rectos y largos de tubería.
- Deben ubicarse las restricciones tan cercanas como sea posible a zonas de carga concentradas.
- Las tuberías que transporten flujos pulsantes o por alguna otra razón transmitan vibraciones mecánicas deben ser soportadas en estructuras y fundaciones diseñadas para soportar este tipo de cargas dinámicas.
- Los sistemas de tuberías asociados a equipos rotativos deben poseer una soportería tal que se maximice la flexibilidad del sistema anclándose los extremos del mismo.

## **Normas de diseño de sistemas de tubería.**

### **Normas ASME B31.**

Las normas más utilizadas en el análisis de sistemas de tuberías son las normas conjuntas ANSI/ASME Code for Pressure Piping B31 del American National Standard Institute y el American Society of Mechanical Engineers.

Estas normas presentan los requerimientos de ingeniería necesarios para asegurar la seguridad en el diseño, selección de materiales, fabricación, construcción, pruebas e inspecciones de sistemas de tuberías (Goncalves, 2004).

El código B31 se subdivide en un conjunto de normas de aplicaciones específicas, que aunque guardan diferencias básicas referentes a los problemas particulares de cada aplicación, siguen todas los mismos lineamientos. El listado es el siguiente:

- ASME B31.1 - Power Piping.
- ASME B31.3 - Process Piping.
- ASME B31.4 - Pipeline Transportation Systems for Liquid Hydrocarbons and Other Liquids.
- ASME B31.5 – Refrigeration Piping and Heat Transfer Components.
- ASME B31.8 – Gas Transmission and Distribution Piping Systems.
- ASME B31.9 Building Services Piping.
- ASME B31.11 – Slurry Transportation Piping Systems.

### **Categorización de los esfuerzos.**

Según estas normas existen cuatro tipos de esfuerzos que deben ser verificados para que no existan fallas el sistema. Esta categorización de los esfuerzos según el código es el siguiente (Inelectra, 2003):

- Esfuerzos circunferenciales: básicamente son esfuerzos debidos a la Presión.
- Esfuerzos Sostenidos: Son esfuerzos longitudinales debido a los efectos combinados del peso de la tubería y el fluido transportado, la presión y momentos y cargas aplicadas. Se caracterizan por no ser auto-limitantes, es



decir que una vez alcanzada la deformación plástica ésta continúa hasta lograrse el equilibrio o producir una falla. Rara vez son de comportamiento cíclico.

- Esfuerzos Térmicos: Son esfuerzos debidos a las expansiones y contracciones térmicas restringidas. Son esfuerzos cíclicos que se presentan en los arranques y paradas de planta y se caracterizan por ser auto-limitantes.
- Esfuerzos Ocasionales: Son aquellos producidos por causas excepcionales tales como: sismos, golpes de ariete, viento, descarga de válvulas de alivio, etc.

### **Evaluación de los esfuerzos.**

Debido a la variedad de cargas que actúa sobre un sistema de tuberías, ha sido la filosofía de los códigos de diseño el estudiar por separado el efecto de cada uno de los tipos de carga. Cada tipo de carga genera un tipo de esfuerzo el cual se compara con un valor admisible específico. Estos valores admisibles básicos son listados junto a los esfuerzos límites de fluencia y de resistencia a la tracción en todos los códigos.

El esfuerzo admisible básico se define en el código ASME B31.3 como el valor mínimo que resulte entre un tercio de la resistencia a la tracción y dos tercios del límite de fluencia a una temperatura determinada. Se designa como  $S_h$  al esfuerzo admisible básico a temperatura de diseño y como  $S_C$  al esfuerzo admisible básico a temperatura ambiente.

El código ASME B31 emplea la teoría del esfuerzo principal máximo, o teoría de ranking, para los esfuerzos por presión mientras que para el resto de los esfuerzos se emplea la teoría del esfuerzo de corte máximo, o teoría de Tresca.

Se describe a continuación la forma en la que son evaluados los diversos tipos de esfuerzos:

#### ***Esfuerzos sostenidos.***

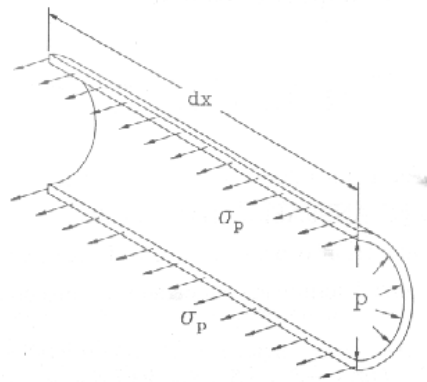
Este tipo de esfuerzos debe ser comparado con  $S_h$  o esfuerzo admisible básico a la temperatura de diseño. Este esfuerzo puede expresarse como:

$$\sigma_L = \sigma_{LP} + \sigma_{Lg} \quad \text{Ec. 2.1}$$

En donde  $\sigma_{LP}$  es el esfuerzo debido a la presión y  $\sigma_{Lg}$  es el esfuerzo debido a las cargas por gravedad.

Escribiendo la ecuación de equilibrio de fuerzas en corte longitudinal de un tramo de tubería, tal como se observa en la figura 2.6, se obtiene:

$$p \cdot \frac{\pi \cdot Dm^2}{4} = \sigma_{Lp} \cdot \pi \cdot Dm \cdot t \quad \text{Ec. 2.2}$$



**Fig. 2. 6 Balance de esfuerzos en un corte longitudinal de una tubería (Goncálvez, 2004).**

Despejando y tomando en cuenta que el espesor de la tubería se ve afectado por las tolerancias mecánicas y tolerancias de corrosión se obtiene que:

$$\sigma_{Lp} = \frac{p \cdot D}{4(t - c)} \quad \text{Ec. 2.3}$$

Donde p es la presión, D el diámetro externo, t el espesor y c la tolerancia de corrosión.

El peso de la tubería, de su contenido, del aislante y demás cargas de gravedad, tales como el peso de los accesorios, genera en cada sección transversal una serie de momentos flectores y torsores. Sin embargo, debido a que el esfuerzo de corte ocasionado por la torsión que genera este tipo de cargas es relativamente pequeño los códigos ASME B31 contabilizan únicamente el efecto de la flexión en el cálculo de los esfuerzos por cargas sostenidas.

El valor del máximo esfuerzo por flexión se calcula para un tramo recto de tubería como:

$$\sigma_{Lg} = \frac{M \cdot D}{2 \cdot I} \quad \text{Ec. 2.4}$$

Donde M es el momento aplicado, D el diámetro externo e I el momento de inercia de la sección transversal. En el caso de la evaluación de los accesorios de tuberías, se utiliza un factor de corrección que actúa como un “amplificador” del momento, esto se hace para tomar en cuenta el comportamiento particular de cada accesorio bajo la aplicación de una carga. Dicho factor es el factor de intensificación de esfuerzos identificado por la letra i, su naturaleza será descrita posteriormente. Por lo tanto la ecuación queda:

$$\sigma_{Lg} = i \cdot \frac{M \cdot D}{2 \cdot I} \quad \text{Ec. 2.5}$$

Finalmente la relación a utilizar es la combinación de las expresiones para  $\sigma_{Lg}$  y  $\sigma_{LP}$ :

$$\sigma_L = A \cdot \frac{p \cdot D}{4 \cdot (t - c)} + B \cdot \frac{i \cdot M}{Z} < C \cdot Sh \quad \text{Ec. 2.6}$$

Donde A, B y C son factores de seguridad que varían según el código ASME B31 utilizado, el más comúnmente utilizado, el ASME B31.3 asigna la unidad a los tres factores, Z es conocido como el módulo de sección y es simplemente I entre D.

### ***Esfuerzos Térmicos.***

Este esfuerzo debe ser comparado con el esfuerzo admisible por expansión, el cual es estimado según la norma ASME B31.3 de la siguiente manera:

$$S_A = f \cdot (1.25 \cdot S_C + 0.25 \cdot S_h) \quad \text{Ec. 2.7}$$

Donde  $S_C$  es el esfuerzo admisible básico a la temperatura ambiente y  $S_h$  el esfuerzo admisible a temperatura de diseño y f es un factor de reducción por cargas cíclicas, calculado según el mismo código por:

$$f = 6.0 \cdot N^{-0.2} \quad \text{Ec. 2.8}$$

En donde N es el número de ciclos al cuál es sometido el sistema.

Los códigos establecen que si el esfuerzo longitudinal por cargas sostenidas es inferior al esfuerzo admisible entonces su diferencia puede agregarse al admisible por expansión. Es decir:

*Si se cumple:  $\sigma_L < Sh$*

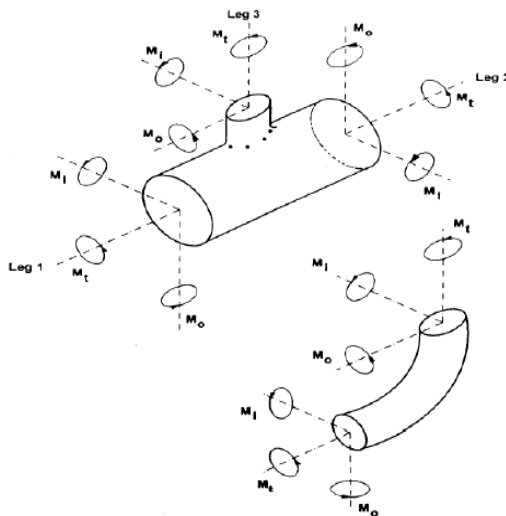
$$S_A = f [1.25(S_C + S_h) - \sigma_L] \quad \text{Ec. 2.9}$$

Debido a que las tuberías no pueden expandirse libremente por acción de las restricciones impuestas por soportes y anclajes a equipos las mismas se doblan y se tuercen hasta alcanzar un estado de equilibrio, generándose de esta manera momentos de flexión y torsión.

En general los momentos flectores ortogonales producen un esfuerzo máximo longitudinal calculado como:

$$\sigma_b = \frac{\sqrt{(i_i \cdot Mi)^2 + (i_o \cdot Mo)^2}}{Z} \quad \text{Ec. 2.10}$$

En donde M indica un momento aplicado, i son los factores de intensificación de esfuerzos, Z es el módulo de sección y los subíndices i y o, indican respectivamente si se refieren a los momentos que hacen girar al elemento dentro de su propio plano o si el momento hace girar al elemento fuera del plano en que se encuentra (Fig. 2.7).



**Fig. 2. 7. Momentos en un ramal en “T” y en un codo (ASME, 2004)**

El momento torsor genera un máximo esfuerzo de corte cuantificado por:

$$\tau = \frac{M_{torsor}}{Z} \quad \text{Ec. 2.11}$$

Utilizando el criterio de falla del máximo esfuerzo de corte o teoría de Tresca, la cual establece que el esfuerzo longitudinal equivalente es igual a la diferencia entre los esfuerzos principales máximo y mínimo, los cuales para el estado plano de esfuerzos se calculan como:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad \text{Ec. 2.12}$$

Por lo tanto la relación a utilizar para evaluar la intensidad del esfuerzo de expansión ( $\sigma_E$ ) viene dada por:

$$\sigma_E = \sqrt{\sigma_b^2 + 4 \cdot \tau^2} < S_A \quad \text{Ec. 2.13}$$

### ***Cargas Ocasionales.***

En general, al momento flector de las cargas sustentadas se le suma el momento flector de las cargas ocasionales estudiadas. Los factores que multiplican los componentes de la ecuación dependen del código utilizado. La relación a utilizar para cargas ocasionales es:

$$W \cdot \frac{p \cdot D}{4(t-c)} + X \cdot \frac{i \cdot (M_A + M_{OCASIONAL})}{Z} < Y \cdot S_h \quad \text{Ec. 2.14}$$

De nuevo p es la presión, D el diámetro externo, t el espesor de la tubería, c la tolerancia mecánica y de corrosión, M los momentos aplicados, Z el módulo de sección y W, Y y Z son factores de seguridad. El código ASME B31.3 asigna a W y a X el valor de la unidad mientras que para Y le asigna el valor de 1.33. (Inelectra, 2003).

### **Normas ANSI/AMSE B31.7 y ASME Sección III.**

Existe un código promulgado por la ASME para el diseño y evaluación de calderas y recipientes a presión, cuyo nombre en inglés es el *ASME Boiler and*

*Pressure Vessel Code*, el mismo se divide en una serie de secciones para aplicaciones específicas de este tipo de equipos. Particularmente la Sección III es referida a las reglas de construcción de una planta nuclear (Nichols, 1987).

Debido a que los sistemas de tuberías, y sus componentes, pueden ser considerados como un caso muy particular de recipientes a presión, además del extremo peligro inherente a las instalaciones nucleares, en el código *ASME B31.7 Nuclear Piping* para el diseño de sistemas de tuberías en plantas nucleares, se siguen los mismos lineamientos y filosofía del código ASME Sección III.

A diferencia del resto de los códigos B31 el código B31.7 utiliza factores de corrección de los esfuerzos basados en estudios estáticos y no en estudios dinámicos, estos factores se conocen como índices de esfuerzos y constituyen una de las diferencias fundamentales entre la filosofía de ambos tipos de código.

Otra diferencia fundamental es que los esfuerzos no son categorizados sólo por su origen sino también por su efecto, por lo que la evaluación del esfuerzo se hace superponiendo los efectos térmicos, de presión y los efectos de cargas aplicadas en cada uno de los componentes.

### **Categorización de los Esfuerzos.**

Según este código existen tres tipos de esfuerzos diferentes que deben ser evaluados para evitar fallas en el sistema. La categorización es la siguiente:

- Esfuerzos Primarios (Primary Stress): estos esfuerzos son causados por las cargas impuestas para satisfacer el equilibrio estático de la pieza. Estos esfuerzos no son auto-limitantes, por lo que cuando un esfuerzo primario sobrepasa los límites de fluencia se genera una distorsión apreciable del componente.
- Esfuerzos Secundarios (Secondary Stress): Estos esfuerzos son generados por las restricciones al desplazamiento de un sistema, estos desplazamientos pueden ser causados por expansiones térmicas, o por movimiento de los puntos de apoyo y anclaje del sistema. Este tipo de esfuerzos se caracteriza

por ser autolimitante, es decir pequeñas deformaciones plásticas tienden a relajar el estado de esfuerzos del sistema sin provocar una falla.

- Esfuerzos Pico (Peak Stress): Se refiere a esfuerzos de gran magnitud altamente localizados e incapaces de provocar deformaciones apreciables. Por lo general son ocasionados por discontinuidades en la pieza o por altos gradientes térmicos a través del espesor de la misma. Este tipo de esfuerzos son ignorados a menos puedan ser causante del inicio de una grieta por fatiga.

A su vez el origen del esfuerzo es identificado por un número, el número 1 identifica esfuerzos por presión, el número 2 identifica esfuerzos por momentos aplicados y el número 3 identifica esfuerzos por gradientes térmicos. El criterio de falla utilizado en el código ASME Sección III es el criterio de la teoría del esfuerzo cortante máximo o criterio de Tresca, se escogió este criterio ya que es más útil para predecir fallas por fluencia o fatiga (Nayyar, 2000).

### **Evaluación de los esfuerzos.**

Tal como fue mencionado los esfuerzos en los sistemas de tubería que cumplen con el código B31.7 son evaluados a través de expresiones que superponen el esfuerzo debido a diversos orígenes. Para tomar en cuenta las características particulares de los diferentes componentes de los sistemas de tubería fueron incorporados los índices de esfuerzos, que corresponden simplemente a factores de concentración de esfuerzos estáticos para cada tipo de carga. Los factores B están asociados a los esfuerzos primarios, los factores C están asociados a los esfuerzos secundarios y los factores K a los esfuerzos pico, a estas letras les acompaña un subíndice con el número que identifica el tipo de carga. Una explicación más profunda de estos factores será desarrollada en los siguientes capítulos.

Las expresiones a evaluar son las siguientes:

$$B_1 \cdot \frac{P \cdot D}{2 \cdot t} + B_2 \cdot \frac{M \cdot D}{2 \cdot I} < S_L \quad \text{Ec. 2.15}$$

$$C_1 \cdot \frac{p \cdot D}{2 \cdot t} + C_2 \cdot \frac{M \cdot D}{2 \cdot I} + C_3 \cdot E_{ab} \cdot |\alpha_a \cdot T_a - \alpha_b \cdot T_b| < S_L \quad \text{Ec. 2.16}$$

$$K_1 \cdot C_1 \cdot \frac{p \cdot D}{2 \cdot t} + K_2 \cdot C_2 \cdot \frac{M \cdot D}{2 \cdot I} + K_3 \cdot C_3 \cdot E_{ab} \cdot |\alpha_a \cdot T_a - \alpha_b \cdot T_b| < S_L \quad \text{Ec. 2.17}$$

En donde  $S_L$  es 1.5 veces el esfuerzo estructural admisible para un material a una temperatura dada según el código aplicado,  $p$  es la presión interna,  $D$  el diámetro externo,  $I$  el momento de inercia de la sección transversal,  $t$  el espesor de pared del componente,  $E_{ab}$  es el módulo de elasticidad promedio entre las temperaturas  $a$  y  $b$ ,  $T_a$  y  $T_b$  son las temperaturas  $a$  y  $b$  correspondientes a los puntos  $a$  y  $b$  del componente estudiado y finalmente  $\alpha_a$  y  $\alpha_b$  son los coeficientes de expansión térmica a las temperaturas respectivas. (Rodabaugh y Schneider, 1981).

### **Factores utilizados en el diseño y análisis de sistemas de tuberías.**

Para describir el completamente el comportamiento para un análisis de flexibilidad de un componente de tubería bajo una carga determinada se necesita cuantificar la deformación y los esfuerzos en el mismo.

Con el fin de implementar un sistema práctico para el análisis de sistemas de tuberías fueron desarrollados una serie de factores, que particularizados para cada tipo de componente, permiten estimar el comportamiento de los mismos para distintos tipos de carga.

A continuación se mencionan y describen los factores utilizados más comúnmente en el ámbito del análisis de flexibilidad y soportería de sistemas de tuberías:

#### **Flexibilidad Característica (h).**

La flexibilidad característica es un parámetro adimensional utilizado para el estudio de un componente de tubería. Este parámetro es particular para cada tipo de componente y es construido a partir de las características geométricas del componente estudiado, tales como espesor, diámetro, radio de curvatura, entre otros.



Este parámetro adimensional surgió primeramente en el desarrollo teórico de von Karman sobre tuberías curvas (Kellog, 1956), y se extendió al estudio de todo tipo de componente.

El uso de la flexibilidad característica ha permitido el desarrollo de estudios adimensionales de componentes de tuberías y la correlación de los diversos factores de interés, como el factor de flexibilidad y factores e índices de esfuerzos, con la geometría de los componentes.

En la figura 2.8 se muestra una tabla que define y relaciona la flexibilidad característica de diversos componentes con los factores de flexibilidad e intensificación de esfuerzos.

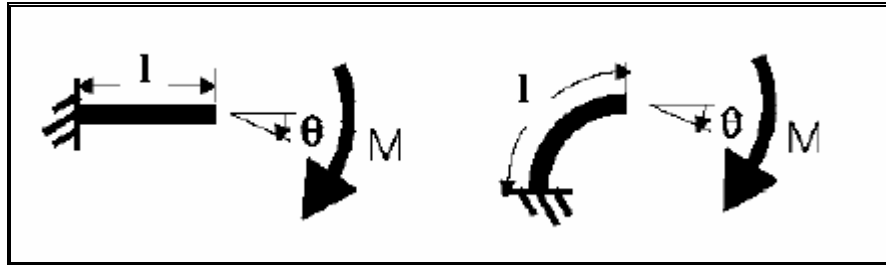
<b>APPENDIX D</b>					
<b>FLEXIBILITY AND STRESS INTENSIFICATION FACTORS</b>					
TABLE D-300 <sup>1</sup>					
FLEXIBILITY FACTOR, <i>k</i> AND STRESS INTENSIFICATION FACTOR, <i>i</i>					
Description	Flexibility Factor, <i>k</i>	Stress Intensification Factor [Notes (2), (3)]		Flexibility Characteristic, <i>h</i>	Sketch
		Out-of-Plane, <i>i<sub>o</sub></i>	In-Plane, <i>i<sub>i</sub></i>		
Welding elbow or pipe bend [Notes (2), (4)-(7)]	$\frac{1.65}{h}$	$\frac{0.75}{h^{2/3}}$	$\frac{0.9}{h^{2/3}}$	$\frac{T R_1}{r_2^2}$	
Closely spaced miter bend $s < r_2 (1 + \tan \theta)$ [Notes (2), (4), (5), (7)]	$\frac{1.52}{h^{2/3}}$	$\frac{0.9}{h^{2/3}}$	$\frac{0.9}{h^{2/3}}$	$\frac{\cot \theta}{2} \left( \frac{sT}{r_2^2} \right)$	
Single miter bend or widely spaced miter bend $s \geq r_2 (1 + \tan \theta)$ [Notes (2), (4), (7)]	$\frac{1.52}{h^{2/3}}$	$\frac{0.9}{h^{2/3}}$	$\frac{0.9}{h^{2/3}}$	$\frac{1 + \cot \theta}{2} \left( \frac{T}{r_2} \right)$	
Welding tee per ASME B16.9 [Notes (2), (4), (6), (11), (13)]	1	$\frac{0.9}{h^{2/3}}$	$\frac{3}{4} i_o + \frac{3}{4}$	$3.1 \frac{T}{r_2}$	

Fig. 2. 8. Tabla de flexibilidad característica, factor de flexibilidad y factores de intensificación de esfuerzos para diversos componentes (ASME, 2004)

### **Factor de flexibilidad (k).**

El concepto de factor de flexibilidad fue por primera vez aplicado en el estudio teórico del comportamiento de vigas y tuberías curvas, actualmente este factor se ha generalizado a todo tipo de componente de tubería, convirtiéndose en un factor clave en el análisis de sistemas de tuberías.

El factor de flexibilidad es definido como la relación de la rotación por unidad de longitud del componente en estudio producido por un momento, con la rotación por unidad de longitud de un tramo recto de tubería de las mismas características y bajo la misma carga (Markl, 1956).



**Fig. 2. 9. Factor de flexibilidad (Diehl, 2002).**

Utilizando la teoría de vigas para calcular la rotación del tramo recto de tubería, el factor de flexibilidad se puede definir por la siguiente ecuación:

$$k = \frac{\theta_{componente}}{\theta_{viga}} = \frac{\theta_{componente} \cdot E \cdot I}{M \cdot l} \quad \text{Ec. 2.18}$$

El uso de este factor permite en gran medida el cálculo de la deflexión y reacción de un sistema de tuberías sometido a una carga en específico.

Aunque para las tuberías curvas una serie de estudios teóricos fueron desarrollados, los mismos fueron complementados a través de estudios experimentales. Para los demás componentes de tubería fueron realizados extensos estudios experimentales, en los que se sometieron a los mismos a cargas estáticas para luego medir la rotación neta de los mismos (Diehl, 2002).

## **Factores de Esfuerzo.**

Para la estimación de esfuerzos en un componente de tubería surgieron dos enfoques distintos: el primero, que llamaremos un enfoque estático, nació a principios de siglo XX a partir de los desarrollos teóricos de Bantlin y von Kármán sobre codos de tubería (Kellog,1956), éste enfoque está orientado a calcular el máximo esfuerzo producido por una carga estática para compararlo con un esfuerzo nominal o base, son utilizados actualmente en los códigos para diseño y evaluación de sistemas de tuberías de plantas nucleares y el diseño de recipientes a presión.

El segundo, un enfoque dinámico, surgió alrededor de los años cincuenta y está orientado a estudiar el comportamiento de los componentes de tubería bajo cargas cíclicas y efectos de fatiga, los estudios más importantes en este enfoque fueron llevados a cabo por Arthur R. Markl bajo el subsidio de la compañía Tube Turns, los mismos son utilizados ampliamente en sistemas de tubería de industrias químicas, petroquímicas y generación de termo e hidroenergía (Goncálvez, 2004).

Los factores calculados bajo ambos enfoques fueron conocidos todos bajo el nombre de factores de intensificación de esfuerzos, sin embargo en las últimas décadas, y para evitar las confusiones consecuencia de esta nomenclatura se designa únicamente como factor de intensificación de esfuerzos a los calculados a partir de un enfoque dinámico. Los factores estáticos se conocen ahora como factores de concentración de esfuerzos o factor de esfuerzo efectivo, y el caso particular de los factores definidos en los códigos ASME Sección III y ASME B31.7 se conocen como índices de esfuerzos.

En la actualidad el gran incremento en la capacidad de los computadores y los bajos costos de los mismos comparados con ensayos destructivos a gran escala, han llevado que los desarrollos físico-experimentales caigan en desuso. Análisis numéricos de diversos componentes de tuberías se han venido llevando a cabo desde la década de los ochenta.

A continuación se hace un breve desarrollo sobre el origen, naturaleza y aplicación de los diversos factores de esfuerzos utilizados en el análisis de sistemas de tuberías:

### ***Factor de Esfuerzo Efectivo (FEE).***

Esta nomenclatura fue propuesta por Moffat en 1991 (Finlay et. al, 2003), y fue rápidamente implementado por todos los analistas y diseñadores de sistemas de tubería y recipientes a presión. Esta nomenclatura designa al máximo esfuerzo equivalente de Von Mises con un esfuerzo nominal, lo que corresponde al concepto básico de factor de concentración de esfuerzos. Entonces por definición se obtiene:

$$FEE = \frac{\sigma_{vms}}{\sigma_{nominal}} \quad \text{Ec. 2.19}$$

Este factor es utilizado por diseñadores e investigadores en el desarrollo de nuevos equipos, debido a que el criterio de falla utilizado en todas las normas es el de Tresca o cortante máximo, este factor no cumple con los criterios de seguridad de las mismas, por lo que su uso se restringe al ámbito académico y de investigación.

### ***Índices de esfuerzos (B, C, K).***

Desde principios de siglo XX múltiples investigadores se dedicaron a la tarea de estudiar los campos de esfuerzos y deformación de componentes de tubería bajo cargas estáticas. Casos particulares como codos de tubería y codos mitrados fueron objeto de estudios teóricos que llevaron a resultados analíticos, sin embargo para la mayoría de los componentes se realizaron estudios experimentales con equipos de fotoelasticidad y rosetas de deformación. Mucha de esta información fue recogida y editada por J.L Mershon (Rodabaugh, 1981), el resultado de este trabajo se presentó en la primera edición del código ASME Sección III en 1963 donde se presentaron por primera vez factores estáticos de concentración de esfuerzos.

El concepto de índices de esfuerzos fue poco a poco ampliado debido a la categorización de los diferentes tipos de esfuerzos que fueron identificados en este código. Debe recordarse que el código ASME Sección III maneja tres tipos diferentes de esfuerzos y en consecuencia se definieron tres índices de esfuerzos diferentes. Tal como se establecieron en el código son:

- B: Permite estimar la resistencia a falla por fluencia plástica. Relaciona el máximo esfuerzo primario con un esfuerzo nominal.
- C: Permite estimar la resistencia de un sistema en servicio. Relaciona el máximo de los esfuerzos primarios más los secundarios contra un esfuerzo nominal.
- K: Conocido también como factor de concentración de esfuerzos. Relaciona el esfuerzo pico contra un esfuerzo nominal.

Cada factor va acompañado a su vez de un subíndice que indica el tipo de carga, 1 para cargas de presión, 2 para cargas por momentos aplicados y 3 para cargas por gradientes térmicos.

El esfuerzo nominal o de referencia para el caso de tuberías se calcula como el máximo esfuerzo calculado, según la teoría mecánica de sólidos, para una tubería recta de características geométricas equivalentes al componente estudiado.

Dependiendo del caso de carga se definen como:

- Carga Axial:

$$\sigma_{no\ min\ al} = \frac{Q}{A_t} \quad \text{Ec. 2.20}$$

Momento Flector:

$$\sigma_{no\ min\ al} = \frac{M \cdot D}{2 \cdot I} \quad \text{Ec. 2.21}$$

- Presión Interna:

$$\sigma_{no\ min\ al} = \frac{p \cdot D}{2 \cdot t} \quad \text{Ec. 2.22}$$

- Gradiente Térmico:

$$\sigma_{no\ min\ al} = Eab \cdot |\alpha_a T_a - \alpha_b T_b| \quad \text{Ec. 2.23}$$

En donde Q es una carga axial,  $A_t$  es el área de la sección transversal, M un momento aplicado, D el diámetro externo de la tubería, I el momento de inercia de la sección transversal, t el espesor de la tubería, Eab el módulo de elasticidad promedio entre dos temperaturas,  $T_a$  y  $T_b$  las temperaturas en los puntos a y b del componente

y  $\alpha_a$  y  $\alpha_b$  son los coeficientes de expansión térmica a las temperaturas correspondientes.

### ***Factores de intensificación de esfuerzos (i).***

En 1951 fueron introducidos por primera vez los factores de intensificación de esfuerzos en un código de ASME, específicamente el código ASME B31.1 “Power Piping”, este código introdujo a través de estos factores el estudio y evaluación de las fallas por fatiga debido a esfuerzos térmicos (Energy Department of Washington, 2005).

Los primeros estudios de fatiga en componentes de tuberías fueron dirigidos por Arthur Markl en 1952 (Kellog, 1957), los mismos consistieron en una serie de ensayos de fatiga a bajo ciclaje en los cuales se sometieron los especímenes a momentos flectores alternados hasta que una grieta atravesara la pared del componente. Para identificar la falla se inyectaba agua a presión dentro del componente, de esta forma la salida de agua a presión del mismo permitía identificar la falla.

El trabajo de Markl incluyó tuberías rectas, reductores, tuberías curvas de diferentes ángulos y radios de curvatura, codos mitrados, ramales “T” soldadas y uniones ramales reforzadas. Todas construidas con acero ASTM A106 Grado B, además los especímenes fueron de 4” de diámetro y espesor Standard (Markl, 1952 a).

El factor de intensificación de esfuerzos fue definido por Markl como la relación entre los esfuerzos necesarios para que un componente de tubería y un tramo recto de tubería fallen en un mismo número de ciclos. Cabe destacar que la base de referencia de los factores de intensificación de esfuerzos, a diferencia de los índices de esfuerzos, no es una pieza idealizada sino tramos de tubería rectos soldadas a tope a las que se les asignó arbitrariamente y para fines prácticos el valor de uno.

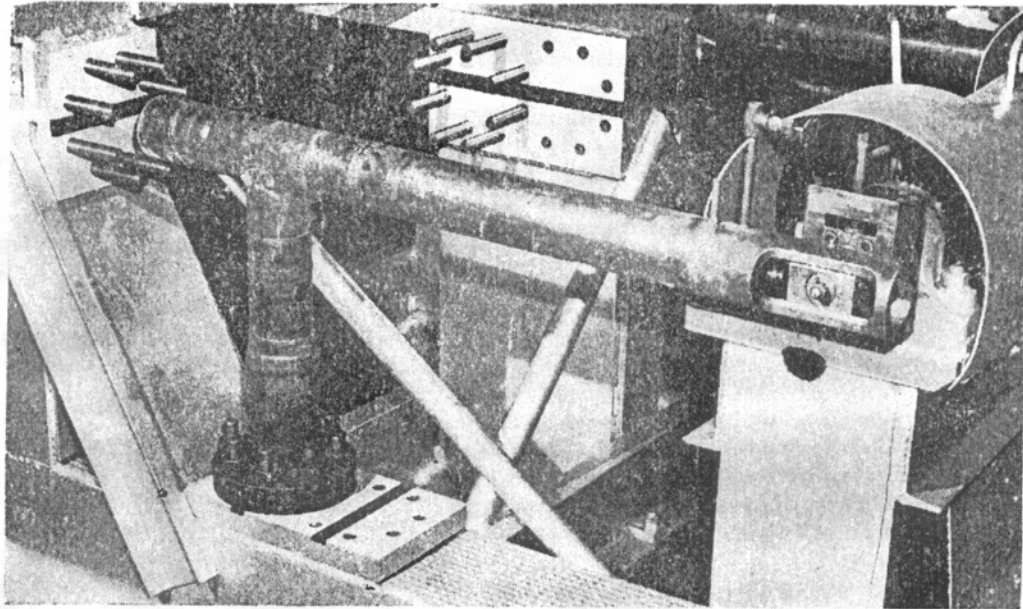


FIG. 1 VIEW OF END BANK OF FATIGUE-TEST MACHINE SHOWING A FABRICATED TEE MOUNTED FOR IN-PLANE BENDING TEST

**Fig. 2. 10. Banco de pruebas utilizado por Markl para el ensayo de “T” soldadas (Markl, 1952 a)**

La expresión numérica para el cálculo de estos factores es:

$$i \cdot S = 245.000 \cdot N^{-0,2} \quad \text{Ec. 2.24}$$

Donde S es el esfuerzo nominal, N el número de ciclos, i el factor de intensificación de esfuerzos y 245.000 es una constante característica del acero al carbono. El esfuerzo nominal es calculado como el producto de la magnitud de la carga alternante por la distancia del punto de aplicación de la carga a la grieta, todo esto entre el módulo de sección de la pieza.

Estudios posteriores permitieron demostrar que éstos resultados eran extrapolables a componentes de tubería de diferentes características siempre que la relación entre el diámetro y el espesor fuera menor a 100, en este límite el comportamiento de los sistemas de tubería se aleja apreciablemente del comportamiento predicho por la teoría de vigas (ASME, 2004).

***Relación entre los índices de esfuerzos y los factores de intensificación de esfuerzos.***

A pesar de que ambos tipos de factores son por naturaleza distintos, los investigadores del área buscaron la manera de relacionarlos. Markl en sus trabajos observó que para tuberías curvas o codos los factores de intensificación de esfuerzos calculados eran numéricamente, en una aproximación burda, iguales a la mitad de los factores predichos teóricamente por Beskin (Markl, 1952).

Estas primeras observaciones incentivaron a los investigadores a estudiar la relación entre ambos tipos de factores para diversos componentes. Finalmente una correlación empírica fue propuesta y aceptada por la ASME. La misma relaciona los índices de esfuerzos del código ASME Sección III con los factores de intensificación de esfuerzos de los códigos ASME serie B31 (United States Energy Department, 2005). La correlación es la siguiente:

$$2 \cdot i = C_2 \cdot K_2 \quad \text{Ec. 2.25}$$

Donde  $i$  es el factor de intensificación de esfuerzos,  $C_2$  el índice de esfuerzos secundarios,  $K_2$  el índice de esfuerzos pico y  $m$  un factor de proporcionalidad que varía de 1,8 a 2 dependiendo del código (COADE, 2006).

El factor de proporcionalidad  $m$  es atribuido a las diferentes bases o referencias entre ambos tipos de factores. Tal como fue mencionado, los factores de intensificación de esfuerzos están referidos a una tubería recta soldada a tope, mientras que los índices de esfuerzos están referidos a un esfuerzo nominal ideal calculado por la teoría de vigas.

La equivalencia se hace clara al observar los índices de esfuerzos para una soldadura a tope según el código ASME B31.7 para instalaciones nucleares (op.cit.):

$$B_2=1,0, \quad C_2=1,0, \quad K_2=1,8$$

Para utilizar esta correlación debe tenerse presente el conjunto de códigos bajo los cuales se está trabajando. Es evidente que en este caso la constante de proporcionalidad  $m$  debe valer 1,8, sin embargo esto se debe al caso especial de instalaciones nucleares. En el prefacio del código ASME B31.7 se hace referencia a



este particular, explicando que el valor del índice  $K_2$  fue reducido de 2,0 a 1,8 debido a las altas exigencias de calidad estipuladas para instalaciones de este tipo (United States Energy Department, 2005). En cambio, al trabajar en otro tipo de instalaciones, como plantas petroleras y refinerías, los códigos aplicables y los niveles de calidad son otros, por lo que típicamente una soldadura a tope lleva el valor de 2,0.

Debe destacarse que el mínimo valor asignable a estos factores es la unidad, así que por defecto cualquier cálculo que ofrezca un valor menor a la unidad se le asigna a dicho factor el valor de uno.

### **Comportamiento de un codo de tubería bajo carga.**

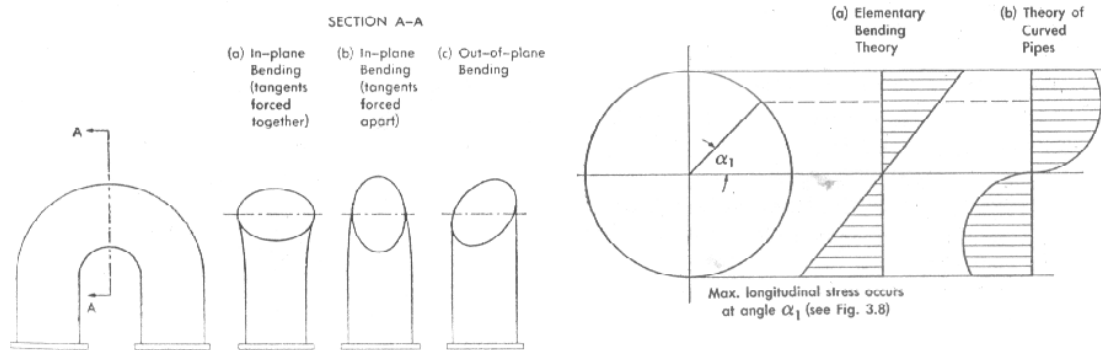
Los primeros estudios formales de tuberías curvas comenzaron en 1910 con el trabajo de Batlin quien fue el primero en reportar el fenómeno de ovalización y el incremento en la flexibilidad de este tipo de piezas como consecuencia del mismo (Kellogg, 1956).

A pesar de que una tubería curva se puede considerar como una viga curva de sección transversal anular, desde los primeros estudios se evidenció que la teoría clásica de vigas no predecía correctamente su comportamiento. Esto llevó a que una serie de estudios teóricos más profundos fueran llevados a cabo, los cuales comenzaron por los trabajos de von Kármán en 1911 y culminaron en 1945 con los trabajos de Beskin, cuyos resultados son aplicables en un rango de valores de flexibilidad característica desde cero a infinito, para momentos flectores dentro y fuera del plano, los mismos fueron aceptados y utilizados como base en la redacción de las normas referentes al diseño de sistemas de tubería (op.cit.).

Estos estudios permitieron predecir y explicar los siguientes aspectos del comportamiento de las tuberías curvas (op.cit.):

1. La variación del esfuerzo longitudinal en la sección transversal de la tubería no es lineal. Esto se debe a la relajación de esfuerzos en las fibras extremas debido al achatamiento u ovalización de la sección transversal. Véase la Fig 2.11.

2. La ovalización o achatamiento de la sección transversal reduce el módulo de sección lo que se traduce en una deflexión mayor a la predicha por la teoría clásica de vigas.
3. Para momentos dentro del plano, el máximo esfuerzo encontrado es un esfuerzo circunferencial en los alrededores del eje neutro ( $\alpha=0^\circ$ ) en la superficie interna.
4. Para momentos fuera del plano se predijeron esfuerzos máximos de menor magnitud para codos idénticos sometidos a momentos dentro del plano, los mismos están localizados un pequeño ángulo por encima del eje neutro en la superficie interna para codos con  $h=0,03$ , para codos con  $h$  entre 0,25 y 0,6 el esfuerzo máximo está desplazado  $40^\circ$  en el arco de curvatura y para codos con  $h$  mayores a 0,6 el máximo esfuerzo se encuentra a  $45^\circ$  desplazado en el arco del codo.



**Fig. 2. 11 Ovalización en una tubería curva y comparación entre la distribución de esfuerzos real y la predicha por la teoría clásica de vigas. (Kellogg, 1956)**

Las expresiones matemáticas producto de estos estudios fueron las siguientes:

- Factor de flexibilidad:

$$k = \frac{1,65}{h} \quad \text{Ec. 2.26}$$

- Momento dentro del plano:

$$\begin{cases} \beta_i = \frac{0,84}{h^{2/3}} \\ \gamma_i = \frac{1,80}{h^{2/3}} \end{cases} \quad \text{Ec. 2.27}$$

- Momento fuera del plano:

$$\begin{cases} \beta_o = \frac{1,08}{h^{2/3}} \\ \gamma_o = \frac{1,50}{h^{2/3}} \\ \alpha = 0,82 \cdot h^{\frac{1}{3}} \end{cases} \quad \text{Ec. 2.28}$$

En donde  $\beta$  es el factor de concentración de esfuerzo longitudinal,  $\gamma$  el factor de esfuerzo circunferencial y  $\alpha$  el ángulo que indica la ubicación del máximo esfuerzo medido desde el eje neutro tal como esta definido en la figura 2.11.

Debe sin embargo tomarse en cuenta que los desarrollos teóricos se hicieron las siguientes suposiciones y limitaciones (op.cit.):

1. Las secciones transversales permanecen planas luego de deformadas y las fibras localizadas sobre el eje neutro conservan su dimensión original.
2. Los esfuerzos longitudinales y circunferenciales son los esfuerzos principales.
3. El momento flector tiene un valor constante a lo largo de todo el tramo curvo de tubería.
4. Las deformaciones radiales y longitudinales son uniformes a lo largo del espesor de la pared.
5. El radio de curvatura es mucho más grande y el espesor de la pared es mucho más pequeña que el diámetro de la tubería.

Los primeros experimentos estáticos de importancia fueron conducidos por Hovgaard y publicados entre los años 1928 y 1935, los mismos demostraron un acuerdo muy bueno entre los experimentos y los resultados teóricos, sin embargo se notaron los siguientes aspectos (op.cit.):

1. Para momentos dentro del plano los esfuerzos longitudinales eran sensiblemente superiores a los predichos por la teoría.
2. Se observó que la flexibilidad de los codos bajo un momento dentro del plano era ligeramente superior al valor teórico de una manera consistente.
3. Los esfuerzos en codos sometidos a momentos fuera del plano son ligeramente inferiores a los predichos por la teoría.

Estas divergencias se adjudicaron a las simplificaciones de los modelos teóricos. Adicionalmente se notó que la longitud de los tramos rectos de tubería unidos a los codos era un factor importante en la convergencia de los resultados experimentales con los teóricos. Pardue y Vigness en 1946, encontraron que mientras más cerca estuviera una a una brida o un anclaje del extremo de la tubería curva la magnitud de la flexibilidad y la concentración de esfuerzos caía drásticamente (op.cit.). Se llegó a estipular vagamente que solamente uniendo tramos de tubería de longitud mayor a dos veces el diámetro externo de la misma se lograba aprovechar al máximo la flexibilidad de un codo (Kellog, 1956).

K. Thomas en el año 1987 publicó su trabajo "*Stiffening effects on thin-walled piping elbows of adjacent piping and nozzle constrains*" en donde, a través de un estudio de varios modelos utilizando el método de elementos finitos, concluyó que únicamente uniendo tramos rectos de tubería de longitud igual a 3 veces el diámetro se podía asegurar el aprovechamiento total de la flexibilidad de un codo. Sin embargo se demostró que la simple unión del codo al tramo recto de tubería produce una reducción del factor de flexibilidad del 14,5 %, y del 8% y 60% en los índices de esfuerzos publicados en la norma ASME Sección III para momentos aplicados dentro y fuera del plano. (Thomas, 1987).

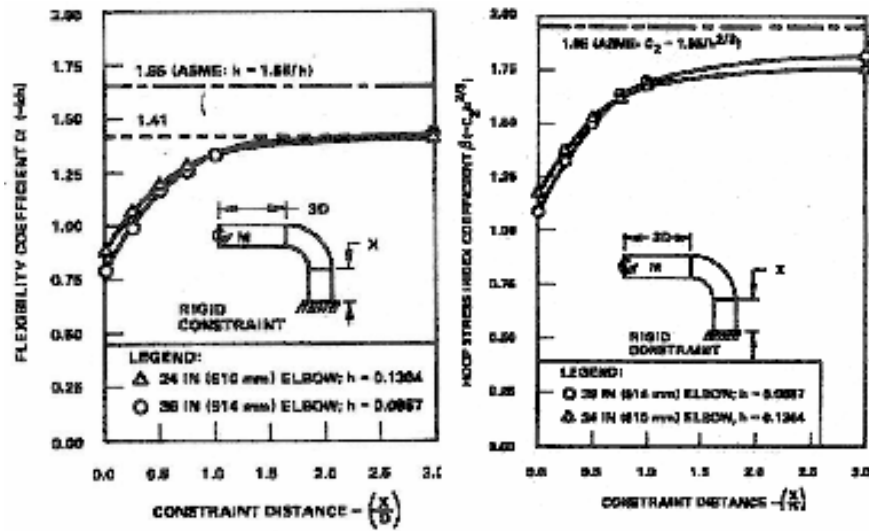


Fig. 2. 12 Comportamiento del factor de flexibilidad e índice de esfuerzos  $C_2$  con el aumento de la distancia del codo al extremo anclado. (Thomas, 1987).

Factores de corrección fueron adoptados por las normas ASME B31.3 para contabilizar la rigidización por la unión directa de un codo a una o dos bridas, estos factores multiplican directamente al factor de flexibilidad expresado en la ecuación 2.26. Los factores de corrección por rigidización son (ASME, 2002):

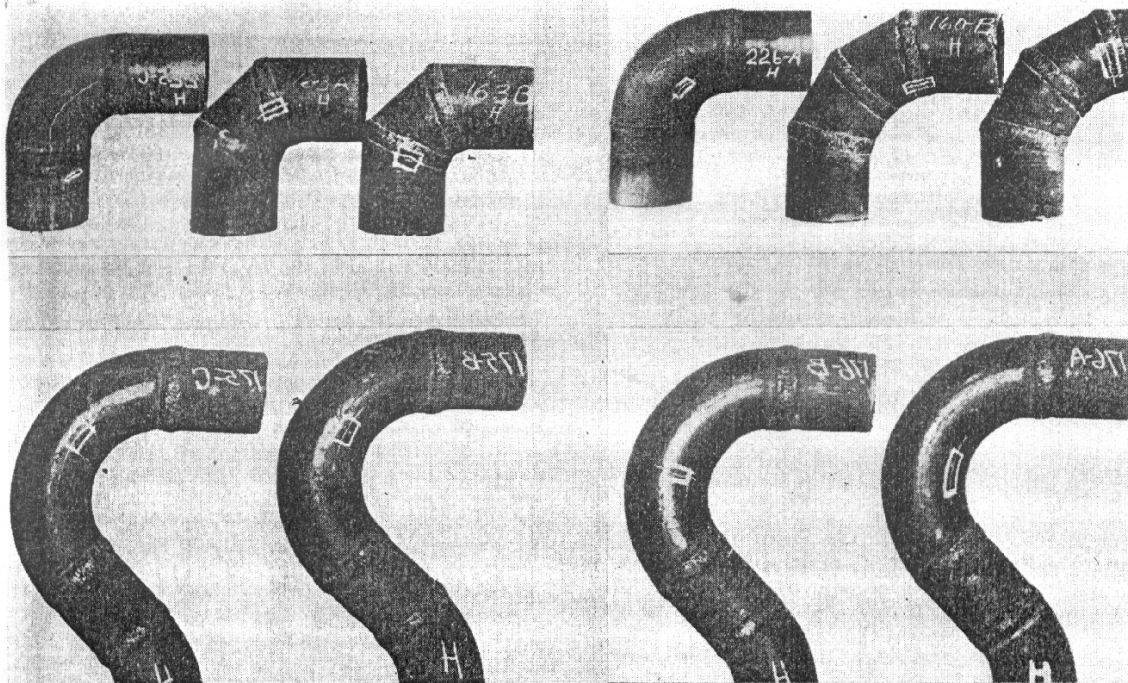
$$C1 = h^{1/6} \quad \text{Ec. 2.27}$$

$$C2 = h^{1/3} \quad \text{Ec. 2.28}$$

Un estudio detallado del comportamiento de los codos de tubería bajo cargas dinámicas fue desarrollado por Markl en su trabajo "Fatigue Test of Welding Elbows and Comparable Double-Mitre Bends" (1952). Se observó que para un momento alternante dentro del plano todos los especímenes ensayados fallaron debido a una grieta que comenzaba en la pared interna de la tubería hacia el centro y en el eje neutro, la grieta se extendía longitudinalmente hacia los dos extremos.

Para momentos fuera del plano se presentaron varios tipos de falla, en el primero una grieta comenzaba en la pared interna, hacia el centro y desplazado del eje neutro un ángulo entre  $33^\circ$  y  $45^\circ$ , la misma se extendía hacia los extremos. Otro tipo de falla presentó grietas en dirección circunferencial que nacían del centro de una

grieta longitudinal de iguales características al anterior tipo de falla reportado. Imágenes de los codos ensayados se muestran en la figura 2.13.



**Fig. 2. 13 Codos y Codos Mitrados ensayados por Markl, a la izquierda ensayados bajo momentos dentro del plano, a la derecha ensayados bajo momentos fuera del plano. (Markl, 1952 b)**

En el trabajo de Markl únicamente codos de tubería de 4 pulgadas y schedule 40 fueron ensayados. Sin embargo la consistencia de los resultados obtenidos y la gran exactitud con que la ubicación de los máximos esfuerzos predichos por la teoría coincidieron con la ubicación del inicio de la grieta permitieron extrapolar estos resultados a un amplio rango de tuberías curvas.

### **Soportes tipo trunnion circulares.**

Los soportes tipo trunnion constituyen una manera económica y simple de apoyar una tubería, este soporte consiste básicamente en soldar a la superficie de la tubería a soportar una viga u otro tramo de tubería que se extiende hasta el suelo o punto de apoyo en donde puede restringirse según se desee. Se considera un tipo de

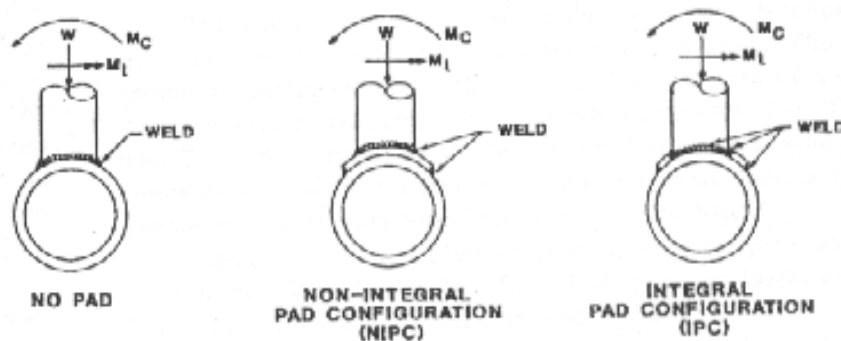
soporte económico ya que los mismos pueden construirse a partir del material sobrante de la construcción de la planta.

El tipo más común de soportes tipo trunnion es el circular, que consiste en una tubería de menor diámetro soldada superficialmente a tubería a soportar y en el otro extremo se suelda a una pequeña placa rectangular que se apoya sobre el piso.

### **Trunnions soldados a tramos rectos de tubería.**

En su configuración más sencilla el trunnion es soldado directamente a la tubería, sin embargo, cuando se desea soportar una tubería que se considera crítica, ya sea por las altas temperaturas, presiones o nivel de peligrosidad del fluido transportado, así como por la cantidad de cargas a las que esta sometida, se utilizan configuraciones reforzadas. Estas configuraciones reforzadas integrales o integrales conocidas como NIPC e IPC respectivamente por sus siglas en ingles “Non-Integral Pad configuration” e “Integral Pad Configuration”.

En los trunnions NIPC los soportes van soldados a una pequeña placa curva que a su vez esta soldada a la tubería. Esta placa se conoce como “pad” y suele construirse a partir de una tubería de diámetro mayor a la tubería soportada. Por su parte los trunnion IPC son soldados directamente a la superficie de la tubería y alrededor de la misma se coloca el pad de refuerzo. En la figura 2.14 se muestra un esquema de las diferentes configuraciones de trunnions soldados a tuberías rectas.



**Fig. 2. 14 Configuraciones y casos de carga estudiados para trunnions soldados a tuberías rectas. (Hankinson y Weiler, 1991)**

La evaluación de los esfuerzos en los trunnions soldados a tuberías rectas sin refuerzo se ha realizado tradicionalmente utilizando el Boletín 107 del Welding Research Council que fue publicado en 1965, el mismo muestra un procedimiento de cálculo basado en los trabajos teóricos del Profesor J. J. Bijlaard. Debido al restringido rango para el cual dicho método aplica posteriores trabajos, en su mayoría numéricos han incrementado el rango de aplicación (Hankinson y Weiler, 1991).

Posteriormente en los apartados N-391 y N-392 del código ASME Sección III se publicaron una serie de índices de esfuerzos (B, C, y K) para trunnions circulares soldados a tuberías rectas. Se estipuló un factor aplicable a todas las configuraciones (op.cit.).

R. F. Hankinson y R.A. Weiler publicaron en 1991 un artículo titulado “*A review, discusión, and comparison of circular trunnion attachments to piping*”, en el que a través de un estudio de esfuerzos a través del método de elementos finitos se comparan las tres configuraciones comparándose a su vez con los factores propuestos por la ASME. En este trabajo se concluye que ambas configuraciones reforzadas ofrecen niveles de esfuerzos significativamente menores a los presentados en la configuración no reforzada y una opción válida al necesitarse un mayor espesor de tubería en puntos localizados, sin embargo se presenta el inconveniente de necesitarse una mayor cantidad de partes soldadas, por lo que la configuración NIPC al necesitar menor cantidad de soldadura resulta siendo, según la opinión del autor la configuración óptima. (op.cit.).

### **Trunnions soldados a codos.**

Corresponde a una configuración bastante común en plantas de proceso para minimizar las cargas en las tuberías debido a los momentos generados por el peso de tramos verticales de tubería. Sin embargo y a pesar de la popularidad de este tipo de configuraciones ASME no ha publicado factores de esfuerzos relacionados con los mismos, por lo que en muchos casos el efecto que genera la unión del trunnion al codo es ignorado o sobreestimado siendo ambas circunstancias igual de perjudiciales.



Los pocos estudios hechos al respecto han revelado la alta complejidad del comportamiento de este tipo de configuraciones. Se sabe que la unión del trunnion al codo disminuye la flexibilidad y capacidad de ovalización de este último. Un único trabajo acerca de la flexibilidad de esta configuración fue publicado en 1987 por G.D. Lewis de la empresa Duke Power y Yuh Jin Chao de la Universidad de Carolina del Sur bajo el título de “*Flexibility of Trunnion Piping Elbows*” en la Séptima Convención Anual de Ingenieros y Diseñadores de Tuberías. En esta publicación se encuentra la expresión:

$$k_{ct} = 0,81 \cdot k - \left( \frac{d}{D} \right) \quad \text{Ec. 2.30}$$

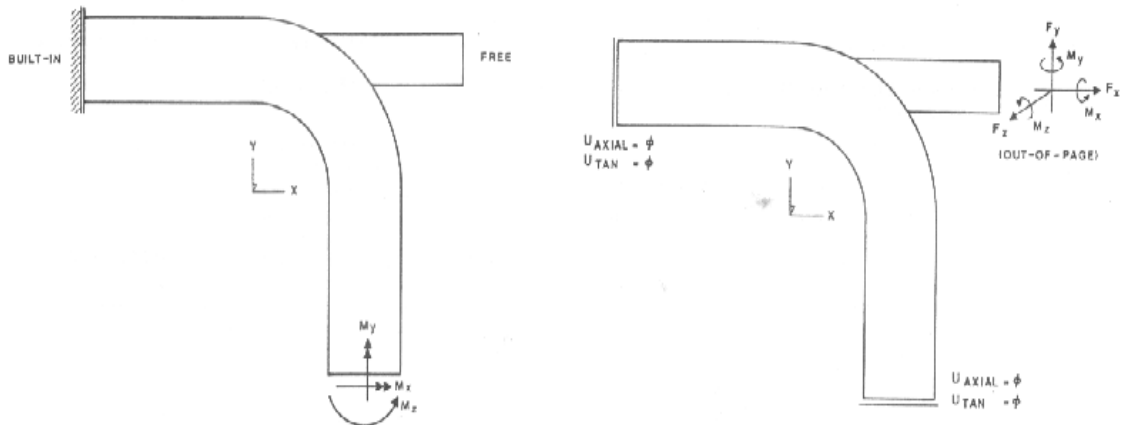
Válida solo para los rangos:

$$\frac{D}{2} \leq d < D$$

$$T \leq t \leq 2T$$

En donde  $k_{ct}$  es el factor de flexibilidad del sistema codo-trunnion,  $d$  y  $t$  el diámetro y espesor del trunnion y  $D$  y  $T$  el diámetro y espesor del codo. (Diehl, 2002).

Con respecto al efecto del trunnion en la distribución de esfuerzos en un codo Hankinson, Budlong y Albano presentaron en 1987 el trabajo “*Stress Indices for piping elbows with trunnion attachments for moment and axial loads*” en donde a través del análisis de elementos finitos obtuvieron la distribución de esfuerzos en codos soldados a trunnions para distintos modelos geoméricamente diferentes bajo distintos casos de carga. Se analizaron únicamente codos radio largo y los casos de carga fueron momentos flectores y torsores en un extremo del codo, momentos flectores y torsores así como carga axial en el extremo del trunnion. Obsérvese los casos de carga en la figura 2.15.



**Fig. 2. 15 Casos de carga de estudio en trunnions soldados a codos. (Hankinson et.al, 1987).**

En éste estudio se observó que el máximo esfuerzo estaba, en todos los casos de carga, ubicado en la superficie del codo o del trunnion. Se observó que tanto la locación como la magnitud de los esfuerzos para momentos aplicados en el codo permanecían similares a aquellos esperados en un codo solo. Para cargas en el trunnion los máximos esfuerzos se encontraban en las vecindades de la unión codo – trunnion hacia el eje del trunnion, a excepción del momento torsor en donde los máximos esfuerzos se registraron justo en la unión. Se observó además un gran incremento en la magnitud del esfuerzo con el aumento en la relación del espesor del trunnion con el espesor del codo.

Finalmente se propusieron un grupo de ecuaciones presentadas en la fig. 2.26, el rango de aplicabilidad de las mismas es:

$$0,2 \leq \frac{t}{T} \leq 2,0$$

$$20 \leq \frac{D}{T} \leq 60$$

$$0,3 \leq \frac{d}{D} \leq 0,8$$

STRESS-INDEX EQUATIONS FOR ELBOWS WITH  
TRUNNION ATTACHMENTS

Trunnion Loads

$C_W = 1.4$	$(\frac{D}{T})^{0.257}$	$(\frac{d}{D})^{-0.344}$	$(\frac{t}{T})^{0.807}$	For all (t/T)
$C_L = 3.43$	$(\frac{D}{T})^{0.081}$	$(\frac{d}{D})^{0.006}$	$(\frac{t}{T})^{0.778}$	For (t/T) ≤ 1.0
$C_L = 3.43$	$(\frac{D}{T})^{0.081}$	$(\frac{d}{D})^{0.006}$	$(\frac{t}{T})^{1.15}$	For (t/T) > 1.0
$C_N = 1.42$	$(\frac{D}{T})^{0.239}$	$(\frac{d}{D})^{-0.322}$	$(\frac{t}{T})^{0.816}$	For (t/T) ≤ 1.0
$C_N = 1.42$	$(\frac{D}{T})^{0.239}$	$(\frac{d}{D})^{-0.322}$	$(\frac{t}{T})^{1.15}$	For (t/T) > 1.0
$C_T = 2.62$	$(\frac{D}{T})^{0.167}$	$(\frac{d}{D})^{-0.076}$	$(\frac{t}{T})^{0.725}$	For (t/T) ≤ 1.0
$C_T = 2.62$	$(\frac{D}{T})^{0.167}$	$(\frac{d}{D})^{-0.076}$	$(\frac{t}{T})^{1.15}$	For (t/T) > 1.0

Elbow Loads

$$C_{2e} = 2.55 (TR/R_m^2)^{-0.732}$$

Limits

$$\begin{aligned} 0.2 &\leq t/T \leq 2.0 \\ 20 &\leq D/T \leq 60 \\ 0.3 &\leq d/D \leq 0.80 \end{aligned}$$

**Fig. 2. 16 Correlaciones propuestas para la evaluación de codos unidos a trunnios. (Hankinson et. al, 1987)**

En donde  $C_W$  es el índice de esfuerzos secundario debido a una carga axial en el trunnion,  $C_L$  y  $C_N$  son los índices de esfuerzos secundarios debido a momentos flectores dentro y fuera del plano respectivamente aplicados en el trunnion,  $C_T$  es el índice esfuerzos secundario debido a un momento torsor en el trunnion y  $C_{2e}$  es el

índice de esfuerzo secundario debido a un momento flector dentro del plano aplicado en el codo.

Nótese que la forma de la correlación para las cargas en los trunnion es de la forma:

$$C_2 = A \cdot \left(\frac{D}{T}\right)^{m1} \cdot \left(\frac{d}{D}\right)^{m2} \cdot \left(\frac{t}{T}\right)^{m3} \quad \text{Ec. 2.31}$$

Donde los factores m1, m2 y m3 son exponentes calculados por la tendencia de los puntos por cada factor por separado y A<sub>1</sub> es un factor de proporcionalidad para ajustar la curva final.

Por su parte para las cargas en los codos se tiene un factor general de la forma:

$$C_2 = A_2 \cdot h^{m4} \quad \text{Ec. 2.32}$$

En donde A<sub>2</sub> es un factor de proporcionalidad, h es la flexibilidad característica del codo y m4 un exponente asociado, debe resaltarse que este factor no toma en cuenta las características del trunnion.

### **Método Kellog para el diseño y evaluación de soportes tipo trunnion.**

Uno de los métodos más utilizados para la evaluación y diseño de este tipo de soportes es el método propuesto y patentado por la compañía M. W. Kellog alrededor de los años 50. A pesar de la implementación de este método en las prácticas de ingeniería a nivel mundial poca información se consigue en los textos comerciales sobre deducción y fundamentos del mismo. Se sabe sin embargo que este método esta basado en cálculos de columnas según mecánica de sólidos ajustado con una serie de parámetros experimentales.

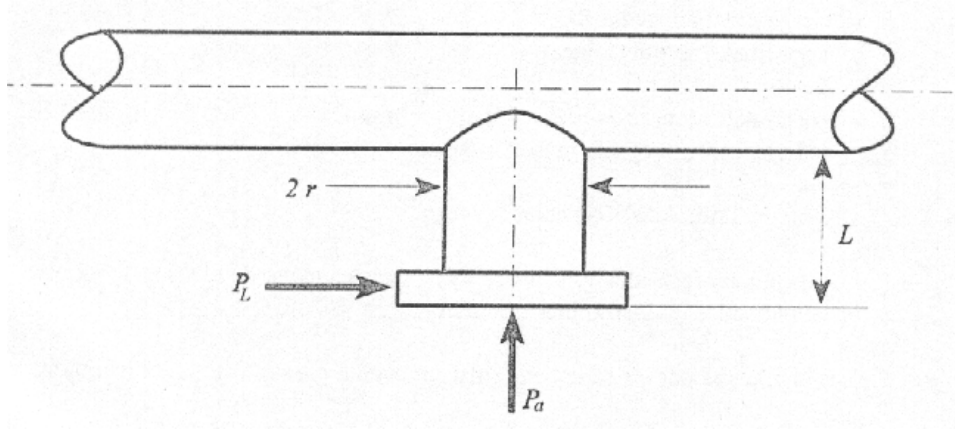
En el método se calcula a partir de las cargas aplicadas en el trunnion y momento equivalente que se compara luego con una “capacidad de momento”, sin embargo se ha vuelto una práctica común calcular el factor de intensificación de esfuerzos como la relación entre el momento equivalente calculado por el método y el momento nominal aplicado (Weighell, 2002), ya que precisamente en las ecuaciones

de evaluación de esfuerzos según los códigos ASME B31 este factor es un multiplicador del momento.

Las ecuaciones para el cálculo de los momentos equivalentes según este método son los siguientes:

*Momento equivalente en un trunnion vertical soldado a una tubería horizontal:*

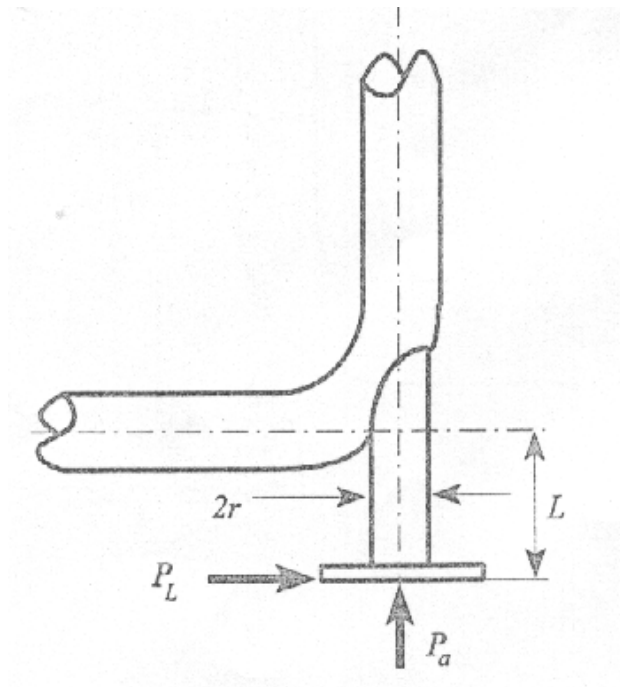
$$ME = CF \cdot TMF \cdot \left( 1,69 \cdot r \cdot Pa + L \cdot \sqrt{P_L^2 + 5,06 \cdot P_C^2} \right) \quad \text{Ec. 2.33}$$



**Fig. 2. 17 Nomenclatura para evaluación de trunnions soldados a tuberías rectas (Inelectra, 2004).**

*Momento equivalente en un trunnion vertical soldado a un codo de tubería:*

$$ME = CF \cdot TMF \cdot \left( 1,19 \cdot r \cdot Pa + L \cdot \sqrt{P_L^2 + 5,06 \cdot P_C^2} \right) \quad \text{Ec. 2.35}$$



**Fig. 2. 18 Nomenclatura para la evaluación de trunnions soldados a codos. (Inelectra, 2004).**

En donde ME es el momento equivalente en klb-pulg, CF es un factor de corrección por corrosión admisible y tolerancia de fabricación, TMF es un factor de corrección de temperatura, L es la distancia desde el punto de aplicación de la carga hasta el punto de unión tubería trunnion en pulgadas, r el radio exterior del trunnion en pulgadas y P son las cargas expresadas en libras en las siguientes direcciones: “a” vertical, “L” horizontal paralelo a la tubería y “C” horizontal ortogonal a la tubería. (Inelectra, 2004).

## **CAPÍTULO III.**

### **MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO**

La incorporación del uso de los métodos numéricos en el análisis de problemas de ingeniería, es en la actualidad, un tema bastante conocido. El método de elementos finitos (MEF) es uno de los más aceptados por la comunidad de ingenieros junto a otro grupo de técnicas, las mismas se utilizan en una serie de aplicaciones particulares para los que cada método ha demostrado adaptarse convenientemente dependiendo de sus características. En general, los métodos utilizados actualmente se caracterizan porque en ellos se discretiza por completo el dominio de estudio, posteriormente las ecuaciones que gobiernan el fenómeno son discretizadas o aproximadas de tal manera que se satisfagan total o parcialmente las condiciones de borde. Este tipo de métodos que aplican a todo el dominio son conocidos como métodos de dominio.

Otra posibilidad para construir una aproximación numérica de los fenómenos es la de utilizar funciones que satisfagan las ecuaciones del problema dentro del dominio pero que no cumplan de entrada las condiciones de borde, sino mediante una aproximación. Este tipo de métodos se conocen en contraposición a las mencionadas anteriormente como métodos de contorno.

Uno de los métodos de contorno es el Método de Elementos de Contorno o MEC, éste nombre se debe a que en este método el contorno del dominio de cálculo se discretiza o divide en una serie de elementos sobre los cuales las funciones de aproximación pueden variar de una forma similar a como las funciones varían sobre los elementos de dominio en el método de elementos finitos.

#### **Breve reseña histórica**

El MEC tal como es conocido actualmente es resultado del gran crecimiento y desarrollo de la capacidad de cálculo de los computadores en la segunda mitad del

siglo XX. Sin embargo antes de este desarrollo y de una manera regular fueron publicados artículos sobre la solución de ecuaciones integrales en problemas de la teoría potencial de flujo y la teoría de elasticidad de sólidos, los mismos fueron desarrollados por diversos matemáticos (Insausti y Corales, 2006).

El primer paso para la construcción de una técnica numérica asimilable es atribuida a Jawson quien en 1963 publicó el denominado “método indirecto”, el cuál se utilizó para resolver las ecuaciones integrales de Fredholm en el estudio de problemas de potencial (Beltran, 1999).

En 1967 Rizzo publica el llamado “método directo” para la solución de problemas de elasticidad utilizando la ecuación de Kelvin para un medio elástico infinito. Posteriormente Cruse adaptó el “método directo” a dominios elásticos tridimensionales. En 1975 Watson y Lachat incorporaron la filosofía de discretización y cálculo del MEF al método, desarrollándose de esta forma el método de cálculo conocido hoy en día (Beltran 1999).

A comienzos de esa década el interés por el método no se orientaba solamente a probar que funcionaba, sino en hacer que trabajase mejor. El primer paso en esta dirección fue dado por Riccardella, quien desarrolló un programa para el análisis de deformaciones planas en el cual la variación de la tensión y el desplazamiento sobre cada elemento se consideró lineal. El precio que se pagó por mejorar tanto la precisión como la eficiencia computacional fue una integración más complicada, y una nueva lógica que da la posibilidad de colocar los nodos de la superficie que se está estudiando en las esquinas de la frontera, es decir, los nodos se podían ubicar en las puntas de los elementos en lugar de los puntos medios (Insausti y Corales, 2006).

En la actualidad múltiples investigaciones son llevadas a cabo no sólo utilizando el MEC sino también para mejorar las capacidades del mismo, ampliándose de esta forma el campo de aplicación de este método a problemas cada vez más complejos de una forma eficiente desde el punto de vista computacional.



## **Conceptos Básicos**

Tal como fue mencionado anteriormente, en los métodos de contorno la aproximación sólo es hecha en la frontera del dominio estudiado, en un caso tridimensional esta frontera correspondería a la superficie de un sólido. En todos los puntos internos del dominio la ecuación diferencial parcial que gobierna el problema se satisface de manera exacta, en el caso de elasticidad se trata de las ecuaciones de equilibrio junto a las relaciones constitutivas. Como consecuencia de esto no se necesitan mallas o discretizaciones internas del dominio y en aplicaciones numéricas no existen incógnitas asociadas a los puntos internos.

Este tipo de métodos solo puede ser aplicado si existe una solución fundamental para la ecuación diferencial parcial gobernante, se entiende como solución fundamental una función que satisface la ecuación diferencial con un cero en el lado derecho, en el caso de elasticidad sería un estudio con fuerzas de cuerpo iguales a cero, para todos los puntos del dominio a excepción de un punto fuente o de carga, en el que el lado derecho de la ecuación vale infinito.

Existen básicamente dos formas del método de elementos de contorno, estos son conocidos como el método directo y el método indirecto, a parte de ambos existe un método conocido como Método de las Soluciones Fundamentales o Método de Trefftz que luce como precursor del MEC.

Se desarrollan a continuación los conceptos fundamentales de estos tres métodos:

### **Método de Trefftz**

Este método, propuesto en 1926 para resolver problemas de torsión de St Venant en los cuales la ecuación en derivadas parciales gobernante es la ecuación de Laplace. El método consiste en aproximar la solución del problema de valor de frontera a través de la superposición de soluciones fundamentales de un conjunto de puntos fuente, o de carga, ubicados fuera del dominio, hecho esto solo queda ajustar las intensidades de estas fuentes para obtener la mejor concordancia posible entre las condiciones de frontera satisfechas por la solución aproximada y las condiciones de

frontera reales. A mayor número de puntos de carga, mejor será la concordancia. A pesar de que el principio es bueno su implementación puede ser problemática, ya que no hay garantía de que al incrementar el número de fuentes fuera del dominio las soluciones obtenidas converjan a la solución exacta. Éste método de contorno no es exactamente un MEC debido a que los puntos no se encuentran sobre la frontera del dominio. (Beer y Watson, 1994)

### **Método indirecto**

En este método la solución también se obtiene por superposición pero las fuentes no están localizadas en puntos fuera del dominio sino que están distribuidas de manera “continua” sobre la frontera. La intensidad de esta distribución, la cual generalmente varía de punto a punto en el borde, es usualmente conocida como la función de densidad; la ecuación diferencial parcial se cumple de manera automática en cada punto interior del dominio, y todo lo que se requiere es satisfacer las condiciones de borde a través de la escogencia de la función mas conveniente. Se ha determinado que para las condiciones de borde a ser satisfechas, la función de densidad debe ser la solución de una de una ecuación integral sobre la frontera, cuya forma depende del tipo de condición de borde. La ecuación integral de frontera, en general, no puede ser resuelta de manera exacta, en lugar de eso, se obtiene una solución aproximada por medio de variaciones de la función de densidad sobre la frontera en términos de un número finito de parámetros. Una vez resuelta la ecuación integral, los resultados con significado físico en los puntos tanto de la frontera como del interior del dominio son computados por integración sobre el borde. Esta integración reemplaza la suma de los efectos de un número finito de fuentes en el método de Trefftz. (Beer y Watson, 1994)

### **Método directo**

En éste método se obtiene una ecuación integral a través de la aplicación del teorema de la divergencia, el cual establece que la integral sobre el dominio de divergencia de un campo vectorial es igual a la integral sobre la frontera del dominio

de la componente normal saliente de ese campo. Haciendo las sustituciones apropiadas en el teorema de divergencia, se pueden obtener fórmulas como la identidad simétrica de Green y el teorema recíproco de Maxwell-Betti. Tomando estas dos funciones de manera arbitraria de manera que una sea la función a ser computada y la otra la solución fundamental con el punto fuente en la frontera, se obtiene una ecuación integral sobre el contorno. Esto se conoce como la ecuación integral de la frontera del método directo, esto debido a que las funciones que aparecen en la ecuación son funciones físicas (tales como desplazamiento y fuerza de tracción en elasticidad) en lugar de funciones de densidad ficticias. La solución de estas ecuaciones integrales dan inmediatamente los resultados deseados sobre la frontera. Si se necesitan los resultados en puntos interiores del dominio, pueden ser computados por fórmulas obtenidas de la misma manera que la ecuación integral, pero con los puntos fuente de la solución fundamental ubicados en puntos interiores. (Beer y Watson, 1994).

### **Aplicación del método a problemas de elasticidad**

A continuación se desarrollara un brevemente las ecuaciones y expresiones matemáticas del MEC aplicado al problema de elasticidad lineal. En primer lugar se deduce la solución fundamental para elasticidad necesaria para la aplicación del método y luego se implementa a los métodos directos e indirectos.

### **Soluciones Fundamentales**

Por medio de varias técnicas matemáticas, se han hallado las soluciones fundamentales de un amplio rango de ecuaciones diferenciales parciales.

En el caso de elasticidad tridimensional, esta solución corresponde al desplazamiento en un punto  $Q$ , perteneciente a un espacio elástico infinito, provocado por una carga concentrada en un punto  $P$  ubicado a una distancia  $r$  del primero, como se muestra en la figura 3.1

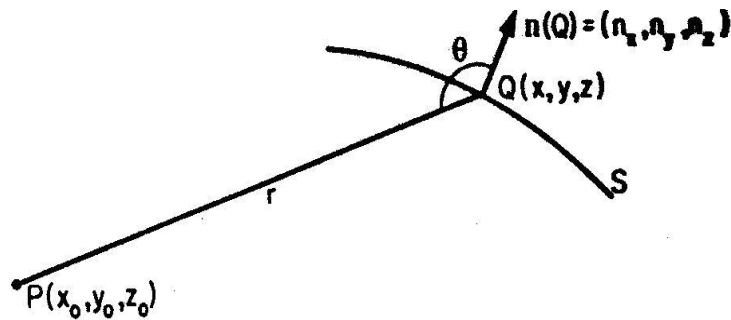


Fig. 3. 1 Notación para la solución fundamental. (Beer y Watson, 1994).

Ya que en el punto Q existen desplazamientos en las direcciones x, y y z y la carga P puede actuar en cualquiera de esas direcciones, la solución fundamental tiene 9 componentes:

$$\begin{bmatrix} u_x(Q) \\ u_y(Q) \\ u_z(Q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{xx}(P, Q) & U_{yx}(P, Q) & U_{zx}(P, Q) \\ U_{xy}(P, Q) & U_{yy}(P, Q) & U_{zy}(P, Q) \\ U_{xz}(P, Q) & U_{yz}(P, Q) & U_{zz}(P, Q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x(P) \\ f_y(P) \\ f_z(P) \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.1}$$

Donde  $f_x$ ,  $f_y$  y  $f_z$  son las componentes cartesianas de la carga en P. Esto escrito en forma matricial es:

$$\mathbf{u}(Q) = \mathbf{U}^T(P, Q)\mathbf{f}(P) \quad \text{Ec. 3.2}$$

En el caso de materiales isotrópicos, la matriz  $\mathbf{U}$  es simétrica con respecto tanto a los argumentos como a los subíndices. La diagonal principal está definida de la siguiente forma:

$$U_{ii}(P, Q) = \frac{(1+\nu)}{8\pi E(1-\nu)r} [(3-4\nu) + r_i^2] \quad \text{Ec. 3.3}$$

Mientras que los argumentos fuera de la diagonal son de la forma:

$$U_{ij}(P, Q) = U_{ji}(P, Q) = \frac{(1+\nu)}{8\pi E(1-\nu)r} r_i r_j \quad \text{Ec. 3.4}$$

Donde  $E$  es el módulo de Young,  $\nu$  es la relación de Poisson y  $r_i$  y  $r_j$  son los cosenos directores de la línea que une a  $Q$  y  $P$ , definido de la siguiente manera:

$$r_i = \frac{i_0 - i}{r} \quad \text{Ec. 3.5}$$

Las deformaciones correspondientes a la solución fundamental se pueden obtener mediante la diferenciación de los componentes de  $\mathbf{U}$  con respecto a  $x$ ,  $y$  y  $z$ . Una vez obtenidas las deformaciones y mediante la aplicación de la ley de Hooke generalizada se puede obtener el esfuerzo en el punto  $Q$ :

$$\boldsymbol{\sigma}(Q) = \mathbf{DBU}^T(P, Q)\mathbf{f}(P) = \mathbf{S}^T(P, Q)\mathbf{f}(P) \quad \text{Ec. 3.6}$$

Donde la matriz  $\mathbf{D}$  se es la matriz de la ley de Hooke generalizada, la matriz  $\mathbf{S}$  proviene de la solución analítica de Kelvin para esfuerzos y la matriz  $\mathbf{B}$  es una matriz de diferenciación, definida por las coordenadas del punto  $Q$ . Para el caso de 3 dimensiones, en coordenadas cartesianas se tiene:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.7}$$

La condición de frontera más usada en los estudios de elasticidad es aquella en la cual se conoce el vector de tracciones:

$$\mathbf{t}(Q) = \mathbf{N}(Q)\boldsymbol{\sigma}(Q) \quad \text{Ec. 3.8}$$

Donde  $\mathbf{N}(Q)$  es:

$$\mathbf{N}(\mathbf{Q}) = \begin{bmatrix} n_x & 0 & 0 & n_y & 0 & n_z \\ 0 & n_y & 0 & n_x & n_z & 0 \\ 0 & 0 & n_z & 0 & n_y & n_x \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.9}$$

Sustituyendo la ecuación 3.6 en la ecuación 3.8, se encuentra que la tracción que actúa en sobre la superficie S en el punto Q (fig. 5.1) debido a la carga concentrada en P está dada por:

$$\mathbf{t}(\mathbf{Q}) = \mathbf{T}^T(\mathbf{P}, \mathbf{Q})\mathbf{f}(\mathbf{P}) \quad \text{Ec.3.10}$$

Donde  $\mathbf{T}$  es la suma de dos partes, una simétrica y otra antisimétrica con respecto a la diagonal principal

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^S + \mathbf{T}^A \quad \text{Ec. 3.11}$$

Los elementos de la diagonal principal de  $\mathbf{T}^S$  vienen dados por

$$T^S_{ii}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) = \frac{1}{8\pi(1-\nu)r^2} [(1-2\nu) + 3r_i^2] \cos\theta \quad \text{Ec. 3.12}$$

Mientras que los términos fuera de la diagonal de esta matriz vienen dados por:

$$T^S_{ij}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) = T^S_{ji}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) = \frac{3}{8\pi(1-\nu)r^2} r_i r_j \cos\theta \quad \text{Ec.3.13}$$

El ángulo  $\theta$  se muestra en la figura 3.1. Las componentes de la diagonal principal de la matriz antisimétrica son cero por definición, mientras que sus componentes fuera de la diagonal se determinan de la siguiente manera:

$$T^A_{ij}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) = -T^A_{ji}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) = \frac{(1-2\nu)}{8\pi(1-\nu)r^2} (n_i r_j - n_j r_i) \quad \text{Ec. 3.14.}$$

### **Método indirecto**

Las condiciones de borde encontradas más comúnmente son las de desplazamiento prescrito, que es análoga a una condición de borde de Dirichlet, y las de vector de tracción prescrito, análogo a un condición de borde tipo Neuman, y por supuesto condiciones de borde mixtas en donde se presenten ambos tipos de prescripciones.

Se parte entonces de suponer de entrada una solución de la forma:

$$\mathbf{u}(Q) = \int_S \mathbf{U}^T(P, Q) \cdot \boldsymbol{\mu}(P) \cdot dS_p \quad \text{Ec.3.15}$$

En donde S es la frontera del problema, Q son los puntos del dominio, P son los puntos fuente o cargados,  $\mathbf{u}(Q)$  es el campo de desplazamientos,  $\boldsymbol{\mu}(P)$  es el vector de la función de densidad que representa la intensidad de una capa ficticia de fuerzas que actúa imaginariamente sobre el contorno S fijo a un espacio elástico infinito, el subíndice P indica que el punto de integración P se “mueve” sobre la frontera de integración mientras que el punto Q se mantiene fijo, finalmente  $\mathbf{U}(P, Q)$  es la solución fundamental para todos los puntos del dominio excepto en los puntos P.

Ésta ecuación satisface para todos los puntos del dominio la ecuación diferencial de elasticidad. Se busca satisfacer las condiciones de borde, la condición de borde de Dirichlet se satisface tomando en cuenta lo siguiente:

$$\lim_{Q' \rightarrow Q} \int_S \mathbf{U}^T(P, Q') \cdot \boldsymbol{\mu}(P) \cdot dS_p = \int_S \mathbf{U}^T(P, Q) \cdot \boldsymbol{\mu}(P) \cdot dS_p = \bar{\mathbf{u}}(Q) \quad \text{Ec.3.16}$$

En donde  $\bar{\mathbf{u}}(Q)$  es el vector de desplazamientos prescritos. Este tipo de ecuación integral se denomina de primer grado y  $\mathbf{U}^T(P, Q)$  viene a ser el kernell o núcleo que caracteriza la ecuación. A pesar de que no existe una teoría general para la solución de este tipo de ecuaciones integrales, se han encontrado soluciones prácticas cuando, escogido ya el sistema de unidades, la distancia entre P y Q sea menor que uno.

Puede demostrarse derivando la solución supuesta por el vector en la dirección normal a la superficie, que las condiciones de borde de tracciones prescritas se satisface mediante la ecuación:

$$\frac{1}{2} \boldsymbol{\mu}(Q) + \int_S \mathbf{T}^T(P, Q) \cdot \boldsymbol{\mu}(P) \cdot dS_p = \bar{\mathbf{t}}(Q) \quad \text{Ec.3.17}$$

En donde  $\bar{\mathbf{t}}(Q)$  es el vector de tracción dado. Para que esta ecuación tenga validez, debe ser una superficie de Lyapunov y  $\bar{\mathbf{t}}(Q)$  debe ser una función continua de Hölder, y además se debe tomar el valor principal de Cauchy para la integral de

$\mathbf{T}^T(\mathbf{P}, \mathbf{Q})\boldsymbol{\mu}(\mathbf{P})$ , esto debido a que en la componente antisimétrica de  $\mathbf{T}$  no existe el factor  $\cos\theta$ , así, esta componente tiende al infinito a la misma velocidad que  $1/r^2$ , para problemas tridimensionales, o a la de  $1/r$ , para deformación plana, a medida que  $\mathbf{P}$  se aproxima a  $\mathbf{Q}$  sobre la frontera. El valor principal de Cauchy se define arbitrariamente como:

$$\int_S \mathbf{T}^T(\mathbf{P}, \mathbf{Q})\boldsymbol{\mu}(\mathbf{P})dS_P \equiv \int_{S-S(\mathbf{Q}, \varepsilon)} \mathbf{T}^T(\mathbf{P}, \mathbf{Q})\boldsymbol{\mu}(\mathbf{P})dS_P \quad \text{Ec. 3.18}$$

Donde la región de exclusión  $S(\mathbf{Q}, \varepsilon)$  es en 3 dimensiones aquella parte de la superficie o frontera  $S$  que está en el interior de una esfera de radio  $\varepsilon$  centrada en  $\mathbf{Q}$ , y en 2 dimensiones es aquella parte de  $S$  que se encuentra dentro de un círculo de radio  $\varepsilon$  centrado en  $\mathbf{Q}$ .

Se puede demostrar que, según sean las condiciones de suavidad de Hölder para  $\boldsymbol{\mu}(\mathbf{P})$ , el valor del límite definido por la ecuación 3.18 existe para una superficie de Lyapunov  $S$ . Por lo general no existe si el punto  $\mathbf{Q}$  está en un borde o en una esquina, o en cualquier punto donde  $\boldsymbol{\mu}(\mathbf{Q})$  es discontinua. Debido a que el valor principal de Cauchy debe ser calculado, al menos la parte principal de la integral debe ser evaluada de manera analítica en vez de una forma numérica. Dependiendo de las condiciones de suavidad señaladas anteriormente, la teoría de Fredholm de ecuaciones integrales de segundo tipo se puede extender para aplicarla a la ecuación 3.17 y así demostrar la existencia de soluciones para  $\boldsymbol{\mu}(\mathbf{Q})$ .

En la implementación numérica más simple, la frontera  $S$  se discretiza en elementos planos triangulares en tres dimensiones, o elementos lineales rectos en deformación plana, suponiéndose además que sobre cada uno de esos elementos la densidad de la fuerza ficticia  $\boldsymbol{\mu}(\mathbf{Q})$  es constante. Al tomar el punto  $\mathbf{Q}$  en la Ec. 3.16 o en la Ec. 3.17 como el centroide de cada uno de los elementos, se obtienen dos ecuaciones simultáneas para  $\boldsymbol{\mu}(\mathbf{Q})$ . Para condición de desplazamientos:

$$\sum_{b=1}^p \Delta U_{ab} \boldsymbol{\mu}(\mathbf{Q}_b) = \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{Q}_a) \quad a = 1, 2, \dots, p \quad \text{Ec. 3.19}$$

En donde:



$$\Delta \mathbf{U}_{ab} = \int_{S_b} \mathbf{U}^T(\mathbf{P}, \mathbf{Q}_a) dS_p \quad \text{Ec. 3.20}$$

Para condiciones en la frontera de tracción la ecuación es:

$$\frac{1}{2} \boldsymbol{\mu}(\mathbf{Q}_a) + \sum_{b=1}^p \Delta \mathbf{T}_{ab} \boldsymbol{\mu}(\mathbf{Q}_b) = \bar{\mathbf{t}}(\mathbf{Q}_a) \quad a = 1, 2, \dots, p \quad \text{Ec. 3.21}$$

Donde:

$$\Delta \mathbf{T}_{ab} = \int_{S_b} \mathbf{T}^T(\mathbf{P}, \mathbf{Q}_a) dS_p \quad \text{Ec. 3.22}$$

Debido a que en la ecuación 5.21 el punto  $\mathbf{Q}_a$  está ubicado en el centroide de un elemento, las condiciones de suavidad necesarias para la validez de la misma están satisfechas todo el tiempo. La solución de un problema con condiciones de tracción en la frontera contiene 6 constantes arbitrarias en 3 dimensiones, y 3 en deformación plana, cada una de esas constantes corresponde a un desplazamiento de cuerpo rígido. Para un dominio finito es necesario, por ejemplo, especificar 6 o 3 componentes de los desplazamientos centroidales del elemento, siendo escogidas estas de tal manera que la solución en el problema de valores de frontera sea única. Esto requiere que se escriba la ecuación 3.19 para centroides específicos. Para un dominio infinito, en cambio, la solución definida por la representación integral no posee las constantes arbitrarias mencionadas anteriormente.

Una vez que los valores elementales de la función de densidad han sido calculados, el desplazamiento en cualquier punto interior o de frontera puede ser obtenido por la ecuación integral:

$$\mathbf{u}(\mathbf{Q}) = \sum_{b=1}^p \Delta \mathbf{U}_b \boldsymbol{\mu}(\mathbf{Q}_b) \quad \text{Ec. 3.23}$$

Donde

$$\Delta \mathbf{U}_b = \int_{S_b} \mathbf{U}^T(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) dS_p \quad \text{Ec. 3.24}$$

Los esfuerzos en cualquier punto interno pueden igualmente ser determinados por la integración sobre la frontera:

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{Q}) = \sum_{b=1}^p \Delta \mathbf{S}_b \boldsymbol{\mu}(\mathbf{Q}_b) \quad \text{Ec. 3.25}$$

Donde

$$\Delta S_b = \int_{S_b} \mathbf{S}^T(P, Q) dS_p \quad \text{Ec. 3.26}$$

### **Método directo**

Sean  $\mathbf{b}^{(1)}$  y  $\mathbf{t}^{(1)}$  los vectores de fuerzas de cuerpo y tracciones correspondiente a un campo de desplazamientos  $\mathbf{u}^{(1)}$ , y sean  $\mathbf{b}^{(2)}$  y  $\mathbf{t}^{(2)}$  los correspondientes a un campo de desplazamientos  $\mathbf{u}^{(2)}$ . Entonces, de acuerdo al teorema de Betti:

$$\int_V (-\mathbf{b}^{(1)} \cdot \mathbf{u}^{(2)} + \mathbf{b}^{(2)} \cdot \mathbf{u}^{(1)}) dV = \int_S (\mathbf{t}^{(1)} \cdot \mathbf{u}^{(2)} - \mathbf{t}^{(2)} \cdot \mathbf{u}^{(1)}) dS \quad \text{Ec. 3.27}$$

Esta ecuación también es conocida como el teorema recíproco de Maxwell-Betti. Para que este teorema sea válido, tanto  $\mathbf{u}^{(1)}$  como  $\mathbf{u}^{(2)}$  deben ser continuamente diferenciables. En las aplicaciones usuales del teorema de Betti para análisis estructural, la suavidad de la superficie no tiene importancia alguna, pero en la derivación de las ecuaciones integrales de la frontera es esencial que se cumpla este requisito.

Tomando  $\mathbf{u}^{(1)}$  como la solución  $\mathbf{u}$  del problema elastomecánico de valor de frontera y tomándose además que en el problema no existen fuerzas de cuerpo, es decir,  $\mathbf{b}^{(1)} = 0$ , por lo que:

$$\int_V (\mathbf{b}^{(2)}(Q) \cdot \mathbf{u}(Q)) dV_Q = \int_S (\mathbf{u}^{(2)}(Q) \cdot \mathbf{t}(Q) - \mathbf{t}^{(2)}(Q) \cdot \mathbf{u}(Q)) dS_Q \quad \text{Ec. 3.28}$$

Donde  $\mathbf{t}$  es la tracción debido al campo de desplazamientos  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{t}^{(2)}$ .

Ahora, tomando  $\mathbf{u}^{(2)}(Q)$  como los núcleos o kernels  $\mathbf{U}(P, Q)$  u  $\mathbf{T}(P, Q)$  donde  $P$  es un punto interior del volumen  $V$ , y modificando el dominio dentro del cual está escrita la ecuación 3.28 con el objeto de asegurar la satisfacción de los requerimientos de suavidad funcional, se obtiene una fórmula para el vector de desplazamientos en un punto arbitrario de  $V$ , la misma es:

$$\mathbf{u}(P) = \int_S (\mathbf{U}(P, Q) \mathbf{t}(Q) - \mathbf{T}(P, Q) \mathbf{u}(Q)) dS_Q \quad \text{Ec. 3.29}$$

Este resultado es conocido como la identidad de Somigliana.

Tomando ahora  $\mathbf{u}^{(2)}(Q)$  como la solución fundamental  $\mathbf{U}(P, Q)$ , donde  $P$  pertenece a  $S$  y modificando el dominio de la misma forma que antes, se obtiene

$$\mathbf{C}(P)\mathbf{u}(P) + \int_S \mathbf{T}(P, Q)\mathbf{u}(Q)dS_Q = \mathbf{u}(P) = \int_S \mathbf{U}(P, Q)\mathbf{t}(Q)dS_Q \quad \text{Ec. 3.30}$$

Donde:

$$\mathbf{C}(P) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{S(P, \varepsilon)} \mathbf{T}(P, Q)dS_Q \quad \text{Ec. 3.31}$$

Una vez que la ecuación 3.30, que es la ecuación integral de la frontera del método directo para elasticidad, ha sido resuelta para los datos de frontera desconocidos, los valores para los puntos internos pueden ser calculados usando la identidad de Somigliana.

En la implementación numérica más simple, la frontera  $S$  está representada por elementos planos triangulares en tres dimensiones, o elementos lineales rectos en deformación plana, y se toma como suposición que sobre cada uno de esos elementos  $\mathbf{u}(P)$  y  $\mathbf{t}(P)$  son constantes. Al tomar el punto  $P$  en la ecuación 3.30 como el centroide de cada uno de los elementos y ya que  $\mathbf{C}(P) = \mathbf{I}/2$  en una parte suave de  $S$ , siendo  $\mathbf{I}$  la matriz unitaria, se obtienen las siguientes ecuaciones simultáneas:

$$\frac{1}{2}\mathbf{u}(P_a) + \sum_{b=1}^p \Delta \mathbf{T}_{ab} \mathbf{u}(P_b) = \sum_{b=1}^p \Delta \mathbf{U}_{ab} \mathbf{t}(P_b) \quad a = 1, 2, \dots, p \quad \text{Ec. 3.32}$$

Donde  $P_b$  es el centroide del elemento  $S_b$  y:

$$\Delta \mathbf{T}_{ab} = \int_{S_b} \mathbf{T}(P_a, Q)dS_Q \quad \text{Ec. 3.33}$$

$$\Delta \mathbf{U}_{ab} = \int_{S_b} \mathbf{U}(P_a, Q)dS_Q \quad \text{Ec. 3.34}$$

Una vez que la ecuación 3.32 ha sido resuelta para los valores de frontera desconocidos, la solución en cualquier punto interior puede ser obtenida por la identidad de Somigliana:

$$\mathbf{u}(P_a) = \sum_{b=1}^p \Delta \mathbf{U}_{ab} \mathbf{t}(P_b) - \sum_{b=1}^p \Delta \mathbf{T}_{ab} \mathbf{u}(P_b) \quad \text{Ec. 3.35}$$

Donde:

$$\Delta \mathbf{T}_b = \int_{S_b} \mathbf{T}(P, Q)dS_Q \quad \text{Ec. 3.36}$$

$$\Delta U_b = \int_{S_b} \mathbf{U}(P, Q) dS_Q \quad \text{Ec. 3.37}$$

Usualmente los resultados más importantes en un análisis estático son los esfuerzos más que los desplazamientos. La deformación tangencial en el centroide de un elemento de frontera puede ser calculada diferenciando los desplazamientos en los centroides de elementos adyacentes. Los esfuerzos se pueden obtener de la ley de Hooke de las deformaciones tangenciales y el vector de tracción. Sería posible también calcular los esfuerzos en los puntos interiores mediante la diferenciación de los desplazamientos para las deformaciones, pero usualmente se obtienen directamente de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{\sigma}(P_a) = \sum_{b=1}^p \Delta \mathbf{S}_b \mathbf{t}(P_b) - \sum_{b=1}^p \Delta \mathbf{R}_b \mathbf{u}(P_b) \quad \text{Ec. 3.38}$$

Donde

$$\Delta \mathbf{S}_b = \int_{S_b} \mathbf{DBU}(P, Q) dS_Q \quad \text{Ec. 3.39}$$

$$\Delta \mathbf{R}_b = \int_{S_b} \mathbf{DBT}(P, Q) dS_Q \quad \text{Ec. 3.40}$$

En las ecuaciones 3.39 y 3.40, las diferenciaciones implicadas por el operador **B** son con respecto a las coordenadas del punto P.

## **CAPITULO IV**

### **METODOLOGÍA**

El desarrollo del trabajo de investigación consistió básicamente en dos etapas, primero la determinación del rango de “esbeltez” de los modelos dentro del cuál el programa ofrece resultados confiables y la segunda en el que consiste el núcleo del trabajo que es el análisis elástico de los codos unidos a trunnion.

#### **Estudio del rango de aplicabilidad del software.**

Para la determinación del rango de esbeltez en el que el programa BIE3DH ofrece resultados aceptables se procedió a hacer los cálculos correspondientes a una serie modelos de codos de tubería sin soporte cuyas características geométricas corresponden a diámetros y espesores comerciales, cotejando los resultados con resultados teóricos previos para determinar el error en función de la esbeltez. Las características geométricas de los modelos fueron obtenidas del documento “Piping Class” del Consorcio FCC Cardón.

#### **Los Modelos.**

Las propiedades físicas asignadas a los modelos de codos de tubería son los siguientes:

- Coeficiente de Poisson: 0,3
- Módulo elástico o de Young: 203400 MPa

Las características geométricas de los modelos estudiados son presentadas en la siguiente tabla:

**Tabla 4. 1 Características geométricas de los codos de tubería estudiados**

Muestra	Dm	D	T	H	D/t
1	2	2,375	0,154	0,37	15,42
2	2	2,375	0,218	0,56	10,89
3	3	3,5	0,216	0,36	16,20
4	4	4,5	0,237	0,31	18,99
5	4	4,5	0,337	0,47	13,35
6	6	6,625	0,28	0,25	23,66
7	8	8,625	0,277	0,19	31,14
8	8	8,625	0,322	0,22	26,79
9	10	10,75	0,25	0,14	43,00

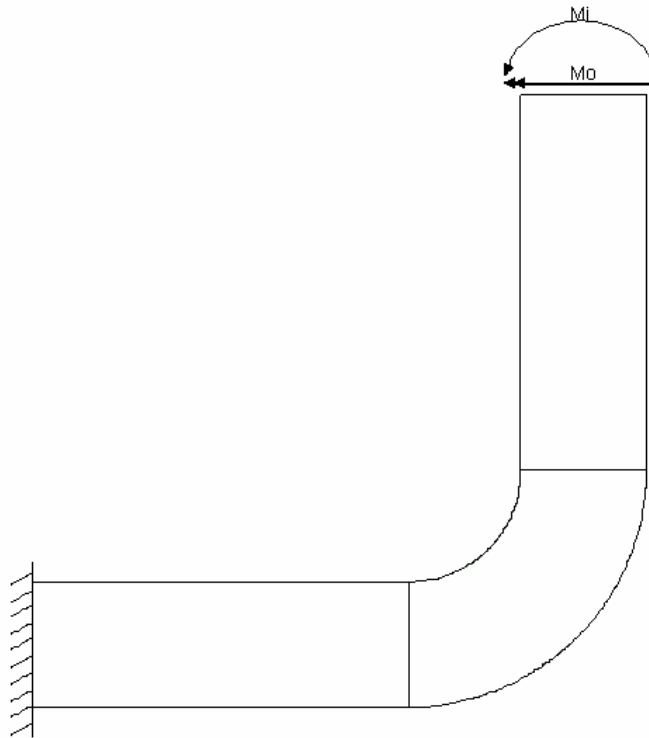
A todos los modelos les fueron asignados tramos rectos de tubería tangentes a cada extremo del codo de un largo igual a tres veces el diámetro exterior, esto con el fin de evitar que las condiciones de borde impuestas afecten significativamente el comportamiento elástico del codo. La longitud de estos tramos rectos fue escogida según los resultados ofrecidos por Thomas en 1981 en su estudio de codos por elementos finitos.

### **Los casos de carga.**

Para todos los modelos fueron simulados dos casos de carga, éstos son:

- Momento aplicado dentro del plano en un extremo con el extremo opuesto restringido o anclado
- Momento aplicado fuera del plano en un extremo con el extremo opuesto restringido o anclado.

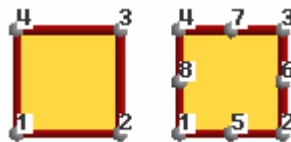
Los casos de carga están representados en la figura 4.1 en donde  $M_i$  identifica en momento dentro del plano y  $M_o$  el momento aplicado fuera del plano.



**Fig. 4. 1 Casos de carga para el estudio de codos de tubería.**

### **Las Mallas.**

Todas las mallas consistieron, por requerimientos del programa, únicamente en elementos cuadrilaterales cuadráticos, esto es elementos de cuatro lados con 8 nodos, 4 en los vértices y uno en la mitad de cada arista. Véase Fig. 4.2.



**Fig. 4. 2 Elementos cuadrilaterales sencillos y cuadráticos (CIMNE, 2006).**

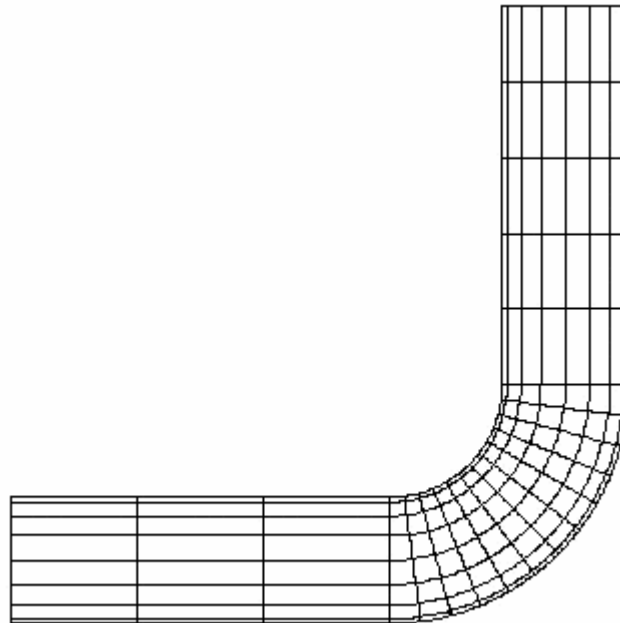
Para todos los modelos se generaron mallas de un número fijo de elementos, esto para poder hacer una comparación cuantitativa, mallas estrictamente estructuradas fueron utilizadas. El número de divisiones de los modelos en sus diferentes direcciones fue escogido de forma que el número total de elementos

estuviera suficientemente por debajo del número máximo de elementos manejables por el programa (900 elementos), de tal forma que pudiera utilizarse un número similar de divisiones al momento de hacer el estudio de los codos unidos a trunnion, sin que los nuevos elementos agregados por el trunnion sobrepasaran el máximo.

Las divisiones fueron escogidas además, tratando de asignar menos divisiones en las zonas de menor interés. Las divisiones escogidas fueron las siguientes:

- 16 divisiones en la dirección circunferencial de la sección transversal.
- 2 divisiones en la dirección radial de la sección transversal de ambos extremos.
- 5 divisiones en la dirección longitudinal del tramo recto del extremo cargado.
- 3 divisiones en la dirección longitudinal del tramo recto del extremo restringido.
- 12 divisiones en la dirección longitudinal del codo.

Lo que da un total de 2112 nodos y 704 elementos. La fig. 4.3 se muestra la imagen de una malla tipo.



**Fig. 4.3 Malla tipo para modelos de codo de tubería.**



## **Estudio del sistema Codo-Trunnion.**

Una vez identificado el rango de esbeltez dentro del cuál el programa ofrece buenos resultados se procedió al estudio del comportamiento elástico lineal de los sistemas codos-trunnion. Para esto una serie de modelos comerciales fueron analizados, las características geométricas de éstos modelos fueron tomados de los documentos “Standard de Soportes” y “Piping Class” del Consorcio FCC Cardón. Adicionalmente para determinar cualitativamente la influencia de los parámetros espesor y diámetro del trunnion en los factores calculados una serie de modelos basados en las geometrías comerciales fueron analizados, aclarando que no se pretende en éste trabajo hacer un estudio paramétrico.

### **Los modelos.**

Las propiedades físicas asignadas a los modelos de codos de tubería y al soporte son los siguientes:

- Coeficiente de Poisson: 0,3
- Módulo elástico o de Young: 203400 MPa

Las características geométricas de los modelos estudiados son presentadas en la siguiente tabla 4.2.

Al igual que en el estudio de codos simples, tramos rectos tangentes de longitud igual a tres veces el diámetro fueron colocadas a los extremos del codo para evitar que las condiciones de borde afectaran de manera significativa la flexibilidad del mismo. La longitud de los trunnion en los modelos se colocó como tres veces el diámetro del mismo.

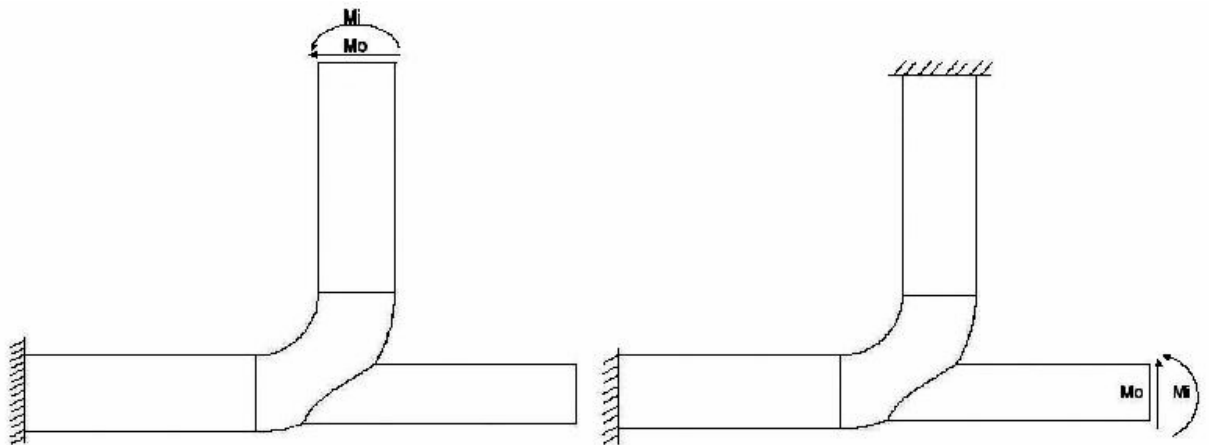
**Tabla 4. 2 Características geométricas de los sistemas codo-trunnion estudiados**

Muestra	Datos del Codo			Datos del Trunnion	
	Dm	De	T	D	t
1	2	2,375	0,154	1,900	0,200
2	2	2,375	0,218	1,900	0,281
3	2	2,375	0,218	1,900	0,200
4	3	3,500	0,216	2,375	0,154
5	3	3,500	0,300	2,375	0,218
6	4	4,500	0,237	3,500	0,216
7	4	4,500	0,237	3,500	0,300
8	4	4,500	0,337	3,500	0,300
9	6	6,625	0,280	4,500	0,237
10	8	8,625	0,500	6,625	0,432
11	2	2,375	0,218	0,475	0,050
13	2	2,375	0,218	0,950	0,100
14	2	2,375	0,218	1,425	0,150
15	2	2,375	0,218	1,425	0,281
16	2	2,375	0,218	1,425	0,436
17	2	2,375	0,218	1,900	0,436
18	2	2,375	0,218	1,900	0,131
19	5	5,000	0,250	2,332	0,400
20	8	8,625	0,500	1,725	0,430
21	8	8,625	0,500	3,450	0,430
22	8	8,625	0,500	6,625	1,000
23	8	8,625	0,500	3,450	1,000
24	8	8,625	0,500	6,625	0,750
25	8	8,625	0,500	3,450	0,750
26	6	6,625	0,280	3,975	0,560
27	8	8,625	0,500	5,175	1,000
28	6	6,625	0,280	5,300	0,258
29	8	8,625	0,500	6,900	0,460

### **Casos de Carga.**

Para todos los modelos fueron simulados cuatro casos de carga, véase la fig 4.4, a saber:

- Momento aplicado dentro del plano aplicado en un extremo del codo con el extremo opuesto anclado y el trunnion libre.
- Momento aplicado fuera del plano aplicado en el codo en un extremo del codo con el extremo opuesto anclado y el trunnion libre.
- Momento aplicado dentro del plano aplicado en el trunnion con ambos extremos del codo anclados.
- Momento aplicado fuera del plano aplicado en el trunnion con ambos extremos del codo anclados.



**Fig. 4. 4 Casos de carga para codos unidos a trunnion.**

### **Las Mallas.**

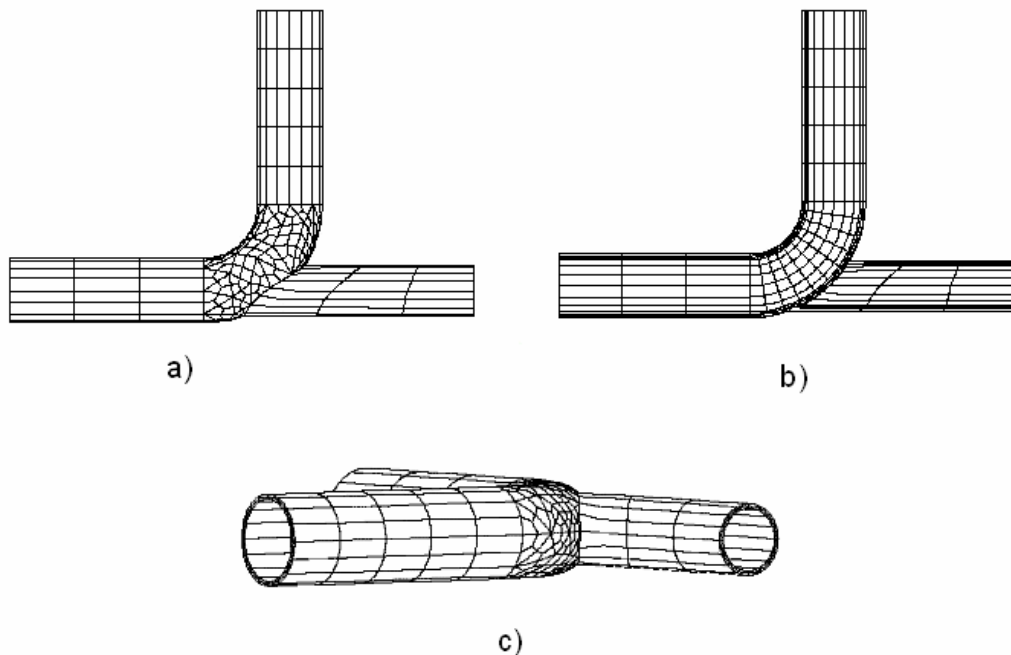
Todas las mallas consistieron por requerimientos del programa en elementos cuadráticos cuadrilaterales. Para todas las superficies fueron utilizadas mallas estructuradas a excepción de la superficie externa del codo por requerimientos del algoritmo de mallado.

Dos tipos de malla fueron utilizadas, una para los casos de carga que involucran momentos aplicados en el codo y otra para aquellos donde los momentos

están aplicados en el trunnion, la diferencia entre ambas se debe se distribuyeron los elementos hacia las zonas más críticas dependiendo del caso de carga.

Las mallas para el análisis de momentos aplicados en el codo consisten en:

- 16 divisiones en la dirección circunferencial de la sección transversal del codo.
- 2 divisiones en la dirección radial de la sección transversal de ambos extremos del codo.
- 5 divisiones en la dirección longitudinal del tramo recto del extremo cargado.
- 3 divisiones en la dirección longitudinal del tramo recto del extremo restringido.
- 10 divisiones en la dirección longitudinal de la superficie interna del codo.
- 16 divisiones en la dirección circunferencial de la sección transversal del trunnion.
- 3 divisiones en la dirección longitudinal del trunnion.
- 2 divisiones en la dirección radial de la sección transversal del trunnion

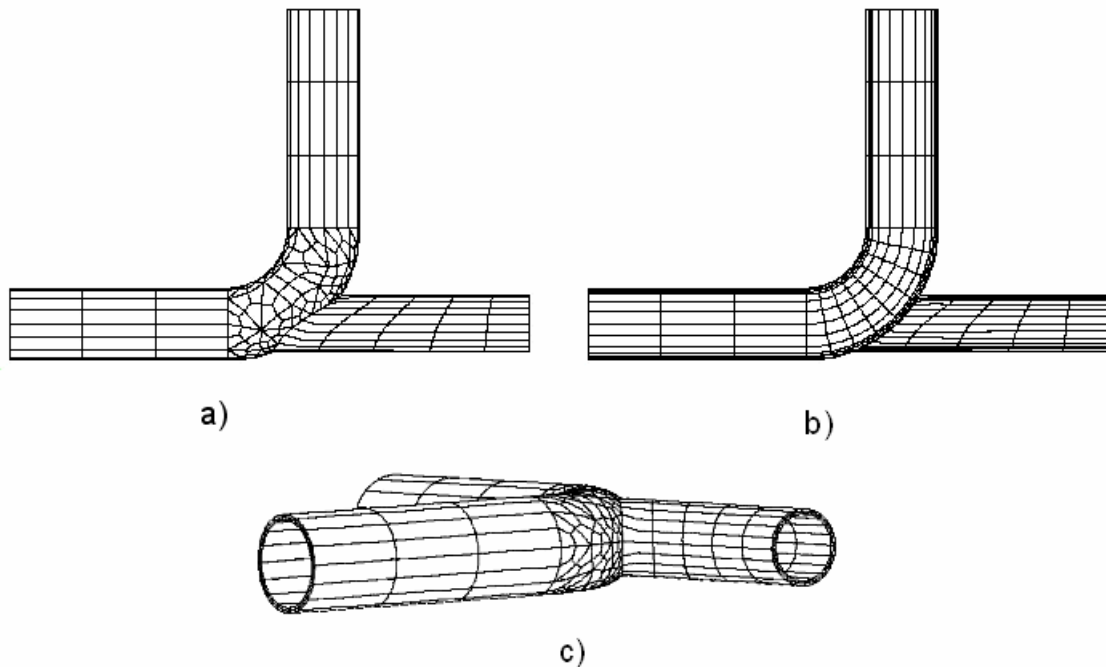


**Fig. 4. 5 Malla para el análisis de cargas aplicadas al codo.**

**a) Superficie externa, b) Superficie interna, c) Extremo del codo y el trunnion**

Las mallas para el análisis de momentos aplicados en el trunnion consisten en:

- 16 divisiones en la dirección circunferencial de la sección transversal del codo.
- 2 divisiones en la dirección radial de la sección transversal de ambos extremos del codo.
- 3 divisiones en la dirección longitudinal del tramo recto del extremo cargado.
- 3 divisiones en la dirección longitudinal del tramo recto del extremo restringido.
- 8 divisiones en la dirección longitudinal de la superficie interna del codo.
- 20 divisiones en la dirección circunferencial de la sección transversal del trunnion.
- 5 divisiones en la dirección longitudinal del trunnion.
- 2 divisiones en la dirección radial de la sección transversal del trunnion



**Fig. 4. 6 Malla para el análisis de cargas en el trunnion.**

**a) Superficie externa, b) Superficie interna, c) Extremos del codo y el trunnion**

El tamaño de los elementos desestructurados en ambas mallas es tal que el mínimo tamaño de los mismos es igual al lado del elemento estructurado más pequeño con el que la malla desestructurada esta en contacto. El gradiente de crecimiento de los elementos desestructurados fue escogido de tal forma que el número total de elementos se mantuviera por debajo del máximo número de elementos manejables por el programa.

### **Simulación de los casos de carga.**

Debido a que en el método de elementos de contorno las condiciones de borde son necesariamente desplazamientos prescritos o vectores de tracción, la especificación de los casos de carga antes mencionados se hace prescribiendo esfuerzos y desplazamientos en los elementos.

### **Simulación de momentos aplicados.**

Se procedió a generar una condición equivalente a un momento aplicado a partir de una distribución de esfuerzos. Se supuso una distribución de esfuerzos lineal partiendo de un valor de esfuerzo máximo unitario, al contrario de la práctica común que es prescribir el momento equivalente aplicado, ésta práctica resulta conveniente ya que el valor del esfuerzo unitario prescrito es por definición el esfuerzo nominal utilizado en el cálculo de los factores de esfuerzos.

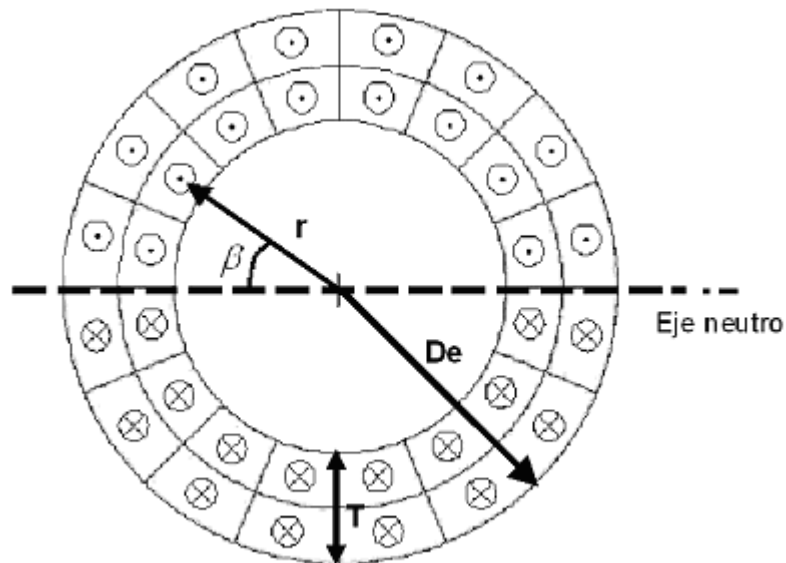
El procedimiento para asignar el valor de esfuerzo a cada elemento fue el de suponer un valor de esfuerzo unitario para la fibra más alejada del eje neutro, esto es a una distancia igual al radio externo del cilindro, luego se calculó la distancia del centroide de cada elemento al eje neutro y por una relación lineal entre ésta distancia, el radio externo y el valor de esfuerzo unitario se asignó un valor de esfuerzo promedio a cada elemento.

Las expresiones matemáticas utilizadas son para elementos en los discos interno y externo respectivamente:

$$\sigma_{ei} = \bar{\sigma} \cdot \frac{\left(De - \frac{3}{2}T\right)}{De} \cdot \text{sen}\beta \quad \text{Ec. 4.1}$$

$$\sigma_{ee} = \bar{\sigma} \cdot \frac{\left(De - \frac{T}{2}\right)}{De} \cdot \text{sen}\beta \quad \text{Ec. 4.2}$$

En donde  $\bar{\sigma}$  es el esfuerzo unitario,  $\sigma_{ei}$  son los esfuerzos en los elementos del “disco interno”,  $\sigma_{ee}$  son los esfuerzos en los elementos “disco externo”,  $\beta$  es el ángulo que forma una línea desde el centro de la sección transversal al centroide del elemento con el eje neutro,  $De$  es el diámetro externo y  $T$  el espesor del modelo. Véase la figura 4.7 como referencia.



**Fig. 4. 7 Nomenclatura para la introducción de las condiciones de borde.**

Para aplicar éste procedimiento debe tenerse en cuenta que se hicieron las siguientes aproximaciones:

- Los elementos se consideran secciones de cascarones cilíndricos perfectos.
- Se asume que los esfuerzos normales prescritos en cada elemento son estáticamente equivalentes a una fuerza puntual normal aplicada en el

centroide del elemento con magnitud igual al producto del área del elemento por la magnitud del esfuerzo

- Se asume que todos los elementos están uniformemente espaciados.

### **Simulación de anclaje.**

Para simular el extremo anclado simplemente se prescribió un desplazamiento nulo en todas las direcciones para cada uno los elementos de dicho extremo.

### **Procesamiento de resultados.**

A partir de los resultados obtenidos para cada modelo y cada caso de carga se calcularon los índices de esfuerzos, factor de intensificación de esfuerzos, factor de esfuerzo efectivo y el factor de flexibilidad.

### **Índice de esfuerzos.**

Debido a que el esfuerzo máximo en el tramo recto fue prescrito unitario los valores de los índices de esfuerzos se obtuvieron directamente como el máximo esfuerzo equivalente de Tresca obtenido en el modelo. Adicionalmente fue observada e identificada la ubicación del máximo esfuerzo. Esto fue hecho para ambos casos de carga.

### **Factor de esfuerzo efectivo.**

De igual forma a los índices de esfuerzos, debido a que el esfuerzo máximo aplicado en el tramo recto es unitario, el factor de esfuerzo efectivo se obtuvo como el máximo esfuerzo equivalente de Von Misses obtenido en el modelo.

### **Factor de intensificación de esfuerzo.**

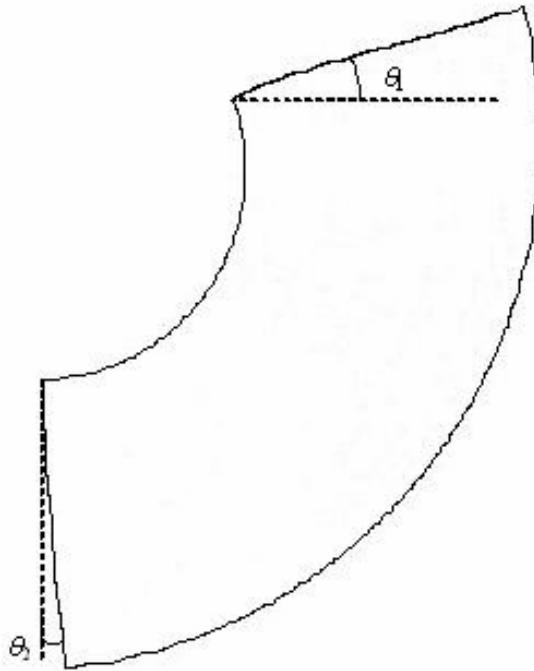
El cálculo del factor de intensificación de esfuerzos se hizo a partir de los índices de esfuerzos utilizando la ecuación 2.25, utilizando para esto un valor de 2,0 para el índice de esfuerzo pico en casos donde el esfuerzo máximo se ubicara cerca de la unión y un valor de 1,0 cuando el máximo esfuerzo se ubicara apartado de la misma.



### **Factor de flexibilidad.**

El factor de flexibilidad se calculó mediante la ecuación 2.18. La rotación del codo fue calculada por el procedimiento adoptado por Thomas en 1981, esto es calculando la rotación neta del elemento como la diferencia en la rotación de cada uno de sus extremos.

Para momentos dentro del plano la rotación de cada extremo fue calculada como la pendiente de la recta de mejor ajuste del desplazamiento axial de los nodos a lo largo del diámetro. En la figura 4.8 se indica la rotación de cada extremo.



**Fig. 4. 8. Rotación de los extremos de un codo sometido a un momento dentro del plano.**

En el caso de momentos aplicados fuera del plano una situación diferente se presenta ya que el extremo opuesto al cargado está sufriendo un momento torsor puro. La rotación del extremo cargado se calcula de nuevo como la recta de mejor ajuste del desplazamiento axial a lo largo del diámetro, mientras la rotación del extremo restringido sometido a torsión se calculó como la pendiente de la recta de mejor ajuste de los desplazamientos dentro del plano y ortogonales al diámetro a lo largo del mismo. Éste caso solo fue estudiado para codos unidos a trunnions.

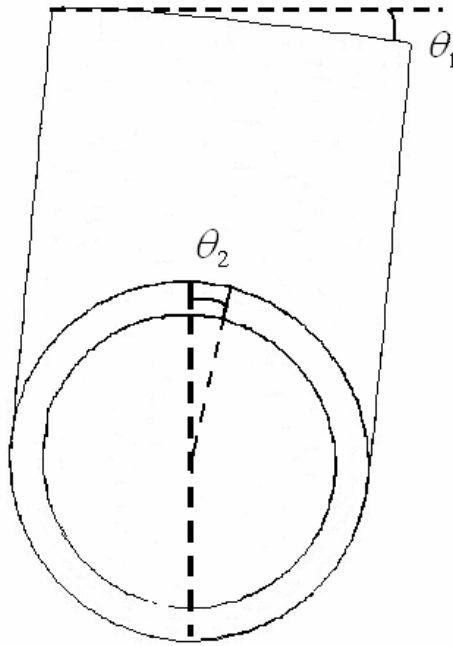


Fig. 4. 9 Rotación en los extremos de un codo sometido a un momento fuera del plano.

### **Herramientas computacionales.**

Para llevar a cabo el cálculo elástico lineal de los modelos numéricos fue necesaria la implementación de los siguientes paquetes computacionales:

#### **GID 8.0**<sup>®</sup>

Programa desarrollado por el Centro Internacional para los Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE) de Barcelona, España. Se utilizó una licencia temporal disponible en internet para el uso de este programa, el cuál fue utilizado como generador de geometrías y mallador así como para el postprocesamiento de los resultados obtenidos.

En el proceso de mallado de los modelos geométricos se utilizó el algoritmo RSurf y se manipuló la opción de crecimiento de tamaños no estructurados para controlar el número de elementos.

### **BIE3DH.**

Programa en desarrollado en código FORTRAN<sup>®</sup> para el análisis elástico lineal de modelos tridimensionales utilizando el método directo de elementos de contorno, éstos modelos deben estar conformados por mallas de elementos cuadrilaterales cuadráticos. Se designó la evaluación de 16 puntos de Gauss para cada elemento. Bajo estas condiciones y utilizando computadores de 1,00 GB de memoria RAM y velocidad de 2,16 GHz el programa logra calcular modelos de hasta un máximo aproximado de 900 elementos en un tiempo promedio de 6 horas.

La compatibilidad entre ambos programas se logró modificando a través de operaciones básicas de hojas de cálculo los archivos de ambos programas.

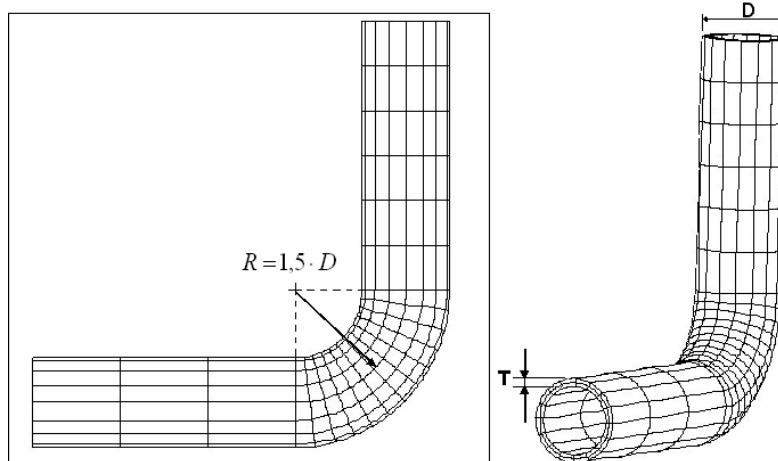
## CAPITULO V

### RESULTADOS Y ANÁLISIS

En el presente capítulo se tomará como medida de la esbeltez de los modelos la relación D/T por lo que estos términos se utilizarán indistintamente.

#### Determinación del rango de aplicabilidad del software

A continuación se muestra, en la tabla 5.1, las características geométricas de los modelos, el factor de flexibilidad y los índices de esfuerzos calculados, la fig. 5.1 muestra las características geométricas de los modelos:



**Fig. 5. 1. Modelos de codos simples estudiados.**

**Tabla 5. 1 Resultados de las simulaciones para codos simples**

Modelo	Datos del Codo				Resultados de las Simulaciones		
	D	T	h	D/T	k	C <sub>2i</sub>	C <sub>2o</sub>
1	2,375	0,154	0,375	15,422	3,01	3,51	2,43
2	2,375	0,218	0,562	10,894	1,96	2,71	1,94
3	3,500	0,216	0,361	16,204	3,01	3,44	2,49
4	4,500	0,237	0,313	18,987	3,24	3,50	2,65
5	4,500	0,337	0,467	13,353	2,33	3,02	2,18
6	6,625	0,280	0,250	23,661	4,04	4,00	2,84
7	8,625	0,277	0,191	31,137	3,48	3,07	4,01
8	8,625	0,322	0,224	26,786	4,31	4,48	2,92
9	10,750	0,250	0,136	43,000	42,5	3,62	3,05

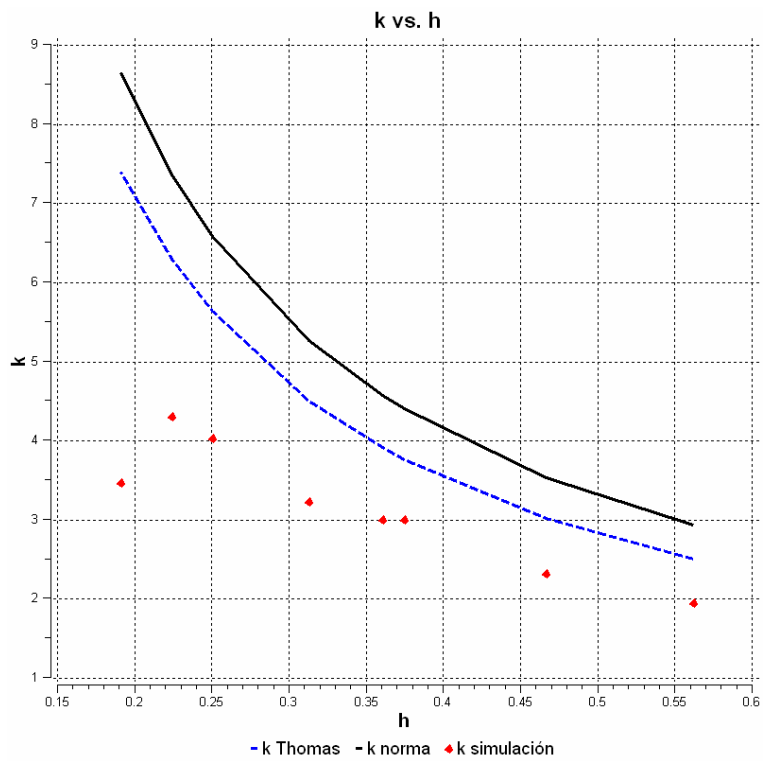
### **Factor de Flexibilidad.**

En la tabla 5.2 el factor de flexibilidad calculado por simulación se coloca junto a los resultados del producto de la curva teórica de la ecuación 2.26. Adicionalmente los valores de una curva teórica del factor de flexibilidad corregido son agregados, ésta curva es el resultado del producto de la ecuación 2.26 por un factor de corrección de 0,855 planteado por Thomas para contabilizar la rigidización por influencia de los tramos rectos de tubería (Thomas, 1981). Finalmente el error relativo entre los factores calculados por simulación y los valores de la curva corregida es calculado:

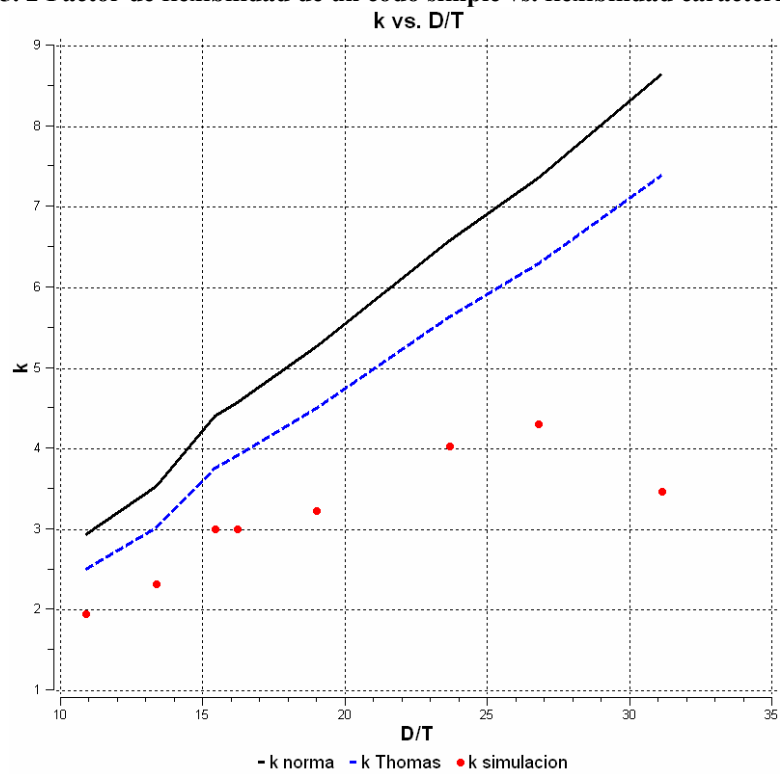
**Tabla 5. 2 Comparación de k calculado por simulación contra predicciones teóricas**

<b>Modelo</b>	<b>k norma</b>	<b>k Thomas</b>	<b>k simulación</b>	<b>Error relativo (%)</b>
1	4,40	3,77	3,01	20,07
2	2,93	2,51	1,96	21,88
3	4,58	3,91	3,01	23,08
4	5,27	4,51	3,24	28,12
5	3,54	3,02	2,33	22,92
6	6,59	5,63	4,04	28,30
7	8,65	7,39	3,48	52,94
8	7,36	6,29	4,31	31,51
9	12,13	10,37	42,5	309,88

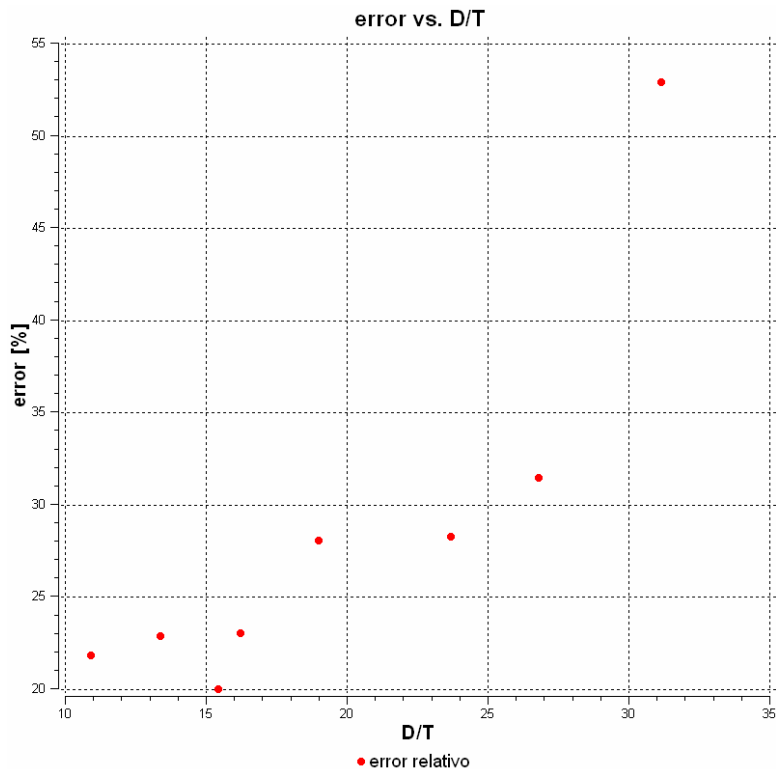
Los anteriores resultados son presentados a manera de tres gráficas, en la primera los tres valores de k son graficados contra la flexibilidad característica h (fig. 5.2), en la segunda los valores de k son graficados contra la esbeltez de los modelos representada por la relación D/T (fig. 5.3) y en la tercera se grafica el error relativo contra la esbeltez (fig 5.4). En ninguna de las gráficas es representado el último punto dado que el error encontrado hace que la escala sea demasiado grande y no se puedan apreciarse correctamente los resultados.



**Fig. 5. 2 Factor de flexibilidad de un codo simple vs. flexibilidad característica.**



**Fig. 5. 3. Factor de flexibilidad de un codo simple vs. Esbeltez**



**Fig. 5. 4 Error relativo entre k de la simulación y la k corregida por el factor de Thomas vs. Esbeltez**

Se observa en las tres gráficas anteriores una tendencia clara de crecimiento del error a medida que aumenta la esbeltez del modelo, sin embargo el mismo se mantiene por debajo del 30% hasta alcanzar una esbeltez de 23, valor a partir del cual error comienza a incrementarse aceleradamente hasta llegarse a un valor del 310% aproximadamente para un valor de esbeltez de 43, el motivo de éste desmesurado crecimiento es un colapso de la sección transversal al cual se le prestará especial atención en una sección siguiente.

Para el rango en el cuál el valor permanece acotado se observa una tendencia de los resultados a seguir la curva teórica por debajo, lo que indica que la simulación predice una rigidez mayor a la esperada teóricamente.

### **Índices de esfuerzos.**

Debido a que la influencia de los tramos rectos de tubería en la flexibilidad del codo fue tomada en cuenta para el cálculo del error relativo en el factor de

flexibilidad, se partirá de la ecuación para el índice de esfuerzos para un codo según la norma y se utilizarán los factores de corrección propuestos por Thomas para la estimación del esfuerzo máximo para momentos aplicados en un codo dentro y fuera del plano, dichos factores de corrección son 0,92 y 0,552 respectivamente (Thomas, 1981). La ecuación del índice de esfuerzos según las normas ASME Sección III es (Washington, 2005):

$$C_2 = \frac{1,95}{h^{2/3}} \quad \text{Ec. 5.1}$$

A continuación se la tabla 5.3 en donde se muestran los valores de la ecuación planteada por la norma seguido de los valores teóricos corregidos y los valores obtenidos por la simulación:

**Tabla 5.3 Comparación de los índices de esfuerzos calculados por simulación y por predicciones teóricas**

Modelo	C <sub>2</sub> norma	C <sub>2i</sub> Thomas	C <sub>2i</sub> simulación	Error relativo (%)	C <sub>2o</sub> Thomas	C <sub>2o</sub> simulación	Error Relativo (%)
1	3,75	3,45	3,51	1,68	2,25	2,43	7,93
2	2,86	2,63	2,71	2,91	1,72	1,94	12,96
3	3,85	3,54	3,44	2,87	2,31	2,49	7,80
4	4,23	3,89	3,50	10,06	2,54	2,65	4,41
5	3,24	2,98	3,02	1,28	1,94	2,18	12,10
6	4,91	4,52	4,00	11,43	2,95	2,84	3,57
7	5,88	5,41	3,07	43,29	3,53	4,01	13,59
8	5,28	4,86	4,48	7,84	3,17	2,92	7,90
9	7,37	6,78	3,62	46,62	4,42	3,05	31,04

Los anteriores resultados son presentados a manera de gráfica. Para cada caso de carga se grafica el índice de esfuerzo contra la flexibilidad característica y contra la esbeltez, adicionalmente se grafica el error relativo entre el índice calculado por simulación y el de la ecuación corregida.



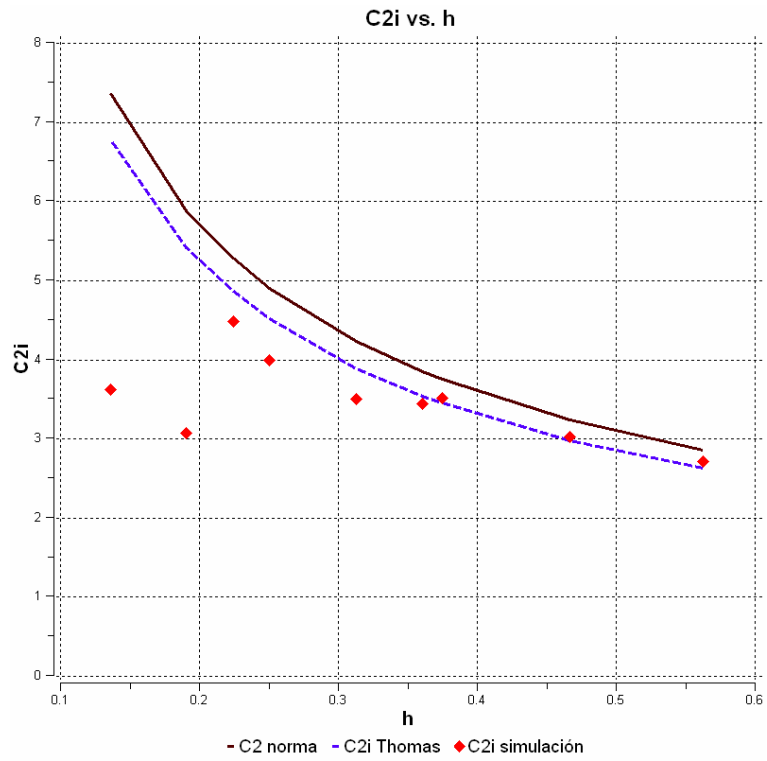


Fig. 5.5 Índice de esfuerzo dentro del plano vs. Flexibilidad Característica

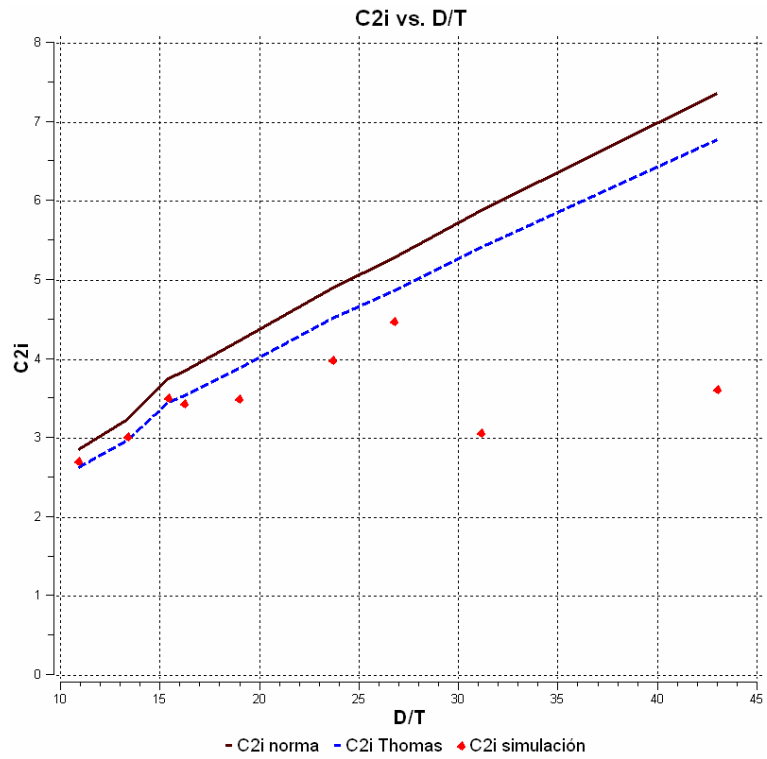


Fig. 5.6 Índice de esfuerzo dentro del plano para un codo vs. Esbeltez

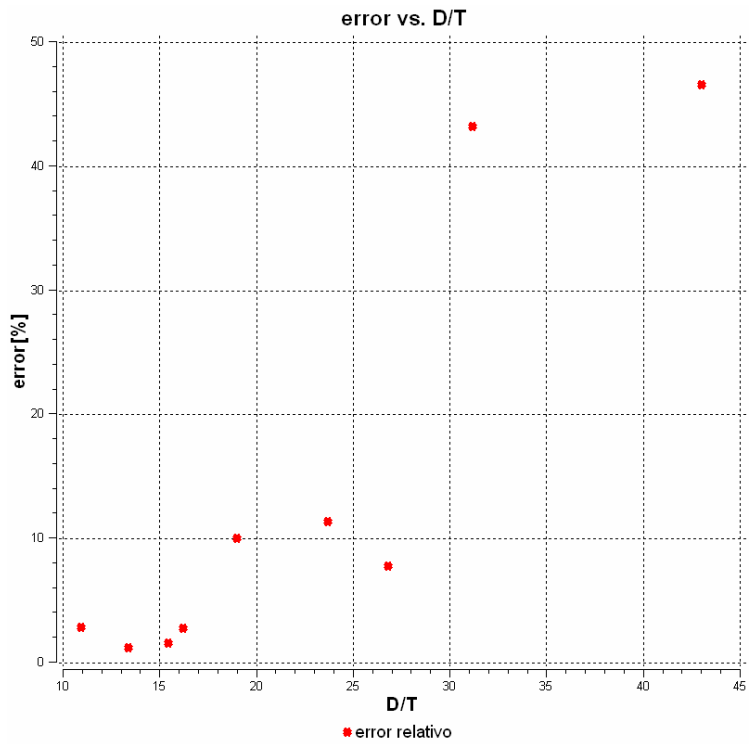


Fig. 5. 7 Error relativo entre índice de esfuerzo dentro del plano por simulación y el corregido por el factor de Thomas vs. Esbeltez

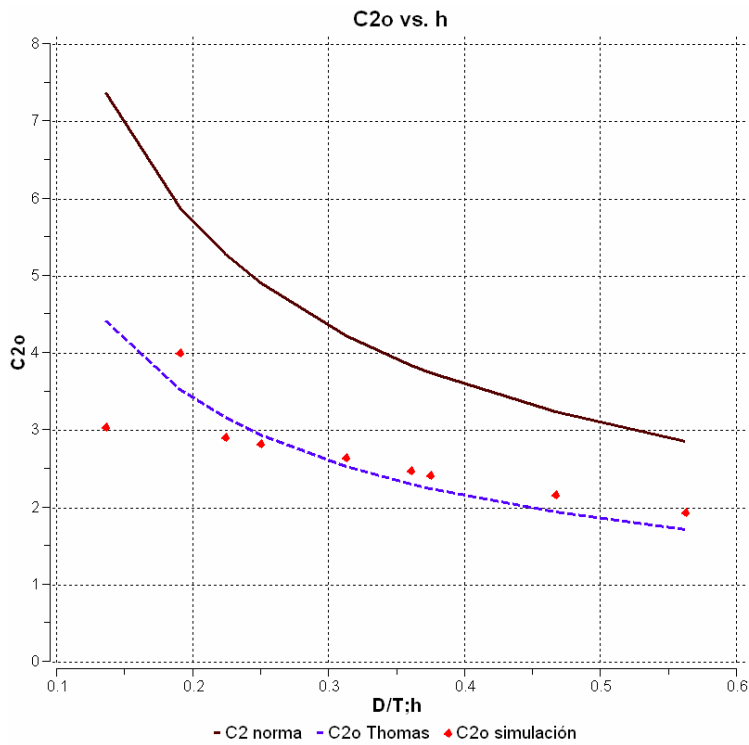


Fig. 5. 8 Índice de esfuerzo fuera del plano para un codo vs. Flexibilidad Característica.

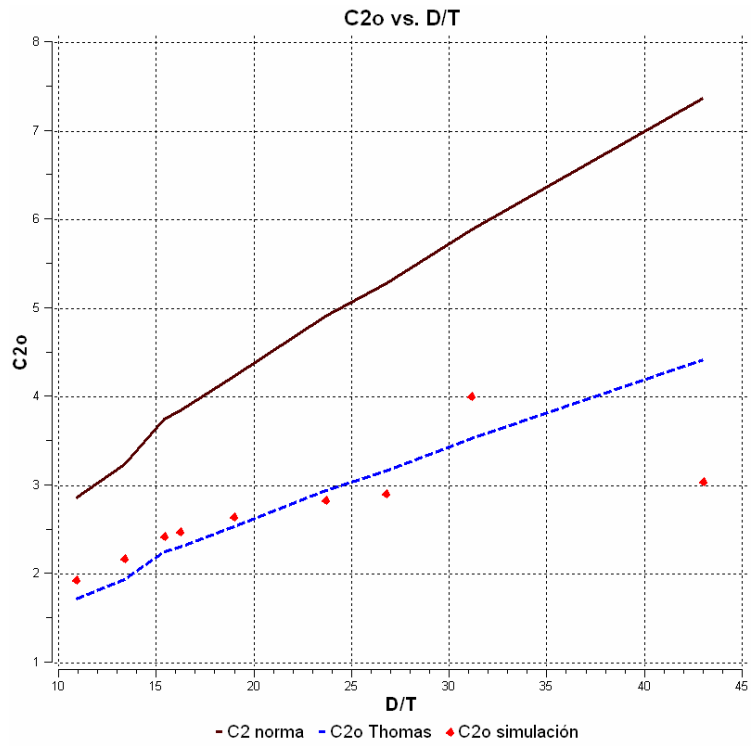


Fig. 5.9 Índice de esfuerzo fuera del plano para un codo vs. Esbeltez

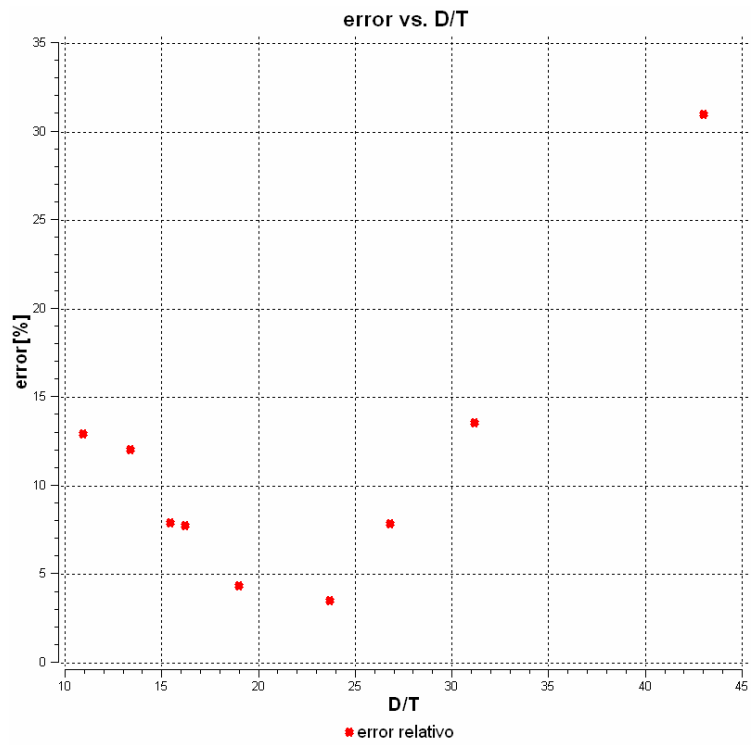


Fig. 5.10 Error relativo entre índice de esfuerzos fuera del plano por simulación y el corregido por el factor de Thomas vs. Esbeltez

Para ambos índices de esfuerzos se observa un comportamiento similar, los puntos se ajustan muy bien para modelos poco esbeltos. El error relativo va disminuyendo con la esbeltez hasta alcanzar un valor mínimo luego del cuál el crecimiento es suave hasta que la esbeltez alcanza un valor aproximado de 26, después del cuál el crecimiento del error es mucho más acelerado (Fig. 5.7 y 5.10). El índice de esfuerzos para momentos fuera del plano presenta errores más altos en modelos menos esbeltos pero errores más bajos cuando el crecimiento acelerado se presenta.

El error que se presenta en modelos robustos puede explicarse al recordar que las ecuaciones teóricas están basadas en el modelo de Beskin, que tal como fue mencionado en el capítulo II, parten de una serie de simplificaciones fundamentadas en suponer que el espesor es mucho más pequeño que el diámetro, condición que precisamente no se cumple en los modelos. En estos modelos robustos para momentos aplicados dentro del plano se observa un alza en los esfuerzos en el intrados del codo, lo cuál ocurre por el incremento en los efectos de compresión a medida que la pared del codo se hace más gruesa.

En cuanto a la ubicación de los máximos esfuerzos, se verifica que ésta concuerda claramente con los trabajos teóricos y experimentales previos. Para el caso de momentos aplicados dentro del plano el máximo esfuerzo se encuentra en el centro de radio de curvatura hacia el lado del codo, el conjunto de esfuerzos más elevados se encuentran distribuidos justo hacia el lado del codo extendiéndose hasta los dos extremos del mismo, esto concuerda con la propagación de la grieta observada en ensayos destructivos (Markl, 1952). En cuanto a momentos aplicados fuera del plano la ubicación de los esfuerzos corresponde a lo predicho por la teoría, en este caso desplazado  $40^\circ$  aproximadamente del centro del arco de curvatura y  $15^\circ$  del eje a un lado del codo. A continuación se presentan imágenes (fig. 5.11) de la distribución del esfuerzo equivalente de tresca en la superficie exterior e interior de un codo para ambos casos de carga, éstas imágenes conviene ser comparadas con la figura 2.13 del capítulo II.

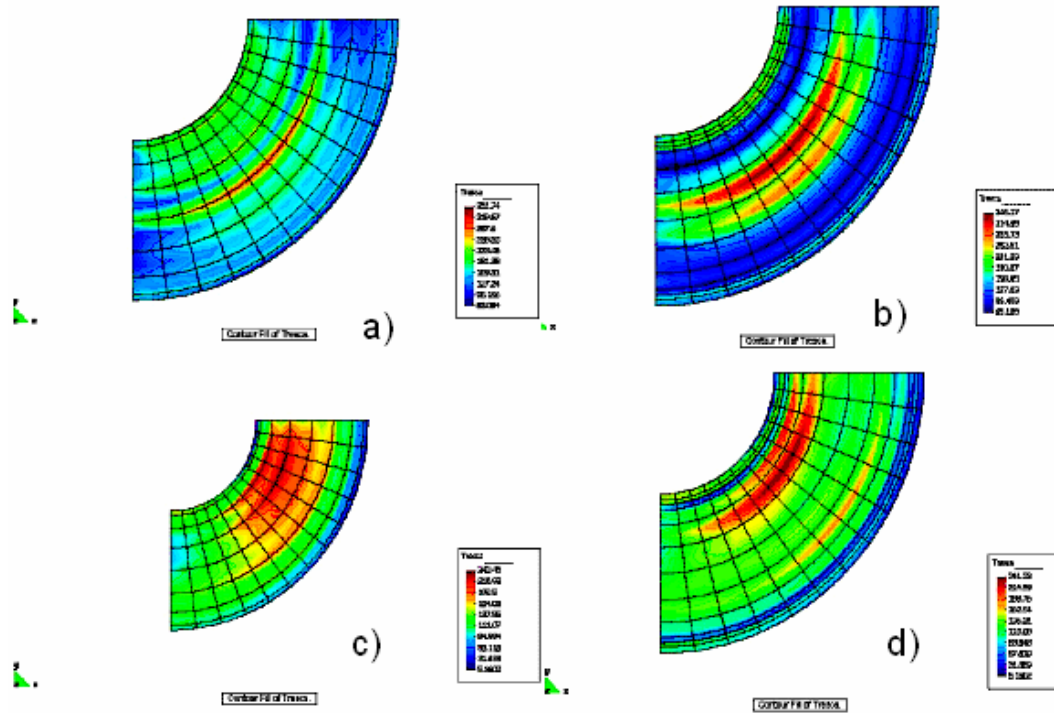


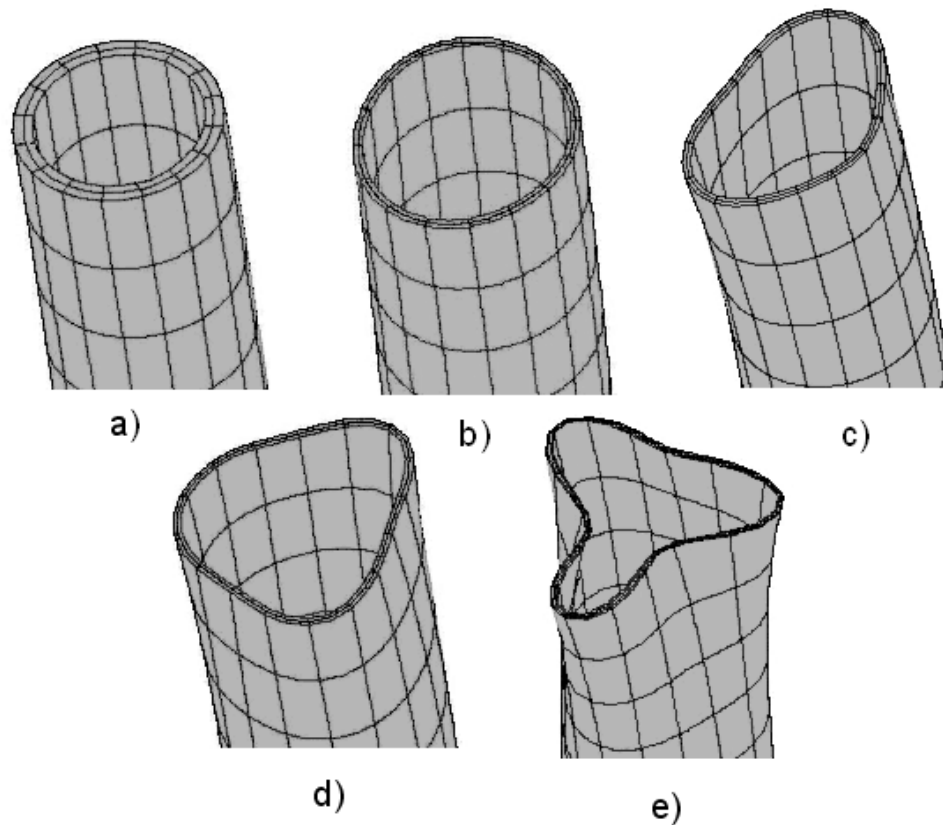
Fig. 5. 11 Distribución de esfuerzos para el Modelo 1 simulado con el MEC.

- a) Superficie externa para momento aplicado dentro del plano, b) Superficie interna para momentos aplicados dentro del plano, c) Superficie externa para momento aplicado fuera del plano, d) superficie interna para momentos aplicado fuera del plano.

### Colapso de la sección transversal

En todos los resultados presentados anteriormente se observa una fuerte divergencia entre los resultados obtenidos y las predicciones teóricas a partir de cierto valor de esbeltez.

Observando la deformación de los modelos en el postprocesador se determina la causa de este crecimiento en el error, el mismo está asociado al colapso de la sección transversal del extremo cargado del modelo, en la figura 5.12 se observa la sección transversal del extremo cargado de modelos en los que se incrementa sucesivamente la esbeltez.



**Fig. 5. 12 Deformación de la sección transversal del extremo cargado para diferentes modelos con mallas idénticas**

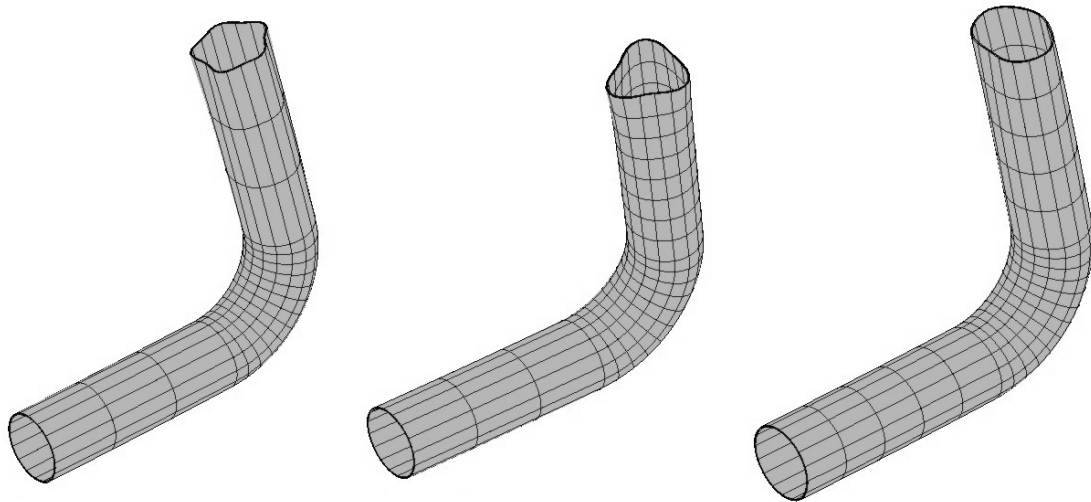
**Esbeltez: a) 10, b) 23, c) 26, d) 31y e) 43. Deformaciones exageradas por un factor de 15 a excepción de la figura e) cuyo factor es 3.**

Se procedió entonces a variar las condiciones de carga para los modelos esbeltos, disminuyendo en 10 y 100 veces la magnitud del esfuerzo máximo prescrito, el resultado de esto fueron deformaciones menores en magnitud pero idénticas en el patrón del colapso de la sección transversal, por lo que se presume que el fenómeno es independiente de la magnitud de la carga.

Se procedió entonces a hacer los cálculos para el modelo 9, que corresponde a aquel con una relación de esbeltez de 43, con diferentes mallas, éste proceso se vio afectado por la capacidad del programa BIE3DH de manejar hasta 900 elementos con un tiempo de cálculo aceptable, e inclusive ésta fue la razón por la que no pudieron ensayarse mallas con una mayor cantidad de divisiones en sentido circunferencial.

Se observa que al aumentar el número de divisiones en la dirección radial de la superficie sometida a carga, los resultados son idénticos, a pesar de llegar inclusive a cuadruplicar el número de elementos.

Un resultado interesante se obtiene al manipular la cantidad de elementos destinados a los tramos rectos, particularmente el del extremo cargado, aumentando y disminuyendo la cantidad de divisiones longitudinales de dichos tramos se observa una diferencia importante en los patrones de deformación. A medida que se aumentan el número de divisiones longitudinales, dejando igual el resto de la malla, el colapso parece ser menos drástico. En la figura 5.13 se observa el colapso de la sección transversal de tres mallas con diferente número de divisiones en sentido longitudinal de los tramos rectos. Obsérvese como disminuyen la cantidad de nódulos con la distribución del número de elementos.

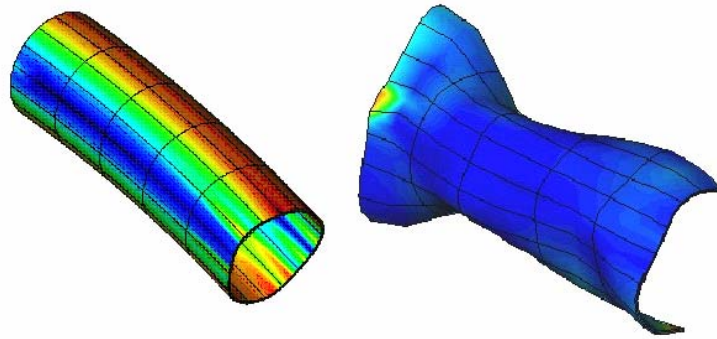


**Fig. 5. 13 Colapso de la sección transversal para mallas con 3 y 8 divisiones en el extremo cargado con 3 divisiones en el extremo restringido y en una con 5 divisiones en ambos extremos.**

El colapso de los modelos cuando se someten a momentos fuera del plano suelen presentar una cantidad menor de nódulos que aquellos sometidos a momentos dentro del plano, ésta observación puede relacionarse con el menor incremento del error relativo en los índices de esfuerzos para momentos fuera del plano.

Adicionalmente se observó que al hacer los cálculos correspondientes a geometrías cilíndricas de pared delgada utilizando condiciones de simetría, el

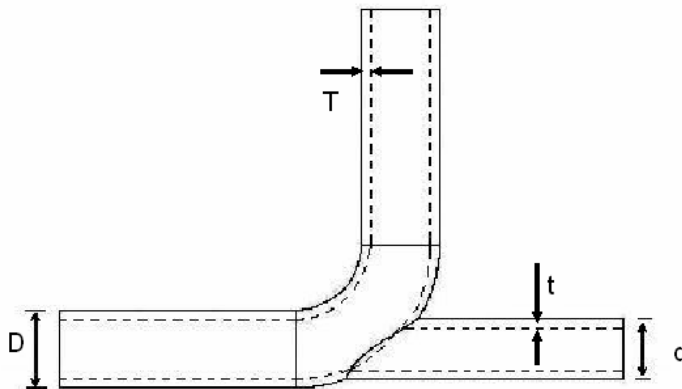
programa presenta un colapso de la sección transversal no nodular. La fig. 5.14 muestra uno de los casos observados.



**Fig. 5. 14** Malla deformada y distribución de esfuerzos para un Cilíndro de relación  $D/T$  igual a 43, utilizando un modelo completo y la mitad de un modelo.

### **Análisis del sistema Codo-Trunnion**

En la presente sección se presentarán uno a uno los factores calculados a través de las simulaciones y su comparación con los métodos disponibles aplicables a los modelos. En la tabla 5.4 se presentan los modelos estudiados junto a los parámetros adimensionales utilizados por Hankinson et al. en su estudio (1987), los modelos identificados con un asterisco (\*) corresponden a modelos no comerciales que fueron agregados al estudio para identificar cualitativamente el comportamiento de factores con la variación de los parámetros.



**Fig. 5. 15.** Características geométricas modelos de codos unidos a trunnions.



Tabla 5. 4 Lista de modelos de codos soportados por trunnions.

Modelo	Codo		Trunnion		Parámetros Adimensionales			
	D	T	d	t	t/T	D/T	d/D	d/t
1	2,375	0,154	1,900	0,200	1,30	15,42	0,80	9,50
2	2,375	0,218	1,900	0,281	1,29	10,89	0,80	6,76
3	2,375	0,218	1,900	0,200	0,92	10,89	0,80	9,50
4	3,500	0,216	2,375	0,154	0,71	16,20	0,68	15,42
5	3,500	0,300	2,375	0,218	0,73	11,67	0,68	10,89
6	4,500	0,237	3,500	0,216	0,91	18,99	0,78	16,20
7	4,500	0,237	3,500	0,300	1,27	18,99	0,78	11,67
8	4,500	0,337	3,500	0,300	0,89	13,35	0,78	11,67
9	6,625	0,280	4,500	0,237	0,85	23,66	0,68	18,99
10	8,625	0,500	6,625	0,432	0,86	17,25	0,77	15,34
11*	2,375	0,218	0,475	0,050	0,23	10,89	0,20	9,50
12*	2,375	0,218	0,950	0,281	1,29	10,89	0,40	3,38
13*	2,375	0,218	0,950	0,100	0,46	10,89	0,40	9,50
14*	2,375	0,218	1,425	0,150	0,69	10,89	0,60	9,50
15*	2,375	0,218	1,425	0,281	1,29	10,89	0,60	5,07
16*	2,375	0,218	1,425	0,436	2,00	10,89	0,60	3,27
17*	2,375	0,218	1,900	0,436	2,00	10,89	0,80	4,36
18*	2,375	0,218	1,900	0,131	0,60	10,89	0,80	14,53
19*	8,625	0,500	1,725	0,430	0,86	17,25	0,20	4,01
20*	8,625	0,500	3,450	0,430	0,86	17,25	0,40	8,02
21*	8,625	0,500	6,625	1,000	2,00	17,25	0,77	6,63
22*	8,625	0,500	3,450	1,000	2,00	17,25	0,40	3,45
23*	8,625	0,500	6,625	0,750	1,50	17,25	0,77	8,83
24*	8,625	0,500	3,450	0,750	1,50	17,25	0,40	4,60
25*	5,000	0,250	4,000	0,200	0,80	20,00	0,80	20,00
26*	6,625	0,280	3,975	0,560	2,00	23,66	0,60	7,10
27*	8,625	0,500	5,175	1,000	2,00	17,25	0,60	5,18
28*	6,625	0,280	5,300	0,258	0,92	23,66	0,80	20,57
29*	8,625	0,500	6,900	0,460	0,92	17,25	0,80	15,00

### **Factor de Flexibilidad.**

El factor de flexibilidad fue calculado de manera idéntica a los calculados para codos de tubería simple, sólo se hizo el estudio de éste factor para los casos de carga de momentos aplicados al codo. Los resultados y su análisis se presentarán por separado para momentos aplicados dentro y fuera del plano. Los factores de flexibilidad son comparados gráficamente y a través del cálculo de un error relativo contra el factor de flexibilidad corregido por el factor de Thomas para un codo sencillo, el factor de flexibilidad corregido para un codo unido a una y dos bridas de las ecuaciones 2.28 y 2.29, éstos valores son utilizados frecuentemente por los analistas de flexibilidad. (Weighell, 2002), y finalmente contra la correlación de Lewis y Chao correspondiente a la ecuación 2.30.

### ***Momento dentro del plano:***

En la tabla 5.4, a continuación, se muestra el listado de los modelos y todos los factores de flexibilidad mencionados anteriormente junto al error relativo entre ellos y los obtenidos de la simulación.

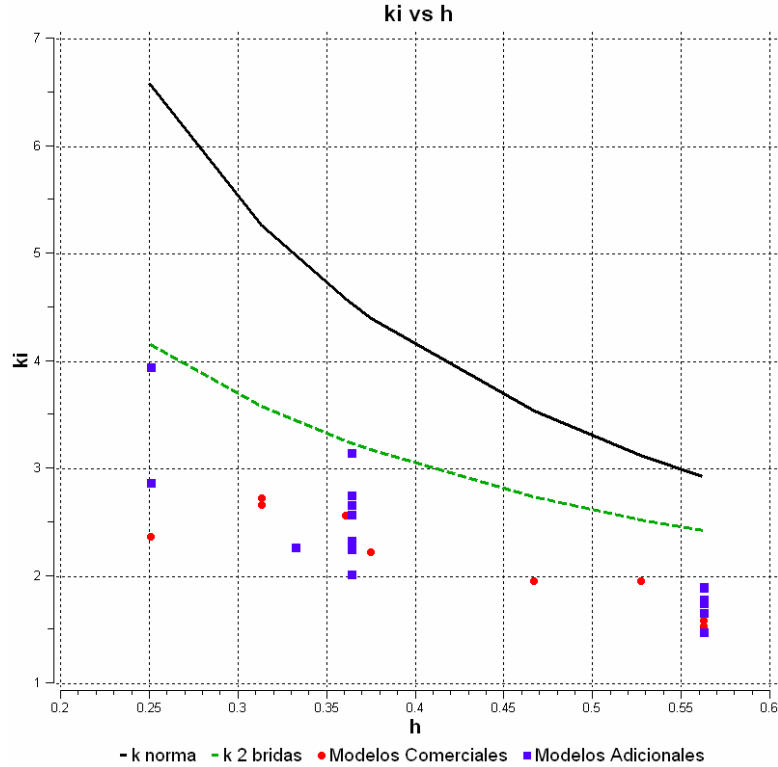
Los cuadros que presentan 4 asteriscos (\*\*\*\*) corresponden a los modelos que no se encuentran dentro del rango de aplicabilidad de la correlación de Lewis y Chao.

A través de una comparación simple se puede observar que el uso de los factores de corrección para la flexibilidad de un codo simple presenta una aproximación burda, el error relativo se encuentra acotado para los modelos ensayados entre un 19% y un 58% para el factor de corrección para un codo simple unidos a tuberías, entre 17% y 54% para el factor de flexibilidad de un codo simple unido a una brida y entre 2% y 43% para un codo unido a dos bridas. Cabe destacar que los resultados para un codo simple unido a tuberías y para un codo unido a una brida son similares, esto se debe al origen de estos factores, la corrección para un codo unido a tuberías fue propuesto por Thomas producto de un estudio por elementos finitos (Thomas, 1981) y los factores de corrección de codos simples por unión a bridas son extraídos directamente del código ASME B31.3, debe recordarse que éste tipo de normas sobredimensionan por motivos de seguridad.

**Tabla 5. 5 Comparación del factor de flexibilidad dentro del plano calculado contra prácticas de ingeniería.**

Modelo	k <sub>i</sub> simulación	k Thomas	error (%)	k 1 brida	error (%)	k 2 bridas	error (%)	k Lewis y Chao	error (%)
1	2,23	3,77	40,78	3,74	40,37	3,18	29,76	2,77	19,42
2	1,54	2,51	38,62	2,67	42,24	2,42	36,42	1,58	2,35
3	1,59	2,51	36,63	2,67	40,36	2,42	34,35	1,58	0,82
4	2,57	3,91	34,32	3,86	33,44	3,26	21,10	****	****
5	1,96	2,68	26,73	2,81	30,31	2,53	22,46	****	****
6	2,73	4,51	39,43	4,34	37,15	3,58	23,73	****	****
7	2,67	4,51	40,76	4,34	38,53	3,58	25,40	3,49	23,55
8	1,96	3,02	35,16	3,11	37,05	2,74	28,53	****	****
9	2,37	5,63	57,94	5,23	54,70	4,15	42,94	****	****
10	2,31	3,88	40,47	3,83	39,75	3,24	28,69	****	****
11*	1,76	2,51	29,85	2,67	33,98	2,42	27,34	****	****
12*	1,91	2,51	23,88	2,67	28,36	2,42	21,14	****	****
13*	1,90	2,51	24,27	2,67	28,73	2,42	21,56	****	****
14*	1,75	2,51	30,25	2,67	34,36	2,42	27,75	****	****
15*	1,79	2,51	28,66	2,67	32,86	2,42	26,10	1,78	-0,73
16*	1,77	2,51	29,46	2,67	33,61	2,42	26,92	1,78	0,39
17*	1,48	2,51	41,01	2,67	44,49	2,42	38,90	1,58	6,15
18*	1,66	2,51	33,84	2,67	37,74	2,42	31,46	****	****
19*	3,15	3,88	18,82	3,83	17,85	3,24	2,75	****	****
20*	2,58	3,88	33,51	3,83	32,71	3,24	20,35	****	****
21*	2,26	3,88	41,76	3,83	41,06	3,24	30,23	2,91	22,29
22*	2,76	3,88	28,87	3,83	28,02	3,24	14,79	3,28	15,76
23*	2,30	3,88	40,73	3,83	40,01	3,24	29,00	2,91	20,91
24*	2,67	3,88	31,19	3,83	30,36	3,24	17,57	3,28	18,50
25*	2,27	4,24	46,51	4,13	45,05	3,44	33,98	****	****
26*	3,95	5,63	29,90	5,23	24,50	4,15	4,90	4,74	16,63
27*	2,34	3,88	39,70	3,83	38,97	3,24	27,76	3,08	23,93
28*	2,87	5,63	49,06	5,23	45,14	4,15	30,90	****	****
29*	2,02	3,88	47,94	3,83	47,32	3,24	37,64	****	****

Por su parte, y en los puntos donde aplica, el ajuste de los datos obtenidos con la correlación de Lewis y Chao es relativamente bueno, para modelos estudiados se obtuvo un error relativo máximo de 22%.



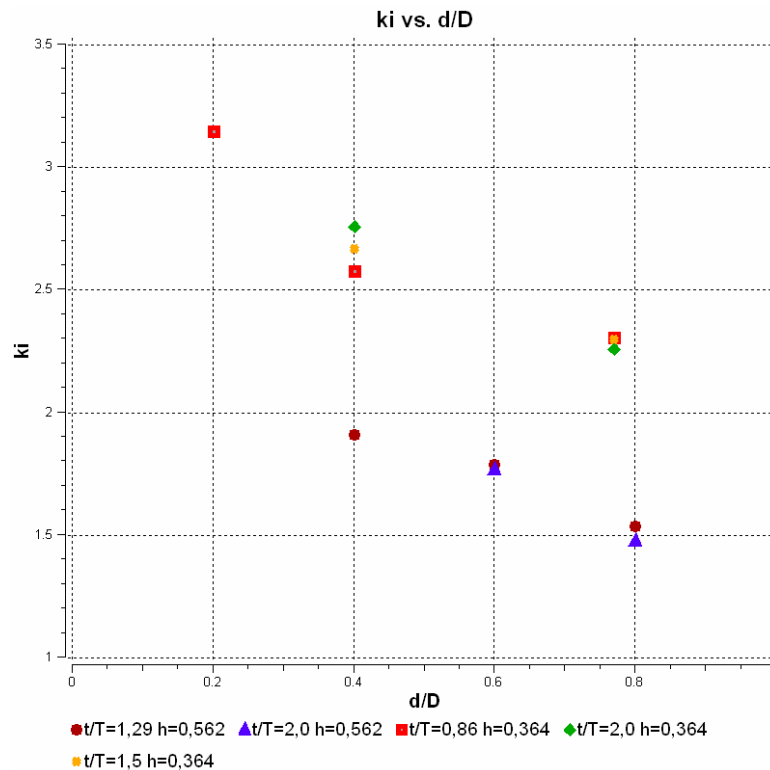
**Fig. 5. 16 Factor de flexibilidad dentro del plano vs. Flexibilidad característica**

En la fig. 5.16 puede observarse lo comentado anteriormente, los resultados obtenidos predicen un comportamiento mucho más rígido que los obtenidos con la aplicación de factores de corrección al factor de flexibilidad de un codo simple, adicionalmente. Al diferenciar los puntos de los modelos comerciales de los modelos adicionales se puede observar una diferencia notable en los valores del factor de flexibilidad para diferentes modelos con la misma flexibilidad característica del codo pero con importantes diferencias en las características del trunnion, esto demuestra la clara influencia de las características del trunnion en éste factor.

Los datos obtenidos revelan que el factor de flexibilidad para momentos dentro del plano tiene una fuerte dependencia del diámetro del trunnion, y tal como dicta la lógica, a medida que el diámetro del trunnion se incrementa el elemento es

menos flexible, en los modelos estudiados para valores fijos de flexibilidad característica y espesor del trunnion un incremento en el parámetro  $d/D$  de 0,6 representa una disminución de 45% en la flexibilidad, véase la fig 5.17. Por su parte el espesor del trunnion tiene una influencia débil sobre el factor de flexibilidad y no muestra una tendencia clara en su comportamiento, para valores fijos de flexibilidad característica y diámetro del trunnion una diferencia en el parámetro  $t/T$  de 1,25 representa una diferencia de casi 10%, véase la fig 5.18.

Las características del codo mantienen el mismo efecto en la flexibilidad que en el caso de codos simples, mientras menor sea la flexibilidad característica  $h$  del codo mayor será su factor de flexibilidad.



**Fig. 5. 17 Factor de flexibilidad dentro del plano vs. Relación d/D**

Esta situación fue seguramente observada por Lewis y Chao quienes no incluyeron en su correlación la influencia del espesor del trunnion. En cambio propusieron una variación lineal del factor de flexibilidad con el diámetro del trunnion para un valor determinado de la flexibilidad característica del trunnion. Éste

comportamiento es observado en los resultados obtenidos, esto se evidencia adicionalmente en los bajos errores relativos obtenidos con ésta correlación, sin embargo la pendiente de ésta recta imaginaria varía levemente con la flexibilidad característica, esto puede evidenciarse observando los puntos de la figura 5.18.

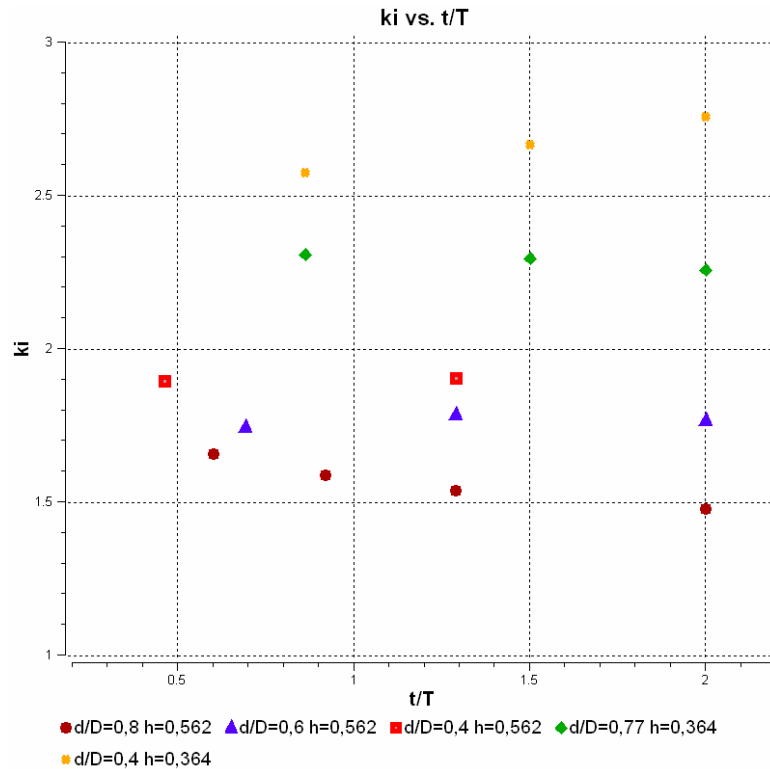


Fig. 5. 18 Factor de flexibilidad dentro del plano vs. Relación  $t/T$ .

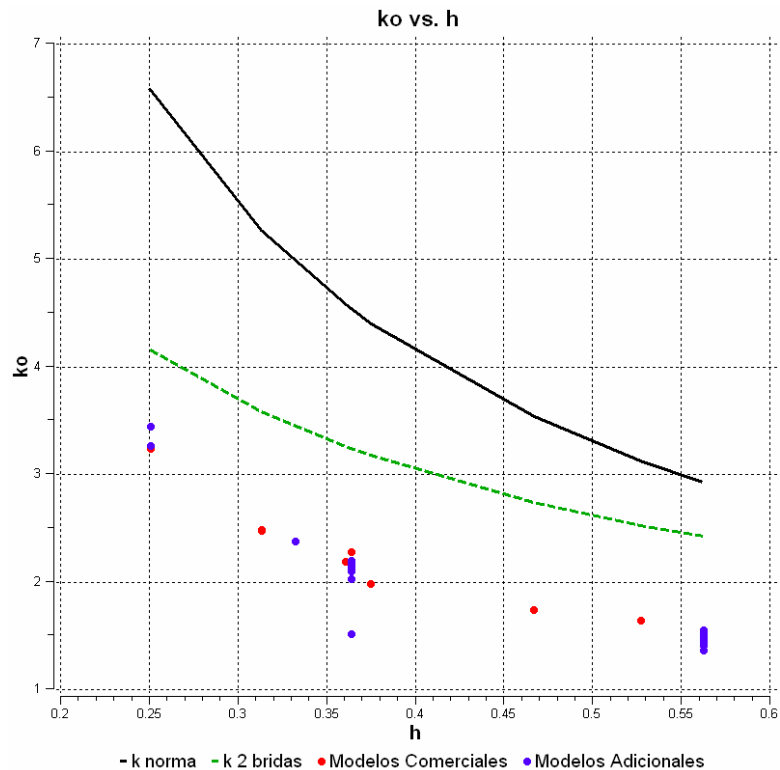
### *Momento fuera del plano.*

El factor de flexibilidad aquí calculado es comparado contra las mismas ecuaciones que se utilizaron en la sección anterior, sin embargo debe tenerse en cuenta existe una diferencia en el factor de flexibilidad para ambos casos de carga, Thomas en sus observaciones registró que el factor para momentos aplicados fuera del plano es aproximadamente la mitad que el factor para momentos dentro del plano (Thomas, 1981), sin embargo esta diferencia ignorada inclusive en las normas ASME B31. De manera general se observa que el error relativo se incrementa para todos los casos, esto significa que los modelos bajo este tipo de carga son mucho más rígidos que lo predicho por los factores, aproximadamente un 40% más rígidos.

**Tabla 5. 6 Comparación del factor de flexibilidad fuera del plano calculado contra prácticas de ingeniería.**

<b>Modelo</b>	<b>k<sub>o</sub> simulación</b>	<b>k Thomas</b>	<b>error (%)</b>	<b>k 1 brida</b>	<b>error (%)</b>	<b>k 2 bridas</b>	<b>error (%)</b>	<b>k Lewis y Chao</b>	<b>error (%)</b>
1	1,99	3,77	47,15	3,74	46,78	3,18	37,32	2,77	28,09
2	1,44	2,51	42,61	2,67	45,99	2,42	40,55	1,58	8,69
3	1,46	2,51	41,81	2,67	45,24	2,42	39,72	1,58	7,42
4	2,19	3,91	44,04	3,86	43,28	3,26	32,77	****	****
5	1,65	2,68	38,32	2,81	41,33	2,53	34,73	****	****
6	2,48	4,51	44,98	4,34	42,91	3,58	30,71	****	****
7	2,49	4,51	44,76	4,34	42,68	3,58	30,43	3,49	28,70
8	1,74	3,02	42,44	3,11	44,12	2,74	36,55	****	****
9	3,24	5,63	42,50	5,23	38,07	4,15	21,99	****	****
10	2,28	3,88	41,24	3,83	40,54	3,24	29,61	****	****
11*	1,46	2,51	41,81	2,67	45,24	2,42	39,72	****	****
12*	1,56	2,51	37,83	2,67	41,49	2,42	35,59	****	****
13*	1,41	2,51	43,80	2,67	47,11	2,42	41,79	****	****
14*	1,37	2,51	45,40	2,67	48,61	2,42	43,44	****	****
15*	1,52	2,51	39,42	2,67	42,99	2,42	37,24	1,78	14,46
16*	1,52	2,51	39,42	2,67	42,99	2,42	37,24	1,78	14,46
17*	1,43	2,51	43,01	2,67	46,36	2,42	40,96	1,58	9,32
18*	1,48	2,51	41,01	2,67	44,49	2,42	38,90	****	****
19*	2,18	3,88	43,82	3,83	43,14	3,24	32,70	****	****
20*	2,20	3,88	43,31	3,83	42,62	3,24	32,08	****	****
21*	2,03	3,88	47,69	3,83	47,06	3,24	37,33	2,91	30,20
22*	2,20	3,88	43,31	3,83	42,62	3,24	32,08	3,28	32,85
23*	2,14	3,88	44,85	3,83	44,19	3,24	33,93	2,91	26,41
24*	2,15	3,88	44,59	3,83	43,93	3,24	33,63	3,28	34,38
25*	2,38	4,24	43,92	4,13	42,39	3,44	30,78	****	****
26*	3,45	5,63	38,77	5,23	34,06	4,15	4,90	4,74	27,18
27*	2,10	3,88	45,88	3,83	45,23	3,24	27,76	3,08	31,73
28*	3,27	5,63	41,96	5,23	37,50	4,15	30,90	****	****
29*	1,52	3,88	60,83	3,83	60,36	3,24	37,64	****	****

El error relativo con respecto a los factores de flexibilidad para codos simples corregidos está acotado por valores más próximos, observando la figura 5.19 se verifica que los factores calculados parecen seguir una tendencia similar al de los factores de flexibilidad de codos simples corregidos, adicionalmente y comparando los puntos correspondientes a los modelos comerciales y los modelos adicionales se determina que las características del trunnion tienen una influencia mucho menos notable que en el caso de momentos aplicados dentro del plano.



**Fig. 5. 19 Factor de flexibilidad fuera del plano vs. flexibilidad característica**

En las figuras 5.20 y 5.21 no se logra determinar una tendencia clara del factor de flexibilidad fuera del plano para variaciones del espesor o diámetro del trunnion, sin embargo el cambio de magnitud del factor de flexibilidad con la variación de los parámetros es relativamente pequeña. Bajo ésta condición podría plantearse una correlación independiente de los parámetros del trunnion para éste caso de carga en particular.



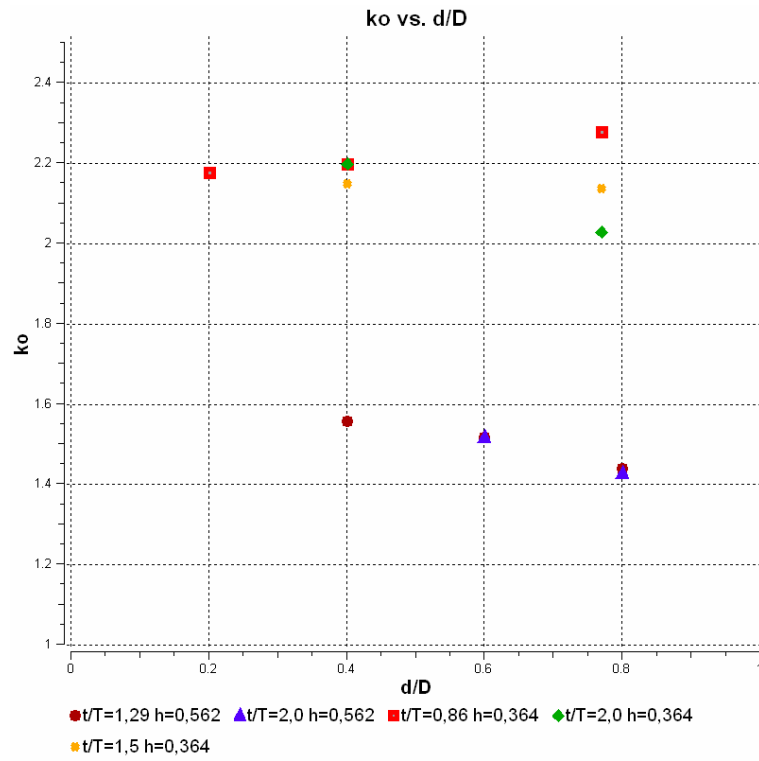


Fig. 5. 20 Factor de flexibilidad fuera del plano vs. relación d/D.

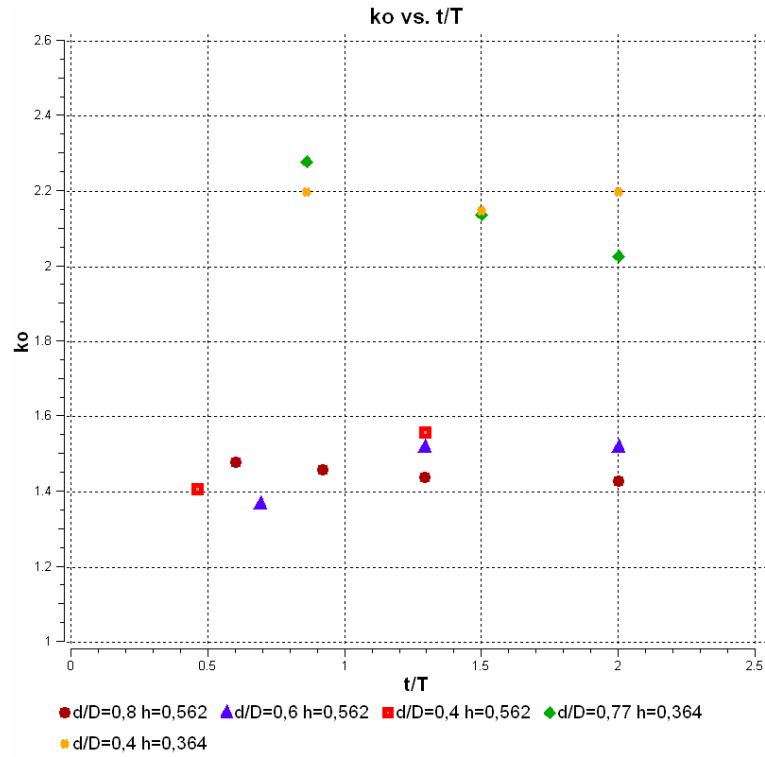


Fig. 5. 21 Factor de flexibilidad fuera del plano vs. relación t/T

Es importante destacar que éste caso de carga, al contrario de el momentos aplicado fuera del plano no es simétrico por lo que los resultados pueden ser diferentes si se decide intercambiar las condiciones de borde de carga y restricción en ambos extremos del codo. Fue escogida particularmente esta configuración siguiendo el procedimiento de Hankinson et al en su trabajo (1987).

### **Factores de Esfuerzo.**

Al igual que la sección anterior la presente se dividirá en los casos de carga estudiados, las observaciones cualitativas acerca de la distribución de esfuerzos y la ubicación de su máximo se harán en base a la distribución del esfuerzo equivalente de Tresca a sabiendas que las mismas son válidas para la distribución del esfuerzo equivalente de Von Mises.

Los Factores de Esfuerzo Efectivo sólo se presentarán como resultado en la tabla resumen todos los factores de esfuerzo calculados, los índices de esfuerzo y factores de intensificación serán utilizados para hacer las comparaciones y validaciones pertinentes en virtud de que la información disponible se encuentra fundamentada en el criterio de falla de Tresca.

Debido a que los resultados obtenidos por Hankinson et al en su trabajo no aplican en el rango estudiado, sólo comparaciones referentes a la ubicación y distribución de esfuerzos serán hechas.

La tabla 5.7. muestra todos los factores de esfuerzos calculado, debe recordarse que en la tabla 5.4 se muestra un listado de las características geométricas de los modelos

### ***Momento dentro del plano aplicado en el codo.***

Se observa que el máximo esfuerzo se encuentra regularmente hacia el lado del codo en la superficie interna alejado de la unión con el trunnion cercano a la posición del máximo esfuerzo para codos sin trunnions, ésta misma observación fue hecha por Hankinson et al en su trabajo (1987). En la superficie se externa se presentan pequeñas concentraciones de esfuerzos de forma regular, éstas se

encuentran a los lados del trunnion y en el área correspondiente a la ubicación de los máximos esfuerzos en la superficie interior.

Al variar los parámetros del sistema se hicieron las siguientes observaciones:

- En modelos de codos robustos los esfuerzos en la superficie externa se desplazan hacia el intrados del codo incrementándose la magnitud de los esfuerzos en ésta área en relación al máximo esfuerzo.
- A medida que el diámetro del trunnion disminuye el máximo esfuerzo se desplaza del centro del arco del codo hacia el extremo cargado. Véase la fig. 5.22.
- Con la disminución del diámetro del trunnion las concentraciones de esfuerzos alrededor de la unión codo-trunnion cobran importancia y los esfuerzos en el resto del codo tienden a ser más uniformes. Véase la fig. 5.23.

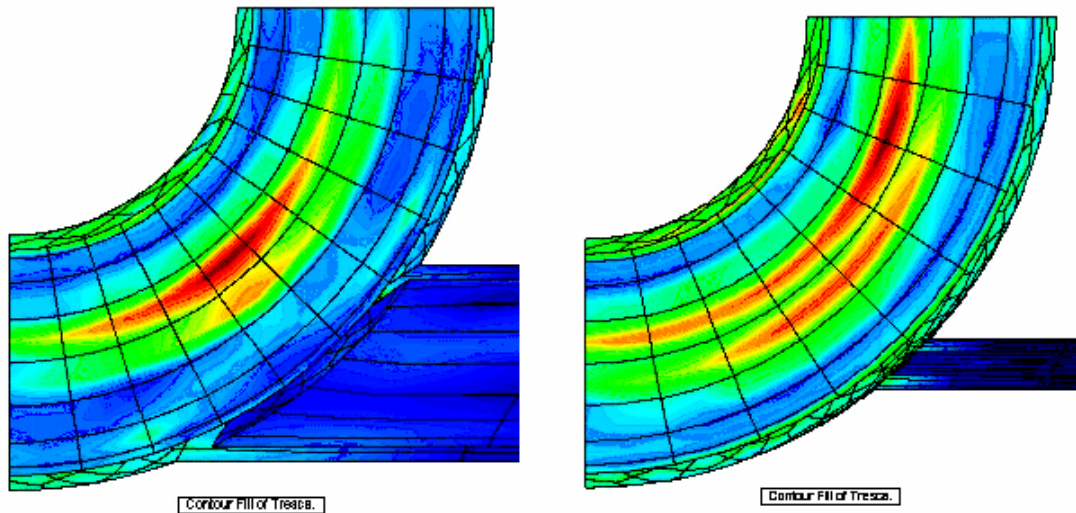
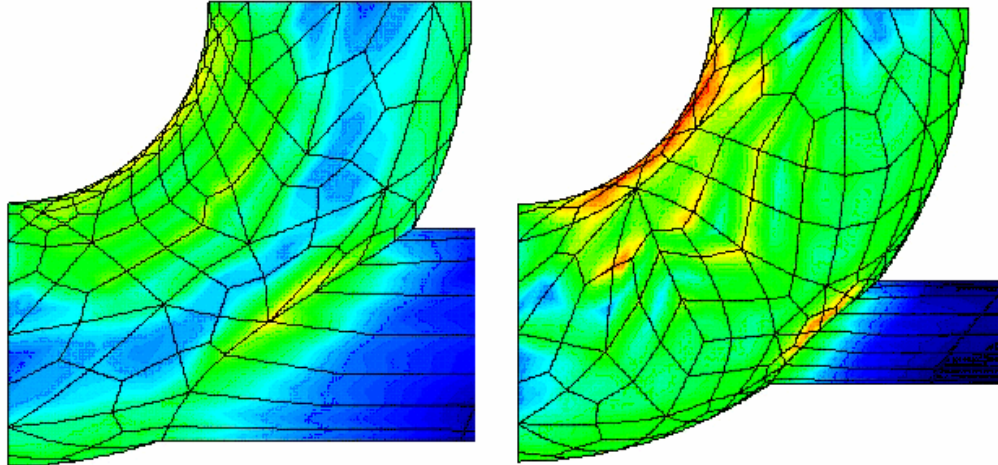


Fig. 5.22 Variación de la ubicación del máximo esfuerzo con el diámetro del trunnion.

Tabla 5. 7 Factores de esfuerzos calculados.

Modelo	Índices de Esfuerzo				Factores de intensificación de esfuerzos				Factores de Esfuerzo Efectivo			
	C <sub>2IC</sub>	C <sub>2oC</sub>	C <sub>2IT</sub>	C <sub>2oT</sub>	i <sub>ic</sub>	i <sub>oC</sub>	i <sub>IT</sub>	i <sub>oT</sub>	FEE <sub>IC</sub>	FEE <sub>oC</sub>	FEE <sub>IT</sub>	FEE <sub>oT</sub>
1	3,50	2,50	1,56	1,72	1,75	1,25	1,56	1,72	3,05	2,19	1,35	1,49
2	2,65	1,87	1,29	1,47	1,33	0,94	1,29	1,47	2,31	1,66	1,12	1,28
3	2,65	1,87	1,22	1,27	1,33	0,94	1,22	1,27	2,31	1,66	1,05	1,10
4	3,53	2,71	1,13	1,38	1,77	1,36	1,13	1,38	3,11	2,37	1,02	1,20
5	2,89	2,18	1,12	1,06	1,45	1,09	1,12	1,06	2,52	1,91	1,00	1,00
6	3,81	3,10	1,09	1,25	1,91	1,55	1,09	1,25	3,31	3,03	1,00	1,08
7	4,14	3,23	1,53	1,66	2,07	1,62	1,53	1,66	3,59	2,80	1,33	1,45
8	3,07	2,20	1,12	1,24	1,54	1,10	1,12	1,24	2,66	1,96	1,00	1,07
9	4,53	4,34	1,29	1,06	2,27	2,17	1,29	1,06	3,91	3,76	1,12	1,00
10	3,52	2,80	1,19	1,31	1,76	1,40	1,19	1,31	3,14	3,00	1,03	1,13
11*	2,09	1,94	1,06	1,00	1,05	0,97	1,06	1,00	1,93	1,73	1,00	1,00
12*	2,62	2,05	1,06	1,02	1,31	1,03	1,06	1,02	2,29	1,79	1,00	1,00
13*	2,45	1,94	1,16	1,01	1,23	0,97	1,16	1,01	2,14	1,77	1,02	1,00
14*	2,50	2,00	1,13	1,04	1,25	1,00	1,13	1,04	2,19	2,02	1,00	1,00
15*	2,61	2,07	1,17	1,42	1,31	1,04	1,17	1,42	2,29	1,80	1,00	1,25
16*	2,64	1,99	1,32	1,58	1,32	1,00	1,32	1,58	2,31	1,75	1,14	1,39
17*	2,62	1,87	1,59	1,74	1,31	0,94	1,59	1,74	2,28	1,66	1,37	1,52
18*	2,69	1,95	1,14	1,03	1,35	0,98	1,14	1,03	2,35	1,71	1,00	1,00
19*	3,23	3,49	1,02	1,00	1,62	1,75	1,02	1,00	3,41	3,09	1,00	1,00
20*	3,06	3,00	1,10	1,15	1,53	1,50	1,10	1,15	2,79	2,63	1,00	1,00
21*	3,71	2,65	1,80	2,10	1,86	1,33	1,80	2,10	3,24	2,33	1,56	1,82
22*	3,17	2,98	1,11	1,42	1,59	1,49	1,11	1,42	2,87	2,58	1,00	1,25
23*	3,31	2,88	1,51	1,77	1,66	1,44	1,51	1,77	2,91	2,53	1,31	1,53
24*	2,91	2,83	1,04	1,47	1,46	1,42	1,04	1,47	2,61	2,47	1,00	1,30
25*	3,53	3,40	1,10	1,18	1,77	1,70	1,10	1,18	3,10	3,10	1,08	1,02
26*	4,50	4,20	1,26	2,27	2,25	2,10	1,26	2,27	4,03	3,92	1,20	1,97
27*	3,02	2,95	1,21	2,05	1,51	1,48	1,21	2,05	2,65	2,55	1,05	1,78
28*	4,30	3,96	1,17	1,23	2,15	1,98	1,17	1,23	3,77	3,70	1,08	1,12
29*	2,94	2,53	1,10	1,26	1,47	1,27	1,10	1,26	2,55	2,21	1,00	1,10



**Fig. 5. 23 Influencia del diámetro del trunnion en la distribución de esfuerzos en la superficie externa.**

Se comparan a continuación los índices de esfuerzo secundario calculado contra los índices de esfuerzo secundario correspondientes a un codo simple tomando en cuenta el factor de corrección de Thomas. Se observa en general un error relativo bastante bajo, por lo que al igual que su posición la magnitud de los máximos esfuerzos no varían significativamente al agregarse el trunnion. Al comparar los modelos comerciales a los modelos adicionales en la figura 5.24, se evidencia la influencia de los parámetros del trunnion en los índices de esfuerzo. La tendencia que se observa de los puntos comerciales a seguir la curva para codos simples se debe a que las características de dichas configuraciones son muy similares entre sí.

**Tabla 5. 8. Comparación de índices de esfuerzos dentro del plano para momentos aplicados al Codo contra el índice de esfuerzos para codos simples.**

<b>Modelo</b>	<b>C<sub>2ic</sub> Simulación</b>	<b>C<sub>2i</sub> Thomas</b>	<b>error (%)</b>
1	3,50	3,45	1,39
2	2,65	2,63	0,63
3	2,65	2,63	0,63
4	3,53	3,54	0,33
5	2,89	2,75	5,15
6	3,81	3,89	2,10
7	4,14	3,89	6,38
8	3,07	2,98	2,96
9	4,53	4,52	0,31
10	3,52	3,52	0,05
11*	2,09	2,63	20,64
12*	2,62	2,63	0,51
13*	2,45	2,63	6,97
14*	2,50	2,63	5,07
15*	2,61	2,63	0,89
16*	2,64	2,63	0,25
17*	2,62	2,63	0,51
18*	2,69	2,63	2,15
19*	3,23	3,52	8,29
20*	3,06	3,52	13,12
21*	3,71	3,52	5,34
22*	3,17	3,52	9,99
23*	3,31	3,52	6,02
24*	2,91	3,52	17,37
25*	3,53	3,74	5,58
26*	4,50	4,52	0,36
27*	3,02	3,52	14,25
28*	4,30	4,52	4,78
29*	2,94	3,52	16,52

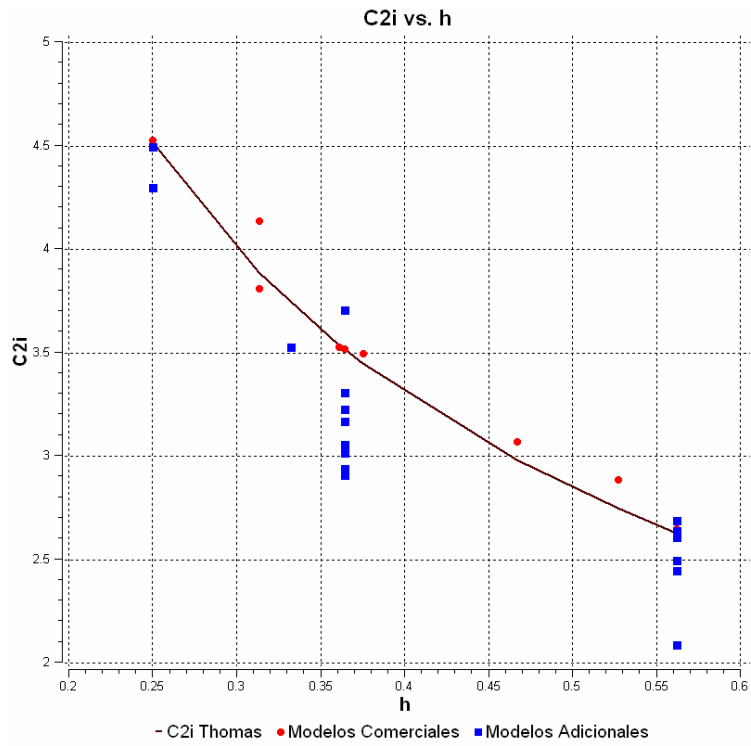


Fig. 5. 24 Índice de esfuerzos dentro del plano para momentos aplicados al trunnion vs. Flexibilidad Característica del codo.

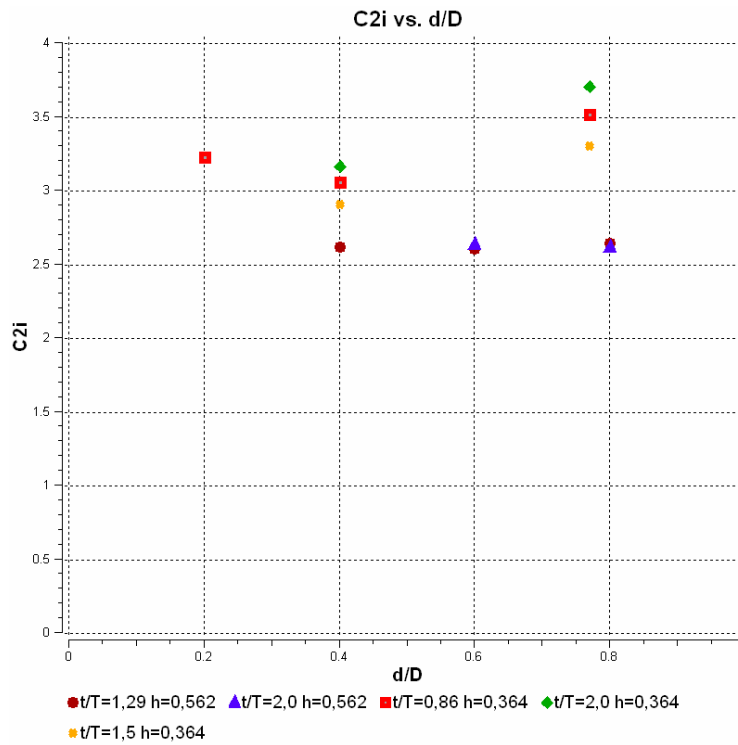
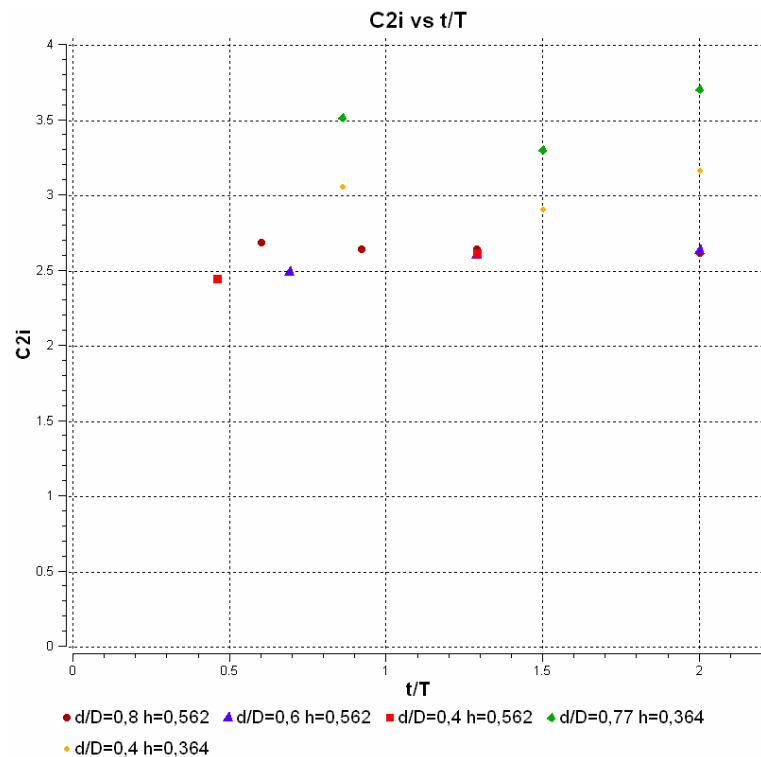


Fig. 5. 25 Índice de esfuerzos dentro del plano para momentos aplicados al codo vs. Relación d/D

Al observar las figuras 5.25 y 5.26 no salta a la vista ninguna tendencia o comportamiento en particular en el índice de esfuerzos para variaciones del diámetro o espesor del trunnion, y de forma casi general la variación en la magnitud del índice asociado a la variación de los parámetros dentro del rango estudiado permanece por debajo del 23%. A diferencia de las observaciones de Hankinson et al. no se registraron grandes alzas en la magnitud del índice esfuerzos al incrementar la relación  $t/T$  por encima de 0,8.



**Fig. 5. 26 Índice de esfuerzos dentro del plano para momentos aplicados al codo vs. relación  $t/T$**

Hankinson et al. (1987) reportan que los índices de esfuerzos no varían significativamente a los índices de esfuerzos para un codo simple, lo cuál parece corroborarse con los resultados obtenidos.

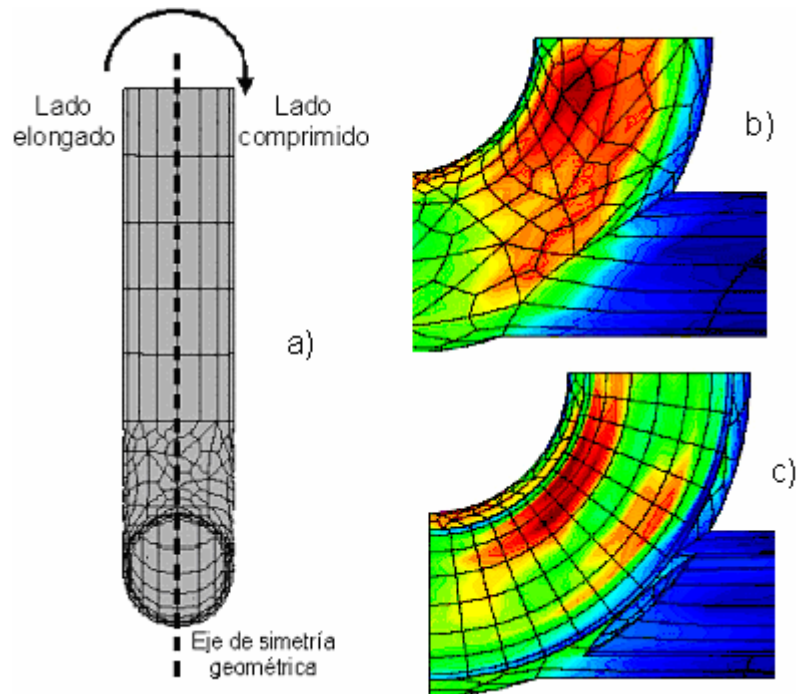
La rigidización por presencia del trunnion, evidenciada en el estudio del factor de flexibilidad, que tiende a disminuir la ovalización y por ende al esfuerzo máximo, aunado a la alteración del campo de esfuerzos por la presencia del trunnion hacen de éste caso de carga un fenómeno complejo, ésta es la razón, según la opinión del autor, de la aparente erratividad de los puntos obtenidos.



### ***Momentos aplicados fuera del plano.***

Para momentos aplicados fuera del plano el máximo esfuerzo se encuentra en todas ocasiones situado en la superficie interna del codo desplazado del centro del arco del mismo hacia el extremo cargado y rotado del lado del codo, en una posición similar al punto de máximo esfuerzo observado en codos simples. La distribución de esfuerzos es simétrica con respecto al eje de simetría geométrico, sin embargo el máximo esfuerzo se encuentra siempre del lado sometido a elongación. Ver figura 5.27.

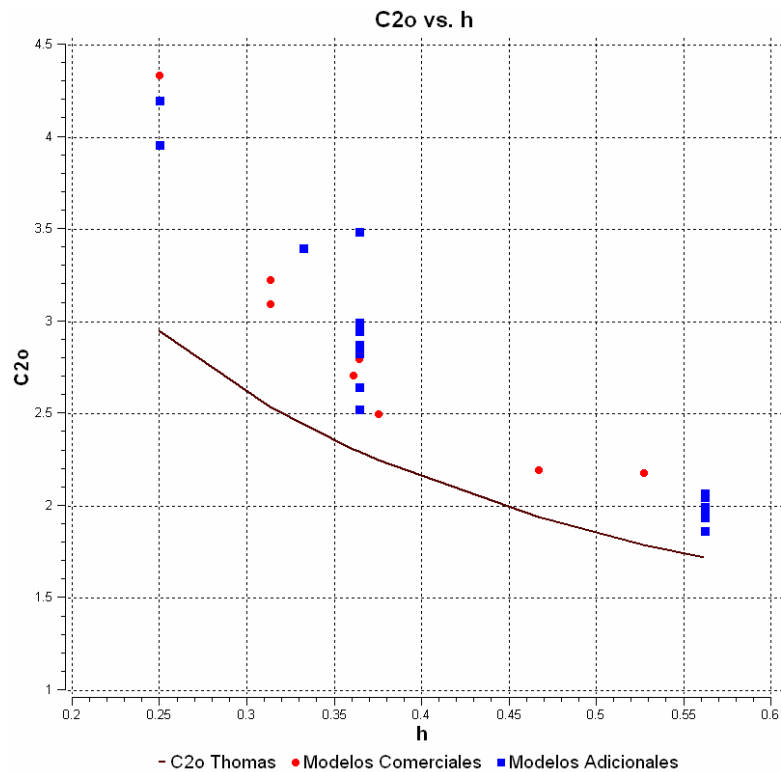
Sobre la superficie externa una región de altos esfuerzos se encuentra sobre los puntos de máximos esfuerzos en la superficie interna, para modelos de codos más esbeltos la región de altos esfuerzos en la superficie externa reduce su tamaño y da lugar a una distribución más uniforme de la magnitud de los esfuerzos. Pequeñas concentraciones de esfuerzo se presentan alrededor de la unión, al disminuir el diámetro del trunnion la importancia de estas concentraciones disminuyen.



**Fig. 5. 27 Ubicación de los máximos esfuerzos para momentos fuera del plano aplicados a codos.**  
a) Indicaciones para la ubicación espacial, b)Esfuerzos en la superficie externa, c)Esfuerzos sobre la superficie interna

Se compararán el índice de esfuerzo calculado por la simulación con el índice de esfuerzos para un codo simple sometido a momentos fuera del plano corregido por el factor de Thomas.

A diferencia de los índices de esfuerzos para momentos dentro del plano estos puntos no siguen la misma tendencia que los índices para codos simples, sin embargo se verifica en los modelos comerciales una tendencia clara que muestra una divergencia de los factores para codos simples a medida que la flexibilidad característica disminuye (Fig. 5.28), y parecen converger con su aumento. A través de la comparación de los modelos adicionales y los comerciales salta a la vista que los parámetros del trunnion tienen a incrementar de manera sensible el factor de los índices.



**Fig. 5. 28 Índice de esfuerzos fuera del plano para momentos aplicados al codo vs. flexibilidad característica del codo.**

**Tabla 5. 9 Comparación de índices de esfuerzos fuera del plano para momentos aplicados al codo contra el índices de esfuerzos para codos simples.**

<b>Modelo</b>	<b>C<sub>2o</sub> Simulación</b>	<b>C<sub>2o</sub> Thomas</b>	<b>Error (%)</b>
1	2,50	2,25	11,04
2	1,87	1,72	8,88
3	1,87	1,72	8,88
4	2,71	2,31	17,33
5	2,18	1,79	21,62
6	3,10	2,54	22,14
7	3,23	2,54	27,26
8	2,20	1,94	13,13
9	4,34	2,95	47,36
10	2,80	2,30	21,90
11*	1,94	1,72	12,96
12*	2,05	1,72	19,36
13*	1,94	1,72	12,96
14*	2,00	1,72	16,45
15*	2,07	1,72	20,52
16*	1,99	1,72	15,87
17*	1,87	1,72	8,88
18*	1,95	1,72	13,54
19*	3,49	2,30	51,94
20*	3,00	2,30	30,61
21*	2,65	2,30	15,37
22*	2,98	2,30	29,74
23*	2,88	2,30	25,39
24*	2,83	2,30	23,21
25*	3,40	2,44	39,45
26*	4,20	<b>2,95</b>	42,60
27*	2,95	<b>2,30</b>	28,43
28*	3,96	<b>2,95</b>	34,45
29*	2,53	<b>2,30</b>	10,15

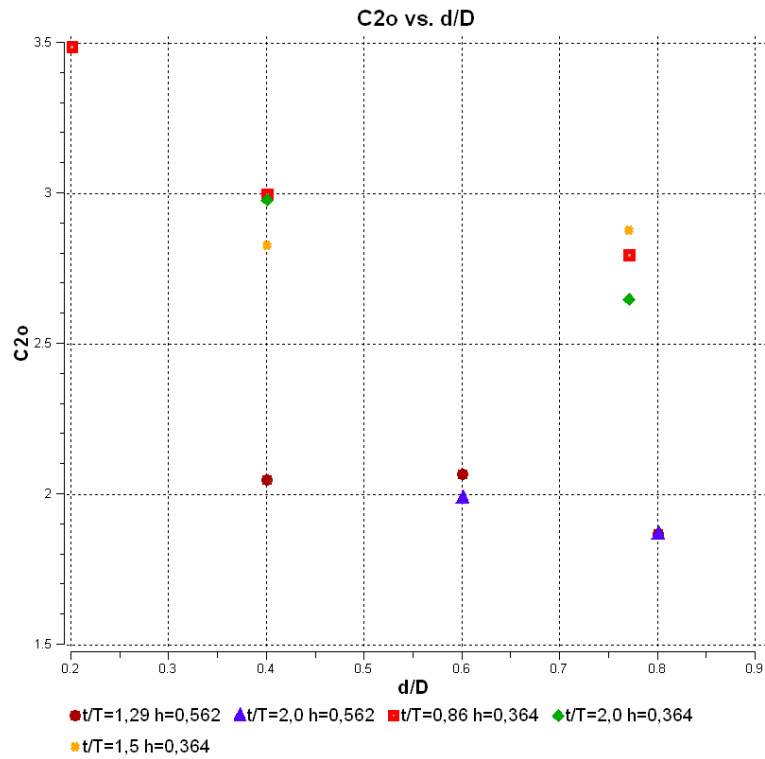


Fig. 5. 29 Índice de esfuerzos fuera del plano para momentos aplicados al codo vs. relación d/D

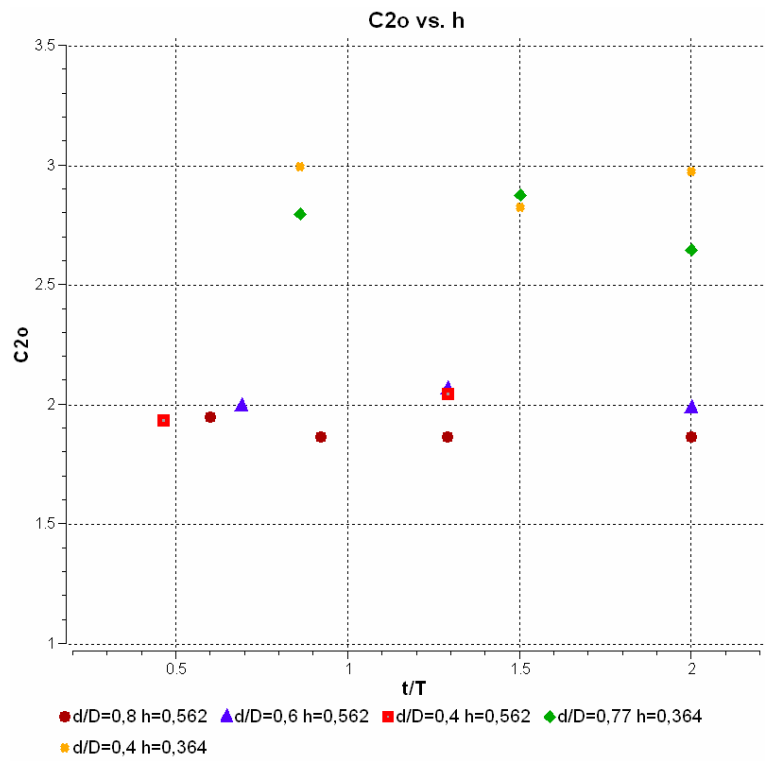


Fig. 5. 30 Índice de esfuerzos fuera del plano para momentos aplicados al codo vs. relación t/T

En las figuras 5.29 y 5.30 se observa que la variación de los parámetros del trunnion no representa una variación significativa en la magnitud de los índices de esfuerzo. Adicionalmente ninguna tendencia clara puede ser identificada, por lo que no pueden sacarse conclusiones sobre la influencia del trunnion en la magnitud del máximo esfuerzo. De igual forma de los factores de flexibilidad para momentos fuera del plano los resultados pueden variar si se cambia el extremo cargado.

Siendo éste caso de carga desde el punto de vista fenomenológico similar al caso de momentos aplicados dentro del plano es igualmente complejo y requiere estudios más profundos.

### ***Momento dentro del plano aplicado en el trunnion***

Se comparan en la tabla 5.10 los factores de intensificación de esfuerzos calculados a través de la aplicación del método de Kellogg y los obtenidos en el presente estudio. Los valores identificados con dos asteriscos indican que en éste modelo el máximo esfuerzo se encuentra sobre el trunnion.

Éste caso de carga puede ser visto como una viga empotrada a una base flexible, por lo tanto el fenómeno puede ser caracterizado por las características de la viga y la flexibilidad de la base. La distribución de esfuerzos obtenida es común a todos los modelos, elevaciones de esfuerzos en el trunnion y en el codo son observadas en las vecindades de la unión entre los elementos, sin embargo la ubicación del esfuerzo máximo varía entre la zona de altos esfuerzos del trunnion y la zona de altos esfuerzos en el codo.

La variación en la ubicación del esfuerzo máximo se debe a la variación en la rigidez relativa del trunnion y el codo, a medida que el codo es menos rígido el efecto de la carga aplicada en el trunnion se incrementa y se evidencia en términos de deformación y magnitud de los esfuerzos, se observa en general que sólo en modelos donde el diámetro y espesor del trunnion son pequeños el esfuerzo máximo se encuentra sobre él mismo.

**Tabla 5. 10 Comparación de los factores de intensificación de esfuerzos dentro del plano para momentos aplicados al trunnion calculado contra la estimación del método Kellogg.**

<b>Modelo</b>	<b><math>i_{iT}</math> Simulación</b>	<b><math>i_{iT}</math> Kellogg</b>	<b>error (%)</b>
1	1,56	1	56,00
2	1,29	1	29,00
3	1,22	1	22,00
4	1,13	1	13,00
5	1,12**	1	12,00
6	1,09**	1	9,00
7	1,53	1	53,00
8	1,12**	1	12,00
9	1,29	1	29,00
10	1,19	1	19,00
11*	1,06**	1	6,00
12*	1,06**	1	6,00
13*	1,16**	1	16,00
14*	1,13**	1	13,00
15*	1,17	1	17,00
16*	1,32	1	32,00
17*	1,59	1	59,00
18*	1,14**	1	14,00
19*	1,02**	1	2,00
20*	1,10**	1	10,00
21*	1,80	1	80,00
22*	1,11	1	11,00
23*	1,51	1	51,00
24*	1,04**	1	4,00
25*	1,10**	1	10,00
26*	1,26	1	26,00
27*	1,21	1	21,00
28*	1,17**	1	17,00
29*	1,10**	1	10,00

Adicionalmente se observa que el cambio en la ubicación de los esfuerzos es un proceso gradual, existen una serie de modelos en los que se observó esfuerzos de magnitudes similares en ambas zonas de concentración, estos modelos precisamente corresponden a características de trunnion intermedias (Fig. 5.31).

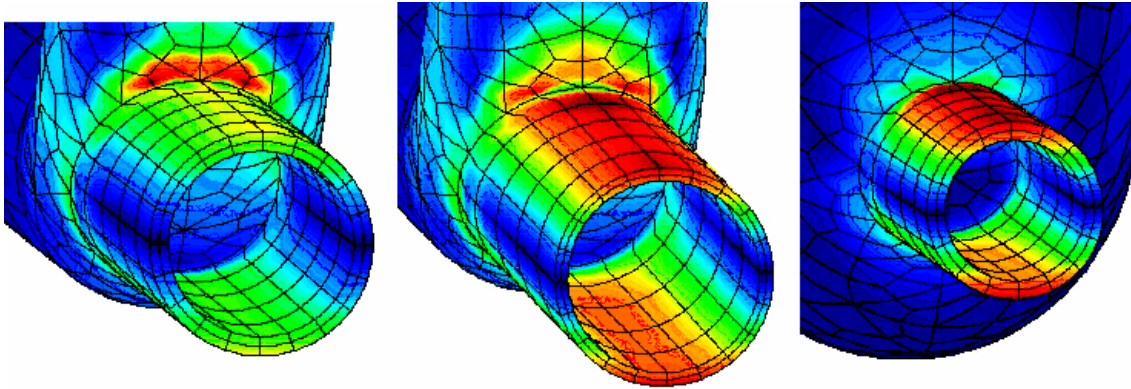


Fig. 5.31 Variación de la distribución de esfuerzos por momentos dentro del plano aplicados al trunnion con la variación de las características del trunnion.

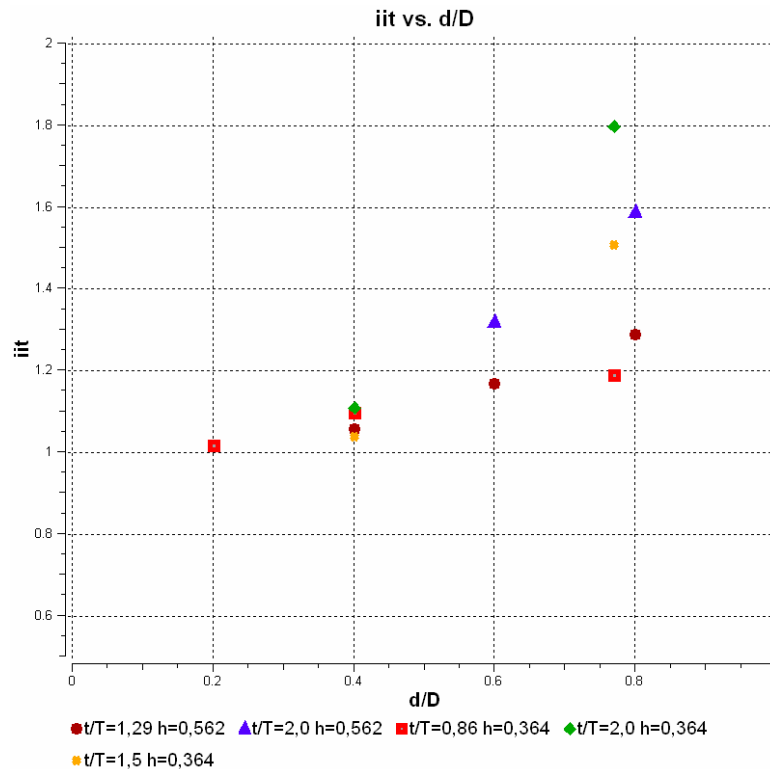
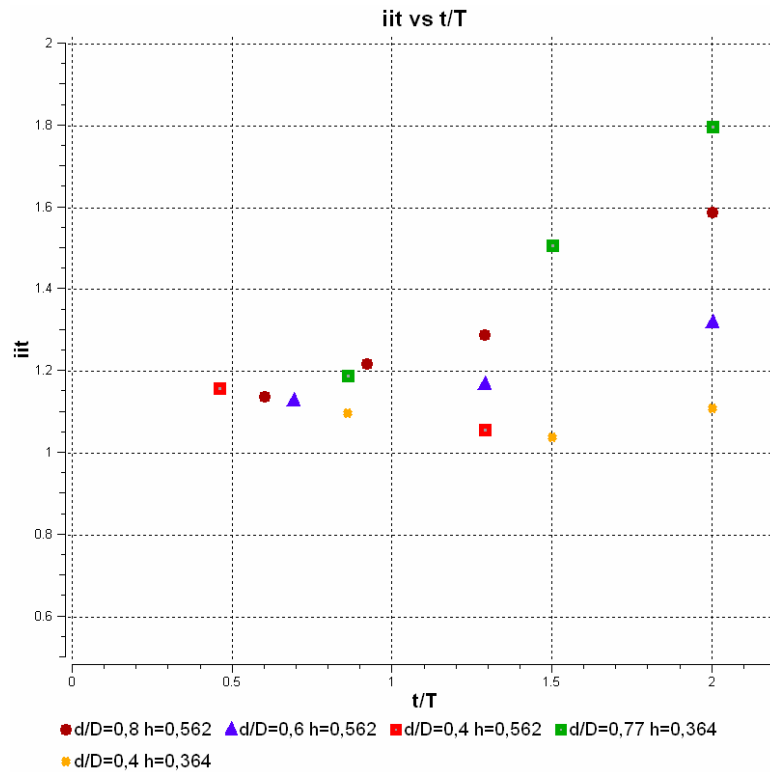


Fig. 5.32 Factor de intensificación de esfuerzos dentro del plano para momentos aplicados al trunnion vs. relación  $d/D$



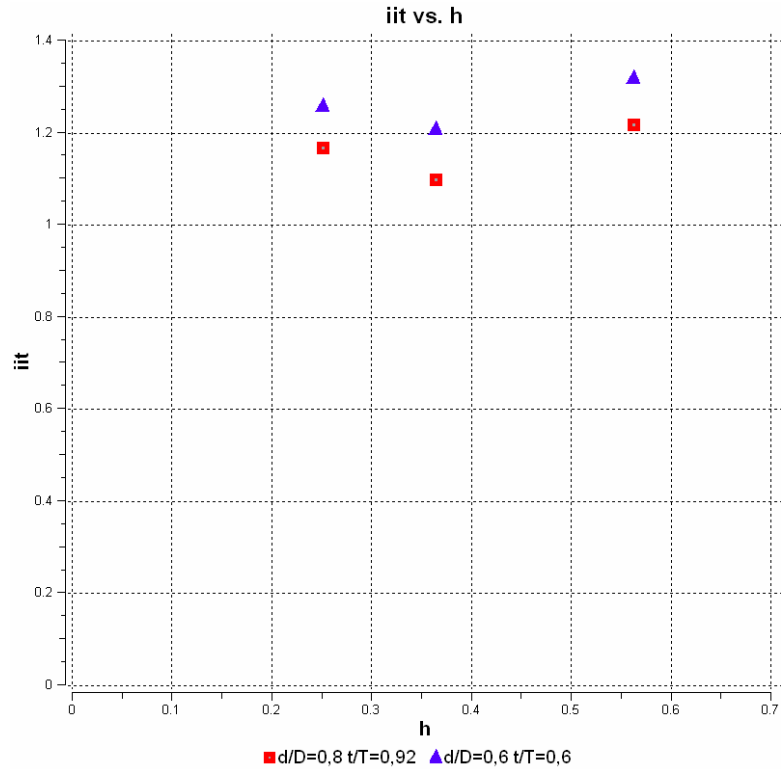
**Fig. 5.33 Factor de intensificación de esfuerzos dentro del plano para momentos aplicados al trunnion vs. relación t/T**

Las figuras 5.32 y 5.33 muestran el comportamiento de la magnitud de los factores de esfuerzos con la variación de los parámetros del trunnion. Con respecto a la variación del diámetro del trunnion se observa claramente que el factor de intensificación de esfuerzos crece con el crecimiento del mismo, se observa adicionalmente que a medida que el diámetro disminuye el factor tiende a la unidad. En forma general la tasa de crecimiento del factor con la relación d/D parece ser función del espesor del trunnion y la flexibilidad del codo.

En cuanto a el comportamiento del factor con respecto a la variación del espesor del trunnion se identifican dos comportamientos distintos, para modelos de relación d/D mayores a 0,6 el factor de intensificación de esfuerzos aumenta con el incremento del espesor, para los modelos con relación d/D igual a 0,4 no se identifica una tendencia clara, sin embargo el valor del factor permanece acotado entre 1,05 y 1,16, se observa adicionalmente que sin importar el diámetro del trunnion a medida



que éste disminuye su espesor el factor de intensificación de esfuerzos tiende a 1,15. La tasa de crecimiento del factor parece ser una función de la flexibilidad del codo y el diámetro del trunnion.



**Fig. 5.34 Factor de intensificación de esfuerzos dentro del plano para momentos aplicados al trunnion vs. flexibilidad característica del codo.**

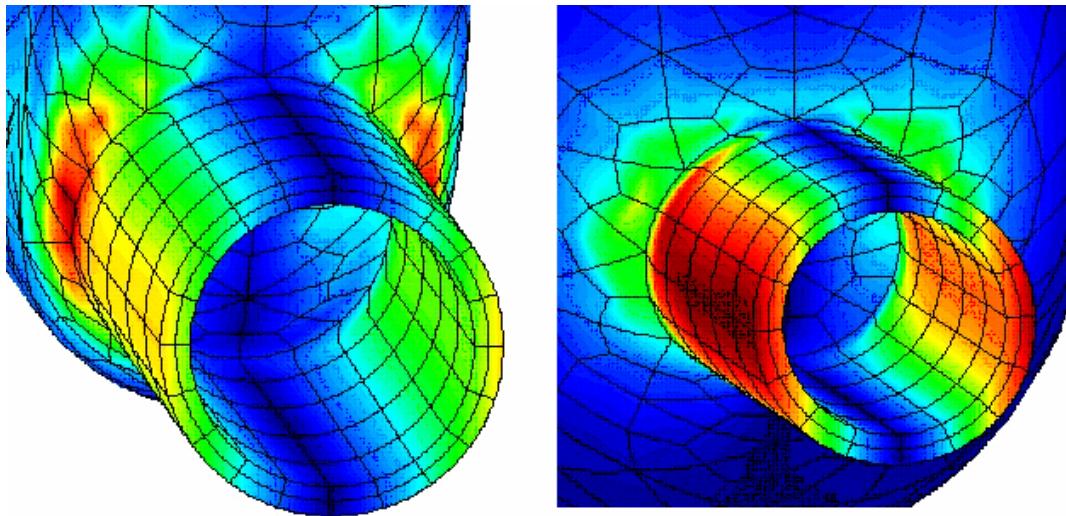
En la fig. 5.34 se observa el comportamiento de los factores de intensificación con la variación de la flexibilidad característica del codo, se observa que la variación de éste parámetro no implica cambios significativos en el factor dentro del rango estudiado, además de no presentar una tendencia clara.

Finalmente de la tabla 5.10 puede constatarse que la aplicación del método de Kellogg desprecia los efectos de las características geométricas del problema asumiendo un valor igual a la unidad para cualquier caso, los resultados de las simulaciones por MEC indican que los valores del factor de intensificación de esfuerzos se acercan a la unidad a medida que el diámetro y espesor del trunnion disminuyen, casos en los que el problema se asemeja más al de una viga empotrada,

pero de forma general el despreciar éstos efectos genera una subestimación de los esfuerzos presentes en el componente.

### ***Momento fuera del plano aplicado en el trunnion***

Se presentan en la tabla 5.11 los valores de factores de intensificación de esfuerzos producto de las simulaciones y los calculados por la aplicación del método de Kellogg, los modelos identificados con un doble asterisco (\*\*\*) corresponden a los modelos donde el esfuerzo máximo se encuentra sobre el trunnion.

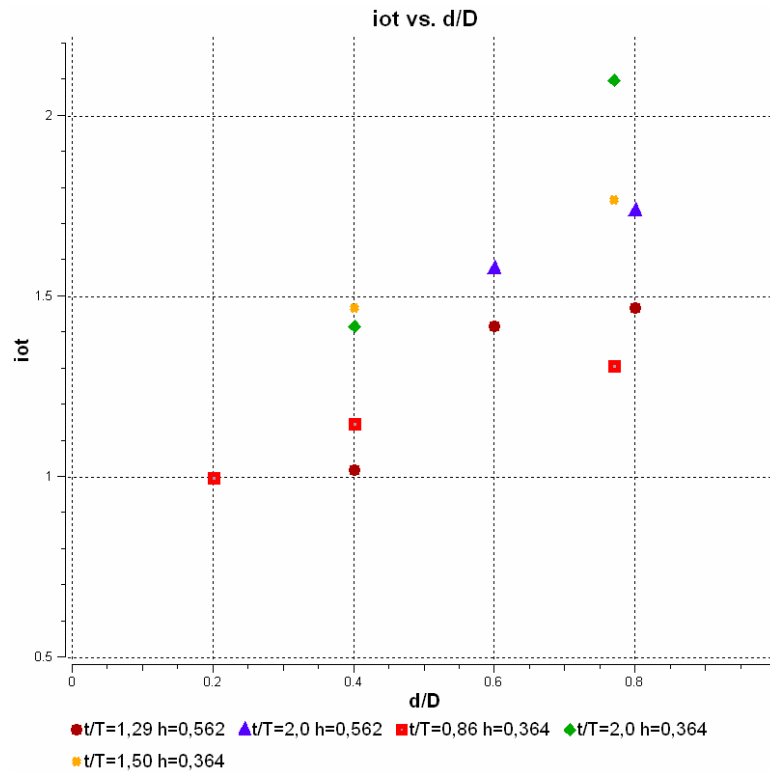


**Fig. 5. 35 Distribución de esfuerzos por momentos fuera del plano aplicados al trunnion para distintas características del trunnion**

La distribución de esfuerzos bajo éste tipo de carga presentó en la mayoría de los modelos una concentración de esfuerzos a los lados del trunnion justo en la unión con el codo, para algunos modelos, caracterizados por pequeños diámetros y espesores del trunnion, el máximo esfuerzo se ubicó sobre el trunnion, véase fig. 5.35. Al igual que en el caso de momentos aplicados dentro el plano esto se debe al cambio en la flexibilidad relativa entre el codo y el trunnion.

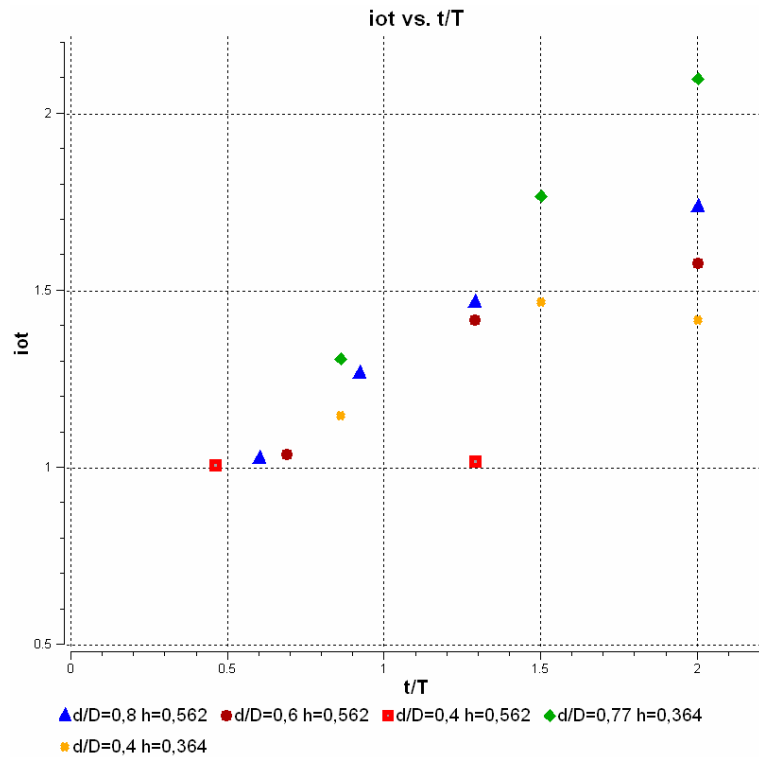
**Tabla 5. 11 Comparación de los factores de intensificación de esfuerzos fuera del plano para momentos aplicados al trunnion calculado contra la estimación del método Kellogg.**

<b>Modelo</b>	<b><math>i_{oT}</math> Simulación</b>	<b><math>i_{oT}</math> Kellogg</b>	<b>Error (%)</b>
1	1,72	2,25	23,56
2	1,47	2,25	34,67
3	1,27	2,25	43,56
4	1,38	2,25	38,67
5	1,06**	2,25	52,89
6	1,25	2,25	44,44
7	1,66	2,25	26,22
8	1,24	2,25	44,89
9	1,06**	2,25	52,89
10	1,31	2,25	41,78
11*	1,00**	2,25	55,56
12*	1,02**	2,25	54,67
13*	1,01**	2,25	55,11
14*	1,04**	2,25	53,78
15*	1,42	2,25	36,89
16*	1,58	2,25	29,78
17*	1,74	2,25	22,67
18*	1,03**	2,25	54,22
19*	1,00**	2,25	55,56
20*	1,15	2,25	48,89
21*	2,10	2,25	6,67
22*	1,42	2,25	36,89
23*	1,77	2,25	21,33
24*	1,47	2,25	34,67
25*	1,18	2,25	47,56
26*	2,27	2,25	0,89
27*	2,05	2,25	8,89
28*	1,23	2,25	45,33
29*	1,26	2,25	44,00



**Fig. 5. 36 Factor de intensificación de esfuerzos fuera del plano para momentos aplicados al trunnion vs. la relación d/D**

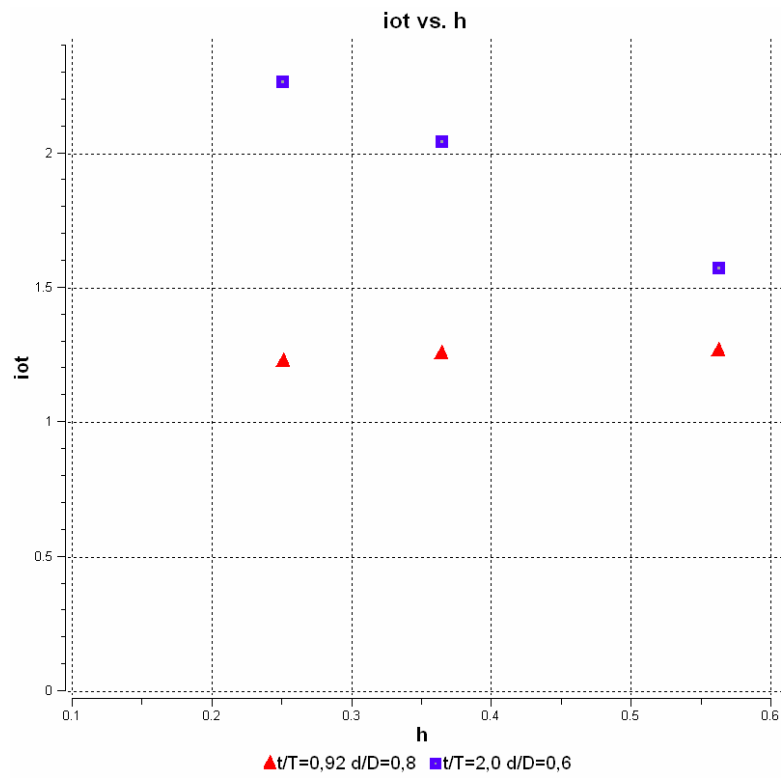
En la fig. 5.36 se observa que el factor de intensificación de esfuerzos aumenta con el incremento del diámetro del trunnion, a una tasa que parece ser dependiente de la flexibilidad del codo y el espesor del trunnion. Por su parte en la fig 5.37 se observa que el factor de intensificación también aumenta con el incremento del espesor, sin embargo para un codo de  $h=0,562$  y  $d/D=0,4$  el valor del factor permanece constante. A medida que la relación  $t/T$  se acerca a 0,5 los valores del factor de intensificación tienden a la unidad, adicionalmente se observa que la tasa de crecimiento del factor se incrementa con un aumento en el diámetro del trunnion.



**Fig. 5. 37 Factor de intensificación de esfuerzos fuera del plano para momentos aplicados al trunnion vs. la relación  $t/T$**

El comportamiento del factor con la variación de la flexibilidad característica del trunnion no muestra un comportamiento claro, sin embargo la magnitud de su influencia parece ser significativa y dependiente de los parámetros del trunnion. (Fig. 5.38)

El método Kellogg presenta para cualquier modelo un valor invariante de 2,25 para el factor de intensificación de esfuerzos, se observa en los modelos estudiados que al despreciar los efectos de las características geométricas del problema se pueden estar introduciendo grandes errores, en éstos caso de sobreestimación de esfuerzos, sin embargo los resultados presentados por Hankinson et al. indican que para codos muy flexibles la ecuación de Kellogg puede llegar a subestimar los esfuerzos obtenidos por momentos fuera del plano aplicados a codos (Hankinson et al., 1987).



**Fig. 5. 38 Factor de intensificación de esfuerzos fuera del plano para momentos aplicados al trunnion vs. flexibilidad característica.**

## CAPITULO VI

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### Conclusiones

- El programa BIE3DH presenta problemas al analizarse elementos de sección circular de relaciones diámetro-espesor altas. Concretamente para modelos de codos el programa presenta un colapso de la sección transversal para modelos de relación diámetro espesor mayores a 23.
- La forma del colapso numérico de la sección transversal en modelos de codos esbeltos es independiente de la carga aplicada.
- La forma del colapso numérico de la sección transversal en modelos de codos es función del número de elementos del modelo.
- El factor de flexibilidad calculado para modelos de codos dentro de un rango de  $D/t$  entre 10 y 23, resultó ser alrededor de un 25% menor al factor de flexibilidad corregido en un 14,5% por la unión a codos, según las observaciones de Thomas. (Thomas, 1981).
- Las simulaciones mostraron un buen ajuste con respecto a los índices de esfuerzos para momentos aplicados dentro y fuera del plano con las curvas de índices de esfuerzos corregidas con los porcentajes propuestos por Thomas para cada caso de carga. (Thomas, 1981).
- Pequeños incrementos en los errores porcentuales son observados en codos de baja esbeltez con respecto a las ecuaciones teóricas debido a que las mismas parten de simplificaciones inherentes a cuerpos de pared delgada.
- Es posible simular de manera adecuada codos de tubería de relación diámetro-espesor inferior a 23, con un número relativamente bajo de elementos de superficie utilizando el M.E.C.

### **Comportamiento de codos unidos a trunnion**

- El uso de la correlación de Lewis y Chao (Diehl, 2002) para el cálculo de factor de flexibilidad muestra un buen ajuste a los factores calculados para momentos aplicados dentro del plano, para momentos fuera del plano, sin embargo, el error relativo encontrado es mayor, alcanzando hasta un 32%.
- Los factores de flexibilidad calculados son mucho menores a todas las aproximaciones utilizadas en prácticas de ingeniería. El mejor ajuste es presentado por la curva de un codo simple unido a dos bridas.
- El espesor del trunnion no afecta significativamente el valor del factor de flexibilidad para momentos aplicados dentro del plano.
- El factor de flexibilidad para momentos aplicados dentro del plano presenta una tendencia lineal con respecto a la variación del diámetro del trunnion.
- La variación de las características del trunnion tiene una baja influencia en el factor de flexibilidad para momentos aplicados fuera del plano.
- La presencia del trunnion no afecta drásticamente la ubicación del máximo esfuerzo para el caso de momentos dentro del plano aplicados en el codo. Sin embargo al disminuir el diámetro del trunnion el máximo esfuerzo se desplaza hacia el extremo cargado.
- Para los modelos comerciales estudiados el índice de esfuerzos secundario para momentos dentro del plano aplicados en el codo es muy similar a los índices de esfuerzos para un codo simple.
- Para momentos dentro del plano aplicados en el codo la variación de las características del trunnion no presentan tendencias claras en la variación del índice de esfuerzos.
- Para momentos fuera del plano aplicados en el codo, la distribución de esfuerzos es simétrica con respecto al eje de simetría geométrica. La ubicación del máximo esfuerzo es similar al de un codo simple.



- Para momentos fuera del plano aplicados en el codo, la variación de las características del trunnion no presentan una tendencia clara en la variación de los índices de esfuerzos y su influencia es relativamente pequeña.
- La variación de los índices de esfuerzo con respecto a la flexibilidad característica para momentos fuera del plano aplicados al codo, presentaron una tendencia que diverge de los índices para codos simples a medida que los modelos se hacen más flexibles.
- La distribución de esfuerzos para momentos dentro del plano aplicados en el trunnion, se caracteriza por altos esfuerzos en las vecindades de la unión entre el codo y el trunnion. La ubicación del máximo esfuerzo depende de la rigidez relativa entre el codo y el trunnion, si el trunnion es mucho más rígido que el codo el máximo esfuerzo se encontrará en el codo, de lo contrario se encontrará sobre el trunnion.
- Para momentos dentro del plano aplicados al trunnion el incremento del diámetro genera un aumento en los factores de esfuerzos, con su disminución el factor de intensificación de esfuerzos tiende a la unidad.
- Para momentos dentro del plano aplicados al trunnion, el incremento del espesor del mismo genera incrementos en los factores de esfuerzos, siempre que el diámetro del modelo sea mayor a 0,4. Con la disminución del espesor el factor de intensificación de esfuerzos tiende a la unidad.
- La variación de la flexibilidad característica no presenta mayores efectos sobre la magnitud de los factores de intensificación de esfuerzos, para momentos dentro del plano aplicados al trunnion.
- El método de Kellogg ignora la influencia de las características del trunnion en el caso de carga de momentos dentro del plano aplicado al trunnion, por lo que subestima el valor del factor de intensificación de esfuerzos.
- La distribución de esfuerzos para momentos fuera del plano aplicados al trunnion, presenta regiones de altos esfuerzos justo en la unión entre el codo y el trunnion. El máximo esfuerzo se encuentra en la unión cuando las

características del codo son altas, si por el contrario sus dimensiones son pequeñas el máximo esfuerzo se encuentra en el trunnion.

- El factor de intensificación de esfuerzos se incrementa con el incremento del diámetro y del espesor del trunnion, para momentos fuera del plano aplicados al trunnion. A medida que ambos parámetros disminuyen el factor tiende a la unidad.

## **Recomendaciones**

- Hacer un estudio del programa BIE3DH para optimizar los procesos de cálculo y estudiar si es posible analizar modelos de más de 900 elementos.
- Utilizar programas más recientes que hayan incorporado mejoras al método utilizado para simular tuberías curvas esbeltas y observar su comportamiento con el fin de investigar el origen del colapso numérico presentado por el programa.
- Proponer correlaciones a partir de las tendencias observadas para los diversos casos de carga.
- Simular momentos fuera del plano aplicados al codo para sistemas codo trunnion en el extremo opuesto al simulado.
- Incrementar el número de cálculos para realizar un estudio paramétrico del problema.
- Estudiar el comportamiento del sistema codo-trunnion para cargas axiales aplicadas al trunnion.
- Llevar a cabo estudios de sistemas codo-trunnion donde sea simulado el cordón de soldadura.
- Programar subrutinas para el acoplamiento entre los programas BIE3DH y GID 8.0®

## BIBLIOGRAFÍA

American Society of Mechanical Engineers (2000). *ASME B31.3 Process Piping*. New York, ASME. 346 p.

American Society of Mechanical Engineers (2004). *ASME Code Section VIII Division 2. Alternative Rules for Pressure Vessels*. New York, ASME.

Arias, F (2006) *El proyecto de Investigación. Introducción a la metodología científica*. 5ª ed.. Caracas: Episteme.143p.

Avent, R. (1981). *Development of Stress Indices for Eccentric Reducers*. Pressure Vessel & Piping, L . 83-91.

Beltran , F. (1999). *Ideas generales sobre el método de elementos de contorno*. [Libro en línea]. Dpto. de Mecánica Estructural y Construcciones Industriales, E.T.S. Ingenieros Industriales de Madrid.  
[http://spade.camino.upm.es/rep/0607/MEC\\_001.pdf](http://spade.camino.upm.es/rep/0607/MEC_001.pdf). [Consulta: 2006, Julio 24]

Brebia C. (1978). *The boundary element Method for Engineers*, New York, Wiley & Sons. 188p.

Breen, J. (2006). *Difference between SIF, SCF and KI*. [Mensaje: 8]. Dirigido a [www.coade.com/cig-local](http://www.coade.com/cig-local).

Breen, J. (2006). *Trunnions and Duckfoots*. [Mensaje: 2]. Dirigido a [www.coade.com/cig-local](http://www.coade.com/cig-local).

COADE Engineering Software. (2003) *Caesar II User's Guide*. Houston.

Beer, G. y Watson J. (1994). *Introduction to Finite and Boundary Element Methods for Engineers*, New York. Wiley & Sons. 510 p.

Diehl, D. (2002). *The bend flexibility factor*. Mechanical Engineering News [Revista en línea]. Disponible en <http://www.coade.com/>. [Consulta 2006, octubre 30].

Diehl, D. (2006). *Difference between SIF, SCF, and KI*. [Mensaje 9]. Dirigido a [www.coade.com/cgi-local](http://www.coade.com/cgi-local).

Finlay, J. y otros (1952). *Effective stress factors for reinforced butt-welded branch outlets subjected to internal pressure or external moment loads*, Pressure Vessel & Piping. (80): 311-331.

Internacional Center for Numerical Methods in Engineering CIMNE (2006). *GID user's manual*. Barcelona. España.

Goncalves, R. (2004). *Análisis de esfuerzos en sistemas de tubería*, Caracas, Universidad Simón Bolívar. 120 p.

Hankinson, R., Budlong, L. y Albano L. (1987). *Stress indices for piping elbows with trunnion attachments for moment and axial loads*. Pressure Vessel & Piping. CXXIX: 43-49.

Hankinson R. y Weiler R. (1991). *A review, discusión, and comparison of circular trunnion attachments to piping*. Pressure Vessel & Piping. CCXVIII: 19-22.

Inelectra S.A.C.A. (2003) *Manual de flexibilidad y soportería*. 3ª ed. Caracas.

Insausti, D. y Corales A. (2005). *Análisis y modelado de los esfuerzos a los que se encuentra sometido el cemento de revestimiento de una sección de un pozo petrolero mediante la utilización de un programa computacional basado en el método de elementos de contorno*. Trabajo especial de grado. Inédito. Universidad Central de Venezuela, Caracas.

Markl, A. (1952). *Fatigue Tests of Piping Components*. Pressure Vessel & Piping Desing Collected Papers. ASME.

Markl, A. (1952). *Fatigue Test of Welding Elbows and Comparable Double Mitre Bends*, Pressure Vessel & Piping Collected Papers. ASME.

Markl, A. (1952). *Piping-Flexibility Analysis*, Pressure Vessel & Piping Collected Papers. ASME.

Markl, A y George, H.. (1952). *Fatigue Test on Flanged Assemblies*, Pressure Vessel & Piping Collected Papers. ASME.

Moore, S. y Rodabaugh E. (1981). *Background for the ASME Nuclear Code simplified method for bounding primary loads in piping systems*. Pressure Vessel & Piping. L: 143-163.

Nayyar, M. (2000). *Piping Handobook*, 7ª ed. New York, Mcgraw Hill.

Nichols, R. (1987). *Pressure Vessel Codes and Standards*, New York, Elsevier Applied Science Co. INC.

Popov, E. (2000). *Mecánica de sólidos*, 2ª ed. México. Pearson Educación. 864 p.

Roarty D. y Strauch P. (1991). *Experimental stress intensification factors for small branch connections*. Pressure Vessel & Piping. CCXVIII: 3-7.

Rodabaugh E. y Schneider R. (1981). *Stress Indices and Stress Intensification Factors of Pressure Vessel and Piping Components*. Pressure Vessel & Piping. L: 3-6.

Sampieri, R. y otros. (2003). *Metodología de la investigación*, México. McGrawHill.

The M.W. Kellogg Company. (1956). *Desing of Piping Systems*, 2<sup>a</sup> ed., New York, Wiley & Sons. 358p.

Thomas, K. (1981). *Stiffening effects on thin-walled piping elbowson adjacent piping and nozzle constrains*. Pressure Vessel & Piping, L : 93-104.

U.C.V. Facultad de Ingeniería. Comisión de Bibliotecas (2005). *Instructivo para la presentación de Tesis de Pregrado, Postgrado, Doctorado y Trabajos de Asenso*. Caracas.

United States Energy Department. (2005). *Background of SIFs and Stress Indices for Moment Loadings of Piping Components*. Wasington D.C.

Wahl, A. (1952). *Stresses and Reactions in Expansion Pipe Bends*, Pressure Vessel & Piping Collected Papers. ASME.

Weighell, A. (2002). *Trunnions and Duckfoots*. [Mensaje 1]. Dirigido a [www.coade.com/cgi-local](http://www.coade.com/cgi-local)

Welding Research Council. (1965). *Bulletin WRC 107. Local stresses in spherical and cylindrical shells due to external loadings*. New York, ASME.

## APENDICE

### Simulación de codos unidos a trunnions en el programa CAESAR II®

El Procedimiento detallado para la simulación de codos soportados por trunnions en un modelo de un sistema de tuberías utilizando el programa CAESAR II® se encuentra de forma detallada en el *CAESAR User's Guide* (2003) de la compañía COADE, en el presente apéndice se muestran de forma resumida los procedimientos indicados en dicho instructivo.

Según éste instructivo existen tres métodos para incluir el trunnion en los modelos, éstos son:

- Método *Near/Far Point*
- Método *On Curvature*
- Método *Offset Element*

De forma general COADE (2003) recomienda que el elemento que sigue al codo de tubería debe corresponder al tramo de tubería aguas abajo del codo, el elemento del trunnion debe colocarse después de éste último y no seguido del codo.

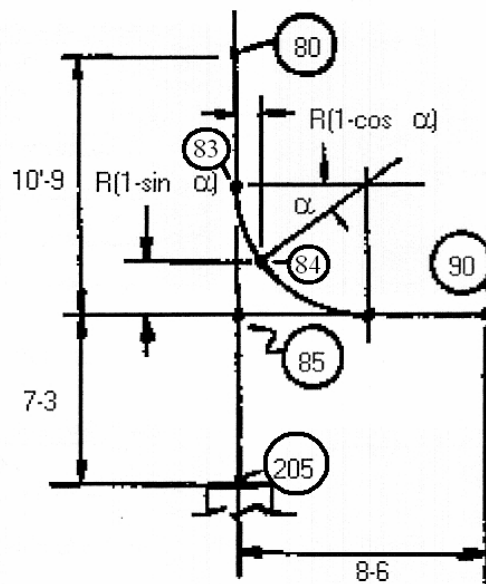
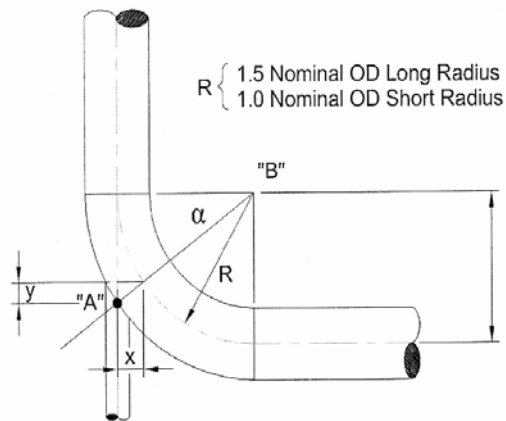


Fig. A-1. Geometría del sistema codo trunnion. (COADE, 2003)

En la figura A-1 se muestran la distribución de nodos comunes para simular un sistema codo trunnion por cualquiera de los tres métodos antes mencionados, por lo que la diferencia fundamental entre los tres es la forma de conectar el nodo 85 al sistema.

Para crear la configuración mostrada en la figura simplemente se crea un elemento del nodo 80 al nodo 85 con la distancia requerida definiendo el elemento como un codo o *bend*, en el cuadro de las características del codo debe definirse el ángulo  $\alpha$  definido en la imagen A-2.



$$\begin{aligned} \bar{AB} &= \text{Nominal } R + \frac{1}{2} \text{ Actual OD} \\ \cos \alpha &= \frac{R}{|\bar{AB}|} \\ x &= R (1 - \cos \alpha) \\ y &= R \tan \alpha (1 - \cos \alpha) \end{aligned}$$

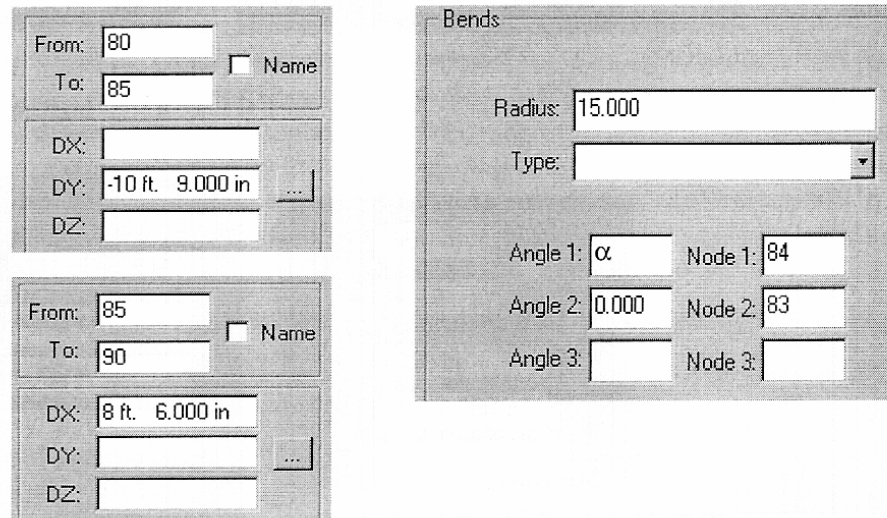
**Fig. A-2. Definición de del ángulo  $\alpha$  y las distancias “x” y “y”. (COADE, 2003)**

Seguidamente debe crearse otro elemento del nodo 85 al 90 correspondiente al tramo de tubería horizontal. Finalmente la generación del último elemento es la diferencia entre los tres métodos mencionados, sin embargo éste elemento debe tener para los tres casos las siguientes características:

- Debe estar alineado con el tramo vertical de tubería
- Deben colocarse las restricciones que apliquen al caso en el nodo 205.

La fig. A-3 muestra las ventanas involucradas en éste proceso.





**Fig. A-3. Pasos preliminares (COADE, 2003)**

Se describen a continuación cada uno de los métodos antes mencionados:

### **Método Near/Far Point**

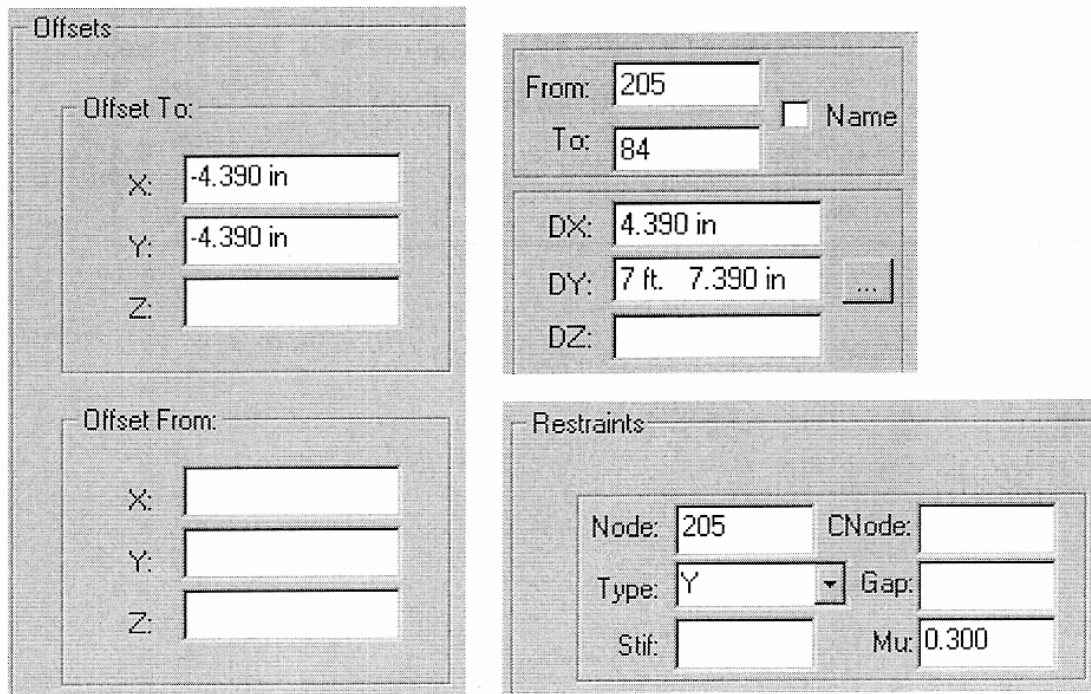
Éste método consiste básicamente en unir el nodo 205 con el nodo 83, al hacer esto se logra asegurar que el trunnion se encuentre en el mismo eje que el tramo vertical, sin embargo el punto de acción del trunnion se encuentra sobre el nodo 83 y no sobre la curvatura del codo, sin embargo es el método más rápido y sencillo de implementar.

### **Método On Curvature**

Éste método consiste en unir el elemento 205 con el elemento 84, al hacer esto se asegura que la acción del trunnion se encuentre sobre la curvatura del codo sin embargo el mismo no actúa alineado con el eje del tramo vertical de tubería, éste método es también de fácil y rápida implementación.

## Método Offset Element

En éste método se une el nodo 205 al nodo 84 definiendo un Offset correspondientes a las distancias “x” y “y” definidas en la fig. A-2. Éste método asegura que el trunnion se encuentre alineado con el tramo vertical de tubería y que además actúe en la curvatura del mismo, sin embargo el procedimiento es más largo. En la fig. A-4 se muestran las ventanas involucradas.



**Fig A-4. Método del Offset Element**

Una vez modelado el trunnion deben introducirse los factores de intensificación de esfuerzos y flexibilidad, para esto debe activarse en el menú de opciones del programa la posibilidad de modificar los mismos. En el elemento donde fue definido el codo (del nodo 80 al 85) deben colocarse los valores de  $i_{iC}$  y  $i_{oC}$  así como los de  $k_i$  y  $k_o$  en la ventana de SIF's en su respectiva casilla. En el elemento donde se encuentra la restricción (donde se ubica el nodo 205), deben asignarse los valores de  $i_{iT}$  y  $i_{oT}$ , en la ventana SIF's en su casilla correspondiente.

De ésta forma se está considerando formalmente el efecto del trunnion soldado al codo en el análisis del sistema de tuberías.