

## **TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

### **EFEECTO DE LAS PROPIEDADES DE MEZCLA EN EL GRADIENTE DE PRESIÓN DE FLUJO DE GAS Y LÍQUIDO EN TUBERÍAS HORIZONTALES**

PRFESOR GUÍA: **Prof. FRANCISCO GARCÍA**

Presentado ante la Ilustre  
Universidad Central de Venezuela  
por el **Br. Haoulo Mubayed, Mahmoud**  
para optar al Título de Ingeniero Mecánico

Caracas 2004

Caracas, abril de 2004

Los abajo firmantes, miembros del Jurado por el consejo de la Escuela de Ingeniería Mecánica, para el evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por el Bachiller Haoulo Mubayed, Mahmoud, Titulado:

**“EFECTO DE LAS PROPIEDADES DE MEZCLA EN EL GRADIENTE DE PRESIÓN DE FLUJO DE GAS Y LÍQUIDO EN TUBERÍAS HORIZONTALES”**

Consideran que el mismo cumple con los exigidos por el plan de estudio conducente al Título de Ingeniero Mecánico.



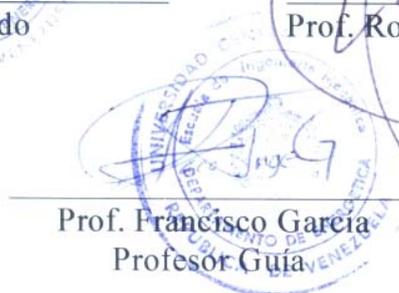
UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA  
Escuela de Ingeniería Mecánica  
REPUBLICA DE VENEZUELA

Prof. Cristóbal Quevedo  
Jurado



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA  
Escuela de Ingeniería Mecánica  
REPUBLICA DE VENEZUELA

Prof. Rodolfo Berrios  
Jurado



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA  
Escuela de Ingeniería Mecánica  
REPUBLICA DE VENEZUELA

Prof. Francisco Garcia  
Profesor Guía

## **DEDICATORIA**

*A mis Padres, a mis hermanos*

## **AGRADECIMIENTO**

*A Dios el Altísimo, por haber culminado mi trabajo especial de grado.*

*A Venezuela, el país que me dio la oportunidad de estudiar en sus Ilustres Instituciones*

*A la Universidad Central de Venezuela y en particular a la Escuela de Ingeniería Mecánica, quien me ilumina el camino hacia la vida profesional.*

*Especialmente al Profesor Francisco García, por su excelente supervisión, información y ayuda necesaria para realizar este trabajo.*

*Al CDCH-UCV Proyecto N° 08.15.5195.2003 por apoyar la realización del presente trabajo.*

*A todos mis profesores, amigos y compañeros.*

Haoulo Mubayed, Mahmoud

## **Efecto de las Propiedades de Mezcla en el Gradiente de Presión de Flujo de Gas y Líquido en Tuberías Horizontales**

**Profesor Guía:** Francisco García. Trabajo especial de grado. Caracas, UCV Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Mecánica, 2004, 140 Pág.

**Palabras Claves:** Viscosidad de Mezcla, Densidad de Mezcla, Modelo Homogéneo, Flujo Bifásico, Gradiente de Presión

### **RESUMEN**

El conocer el gradiente de presión en flujo de gas y de líquido en tuberías, es necesario para el diseño de equipos que operan con flujo bifásico. El flujo bifásico es encontrado frecuentemente en la industria petrolera, química y nuclear entre otras. La solución rigurosa de las ecuaciones de conservación para un flujo de dos fases es muy compleja, debido al gran número de variables de flujo asociadas con ambas fases y también por la complicada naturaleza del flujo. Sin embargo, se han desarrollado modelos de flujos bifásicos que son independientes del patrón de flujo existente. Una de las características de estos modelos es que ignoran la compleja configuración del flujo y tratan a éste como un fluido pseudo homogéneo cuya velocidad y propiedades físicas son un promedio entre ambas fases. El objetivo del presente trabajo es evaluar el efecto de las propiedades de mezcla en el modelo homogéneo en la predicción del gradiente de presión longitudinal en tuberías horizontales para un amplio intervalo de velocidades superficiales de gas y de líquido. Se evalúan por separado un conjunto de modelos presentados en la literatura para determinar la viscosidad y la densidad de mezcla y luego la combinación de dichos modelos para un amplio rango de operación. En general se observa un marcado efecto de la viscosidad de mezcla y de la densidad de mezcla en los gradientes de presión debido a la fricción y a los cambios de energía cinética, respectivamente.

# ÍNDICE DE CONTENIDO

<b>DEDICATORIA.....</b>	<b>III</b>
<b>AGRADECIMIENTO.....</b>	<b>IV</b>
<b>RESUMEN.....</b>	<b>V</b>
<b>ÍNDICE DE CONTENIDO .....</b>	<b>VI</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS.....</b>	<b>VIII</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS.....</b>	<b>X</b>
<b>NOMENCLATURA Y SÍMBOLOS.....</b>	<b>XI</b>
<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO I. PROBLEMA EN ESTUDIO.....</b>	<b>4</b>
1. 1 ASPECTOS FUNDAMENTALES DE FLUJO BIFÁSICO .....	4
1. 2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	9
1. 3 OBJETIVOS Y ALCANCES .....	11
1. 3. 1 <i>OBJETIVOS GENERAL Y ESPECÍFICOS</i> .....	11
1. 3. 2 <i>ALCANCES</i> .....	12
<b>CAPÍTULO II. PROPIEDADES DE LA MEZCLA: VISCOSIDAD Y DENSIDAD.....</b>	<b>13</b>
2. 1 VISCOSIDAD DE MEZCLA: ANTECEDENTES .....	13
2. 2 DENSIDAD DE MEZCLA: ANTECEDENTES .....	19
<b>CAPÍTULO III: MODELO MATEMÁTICO.....</b>	<b>22</b>
3. 1 MODELO DE WALLIS (1969).....	22
3. 2 DESARROLLO DE LOS TÉRMINOS DEL MODELO PSEUDO HOMOGÉNEO .....	23
3. 2. 1 <i>TÉRMINO DE FRICCIÓN EN EL GRADIENTE DE PRESIÓN</i> .....	23
3. 2. 2 <i>TÉRMINO DE ACELERACIÓN EN EL GRADIENTE DE PRESIÓN</i> .....	25
3. 3 DESARROLLO DEL TÉRMINO DIFERENCIAL PARA LOS DIFERENTES MODELOS DE DENSIDAD DE MEZCLA.....	26
3. 4 ALGORITMO Y RUTINA DE CÁLCULO DEL GRADIENTE DE PRESIÓN .....	30
<b>CAPÍTULO IV. RESULTADOS .....</b>	<b>33</b>
4. 1 BASE DE DATOS EXPERIMENTALES .....	33
4. 2 ESTUDIO COMPARATIVO DE LAS PROPIEDADES DE LA MEZCLA .....	34
4. 2. 1 <i>ESTUDIO DE LAS ECUACIONES DE LA VISCOSIDAD DE MEZCLA</i> .....	36
4. 2. 2 <i>COMPARACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE LAS ECUACIONES DE LA VISCOSIDAD DE MEZCLA</i> .....	54
4. 2. 3 <i>ESTUDIO DE LAS ECUACIONES DE LA DENSIDAD DE MEZCLA</i> .....	66
4. 2. 4 <i>COMPARACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE LAS ECUACIONES DE LA DENSIDAD DE MEZCLA</i> .....	70
4. 3 EFECTO DE LA VISCOSIDAD DEL LÍQUIDO EN EL GRADIENTE DE PRESIÓN TOTAL .....	74
4. 4 TÉRMINO DE ACELERACIÓN EN EL GRADIENTE DE PRESIÓN TOTAL .....	91
4. 5 EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DEL MODELO HOMOGÉNEO PARA DIFERENTES COMBINACIONES DE VISCOSIDAD Y DENSIDAD DE MEZCLA .....	97
<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>113</b>

<b>RECOMENDACIONES</b> .....	<b>117</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>118</b>
<b>APÉNDICE I</b> .....	<b>123</b>
I. 1 CATEGORÍAS DE LA VISCOSIDAD DE MEZCLA PARA DIFERENTES VALORES DE LA $U_{SL}$ .....	123
I. 2 GRÁFICAS DEL COMPORTAMIENTO DE LOS MODELOS DE LA DENSIDAD DE MEZCLA PARA DIFERENTES VALORES DE LA $U_{SL}$ .....	137

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura (1): Algunas variedades del flujo Multifásico	4
Figura ( 2 ): Áreas de sección transversal de una tubería ocupadas por el gas y el líquido,	5
Figura ( 3 ): Deslizamiento y retraso del líquido	6
Figura ( 4 ): Patrones de flujo en tuberías horizontales	8
Figura ( 5 ): Flujo bifásico homogéneo en tuberías	24
Figura ( 6 ): Flujo grama para la determinación de las propiedades de mezcla y el gradiente de presión	32
Figura ( 7 ): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Arrhenius (1887)	37
Figura ( 8 ): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Bingham (1906)	38
Figura ( 9 ): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Einstein (1909-1911)	39
Figura (10): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Hatschek (1928)	40
Figura (11): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Taylor (1932)	41
Figura (12): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Richardson (1933)	42
Figura (13): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de McAdams <i>et al.</i> (1942)	43
Figura (14): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Vermueulen (1955)	44
Figura (15): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Hoogendoorn (1959)	45
Figura (16): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Cicchitti <i>et al.</i> (1960)	46
Figura (17): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla usada por Bankoff (1960)	47
Figura (18): Comportamiento de la ecuación de la viscosidad de mezcla de Dukler <i>et al.</i> (1964)	48
Figura (19): Comportamiento de la correlación de viscosidad de mezcla de Cengel (1967)	49
Figura (20): Comportamiento de la correlación de viscosidad de mezcla de Soot (1971)	50
Figura (21): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Oliemans (1976)	51
Figura (22): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Leviton y Leighton	52
Figura (23): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla usada por Beattie y Whalley (1982)	53
Figura (24): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla usada por Fourar y Bories (1994)	54
Figura (25): Gráfico comparativo de la ViscM para $U_{SL} = 0.0001$ m/s, categoría 1	56
Figura (26): Gráfico comparativo de la ViscM para $U_{SL} = 0.1$ m/s, categoría 1	57
Figura (27): Gráfico comparativo de la ViscM para $U_{SL} = 10$ m/s, categoría 1	58
Figura (28): Gráfico comparativo de la ViscM para $U_{SL} = 0.0001$ m/s, categoría 2	59
Figura (29): Gráfico comparativo de la ViscM para $U_{SL} = 0.001$ m/s, categoría 2	60
Figura (30): Gráfico comparativo de la ViscM para $U_{SL} = 1$ m/s, categoría 2	60
Figura (31): Gráfico comparativo de la ViscM para $U_{SL} = 0.0001$ m/s, categoría 3	61
Figura (32): Gráfico comparativo de la ViscM para $U_{SL} = 0.01$ m/s, categoría 3	62
Figura (33): Gráfico comparativo de la ViscM para $U_{SL} = 1$ m/s, categoría 3	63
Figura (34): Gráfico comparativo de la ViscM para $U_{SL} = 0.0001$ m/s, categoría 4	64
Figura (35): Gráfico comparativo de la ViscM para $U_{SL} = 0.01$ m/s, categoría 4	65
Figura (36): Gráfico comparativo de la ViscM para $U_{SL} = 1$ m/s, categoría 4	65
Figura (37): Comportamiento de la ecuación de la densidad de mezcla usada por Dukler <i>et al.</i> (1964)	67
Figura (38): Comportamiento de la ecuación de la densidad de mezcla usada por Oliemans (1976)	68
Figura (39): Comportamiento de la ecuación de la densidad de mezcla usada por Beattie y Whalley (1982)	69
Figura (40): Comportamiento de la ecuación de la densidad de mezcla usada por Ouyang (1998)	70
Figura (41): Gráfico comparativo de las correlaciones de la densidad de mezcla, $U_{SL} = 0.0001$ m/s	71
Figura (42): Gráfico comparativo de las correlaciones de la densidad de mezcla, $U_{SL} = 0.01$ m/s	72
Figura (43): Gráfico comparativo de las correlaciones de la densidad de mezcla, $U_{SL} = 10$ m/s	73
Figura (44): Gradiente de presión total a diferentes ViscL para una $U_{SL} = 0.0001$ m/s (modelo Einstein-d1)	77
Figura (45): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una $U_{SL} = 0.0001$ m/s y una $U_{SG} < 1$ m/s (modelo Einstein-d1)	77
Figura (46): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una $U_{SL} = 0.01$ m/s (modelo Einstein-d1)	78
Figura (47): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una $U_{SL} = 0.01$ m/s y una $U_{SG} < 1$ m/s (modelo Einstein-d1)	79
Figura (48): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una $U_{SL} = 1$ m/s (modelo Einstein-d1)	80

Figura (49): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes $ViscL$ para una $U_{SL} = 1\text{m/s}$ y una $U_{SG} < 1\text{ m/s}$ (modelo Einstein-d1)	80
Figura (50): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes $ViscL$ para una $U_{SL} = 0.0001\text{m/s}$ (modelo Dukler-d1)	83
Figura (51): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes $ViscL$ para una $U_{SL} = 0.0001\text{m/s}$ y una $U_{SG} < 10\text{ m/s}$ (modelo Dukler-d1)	83
Figura (52): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes $ViscL$ para una $U_{SL} = 0.01\text{m/s}$ (modelo Dukler-d1)	84
Figura (53): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes $ViscL$ para una $U_{SL} = 0.01\text{m/s}$ y una $U_{SG} < 10\text{ m/s}$ (modelo Dukler-d1)	85
Figura (54) comportamiento del gradiente de presión total a diferentes $ViscL$ para una $U_{SL} = 1\text{m/s}$ (modelo Dukler-d1)	86
Figura (55): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes $ViscL$ para una $U_{SL} = 1\text{m/s}$ y una $U_{SG} < 10\text{ m/s}$ (modelo Dukler-d1)	86
Figura (56): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes $ViscL$ para una $U_{SL} = 0.0001\text{m/s}$ (modelo McAdams-d1)	88
Figura (57): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes $ViscL$ para una $U_{SL} = 0.0001\text{m/s}$ y una $U_{SG} < 1\text{ m/s}$ (modelo McAdams-d1)	88
Figura (58): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes $ViscL$ para una $U_{SL} = 0.01\text{m/s}$ y una $U_{SG} < 1\text{ m/s}$ (modelo McAdams-d1)	89
Figura (59): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes $ViscL$ para una $U_{SL} = 1\text{m/s}$ y una $U_{SG} < 1\text{ m/s}$ (modelo Arrhenius-d1)	90
Figura (60): $U_{SL} = 0.0001\text{m/s}$ , $ViscM$ , primera categoría	124
Figura (61): $U_{SL} = 0.001\text{m/s}$ $ViscM$ , primera categoría	124
Figura (62): $U_{SL} = 0.01\text{m/s}$ $ViscM$ , primera categoría	125
Figura (63): $U_{SL} = 0.1\text{m/s}$ $ViscM$ , primera categoría	125
Figura (64): $U_{SL} = 1\text{m/s}$ $ViscM$ , primera categoría	126
Figura (65): $U_{SL} = 10\text{ m/s}$ $ViscM$ , primera categoría	126
Figura (66): $U_{SL} = 0.0001\text{m/s}$ $ViscM$ , segunda categoría	127
Figura (67): $U_{SL} = 0.001\text{m/s}$ $ViscM$ , segunda categoría	128
Figura (68): $U_{SL} = 0.01\text{m/s}$ $ViscM$ , segunda categoría	128
Figura (69): $U_{SL} = 0.1\text{m/s}$ $ViscM$ , segunda categoría	129
Figura (70): $U_{SL} = 1\text{m/s}$ $ViscM$ , segunda categoría	129
Figura (71): $U_{SL} = 10\text{ m/s}$ $ViscM$ , segunda categoría	130
Figura (72): $U_{SL} = 0.0001\text{m/s}$ $ViscM$ , tercera categoría	131
Figura (73): $U_{SL} = 0.001\text{m/s}$ $ViscM$ , tercera categoría	131
Figura (74): $U_{SL} = 0.01\text{m/s}$ $ViscM$ , tercera categoría	132
Figura (75): $U_{SL} = 0.1\text{m/s}$ $ViscM$ , tercera categoría	132
Figura (76): $U_{SL} = 1\text{ m/s}$ $ViscM$ , tercera categoría	133
Figura (77): $U_{SL} = 10\text{ m/s}$ $ViscM$ , tercera categoría	133
Figura (78): $U_{SL} = 0.0001\text{m/s}$ $ViscM$ , cuarta categoría	134
Figura (79): $U_{SL} = 0.001\text{m/s}$ $ViscM$ , cuarta categoría	135
Figura (80): $U_{SL} = 0.01\text{m/s}$ $ViscM$ , cuarta categoría	135
Figura (81): $U_{SL} = 0.1\text{m/s}$ $ViscM$ , cuarta categoría	136
Figura (82): $U_{SL} = 1\text{m/s}$ $ViscM$ , cuarta categoría	136
Figura (83): $U_{SL} = 10\text{ m/s}$ $ViscM$ , cuarta categoría	137
Figura (84): $U_{SL} = 0.0001\text{m/s}$ DenM	138
Figura (85): $U_{SL} = 0.001\text{m/s}$ DenM	138
Figura (86): $U_{SL} = 0.01\text{m/s}$ DenM	139
Figura (87): $U_{SL} = 0.1\text{m/s}$ DenM	139
Figura (88): $U_{SL} = 1\text{m/s}$ DenM	140
Figura (89): $U_{SL} = 10\text{ m/s}$ DenM	140

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla (1): Asignación para las correlaciones de la densidad de mezcla .....	31
Tabla (2): Resumen de los datos experimentales de Johnson <i>et al.</i> (1952), Johnson (1955) y Reid <i>et al.</i> (1957) .....	33
Tabla (3): Parámetros adimensionales de la correlación de Eaton <i>et al.</i> (1967).....	36
Tabla (4): modelos del primer grupo .....	75
Tabla (5): Diferencia entre los valores del gradiente de presión evaluado a diferentes ViscL primer grupo ...	76
Tabla (6): modelos del segundo grupo .....	81
Tabla (7): Diferencia entre los valores del gradiente de presión evaluado a diferentes ViscL segundo grupo	82
Tabla (8): modelos del tercer grupo .....	87
Tabla (9): Diferencia entre los valores del gradiente de presión evaluado a diferentes ViscL tercer grupo.....	87
Tabla (10): Porcentaje del término de aceleración en el gradiente de presión total usando el modelo de DenM de Dukler et al. (1964) .....	92
Tabla (11): Porcentaje del término de aceleración en el gradiente de presión Total usando el modelo de DenM de Oliemans (1976).....	93
Tabla (12): Porcentaje del término de aceleración en el gradiente de presión total usando el modelo de DenM de Beattie y Whalley (1982) .....	94
Tabla (13): Porcentaje del término de aceleración en el gradiente de presión total usando el modelo de DenM de usado por Ouyang (1998).....	95
Tabla (14): Los mayores porcentajes del término de aceleración en el gradiente de presión usando las condiciones de la data de base experimental.....	97
Tabla (15): El factor de desempeño para todos los puntos de la base de datos experimentales, para los patrones de flujo presentes.....	101
Tabla (16): El factor de desempeño para de los puntos de la base de datos experimentales, que presentan patrones de flujo Tapón (SL) .....	103
Tabla (17): El factor de desempeño para de los puntos de la base de datos experimentales, que presentan patrones de flujo Anular (AN) .....	105
Tabla (18): El factor de desempeño para de los puntos de la base de datos experimentales, que presentan patrones de flujo burbuja dispersa (DB) .....	107
Tabla (19): El factor de desempeño para de los puntos de la base de datos experimentales, que presentan patrones de flujo estratificado ondulado (SW).....	109

## Nomenclatura y Símbolos

$A$ :	área
$D$ :	diámetro
$e$ :	error
$E$ :	parámetros estadísticos
$f$ :	factor de fricción
$g$ :	gravedad
$G$ :	rata de flujo de masa total por unidad de área
$H_L$ :	fracción volumétrica de líquido con deslizamiento
$k$ :	factor de ajuste, coeficiente de Taylor (1932)
$K$ :	relación de las fracciones volumétricas de líquido con y sin deslizamiento, parámetro de ajuste
$m$ :	rata de flujo de masa
$M$ :	peso molecular
$n$ :	número de datos, constante ecuación (41)
$nn$ :	fracción del término de aceleración en el gradiente de presión total
$N_D$ :	diámetro adimensional
$N_L$ :	viscosidad adimensional de líquido
$N_{USG}$ :	velocidad superficial adimensional de gas
$N_{USL}$ :	velocidad superficial adimensional de líquido
$N_\rho$ :	relación de densidades
$p$ :	presión
$P$ :	perímetro
$Q$ :	rata de flujo de volumen
$r$ :	error relativo
$\bar{R}$ :	constante universal de los gases
$T$ :	temperatura
$U$ :	velocidad
$v$ :	volumen específico
$V$ :	valor
$x$ :	calidad
$z$ :	eje coordenado, número de Eaton <i>et al.</i> (1967).

## SÍMBOLOS GRIEGOS

- $\alpha$  : fracción de vacío, ángulo de contacto con la pared  
 $\alpha_p$  : fracción volumétrica de las partículas  
 $\beta$  : función ecuación (30), diferencia de las fracciones volumétricas de líquido con y sin deslizamiento  
 $\varepsilon$  : rugosidad absoluta  
 $\Phi$  : fracción volumétrica ocupada por la fase A  
 $\lambda_L$  : fracción volumétrica de líquido sin deslizamiento  
 $\mu$  : viscosidad dinámica  
 $\theta$  : ángulo de inclinación  
 $\rho$  : densidad  
 $\tau$  : esfuerzo cortante

## SUBÍNDICES:

- atm* : atmosférica  
*A* : aceleración, líquido "A"  
*B* : líquido "B"  
*cal* : calculado  
*cont* : continua  
*dis* : dispersa  
*exp* : experimental  
*f* : Fanning  
*F* : fricción  
*G* : gas, gravedad  
*L* : líquido  
*max* : máximo  
*min* : mínimo  
*M* : mezcla, Moody  
*SG* : superficial de gas  
*SL* : superficial de líquido  
*T* : total  
*TP* : bifásico  
*W* : pared

ABREVIACIONES:

*AN* : flujo anular

*DB* : flujo burbuja dispersa

*DenG* : densidad del Gas

*DenL* : densidad del líquido

*FP* : patrón de flujo

*PF* : factor de desempeño

*SL* : flujo intermitente

*SS* : flujo estratificado liso

*ST* : flujo estratificado

*SW* : flujo estratificado ondulado

*ViscG* : viscosidad del gas

*ViscL* : viscosidad del líquido

*ViscM* : viscosidad del mezcla

# INTRODUCCIÓN

El conocer el gradiente de presión, la fracción volumétrica de líquido con deslizamiento “liquid holdup” y el patrón de flujo existente durante el flujo de gas y de líquido en tuberías, es necesario para el diseño de equipos que operan con flujo bifásico. La necesidad de contar con diseños confiables en estos equipos ha sido, durante los últimos 30 años, lo que ha motivado el gran esfuerzo de investigación, especialmente para flujo de gas y de líquido.

El estudio del flujo simultáneo de gas y de líquido a través de un conducto, es una de las combinaciones de flujo bifásico más complejas que existen. Esto se debe principalmente a la gran variedad de configuraciones relacionadas con la distribución espacial de ambas fases en la tubería y a que la fase gaseosa es compresible. Estas configuraciones espaciales se conocen como patrones de flujo.

El flujo bifásico es encontrado frecuentemente en la industria petrolera, química, nuclear, en plantas termoeléctricas, etc. En la industria petrolera, el flujo de dos fases a lo largo del sistema de producción puede ser cualquier combinación de una fase de gas natural, una fase líquida de hidrocarburo y una fase de agua, con características únicas que crean complicaciones que no se encuentran en otras industrias. El reto asociado en investigación y desarrollo en la industria petrolera es optimizar el diseño de los diferentes componentes del sistema de producción para reducir de manera significativa los costos asociados a la construcción y operación de los mismos.

La tecnología asociada a los sistemas de producción con pozos horizontales y los costos asociados a la instalación y operación de líneas de transporte de crudo, representan un reto para la investigación y desarrollo de nuevas tecnologías en la industria petrolera venezolana.

La solución rigurosa de las ecuaciones de conservación para flujo de dos fases es muy compleja, debido al gran número de variables de flujo asociadas con ambas fases y también por la complicada naturaleza del flujo. Sin embargo, se han desarrollado modelos de flujo bifásico que son independientes del patrón de flujo existente. Una de las

características de estos modelos es que ignoran la compleja configuración del flujo y tratan a éste como un fluido pseudo homogéneo.

Entre estos modelos se encuentran el denominado modelo de flujo homogéneo, el modelo de flujo separado y los modelos de correlación. En el modelo de flujo homogéneo se trata a la mezcla de las dos fases como una pseudo fase de fluido cuya velocidad y propiedades físicas son un promedio entre ambas fases (Wallis, 1969). En el modelo de flujo separado cada fase es analizada por separado y considera que cada una de las fases puede tener velocidades y propiedades físicas diferentes. Uno de los modelos de flujo separado más conocidos es el desarrollado por Lockhart y Martinelli (1949). Los modelos de correlación se fundamentan en generar relaciones funcionales de datos experimentales en función de grupos adimensionales que controlen los mecanismos físicos del fenómeno en estudio (Reid *et al.*, 1957; Hoogendoorn, 1959; Ros, 1961; Dukler *et al.*, 1964; Eaton *et al.*, 1967; Beggs y Brill, 1973; Oliemans, 1976; Hart *et al.*, 1989; García *et al.*, 2003).

Aunque el modelo homogéneo no considera la distribución espacial de las fases, en este modelo se aplican las herramientas desarrolladas para flujo monofásico a una pseudo fase homogénea cuya velocidad y propiedades físicas son un promedio entre ambas fases. Las soluciones obtenidas a través de este tipo de modelos requieren esfuerzos numéricos menores y son ampliamente utilizados en los simuladores de yacimiento. Sin embargo, el efecto de las propiedades de mezcla en este modelo no está claramente establecido. Resultados reportados por García *et al.* (2003) muestran diferencias significativas en la predicción del gradiente de presión entre modelos homogéneos cuya única diferencia es la forma de evaluar la viscosidad de mezcla. Por ejemplo, los modelos de McAdams *et al.* (1942) y de Cicchitti *et al.*, (1960), presentan errores porcentuales absolutos promedios de 38% y 275%, respectivamente, al comparar los valores de gradiente de presión calculados con los experimentales.

Evaluar el efecto de las propiedades de mezcla en el modelo homogéneo en la predicción del gradiente de presión longitudinal en tuberías horizontales para un amplio intervalo de operación, es de interés en el área de flujo bifásico. En tal sentido, en el capítulo I, se presentan los aspectos fundamentales de flujo bifásico, el planteamiento del problema, los objetivos y alcances del presente estudio.

En el capítulo II se desarrollan las propiedades de la mezcla, específicamente la viscosidad y la densidad. Este capítulo contiene los resultados de una amplia revisión bibliográfica que incluyen los principales modelos de la literatura especializada para evaluar las propiedades de mezcla de flujo bifásico.

El modelo pseudo homogéneo para evaluar el gradiente de presión longitudinal de flujo bifásico isotérmico unidimensional en régimen permanente se presenta en el capítulo III. Este capítulo incluye el desarrollo detallado de los términos del gradiente de presión debido a la fricción y a los cambios de energía cinética o aceleración. Adicionalmente, se presenta el algoritmo de cálculo implantado.

Los resultados del problema en estudio se muestran en el capítulo IV y se dividen en cinco puntos que incluyen: una base de datos experimentales procesada, el estudio comparativo de las propiedades de la mezcla, el efecto de la viscosidad del líquido en el gradiente de presión total, la evaluación del término debido a la aceleración y la evaluación del desempeño del modelo homogéneo frente a una base de datos experimentales reportada en la literatura especializadas.

# CAPÍTULO I. PROBLEMA EN ESTUDIO

## 1. 1 ASPECTOS FUNDAMENTALES DE FLUJO BIFÁSICO

Cuando se encuentra dos o más fases diferentes o dos o más líquidos inmiscibles, en un flujo, este flujo se denomina flujo multifásico. La combinación entre las diferentes fases existentes, genera una gran variedad de flujos multifásicos, por ejemplo, fase gaseosa con líquida, gas-líquido A – líquido B y partículas sólidas en un flujo de gas o de líquido (ver la Figura (1)). El problema en estudio se trata de flujo bifásico (gas-líquido).

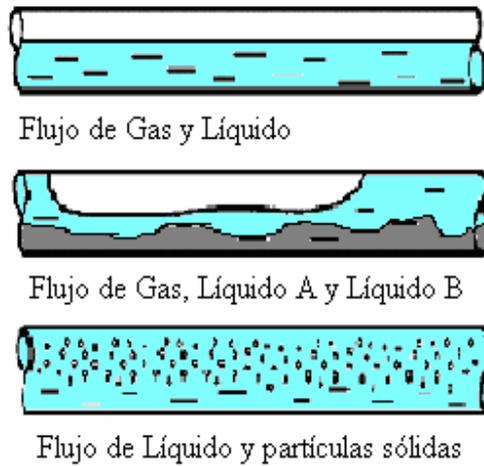


Figura (1): Algunas variedades del flujo Multifásico

El flujo bifásico es encontrado frecuentemente en la industria petrolera, química y nuclear. Para el estudio de este tipo de flujo se han establecido términos especiales. A continuación se hace referencia a las variables más utilizadas en este trabajo:

- Rata de flujo de masa  $\dot{m}_{total}$  [M/T]:

$$\dot{m}_{total} = \dot{m}_L + \dot{m}_G \quad (1)$$

donde  $\dot{m}_L$  y  $\dot{m}_G$  son las ratas de flujo de masa de líquido y gas, respectivamente.

- Rata de flujo de volumen de mezcla  $Q_M$  [L<sup>3</sup>/T]:

$$Q_M = Q_L + Q_G \quad (2)$$

donde  $Q_L$  y  $Q_G$  son las ratas de flujo volumen de líquido y gas, respectivamente.

- Velocidad de la fase líquida  $U_L$  [L/T]:

$$U_L = \frac{Q_L}{A_L} \quad (3)$$

- Velocidad de la fase gaseosa  $U_G$  [L/T]:

$$U_G = \frac{Q_G}{A_G} \quad (4)$$

donde  $A_L$  y  $A_G$  son los áreas ocupadas por el líquido y el gas, respectivamente.

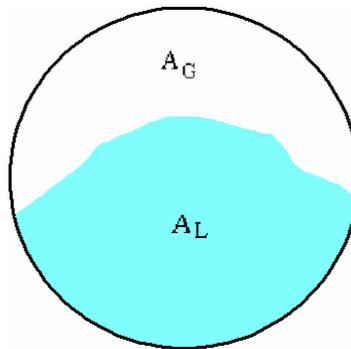


Figura ( 2 ): Áreas de sección transversal de una tubería ocupadas por el gas y el líquido,

- Velocidad de mezcla de las fases  $U_M$  [L/ T]:

$$U_M = U_{SL} + U_{SG} \quad (5)$$

donde  $U_{SL} = \frac{Q_L}{A}$  es la velocidad superficial del líquido y  $U_{SG} = \frac{Q_G}{A}$  es la velocidad superficial del gas.

- Fracción volumétrica de líquido con deslizamiento  $H_L$ :

Se define como la fracción de un elemento de volumen ocupado por la fase líquida, cuando existe deslizamiento entre las fases,

$$H_L = \frac{A_L}{A} \quad (6)$$

donde  $A$  es el área transversal de la tubería, y  $A_L$  es el área ocupada por el líquido

- Fracción volumétrica de líquido sin deslizamiento  $\lambda_L$ :

Es la fracción volumétrica ocupada por la fase líquida cuando no hay deslizamiento entre las fases. Esto ocurre cuando ambas fases fluyen a la misma velocidad.

$$\lambda_L = \frac{A_L}{A} = \frac{\left( \frac{Q_L}{U_L} \right)}{\left( \frac{Q_L}{U_L} + \frac{Q_G}{U_G} \right)} = \frac{Q_L}{(Q_L + Q_G)} \quad (7)$$

$$\lambda_L = \frac{U_{SL}}{(U_{SL} + U_{SG})} \quad (8)$$

donde  $U_L = U_G$  porque no hay deslizamiento entre las fases. Este fenómeno es presentado en forma esquemática en la Figura ( 3 ):

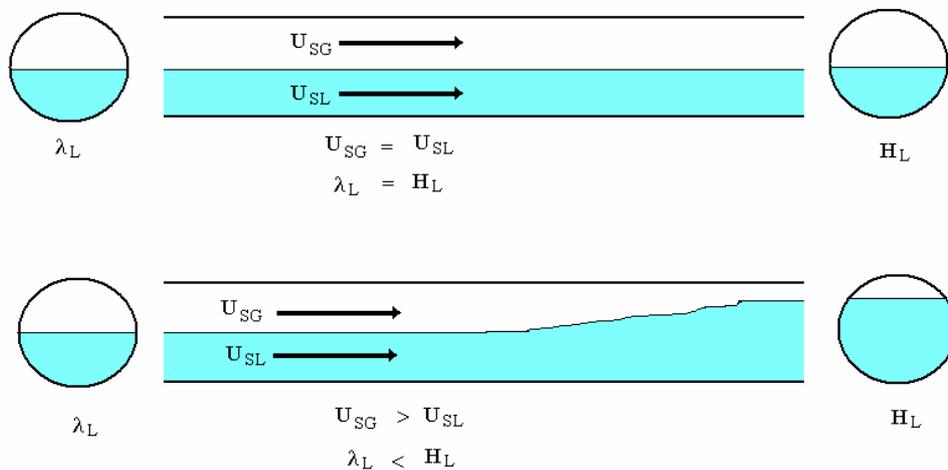


Figura ( 3 ): Deslizamiento y retraso del líquido

- Fracción de Vacío  $\alpha$ :

Es la fracción volumétrica ocupada por la fase gaseosa

$$\alpha = \frac{A_G}{A} \quad (9)$$

Cuando no hay deslizamiento entre las fases

$$\alpha = \lambda_G = 1 - \lambda_L = \frac{U_{SG}}{U_M} \quad (10)$$

- Flujo másico total por unidad de área o velocidad másica de la mezcla  $G_M$  [M/(L<sup>2</sup> T)]:

$$G_M = G_L + G_G \quad (11)$$

donde  $G_L = \frac{\dot{m}_L}{A}$  es la velocidad másica del líquido y  $G_G = \frac{\dot{m}_G}{A}$  es la velocidad másica del gas.

- La fracción másica del gas  $x$  :

$$x = \frac{G_G}{G_M} = \frac{G_G}{G_G + G_L} = \frac{\dot{m}_G/A}{\dot{m}_G/A + \dot{m}_L/A} = \frac{\dot{m}_G}{\dot{m}_G + \dot{m}_L} \quad (12)$$

La diferencia más relevante entre el flujo monofásico y el bifásico es la distribución de las fases en la tubería, la cual puede tomar una variedad de configuraciones que dependen de la topografía de la interfaz. Las configuraciones del flujo no pueden ser determinadas directamente de los datos de entrada, y la topografía de la interfaz determina la fracción de vacío o el retraso del líquido, los cuales no se conocen a priori. Dichas configuraciones se llaman patrones de flujos. Existen varias técnicas para determinar los patrones de flujo, que van desde la observación visual directa hasta el uso de rayos X, pasando por las técnicas fotográficas. Debido a que los nombre que se dan a un patrón de flujo son subjetivos y dependen del investigador, existen en la literatura una multitud de términos que describen una posible distribución de las fases, a continuación se dará un enfoque acerca de los patrones que son claramente distinguibles y reconocidos por la mayoría de los investigadores (Beggs y Brill, 1973; Taitel y Dukler, 1976; Weisman *et al.*, 1979; Taitel *et al.*, 1980; Barnea *et al.*, 1980; Mukherjee y Brill, 1985; Barnea, 1987; Taitel, 1990; Alarcón *et al.*, 1998; Trallero *et al.*, 2000). La determinación del patrón de flujo existente en un flujo de dos fase no es obvia y generalmente depende de una

interpretación individual del observador. Rouhani y Sohel (1983) presentaron un estudio donde se muestran 84 nombres diferentes de patrones de flujo utilizados en la literatura. Estas variaciones son debidas a la subjetividad natural en la definición del patrón de flujo y a la variedad de nombres que se le han asignado a geometrías de flujo similares. Sin embargo, en las últimas dos décadas se ha tendido a estandarizar los nombres que se le asignan a los diferentes patrones de flujo. En flujo horizontal, la descripción de patrones de flujo propuesta por Barnea *et al.* (1980) es una de las más aceptadas. Barnea *et al.* (1980) proponen clasificar los patrones de flujo en tubería horizontal en flujo estratificado, flujo intermitente, flujo burbuja y flujo anular.

En la Figura ( 4) se muestra esquemáticamente los diferentes patrones de flujo de en tuberías horizontales:



Figura ( 4): Patrones de flujo en tuberías horizontales

Flujo Estratificado: Las fases están separadas por la acción de la gravedad, donde la fase líquida fluye en el fondo de la tubería y el gas en el tope. El flujo estratificado se subdivide en estratificado liso y estratificado ondulado de acuerdo a la forma que presente la superficie de líquido.

Flujo Intermitente: En este patrón, tapones de líquido fluyen alternadamente a lo largo de la tubería seguidos por burbujas de gas que fluyen sobre una película de líquido. El flujo intermitente se subdivide en flujo tapón y flujo burbuja alargada. Cuando el flujo no presenta perturbaciones y no existen burbujas de gas en el tapón de líquido el patrón de flujo se denomina burbuja alargada. Para altas ratas de flujo, cuando el tapón de líquido presenta burbujas de gas el patrón de flujo se denomina tapón.

Flujo Anular: En flujo anular una película de líquido rodea un núcleo de gas que fluye a alta velocidad y el cual puede contener gotas de líquido. Cuando el flujo de gas es relativamente bajo, la mayoría del líquido fluye como una película en el fondo de la tubería, mientras ondas inestables de líquido fluyen alrededor de la tubería humedeciendo su periferia. Este patrón de flujo se conoce como flujo anular ondulado.

Flujo Burbuja Dispersa: La fase gaseosa está distribuida en burbujas discretas dentro de la fase líquida continua. Normalmente existe mayor concentración de burbujas hacia la parte superior de la tubería que hacia la parte inferior.

## **1. 2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

La distribución espacial de las fases líquida y gaseosa en la tubería, el hecho de que la fase gaseosa sea compresible, la velocidad relativa entre las fases, la naturaleza transitoria de algunos patrones de flujo y considerando que generalmente las fases no están en equilibrio termodinámico, hacen que las soluciones rigurosas de las ecuaciones de conservación aplicadas al flujo bifásico sean complejas y en la mayoría de los casos no son posibles de resolver. En general, en el modelado de flujo bifásico se requieren realizar consideraciones para simplificar su análisis. En los modelos pseudo homogéneos no se

considera la configuración espacial de las fases. El flujo de gas y de líquido se trata como una pseudo fase homogénea cuya velocidad y propiedades físicas son un promedio entre ambas fases a la cual se le aplican las herramientas desarrolladas para flujo monofásico.

Uno de estos modelos es el denominado modelo de flujo homogéneo (Wallis, 1969). Las ecuaciones básicas de conservación de masa y de momentum en régimen permanente del modelo homogéneo para flujo en tuberías son:

Continuidad:

$$\frac{d}{dz}(\rho_M U_M A) = 0 \quad (13)$$

Momentum:

$$\rho_M U_M \frac{dU_M}{dz} = -\frac{dp}{dz} - \frac{P\tau_w}{A} - \rho_M g \sin \theta \quad (14)$$

donde  $U_M$  y  $\rho_M$  son la velocidad y la densidad de la mezcla, respectivamente,  $A$ ,  $P$  y  $\theta$  son el área de la sección transversal, el perímetro y el ángulo de inclinación de la tubería, respectivamente,  $dp/dz$  es el gradiente de presión en la dirección del flujo,  $\tau_w$  es el esfuerzo de corte en la pared de la tubería y  $g$  es la aceleración de gravedad.

García *et al.* (2003) mostraron que modelos homogéneos tan similares como los de McAdams *et al.* (1942) y Cicchitti *et al.*, (1960) presentan errores porcentuales absolutos promedios de 38% y 275%, respectivamente, en la predicción del gradiente de presión de flujo bifásico frente a una amplia base de datos experimentales. Sin embargo, la única diferencia entre ambos modelos es la expresión utilizada para evaluar la viscosidad de la mezcla.

En ninguno de los trabajos analizados se evidencia un estudio del efecto de las propiedades de mezcla en el modelo homogéneo en la predicción del gradiente de presión longitudinal en flujo bifásico en tuberías.

El tema de la presente investigación se refiere a evaluar el efecto de la viscosidad y de la densidad de la mezcla en el modelo homogéneo en la predicción del gradiente de presión longitudinal en flujo bifásico de gas y de líquido en tuberías horizontales para un amplio intervalo de operación.

### **1. 3 OBJETIVOS Y ALCANCES**

#### ***1. 3. 1 OBJETIVOS GENERAL Y ESPECÍFICOS***

El objetivo general del Trabajo Especial de Grado aquí propuesto es determinar por vía numérica el efecto de la viscosidad y de la densidad de la mezcla en el modelo homogéneo en la predicción del gradiente de presión longitudinal en flujo bifásico permanente de gas y de líquido en tuberías horizontales. Para cumplir este objetivo, se deben realizar los siguientes objetivos específicos:

- 1) Procesar los datos experimentales para flujo bifásico isotérmico de aire y de agua en tuberías horizontales reportados por Johnson *et al.* (1952), Johnson (1955) y Reid *et al.* (1957).
- 2) Seleccionar de la literatura especializada los modelos comúnmente utilizados para evaluar la viscosidad y la densidad de mezcla para flujo bifásico de gas y de líquido.
- 3) Comparar para un amplio intervalo de velocidades superficiales de gas y de líquido, el comportamiento de los diferentes modelos para evaluar la viscosidad y la densidad de mezcla seleccionados en el punto anterior.
- 4) Desarrollar y codificar el algoritmo de cálculo para determinar el gradiente de presión longitudinal para flujo bifásico mediante el modelo homogéneo (Wallis, 1969).
- 5) Evaluar el efecto de las diferentes combinaciones de las propiedades de mezcla en el modelo homogéneo para la predicción del gradiente de presión en un amplio intervalo de velocidades superficiales de gas y de líquido.
- 6) Realizar un estudio comparativo de los diferentes modelos propuestos en intervalos característicos propios para los diferentes patrones de flujo de gas y de líquido a baja y

alta viscosidad, estableciendo las zonas de convergencia y divergencia en los diferentes modelos.

- 7) Comparar el desempeño de los modelos propuestos frente a los datos procesados en el primer punto.

### **1. 3. 2 ALCANCES**

Los alcances de este Trabajo Especial de Grado consisten en:

1. Desarrollar y procesar en Microsoft Excel una base de datos para flujo de gas y de líquido en tuberías horizontales, utilizando como fuente los datos experimentales para flujo bifásico isotérmico de aire y de agua en tuberías horizontales reportados por Johnson *et al.* (1952), Johnson (1955) y Reid *et al.* (1957).
2. Seleccionar de la literatura especializada los modelos comúnmente utilizados para evaluar la viscosidad y la densidad de mezcla para flujo bifásico de gas y de líquido incluyendo el modelo de no deslizamiento y los modelos propuestos por McAdams *et al.* (1942), Cicchitti *et al.* (1960) y Dukler *et al.* (1964). Codificar los modelos seleccionados por medio de un programa de computación (Visual Basic) para ser implantados en la hoja de cálculo desarrolladas.
3. Realizar un estudio comparativo de la predicción del gradiente de presión mediante el modelo homogéneo (Wallis, 1969), utilizando las diferentes combinaciones de propiedades de mezcla determinadas en el punto anterior. Este estudio se realizará para un amplio intervalo de velocidades superficiales de gas y de líquido, considerando al menos dos líquidos con viscosidades 0.001 Pa.s (1 cP.) y 1 Pa.s (1000 cP.)
4. Comparar el desempeño del modelo homogéneo con las diferentes combinaciones de propiedades de mezcla propuestas en el punto 2, frente a la base de datos para flujo bifásico procesada en el punto 1. La comparación será realizada utilizando al menos tres parámetros estadísticos.

## **CAPÍTULO II. PROPIEDADES DE LA MEZCLA: VISCOSIDAD Y DENSIDAD**

En la predicción del gradiente de presión longitudinal en flujo bifásico en tuberías a través del modelo de flujo homogéneo, se destaca dos propiedades importantes: la viscosidad y la densidad de la mezcla. Ambas propiedades, forman los elementos variantes de los términos del modelo homogéneo. En este capítulo se presenta los resultados de amplia revisión bibliográfica donde se presenta las correlaciones y los modelos más utilizados en la literatura especializada para evaluar la densidad y la viscosidad de mezcla. En el capítulo IV se establece un estudio comparativo entre las diferentes correlaciones y modelos.

### **2. 1 VISCOSIDAD DE MEZCLA: ANTECEDENTES**

El modelo de la viscosidad de mezcla implica el estudio de la reología del flujo, el cual en ocasiones es bastante complejo y ello explica los diferentes intentos para formular una ecuación idealizada que aproxime el comportamiento reológico del sistema. La viscosidad de la fase por separado para flujo isotérmico se puede considerar constante. Una de las formas de generar un modelo para evaluar la viscosidad de la mezcla, es crear una relación entre la viscosidad de ambas fases constituyentes del flujo bifásico. Esta relación puede ser en casos, un promedio entre ambas viscosidades. El flujo másico de las fases influye significativamente en la viscosidad total resultante de la mezcla. Debido a la diferencia notable entre la viscosidad de líquido y la viscosidad del gas, generalmente se establecen los modelos en términos de la fracción volumétrica del líquido sin deslizamiento  $\lambda_L$ , la fracción volumétrica del líquido con deslizamiento  $H_L$ . ó la fracción  $x$  del flujo másico.

Obtener correlaciones que permita evaluar de manera precisa la viscosidad de la mezcla, es el interés de muchos investigadores, pero hasta el momento no existe una correlación para predecir la viscosidad de la mezcla en forma exacta.

Wallis (1969) en forma general propuso evaluar la viscosidad equivalente de la mezcla utilizada en su modelo homogéneo a partir de las ecuaciones propuestas por McAdams *et al.* (1942) ó Cicchitti *et al.* (1960).

Oglesby (1979) en su trabajo relacionado con el estudio experimental del efecto de la viscosidad del aceite, la viscosidad de mezcla y de la fracción de agua en el flujo de aceite-agua en tubería horizontal, indicó varias ecuaciones para evaluar la viscosidad de la mezcla entre las que se destacan las ecuaciones de: Einstein (1909-1911), Taylor (1932), Richardson (1933), Leviton y Leighton, Vermueulen (1955), Cengel (1967) y Soot (1971).

Furukawa (1982) en su trabajo de estudio flujo bifásico en tuberías, destacó el modelo de viscosidad de Dukler *et al.* (1964) y de Oliemans (1976).

Zhao y Rezkalah (1993), establecieron una comparación entre los resultados de su trabajo relacionados con la evaluación del gradiente de presión en flujo de gas-líquido en la condición de gravedad nula y las correlaciones existentes como la ecuación de Dukler *et al.* (1964).

Fourar y Bories (1994), en su trabajo experimental de estudio de flujo bifásico de aire-agua, presentaron un modelo para la evaluación de la viscosidad de mezcla de aire-agua. El estudio se basa en función de las viscosidades del aire y del agua y de la fracción volumétrica del líquido sin deslizamiento  $\lambda_L$ . adicionalmente señalan la ecuación de Dukler *et al.* (1964).

Enwald *et al.* (1996), estudiaron el flujo bifásico de partículas-gas y señalaron varios modelos de viscosidad de mezcla, como los de Einstein (1909-1911), Vand (1948), y de Roscoe y Brinkman (1952).

Corlett (1998), en su trabajo “Viscosidad de Mezcla Aceite-Agua”, hace una referencia a varios investigadores, quienes han desarrollados modelos para la determinación de la viscosidad de la mezcla. Entre estas correlaciones se encuentran las de Arrhenius (1887), Bingham (1906), Einstein (1909-1911), Taylor (1932), Hatschek (1928), Richardson (1933), Brinkman (1952) y Dukler *et al.* (1964).

Ben y Asante (1998), en su trabajo de la medición de la presión en tubería de simulación de flujo de líquido en gas se presentaron diferentes correlaciones como la de McAdams *et al.* (1942), Hoogendoorn (1959), Cicchitti *et al.* (1960), Bankoff (1960) y Oliemans (1976).

Las diferentes ecuaciones propuestas por Wallis (1969), Oglesby (1979), Furukawa (1982), Zhao y Rezkalah (1993), Fourar y Borjes (1994), Enwald *et al.* (1996), Corlett (1998), y Ben y Asante (1998) se presentan a continuación:

Arrhenius (1887), derivó una ecuación para evaluar la viscosidad de la mezcla de líquido(A)-líquido (B),

$$\mu_M = \mu_A^\Phi \mu_B^{(1-\Phi)} \quad (15)$$

donde  $\Phi$  es la fracción volumétrica ocupada por la fase (A).

Bingham (1906), desarrolló una ecuación para determinar la viscosidad de flujo bifásico líquido-líquido,

$$\mu_M = \left[ \frac{\Phi}{\mu_A} + \frac{(1-\Phi)}{\mu_B} \right]^{-1} \quad (16)$$

Einstein (1909-1911), derivó una ecuación para la evaluación de la viscosidad de mezcla formulada en términos de una fase continua (cont.) y de una fase dispersa constituida por partículas sólidas,

$$\mu_M = \mu_{cont} (1 + k\Phi) \quad (17)$$

donde ( $k = 2.5$ ) para el caso de mezcla de esferas sólidas en líquido y  $\Phi$  es la fracción de volumen de las partículas.

Hatschek (1928), desarrolló una ecuación para determinar la viscosidad de mezcla expresada en términos de una fase continua y de una fase dispersa pero para una fracción de volumen de líquido mayor o igual que 0.5 ( $\Phi \geq 0.5$ )

$$\mu_M = \frac{\mu_{cont}}{1 - \sqrt[3]{\Phi}} \quad (18)$$

Taylor (1932), expresó la correlación de viscosidad de mezcla en términos de la fase continua y de la fase dispersa y modificó el factor  $k$  de la ecuación de Einstein (1909-1911) para la viscosidad de mezcla y desarrolló una ecuación para evaluar la viscosidad de mezcla de la forma:

$$k = 2.5 \left( \frac{\mu_{dis} + 0.4\mu_{cont}}{\mu_{dis} + \mu_{cont}} \right) \quad (19)$$

$$\mu_M = \mu_{cont} \left( 1 + 2.5 \left( \frac{\mu_{dis} + 0.4\mu_{cont}}{\mu_{dis} + \mu_{cont}} \right) \Phi \right) \quad (20)$$

Richardson (1933), derivó una ecuación de viscosidad de mezcla expresada en términos de la fase continua y de la fracción de la fase dispersa,

$$\mu_M = \mu_{cont} \exp(k\Phi) \quad (21)$$

McAdams *et al.* (1942), propusieron una ecuación para evaluar la viscosidad equivalente de una mezcla gas-líquido,

$$\frac{1}{\mu_M} = \frac{1}{\mu_G} \frac{n\&_G}{n\&_M} + \frac{1}{\mu_L} \left( 1 - \frac{n\&_G}{n\&_M} \right) \quad (22)$$

Vand (1948), desarrolló una correlación par evaluar la viscosidad de la mezcla de flujo bifásico para una fase dispersa de alta concentración de partículas, donde las partículas tienen una geometría esférica.

$$\mu_M = \mu_G \exp \left[ \frac{2.5\alpha_p + 2.7\alpha_p^2}{1 - 0.609\alpha_p} \right] \quad (23)$$

Roscoe y Brinkman (1952), presentaron por separado un modelo para el cálculo de la viscosidad de una suspensión partículas-gas,

$$\mu_M = \mu_G (1 - \alpha_p)^{-2.5} \quad (24)$$

donde  $\alpha_p$  es la fracción volumétrica de las partículas. Este modelo utiliza la viscosidad de la fase continua, que es el gas, para el cálculo de la viscosidad de mezcla.

Brinkman (1952), desarrolló una ecuación para la viscosidad de mezcla en función de la fase continua y de la fase dispersa a partir de la ecuación de Einstein (1909-1911):

$$\mu_M = \frac{\mu_{cont}}{(1 - \Phi)} \quad (25)$$

Vermueulen (1955), derivó una ecuación basada en la ecuación de Taylor (1932), para una mezcla de agua-aceite y una mezcla de gas-agua:

$$\mu_M = \frac{\mu_{cont}}{1 - \Phi} \left[ 1 + \left( \frac{1.5 \mu_{dis} \mu_{cont}}{\mu_{cont} + \mu_{dis}} \right) \right] \quad (26)$$

Hoogendoorn (1959), desarrolló su modelo para la mezcla de gas-líquido, utilizando la fracción volumétrica de líquido con deslizamiento ( $H_L$ ),

$$\mu_M = \mu_L^{H_L} \mu_G^{(1-H_L)} \quad (27)$$

Cicchitti *et al.* (1960), presentaron una expresión para evaluar la viscosidad de mezcla de flujo bifásico gas-líquido,

$$\mu_M = \mu_G \frac{m_G}{m_M} + \mu_L \left( 1 - \frac{m_G}{m_M} \right) \quad (28)$$

Bankoff (1960) desarrolló una ecuación para la viscosidad de la mezcla utilizando el retraso del líquido con deslizamiento,

$$\mu_M = H_L \mu_L + (1 - H_L) \mu_G \quad (29)$$

Dukler *et al.* (1964), formularon una ecuación para evaluar la viscosidad de mezcla de flujo bifásico líquido(A)-líquido (B),

$$\mu_M = \mu_A \Phi + \mu_B (1 - \Phi) \quad (30)$$

donde  $\Phi$  es la fracción volumétrica ocupada por la fase (A) cuando no hay deslizamiento entre las fases.

Cengel (1967) extendió la ecuación de Einstein para la viscosidad de mezcla y agregó más términos a esta ecuación para obtener una correlación de la viscosidad de mezcla aceite en agua,

$$\mu_M = \mu_{cont} (1 + 2.5\Phi - 11.01\Phi^2 + 52.62\Phi^3) \quad (31)$$

Soot (1971) basado en su modelo teórico de flujo vertical de espuma derivó una ecuación para evaluar la viscosidad de mezcla de flujo bifásico,

$$\mu_M = \mu_{cont} \left[ \frac{1}{1 + \Phi \left( \frac{\rho_{dis}}{\rho_{cont}} - 1 \right)} \right]^{\left( \frac{1-n}{n} \right)} \quad (32)$$

donde  $n = 1$  para flujo laminar ( $\mu_M = \mu_{cont}$ )  $n = 0.08$  para flujo turbulento,

Oliemans (1976) desarrolló un modelo para la predicción del gradiente de presión considerando la fracción de la sección del área en la mezcla ( $\beta$ ) el cual representa la diferencia de las fracciones volumétricas. También desarrolló ecuaciones para el cálculo de la viscosidad y de la densidad de la mezcla gas-líquido, usando las fracciones volumétricas del líquido sin deslizamiento  $\lambda_L$  y con deslizamiento  $H_L$

$$\mu_M = \frac{\mu_L \lambda_L + \mu_G (1 - H_L)}{1 - \beta} \quad (33)$$

$$\rho_{mix} = \frac{\rho_L \lambda_L + \rho_G (1 - H_L)}{1 - \beta} \quad (34)$$

$$\beta = H_L - \lambda_L \quad (35)$$

Oglesby (1979) presentó la correlación de Leviton y Leighton para la evaluación de la viscosidad de la mezcla para fases dispersa y continua líquido-líquido.

$$\mu_M = \mu_{cont} \exp \left[ \left( \frac{\mu_{dis} + 0.4\mu_{cont}}{\mu_{dis} + \mu_{cont}} \right) (\Phi + \Phi^{1.667} + \Phi^{3.66}) \right] \quad (36)$$

Beattie y Whalley (1982) presentaron una ecuación para evaluar la viscosidad de la mezcla basados en los desarrollos realizados por Einstein (1909-1911),

$$\mu_M = \mu_L(1 - \beta)(1 + 2.5\beta) + \mu_G\beta \quad (37)$$

siendo  $\beta$  la fracción de vacío homogénea definida como:

$$\beta = \frac{\rho_L x}{\rho_L x + \rho_G(1 - x)} \quad (38)$$

donde  $x$  es la calidad

$$x = \frac{m\dot{m}_G}{m\dot{m}_G + m\dot{m}_L} \quad (39)$$

Fourar y Bories (1994), en su trabajo experimental de estudio de flujo bifásico de aire-agua, presentaron un modelo para la evaluación de la viscosidad de mezcla de aire-agua en función de las viscosidades del aire y del agua y de la fracción volumétrica del líquido sin deslizamiento  $\lambda_L$

$$\mu_M = \lambda_L \mu_L + (1 - \lambda_L) \mu_G + 2\sqrt{\lambda_L(1 - \lambda_L)\mu_L\mu_G} \quad (40)$$

$$\lambda_L = \frac{Q_L}{Q_L + Q_G} \quad (41)$$

## 2. 2 DENSIDAD DE MEZCLA: ANTECEDENTES

Para evaluar la densidad de mezcla, los investigadores han empleado metodologías similares a las aplicadas para determinar la viscosidad de mezcla. En general su evaluación se basa en un promedio de las densidades de las fases integrantes de la mezcla, usando las fracciones volumétrica del líquido sin deslizamiento  $\lambda_L$  y con deslizamiento  $H_L$ .

Dukler *et al.* (1964), presentó una expresión para la evaluación de la densidad de la mezcla de la forma,

$$\rho_M = \frac{\rho_L \lambda_L^2}{H_L} + \rho_G \frac{(1 - \lambda_L)^2}{(1 - H_L)} \quad (42)$$

Oliemans (1976), derivó una ecuación para la determinar la densidad de la mezcla en flujo bifásico gas-líquido,

$$\rho_M = \frac{\rho_L \lambda_L + \rho_G (1 - H_L)}{1 - \beta} \quad (43)$$

$$\beta = H_L - \lambda_L \quad (44)$$

Beattie y Whalley (1982) desarrollaron un modelo homogéneo simple para determinar el gradiente de presión por fricción para flujo bifásico en tuberías especialmente para flujo burbuja y flujo anular. El modelo se basa en la aplicación de la teoría desarrollada para flujo monofásico.

$$\left( \frac{dp}{dz} \right)_F = - \frac{2 f_{TP} G_T^2}{D \rho_{TP}} \quad (45)$$

siendo  $G_T$  la rata de flujo de masa total por unidad de área,  $\rho_{TP}$  la densidad bifásica y  $D$  el diámetro interno de la tubería, donde la densidad bifásica  $\rho_{TP}$  es evaluada en función de la fracción de flujo de masa de gas  $x = G_G / G_T$  (esta ecuación de densidad de mezcla, también fue presentada por Wallis (1969))

$$\frac{1}{\rho_{TP}} = \frac{x}{\rho_G} + \frac{1-x}{\rho_L} \quad (46)$$

Ouyang (1998) desarrolló un modelo homogéneo para flujo bifásico de gas y de líquido en pozos horizontales que converge a un modelo de flujo en tuberías cuando no existe flujo a través de la pared. En este modelo, el gradiente de presión por fricción es evaluado como

$$\left( \frac{dp}{dz} \right)_F = - \frac{2}{D} f_{TP} \rho_{TP} U_{TP}^2 \quad (47)$$

siendo  $f_f$  El factor de fricción de Fanning bifásico,  $U_{TP}$  la velocidad bifásica expresada en términos de las velocidades superficiales y la densidad de cada fase y  $\rho_{TP}$  es la densidad bifásica evaluada en función de la fracción volumétrica de líquido con deslizamiento  $H_L$ ,

$$\rho_{TP} = \rho_L H_L + \rho_G (1 - H_L) \quad (48)$$

La ecuación de densidad de mezcla presentada por Ouyang (1998), también ha sido reportada por Mukherjee y Brill (1985) y Beggs y Brill (1973) entre otros.

## CAPÍTULO III: MODELO MATEMÁTICO

### 3. 1 MODELO DE WALLIS (1969)

La distribución espacial de las fases líquida y gaseosa en la tubería, el hecho de que la fase gaseosa sea compresible, la velocidad relativa entre las fases, la naturaleza transitoria de algunos patrones de flujo y considerando que generalmente las fases no están en equilibrio termodinámico, hacen que las soluciones rigurosas de las ecuaciones de conservación aplicadas al flujo bifásico sean complejas y en la mayoría de los casos no son posibles de resolver. En general, en el modelado de flujo bifásico se requieren realizar consideraciones para simplificar su análisis. En los modelos pseudo homogéneos no se considera la configuración espacial de las fases. El flujo de gas y de líquido se trata como una pseudo fase homogénea cuya velocidad y propiedades físicas son un promedio entre ambas fases y a la cual se le aplican las herramientas desarrolladas para flujo monofásico.

El modelo homogéneo más conocido es el denominado modelo de flujo homogéneo de Wallis, (1969). Las ecuaciones básicas de Conservación de Masa y de Momentum en régimen permanente del modelo homogéneo para flujo unidimensional isotérmico en tuberías son:

Continuidad:

$$\frac{d}{dz}(\rho_M U_M A) = 0$$

ó

$$\dot{m}_M = \rho_M U_M A \tag{49}$$

Momentum:

$$\rho_M U_M \frac{dU_M}{dz} = -\frac{dp}{dz} - \frac{P\tau_w}{A} - \rho_M g \sin \theta \tag{50}$$

donde  $U_M$  y  $\rho_M$  son la velocidad y la densidad de la mezcla, respectivamente,  $A$ ,  $P$  y  $\theta$  son el área de la sección transversal, el perímetro y el ángulo de inclinación de la tubería,

respectivamente,  $dp/dz$  es el gradiente de presión en la dirección del flujo,  $\tau_w$  es el esfuerzo de corte en la pared de la tubería y  $g$  es la aceleración de gravedad.

Generalmente la ecuación (50) se presenta como una ecuación explícita en términos del gradiente de presión:

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{P\tau_w}{A} + \rho_M U_M \frac{dU_M}{dz} + \rho_M g \sin\theta \quad (51)$$

En la ecuación (51), el gradiente de presión longitudinal total en tuberías se puede descomponer en tres componentes.

$$-\frac{dp}{dz} = \left(\frac{dp}{dz}\right)_F + \left(\frac{dp}{dz}\right)_A + \left(\frac{dp}{dz}\right)_G \quad (52)$$

donde el primer componente  $(dp/dz)_F$  es el gradiente de presión debido a la fricción o al esfuerzo de corte del fluido con la pared de la tubería, el segundo componente  $(dp/dz)_A$  es el gradiente de presión debido a los cambios de energía cinética en el fluido o de aceleración y el tercer componente  $(dp/dz)_G$  es debido a los cambios de energía potencial como consecuencia de los cambios de pendiente en la tubería. En el caso de tubería horizontal el gradiente de presión debido a los cambios de energía potencial es cero y generalmente el término de gradiente de presión debido a los cambios de energía cinética lo consideran despreciable, es decir, que en general se considera que el gradiente de presión total en tubería horizontal es debido principalmente al esfuerzo de corte del fluido con la pared de la tubería.

## **3. 2 DESARROLLO DE LOS TÉRMINOS DEL MODELO PSEUDO HOMOGÉNEO**

### *3. 2. 1 TÉRMINO DE FRICCIÓN EN EL GRADIENTE DE PRESIÓN*

El gradiente de presión debido a la fricción, es resultado de la fricción existente entre el flujo de la mezcla gas-líquido y la pared interna del tubo, (ver la Figura ( 5 )). El

primer término de la ecuación (52) representa la relación entre el esfuerzo cortante y la geometría del conducto:

$$\left. \frac{dp}{dz} \right)_F = \frac{P\tau_w}{A} \quad (53)$$

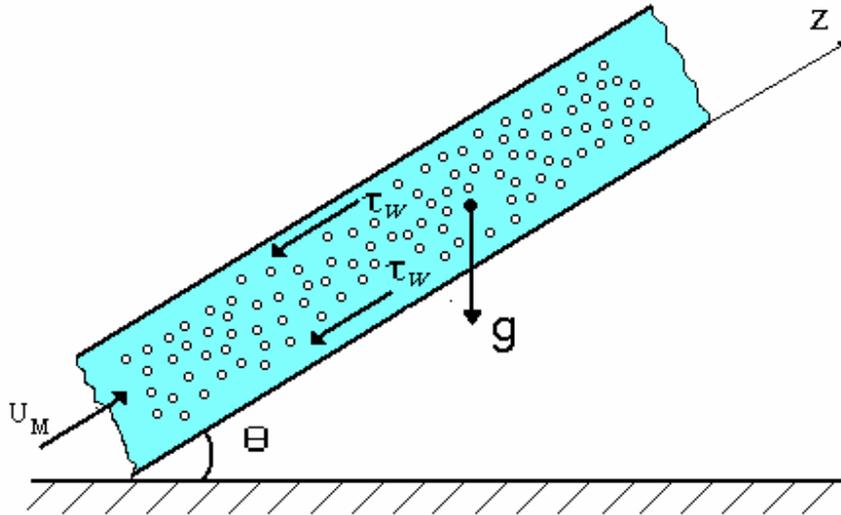


Figura ( 5 ): Flujo bifásico homogéneo en tuberías

El gradiente de presión por fricción debido al esfuerzo de corte de la pseudo fase con la pared de la tubería se expresa en términos del factor de fricción de Fanning  $f_f$ , la velocidad de mezcla  $U_M$  y densidad de mezcla  $\rho_M$  :

$$\tau_w = \frac{1}{2} f_f \rho_M U_M^2 \quad (54)$$

la determinación del factor de fricción de Fanning está basada en el número de Reynolds de mezcla  $Re_M$

$$Re_M = \frac{\rho_M U_M D}{\mu_M} \quad (55)$$

El factor de fricción de Moody es 4 veces el de Fanning ( $f_M = 4f_f$ ). Cuando el flujo es laminar ( $Re_M < 2300$ ), el factor de fricción de Moody es igual a:

$$f_M = 64 / \text{Re}_M \quad (56)$$

Para el flujo turbulento, el factor de Moody se calcula en función de la rugosidad relativa ( $\varepsilon/D$ ) de la pared de la tubería, y del número de Reynolds de mezcla, mediante la ecuación explícita planteada por Zigrang y Sylvester, (1985):

$$\frac{1}{\sqrt{f_M}} = -2 \log \left[ \frac{\varepsilon/D}{3.7} - \frac{4.518}{\text{Re}} \log \left[ \frac{6.9}{\text{Re}} + \left[ \frac{\varepsilon/D}{3.7} \right]^{1.11} \right] \right] \quad (57)$$

La velocidad de mezcla se puede expresar en función de la densidad y el flujo másico de la mezcla:

$$U_M = \frac{\dot{m}_M}{A \rho_M} = \frac{G_M}{\rho_M} \quad (58)$$

sustituyendo la ecuación (54) en la ecuación (53) se obtiene:

$$\left. \frac{dp}{dz} \right)_F = \frac{2}{D} f_f \rho_M U_M^2 \quad (59)$$

reemplazando la ecuación (58) en la ecuación anterior, se expresa el término de gradiente de presión debido a la fricción como:

$$\left. \frac{dp}{dz} \right)_F = \frac{2}{D} f_f \frac{\dot{m}_M^2}{\rho_M A^2} = \frac{2}{D} f_f \frac{G_M^2}{\rho_M} \quad (60)$$

### 3. 2. 2 TÉRMINO DE ACELERACIÓN EN EL GRADIENTE DE PRESIÓN

En flujo bifásico, el término de gradiente de presión longitudinal debido a los cambios de energía cinética generalmente se considera despreciable. Sin embargo, en la literatura especializada no se encuentra evidencia clara de la contribución de este término al gradiente de presión total.

El gradiente de presión longitudinal debido a los cambios de energía cinética representa una fracción ( $nn$ ) del gradiente de presión total y es expresado en función de la velocidad y de la densidad de la mezcla. A continuación, se desarrolla este término de la siguiente forma:

del segundo término de la ecuación (52):

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_A = \rho_M U_M \frac{dU_M}{dz} \quad (61)$$

sustituyendo la ecuación (58) en la ecuación anterior, se obtiene:

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_A = \frac{\dot{m}_M}{A} \frac{d}{dz} \left( \frac{\dot{m}_M}{A \rho_M} \right) \quad (62)$$

donde el área de sección transversal  $A$  y la tasa de flujo de masa de la mezcla  $\dot{m}_M$ , son constante y la ecuación (62), se puede expresar como:

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_A = \left(\frac{\dot{m}_M}{A}\right)^2 \frac{d}{dz} \left( \frac{1}{\rho_M} \right) \quad (63)$$

El término diferencial, de la ecuación (63), dependen de la forma de evaluar la densidad de la mezcla. A continuación se presenta el desarrollo de este término para los cuatro modelos de densidad de mezcla encontrados en la literatura especializada (Dukler *et al.*, 1964; Oliemans, 1976; Beattie y Whalley, 1982 y Ouyang, 1998).

### **3. 3 DESARROLLO DEL TÉRMINO DIFERENCIAL PARA LOS DIFERENTES MODELOS DE DENSIDAD DE MEZCLA**

La determinación del término de aceleración en el gradiente de presión, requiere de la derivación matemática de las correlaciones de densidad de mezcla. En esta derivación se toma en cuenta los términos que varían con el avance horizontal del flujo en la dirección de ( $z$ ). En este caso se evalúa la variación del volumen específico del gas como consecuencia

de la compresibilidad. Para simplificar la derivada de las correlaciones de densidad de la mezcla, se asume que el gas tiene un comportamiento de gas ideal.

La ecuación presentada por Ouyang (1998), está compuesta por la suma de densidades de las fases gaseosa y líquida multiplicando a cada una de ellas por la fracción volumétrica del líquido con deslizamiento ( $H_L$ ) y la fracción volumétrica del gas ( $1-H_L$ ). Esta fracción depende del patrón de flujo, de las velocidades superficiales adimensionales de líquido y de gas y será evaluada a partir de la ecuación propuesta por Eaton *et al*, (1967), La ecuación de densidad de mezcla presentada por Ouyang (1998) es:

$$\rho_M = \rho_L H_L + \rho_G (1 - H_L) \quad (64)$$

desarrollando el término diferencial  $d/dz(1/\rho_M)$  se obtiene:

$$\frac{d}{dz} \left( \frac{1}{\rho_M} \right) = - \frac{1}{\rho_M^2} \frac{d}{dz} (\rho_M) \quad (65)$$

de la ecuación (64):

$$\frac{d}{dz} \left( \frac{1}{\rho_M} \right) = - \frac{1}{\rho_M^2} \frac{d}{dz} (\rho_L H_L + \rho_G (1 - H_L)) \quad (66)$$

$$\frac{d}{dz} \left( \frac{1}{\rho_M} \right) = - \frac{1}{\rho_M^2} \left[ \frac{d}{dz} (\rho_L H_L) + \frac{d}{dz} (\rho_G (1 - H_L)) \right] \quad (67)$$

por la incompresibilidad del líquido:

$$\frac{d}{dz} \left( \frac{1}{\rho_M} \right) = - \frac{1}{\rho_M^2} (1 - H_L) \frac{d}{dz} (\rho_G) \quad (68)$$

Asumiendo un comportamiento del gas ideal la densidad del gas, puede ser expresada como:

$$\rho_G = \frac{pM}{\bar{R}T} \quad \text{ó} \quad v_G = \frac{\bar{R}T}{pM} \quad (69)$$

donde  $M$  es el peso molecular del aire ( $M = 28.95 \text{ Kgm/Kgmol}$ ), y  $\bar{R}$  es la constante universal de los gases ( $\bar{R} = 8.314472 \text{ J/mol K}$ ).

sustituyendo la ecuación (69) en la ecuación (68) y derivando la expresión resultante,

$$\frac{d}{dz} \left( \frac{1}{\rho_M} \right) = \frac{-1}{\rho_M^2} (1 - H_L) \frac{M}{RT} \left( \frac{dp}{dz} \right)_{total} \quad (70)$$

luego la ecuación (63) para el término de aceleración se expresa de la siguiente forma:

$$\left( \frac{dp}{dz} \right)_A = \left( \frac{n_M}{A} \right)^2 \left( \frac{-1}{\rho_M^2} \right) (1 - H_L) \frac{M}{RT} \left( \frac{dp}{dz} \right)_{total} \quad (71)$$

Beattie y Whalley (1982), presentaron una ecuación para evaluar la densidad de mezcla bifásica  $\rho_{TP}$  la cual es evaluada en función de la fracción de flujo de masa del gas  $x = G_G / G_T$  y las densidades de cada fase.

$$\frac{1}{\rho_M} = \frac{x}{\rho_G} + \frac{1-x}{\rho_L} \quad (72)$$

$$\frac{1}{\rho_M} = v_G x + v_L (1-x) \quad (73)$$

Derivando la ecuación (73) como  $d/dz \left( 1/\rho_M \right)$  se obtiene:

$$\frac{d}{dz} \left( \frac{1}{\rho_M} \right) = \frac{d}{dz} (v_G x) = x \frac{dv_G}{dz} \quad (74)$$

de la ecuación (69) se obtiene la derivada del volumen específico del gas de la ecuación anterior:

$$\frac{d}{dz} (v_G) = \frac{d}{dz} \left( \frac{RT}{Mp} \right) = - \frac{RT}{Mp^2} \left( \frac{dp}{dz} \right)_{total} \quad (75)$$

$$\frac{d}{dz} (v_G) = - \frac{M}{RT \rho_G^2} \left( \frac{dp}{dz} \right)_{total} \quad (76)$$

sustituyendo la ecuación (76) en la (74), y luego en la (63) se obtiene el término de aceleración

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_A = -\left(\frac{n\&M}{A}\right)^2 \left(\frac{xM}{RT\rho_G^2}\right) \left(\frac{dp}{dz}\right)_{total} \quad (77)$$

el término  $\left(\frac{n\&M}{A}\right)^2 \left(\frac{xM}{RT\rho_G^2}\right)$  de la ecuación (77) representa una fracción del gradiente de presión total. y se identifica con  $(nn)$ . este término varía según la ecuación de densidad de mezcla utilizada.

La ecuación de la densidad de mezcla de Dukler *et al.* (1964), se expresa como:

$$\rho_M = \frac{\rho_L \lambda_L^2}{H_L} + \rho_G \frac{(1-\lambda_L)^2}{(1-H_L)} \quad (78)$$

la inversa:

$$\frac{1}{\rho_M} = \frac{H_L(1-H_L)}{(1-H_L)\rho_L \lambda_L^2 + H_L \rho_G (1-\lambda_L)^2} \quad (79)$$

al expresar la fracción volumétrica del líquido sin deslizamiento en función de las velocidades superficiales y aplicando la ecuación (58), se obtiene:

$$\frac{1}{\rho_M} = \frac{H_L(1-H_L)U_M}{(1-H_L)\rho_L U_{SL}^2 + H_L \rho_G U_{SG}^2} = \frac{H_L(1-H_L)(U_{SL} + G_G \nu_G)^2}{(1-H_L)\rho_L U_{SL}^2 + H_L G_G^2 \nu_G^2} \quad (80)$$

Aplicando la estrategia anterior para la determinación el gradiente de presión debido a los cambios de energía cinética, el término de aceleración queda expresado de la siguiente forma:

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_A = -G_T^2 \left( \frac{(2H_L(1-H_L)^2 U_M G_G \rho_L U_{SL}^2) + (2H_L^2(1-H_L) U_M G_G^3 \nu_G) - (H_L^2(1-H_L) U_M^2 G_G^2)}{((1-H_L)\rho_L U_{SL}^2 + H_L G_G^2 \nu_G^2)} \right) * \left( \frac{M}{RT\rho_G^2} \right) \left(\frac{dp}{dz}\right)_{Total} \quad (81)$$

La otra ecuación para la determinación de la densidad de la mezcla es la ecuación de Oliemans (1976),

$$\rho_M = \frac{\rho_L \lambda_L + \rho_G (1 - H_L)}{1 - \beta} \quad (82)$$

Se aplica un proceso similar a los anteriores para obtener una ecuación que contiene las variables a derivar en forma más directa, finalmente se obtiene el término de aceleración del gradiente de presión para la ecuación de Oliemans (1976), expresado como:

$$\left. \frac{dp}{dz} \right)_A = G_T^2 \left( \frac{\left( (1-H_L)G_L G_L + (1-H_L)^2 G_G \rho_L U_{SL} + (1-H_L)^2 G_G^2 \left( \frac{-M}{RT\rho_G^2} \right) - \left( (1-H_L)^2 U_M U_{SL} + (1-H_L) U_{SL}^2 \left( \frac{M}{RT} \right) \right) \right)}{(G_L + \rho_G (1-H_L) U_{SL} + G_G (1-H_L))^2} \right) \left. \frac{dp}{dz} \right)_1 \quad (83)$$

### 3. 4 ALGORITMO Y RUTINA DE CÁLCULO DEL GRADIENTE DE PRESIÓN

Para determinar el gradiente de presión longitudinal para flujo bifásico mediante el modelo homogéneo desarrollado, se generó un algoritmo de cálculo el cual fue codificado usando el programa de Microsoft Visual Basic y se implantó en una hoja de cálculo de Microsoft Excel. Adicionalmente, se utilizaron las diferentes correlaciones para la evaluación de la viscosidad y la densidad de mezcla presentadas en los capítulos anteriores para generar un algoritmo de cálculo versátil, para obtener los valores de: la densidad de mezcla, la viscosidad de mezcla, el término del gradiente de presión debido a la fricción, el término del gradiente de presión debido a la aceleración y el gradiente de presión total. A continuación se especifican los pasos y las características del algoritmo.

El algoritmo considera las diferentes combinaciones de las correlaciones, modelos y ecuaciones involucrados en la determinación del gradiente de presión. Estas son las correlaciones de la propiedad de mezcla y la ecuación de Zigrang y Sylvester, (1985) para el cálculo del factor de fricción de Moody.

Se generó un amplio número de combinaciones entre las diferentes ecuaciones de la viscosidad de mezcla y las ecuaciones de la densidad de mezcla. Para el efecto de agilizar el proceso de identificación de las diferentes combinaciones, se asignó a las cuatro correlaciones de densidad de mezcla un código de identificación (C.I.), tal como se indica en la Tabla (1):

Tabla (1): Asignación para las correlaciones de la densidad de mezcla

<b>C.I.</b>	<b><i>Ecuación de la densidad de mezcla</i></b>
<b>d1</b>	Beattie y Whalley (1982)
<b>d2</b>	Ouyang (1998)
<b>d3</b>	Dukler <i>et al.</i> (1964)
<b>d4</b>	Oliemans (1976)

El proceso de identificación de cualquiera de las combinaciones será realizado como se indican en el siguiente ejemplo, la combinación de la correlación de la viscosidad de mezcla (ViscM) de Dukler *et al.* (1964) con la combinación de la ecuación de la densidad de mezcla (DenM) de Oliemans (1976), se representa de esta manera Dukler-d4, indicando primero la ecuación de viscosidad utilizada y luego la de densidad de mezcla. Otro ejemplo, la ecuación de la ViscM de Oliemans (1976) combinada con la ecuación de DenM usada por Ouyang (1998) se identifica como Oliemans-d2, de la combinación de las diferentes correlaciones se generaron 72 modelos, donde se combinan las cuatro correlaciones de la DenM con 18 correlaciones de la ViscM presentadas en este trabajo.

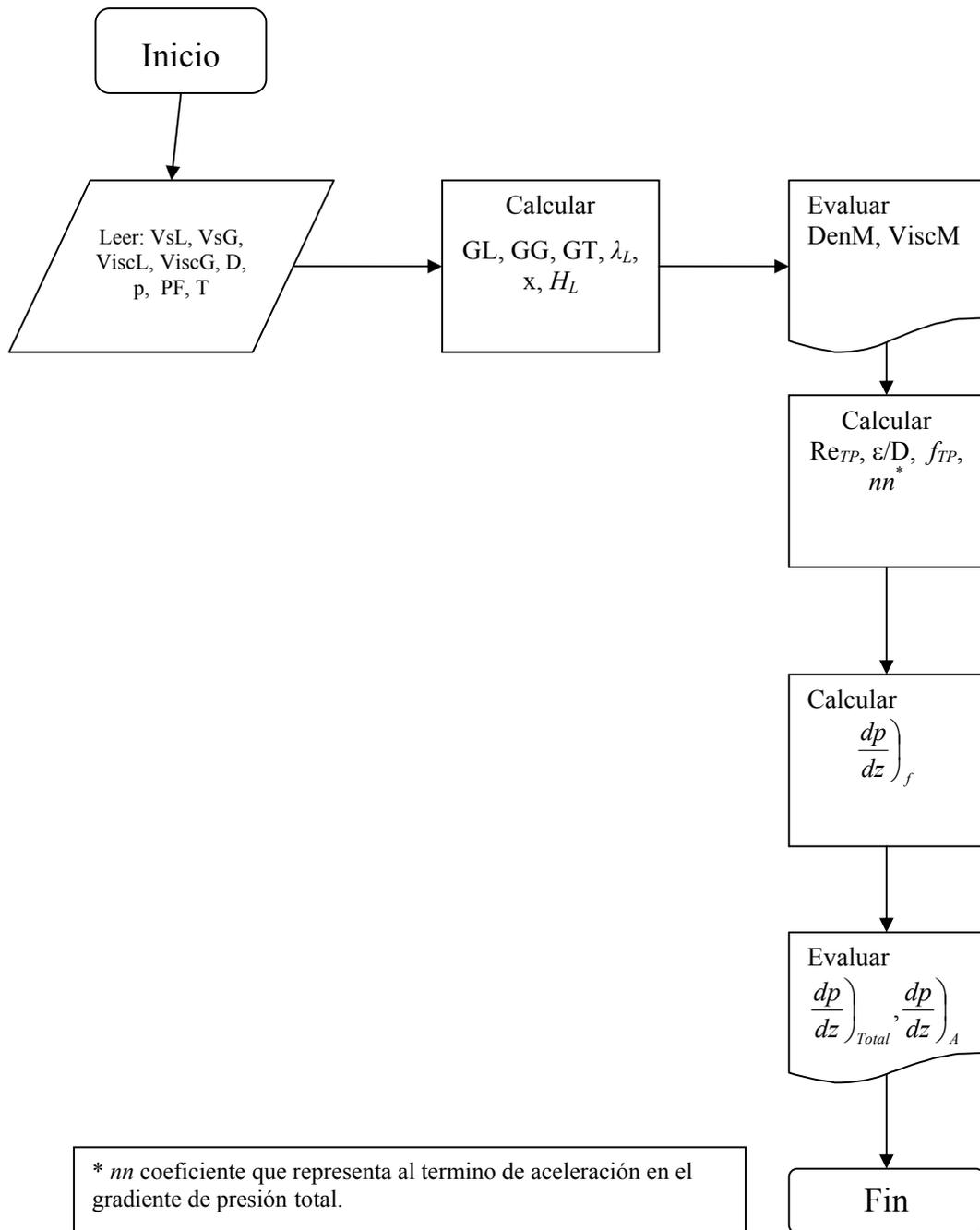


Figura ( 6 ): Flujo grama para la determinación de las propiedades de mezcla y el gradiente de presión

## CAPÍTULO IV. RESULTADOS

### 4. 1 BASE DE DATOS EXPERIMENTALES

Se desarrolló y procesó en Microsoft Excel una base de datos para flujo de gas y de líquido en tuberías horizontales, utilizando como fuente los datos experimentales para flujo bifásico isotérmico de aire y de agua en tuberías horizontales reportados por Johnson *et al.* (1952), Johnson (1955) y Reid *et al.* (1957). Se procesaron 93 conjunto de datos experimentales que se utilizaron en el estudio comparativo, para evaluar el desempeño del modelo homogéneo utilizando las 72 combinaciones de ecuaciones de mezcla. A continuación se presenta la Tabla (2) donde se indica el resumen de la base de datos utilizada:

**Tabla (2):** Resumen de los datos experimentales de Johnson *et al.* (1952), Johnson (1955) y Reid *et al.* (1957)

Fuente	Puntos	Fluidos	$\mu_L$ [Pa.s]	$U_{SL}$ [m/s]	$U_{SG}$ [m/s]	D [m]	$\epsilon/D \times 10^5$	FP
Jonson <i>et al.</i> (1952)	$\frac{33}{2}^{**}$	aire-agua	0.001	0.32 - 4.95	0.63 - 30.79	0.0221	0	AN DB SL SS SW SL-AN
Jonson (1955)	17	aire-aceite	0.025	0.35 - 2.56	1.02 - 43.03	0.0187	0	AN SL
Reid <i>et al.</i> (1957)	15	aire-agua	0.001	0.75 - 1.52	2.86 - 16.16	0.10236	4.57	SL
Reid <i>et al.</i> (1957)	28	aire-agua	0.001	0.65 - 1.70	1.32 - 6.74	0.1541	4.57	SL

\*\* Puntos de transición entre patrones de flujo

## 4. 2 ESTUDIO COMPARATIVO DE LAS PROPIEDADES DE LA MEZCLA

Una de las inquietudes presentes en el estudio de las propiedades de mezcla en flujo bifásico, es conocer las semejanzas o diferencias entre las diferentes ecuaciones utilizadas para evaluar la viscosidad y la densidad de la mezcla. En este sentido, se muestra el comportamiento de las diferentes ecuaciones de viscosidad y densidad de mezcla, presentadas en el capítulo anterior, para un amplio rango de velocidades superficiales de líquido y de gas. Para este estudio se mantienen constantes la viscosidad y la densidad de cada fase al igual que la presión y temperatura.

Para esta parte del trabajo, se estableció un rango para la velocidad superficial de líquido ( $U_{SL}$ ) que varía entre 0.0001 m/s y 10 m/s, y para la velocidad superficial del gas ( $U_{SG}$ ), varía entre 0.001 m/s y 100 m/s. Este rango se seleccionó en función de los intervalos de operación reportados en la base de datos de flujo bifásico presentada por García *et al.* (2003). Como fluidos de operación se seleccionaron aire y agua. Las propiedades de cada fase fueron evaluadas a condiciones estándar 15 °C (60 °F) y 101325 Pa (1 atm). El diámetro de la tubería seleccionada fue de 0.0508 m.

Posteriormente se codificaron las diferentes correlaciones y modelos de viscosidad y de densidad de la mezcla seleccionados, por medio del programa de computación (Visual Basic) para ser implantados en la hoja de cálculo (Excel), generando una rutina de cálculo que permite combinar una de las velocidades superficiales del líquido seleccionada con todo el intervalo de velocidades superficiales del gas. Esto genera una serie de valores de viscosidades y densidades de mezcla para las diferentes combinaciones de velocidades superficiales.

Una forma para poder visualizar los aspectos comunes y no comunes entre los diferentes modelos, es mediante la realización de gráficos, donde se representa el comportamiento individual de cada ecuación para diferentes intervalos de  $U_{SG}$  y  $U_{SL}$ . Posteriormente, se hace un estudio comparativo entre los modelos en un solo gráfico que contiene a varias correlaciones. Debido a la existencia de un gran número de combinaciones de velocidades superficiales de gas y de líquido, se representa la viscosidad

de mezcla en función de la velocidad superficial del gas para diferentes valores de la velocidad superficial de líquido, que son de 0.0001; 0.001; 0.01; 0.1; 1 y de 10 m/s.

La observación del comportamiento de la ecuación o del modelo para la evaluación de la viscosidad o la densidad de mezcla, refleja la divergencia o la convergencia de la propiedad de la mezcla para el intervalo seleccionado.

Algunas ecuaciones para evaluar las propiedades de mezcla requieren conocer la fracción volumétrica de líquido con deslizamiento  $H_L$ . Este término, es evaluado a partir de la correlación de Eaton *et al.* (1967). Esta correlación permite evaluar la fracción volumétrica de líquido con deslizamiento  $H_L$  en función del número  $Z$ .

$$Z = \frac{1.84 N_{USL}^{0.575}}{N_{USG} N_D^{0.0277}} \left[ \frac{p}{p_{atm}} \right]^{0.05} N_L^{0.1} \quad (84)$$

Este número se basa en la velocidad superficial adimensional del líquido  $N_{USL}$ , la velocidad superficial adimensional del gas  $N_{USG}$ , el diámetro adimensional  $N_D$  y la viscosidad adimensional del líquido  $N_L$  definidos por Ros (1961), siendo  $p$  la presión del sistema y  $p_{atm}$  la presión atmosférica de referencia (101008 Pa ó 14.65 psi). Estos parámetros adimensionales se muestran en la Tabla (3)

**Tabla (3):** Parámetros adimensionales de la correlación de Eaton *et al.* (1967)

<b>Grupos Adimensionales Independientes</b>	
Diámetro Adimensional	$N_D = D\sqrt{\rho_L g / \sigma}$
Rugosidad Específica	$\varepsilon / D$
Ángulo de Inclinación	$\theta [-]$
Relación de Densidades gas-líquido	$N_\rho = \rho_G / \rho_L$
Viscosidad Adimensional del líquido	$N_L = \mu_L [g / (\rho_L \sigma^3)]^{1/4}$
Viscosidad Adimensional del gas	$N_G = \mu_G [g / (\rho_L \sigma^3)]^{1/4}$
Velocidad Superficial Adimensional del líquido	$N_{USL} = U_{SL} [\rho_L / (\sigma g)]^{1/4}$
Relación de Velocidades Superficiales ó	$R = U_{SG} / U_{SL}$
Velocidad Superficial Adimensional del gas	$N_{USG} = U_{SG} [\rho_L / (\sigma g)]^{1/4}$
Ángulo de Contacto con la Pared	$\alpha [-]$

#### **4. 2. 1 ESTUDIO DE LAS ECUACIONES DE LA VISCOSIDAD DE MEZCLA**

Arrhenius (1887), desarrolló una ecuación para la evaluar la viscosidad de una mezcla bifásica de gas y de líquido,

$$\mu_M = \mu_L^{\lambda_L} \mu_G^{(1-\lambda_L)} \quad (85)$$

El comportamiento de la viscosidad de la mezcla en función de la velocidad superficial del gas para velocidades superficiales de líquido de 0.0001; 0.001; 0.01; 0.1; 1 y 10 m/s se muestra en la presenta en la Figura ( 7).

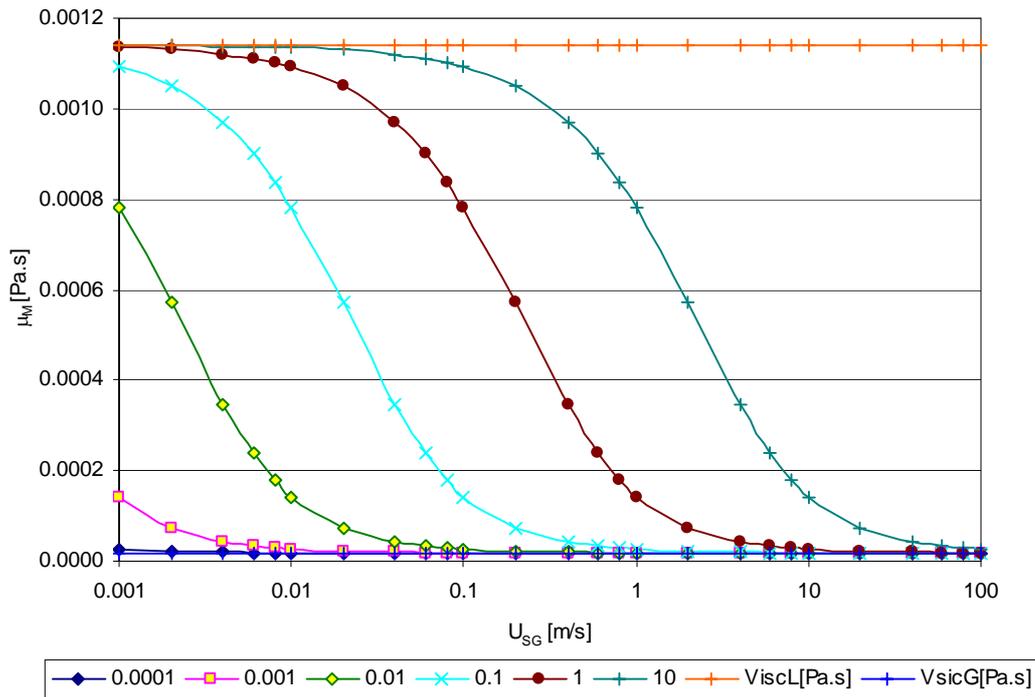


Figura ( 7 ): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Arrhenius (1887)

La viscosidad de la mezcla ( $ViscM$ ) está dentro del intervalo de las viscosidades de las fases. A baja  $U_{SL}$  y  $U_{SG}$ , la viscosidad de la mezcla es más cercana a la viscosidad del gas ( $ViscG$ ), sin embargo, para bajas  $U_{SG}$ , al aumentar la  $U_{SL}$  la  $ViscM$  se acerca más a la viscosidad del líquido ( $ViscL$ ). Por ejemplo, a una  $U_{SL}$  de 10 m/s la  $ViscM$  es igual a la  $ViscL$  hasta una  $U_{SG}$  inferior a 0.04 m/s.

Bingham (1906), desarrolló una ecuación para la viscosidad de la mezcla de la forma:

$$\mu_M = \left[ \frac{\lambda_L}{\mu_L} + \frac{(1-\lambda_L)}{\mu_G} \right]^{-1} \quad (86)$$

En esta ecuación, para el intervalo de velocidades superficiales de gas seleccionado, el valor de la  $ViscM$  puede alcanza el valor de la  $ViscL$  solo para  $U_{SL}$  superiores a 10 m/s. Para  $U_{SL}$  inferiores a 0.01m/s, la  $ViscM$  tiende a la  $ViscG$  como se observa en la Figura ( 8)

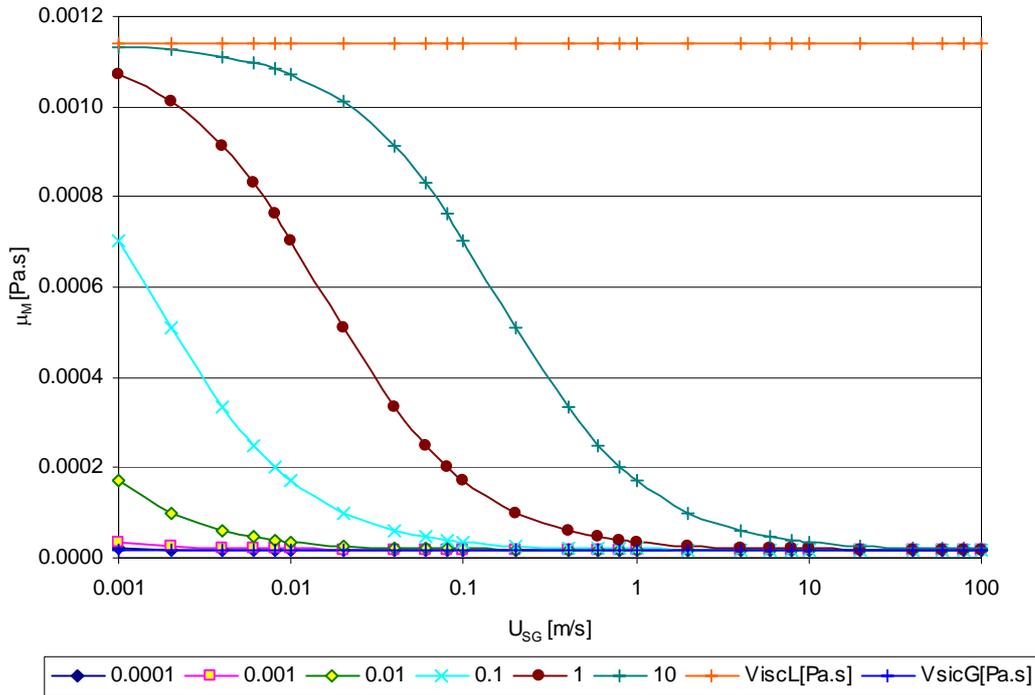


Figura ( 8 ): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Bingham (1906)

Aplicando La ecuación de Einstein (1909-1911), para determinar la viscosidad de mezcla bifásica gas-líquido, se obtiene:

$$\mu_M = \mu_L(1 + k\lambda_L) \quad (87)$$

donde k es un valor de 2.5 y  $\lambda_L$  es la fracción de volumétrica del líquido sin deslizamiento. La ViscM para todo el intervalo de velocidades superficiales estudiado, está por encima de la ViscL, la cual se considera como la fase continua. Para bajas  $U_{SG}$  y elevadas  $U_{SL}$ , la ViscM puede ser hasta 4 veces la ViscL. Para  $U_{SL} < 0.0001$  la ViscM tiende a la ViscG para todo el intervalo de  $U_{SG}$ . El comportamiento de la ecuación de Einstein (1909-1911) en función de la velocidad superficial del gas para velocidades superficiales de líquido de 0.0001; 0.001; 0.01; 0.1; 1 y 10 m/s se muestra en la Figura ( 9).

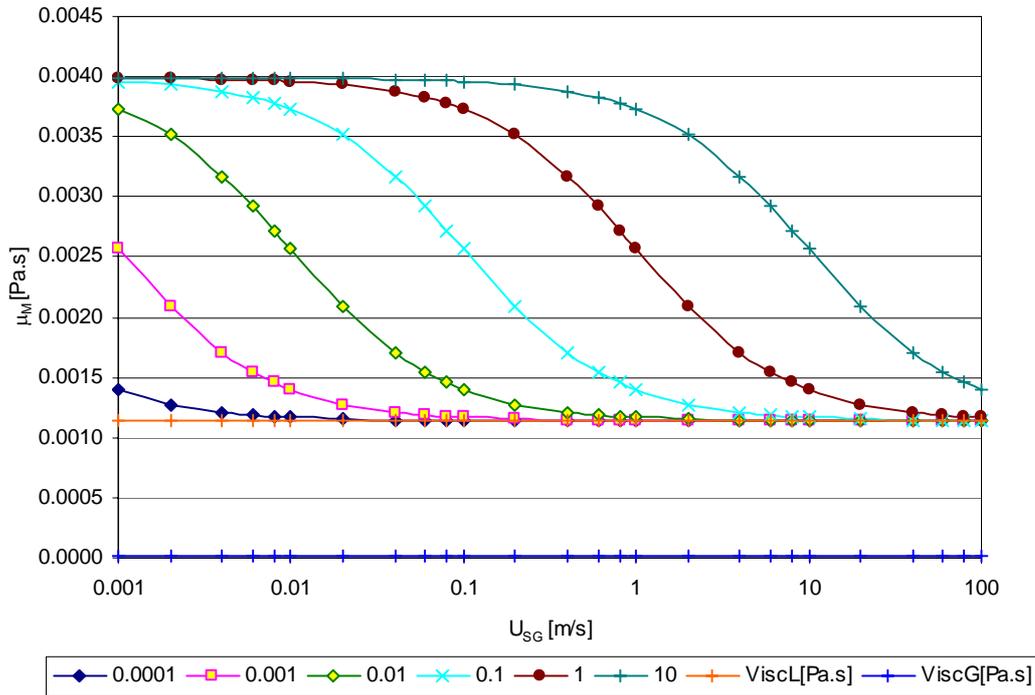


Figura ( 9 ): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Einstein (1909-1911)

Hatschek (1928), desarrolló una ecuación para evaluar la viscosidad de mezcla expresada en función de una fase continua y una fase dispersa para una fracción volumétrica de la fase continua (líquido) mayor o igual que 0.5 ( $\lambda_L \geq 0.5$ ):

$$\mu_M = \frac{\mu_L}{1 - \sqrt[3]{\lambda_L}} \quad (88)$$

Para el caso en estudio, para que cumpla la condición ( $\lambda_L \geq 0.5$ ) para una  $U_{SL}$  igual a 0.01 m/s, la  $U_{SG}$  debe estar en el rango de 0.001 a 0.008 m/s. Para una  $U_{SL}$  mayor, la  $U_{SG}$  puede alcanzar hasta los 0.08 m/s. Sin embargo, en general esta ecuación es altamente divergente y en algunos casos se pueden obtener valores de ViscM hasta de 80 veces mayor a la ViscL. la viscosidad de mezcla adquiere valores sumamente elevados que no cabe duda están fuera de lo aceptado como un valor de viscosidad de mezcla para flujo bifásico aire-agua. El comportamiento de esta ecuación esta presentado en la Figura (10):

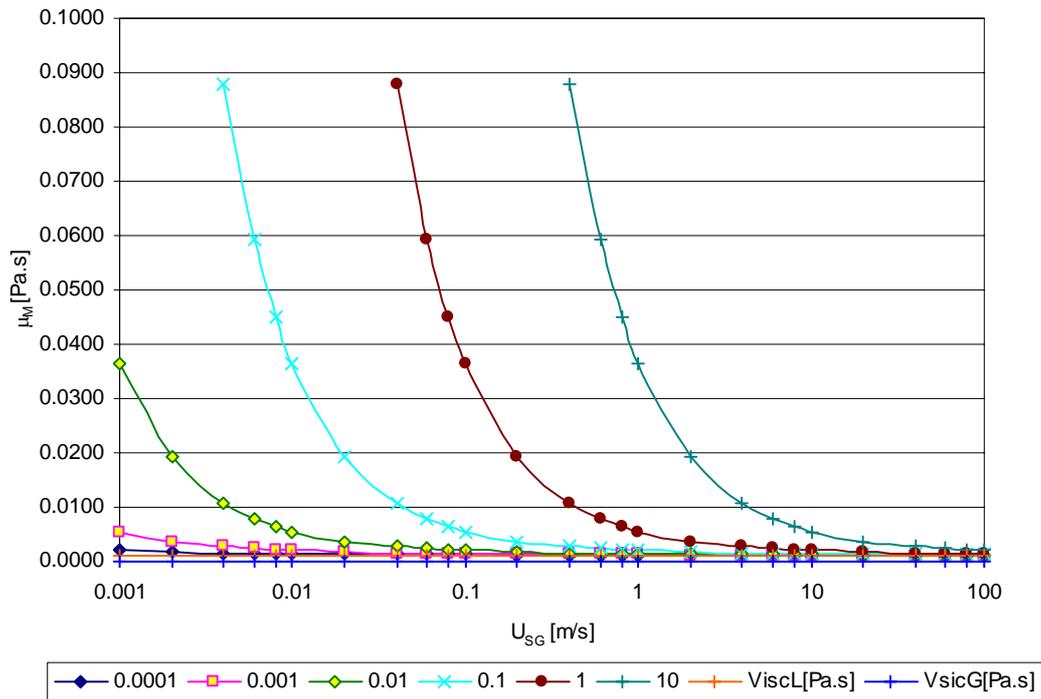


Figura (10): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Hatschek (1928)

Taylor (1932), expresó la viscosidad de mezcla en términos de fase continua y de la fase dispersa y modificó el factor  $k$  de la ecuación de Einstein (1909-1911),

$$k = 2.5 \left( \frac{\mu_G + 0.4\mu_L}{\mu_G + \mu_L} \right) \quad (89)$$

$$\mu_M = \mu_L \left( 1 + 2.5 \left( \frac{\mu_G + 0.4\mu_L}{\mu_G + \mu_L} \right) \lambda_L \right) \quad (90)$$

La constante de Taylor (1932) disminuye el valor máximo de la  $Visc_M$  en comparación con el obtenido con la ecuación de Einstein (1909-1911), no obstante, su comportamiento general es similar tal como se observa en la Figura (11).

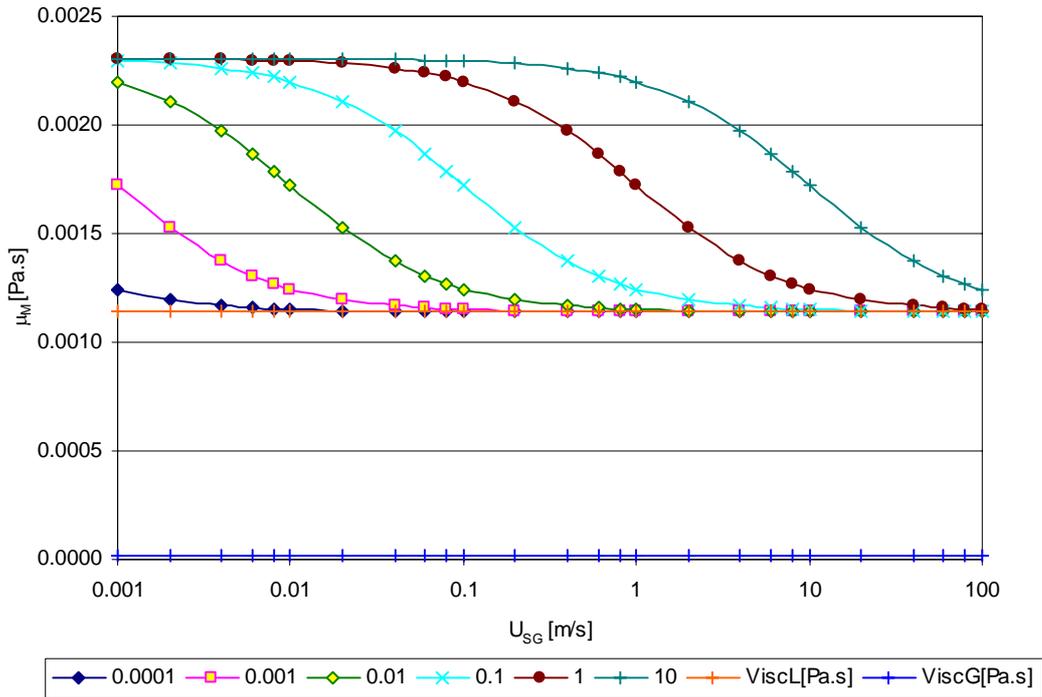


Figura (11): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Taylor (1932)

Richardson (1933), derivó una ecuación de la viscosidad de mezcla la cual también viene expresada en función de la fase continua (líquido) y de su fracción volumétrica:

$$\mu_M = \mu_L \exp(k\lambda_L) \quad (91)$$

El comportamiento de esta ecuación se presenta en Figura (12). La ViscM es superior a la ViscL para todo el intervalo de velocidades superficiales estudiado. La máxima ViscM para esta mezcla gas-líquido, tiene el valor aproximadamente 2.7 veces la ViscL (Agua).

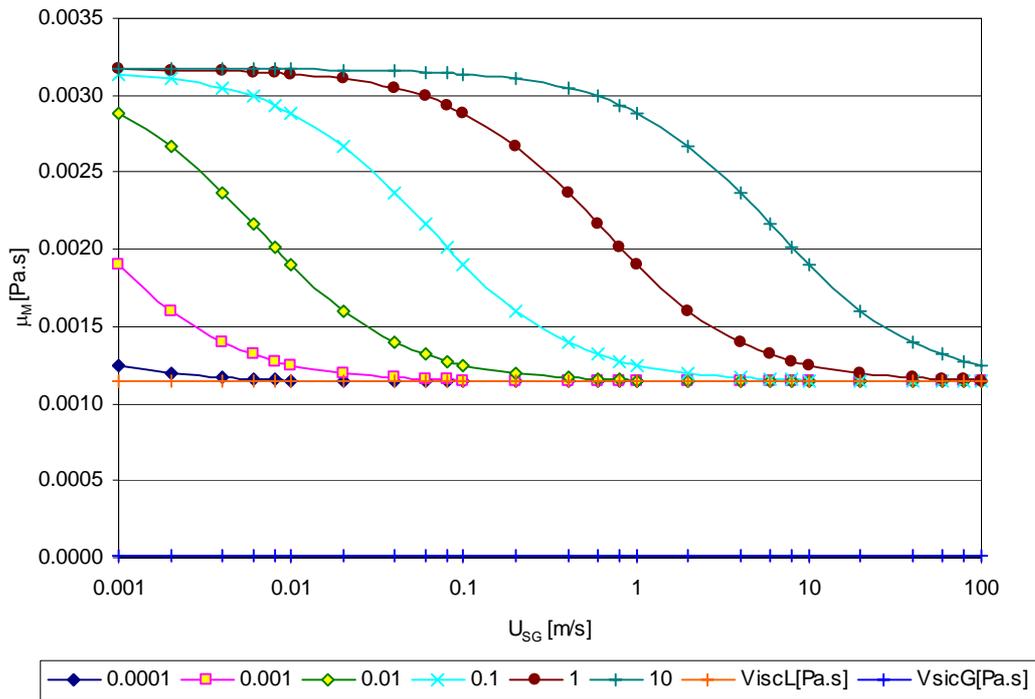


Figura (12): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Richardson (1933)

McAdams *et al.* (1942), derivó una ecuación para evaluar la ViscM en función de las ratas de flujo de masa de las fases.

$$\frac{1}{\mu_M} = \frac{1}{\mu_G} \frac{m\dot{G}}{m\dot{L}} + \frac{1}{\mu_L} \left( 1 - \frac{m\dot{G}}{m\dot{L}} \right) \quad (92)$$

En esta ecuación los valores de la ViscM se encuentran entre los valores de la viscosidad de ambas fases. El comportamiento de esta ecuación es similar al de la ecuación de Arrhenius (1887). La viscosidad de la mezcla en función de la velocidad superficial del gas para velocidades superficiales de líquido de 0.0001; 0.001; 0.01; 0.1; 1 y 10 m/s se muestra en la presente en la Figura (13).

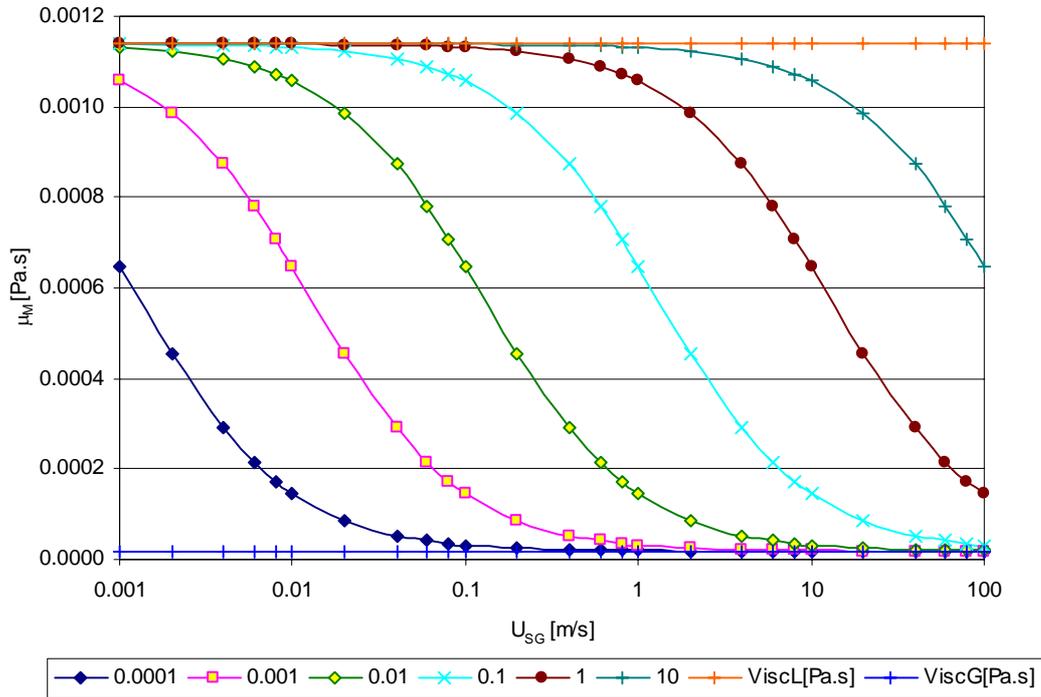


Figura (13): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de McAdams *et al.* (1942)

Vermueulen (1955), es una extensión de la ecuación de Taylor (1932), para una mezcla de Agua- Aceite y una mezcla de gas-Agua,

$$\mu_M = \frac{\mu_L}{1 - \lambda_L} \left[ 1 + \left( \frac{1.5 \mu_G \mu_L}{\mu_L + \mu_G} \right) \right] \quad (93)$$

La ViscM evaluada a partir de esta ecuación presenta valores elevados ( $ViscM > 52$  ViscL), para valores de  $U_{SL} \geq 0.1$  y de  $U_{SG}$  bajas. A medida que la  $U_{SG}$  aumenta la ViscM disminuye hasta alcanzar el valor de la ViscL a altas  $U_{SG}$ . Para valores de bajas velocidades superficiales del líquido ( $U_{SL} < 0.1$ ), la ViscM presenta valores mucho más pequeñas, como se observa en la Figura (14),

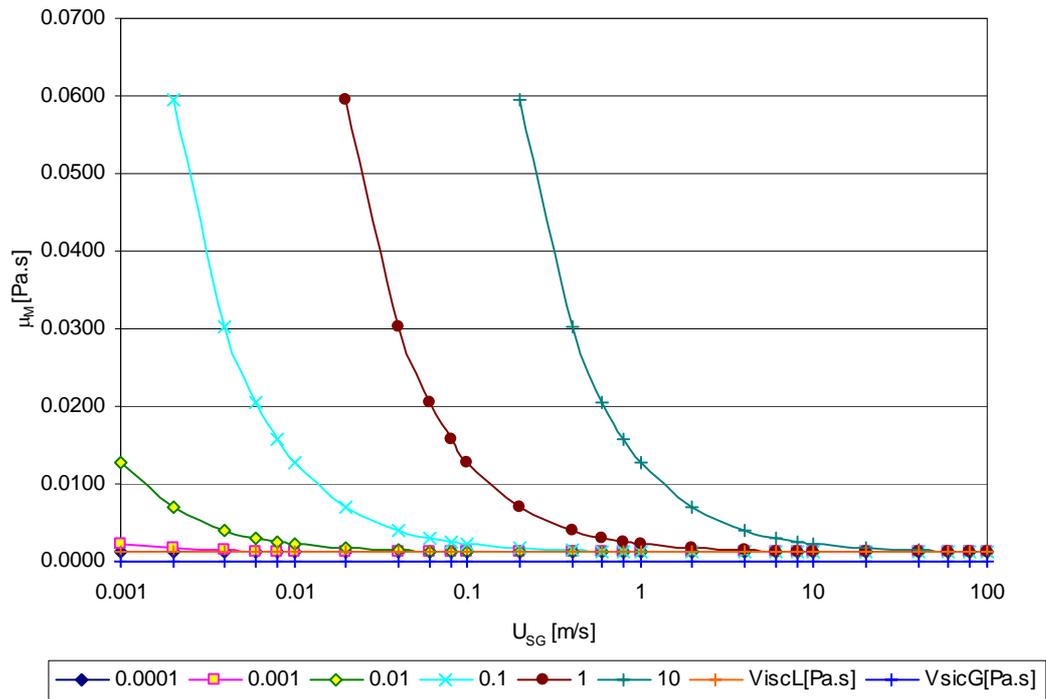


Figura (14): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Vermueulen (1955)

En la ecuación de Hoogendoorn (1959), la  $ViscM$  está contenida entre los valores de la  $VisG$  y la  $ViscL$ , como se puede apreciar en la Figura (15):

$$\mu_M = \mu_L^{H_L} \mu_G^{(1-H_L)} \tag{94}$$

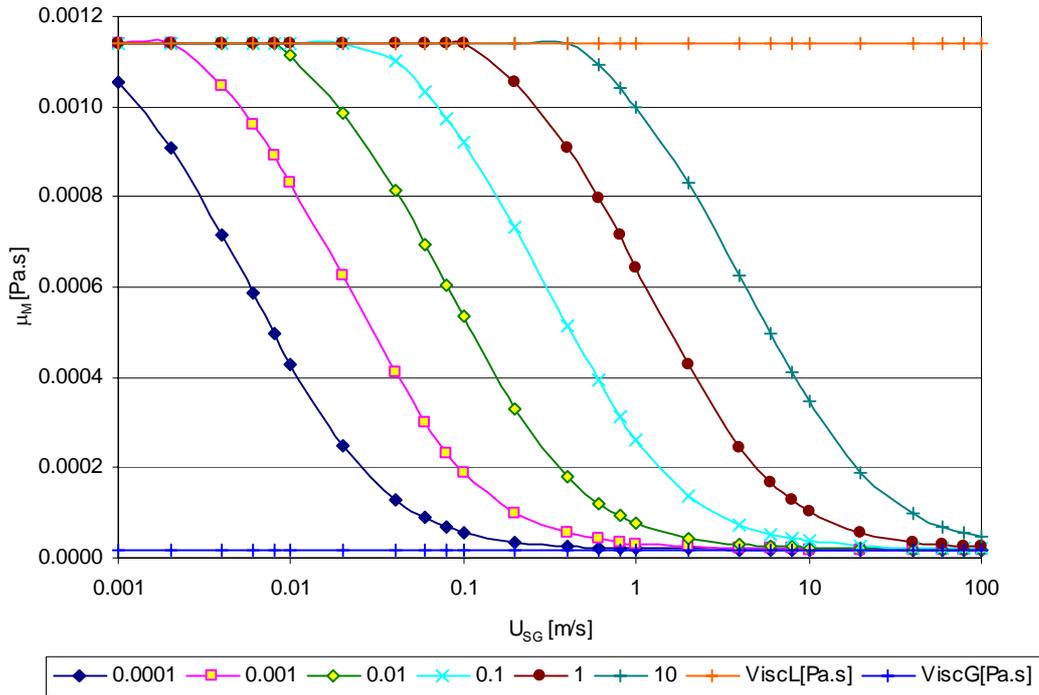


Figura (15): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Hoogendoorn (1959)

El comportamiento de la ecuación derivada por Cicchitti *et al.* (1960),

$$\mu_M = \mu_G \frac{n_G}{n_L} + \mu_L \left( 1 - \frac{n_G}{n_L} \right) \quad (95)$$

se presenta en la Figura (16). En esta ecuación la  $\text{Visc}_M$  tiende a la viscosidad del líquido para  $U_{SL} \geq 1$  para cualquier valor de  $U_{SG}$ . La  $\text{Visc}_M$  tiende a la viscosidad del gas solo para bajas velocidades superficiales de líquido y altas velocidades superficiales de gas.

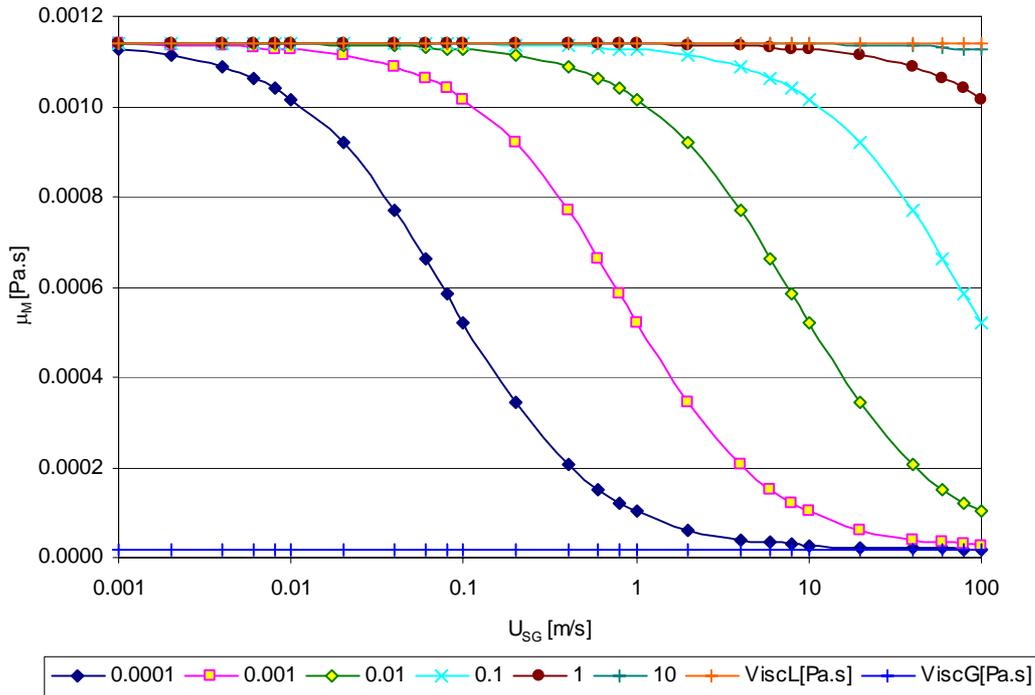


Figura (16): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Cicchitti *et al.* (1960)

Bankoff (1960), desarrolló una ecuación para evaluar la viscosidad de la mezcla que depende de la fracción volumétrica del líquido con deslizamiento  $H_L$ ,

$$\mu_M = H_L \mu_L + (1 - H_L) \mu_G \quad (96)$$

En esta ecuación, la ViscM tiende al valor de la ViscL a medida que disminuye  $U_{SG}$  y se aproxima al valor de la ViscG a medida que aumenta la  $U_{SG}$ , como se observa en la Figura (17). Por ejemplo, la viscosidad de mezcla para una velocidad superficial de líquido de 0.01 m/s comienza a alejarse del valor de la ViscL para  $U_{SG}$  superiores a 0.01 m/s, hasta llegar a la ViscG a altas velocidades superficiales del gas ( $U_{SG} > 100$  m/s). Este comportamiento es similar para todas las velocidades superficiales de líquido, sin embargo, a mayores velocidades superficiales de líquido, los valores de velocidades superficiales de gas en los cuales la ViscM tiende a las viscosidades de las fases, aumenta.

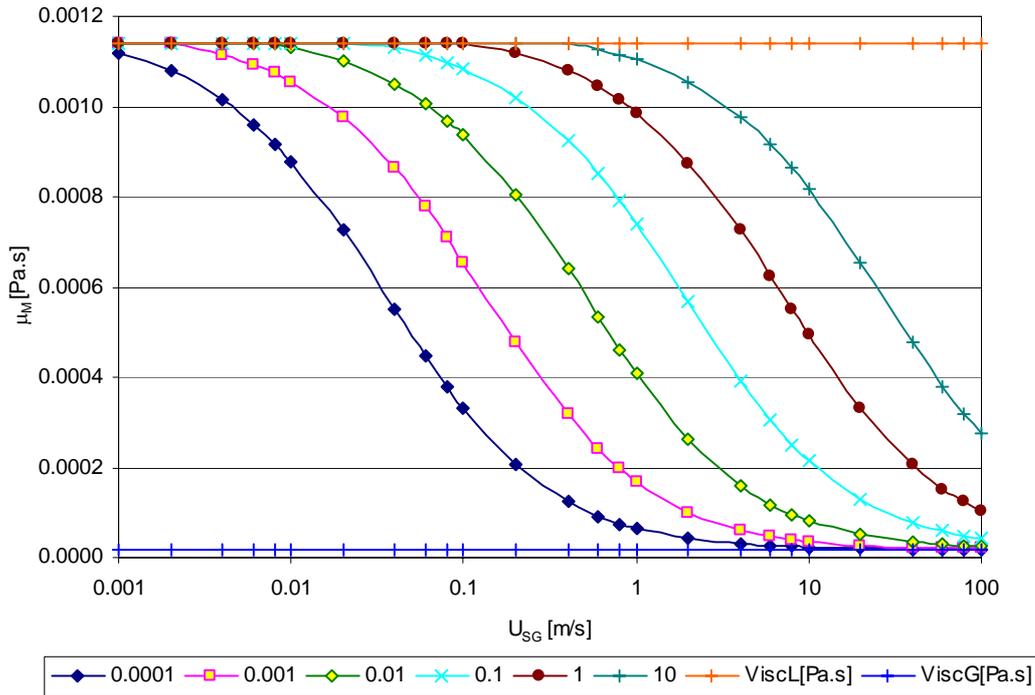


Figura (17): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla usada por Bankoff (1960)

Una de las ecuaciones más usada por los investigadores para evaluar la viscosidad de la mezcla es la ecuación de Dukler *et al.* (1964):

$$\mu_M = \mu_L \lambda_L + \mu_G (1 - \lambda_L) \quad (97)$$

donde  $\lambda_L$  es la fracción volumétrica del líquido sin deslizamiento la cual es función de las velocidades superficiales de las fases. A bajas  $U_{SL}$  y  $U_{SG}$ , la  $Visc_M$  es más cercana a la viscosidad del gas, sin embargo, para bajas  $U_{SG}$ , al aumentar la  $U_{SL}$ , la  $Visc_M$  se acerca más a la viscosidad del líquido. Por ejemplo, a una  $U_{SL}$  de 1 m/s la  $Visc_M$  es igual a la  $Visc_L$  hasta una  $U_{SG}$  inferior a 0.01 m/s. Para una  $U_{SL}$  de 10 m/s, la  $Visc_M$  se mantiene igual a la  $Visc_L$  hasta una  $U_{SG}$  de 0.06 m/s. No obstante, una vez que aumenta la  $U_{SG}$ , la  $Visc_M$  desciende aproximándose a la  $Visc_G$ . Esta aproximación es más acentuada a bajas  $U_{SL}$ . En las Figura (18), se muestra el comportamiento de la ecuación de Dukler *et al.*, (1964) para velocidades superficiales de líquido 0.0001; 0.001; 0.01; 0.1; 1 y de 10 m/s.

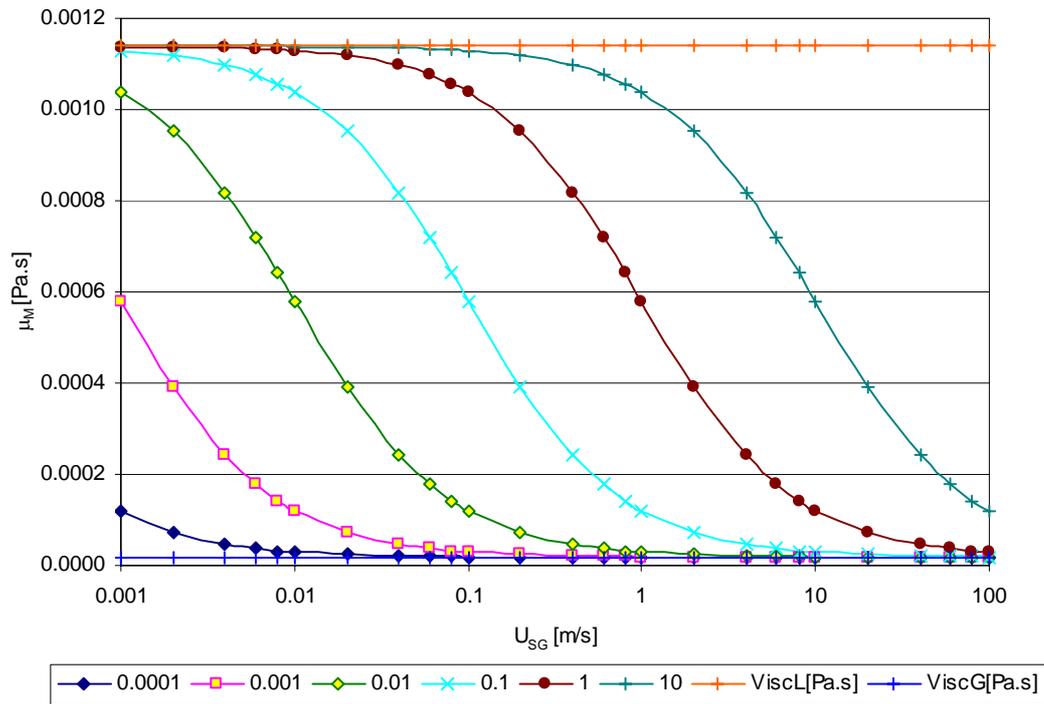


Figura (18): Comportamiento de la ecuación de la viscosidad de mezcla de Dukler *et al.* (1964)

Cengel (1967) extendió la ecuación de Einstein (1906-1911), usando este modelo para la mezcla de gas-líquido.

$$\mu_M = \mu_L \left( 1 + 2.5\lambda_L - 11.01\lambda_L^2 + 52.62\lambda_L^3 \right) \quad (98)$$

La ViscM máxima es casi 45 veces mayor que la ViscL. Como se observa en la Figura (19), a altas  $U_{SL}$  y bajas  $U_{SG}$ .

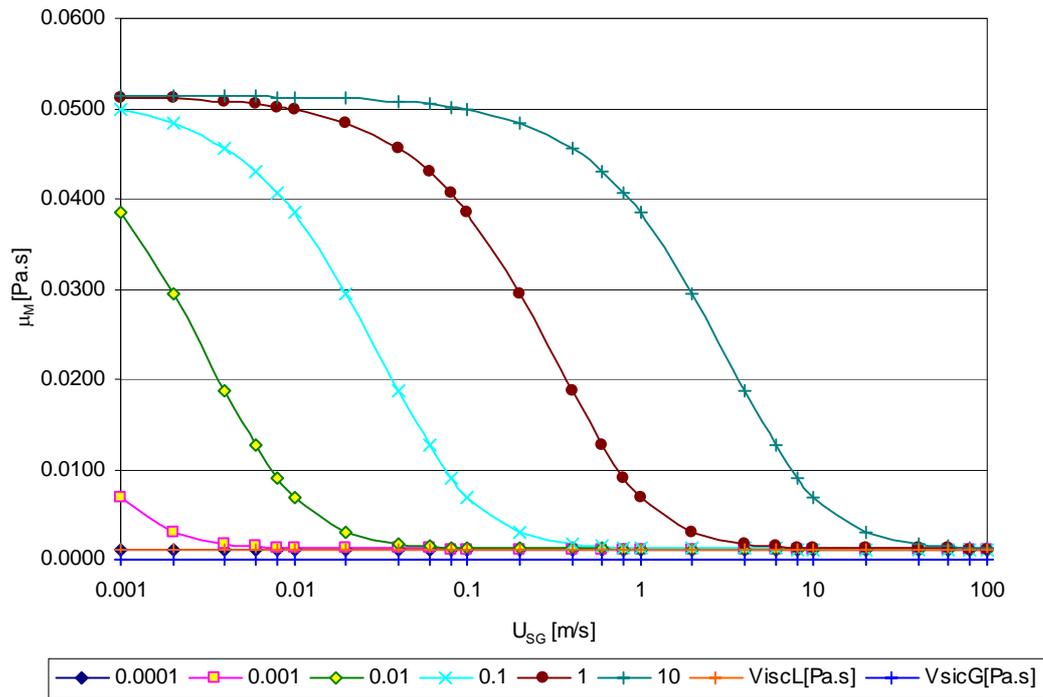


Figura (19): Comportamiento de la correlación de viscosidad de mezcla de Cengel (1967)

Soot (1971), desarrolló su ecuación en base al efecto de la viscosidad de mezcla en su modelo teórico de flujo vertical de espuma,

$$\mu_M = \mu_L \left[ \frac{1}{1 + \Phi \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} - 1 \right)} \right]^{\left( \frac{1-n}{n} \right)} \quad (99)$$

El comportamiento de esta ecuación es similar al de la ecuación de Einstein (1909-1911) y Taylor (1932) (ver Figura (20)). El valor la ViscM máxima es menor que la evaluada por la ecuación de Taylor (1932).

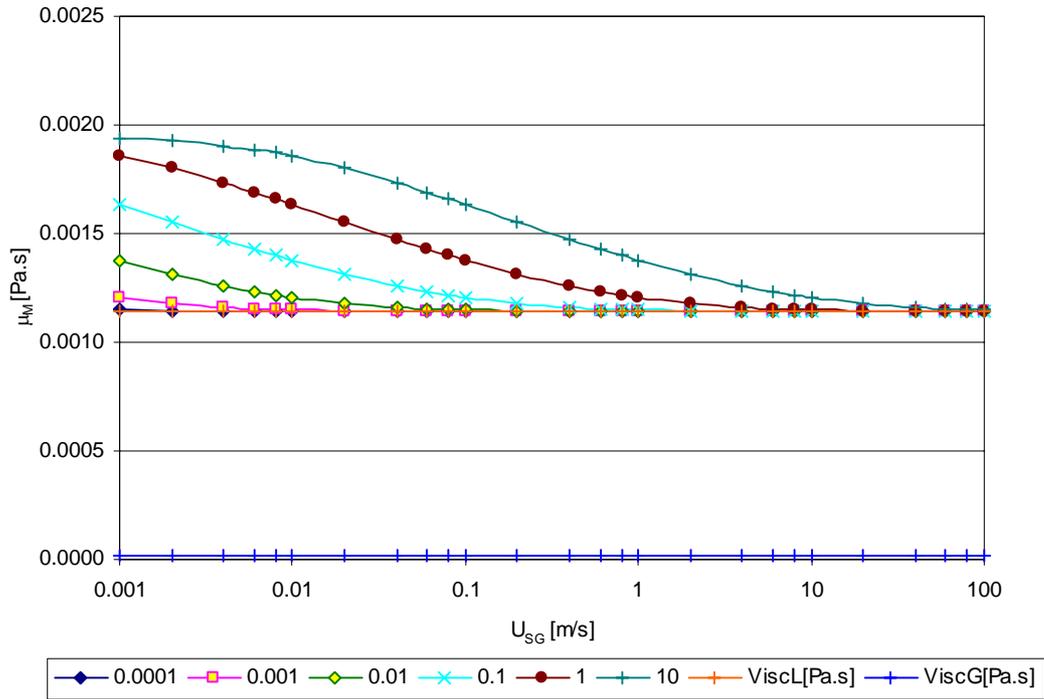


Figura (20): Comportamiento de la correlación de viscosidad de mezcla de Soot (1971)

Oliemans (1976), desarrolló ecuaciones para el cálculo de la viscosidad y la densidad de la mezcla gas-líquido. La ViscM evaluada mediante esta correlación tiene un valor máximo igual a la ViscL, como se presenta en la Figura (21):

$$\mu_M = \frac{\mu_L \lambda_L + \mu_G (1 - H_L)}{1 - \beta} \quad (100)$$

$$\beta = H_L - \lambda_L \quad (101)$$

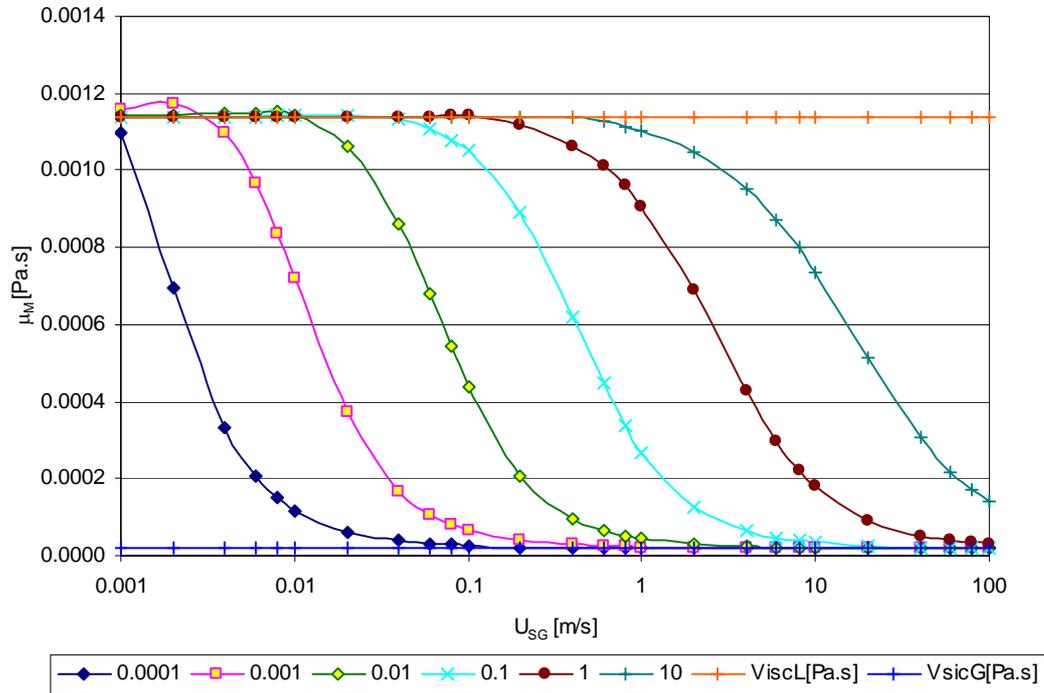


Figura (21): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Oliemans (1976)

Oglesby (1979), hizo una referencia a la correlación de Leviton y Leighton, quienes desarrollaron la siguiente ecuación para evaluar la viscosidad de mezcla,

$$\mu_M = \mu_L \exp \left[ \left( \frac{\mu_G + 0.4\mu_L}{\mu_G + \mu_L} \right) \left( \lambda_L + \lambda_L^{1.667} + \lambda_L^{3.66} \right) \right] \quad (102)$$

Como se puede apreciar en la Figura (22), la ViscM presenta valores superiores a la ViscL para todo el intervalo de velocidades superficiales de gas y de líquido. La máxima ViscM para flujo de aire-agua, es aproximadamente 3.5 veces mayor que la ViscL.

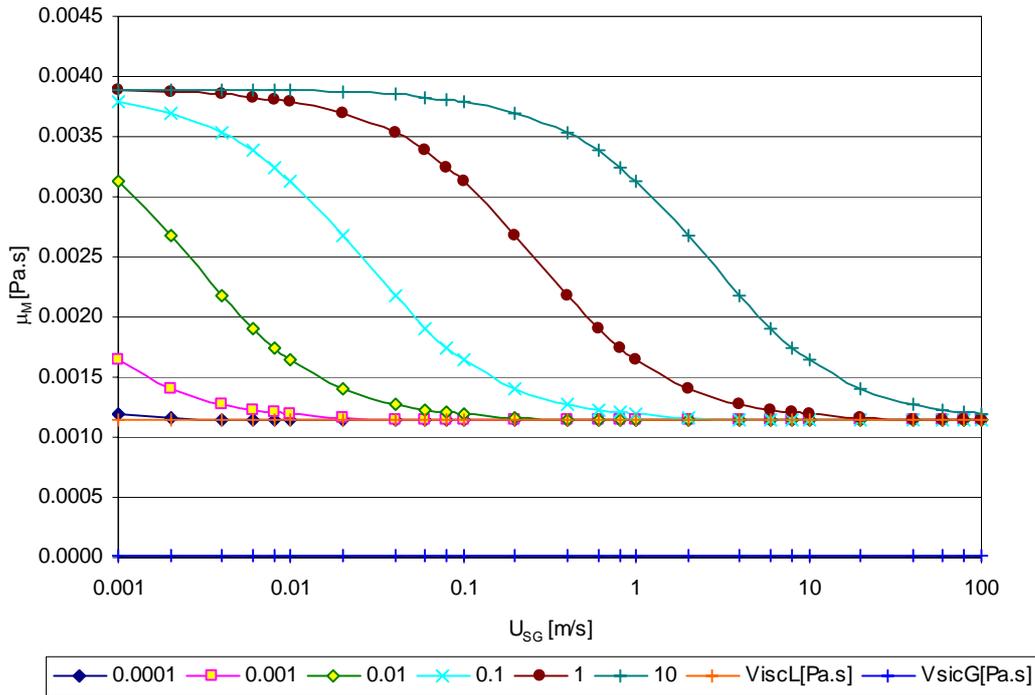


Figura (22): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla de Leviton y Leighton

Beattie y Whalley (1982) evalúan la viscosidad bifásica  $\mu_{TP}$  a partir de la siguiente ecuación:

$$\mu_{TP} = \mu_L(1 - \beta)(1 + 2.5\beta) + \mu_G\beta \tag{103}$$

siendo  $\beta$  la fracción de vacío homogénea definida como:

$$\beta = \frac{\rho_L x}{\rho_L x + \rho_G(1 - x)} \tag{104}$$

Esta ecuación presenta un comportamiento cíclico en función de la velocidad superficial del líquido ( $U_{SL}$ ), (ver Figura (23)). Para los siguientes valores de  $U_{SL}$ : 0.001; 0.01; 0.1; 1; 10 m/s, la viscosidad de la mezcla, tiende a valores de la ViscL a bajas velocidades superficiales de gas. Luego la viscosidad de mezcla aumenta con el incremento de la  $U_{SG}$ , hasta llegar a un valor máximo de 1.23 veces la ViscL, después disminuye hasta obtener el valor de la ViscL otra vez, a velocidades superficiales de gas de 0.002; 0.02; 0.2;

2 y 20 m/s para velocidades superficiales de líquido de 0.001; 0.01; 0.1; 1 y 10 m/s respectivamente. Posteriormente, para la mayoría de las velocidades superficiales de líquido, el valor de la ViscM disminuye hasta llegar al valor de la ViscG cuando la  $U_{SL} = 0.0001$  m/s y  $U_{SG} = 0.06$  m/s,  $U_{SL} = 0.001$  m/s y  $U_{SG} = 0.6$  m/s,  $U_{SL} = 0.01$  m/s y  $U_{SG} = 6$  m/s,  $U_{SL} = 0.1$  m/s y  $U_{SG} = 60$  m/s.

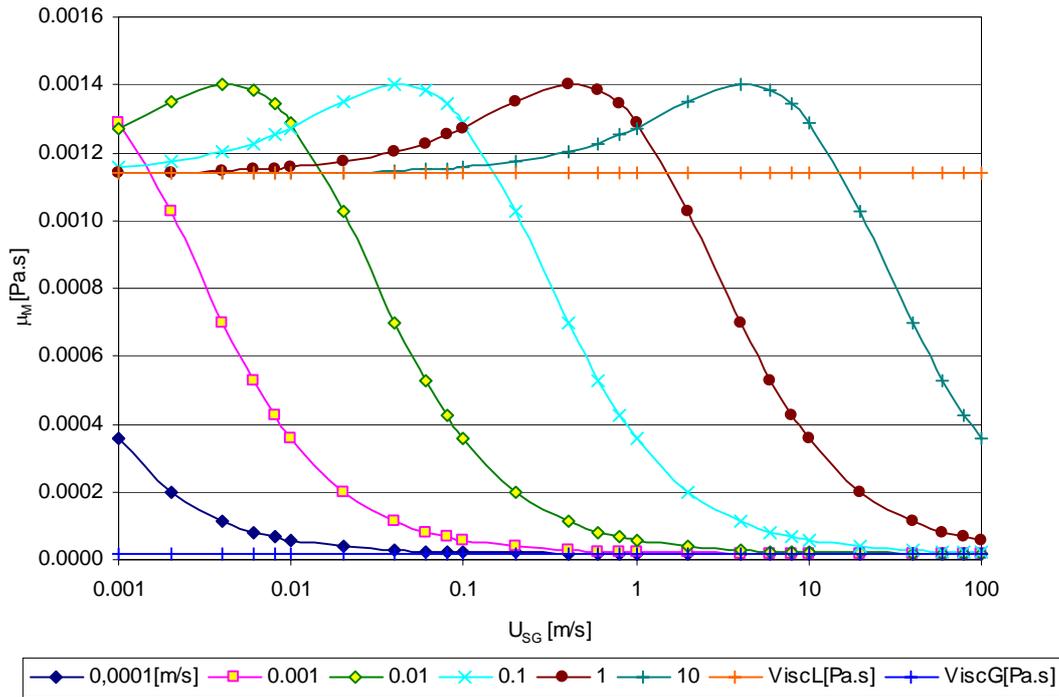


Figura (23): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla usada por Beattie y Whalley (1982)

La ecuación presentada por Fourar y Bories (1994), es similar a la ecuación de Dukler *et al.*(1964) con un término adicional donde combinan las viscosidades del gas y del líquido con el producto de las fracciones volumétricas de líquido y de gas sin deslizamiento,

$$\mu_M = \lambda_L \mu_L + (1 - \lambda_L) \mu_G + 2 \sqrt{\lambda_L (1 - \lambda_L) \mu_L \mu_G} \quad (105)$$

El comportamiento de esta ecuación también es similar al presentado por la ecuación de la ViscM de Dukler *et al.* (1964). En las Figura (24), se muestra el comportamiento de la ecuación de Fourar y Bories (1994). Para velocidades superficiales

de líquido de 0.0001; 0.001; 0.01; 0.1; 1 y de 10 m/s. Para una  $U_{SG} < 1$  m/s y para los valores de la  $U_{SL}$  de 0.01; 0.1; 1 y 10 m/s, la viscosidad de mezcla tiene valores ligeramente por encima de la viscosidad del líquido. Para elevadas velocidades superficiales de gas la  $ViscM$  se acerca al valor de la viscosidad del gas.

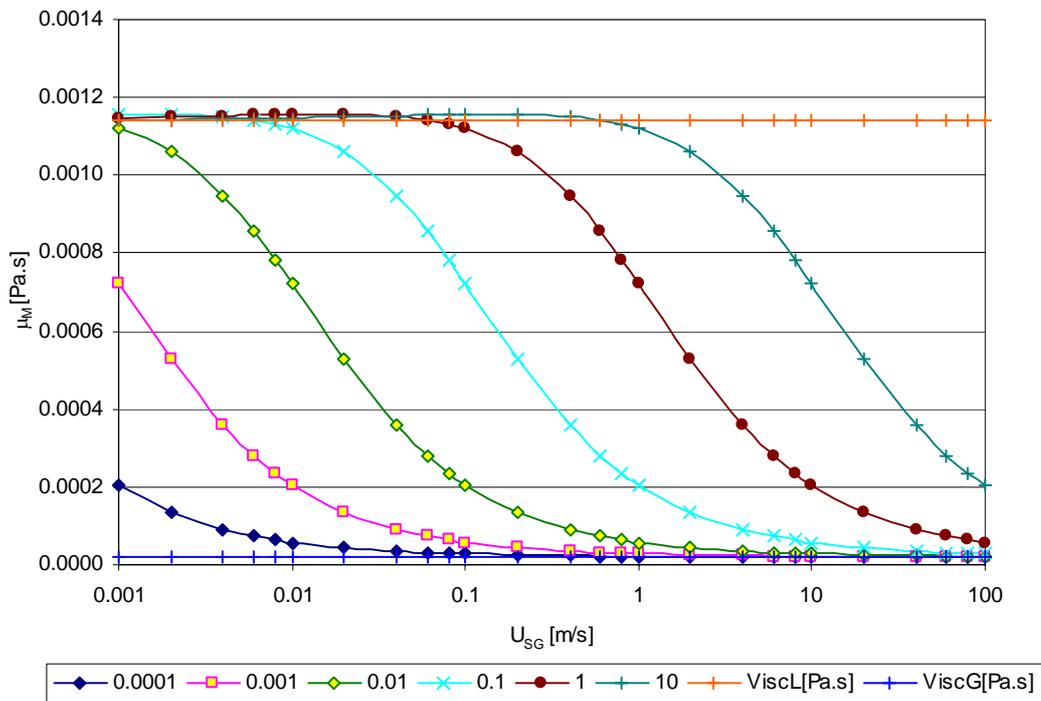


Figura (24): Comportamiento de la ecuación de viscosidad de mezcla usada por Fourar y Bories (1994)

#### **4. 2. 2 COMPARACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE LAS ECUACIONES DE LA VISCOSIDAD DE MEZCLA**

Después de una visión general del comportamiento individual de las diferentes ecuaciones para evaluar la viscosidad de mezcla, presentadas en este estudio. Es de interés clasificar dichas ecuaciones en categorías, según las semejanzas, en cuanto al valor de la viscosidad de la mezcla. En tal sentido, se clasifican en cuatro categorías.

La primera categoría se caracteriza por tener un valor de la viscosidad de mezcla encerrado entre los valores de la viscosidad de gas y de líquido. Entre las ecuaciones que cumplen con esta condición se encuentran la de Arrhenius (1887), Bingham (1906),

McAdams *et al.* (1942), Hoogendoorn (1959), Bankoff (1960), Cicchitti *et al.* (1960) y Dukler *et al.* (1964). La semejanza entre estas ecuaciones para diferentes valores de la velocidad superficial de líquido  $U_{SL}$  (0.0001; 0.001; 0.01; 0.1; 1; 10 m/s), se puede apreciar mediante graficas que agrupan estas ecuaciones.

A continuación, se presentan tres graficas del comportamiento de la  $ViscM$ , para tres valores de la velocidad superficial de líquido (baja  $U_{SL} = 0.0001$  m/s , mediana  $U_{SL} = 0.1$  m/s y alta  $U_{SL} = 10$  m/s). Adicionalmente se muestra en las graficas el patrón de flujo presente para las diferentes velocidades superficiales de gas y de líquido establecido mediante la correlación de Mandhane *et al.* (1974). Esta ecuación permite calcular el patrón de flujo para cualquier flujo de gas-líquido en tuberías de acuerdo al mapa de patrón de flujo.

En la Figura (25), para una ( $U_{SL} = 0.0001$  m/s) se observa que la  $ViscM$  evaluada mediante la ecuación de Cicchitti *et al.* (1960), tiene el mayor valor seguida por la ecuación de Bankoff (1960). Las viscosidades de mezcla disminuyen al incrementar la velocidad superficial del gas y tiende a la viscosidad del gas para  $U_{SG} > 10$  m/s.

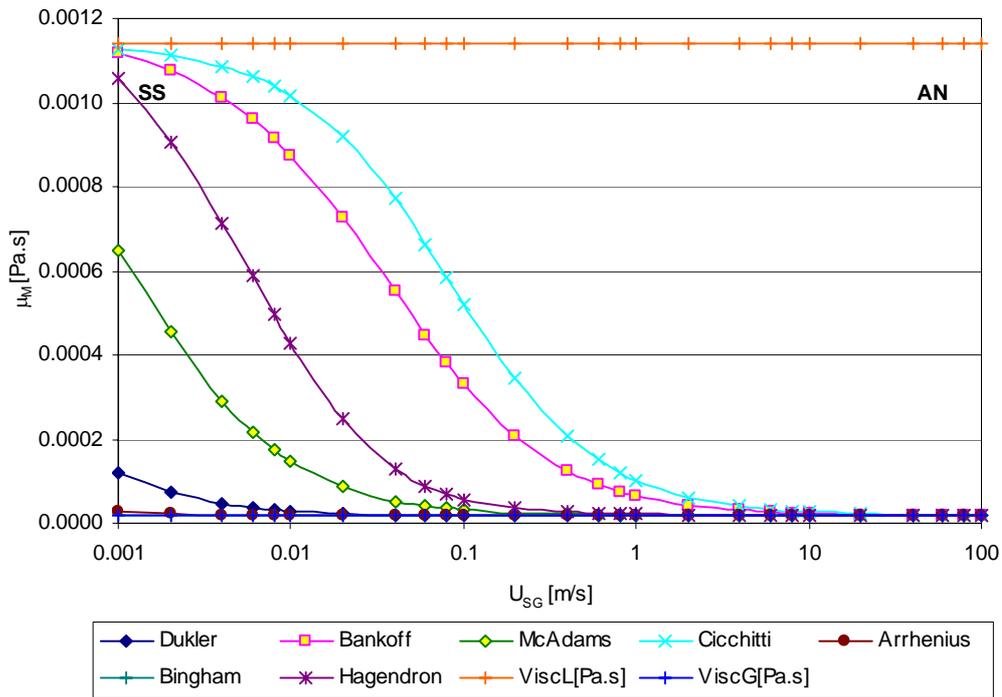


Figura (25): Gráfico comparativo de la ViscM para  $U_{SL} = 0.0001$  m/s, categoría 1

La viscosidad de mezcla evaluada por las ecuaciones que pertenecen a esta categoría, tiende al valor de la viscosidad del gas a una  $U_{SG} > 0.02$  m/s para la ViscM de Dukler *et al.* (1964). En el caso de las ecuaciones de McAdams *et al.* (1942) y de Hoogendoorn (1959), para  $U_{SG} > 0.4$  m/s la ViscM de alcanza valores de la viscosidad del gas.

Las ViscM de Arrhenius (1887) y Bingham (1906) tienen valores muy cercanos a la viscosidad del gas para una  $U_{SG} < 0.01$  y la ViscM tiene el mismo valor de la viscosidad del gas para mayores velocidades superficiales de líquido.

Para el valor de la velocidad superficial del líquido de 0.1 m/s, la viscosidad de mezcla evaluada por la mayoría de las ecuaciones de esta categoría (ver Figura (26)), tienen valores de la viscosidad del líquido a bajas velocidades superficiales de gas, con la excepción de la ViscM evaluada por las ecuaciones de Arrhenius (1887) y Bingham (1906), las cuales no alcanzan el valor de la viscosidad del líquido.

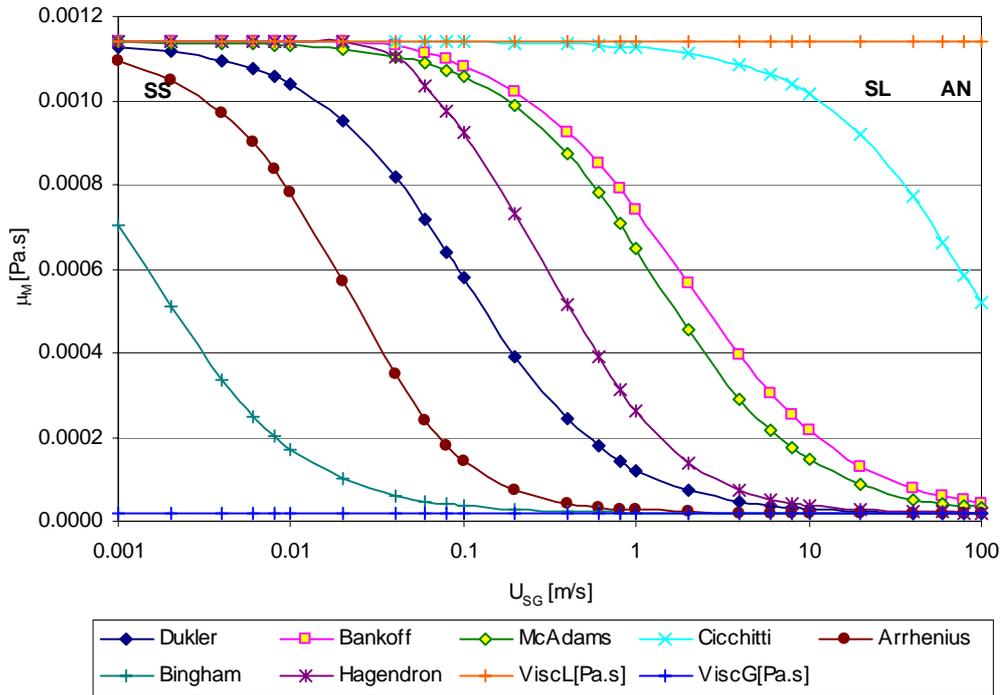


Figura (26): Gráfico comparativo de la ViscM para  $U_{SL} = 0.1$  m/s, categoría 1

A una velocidad superficial de gas mayor a 1 m/s, la ViscM tiende a la viscosidad del gas. A velocidades superficiales de líquido elevadas, ( $U_{SL} = 10$  m/s) la ViscM tiene valores muy cercanos a la viscosidad del líquido para  $U_{SG} < 0.8$  m/s, y en algunos casos, la ViscM es igual a la ViscL, como el caso de la ViscM de Cicchitti *et al.* (1960), como se puede ver en la Figura (27),

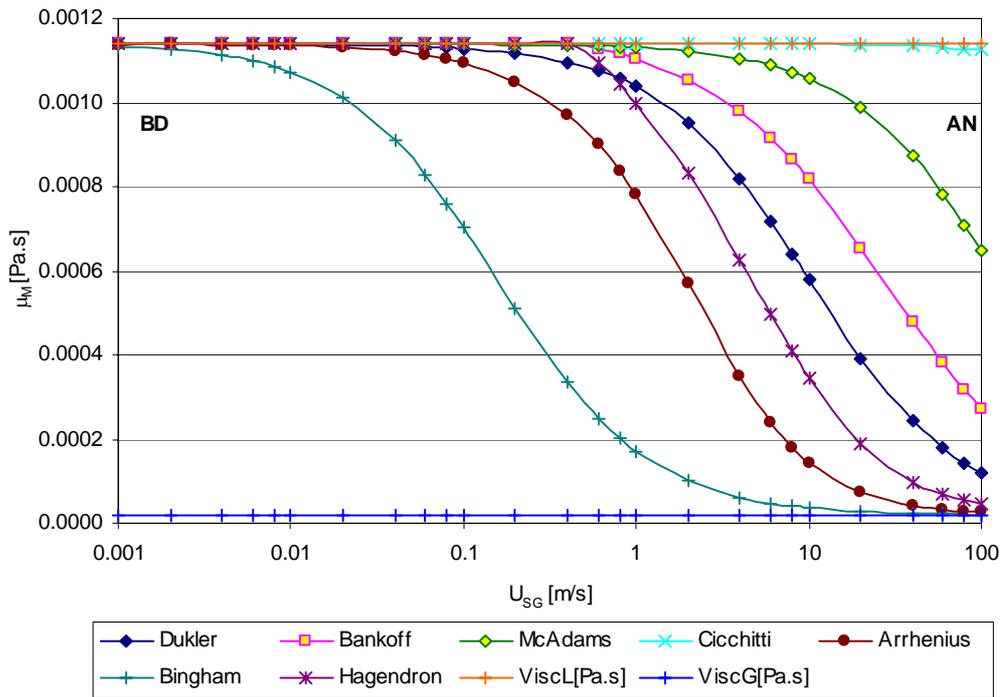


Figura (27): Gráfico comparativo de la ViscM para  $U_{SL} = 10$  m/s, categoría 1

La segunda categoría esta formada por las correlaciones de Beattie y Whalley (1982), Oliemans (1976) y Fourar y Bories (1995).

La viscosidad de mezcla evaluada mediante las ecuaciones de esta categoría, se caracteriza por tener algunos valores mayores a la viscosidad del líquido.

En la Figura (28); se puede observar el comportamiento de la viscosidad de mezcla a una  $U_{SL} = 0.0001$  m/s. La ViscM tiene valores entre la viscosidad del líquido y la viscosidad del gas a una  $U_{SG} < 0.1$  m/s. Para una velocidad superficial de gas mayor a 0.1 m/s la viscosidad de mezcla alcanza el valor de la viscosidad del gas.

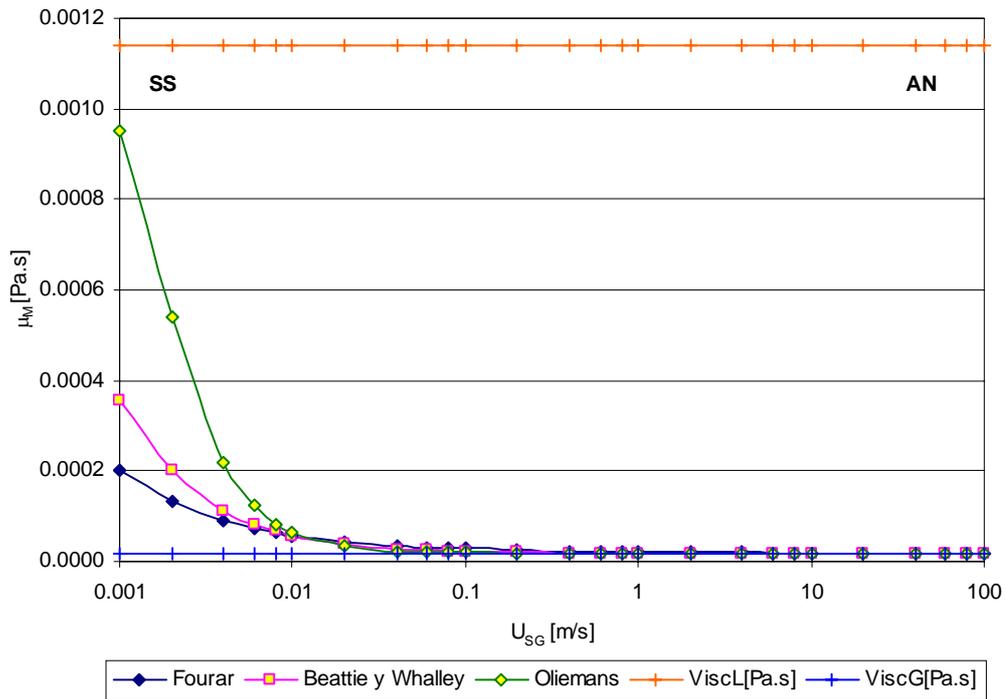


Figura (28): Gráfico comparativo de la ViscM para  $U_{SL} = 0.0001$  m/s, categoría 2

Para una velocidad superficial de líquido de 0.001 m/s, (ver la Figura (29)), la ViscM evaluada por la ecuación de Beattie y Whalley (1982), a una  $U_{SG} = 0.001$  m/s, toma un valor de 1.13 ViscL. Para una  $U_{SL} = 1$  m/s y una  $U_{SG} = 0.001$  m/s, la viscosidad de mezcla tiene un valor de 1.20 ViscL, (ver la Figura (30)).

Para una velocidad superficial de líquido de 1 m/s, la ViscM evaluada por las ecuaciones de esta categoría, disminuye su valor acercándose a la viscosidad del gas al incrementar la velocidad superficial del gas. La ViscM evaluada por la ecuación de Oliemans (1976) alcanza la viscosidad del gas a una  $U_{SG} = 100$  m/s.

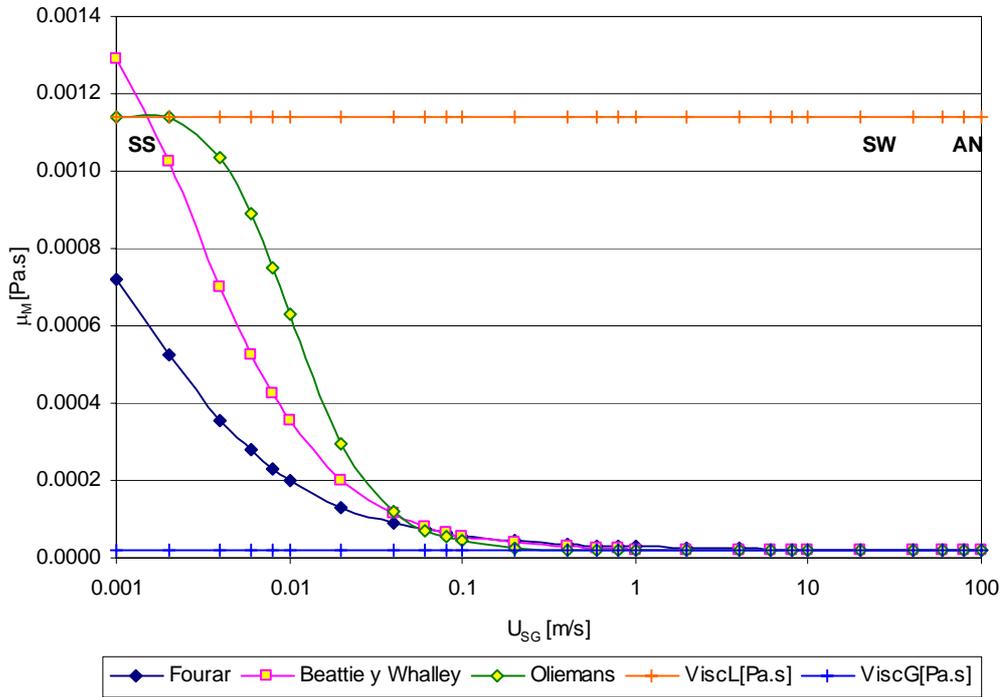


Figura (29): Gráfico comparativo de la ViscM para  $U_{SL} = 0.001$  m/s, categoría 2

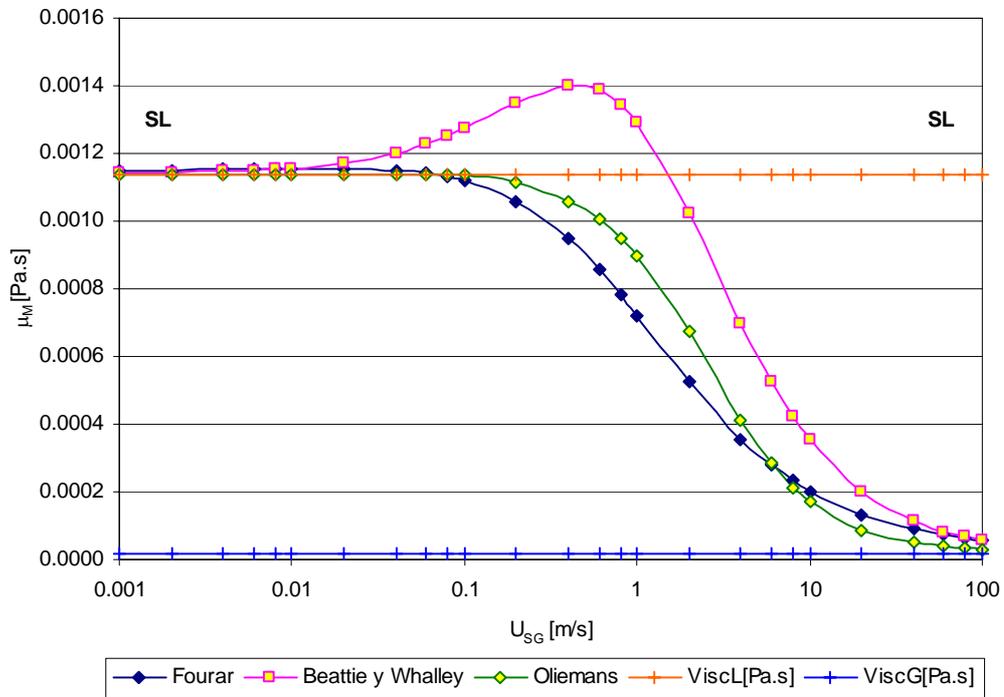


Figura (30): Gráfico comparativo de la ViscM para  $U_{SL} = 1$  m/s, categoría 2

La tercera categoría agrupa a las ecuaciones en las cuales la  $ViscM$  tiene valores elevados por encima de la  $ViscL$  a bajas velocidades superficiales del gas. Las correlaciones que presentan esta conducta son la de Einstein (1909-1911), Taylor (1932), Richardson (1933), Soot (1971) y Leviton y Leighton. En las ecuaciones de la viscosidad de mezcla de esta categoría, se puede observar que la viscosidad del líquido esta multiplicada por un término mayor que la unidad y trae como consecuencia que la viscosidad de mezcla sea mayor que la viscosidad del líquido a bajas velocidades superficiales de gas.

La  $ViscM$  disminuye su valor, al aumentar la velocidad superficial de gas. Para una  $U_{SG} > 0.08$  m/s (ver la Figura (31)), la  $ViscM$  tiene el mismo valor de la viscosidad del líquido.

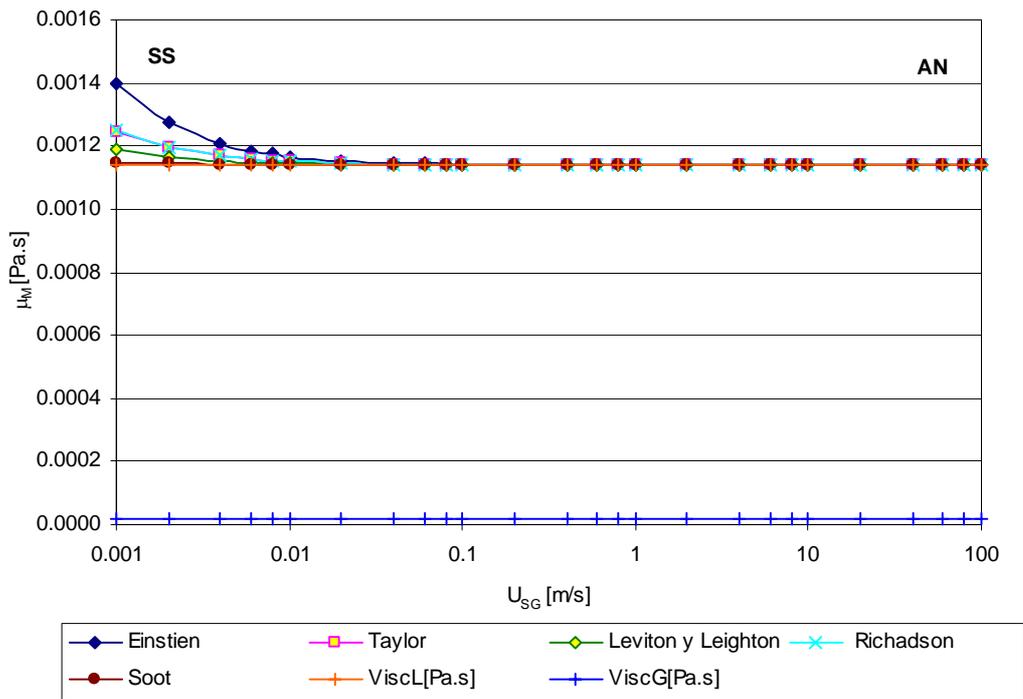


Figura (31): Gráfico comparativo de la  $ViscM$  para  $U_{SL} = 0.0001$  m/s, categoría 3

En la Figura (32), se puede observar que la  $ViscM$  evaluada por la ecuación de Einstein (1909-1911) para una velocidad superficial de líquido de 0.01 m/s, tiene un valor de 2.25  $ViscL$ , a una velocidad superficial de gas de 0.001 m/s. La  $ViscM$  a altas

velocidades superficiales de gas, tiene el mismo valor de la viscosidad del líquido a partir de una  $U_{SG} > 1$  m/s.

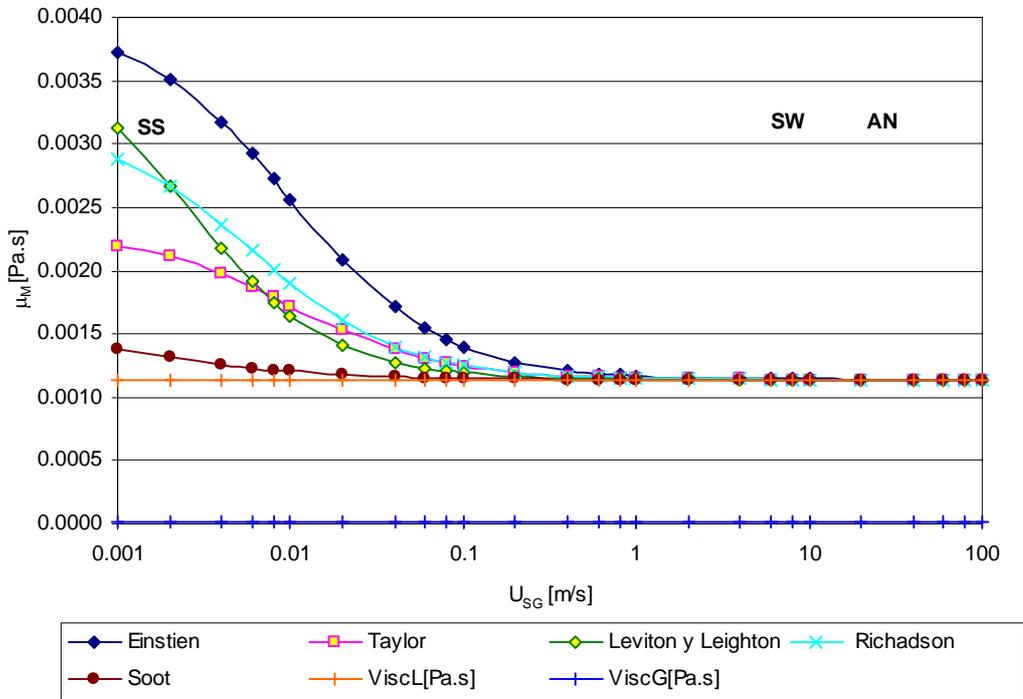


Figura (32): Gráfico comparativo de la ViscM para  $U_{SL} = 0.01$  m/s, categoría 3

El aumento de la ViscM, está relacionado con el aumento de la velocidad superficial del líquido, como se puede apreciar en la Figura (33). La ViscM evaluada mediante la ecuación de Einstein (1909-1911) tiene el valor de 3.5 veces la ViscL.

Para una  $U_{SG} > 10$  m/s, el valor de la viscosidad de mezcla es igual a la viscosidad del líquido.

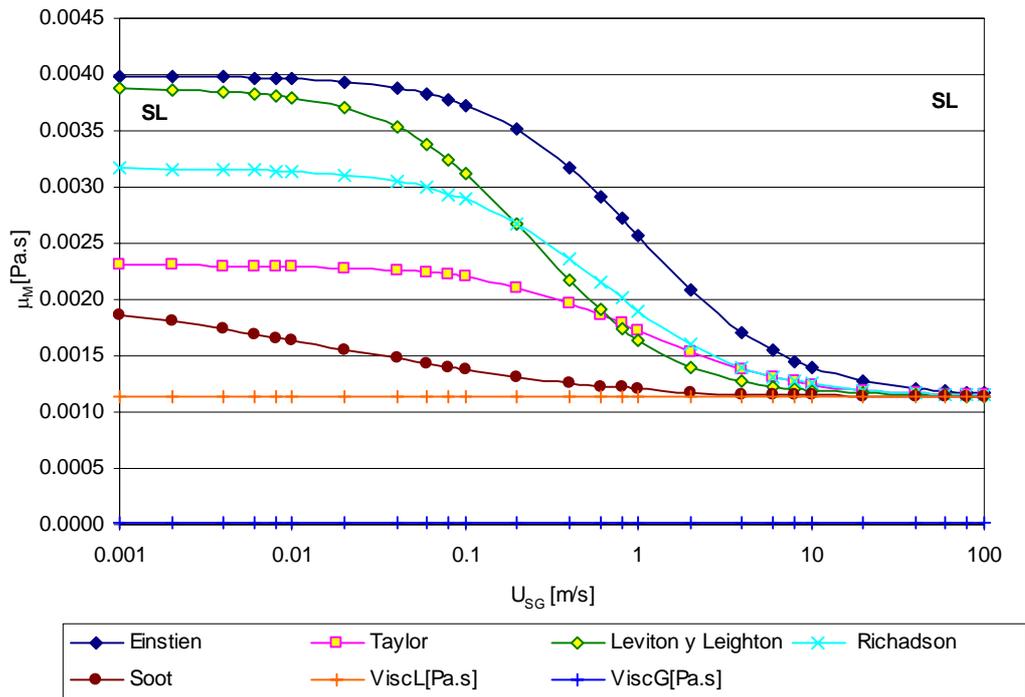


Figura (33): Gráfico comparativo de la ViscM para  $U_{SL} = 1$  m/s, categoría 3

La cuarta categoría incluye a las correlaciones de Hatschek (1928), Vermueulen (1955) y Cengel (1967). Estas ecuaciones tienen en común el elevado valor de la ViscM por encima de la viscosidad del líquido. Esto es esperado debido a que en la ecuación Hatschek (1928) el denominador de la ecuación (88) tiene un valor menor que la unidad para todo el rango de velocidades superficiales de gas y de líquido establecido, y por consiguiente la viscosidad de mezcla tiene valores mayores que la viscosidad del líquido. Para la ecuación de Vermueulen (1955) la viscosidad del líquido en la ecuación (93), esta multiplicada por un término mayor que la unidad y también esta dividida entre un valor menor que uno, para obtener una viscosidad de mezcla mayor que la viscosidad del líquido. La ecuación de Cengel (1967) (ecuación (79)), la viscosidad del líquido se multiplica por una suma mayor que la unidad lo que trae como secuencia que la viscosidad de mezcla sea mayor que la viscosidad del líquido.

La viscosidad de mezcla de Hatschek (1928), a  $U_{SL} = 0.0001$  m/s y  $U_{SG} = 0.001$  m/s, (ver la Figura (34)), tiene un valor de 1.81 veces la viscosidad del líquido, y la ViscM

de Vermueulen (1955) y Cengel (1967), tiene valores cercanos a la  $ViscL$  para las mismas condiciones.

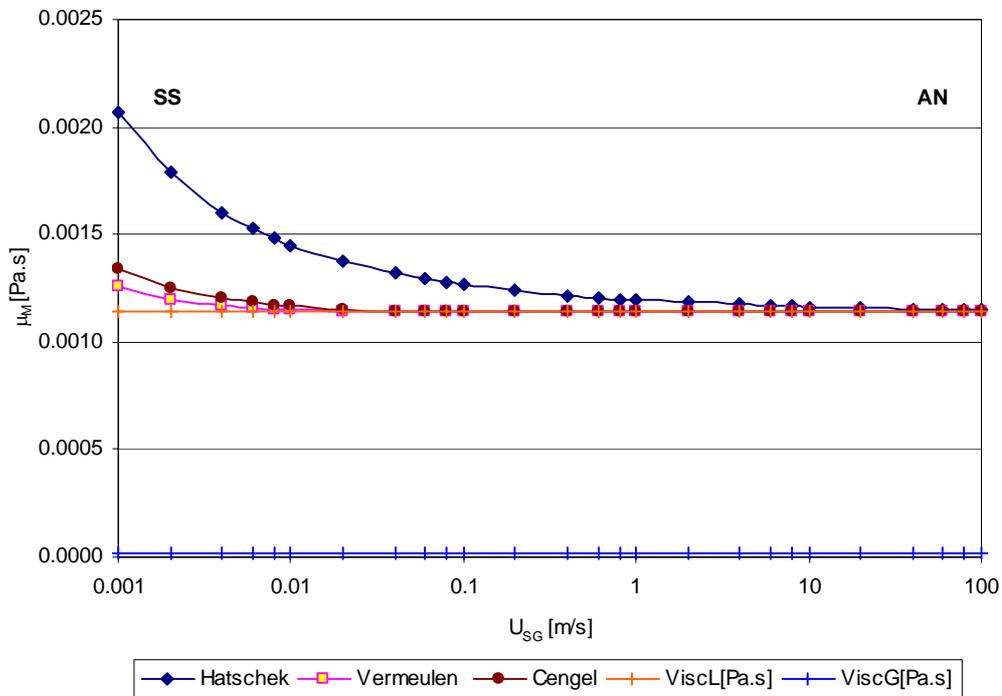


Figura (34): Gráfico comparativo de la  $ViscM$  para  $U_{SL} = 0.0001$  m/s, categoría 4

Al aumentar la velocidad superficial del líquido, la viscosidad de mezcla también aumenta. A una  $U_{SL} = 0.01$  m/s, la  $ViscM$  de Cengel (1967), tiene un valor de 33.7 veces la viscosidad del líquido. Como se puede observar en la Figura (35).

En la Figura (36), se presenta el comportamiento de la  $ViscM$  para una velocidad superficial de líquido de 10 m/s. Se han eliminado algunos de los primeros puntos de las curvas de la  $ViscM$  evaluada por las ecuaciones de Hatschek (1928) y Vermueulen (1955) debido a su exagerado valor de la  $ViscM$ .

En el caso de la ecuación de Vermueulen (1955), la viscosidad de mezcla, a una  $U_{SG} = 0.02$  m/s, tiene un valor de 512 veces la  $ViscL$ . La  $ViscM$  de la ecuación de Cengel (1967), tiene un valor de 45 veces la  $ViscL$  a bajas velocidades superficiales de gas, y para una  $U_{SG} > 10$  m/s alcanza el valor de la viscosidad del líquido.

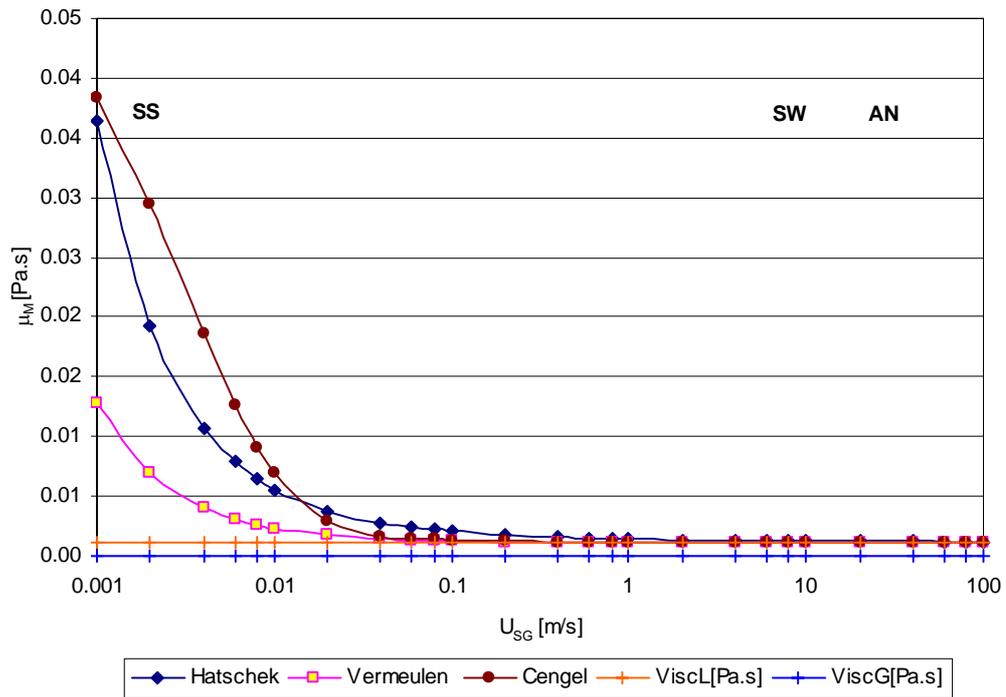


Figura (35): Gráfico comparativo de la ViscM para  $U_{SL} = 0.01$  m/s, categoría 4

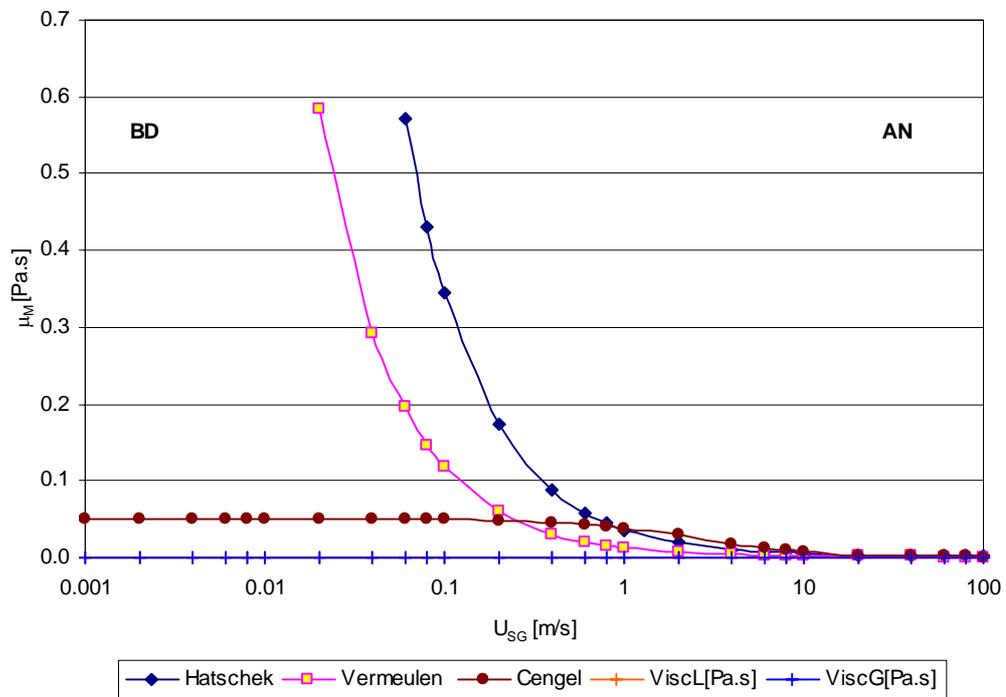


Figura (36): Gráfico comparativo de la ViscM para  $U_{SL} = 1$  m/s, categoría 4

En el Apéndice I, se presentan las graficas del comportamiento de la ViscM de las cuatro categorías para los seis valores de la velocidad superficial del líquido, establecidos anteriormente.

#### **4. 2. 3 ESTUDIO DE LAS ECUACIONES DE LA DENSIDAD DE MEZCLA**

Las ecuaciones de la densidad de mezcla (DenM) se basan también en un promedio de las densidades de las fases. A continuación se presenta un estudio de las ecuaciones de la densidad de mezcla, se realiza las graficas correspondiente y los respectivos análisis.

Dukler *et al.* (1964), presento una expresión para la evaluación de la densidad de la mezcla de la forma:

$$\rho_M = \frac{\rho_L \lambda_L^2}{H_L} + \rho_G \frac{(1 - \lambda_L)^2}{(1 - H_L)} \quad (106)$$

En la Figura (37) se presenta el comportamiento de esta ecuación con algunas discontinuidades para valores de  $U_{SG} < 0.1$  m/s. Estos puntos fueron descartados por su valor exageradamente elevado. Esto ocurre cuando la fracción volumétrica con deslizamiento  $H_L$  tiene valores muy cercanos a unidad. Dicha fracción fue evaluada mediante la correlación de Eaton (1967).

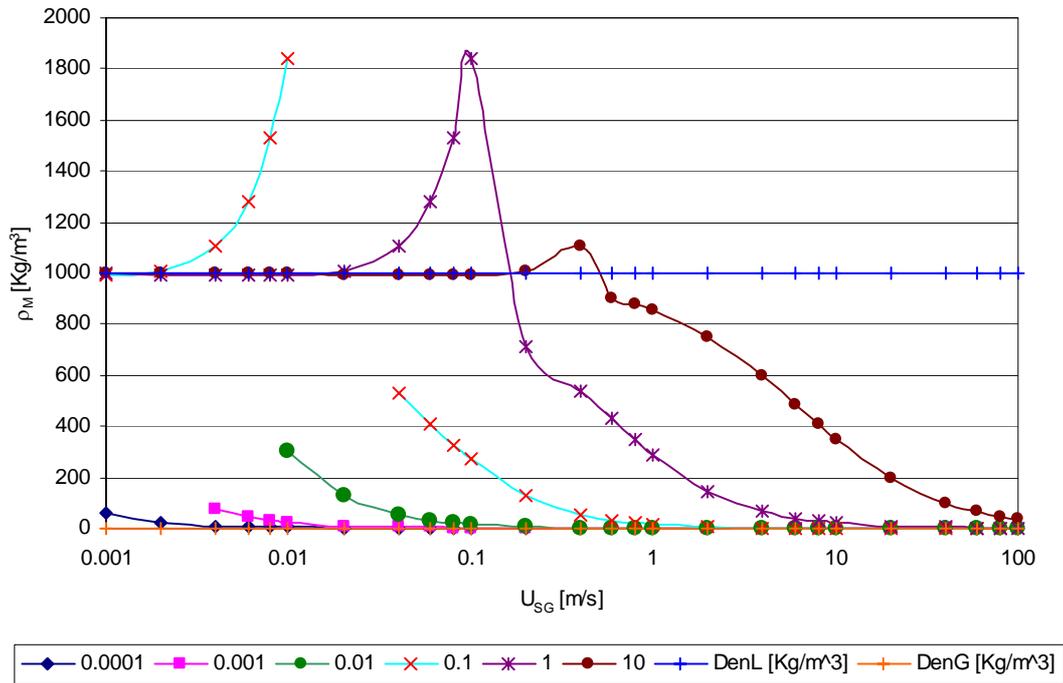


Figura (37): Comportamiento de la ecuación de la densidad de mezcla usada por Dukler *et al.* (1964)

Oliemans (1976) presentó una ecuación para evaluar la densidad de mezcla. El comportamiento de esta ecuación, para diferentes valores de la velocidad superficiales de líquido de (0.001; 0.001; 0.01; 0.1; 1 y 10 m/s), es presentado en la Figura (38),

$$\rho_M = \frac{\rho_L \lambda_L + \rho_G (1 - H_L)}{1 - \beta} \quad (107)$$

donde ( $\beta == H_L - \lambda_L$ ).

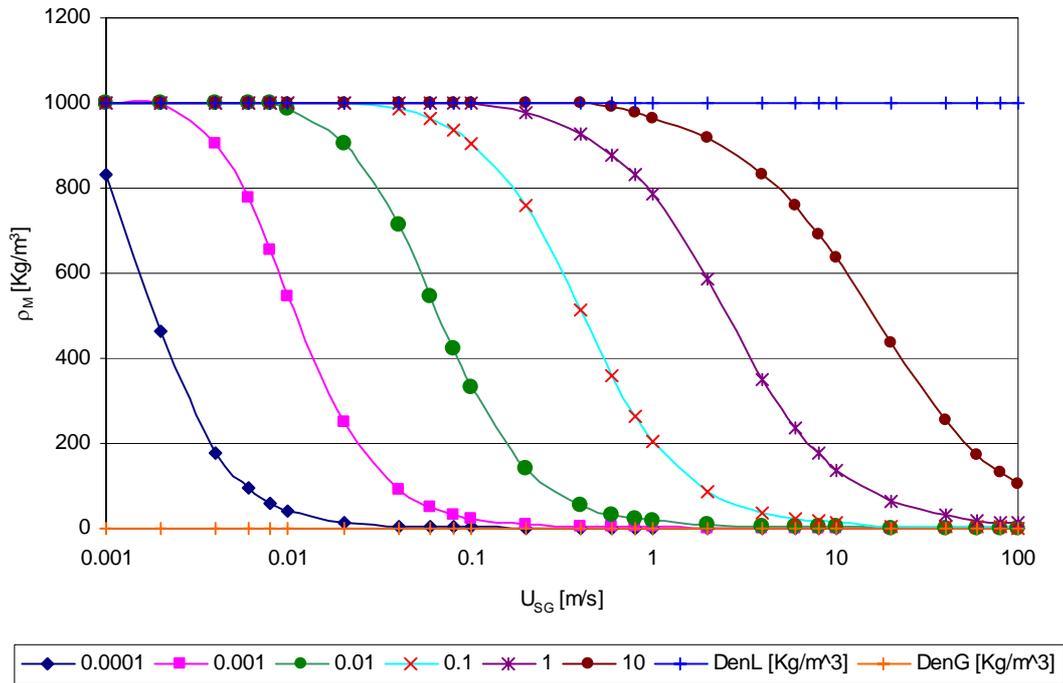


Figura (38): Comportamiento de la ecuación de la densidad de mezcla usada por Oliemans (1976)

La densidad de mezcla evaluada por esta ecuación tiene un comportamiento cíclico, donde se repite para los diferentes valores de la velocidad superficial de líquido. La DenM para bajas velocidades superficiales de gas, tiene el mismo valor de la densidad de líquido. Cuando aumenta la  $U_{SG}$  la densidad de mezcla disminuye para alcanzar el valor de la densidad del gas para una velocidad superficial de gas que depende de la velocidad superficial del líquido como se puede observar en la Figura (38).

La ecuación (108), usada por Beattie y Whalley (1982) viene dada por:

$$\frac{1}{\rho_M} = \frac{x}{\rho_G} + \frac{1-x}{\rho_L} \quad (108)$$

En la Figura (39), se presenta el comportamiento de la densidad de mezcla, para los valores de la velocidad superficial de líquido de 0.0001; 0.001; 0.01 m/s, la DenM tiene valores por debajo de la densidad del líquido.

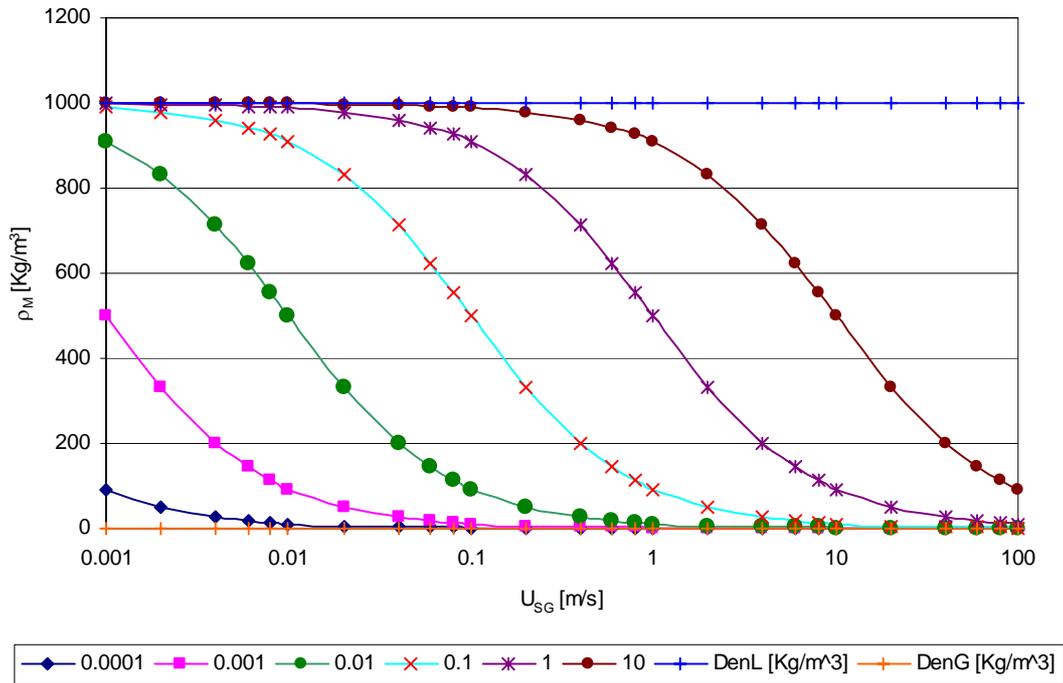


Figura (39): Comportamiento de la ecuación de la densidad de mezcla usada por Beattie y Whalley (1982)

Para los valores de la  $U_{SL}$  de 0.1; 1 y 10 m/s, la  $DenM$  obtiene el mismo valor de la densidad del líquido a bajas velocidades superficiales del gas. Posteriormente la  $DenM$  disminuye a medida que aumenta la  $U_{SG}$  y hasta alcanzar el valor de la densidad del gas.

Ouyang (1998) usó la siguiente ecuación para evaluar la de  $DenM$  en su modelo homogéneo para flujo bifásico de gas y de líquido:

$$\rho_M = \rho_L H_L + \rho_G (1 - H_L) \quad (109)$$

En la Figura (40), se presenta el comportamiento de esta ecuación, para los valores de la velocidad superficial del líquido de 0.0001; 0.001; 0.01; 0.1; 1 y 10 m/s.

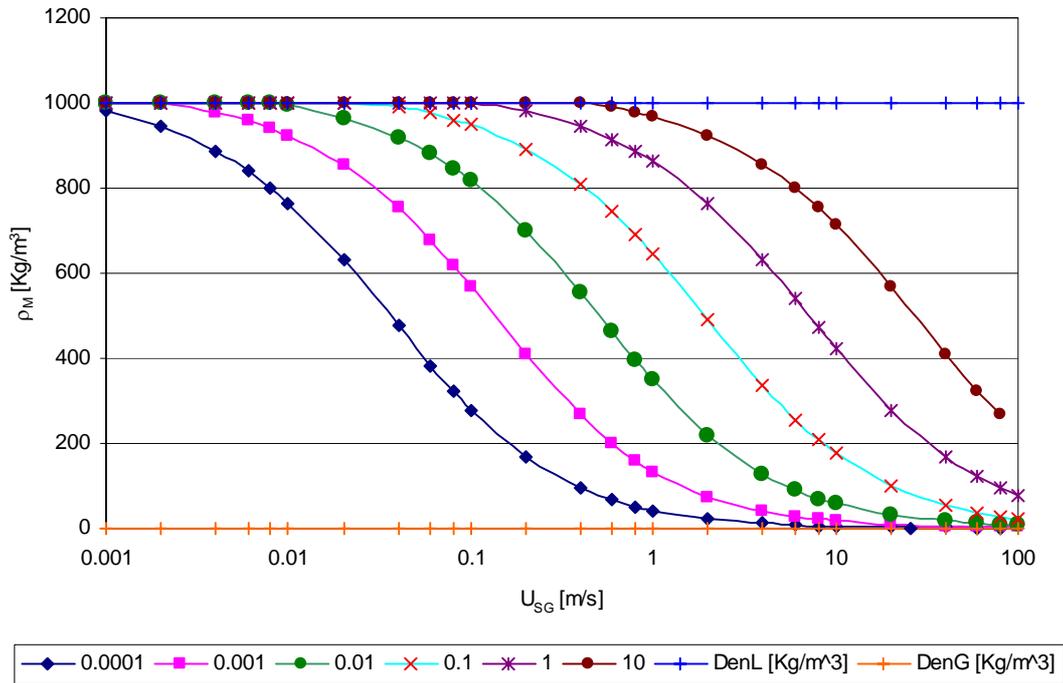


Figura (40): Comportamiento de la ecuación de la densidad de mezcla usada por Ouyang (1998)

La densidad de mezcla evaluada mediante esta ecuación, tiene un comportamiento cíclico. La DenM para el valor de la velocidad superficial del líquido de 0.001 y una  $U_{SG} = 0.001$  m/s tiene el mismo valor de la densidad del líquido. Esta DenM disminuye a medida que aumenta la velocidad superficial del gas y para una  $U_{SG} > 10$  adquiere el valor de densidad del gas. Este comportamiento es similar para los otros valores de la velocidad superficial de líquido. Para la  $U_{SL} = 10$  m/s la DenM tiene el mismo valor de la densidad del líquido desde una velocidad superficial de gas igual a 0.001 m/s hasta una de 1 m/s, luego desciende acercando a la densidad del gas.

#### ***4. 2. 4 COMPARACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE LAS ECUACIONES DE LA DENSIDAD DE MEZCLA***

A continuación se realiza un estudio comparativo para las ecuaciones de densidad de mezcla presentadas en este trabajo. Este estudio consiste en elaborar graficas donde se agrupan a los comportamientos de las diferentes ecuaciones de densidad de mezcla, en un solo grafico para una velocidad superficial de líquido especifica. Las velocidades

superficiales de líquido presentadas son: 0.0001; 0.001; 0.01; 0.1; 1 y 10 m/s. Adicionalmente, se muestra en las graficas el patrón de flujo presente para las diferentes velocidades superficiales de gas y de líquido establecido mediante la correlación de Mandhane *et al.* (1974).

Para el primer valor donde la  $U_{SL} = 0.0001$  m/s, en la Figura (41), se puede observar que la densidad de la ecuación usada por Ouyang (1998), tiene el mismo valor de la densidad del líquido a una velocidad superficial de gas de 0.001 m/s. La DenM de Oliemans (1976) tiene un valor cercano a la densidad del líquido a la mismas  $U_{SG}$ .

Las densidades de mezcla de las ecuaciones usadas por Dukler *et al.* (1964) y Beattie y Whalley (1982), a una  $U_{SG}$  de 0.001 m/s tiene valores cercanos a la densidad del gas.

En general, las diferentes densidades de mezcla presentes, disminuyen su valor a medida que aumenta la velocidad superficial del gas. La DenM de Ouyang (1998) tiene el mismo valor de la densidad del gas a una  $U_{SG} > 10$  m/s.

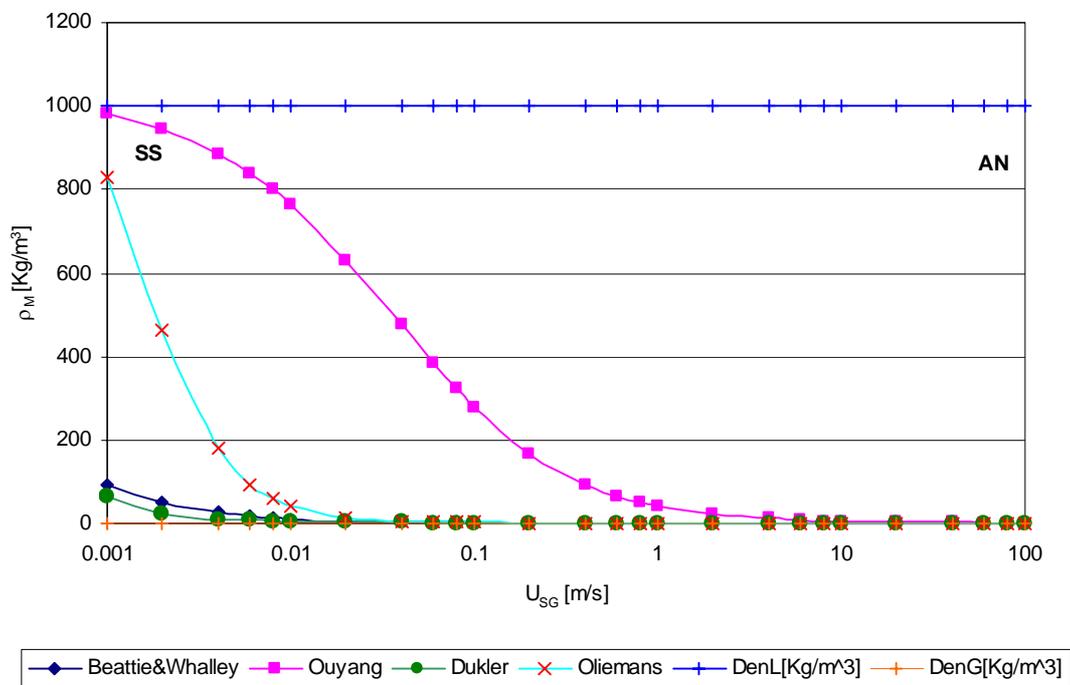


Figura (41): Gráfico comparativo de las correlaciones de la densidad de mezcla,  $U_{SL} = 0.0001$  m/s

Para  $U_{SL} = 0.01$  m/s como se puede ver en la Figura (42), el comportamiento de la ecuación de Dukler *et al.* (1964), presenta una discontinuidad para velocidades superficiales de gas menores a 0.01 m/s. Esto debido a los valores de la densidad de mezcla que alcanzan valores de 24500 (Kg. /m<sup>3</sup>) a una  $U_{SG} = 0.008$  m/s. A una  $U_{SG} > 0.01$  m/s, la DenM disminuye significativamente, hasta tener valores por debajo de la densidad del líquido.

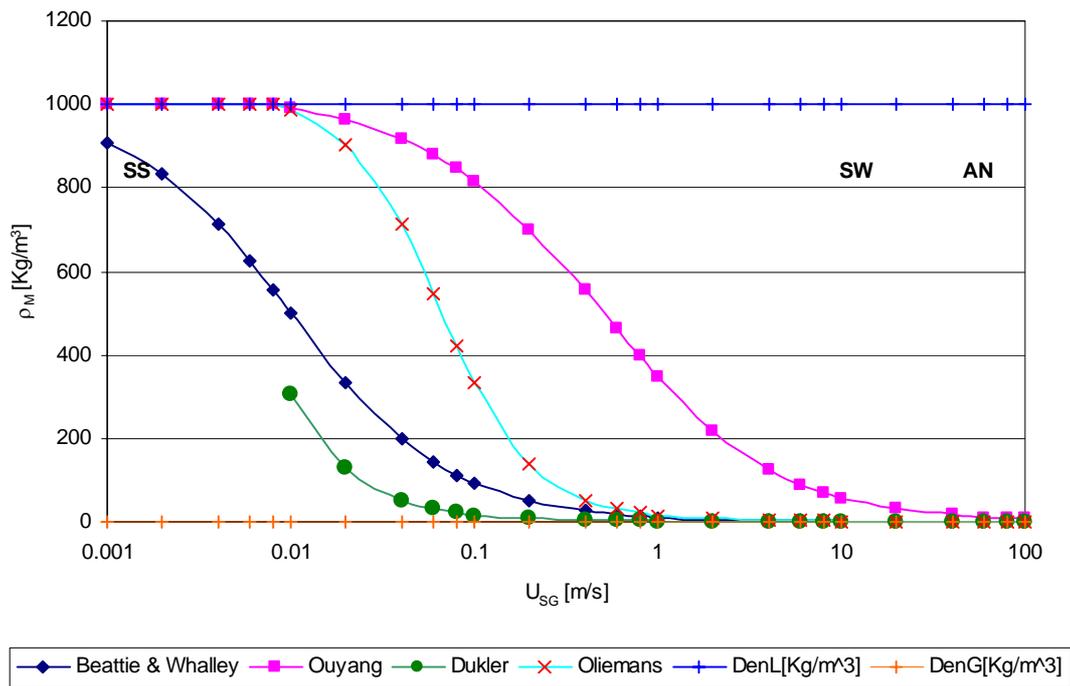


Figura (42): Gráfico comparativo de las correlaciones de la densidad de mezcla,  $U_{SL} = 0.01$  m/s

A una velocidad superficial mayor de 10 m/s, el comportamiento de las ecuaciones de densidad de mezcla, es similar. Para una  $U_{SG} < 1$  m/s la DenM tiene el mismo valor de la densidad del líquido. Para una velocidad superficial de gas mayor a 1 m/s la DenM de todas las ecuaciones disminuyen acercándose hacia la densidad del gas, como se puede apreciar en la Figura (43)

La DenM evaluada por la ecuación de Dukler *et al.* (1964), presenta un pico de 1105 (Kg. /m<sup>3</sup>) a una  $U_{SG} = 0.4$  m/s. Este valor de la DenM se presenta a una fracción volumétrica de líquido con deslizamiento de valor cercano a la unidad.

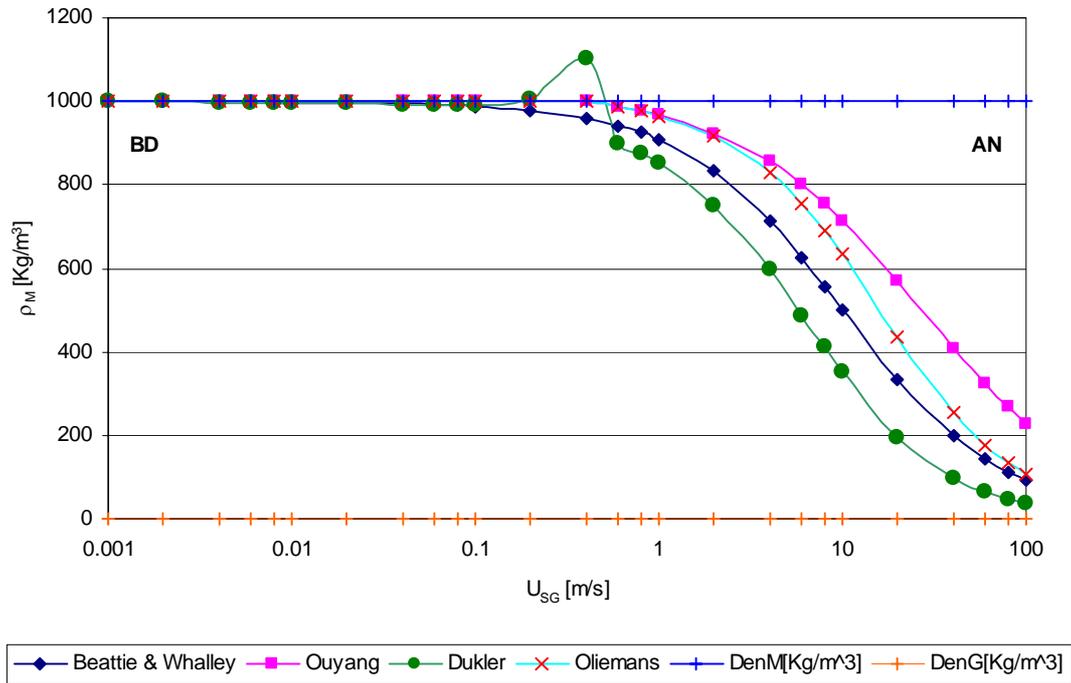


Figura (43): Gráfico comparativo de las correlaciones de la densidad de mezcla,  $U_{SL} = 10 \text{ m/s}$

Con esta comparación realizada sobre las diferentes correlaciones de la DenM, en general se puede decir que al aumentar la velocidad superficial de la fase gaseosa (la de menor densidad), la densidad de mezcla disminuye. Sin embargo, la DenM aumenta al aumentar la velocidad superficial de la fase líquida (la de mayor densidad), pero solamente a bajas velocidades superficiales del gas.

Generalmente la densidad de mezcla no pasa del valor de la densidad del líquido, para la mayoría de las correlaciones estudiadas, excepto en la ecuación presentada por Dukler *et al.* (1964), que genera picos de valores muy elevado de DenM, a pequeñas  $U_{SL}$  y de  $U_{SG}$ . Esto es debido a la fracción volumétrica del líquido  $H_L$ , que tiene un efecto notable en las ecuaciones que la involucran.

En el Apéndice I se presentan todos los gráficos que representan la DenM para los seis valores de  $U_{SL}$  establecidos.

### **4. 3 EFECTO DE LA VISCOSIDAD DEL LÍQUIDO EN EL GRADIENTE DE PRESIÓN TOTAL**

En esta parte del trabajo se realiza un estudio comparativo de la predicción del gradiente de presión mediante el modelo homogéneo (Wallis, 1969), utilizando las 72 combinaciones de las propiedades de mezcla propuestos en el capítulo III, tomando en cuenta el efecto de la viscosidad de líquido en el gradiente de presión total. Se presentan los resultados del estudio y posteriormente un análisis común al respecto.

El estudio consiste en evaluar el gradiente de presión total por medio del modelo homogéneo usando las diferentes combinaciones de propiedades de mezcla como la densidad y la viscosidad de mezcla. El proceso de evaluar el gradiente de presión total se efectuará para tres viscosidades de líquido diferentes considerando los siguientes valores: una baja viscosidad del líquido de 0,001(Pa.s), una mediana viscosidad de 0,5 (Pa.s) y una alta viscosidad de líquido de 1 (Pa.s).

Este estudio se realiza para un amplio intervalo de velocidades superficiales de gas y de líquido, donde la velocidad superficial de líquido toma los siguientes valores: 0.0001; 0.001; 0.01; 0.1 y 1 m/s combinando cada una de estas velocidades con una velocidad superficial de gas que varía desde 0.001 m/s hasta 80 m/s.

Tratar de analizar cada uno de los 72 modelos por separado es riguroso y repetitivo. La clasificación de los modelos en grupo según su comportamiento, es compleja. Sin embargo, se puede tener una clasificación de estos modelos concentrándose en los valores máximos y mínimos de la diferencia existente entre los valores del gradiente de presión, evaluados a alta y baja viscosidades del líquido. En este sentido se puede calcificar los 72 modelos en tres grupos característicos, los cuales se presentan a continuación.

El primer grupo esta formado por los modelos presentados en la Tabla (4):

Tabla (4): modelos del primer grupo

Modelos		
Cengel-d1	Hatschek-d4	Soot-d2
Cengel-d2	Leviton-d1	Soot-d3
Cengel-d3	Leviton-d2	Soot-d4
Cengel-d4	Leviton-d3	Taylor-d1
Einstein-d1	Leviton-d4	Taylor-d3
Einstein-d2	Richadson-d1	Taylor-d4
Einstein-d3	Richadson-d2	Vermeulen-d1
Hatschek-d1	Richadson-d3	Vermeulen-d2
Hatschek-d2	Richadson-d4	Vermeulen-d3
Hatschek-d3	Soot-d1	Vermeulen-d4

A una velocidad superficial del líquido cualquiera, existen dos casos, uno es a bajas velocidades superficiales del gas, y el otro caso es a altas velocidades superficiales del gas.

Para una velocidad superficial del líquido de 0.0001 m/s. En el primer caso, la diferencia entre el valor del gradiente de presión evaluado a una alta viscosidad de líquido (1 Pa.s) es 745.6 veces mayor que el valor del gradiente de presión evaluado a una baja viscosidad de líquido (0.001 Pa.s).

Para el segundo caso, a altas velocidades superficiales de gas, esta diferencia disminuye a 277.8 veces mayor. En la Tabla (5) se representan los dos casos anteriores para los diferentes valores de velocidad superficial de líquido establecidos, donde se presentan un promedio de las diferencias entre los valores del gradiente de presión total evaluado mediante las combinaciones de este grupo, a una alta viscosidad de líquido y otra baja viscosidad de líquido.

Tabla (5): Diferencia entre los valores del gradiente de presión evaluado a diferentes ViscL primer grupo

U <sub>SL</sub>	0.0001 [m/s]		0.001 [m/s]		0.01 [m/s]		0.1 [m/s]		1 [m/s]	
U <sub>SG</sub>	Baja	Alta	Baja	Alta	Baja	Alta	Baja	Alta	Baja	Alta
Promedio de diferencias entre los valores del gradiente de presión total evaluado a una ViscL = 1 Pa.s y otra de 0.001 Pa.s.	745.6	277.8	832.0	269.1	869.2	247.4	806.1	170.6	420.5	50.3

El comportamiento del gradiente de presión evaluado para las diferentes viscosidades de líquido, se puede observar mediante algunas graficas del comportamiento de uno de los modelos perteneciente a este primer grupo. Por ejemplo, el modelo de Einstein-d1, en la grafica se presenta tres curvas del gradiente de presión total, donde en cada curva se utilizó una sola viscosidad de las tres viscosidades de líquido establecidas. En la ordenada los valores del gradiente de presión total, y en la abscisa los valores de la velocidad superficial del gas correspondientes, como se puede ver en la Figura (44) y la en Figura (45),

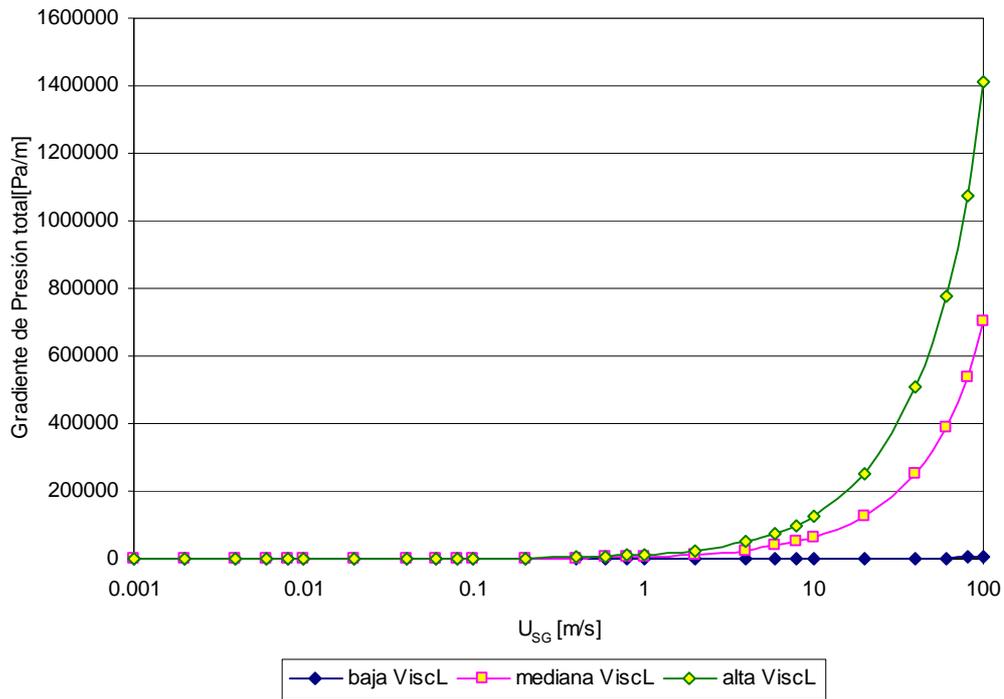


Figura (44): Gradiente de presión total a diferentes ViscL para una  $U_{SL} = 0.0001$  m/s (modelo Einstein-d1)

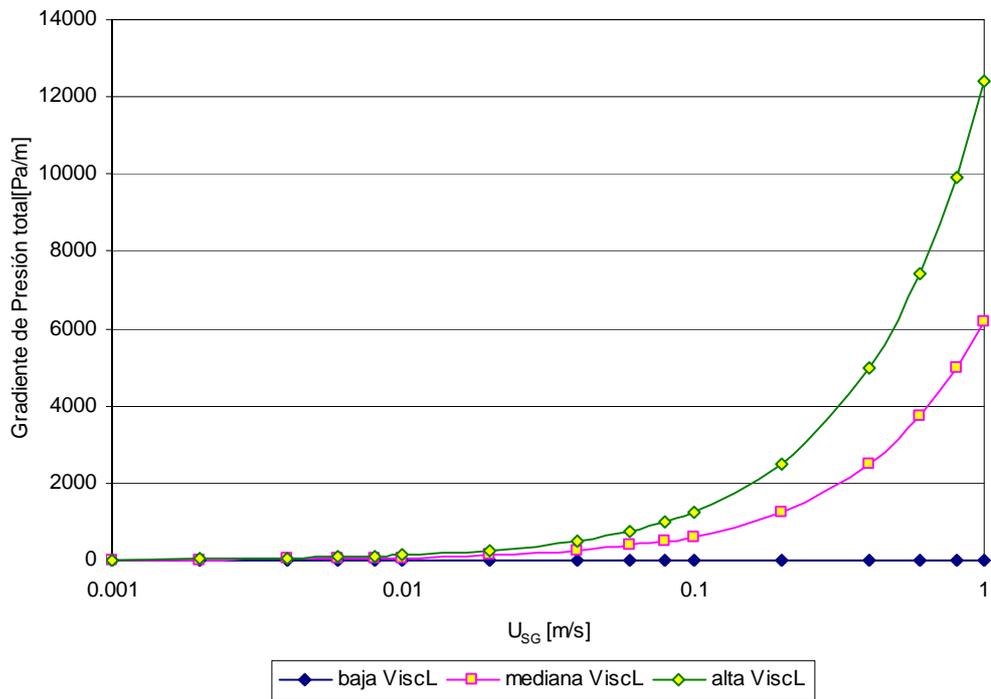


Figura (45): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una  $U_{SL} = 0.0001$  m/s y una  $U_{SG} < 1$  m/s (modelo Einstein-d1)

Para una velocidad superficial de líquido de 0.01 m/s, el comportamiento del gradiente de presión total esta presentado en la Figura (46 ) y en la Figura (47 ).

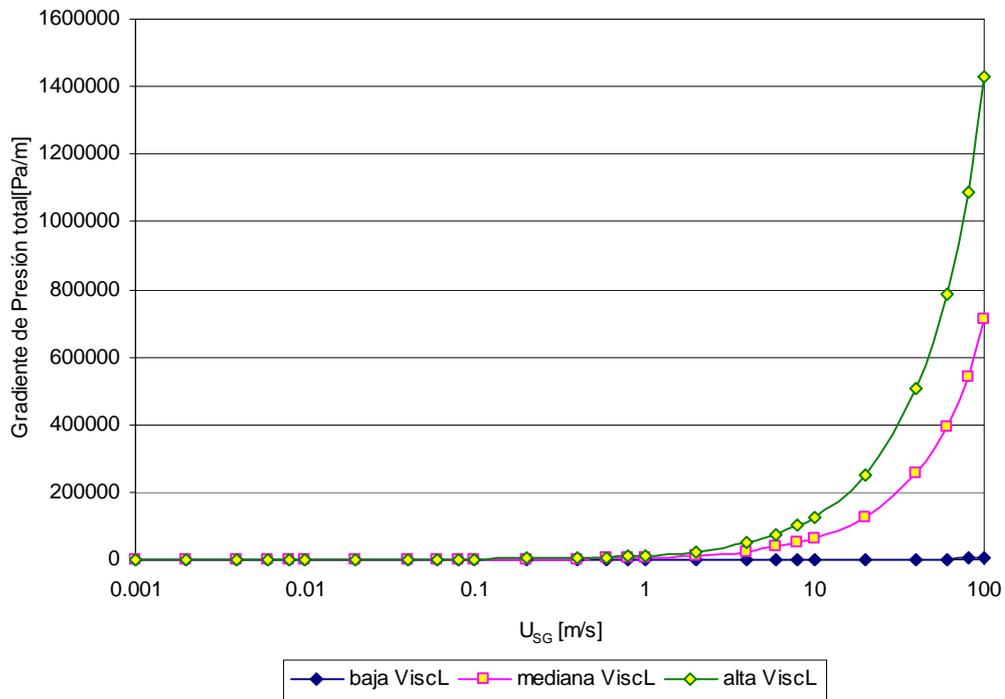


Figura (46): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una U<sub>SL</sub> = 0.01m/s (modelo Einstein-d1)

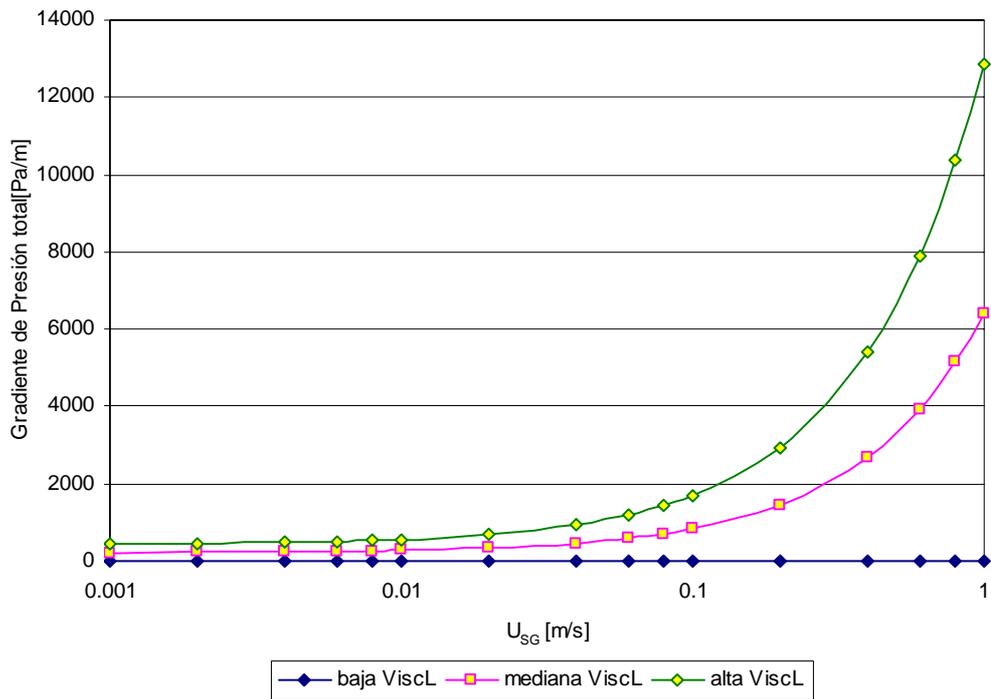


Figura (47): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una  $U_{SL} = 0.01\text{m/s}$  y una  $U_{SG} < 1 \text{ m/s}$  (modelo Einstein-d1)

A altas velocidades superficiales de líquido de 1 m/s, el comportamiento del gradiente de presión total se presenta en la Figura (48) y en la Figura (49):

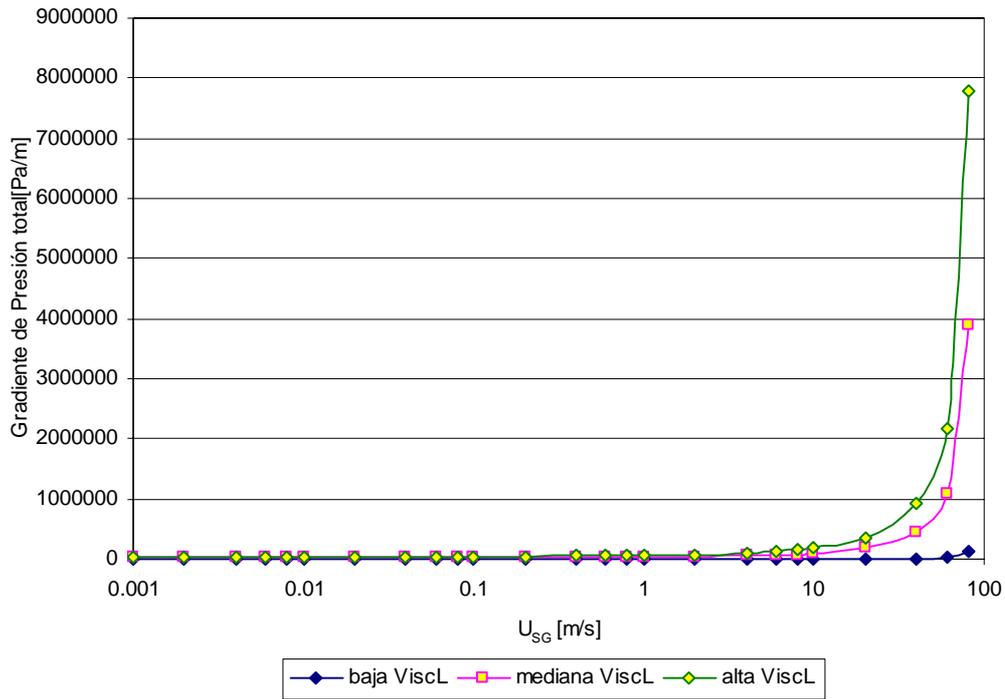


Figura (48): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una  $U_{SL} = 1$  m/s (modelo Einstein-d1)

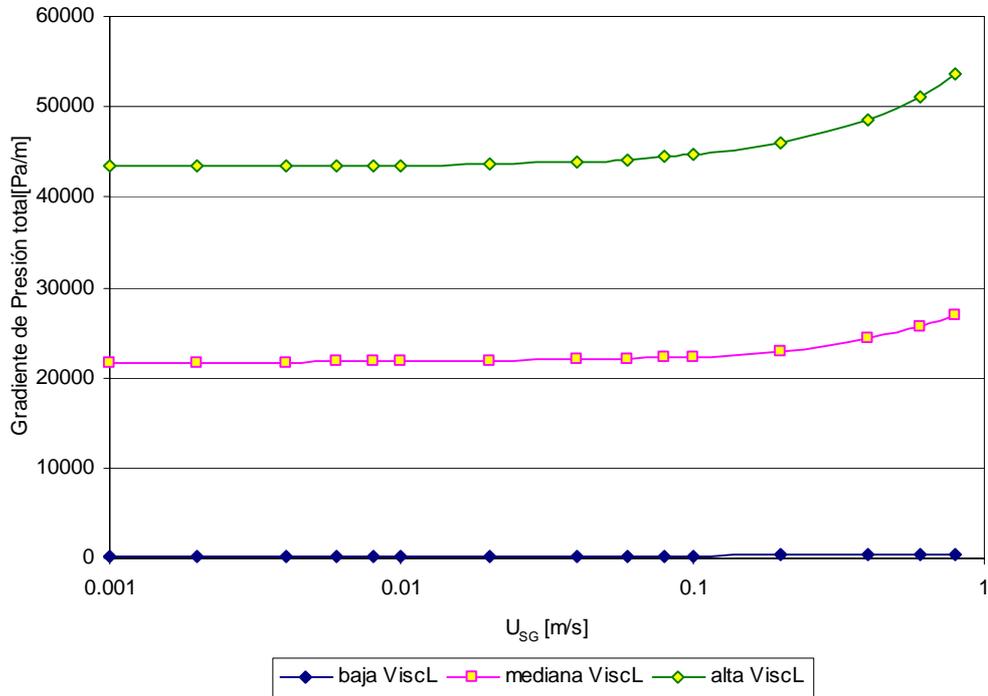


Figura (49): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una  $U_{SL} = 1$  m/s y una  $U_{SG} < 1$  m/s (modelo Einstein-d1)

El segundo grupo está constituido por los modelos presentados en la Tabla (6). El efecto de la viscosidad del líquido en el gradiente de presión total evaluado por estos modelos disminuye a mayores velocidades superficiales del gas.

Tabla (6): modelos del segundo grupo

<b>Modelos</b>		
Bankoff-d1	Beattie-d3	Fourar-d4
Bankoff-d2	Beattie-d4	Hagendron-d1
Bankoff-d3	DuKler-d1	Hagendron-d2
Bankoff-d4	DuKler-d2	Hagendron-d3
chicchitti-d1	DuKler-d3	Hagendron-d4
chicchitti-d2	DuKler-d4	Oliemans-d1
chicchitti-d3	Einstein-d4	Oliemans-d2
chicchitti-d4	Fourar-d1	Oliemans-d3
Beattie-d1	Fourar-d2	Oliemans-d4
Beattie-d2	Fourar-d3	Taylor-d2

Para una velocidad superficial del líquido de 0.0001 m/s y a bajas velocidad superficial del gas, la diferencias entre el valor del gradiente de presión a alta viscosidad de líquido de 1 Pa.s tiene un promedio de 679.3 veces mayor que el valor del gradiente de presión evaluado con una baja viscosidad de líquido de 0.001 Pa.s. Esta diferencia desciende a 1.3 veces mayor (en promedio), para altas velocidades superficial del gas.

Para las otras velocidades superficiales de líquido establecidas anteriormente, esta diferencia está presentada en la Tabla (7). En esta tabla se representan para los diferentes valores de velocidad superficial de líquido establecidos, un promedio de las diferencias entre los valores del gradiente de presión total evaluado mediante las combinaciones de este grupo, a una alta viscosidad de líquido y otra baja viscosidad de líquido.

Tabla (7): Diferencia entre los valores del gradiente de presión evaluado a diferentes  $ViscL$  segundo grupo

$U_{SL}$	0.0001 [m/s]		0.001 [m/s]		0.01 [m/s]		0.1 [m/s]		1 [m/s]	
$U_{SG}$	Baja	Alta	Baja	Alta	Baja	Alta	Baja	Alta	Baja	Alta
Promedio de diferencias entre los valores del gradiente de presión total evaluado a una $ViscL = 1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ y otra de $0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$	679.3	1.3	826.3	1.8	868.3	5.8	317.0	14.3	57.9	8.2

En la Figura (50) y en la Figura (51), se representa como ejemplo de este grupo, el comportamiento del gradiente de presión evaluado mediante el modelo de Dukler-d1, para las tres viscosidades de líquido a una velocidad superficial de líquido de  $0.0001 \text{ m/s}$ .

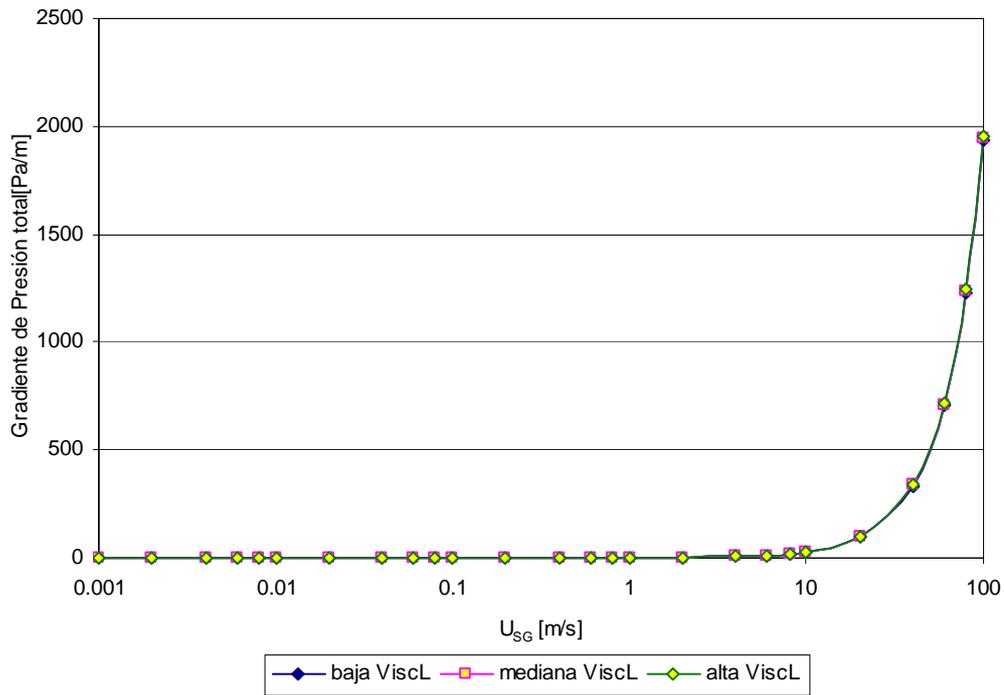


Figura (50): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una  $U_{SL} = 0.0001$  m/s (modelo Dukler-d1)

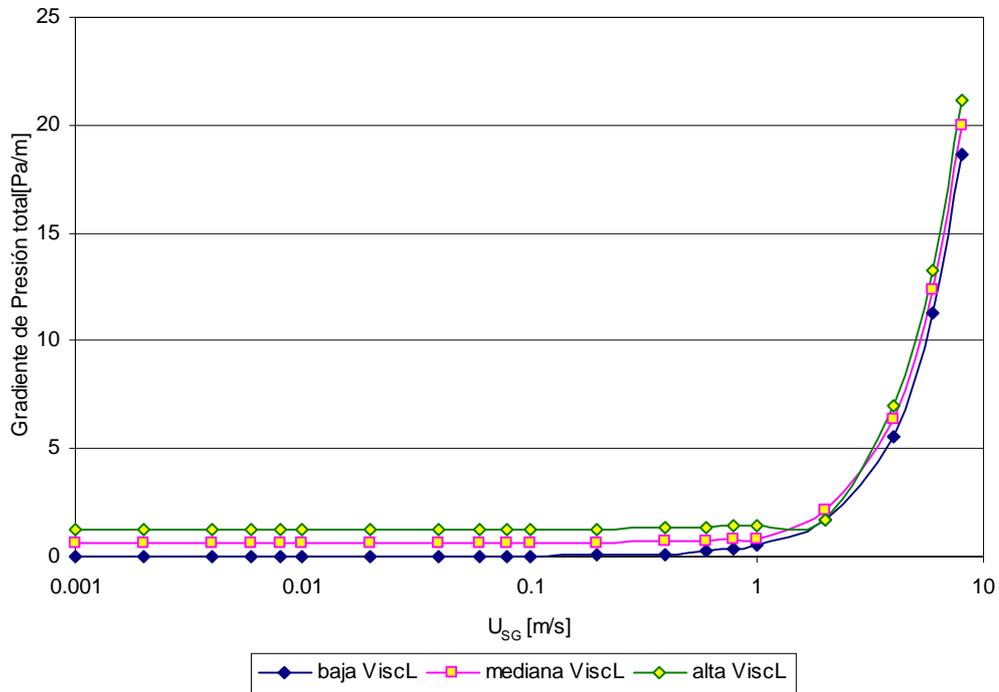


Figura (51): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una  $U_{SL} = 0.0001$  m/s y una  $U_{SG} < 10$  m/s (modelo Dukler-d1)

En la figura (52) y en la figura (53), se presenta el comportamiento del gradiente de presión total para una velocidad superficial de líquido de 0.01 m/s como se puede ver a continuación:

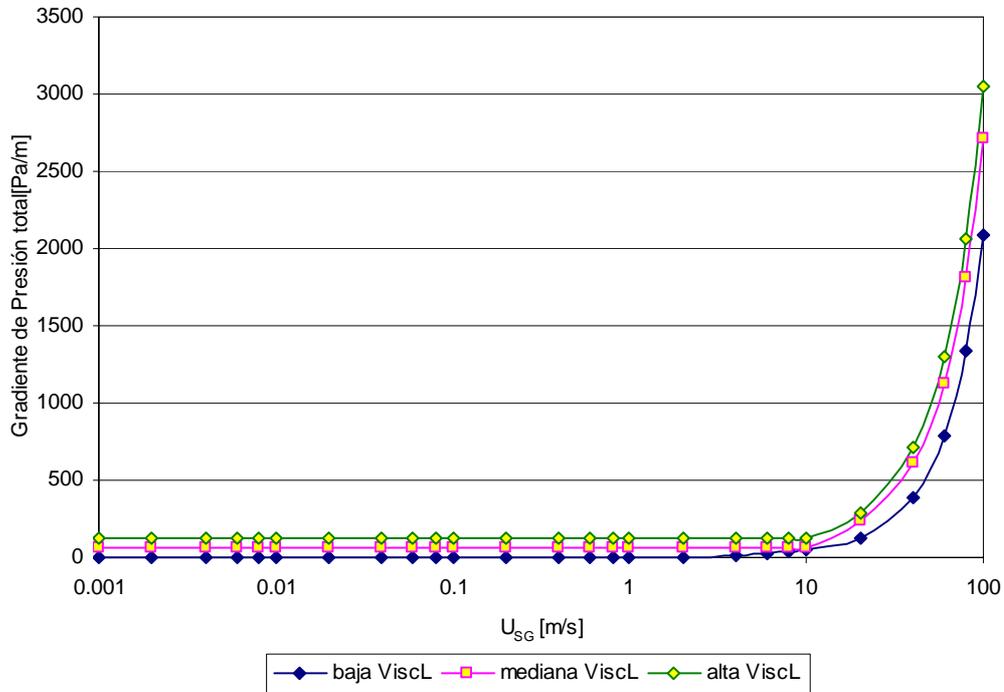


Figura (52): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una  $U_{SL} = 0.01$  m/s (modelo Dukler-d1)

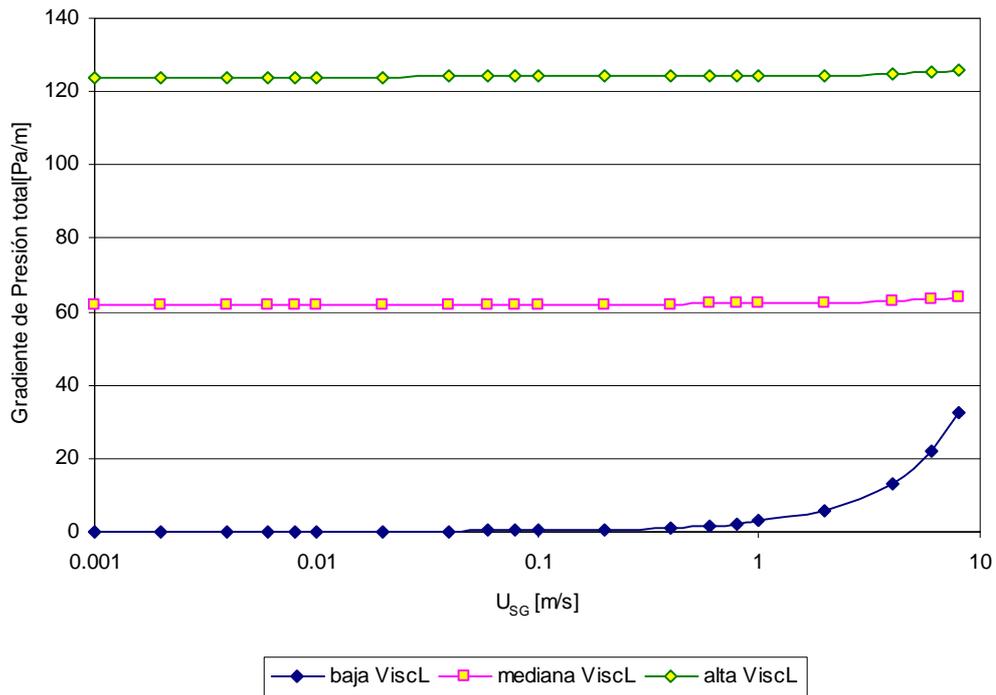


Figura (53): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una  $U_{SL} = 0.01$  m/s y una  $U_{SG} < 10$  m/s (modelo Dukler-d1)

En la Figura (54) y en la Figura (55), se presenta el comportamiento del gradiente de presión total para una velocidad superficial de líquido de 1 m/s:

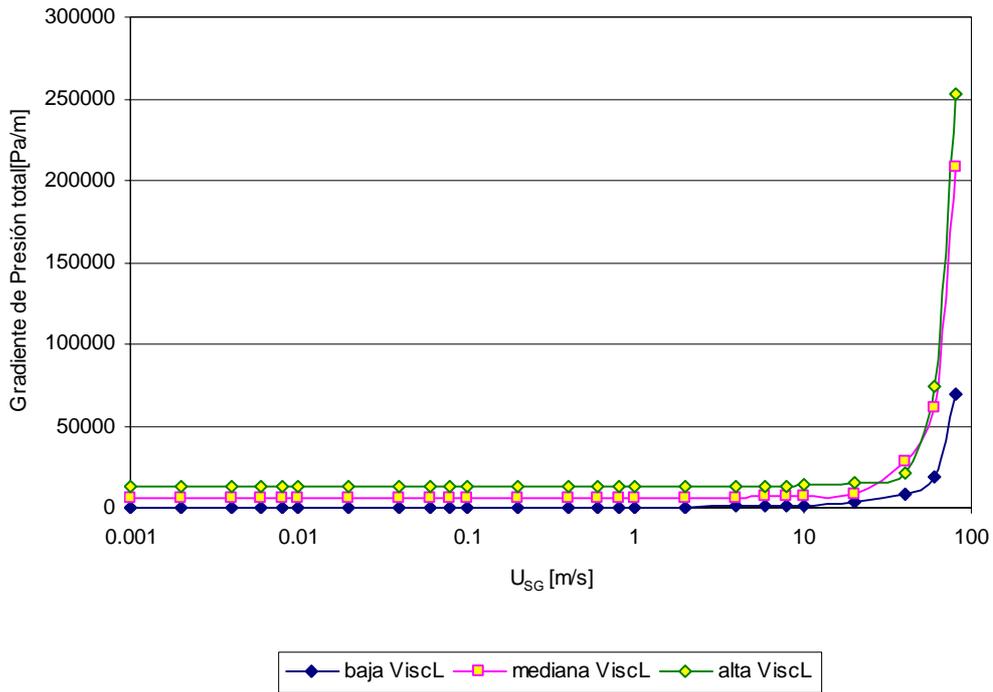


Figura (54) comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una  $U_{SL} = 1$  m/s (modelo Dukler-d1)

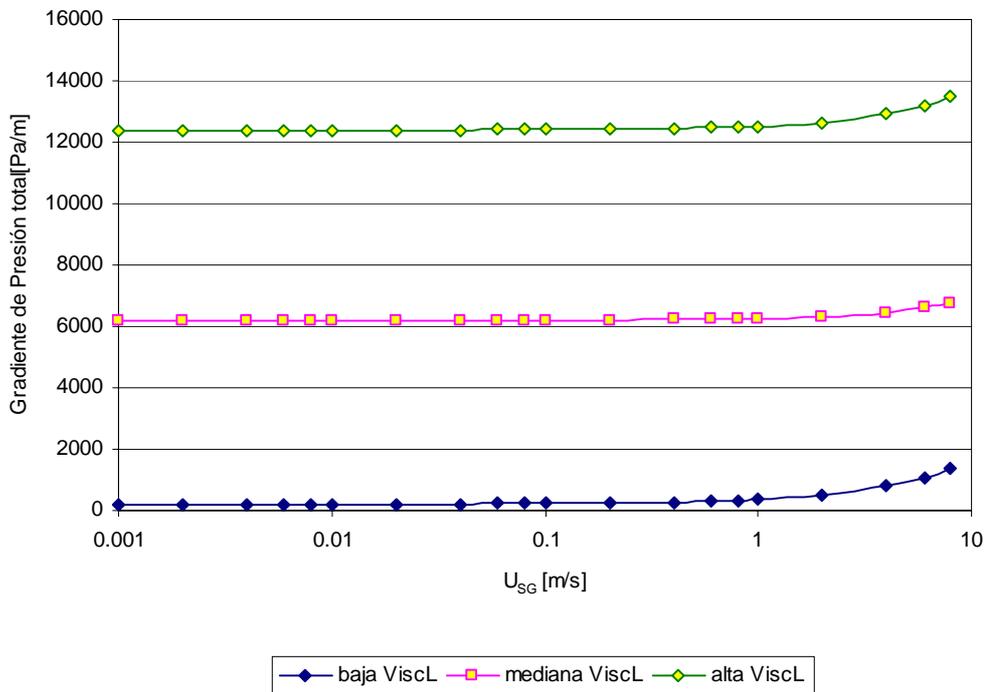


Figura (55): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una  $U_{SL} = 1$  m/s y una  $U_{SG} < 10$  m/s (modelo Dukler-d1)

El tercer grupo está formado por los modelos presentados en la Tabla (8). Para bajas velocidades superficiales del gas, el valor del gradiente de presión evaluado a una alta viscosidad de líquido de (1 Pa.s), adquiere un valor promedio de 1.8 veces mayor que el valor del gradiente de presión evaluado a baja viscosidad de líquido (0.001 Pa.s). Para altas velocidades superficiales de gas el aumento de la viscosidad del líquido no tiene un efecto apreciable en el gradiente de presión.

Tabla (8): modelos del tercer grupo

Modelos	
Arrhenius-d1	McAdams-d1
Arrhenius-d2	McAdams-d2
Arrhenius-d3	McAdams-d3
Arrhenius-d4	McAdams-d4

En la Tabla (9) se presenta la diferencia entre los valores del gradiente de presión evaluado a una alta viscosidad de líquido de 1 Pa.s y los valores del gradiente de presión evaluados a una baja viscosidad de líquido de 0.001 Pa.s, para las diferentes velocidades superficiales de líquido establecidas anteriormente.

Tabla (9): Diferencia entre los valores del gradiente de presión evaluado a diferentes  $U_{SG}$  tercer grupo

$U_{SL}$	0.0001[m/s]		0.001 [m/s]		0.01 [m/s]		0.1 [m/s]		1 [m/s]	
	Baja	Alta	Baja	Alta	Baja	Alta	Baja	Alta	Baja	Alta
Promedio de diferencias entre los valores del gradiente de presión total evaluado a una $U_{SL} = 1$ Pa.s y otra de 0.001 Pa.s	1.8	1.0	20.6	1.0	293.3	0.9	245.3	0.9	56.6	0.9

En la Figura (56) y Figura (57) se presenta como un ejemplo, el comportamiento del gradiente de presión evaluado por el modelo de McAdams-d1 evaluado para las tres viscosidades.

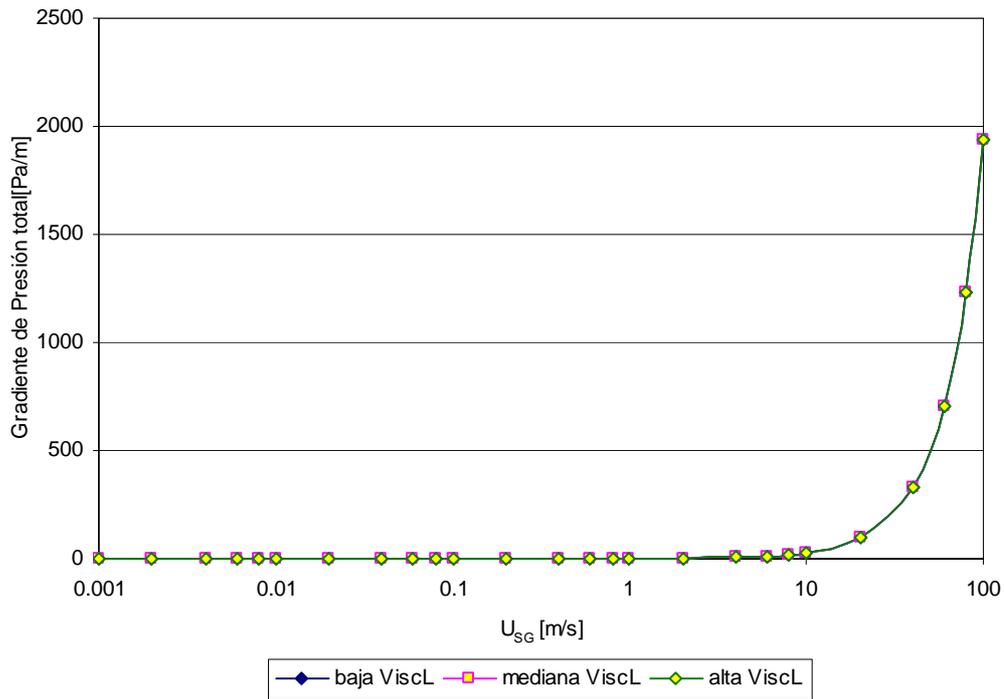


Figura (56): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una  $U_{SL} = 0.0001$  m/s (modelo McAdams-d1)

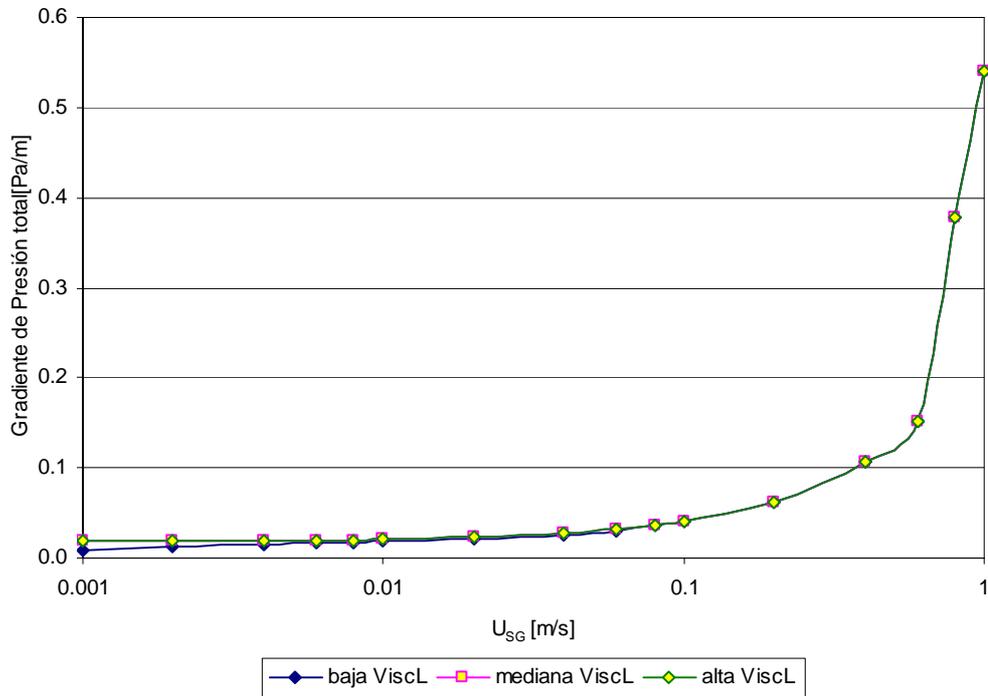


Figura (57): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una  $U_{SL} = 0.0001$  m/s y una  $U_{SG} < 1$  m/s (modelo McAdams-d1)

En la Figura (58) se presenta el comportamiento del gradiente de presión para una velocidad superficial de líquido de 0.01 m/s.

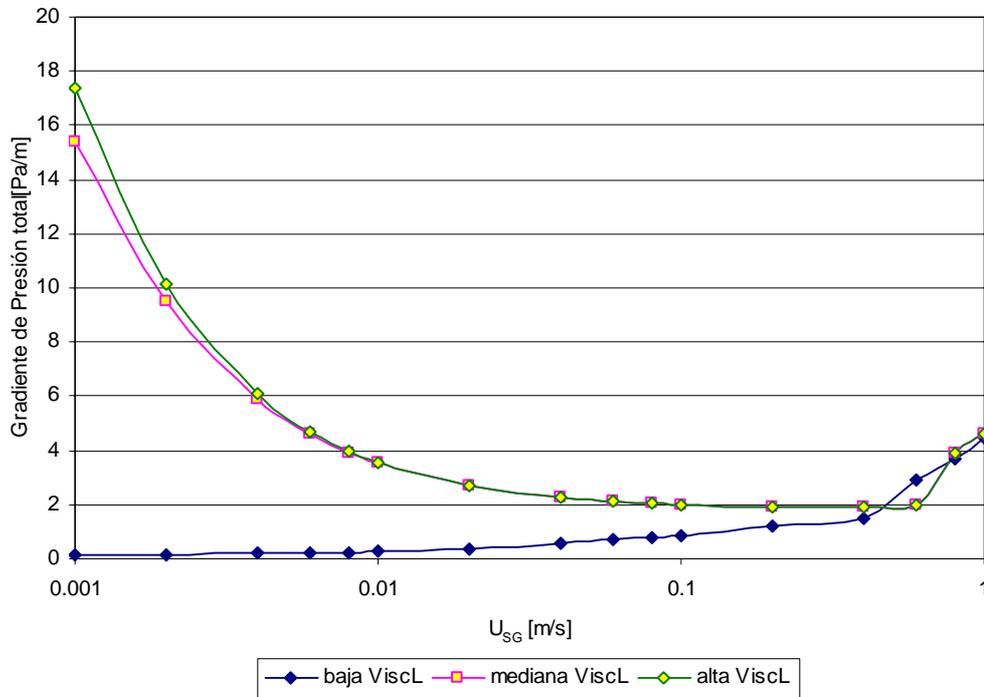


Figura (58): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una  $U_{SL} = 0.01$  m/s y una  $U_{SG} < 1$  m/s (modelo McAdams-d1)

En la Figura (59) se presenta el comportamiento del gradiente de presión evaluado mediante el modelo de Arrhenius-d1, para una velocidad superficial de líquido de 1 m/s, como la siguiente:

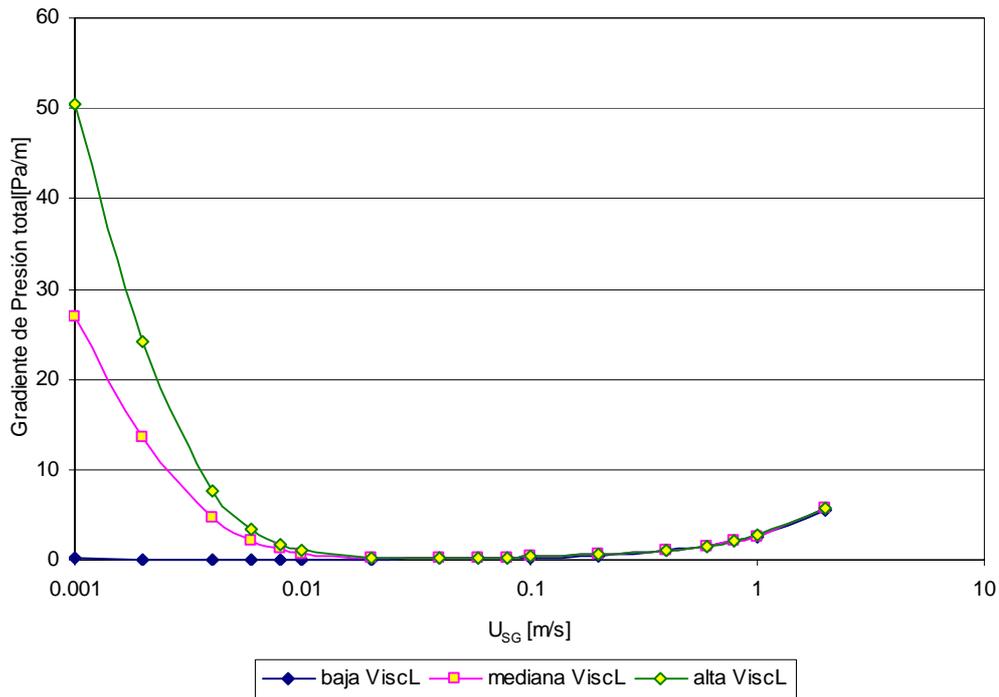


Figura (59): comportamiento del gradiente de presión total a diferentes ViscL para una  $U_{SL} = 1 \text{ m/s}$  y una  $U_{SG} < 1 \text{ m/s}$  (modelo Arrhenius-d1)

En general se observa que el gradiente de presión total aumenta al aumentar la viscosidad del líquido. Este aumento está afectado por la velocidad superficial del gas. A altas velocidades superficiales del gas, el efecto de la viscosidad del líquido en el gradiente de presión total es menor, y en casos es despreciable como en el tercer grupo.

La diferencia entre el valor de un gradiente de presión total para un líquido de alta viscosidad y otro de baja viscosidad es apreciable a mayores velocidades superficiales de líquido (0.001; 0.01 y 0.1 m/s). Sin embargo, a altas velocidades superficiales del líquido ( $U_{SL} \geq 1 \text{ m/s}$ ), el efecto de la viscosidad del líquido en el gradiente de presión total disminuye.

En el tercer grupo, se presenta una situación crítica donde el gradiente de presión disminuye cuando la velocidad superficial del gas es de 0.001 m/s y hasta casi 1 m/s, como puede ver en las Figuras (58; 59) presentadas anteriormente. Esta situación contradice la física del problema. En general, el gradiente de presión total para un flujo en tuberías

horizontales, siempre esta en aumento (esto debido a la pérdida de presión por la fricción y a los cambios de la energía cinética del flujo).

El gradiente de presión total duplica su valor al duplicar la viscosidad del líquido. Esto ocurre cuando la velocidad superficial del gas es pequeña. Sin embargo, a una alta velocidad superficial de gas, el cambio de la viscosidad del líquido no afecta el gradiente de presión total de forma significativa. El efecto de duplicar la viscosidad del líquido en el gradiente de presión total, es similar para todos los modelos presentados en este trabajo.

#### **4. 4 TÉRMINO DE ACELERACIÓN EN EL GRADIENTE DE PRESIÓN TOTAL**

En el capítulo III se desarrolló el término del gradiente de presión debido a los cambios de la energía cinética o de aceleración como lo llaman algunos investigadores (Dukler, 1964.; Wallis, 1969; Beggs y Brill, (1973). También se desarrolló el término diferencial para las diferentes ecuaciones de densidad de mezcla.

Para las cuatro ecuaciones de densidad de mezcla presentes en este trabajo. Se desarrolló cuatro ecuaciones para el cálculo de la fracción ( $mn$ ) que representa al término de aceleración en el gradiente de presión total.

A continuación, se realiza un estudio para evaluar el efecto del término de aceleración en el gradiente de presión total. El estudio se realiza para los 72 modelos de gradiente de presión total establecidos anteriormente.

El estudio se presenta para un amplio rango de operación, donde se destacan las siguientes velocidades superficiales de líquido: 0.0001; 0.001; 0.01; 0.1; 1 y 10 m/s; y una velocidad superficial de gas que varía desde 0.001 m/s hasta 100 m/s.

Luego se evalúa el término de aceleración, usando las bases de datos experimentales reportados por Johnson *et al.* (1952), Johnson (1955) y Reid *et al.* (1957).

La fracción del término de aceleración en el gradiente de presión, no está afectada por la ecuación de la viscosidad de mezcla utilizada, por ello, se analizan los cuatro modelos para evaluar el término de aceleración generados en base a las ecuaciones de densidad de mezcla.

Para la ecuación de DenM usada por Dukler *et al.* (1964), también el término de aceleración a pequeñas velocidades superficiales de líquido y de gas, se puede considerar despreciable. A una  $U_{SL} = 0.1$  m/s y una  $U_{SG} = 10$  m/s el porcentaje del término de aceleración representa 5.6 % del gradiente de presión total. El término de aceleración a una  $U_{SL} = 1$  m/s y una  $U_{SG} = 20$  m/s representa el 60 % del gradiente de presión total, y para alta  $U_{SL} = 10$  m/s y baja velocidad superficial de gas de 0.1 m/s el porcentaje del término de aceleración es de 2 % del gradiente de presión total. En la Tabla (10) se presenta los porcentajes del término de aceleración en el gradiente de presión total para diferentes velocidades superficiales de gas y de líquido. Las casillas de color tienen un porcentaje mayor a 1 %.

Tabla (10): Porcentaje del término de aceleración en el gradiente de presión total usando el modelo de DenM de Dukler *et al.* (1964)

Modelo de DenM	$U_{SG}$ [m/s]	% del Término de Aceleración en el Gradiente de Presión Total					
		$U_{SL}$ [m/s]					
		0.0001	0.001	0.01	0.1	1	10
Dukler <i>et al.</i> (1964)	0.001	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02
	0.002	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04
	0.004	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.08
	0.006	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.11
	0.008	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.15
	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.19
	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.35
	0.04	0.00	0.00	0.00	0.01	0.08	0.60
	0.06	0.00	0.00	0.00	0.02	0.12	0.75
	0.08	0.00	0.00	0.01	0.02	0.16	0.80
	0.1	0.00	0.00	0.01	0.03	0.20	1.98
	0.2	0.00	0.00	0.02	0.07	0.40	3.88
	0.4	0.00	0.00	0.04	0.18	0.83	7.54
	0.6	0.00	0.00	0.05	0.31	1.28	11.05
	0.8	0.00	0.00	0.07	0.44	1.75	14.45
	1	0.00	0.00	0.08	0.57	2.24	17.74
	2	0.01	0.01	0.11	1.26	4.84	33.19
	4	0.02	0.03	0.17	2.52	10.48	61.14
	6	0.04	0.06	0.24	3.65	16.38	87.19
	8	0.08	0.09	0.31	4.65	22.41	
10	0.12	0.14	0.39	5.56	28.52		
20	0.49	0.52	0.95	9.35	59.50		
40	1.94	2.01	2.80	15.90			
60	4.37	4.47	5.61	22.73			
80	7.76	7.90	9.39	30.30			
100	12.12	12.30	14.14	38.75			

las casillas en blanco corresponden a los casos en los cuales la ecuación DenM no es válida,

El término de aceleración desarrollado, usando la ecuación de densidad de mezcla de Oliemans (1976), representa 1.2 % del gradiente de presión total para una velocidad superficial de líquido de 1 m/s y una  $U_{SG} = 10$  m/s. Para la misma velocidad superficial de líquido de 1 m/s y menor velocidad superficial de gas de 0.8 m/s el término de aceleración representa 8.7 % del gradiente de presión total. A una alta velocidad superficial de líquido de 10 m/s y una velocidad superficial de gas de 10 m/s el término de aceleración representa 65 % del gradiente de presión. Los porcentajes del término de aceleración en el gradiente de presión total para diferentes velocidades superficiales de gas y de líquido. están presentados en la Tabla (11).

Tabla (11): Porcentaje del término de aceleración en el gradiente de presión Total usando el modelo de DenM de Oliemans (1976)

Modelo de DenM	$U_{SG}$ [m/s]	% del Término de Aceleración en el Gradiente de Presión Total					
		$U_{SL}$ [m/s]					
		0.0001	0.001	0.01	0.1	1	10
Oliemans (1976)	0.001	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.002	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.004	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.006	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.008	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01
	0.2	0.00	0.00	0.00	0.01	0.03	0.07
	0.4	0.00	0.00	0.00	0.02	0.10	0.33
	0.6	0.00	0.00	0.01	0.04	0.19	0.72
	0.8	0.00	0.00	0.01	0.05	0.30	1.22
	1	0.00	0.00	0.01	0.07	0.43	1.82
	2	0.01	0.01	0.02	0.17	1.17	5.94
	4	0.02	0.02	0.06	0.38	2.91	17.70
	6	0.04	0.05	0.10	0.60	4.79	32.05
	8	0.08	0.09	0.16	0.83	6.71	47.87
10	0.12	0.13	0.22	1.07	8.68	64.62	
20	0.49	0.50	0.68	2.41	18.77		
40	1.94	1.98	2.33	5.84	39.85		
60	4.36	4.42	4.95	10.23	61.95		
80	7.76	7.83	8.53	15.59	85.03		
100	12.11	12.20	13.09	21.92			

En el modelo del término de aceleración desarrollado en base de la ecuación de densidad de mezcla usada por Beattie y Whalley (1982), se puede observar que el término de aceleración es despreciable a pequeñas velocidades superficiales de líquido y de gas, como se puede apreciar en la Tabla (12). Para el valor de la velocidad de superficial de líquido de 0.0001 m/s y a una  $U_{SG} < 20$  m/s, el término de aceleración es despreciable. Para una velocidad superficial de gas mayor ( $U_{SG} > 40$  m/s), este término representa un porcentaje de 2 % del gradiente de presión. A una velocidad superficial de 0.1 m/s, el término de aceleración es despreciable hasta una  $U_{SG} < 10$  m/s, pero al aumentar la velocidad superficial de líquido, por ejemplo  $U_{SL} = 10$  m/s y a una  $U_{SG} = 10$  m/s el término de aceleración representa el 10 % del gradiente de presión total.

Tabla (12): Porcentaje del término de aceleración en el gradiente de presión total usando el modelo de DenM de Beattie y Whalley (1982)

Modelo de DenM	$U_{SG}$ [m/s]	% del Término de Aceleración en el Gradiente de Presión Total					
		$U_{SL}$ [m/s]					
		0.0001	0.001	0.01	0.1	1	10
Beattie y Whalley (1982)	0.001	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
	0.002	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02
	0.004	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04
	0.006	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.06
	0.008	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.08
	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.10
	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.20
	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04	0.39
	0.06	0.00	0.00	0.00	0.01	0.06	0.59
	0.08	0.00	0.00	0.00	0.01	0.08	0.79
	0.1	0.00	0.00	0.00	0.01	0.10	0.99
	0.2	0.00	0.00	0.00	0.02	0.20	1.97
	0.4	0.00	0.00	0.00	0.04	0.39	3.95
	0.6	0.00	0.00	0.01	0.06	0.59	5.92
	0.8	0.00	0.00	0.01	0.08	0.79	7.89
	1	0.00	0.00	0.01	0.10	0.99	9.87
	2	0.01	0.01	0.02	0.20	1.98	19.74
	4	0.02	0.02	0.06	0.41	3.97	39.49
	6	0.04	0.05	0.10	0.64	5.96	59.25
	8	0.08	0.09	0.16	0.87	7.97	79.02
10	0.12	0.13	0.22	1.11	9.99		
20	0.49	0.50	0.68	2.46	20.22		
40	1.94	1.98	2.33	5.88	41.41		
60	4.36	4.42	4.95	10.28	63.56		
80	7.76	7.83	8.54	15.64	86.69		
100	12.11	12.20	13.09	21.97			

Para una velocidad superficial de líquido de 1 m/s y a una elevada velocidad superficial de gas de 80 m/s, el término de aceleración alcanza el 86.7 % del gradiente de presión total.

El modelo del término de aceleración, que se basa en la ecuación usada por Ouyang (1998), presenta los menores porcentajes del término de aceleración en el gradiente de presión total. Para una velocidad superficial de líquido de 1 m/s y una velocidad superficial de gas de 80 m/s, el porcentaje de término de aceleración es de 3.24 % del gradiente de presión total. A velocidades superficiales de gas menores a 40 m/s el porcentaje del término de aceleración se puede considerar despreciable. Estos resultados se presentan en la Tabla (13).

Tabla (13): Porcentaje del término de aceleración en el gradiente de presión total usando el modelo de DenM de usado por Ouyang (1998)

Modelo de DenM	U <sub>SG</sub> [m/s]	% del Término de Aceleración en el Gradiente de Presión Total					
		U <sub>SL</sub> [m/s]					
		0.0001	0.001	0.01	0.1	1	10
usado por Ouyang (1998)	0.001	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.002	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.004	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.006	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.008	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
	0.6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02
	0.8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03
	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03
	2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.07
	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.18
	6	0.01	0.00	0.00	0.00	0.02	0.31
	8	0.02	0.01	0.00	0.01	0.04	0.47
10	0.04	0.01	0.00	0.01	0.06	0.66	
20	0.27	0.10	0.03	0.04	0.22	2.01	
40	1.42	0.75	0.25	0.19	0.82	6.70	
60	3.52	2.20	0.84	0.51	1.82	13.96	
80	6.59	4.53	1.95	1.06	3.24	23.74	
100	10.62	7.79	3.69	1.91	5.09	35.98	

Usando las condiciones (viscosidad de las fases, presión, temperatura, velocidades superficiales,...etc.) que se presentan en la base de datos experimentales reportados por Johnson *et al.* (1952), Johnson (1955) y Reid *et al.* (1957), en la evaluación del término de aceleración mediante los modelos presentes en los párrafos anteriores. Se puede observar lo siguiente:

El mayor porcentaje que obtuvo el término de aceleración fue de 32.69 % del gradiente de presión total, usando el modelo del término de aceleración de la ecuación de la DenM de Dukler *et al.* (1964), y para las condiciones de una velocidad superficial de líquido de 1.11 m/s y una velocidad superficial de gas de 22.08 m/s, donde el patrón de flujo es Anular. Estas condiciones fueron tomadas de la base de datos experimentales reportados por Johnson (1955). Para las mismas condiciones, pero usando el modelo del término de aceleración de la ecuación de Beattie y Whalley (1982), el porcentaje del término de aceleración es 8.99 % del gradiente de presión total. Para los modelos del término de aceleración de las ecuaciones de densidad de la mezcla usados por Oliemans (1976) y Ouyang (1998), el porcentaje del término de aceleración en el gradiente de presión total es 8.13 % y 0.13 % respectivamente.

El mayor porcentaje que se logra el término de aceleración en el gradiente de presión total usando el modelo que se basa en el ecuación de densidad de mezcla de Beattie y Whalley (1982) que es de 14.84 % a una velocidad superficial de líquido de 2.96 m/s, una velocidad superficial de gas de 16.14 m/s que corresponde a un patrón de flujo Tapón (condiciones tomadas de la base de datos experimentales reportados por Johnson *et al.* (1952)).

Para las mismas condiciones presentadas en el párrafo anterior, y para los modelos del término de aceleración basados en las ecuaciones de densidad de mezcla de Dukler *et al.* (1964), de Oliemans (1976) y de la usada por Ouyang (1998), el porcentaje del término de aceleración en el gradiente de presión es de 29.51 %; 12.53 % y 0.36 %, respectivamente. Estos resultados se presentan en la Tabla (14).

Tabla (14): Los mayores porcentajes del término de aceleración en el gradiente de presión usando las condiciones de la data de base experimental.

Modelo de DenM	% del Término de Aceleración en el Gradiente de Presión Total (condiciones de los datos experimentales)			
	Johnson (1952), $U_{SL}=1.11$ m/s y $U_{SG} = 22.08$ m/s patrón de Flujo AN	Johnson <i>et al.</i> (1952), $U_{SL}=2.96$ m/s y $U_{SG} = 16.14$ m/s patrón de Flujo SL	Reid <i>et al.</i> (1957), $U_{SL}= 1.67$ m/s y $U_{SG} = 5.78$ m/s patrón de Flujo SL	
			D = 4"	D = 6"
d3	32.69	29.51	28.26	11.94
d1	8.99	14.84	9.21	5.43
d4	8.13	12.53	8.50	4.08
d2	0.13	0.36	0.12	0.04

Para la ecuación de densidad de mezcla usada por Ouyang (1998), el término de aceleración puede considerarse despreciable para las condiciones presentes en la base de datos experimentales usada en este trabajo.

El porcentaje del término de aceleración usando la ecuación de densidad de mezcla de Dukler *et al.* (1964), evaluado con las condiciones de la base de datos experimentales, varía desde 1.2 % y hasta 33 % del gradiente de presión total.

Para las condiciones de la base de datos experimentales, y para la ecuación de la densidad de mezcla de Beattie y Whalley (1982), el porcentaje del término de aceleración es menor que el porcentaje del término de aceleración usando la ecuación de la densidad de mezcla de Dukler *et al.* (1964).

#### **4. 5 EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DEL MODELO HOMOGÉNEO PARA DIFERENTES COMBINACIONES DE VISCOSIDAD Y DENSIDAD DE MEZCLA**

Uno de los objetivos de este trabajo es comparar el desempeño de los 72 modelos para el cálculo del gradiente de presión total, formados a partir de las combinaciones de las propiedades de mezcla frente a la base de datos experimentales reportados por Johnson *et al.* (1952), Johnson (1955) y Reid *et al.* (1957).

La evaluación de la capacidad de predicción del gradiente de presión de los diferentes modelos se realizará utilizando un factor de desempeño (Performance Factor) PF, el cual es propuesto por García (2003). Este es una modificación del factor de desempeño recomendado por Ansari *et al.* (1994) y García *et al.* (2003), definido por:

$$PF = \frac{|E_1| - |E_{1\min}|}{|E_{1\max}| - |E_{1\min}|} + \frac{E_2 - E_{2\min}}{E_{2\max} - E_{2\min}} + \frac{E_3 - E_{3\min}}{E_{3\max} - E_{3\min}} + \frac{E_4 - E_{4\min}}{E_{4\max} - E_{4\min}} + \frac{|E_5| - |E_{5\min}|}{|E_{5\max}| - |E_{5\min}|} + \frac{E_6 - E_{6\min}}{E_{6\max} - E_{6\min}} + \frac{E_7 - E_{7\min}}{E_{7\max} - E_{7\min}} + \frac{E_8 - E_{8\min}}{E_{8\max} - E_{8\min}} \quad (110)$$

donde  $E_1$  es el error porcentual promedio,  $E_2$  es el error porcentual absoluto promedio,  $E_3$  es la desviación estándar del error porcentual promedio,  $E_4$  es la desviación estándar del valor calculado menos el valor experimental dividido entre el valor experimental ó la raíz cuadrada del promedio del error porcentual al cuadrado (root mean square percent error),  $E_5$  es el error promedio,  $E_6$  es el error absoluto promedio,  $E_7$  es la desviación estándar del error promedio y  $E_8$  es la desviación estándar del valor calculado menos el valor experimental ó la raíz cuadrada del promedio del error al cuadrado (root mean square error), los cuales son definidos como

$$E_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i \quad (111)$$

$$E_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |r_i| \quad (112)$$

$$E_3 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - E_1)^2} \quad (113)$$

$$E_4 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i)^2} \quad (114)$$

$$E_5 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i \quad (115)$$

$$E_6 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |e_i| \quad (116)$$

$$E_7 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (e_i - E_5)^2} \quad (117)$$

$$E_8 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (e_i)^2} \quad (118)$$

siendo  $r_i = \left[ \frac{V_{cal} - V_{exp}}{V_{exp}} \right] 100$ ,  $e_i = V_{cal} - V_{exp}$  y  $n$  el número de datos experimentales.

El error porcentual promedio  $E_1$  es una medida de la concordancia entre los valores calculados y experimentales, este indica en promedio el grado de sobrepredicción (valores positivos) ó subpredicción de los valores calculados con respecto a los experimentales. Similarmente, el error porcentual absoluto promedio  $E_2$  es una medida de la concordancia entre los valores calculados y experimentales. Sin embargo, los errores positivos y negativos no se cancelan entre sí. Por esta razón, el error porcentual absoluto promedio es considerado un parámetro clave para evaluar la capacidad de predicción de modelos y correlaciones. La desviación estándar del error porcentual promedio  $E_3$  indica el grado de dispersión de los errores con respecto al promedio. La raíz cuadrada del promedio del error porcentual al cuadrado (root mean square percent error)  $E_4$  indica el grado de dispersión entre los valores calculados y los valores experimentales. Los parámetros estadísticos  $E_5$ ,  $E_6$ ,  $E_7$  y  $E_8$  son similares a  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  y  $E_4$  pero están basados en el error absoluto  $e_i$ . Los valores mínimo y máximo posibles para el factor de desempeño son 0 y 8, correspondientes al mejor y peor desempeño, respectivamente.

El proceso de evaluación del desempeño se realiza inicialmente para todos los puntos de la base de datos experimental, independientemente del patrón de flujo presente. Luego se realizará el estudio para cada patrón de flujo por separado.

En la base de datos experimentales existen 62 puntos que presentan un patrón de flujo Tapón (SL), 15 puntos que presentan un patrón de flujo Anular (AN), 12 puntos que presentan un patrón de flujo burbuja dispersa (DB) y 4 puntos presentan un patrón de flujo Estratificado Ondulado (SW). Los resultados de la evaluación del desempeño, se presentan en las tablas siguientes:

Tabla (15): El factor de desempeño para todos los puntos de la base de datos experimentales, para los patrones de flujo presentes

Modelos	PF	Parámetros Estadísticos							
		E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8
Baettie-d1	0.118	-0.87	19.26	26.03	26.05	-239.60	1392.32	3111.47	3120.78
Baettie -d4	0.133	-5.91	18.60	24.35	25.06	-427.05	1395.72	2981.51	3012.26
McAdams-d1	0.143	-8.11	19.53	22.61	24.04	-1183.67	1280.04	2111.75	2423.93
Fourar-d1	0.156	-10.36	20.09	21.71	24.08	-963.29	1467.32	2344.69	2536.80
McAdams-d4	0.176	-12.40	19.91	22.17	25.43	-1310.08	1369.69	2298.29	2648.91
Fourar-d4	0.187	-14.64	21.15	21.32	25.91	-1119.46	1534.23	2364.30	2618.48
Dukler-d1	0.208	-14.27	22.12	22.36	26.56	-1273.44	1689.35	2521.46	2827.84
Bankoff-d1	0.211	-10.17	21.73	24.76	26.79	-1000.95	1809.76	3093.82	3253.34
Bankoff-d4	0.235	-14.63	22.60	23.65	27.85	-1167.17	1857.80	3027.40	3246.83
Dukler-d4	0.236	-18.35	23.45	21.89	28.62	-1420.70	1753.08	2558.71	2930.34
Einstein-d4	0.243	-18.35	23.45	21.89	28.62	-1420.70	1753.08	2558.71	2930.34
Oliemans-d4	0.243	-17.79	23.05	21.42	27.91	-1399.85	1747.71	2563.90	2924.72
Oliemans-d1	0.253	-16.32	23.83	23.03	28.28	-1491.73	1892.70	2755.41	3137.07
Leviton-d2	0.272	-4.94	25.38	38.98	39.30	386.22	1954.58	4608.40	4624.73
Soot-d2	0.282	-8.74	26.64	38.69	39.67	-3.13	2054.79	4706.34	4706.34
Hagendron-d2	0.282	-8.74	26.64	38.69	39.67	-3.13	2054.79	4706.34	4706.34
Einstein-d2	0.346	3.75	27.38	43.47	43.63	1221.21	2211.49	4926.17	5076.85
Dukler-d2	0.369	-36.26	36.33	22.53	42.86	-1337.13	1753.04	2594.91	2922.41
Baettie -d2	0.373	-33.60	33.73	22.04	40.33	-1685.16	1763.34	2688.84	3178.02
McAdams-d2	0.421	-31.25	31.79	24.40	39.78	-2211.56	2231.91	3356.50	4026.05
Bankoff-d2	0.436	-34.58	34.66	20.81	40.51	-2324.02	2324.35	3034.62	3829.81
Fourar-d2	0.439	-33.67	33.81	22.15	40.45	-2331.31	2331.64	3045.06	3842.55
Oliemans-d2	0.464	-35.93	35.99	22.10	42.35	-2397.73	2397.99	3153.63	3969.34
Taylor-d2	0.468	-36.26	36.33	22.53	42.86	-2405.55	2405.80	3177.69	3993.24
Bingham-d3	0.469	-1.42	41.02	48.91	48.93	-1872.86	2956.91	4978.43	5322.56
Hagendron-d1	0.484	-27.83	31.80	26.65	38.64	-2774.16	2872.43	4026.13	4897.71
Arhinus-d1	0.501	-28.86	32.75	27.84	40.21	-2856.83	2884.08	4040.17	4956.94
Arhinus-d4	0.526	-31.99	34.10	26.93	41.94	-2927.24	2942.91	4133.52	5074.04
McAdams-d3	0.599	37.44	48.37	52.48	64.58	1196.39	2473.56	5070.84	5211.52
Bingham-d1	0.603	-32.77	36.51	30.34	44.79	-3317.24	3343.63	4673.15	5741.03
Bingham-d4	0.621	-35.78	37.82	29.05	46.23	-3381.50	3396.71	4729.32	5824.31
Dukler-d3	0.686	29.97	43.99	60.20	67.32	1402.76	2927.77	7741.63	7869.02
Arhinus-d2	0.701	-45.78	45.78	25.72	52.72	-3507.11	3507.11	4728.18	5897.99
Oliemans-d3	0.707	31.31	45.02	60.88	68.54	1467.23	2999.96	7868.58	8005.64
Bingham-d2	0.783	-49.23	49.23	26.14	55.97	-3935.04	3935.04	5188.91	6524.88
Fourar-d3	0.791	36.80	48.21	63.97	73.90	1918.82	3147.65	8324.74	8545.31

Tabla (15): El factor de desempeño para todos los puntos de la base de datos experimentales, para los patrones de flujo presentes (Continuación)

Modelos	PF	Parámetros Estadísticos							
		E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8
Richardson-d2	0.797	-54.47	79.45	73.94	92.01	610.24	1956.88	4632.19	4672.64
Bankoff-d3	0.968	40.19	54.38	78.33	88.14	2175.11	3829.11	10190.74	10422.70
Baettie -d3	0.988	53.88	61.08	84.95	100.75	1993.05	3221.88	8515.23	8747.78
Hatschek-d2	1.062	32.56	48.52	84.02	90.17	4166.75	4849.97	10062.03	10899.13
Cicchitti-d4	1.077	30.67	45.64	104.77	109.21	2809.39	3983.18	12308.17	12628.05
Cengel-d2	1.138	24.56	45.71	108.52	111.30	3586.39	4485.80	12851.45	13347.62
Cicchitti-d1	1.186	38.25	50.53	110.73	117.21	3162.90	4228.91	12829.48	13217.64
Soot-d4	1.370	37.27	51.26	128.87	134.21	3612.58	4672.38	15842.85	16253.79
Hagendron-d4	1.370	37.27	51.26	128.87	134.21	3612.58	4672.38	15842.85	16253.79
Leviton-d4	1.408	41.82	51.44	129.06	135.73	4058.28	4632.48	15857.47	16373.88
Taylor-d4	1.440	43.81	52.54	130.90	138.11	4221.72	4675.46	16048.10	16599.82
Richardson-d4	1.453	45.12	52.88	130.68	138.33	4356.06	4708.57	16026.09	16613.63
Cicchitti-d2	1.480	-100.06	100.06	0.10	100.59	-6325.28	6325.28	8394.45	10530.98
Soot-d1	1.484	45.07	56.42	134.85	142.26	3989.85	4938.48	16413.99	16896.96
Vermeulen-d4	1.506	48.71	55.24	130.40	139.30	4749.52	5024.16	16021.09	16717.45
Leviton-d1	1.525	49.96	56.70	135.28	144.30	4457.33	4872.00	16441.91	17041.59
Taylor-d1	1.566	52.20	58.35	137.52	147.19	4637.02	4976.38	16654.99	17295.06
Richardson-d1	1.582	53.59	58.94	137.33	147.52	4776.41	5050.76	16635.47	17314.61
Vermeulen-d1	1.638	57.30	61.59	137.06	148.67	5178.19	5385.12	16633.08	17428.66
Hatschek-d4	1.686	-107.56	107.56	13.16	108.93	-7198.53	7198.53	9747.07	12139.84
Arhinus-d3	1.751	-113.23	113.23	13.59	114.64	-7335.31	7335.31	9833.99	12291.73
Einstein-d1	1.755	63.07	66.59	143.47	156.86	5633.12	5792.32	17231.12	18137.84
Cengel-d4	2.154	74.80	78.06	162.65	179.20	7552.60	7674.00	20017.20	21408.80
Cengel-d1	2.333	84.96	86.89	171.96	192.00	8114.85	8185.70	20944.86	22477.51
Vermeulen-d2	2.652	96.16	97.82	190.54	213.66	9353.58	9393.69	23228.73	25059.81
Taylor-d3	2.811	-145.81	145.81	103.59	179.49	-11079.09	11079.09	18194.84	21333.17
Hatschek-d1	2.886	108.78	109.50	204.36	231.77	10073.31	10092.89	24358.94	26380.09
Cicchitti-d3	4.350	154.70	162.38	352.52	385.30	12027.12	12844.56	38462.45	40318.12
Einstein-d3	4.481	201.80	203.12	439.51	201.80	16629.38	16755.76	49641.13	439.51
Soot-d3	5.098	171.66	178.58	413.12	447.71	14049.12	14774.27	47176.36	49245.16
Hagendron-d3	5.098	171.66	178.58	413.12	447.71	14049.12	14774.27	47176.36	49245.16
Leviton-d3	5.195	178.71	182.10	416.17	453.30	14677.63	14993.91	47460.26	49701.12
Richardson-d3	5.323	185.13	187.77	422.42	461.61	15213.00	15457.41	48050.04	50425.23
Vermeulen-d3	5.381	189.34	190.73	421.67	462.64	15649.32	15774.99	47992.28	50505.10
Cengel-d3	6.093	224.31	224.31	441.57	495.82	19202.04	19202.04	50520.89	54083.28
Hatschek-d3	8.000	288.76	288.77	591.94	659.29	24720.04	24720.51	65889.91	70420.60

Tabla (16): El factor de desempeño para de los puntos de la base de datos experimentales, que presentan patrones de flujo Tapón (SL)

Modelos	PF	Parámetros Estadísticos							
		E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8
Baettie -d1	0.112	3.30	14.69	18.63	18.92	-201.50	400.67	832.58	857.01
Baettie -d4	0.127	-2.65	13.25	17.00	17.21	-314.64	457.88	945.07	996.88
Leviton-d2	0.199	-7.48	17.33	22.65	23.87	10.00	602.24	1225.35	1225.39
McAdams-d1	0.206	-1.01	18.25	23.56	23.58	-462.25	567.22	1037.73	1137.56
Soot-d2	0.206	-9.76	17.58	21.57	23.71	-125.37	548.62	1104.34	1111.55
Hagendron-d2	0.214	-9.76	17.58	21.57	23.71	-125.37	548.62	1104.34	1111.55
McAdams-d4	0.263	-6.11	17.52	23.41	24.21	-544.68	618.08	1158.86	1282.38
Fourar-d1	0.287	-5.98	16.38	19.54	20.45	-655.94	722.29	1355.30	1508.02
Einstein-d2	0.336	-0.29	19.55	29.43	29.43	407.98	865.32	1780.42	1827.31
Fourar-d4	0.347	-10.98	17.19	19.71	22.61	-743.27	785.95	1444.21	1627.04
Bankoff-d1	0.369	-6.03	15.98	19.32	20.25	-805.73	875.39	1881.94	2049.77
Dukler-d1	0.399	-9.21	17.53	20.58	22.58	-848.10	903.08	1771.96	1967.46
Bankoff-d4	0.423	-11.25	16.70	18.74	21.90	-896.35	933.93	1928.01	2129.28
Oliemans-d1	0.447	-10.32	18.25	20.90	23.35	-938.77	991.76	1996.56	2209.52
Oliemans-d4	0.453	-13.39	18.29	19.72	23.90	-921.00	955.25	1849.38	2069.38
Dukler-d4	0.458	-14.02	18.83	20.60	24.98	-930.32	964.09	1837.98	2063.46
Einstein-d4	0.458	-14.02	18.83	20.60	24.98	-930.32	964.09	1837.98	2063.46
Baettie -d2	0.544	-29.15	29.36	21.60	36.48	-730.71	850.51	1602.76	1763.95
McAdams-d2	0.548	-25.08	25.91	23.62	34.60	-896.49	927.67	1679.35	1907.11
Dukler-d2	0.608	-31.43	31.53	21.86	38.49	-848.10	903.08	1771.96	1967.46
Cengel-d2	0.621	5.25	23.31	44.37	44.68	723.00	1179.90	2900.85	2991.03
Dukler-d3	0.663	30.78	39.64	41.95	52.18	1.31	1056.83	2210.95	2210.95
Oliemans-d3	0.694	32.25	40.67	42.25	53.31	38.24	1093.28	2289.48	2289.80
Fourar-d3	0.719	35.94	42.41	43.21	56.39	250.04	994.36	2027.92	2043.53
Bankoff-d2	0.731	-29.92	30.05	20.01	36.20	-1270.50	1271.01	2269.04	2605.61
Fourar-d2	0.732	-29.15	29.36	21.60	36.48	-1270.50	1271.01	2269.04	2605.61
McAdams-d3	0.734	41.81	47.04	46.28	62.59	383.76	826.78	1426.28	1477.82
Taylor-d2	0.746	-31.43	31.53	21.86	38.49	-1266.29	1266.68	2225.64	2565.79
Oliemans-d2	0.752	-31.03	31.13	21.30	37.85	-1264.54	1264.95	2230.13	2568.80
Hagendron-d1	0.837	-18.19	24.29	27.63	33.16	-1508.04	1658.62	3385.50	3711.21
Cicchitti-d4	0.849	22.12	30.01	66.67	70.30	787.60	1026.69	3242.98	3338.78
Arhinus-d1	0.852	-19.14	25.11	28.99	34.83	-1581.31	1623.07	3277.20	3644.39
Bankoff-d3	0.886	38.12	46.20	52.79	65.29	174.89	1272.15	2863.94	2869.37
Arhinus-d4	0.888	-23.14	26.38	28.08	36.51	-1631.07	1655.07	3299.51	3686.56
Baettie -d3	0.915	51.59	54.23	56.15	76.54	250.04	994.36	2027.92	2043.53
Soot-d4	0.915	23.60	31.18	70.27	74.19	864.01	1091.89	3438.19	3546.81
Hagendron-d4	0.920	23.60	31.18	70.27	74.19	864.01	1091.89	3438.19	3546.81
Richardson-d2	0.930	-39.96	73.35	81.62	91.02	129.05	673.48	1362.12	1368.32
Bingham-d3	0.948	10.69	38.37	47.41	48.62	-1307.97	1637.76	3764.44	3988.71
Hatschek-d2	0.962	17.77	30.08	56.32	59.11	1335.70	1621.58	3524.73	3773.20

Tabla (16): El factor de desempeño para de los puntos de la base de datos experimentales, que presentan patrones de flujo Tapón (SL) (Continuación)

Modelos	PF	Parámetros Estadísticos							
		E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8
Bingham-d1	0.975	-20.94	26.68	30.57	37.16	-1791.60	1832.04	3814.21	4220.27
Leviton-d4	0.994	26.60	32.98	71.80	76.64	1026.58	1225.24	3537.30	3685.60
Bingham-d4	1.011	-24.84	27.96	29.45	38.65	-1837.67	1860.97	3826.78	4251.67
Cicchitti-d1	1.050	30.73	36.34	75.44	81.55	1007.28	1191.36	3637.51	3776.60
Taylor-d4	1.063	28.82	34.71	74.27	79.75	1138.82	1314.35	3673.32	3848.56
Richardson-d4	1.082	29.55	35.11	74.44	80.18	1179.64	1349.07	3695.71	3882.35
Arrhenius-d2	1.097	-37.96	37.96	25.19	45.81	-1851.10	1851.10	3457.12	3928.67
Vermeulen-d4	1.112	30.76	35.70	74.70	80.88	1244.98	1406.19	3736.67	3941.83
Soot-d1	1.119	32.32	37.70	79.35	85.78	1089.25	1257.43	3849.35	4002.93
Leviton-d1	1.209	35.70	40.00	81.54	89.13	1264.86	1403.45	3968.09	4167.96
Bingham-d2	1.210	-39.39	39.39	25.80	47.36	-2047.26	2047.26	3942.73	4450.29
Taylor-d1	1.290	38.20	42.11	84.69	93.03	1387.26	1502.45	4127.92	4358.41
Richardson-d1	1.312	39.01	42.66	85.01	93.67	1430.98	1540.16	4153.30	4396.72
Vermeulen-d1	1.347	40.35	43.51	85.49	94.68	1501.12	1602.32	4198.91	4463.31
Cengel-d4	1.508	42.43	44.95	86.89	96.85	1860.13	1971.42	4662.27	5025.29
Einstein-d1	1.582	47.21	49.76	95.13	106.37	1831.82	1906.05	4701.30	5051.02
Cengel-d1	1.804	53.36	55.15	101.23	114.64	2169.13	2243.30	5244.16	5681.85
Vermeulen-d2	2.360	64.74	66.12	129.76	145.26	2891.78	2941.18	6829.53	7425.77
Cicchitti-d2	2.645	-100.04	100.04	0.07	100.86	-3778.44	3778.44	7886.17	8757.99
Hatschek-d1	2.773	78.60	79.33	151.49	170.96	3312.56	3338.09	7696.90	8390.19
Hatschek-d4	2.900	-104.82	104.82	4.48	105.77	-4168.70	4168.70	8891.79	9834.99
Arrhenius-d3	3.050	-112.36	112.36	11.68	113.88	-4292.48	4292.48	9028.41	10011.97
Taylor-d3	3.616	-125.31	125.31	42.93	133.43	-5126.29	5126.29	10329.51	11550.26
Einstein-d3	4.312	150.75	151.08	318.39	150.75	5306.21	5307.35	15674.57	318.39
Cicchitti-d3	4.338	120.34	122.73	267.27	293.52	3915.22	4111.80	13233.65	13809.77
Soot-d3	4.530	124.15	126.34	280.01	306.71	4098.66	4268.91	13895.18	14496.56
Hagendron-d3	4.530	124.15	126.34	280.01	306.71	4098.66	4268.91	13895.18	14496.56
Leviton-d3	4.683	129.69	130.89	285.75	314.24	4357.64	4417.23	14157.43	14823.40
Richardson-d3	4.879	135.68	136.41	294.47	324.69	4629.91	4640.77	14563.47	15293.21
Vermeulen-d3	4.926	137.55	137.99	295.14	326.10	4719.20	4726.20	14596.04	15351.88
Cengel-d3	5.543	156.99	156.99	315.20	352.71	5644.55	5644.55	15644.06	16646.92
Hatschek-d3	8.000	214.16	214.16	462.77	510.66	8148.55	8148.55	22671.50	24113.99

Tabla (17): El factor de desempeño para de los puntos de la base de datos experimentales, que presentan patrones de flujo Anular (AN)

Modelos	PF	Parámetros Estadísticos							
		E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8
Fourrar-d1	0.085	-8.88	27.50	31.16	15.56	-575.82	3493.76	4505.02	4544.28
Fourrar-d4	0.099	-13.46	29.03	29.71	15.72	-1282.90	3733.39	4475.69	4668.53
Dukler-d1	0.099	-15.15	30.47	30.35	16.37	-1268.69	3675.52	4178.91	4380.40
McAdams-d1	0.107	-23.96	25.01	16.56	14.29	-3491.54	3668.02	3719.57	5186.21
Dukler-d4	0.114	-19.48	31.93	28.78	16.84	-1945.27	3910.80	4166.23	4627.30
Einstein-d4	0.114	-19.48	31.93	28.78	16.84	-1945.27	3910.80	4166.23	4627.30
Oliemans-d4	0.124	-18.56	31.64	29.16	34.92	-1796.22	3857.81	4160.08	4556.66
McAdams-d4	0.129	-27.57	28.01	16.51	15.79	-4014.60	4088.74	3994.57	5764.10
Bankoff-d1	0.130	-3.61	35.75	42.25	20.32	311.33	4523.21	5930.09	5938.84
Oliemans-d1	0.130	-17.74	32.50	30.53	35.63	-1705.16	4025.59	4416.79	4756.40
Bankoff-d4	0.134	-8.47	36.42	40.35	19.78	-443.23	4661.89	5777.18	5795.36
Baettie-d4	0.158	-1.73	38.25	47.06	22.56	526.73	5016.16	6985.93	7007.17
Baettie-d1	0.177	3.40	38.69	49.36	23.71	1326.96	5150.36	7283.67	7412.04
Dukler-d2	0.183	-55.01	55.01	19.86	28.89	-1672.06	4078.88	4454.63	4779.03
Baettie-d2	0.207	-51.74	51.74	18.95	27.22	-5155.70	5155.70	2882.04	6065.15
Bankoff-d2	0.215	-51.12	51.12	19.96	27.09	-5746.80	5746.80	2388.43	6410.10
Fourrar-d2	0.218	-52.20	52.20	19.34	27.50	-5792.96	5792.96	2406.31	6461.09
Taylor-d2	0.241	-55.01	55.01	19.86	28.89	-6337.84	6337.84	2685.38	7088.63
Bingham-d3	0.250	1.56	46.43	53.31	53.33	-1366.35	6868.93	9020.93	9131.12
Hagendron-d1	0.258	-48.19	48.19	12.08	51.33	-6488.50	6488.50	4506.77	8088.19
Oliemans-d2	0.261	-54.42	54.42	20.28	59.86	-6236.58	6236.58	2634.80	6972.47
Arhinus-d1	0.278	-50.81	50.81	12.24	54.00	-6882.97	6882.97	4758.43	8567.49
McAdams-d2	0.289	-60.41	60.41	12.42	30.54	-7641.45	7641.45	3827.90	8787.23
Arhinus-d4	0.294	-53.04	53.04	12.34	56.27	-7203.94	7203.94	4960.21	8955.86
Bingham-d1	0.326	-55.99	55.99	16.13	60.16	-7711.97	7711.97	5549.43	9722.08
Bingham-d4	0.338	-57.89	57.89	15.97	62.01	-7975.17	7975.17	5678.99	10019.85
Leviton-d2	0.399	21.41	63.23	80.45	83.45	3676.36	8042.29	10690.14	11347.25
Soot-d2	0.399	14.41	66.60	82.55	83.88	2582.89	8661.48	11267.28	11580.13
Hagendron-d2	0.399	14.41	66.60	82.55	83.88	2582.89	8661.48	11267.28	11580.13
Arhinus-d2	0.409	-74.66	74.66	8.44	77.74	-9602.41	9602.41	4909.80	11085.97
Einstein-d2	0.427	38.46	69.65	81.74	43.56	6547.72	8573.30	10229.24	12270.79
Bingham-d2	0.437	-78.72	78.72	5.18	81.65	-10250.70	10250.70	5354.09	11884.81
McAdams-d3	0.474	67.41	80.51	70.10	47.38	6693.22	9270.55	10440.95	12530.46
Richardson-d2	0.516	-81.89	102.08	64.56	106.55	4428.50	7821.22	10469.49	11429.03
Cicchitti-d2	0.532	-100.14	100.14	0.17	49.66	-13001.23	13001.23	6585.25	14982.37
Dukler-d3	0.688	85.12	87.93	99.93	63.83	11178.95	11566.72	15812.03	19593.77
Arhinus-d3	0.747	-124.59	124.59	18.55	130.29	-15988.31	15988.31	7646.89	18230.75
Oliemans-d3	0.755	87.07	89.50	100.96	135.33	11477.67	11808.82	15976.37	19909.57
Hatschek-d4	0.768	-123.84	123.84	26.62	130.92	-16257.57	16257.57	8397.68	18807.15
Fourrar-d3	0.782	100.24	102.71	106.29	71.16	12804.17	13141.15	16920.85	21493.54

Tabla (17): El factor de desempeño para de los puntos de la base de datos experimentales, que presentan patrones de flujo Anular (AN) (Continuación)

Modelos	PF	Parámetros Estadísticos							
		E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8
Baettie-d3	0.939	131.99	137.00	152.37	98.05	13274.29	13611.28	17224.62	22033.62
Bankoff-d3	0.971	116.81	123.80	134.35	86.59	15331.43	16194.93	20736.35	26112.04
Hatschek-d2	1.135	116.32	144.85	150.57	192.79	18175.10	20028.69	18584.13	26444.27
Cicchitti-d4	1.214	124.64	142.13	203.29	115.35	16025.20	19334.13	27266.43	31915.65
Cicchitti-d1	1.274	134.43	148.95	208.44	120.06	17404.30	20076.34	27966.22	33266.43
Cengel-d2	1.358	110.26	141.50	240.25	265.98	16155.40	18184.15	28562.47	33097.65
Taylor-d4	1.605	171.33	173.88	261.89	151.52	22647.05	23205.36	35136.28	42238.39
Taylor-d1	1.678	183.00	183.00	267.68	157.10	24317.92	24317.92	35921.18	43862.65
Soot-d4	1.698	158.87	174.27	263.42	310.54	20636.04	23575.70	35492.70	41424.58
Hagendron-d4	1.698	158.87	174.27	263.42	310.54	20636.04	23575.70	35492.70	41424.58
Leviton-d4	1.709	167.46	172.62	260.17	312.63	21977.90	23143.45	34950.62	41702.23
Richardson-d4	1.734	173.93	174.61	260.27	316.47	23048.56	23218.05	34882.93	42261.10
Vermeulen-d4	1.764	182.30	182.30	256.18	318.17	24208.27	24208.27	34269.77	42453.71
Soot-d1	1.769	169.64	181.97	269.40	321.57	22152.00	24433.41	36300.84	42936.15
Leviton-d1	1.782	178.84	180.76	265.88	323.97	23596.76	24027.91	35720.01	43272.37
Einstein-d1	1.802	205.22	205.22	265.78	163.00	27914.64	27914.64	35516.71	45785.61
Richardson-d1	1.818	185.78	185.78	265.94	328.18	24748.67	24748.67	35651.81	43901.00
Vermeulen-d1	1.853	194.63	194.63	261.56	330.15	25981.42	25981.42	34997.42	44136.95
Taylor-d3	1.972	-270.92	270.92	208.56	167.43	-35157.69	35157.69	28961.19	46509.18
Cengel-d4	2.390	265.29	265.29	310.25	414.32	35868.00	35868.00	39212.97	54000.59
Cengel-d1	2.522	282.52	282.52	319.60	433.20	38383.66	38383.66	40387.89	56654.42
Vermeulen-d2	2.777	314.10	314.10	327.24	461.29	43773.22	43773.22	43505.37	62814.62
Hatschek-d1	2.925	334.03	334.03	335.02	481.44	46763.37	46763.37	44695.37	65883.91
Cicchitti-d3	4.179	479.30	486.12	611.23	377.14	59838.80	60785.72	78832.98	100255.09
Einstein-d3	4.853	631.72	631.72	775.48	631.72	81476.04	81476.04	100399.30	775.48
Soot-d3	5.493	569.36	574.57	766.14	966.59	71720.16	72445.78	99111.18	123831.42
Hagendron-d3	5.493	569.36	574.57	766.14	966.59	71720.16	72445.78	99111.18	123831.42
Leviton-d3	5.556	583.15	583.15	763.81	973.53	73867.74	73867.74	98747.60	124889.06
Richardson-d3	5.647	596.25	596.25	767.28	984.70	75932.98	75932.98	99216.42	126576.30
Vermeulen-d3	5.681	606.30	606.30	760.33	985.88	77360.12	77360.12	98257.37	126753.97
Cengel-d3	6.258	713.71	713.71	747.50	1050.96	92744.66	92744.66	95676.84	135536.07
Hatschek-d3	8.000	887.11	887.11	966.78	1333.36	117762.81	117762.81	125849.43	175204.84

Tabla (18): El factor de desempeño para de los puntos de la base de datos experimentales, que presentan patrones de flujo burbuja dispersa (DB)

Modelos	PF	Parámetros Estadísticos							
		E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8
Einstein-d3	0.278	-2.13	6.65	8.73	-2.13	-247.81	746.84	1005.66	8.73
Einstein-d1	0.409	-0,84	7.51	8.94	8.99	79.41	800.08	1020,39	1023.76
Richardson-d1	0.512	-7.04	8.43	8.54	11.27	-583.36	773.44	898.10	1085.27
Taylor-d1	0.582	-10.07	10.07	7.50	12.92	-918.10	918.10	790,61	1242.82
Taylor-d4	0.606	-8.76	9.99	9.25	13.01	-683.54	859.19	929.71	1172.20
Richardson-d4	0.612	-5.65	9.89	10,60	12.13	-336.91	927.45	1130,74	1184.22
Richardson-d3	0.630	-8.24	8.84	8.43	12.05	-888.80	989.97	1059.72	1408.82
Leviton-d1	0.656	-8.95	10,36	9.38	13.24	-772.00	961.40	1006.48	1289.64
Leviton-d4	0.736	-7.56	11.33	11.48	13.93	-528.01	1051.34	1214.72	1334.05
Leviton-d3	0.747	-10,16	10,47	8.77	13.76	-1074.75	1121.27	1148.96	1606.30
Einstein-d2	0.795	0,60	11.24	12.99	13.01	406.86	1288.65	1579.14	1635.32
Leviton-d2	0.849	-7.59	12.70	13.07	15.28	-468.87	1188.58	1390,70	1474.40
Vermeulen-d3	0.908	2.26	11.03	14.91	15.10	311.69	1270,41	1838.94	1867.53
Soot-d4	0.925	-16.35	16.35	7.92	18.83	-1509.22	1509.22	853.59	1792.61
Hagendron-d4	0.925	-16.35	16.35	7.92	18.83	-1509.22	1509.22	853.59	1792.61
Soot-d2	0.927	-16.45	16.45	9.08	19.44	-1463.10	1463.10	896.57	1771.75
Hagendron-d2	0.944	-16.45	16.45	9.08	19.44	-1463.10	1463.10	896.57	1771.75
Soot-d1	0.958	-17.59	17.59	6.63	19.53	-1727.71	1727.71	920,60	2025.79
Baettie -d4	0.958	-15.78	15.78	7.95	18.30	-1467.84	1467.84	892.80	1774.12
Baettie -d1	0.992	-16.99	16.99	6.25	18.82	-1684.70	1684.70	874.09	1964.76
Cicchitti-d4	0.996	-17.88	17.88	7.40	20.09	-1680,80	1680,80	853.08	1951.84
Cicchitti-d1	1.073	-19.01	19.01	6.34	20.84	-1886.50	1886.50	964.11	2193.61
McAdams-d4	1.091	-19.12	19.12	7.35	21.28	-1840.01	1840.01	960.35	2148.41
McAdams-d2	1.125	-19.21	19.21	8.59	21.83	-1793.98	1793.98	998.48	2123.18
McAdams-d1	1.156	-20.26	20.26	6.05	22.00	-2044.78	2044.78	1042.97	2376.77
Baettie -d2	1.203	-23.10	23.10	10.56	26.34	-1415.35	1415.35	1026.88	1799.95
Vermeulen-d1	1.225	3.95	13.81	17.88	18.35	688.60	1557.40	2192.63	2307.57
Soot-d3	1.226	-18.46	18.46	8.33	21.00	-1976.60	1976.60	1401.65	2495.34
Hagendron-d3	1.226	-18.46	18.46	8.33	21.00	-1976.60	1976.60	1401.65	2495.34
Cicchitti-d3	1.321	-19.90	19.90	8.40	22.41	-2134.74	2134.74	1469.72	2670.48
McAdams-d3	1.375	-21.17	21.17	7.61	23.38	-2294.53	2294.53	1472.65	2812.86
Baettie -d3	1.385	-18.02	18.02	6.90	20.04	-2708.62	2708.62	1555.56	3228.52
Fourar-d4	1.419	-23.09	23.09	9.06	25.76	-2248.61	2248.61	1284.04	2676.69
Fourar-d1	1.455	-24.25	24.25	7.20	26.33	-2452.54	2452.54	1302.75	2873.84
Vermeulen-d4	1.517	5.71	16.24	20,67	21.52	985.69	1895.21	2562.78	2761.84
Fourar-d3	1.578	-25.29	25.29	6.36	27.17	-2708.62	2708.62	1555.56	3228.52
Fourar-d2	1.623	-23.10	23.10	10.56	26.34	-2660.66	2660.66	1575.84	3194.67
Dukler-d4	1.652	-26.32	26.32	9.74	29.17	-2584.89	2584.89	1477.72	3077.78
Einstein-d4	1.652	-26.32	26.32	9.74	29.17	-2584.89	2584.89	1477.72	3077.78
Oliemans-d4	1.678	-26.86	26.86	9.28	29.55	-2663.88	2663.88	1497.20	3159.58

Tabla (18): El factor de desempeño para de los puntos de la base de datos experimentales, que presentan patrones de flujo burbuja dispersa (DB) (Continuación)

Modelos	PF	Parámetros Estadísticos							
		E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8
Dukler-d1	1.685	-27.46	27.46	7.82	29.73	-2784.18	2784.18	1495.80	3270.13
Taylor-d2	1.693	-26.30	26.30	11.23	29.68	-2532.06	2532.06	1541.11	3060.91
Bankoff-d4	1.701	-27.13	27.13	9.12	29.77	-2710.80	2710.80	1534.21	3220.29
Oliemans-d2	1.715	-26.85	26.85	10.72	30.02	-2612.77	2612.77	1546.80	3136.84
Bankoff-d1	1.735	-28.24	28.24	7.35	30.40	-2905.17	2905.17	1576.25	3419.34
Bankoff-d2	1.742	-27.13	27.13	10.52	30.23	-2660.66	2660.66	1575.84	3194.67
Dukler-d2	1.745	-26.30	26.30	11.23	29.68	-2784.18	2784.18	1495.80	3270.13
Dukler-d3	1.779	-28.52	28.52	6.26	30.44	-3037.05	3037.05	1700.36	3599.08
Oliemans-d3	1.821	-29.00	29.00	6.23	30.92	-3107.59	3107.59	1756.46	3690.55
Bankoff-d3	1.852	-29.24	29.24	6.36	31.19	-3150.03	3150.03	1805.38	3752.88
Oliemans-d1	2.037	-33.72	33.72	6.08	35.74	-3469.02	3469.02	1730.39	4015.26
Arhinus-d4	2.555	-38.54	38.54	11.89	41.97	-3908.26	3908.26	2300.82	4685.81
Arhinus-d2	2.575	-38.45	38.45	13.07	42.23	-3857.35	3857.35	2314.89	4646.56
Arhinus-d1	2.590	-39.58	39.58	10.14	42.57	-4084.43	4084.43	2336.92	4864.19
Hatschek-d3	2.595	28.81	28.84	22.05	37.31	3162.25	3165.99	3224.91	4616.16
Hagendron-d1	2.692	-41.29	41.29	8.81	44.02	-4334.61	4334.61	2466.70	5155.73
Richardson-d2	2.974	-92.10	92.10	6.42	96.40	-277.51	1141.93	1329.18	1360.41
Hatschek-d1	3.061	31.13	31.13	26.50	41.94	3657.75	3657.75	3917.07	5471.64
Bingham-d2	3.298	-51.86	51.86	8.05	54.77	-5370.09	5370.09	2811.00	6273.85
Bingham-d4	3.304	-51.87	51.87	7.24	54.66	-5402.44	5402.44	2846.84	6320.14
Bingham-d1	3.342	-52.62	52.62	6.06	55.29	-5532.10	5532.10	2940.77	6483.40
Bingham-d3	3.418	-53.31	53.31	5.22	55.92	-5694.08	5694.08	3126.34	6718.93
Vermeulen-d2	3.443	33.44	33.44	30.15	46.14	4043.05	4043.05	4450.45	6135.05
Cengel-d3	3.542	39.78	39.78	27.88	50.03	4315.59	4315.59	4147.19	6125.08
Hatschek-d2	3.620	33.61	34.54	32.37	47.75	4151.07	4197.33	4740.86	6424.45
Cengel-d1	4.171	42.81	42.81	34.14	56.25	4913.45	4913.45	5135.57	7260.22
Cengel-d4	4.631	45.53	46.17	38.38	61.11	5358.89	5390.43	5780.62	8046.36
Cengel-d2	4.868	45.96	48.06	41.09	63.19	5504.36	5644.43	6157.73	8424.37
Cicchitti-d2	6.427	-100.02	100.02	0.02	104.47	-10697.35	10697.35	5785.49	12582.06
Hatschek-d4	6.699	-102.49	102.49	2.30	107.07	-11028.24	11028.24	6088.45	13028.73
Arhinus-d3	6.852	-104.41	104.41	2.70	109.09	-11254.63	11254.63	6242.27	13309.69
Taylor-d3	7.122	-106.93	106.93	5.05	111.80	-11575.67	11575.67	6533.41	13742.75

Tabla (19): El factor de desempeño para de los puntos de la base de datos experimentales, que presentan patrones de flujo estratificado ondulado (SW)

Modelos	PF	Parámetros Estadísticos							
		E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8
Leviton-d1	0.497	-7.80	7.80	10,55	11.62	-48.69	48.69	70,13	75.16
Leviton-d4	1.084	-20,90	20,90	9.36	22.25	-123.99	123.99	69.87	136.49
Einstein-d1	1.177	-4.83	12.98	15.34	16.32	-69.43	120,26	160,89	179.76
Vermeulen-d2	1.209	-4.99	13.19	16.18	17.18	-63.90	123.08	161.69	177.73
Oliemans-d3	1.276	0,29	12.27	18.62	18.62	-54.00	107.83	182.64	192.99
Dukler-d3	1.303	-2.75	11.24	17.62	17.90	-74.90	107.19	186.33	205.42
Vermeulen-d1	1.307	-9.28	12.23	14.52	18.05	-103.23	124.27	170,11	207.72
Richardson-d1	1.317	-10,36	11.76	13.97	18.39	-112.06	122.61	170,44	213.99
Taylor-d1	1.328	-11.10	11.72	13.66	18.73	-118.06	122.83	171.25	218.89
Hatschek-d1	1.333	10.09	16.02	19.01	22.30	44.13	113.44	150,35	158.75
Fourar-d3	1.370	6.68	16.47	20,19	21.61	-8.99	123.35	172.47	172.78
Cengel-d1	1.384	-0,68	16.07	20,14	20,15	-32.66	138.52	182.76	186.61
Bankoff-d3	1.501	7.79	17.89	21.84	23.62	-5.18	131.32	181.62	181.72
Soot-d1	1.570	-15.77	15.77	12.47	22.07	-154.44	154.44	181.13	254.19
Cicchitti-d1	1.603	-16.36	16.36	12.34	22.56	-159.04	159.04	182.42	258.85
Cengel-d4	1.758	-14.24	19.08	17.66	24.13	-130,41	167.22	191.48	243.60
McAdams-d1	1.835	-20.06	20.06	12.42	26.28	-185.52	185.52	191.03	287.02
Baettie -d3	1.863	23.56	26.82	23.26	35.80	-8.99	123.35	172.47	172.78
Vermeulen-d4	1.890	-21.72	21.72	12.16	27.88	-192.17	192.17	188.22	290,98
Richardson-d4	1.931	-22.66	22.66	11.59	28.62	-199.90	199.90	189.21	298.46
Taylor-d4	1.962	-23.31	23.31	11.27	29.18	-205.14	205.14	190,33	303.87
Baettie -d1	2.058	-23.39	23.39	13.76	30,31	-204.63	204.63	195.00	306.36
Soot-d4	2.193	-27.34	27.34	10,11	33.15	-236.78	236.78	200,40	338.99
Hagendron-d4	2.193	-27.34	27.34	10,11	33.15	-236.78	236.78	200,40	338.99
Cicchitti-d4	2.224	-27.86	27.86	9.97	33.68	-240,87	240,87	201.71	343.58
McAdams-d4	2.435	-31.04	31.04	10,22	37.27	-263.81	263.81	209.35	369.62
McAdams-d3	2.460	29.89	32.39	28.16	44.54	150,61	184.35	151.76	230,81
Leviton-d2	2.536	-43.30	43.30	16.55	45.36	-250,20	250,20	114.64	267.13
Hatschek-d2	2.629	-30.04	30.04	20,12	40,10	-237.76	237.76	210,33	345.85
Baettie -d4	2.637	-33.86	33.86	11.86	40,86	-280,13	280,13	211.60	386.53
Bankoff-d1	2.663	-33.37	33.37	11.53	40,22	-283.32	283.32	223.57	396.24
Fourar-d1	2.678	-33.89	33.89	11.72	40,85	-284.59	284.59	219.99	395.46
Cicchitti-d3	2.827	36.21	36.79	30,66	51.85	194.14	201.96	152.65	271.21
Arhinus-d1	2.830	-53.80	53.80	8.39	54.23	-319.60	319.60	107.98	331.53
Soot-d3	2.864	37.16	37.37	30,73	52.78	201.28	204.10	150,30	276.78
Hagendron-d3	2.864	37.16	37.37	30,73	52.78	201.28	204.10	150,30	276.78
Leviton-d3	2.988	54.35	54.35	20,63	56.90	298.86	298.86	58.80	302.69
Dukler-d1	3.028	-39.59	39.59	11.29	47.08	-326.10	326.10	232.41	442.50
Einstein-d2	3.096	-39.66	39.66	16.21	48.58	-313.62	313.62	220,16	423.81
Cengel-d2	3.103	-36.53	36.53	21.24	47.22	-286.18	286.18	232.53	404.07

Tabla (19): El factor de desempeño para de los puntos de la base de datos experimentales, que presentan patrones de flujo estratificado ondulado (SW) (Continuación).

Modelos	PF	Parámetros Estadísticos							
		E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8
Arhinus-d4	3.152	-60,33	60,33	7.65	60,65	-357.47	357.47	113.20	369.22
Bingham-d3	3.173	-37.59	37.59	12.58	45.19	-333.31	333.31	274.84	472.93
Bankoff-d4	3.176	-42.50	42.50	9.77	50.04	-348.71	348.71	239.26	468.37
Oliemans-d1	3.179	-42.33	42.33	10,12	49.91	-347.91	347.91	239.46	467.68
Fourar-d4	3.191	-42.93	42.93	10.09	50,59	-349.71	349.71	235.86	467.64
Einstein-d3	3.221	54.32	54.32	32.05	54.32	329.73	329.73	106.85	32.05
Richardson-d3	3.266	45.57	45.57	31.00	61.07	264.79	264.79	126.35	330,83
Vermeulen-d3	3.334	47.16	47.16	30,72	62.52	277.50	277.50	121.26	342.60
Oliemans-d4	3.411	-46.24	46.24	10,15	54.35	-374.16	374.16	244.55	496.45
Soot-d2	3.458	-46.81	46.81	12.67	55.51	-371.05	371.05	233.96	488.17
Hagendron-d2	3.458	-46.81	46.81	12.67	55.51	-371.05	371.05	233.96	488.17
Dukler-d4	3.502	-47.84	47.84	9.83	56.11	-385.74	385.74	247.40	509.51
Einstein-d4	3.502	-47.84	47.84	9.83	56.11	-385.74	385.74	247.40	509.51
McAdams-d2	3.639	-49.42	49.42	12.82	58.49	-390,78	390,78	241.53	511.81
Richardson-d2	3.692	-41.21	41.21	29.52	56.00	-342.27	342.27	226.95	455.75
Dukler-d2	3.730	-61.42	61.42	12.19	71.97	-326.10	326.10	232.41	442.50
Hagendron-d1	3.774	-51.21	51.21	9.19	59.84	-417.05	417.05	270,10	552.14
Arhinus-d2	3.825	-71.28	71.28	10,70	71.82	-419.47	419.47	126.98	432.10
Baettie -d2	3.943	-57.89	57.89	12.64	68.03	-400,94	400,94	245.15	523.86
Cengel-d3	4.036	59.77	59.77	29.86	75.20	378.89	378.89	113.95	452.10
Bankoff-d2	4.178	-57.66	57.66	12.11	67.67	-453.88	453.88	265.78	587.64
Fourar-d2	4.201	-57.89	57.89	12.64	68.03	-453.88	453.88	265.78	587.64
Oliemans-d2	4.352	-60,25	60,25	12.50	70,69	-472.15	472.15	270,75	608.72
Bingham-d1	4.369	-61.48	61.48	6.12	71.26	-494.91	494.91	296.15	643.65
Taylor-d2	4.418	-61.42	61.42	12.19	71.97	-480,89	480,89	273.08	618.80
Bingham-d4	4.675	-66.76	66.76	5.15	77.26	-532.76	532.76	306.50	687.30
Hatschek-d3	5.154	78.11	78.11	35.89	97.07	503.95	503.95	82.90	587.79
Bingham-d2	5.256	-75.56	75.56	6.60	87.50	-593.86	593.86	320,35	756.87
Arhinus-d3	5.287	-101.27	101.27	0,21	101.27	-604.70	604.70	198.52	626.05
Cicchitti-d2	6.809	-100.00	100.00	0.00	115.47	-785.45	785.45	409.34	995.05
Hatschek-d4	6.839	-100,34	100,34	0.08	115.86	-788.35	788.35	411.42	998.96
Taylor-d3	7.013	-102.62	102.62	0,48	118.49	-806.12	806.12	420.06	1021.22

En Las Tabla (15), donde se evalúa el factor de desempeño para todos los puntos de los datos experimentales, independientemente de los patrones de flujo presentes, se puede observar que el mejor desempeño es de la combinación de Baettie-d1 (combinación que agrupa a las ecuaciones de viscosidad y densidad de mezcla presentadas por Beattie y Whalley (1982)), con un  $PF = 0.118$ . El peor desempeño lo presenta la combinación de Hatschek-d3 ( $PF = 8$ ) (combinación de la ecuación de viscosidad de mezcla de Hatschek (1928) y la ecuación de densidad de mezcla de Dukler *et al.* (1964)).

En la Tabla (16), se evalúa el factor de desempeño para de los puntos de la base de datos experimentales, que presentan patrones de flujo Tapón (SL). La combinación de Baettie-d1, tiene el mejor desempeño con un  $PF = 0,112$  y el peor desempeño ( $PF = 8$ ) pertenece a la combinación de Hatschek-d3.

La evaluación del factor de desempeño de las diferentes combinaciones tiene una relación con el patrón de flujo presente. En la evaluación del factor del desempeño usando todos las combinaciones e independientemente del patrón de flujo se puede destacar que el la combinación de Baettie-d1 tiene el mejor desempeño. Al evaluar el factor de desempeño para los datos experimentales que presentan un patrón de flujo Tapón (SL), la combinación de Baettie-d1 también tiene el mejor desempeño. Es de importancia resaltar que el patrón de flujo Tapón esta presente con mas frecuencia entre los datos experimentales presentes en este trabajo (65.26 % de los datos experimentales presentan un patrón de flujo (SL)).

El factor de desempeño evaluado para los puntos que presentan un patrón de flujo Anular (15.79 % de los datos experimentales presentan un patrón de flujo (AN)), está presentado en la Tabla (17), la combinación de Fourar-d1 (combinación que agrupa a la ecuación de viscosidad de la mezcla de Fourar y Borjes (1994) y la ecuación de la densidad de mezcla de Beattie y Whalley (1982)), tiene el mejor desempeño con un factor de desempeño de 0.085, y la combinación de Arrhenius -d3 (combinación que agrupa la ecuación de viscosidad de la mezcla de Arrhenius (1887) y la ecuación de densidad de la mezcla de Dukler *et al.*(1969)) tiene el peor desempeño con factor de desempeño de 8.

El factor de desempeño evaluado para los puntos de los datos experimentales que tiene un patrón de flujo de Burbuja Dispersa (12.63 % de los datos experimentales presentan un patrón de flujo (DB)), está presentado en la Tabla (18), la combinación de Einstein-d3 (combinación que agrupa la ecuación de viscosidad de la mezcla de Einstein (1906-1911), y la ecuación de densidad de la mezcla de Dukler *et al.*(1969)) tiene el mejor desempeño con un factor de desempeño de 0.278 y el peor desempeño pertenece a la combinación de Taylor-d3 con un  $PF = 7.122$ , (combinación que agrupa la ecuación de viscosidad de la mezcla de Taylor (1932)).

En la Tabla (19), se presenta el factor de desempeño para los puntos que tienen patrón de flujo Estratificado Ondulado (4.21 % de los datos experimentales presentan un patrón de flujo (SW)). El mejor desempeño presentado por la combinación de Leviton-d1 con un factor de desempeño de 0.5, (combinación que agrupa a la ecuación de viscosidad de la mezcla de Leviton y Leighton, y la ecuación de la densidad de la mezcla de Beattie y Whalley (1982)), el peor desempeño con un factor de desempeño de 7.01, lo tiene la combinación de Taylor-d3, (Combinación que agrupa a la ecuación de viscosidad de la mezcla de Taylor (1932), y la ecuación de la densidad de la mezcla de Dukler (1964)).

## CONCLUSIONES

- Una vez procesados los datos experimentales para flujo bifásico isotérmico de aire y de agua en tuberías horizontales reportados por Johnson *et al.* (1952), Johnson (1955) y Reid *et al.* (1957). se observó que la base de datos esta compuesta en su mayoría por puntos que presentan un patrón de flujo Tapón (65.26 % de los datos experimentales), luego los puntos con un patrón de flujo Anular (15.79 % de los datos experimentales), después los puntos con un patrón de flujo Burbuja Dispersa (12.63 % de los datos experimentales), y por ultimo los puntos con un patrón de flujo Estratificado Ondulado (solo 4.21 % de los datos experimentales tienen este patrón de flujo).
- Al comparar los comportamientos de los diferentes modelos para evaluar la viscosidad y la densidad de mezcla seleccionados, dentro de unos intervalos de velocidades superficiales de gas y de líquido establecidos, el valor de la viscosidad de mezcla disminuye al aumentar la velocidad superficial del gas y aumenta para mayores velocidades superficiales de líquido.

La densidad de mezcla a pequeñas velocidades superficiales de gas tiene valores equivalentes a la densidad del líquido o cercanos a ella, estos valores disminuyen aproximándose al valor de la densidad del gas para mayores velocidades superficiales de gas, con la excepción de los valores de la densidad de mezcla evaluados por la ecuación Dukler *et al.* (1964), donde se presenta para ciertos puntos a baja velocidad superficial de gas, saltos en los valores de la densidad de mezcla, donde la fracción volumétrica del líquido con deslizamiento tiene valores cercanos a la unidad.

- Luego de realizar un estudio comparativo de la predicción del gradiente de presión mediante el modelo homogéneo (Wallis, 1969), utilizando las combinaciones de las propiedades de mezcla y considerando dos líquidos uno de alta viscosidad y el otro de baja viscosidad, se observó que el gradiente de presión total aumenta al aumentar la viscosidad del líquido a bajas velocidades superficiales de gas, en algunos casos,

la diferencia entre un gradiente de presión evaluado a alta viscosidad de líquido (1 Pa.s) y otro a baja viscosidad (0.001 Pa.s) es en promedio de 745.6 veces mayor, como en el caso de utilizar la combinación de Einstein-d1.

Con altas velocidades superficiales del gas el efecto de la viscosidad del líquido en el gradiente de presión total es menor, y en algunos casos es despreciable, como por ejemplo la combinación de Dukler-d1. Esto era esperado, ya que la viscosidad de mezcla disminuye al aumentar la velocidad superficial del gas.

La diferencia entre el valor del gradiente de presión total para un líquido de alta viscosidad y otro de baja viscosidad es apreciable a velocidades superficiales de líquido de: 0.001; 0.01 y 0.1 m/s. Sin embargo, a altas velocidades superficiales del líquido ( $\geq 1$  m/s), el efecto de la viscosidad del líquido en el gradiente de presión total disminuye.

Las combinaciones que involucran a las ecuaciones de la viscosidad de mezcla de Arrhenius (1887) y de McAdams *et al.* (1942), presentan una situación crítica donde el gradiente de presión disminuye su valor absoluto para el rango de la velocidad superficial del gas de 0.001 m/s hasta 1 m/s, esta situación contradice la física del problema. En general, el gradiente de presión total para un flujo en tuberías horizontales siempre está en aumento (debido a la pérdida de presión por fricción y a los cambios de la energía cinética del flujo).

El gradiente de presión total, duplica su valor al duplicar la viscosidad del líquido a pequeñas velocidades superficiales del gas. Sin embargo, a una velocidad superficial del gas mayor el cambio de la viscosidad del líquido no afecta al gradiente de presión total de forma significativa.

- El término de gradiente de presión longitudinal debido a los cambios de energía cinética generalmente se considera despreciable para pequeñas velocidades superficiales de gas y de líquido. Para velocidades superficiales mayores, el término de gradiente de presión longitudinal debido a los cambios de energía cinética pueden ser significativos. Este término alcanza un 33 % del gradiente de

presión total, usando la ecuación de la densidad de mezcla de Dukler *et al.* (1964), con las condiciones de una velocidad superficial de líquido de 1.11 m/s; una velocidad superficial de gas de 22.08 m/s y un patrón de flujo anular. (condiciones que fueron tomadas de la base de datos experimentales reportados por Johnson (1955)).

Para la ecuación de densidad de mezcla usada por Ouyang (1998), el término de aceleración puede considerarse despreciable para las condiciones presentes en la base de datos experimentales usada en este trabajo.

El porcentaje del término de aceleración usando la ecuación de densidad de mezcla de Dukler *et al.* (1964), evaluado con las condiciones de la base de datos experimentales, varía desde 1.2 % y hasta 33 % del gradiente de presión total.

Para las condiciones de la base de datos experimentales, y para la ecuación de la densidad de mezcla de Beattie y Whalley (1982), el porcentaje del término de aceleración es menor que el porcentaje del término de aceleración usando la ecuación de la densidad de mezcla de Dukler *et al.* (1964). El porcentaje del término de aceleración usando la ecuación de densidad de mezcla de Oliemans (1976), es menor que el porcentaje del término de aceleración usando la ecuación de densidad de mezcla de Beattie y Whalley (1982).

- La evaluación del factor de desempeño de las 72 modelos para el cálculo del gradiente de presión total, formados a partir de las combinaciones las propiedades de mezcla frente a la base de datos experimentales reportados por Johnson *et al.* (1952), Johnson (1955) y Reid *et al.* (1957), depende en gran parte del patrón de flujo presente. En la evaluación del factor del desempeño (PF) propuesto por García (2003) y usando todas las combinaciones independientemente del patrón de flujo, se puede destacar que la combinación de Baettie-d1 tiene el mejor desempeño con un factor de desempeño de 0.12, donde el error porcentual absoluto promedio  $E_2$  es de 19.26%. El peor desempeño pertenece a la combinación de Hatschek-d3 con un factor de desempeño de 8 y un error porcentual absoluto promedio  $E_2$  igual a 288.8 %.

Al evaluar el factor de desempeño para los datos experimentales que presentan un patrón de flujo Tapón, la combinación de Baettie-d1 tiene también el mejor desempeño con un  $PF = 0.11$ , con un error porcentual absoluto promedio igual a 14.7 %. La combinación de Hatschek-d3 también tiene el peor desempeño con un factor de desempeño de 8, donde el error porcentual absoluto promedio  $E_2$  es 214.2 %.

El factor de desempeño evaluado para los puntos que presentan un patrón de flujo Anular, la combinación de Fourar-d1 tiene el mejor desempeño entre las otras combinaciones con un factor de desempeño de 0.09 y un error porcentual absoluto promedio de 27.5 %. El peor desempeño pertenece a la combinación de Hatschek-d3 con un factor de desempeño de 8 y un error porcentual absoluto promedio que alcanza los 887.1 %.

Para los puntos experimentales que presentan un patrón de flujo Burbuja Dispersa, la combinación de Einstein-d3 tiene el mejor desempeño con un factor de desempeño de 0.28 y un error porcentual absoluto promedio de 6.7 %, y la combinación de Taylor-d3 tiene el peor desempeño con un factor de desempeño de 7.12 y el error porcentual absoluto promedio alcanza un 107 %.

El mejor desempeño para los puntos que tienen patrón de flujo Estratificado Ondulado es el presentado por la combinación de Leviton-d1 con un factor de desempeño de 0.5 y un error porcentual absoluto promedio de 7.8 %. El peor desempeño lo presenta la combinación de Taylor-d3 con un factor de desempeño de 7, donde el error porcentual absoluto promedio es 103 %.

## RECOMENDACIONES

- Es recomendable para los futuros trabajos, tratar de usar diferentes ecuaciones de propiedades de mezcla adicionalmente a las que están presentes en este trabajo, en especial las ecuaciones de densidad de mezcla.
- En la búsqueda bibliográfica se encontró ecuaciones de las propiedades de mezcla desde el año 1887 (como la ecuación de viscosidad de mezcla de Arrhenius (1887)) hasta el año 1982, (como las ecuaciones de densidad y viscosidad de mezcla de Beattie y Whalley (1982)). Sin embargo, no se logró encontrar ecuaciones de propiedades de mezcla entre los años 1982 y 1994 donde Fourar y Bories (1994) presentaron su ecuación de la viscosidad de mezcla. será de utilidad hacer una búsqueda de ecuaciones más recientes.
- Las ecuaciones de la viscosidad de mezcla fueron agrupados en este trabajo por cuatro categorías según los valores que arrojan, sean por encima de la viscosidad del líquido o por debajo, independientemente del patrón de flujo presente. Se recomienda una calcificación que toma en cuenta el patrón de flujo en la evaluación de la viscosidad de la mezcla.
- La fracción volumétrica del líquido con deslizamiento ( $H_L$ ) está involucrada en varias ecuaciones de propiedades de mezcla (la densidad y la viscosidad), en este trabajo se tomó la correlación de Eaton *et al.* (1967) para su evaluación. Es de gran interés usar una correlación diferente para la evaluación de la ( $H_L$ ) permitiendo observar su efecto en las propiedades de mezcla.
- Otro punto de interés, es la realización de un estudio donde se puede observar el efecto de la viscosidad del líquido en el patrón de flujo presente y como varía según el aumento o la disminución de dicha viscosidad.
- En el estudio comparativo realizado para la evaluación del desempeño de los modelos se usó una base de datos experimentales de solo 95 puntos de los cuales el 65.26% presentan un patrón de flujo tapón. por eso, es recomendable el uso de una cantidad mayor de datos experimentales.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alarcón, G., Torres, C., Sánchez, A., Azuaje, C., 1998. Modelo Mecanístico para la Transición de Patrones de Flujo Multifásico en Tuberías para todos los Ángulos de Inclinación. En memorias de LATCYM'98. 6.
- Ansari, A., Sylvester, N., Sarica, C., Shoham, O., Brill, J., 1994, A Comprehensive Mechanistic Model for Upward Two-Phase Flow in Wellbores. *SPE Production & Facilities J.*, 142-152.
- Arrhenius, S. 1887, On the internal friction of solutions in water. *Zeitschrift fur Physikalische Chemie (Leipzig)* 1, 285-298
- Bankoff, S.G., (1960), A variable-Density, Single-Fluid Model For Two-Phase Flow With Particular Reference To Steam-Water Flow, *Trans. ASME*, 8
- Barnea, D., 1987, A Unified Model for Predicting Flow Pattern Transitions in the Whole Range of Pipe Inclination, *Int. J. Multiphase Flow* 13(1), 1-12.
- Barnea, D., Shoham, O., Taitel, Y., 1980, Flow Pattern Characterization in Two-Phase Flow by Electrical Conductance Probe, *Int. J. Multiphase Flow* 6, 387-397,
- Beattie, D., Whalley, P.D., 1982, A Simple Two-Phase Frictional Pressure Drop Calculation Method, *Int. J. Multiphase Flow* 8(1), 83-87,
- Beggs, H., Brill, J., 1973. A Study of Two-Phase Flow in Inclined Pipes, *J. Pet. Tech.* 25(5), 607-617,
- Ben, Asante, 1998. Accounting for the Presence of Liquid in gas Pipeline Simulation, Enron Transportation Services, Houston, Texas, USA
- Bingham, E. C. 1906, Viscosity and fluidity, *American Chemical Journal* (35) 3. 195-217
- Brinkman, H. C. 1952, The viscosity of concentrated suspensions and solutions. *Journal of Chemical Physics* (20) 4, 571
- Cengel, J. A. 1967, viscosity of Liquid-Liquid Dispersions in Laminar and Turbulent Flow, Ph. D, Thesis, Oregon State Univ. Abst. No. 67-11805

- Cicchitti, A, Lombardi, C., Silvestri, M., Soldaini, G., Zavattareui, R., 1960, Two-Phase Cooling Experiments-Pressure Drop, Heat Transfer and Burnout Measurements, *Energi Nucl.* 7(6), 407-425.
- Corlett, A. E., NMSPU, 1998. Viscosity of Oil/ Water Mixtures, National Engineering Laboratory, London
- Dukler, A.E., Wicks III, M., Cleveland, R., 1964, Frictional Pressure Drop in Two-Phase Flow: B. An Approach through Similarity Analysis, *AIChE Journal* 10, 44-51.
- Eaton, B., Andrews, D., Knowles, C., Silberberg, I., Brown, K., 1967, The Prediction of Flow Patterns, Liquid Holdup and Pressure Losses Occurring During Continuous Two-Phase Flow in Horizontal Pipelines, *Trans. ASME*, 815.
- Einstien, A. 1909. a new definition of molecular dimensions. *Annalen der Physik* (4) 19. 289-306
- Enwald, H., Peirano E., E. Almstedt, 1996, Eulerian Two-Phase Flow Theory Applied to Fluidization, *Int. J. of Multiphase Flow* 22, 21-66
- Flanigan, O., 1958. Effect of Uphill Flow on Pressure Drop in Design of Two Phase Gathering Systems, *Oil and gas J.* 56, 132
- Fourar, M., Bories S., 1995. Experimental Study of Air-Water Two-Phase Flow through a Fracture (Narrow Channel) 1995. *Int.J. of Multiphase Flow* 21 (4), 621-637
- Furukawa, H., 1982, A Study of Compositional Two-Phase Flow In Pipelines 1982, TEGM the University of Tulsa
- García, F., 2003, Factor de Fricción para Flujo Bifásico de Gas y de Líquido en Tuberías Horizontales para Regimen Laminar y Turbulento. Proyecto de Tesis Doctoral, Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela.
- García, F., García, R., Padrino, J. C., Mata, C., Trallero, J., Joseph, D., 2003. Power Law and Composite Power Law Friction Factor Correlations for Laminar and Turbulent gas-Liquid Flow in Horizontal Pipelines, *Int. Journal of Multiphase Flow* 29. 1605-1924

- Gómez, L., Shohan, O., Schmidt, Z., Chokshi, R., Northug, T., 2000, Unified Mechanistic Model for Steady-State Two-Phase Flow: Horizontal to Vertical Upward Flow, SPE 65705, *SPE J* 5 (3), 339-350.
- Hart, J., Hamersma, P., Fortuin, J., 1989. Correlations Predicting Frictional Pressure Drop and Liquid Holdup During Horizontal gas-Liquid Pipe Flow with a Small Liquid Holdup, *Int. J. Multiphase Flow* 15(6), 947-964.
- Hatschek, E., 1928. The Viscosity of Liquids. London: Bell & Sons Ltd.
- Hoogendoorn, C., 1959. gas-Liquid Flow in Horizontal Pipes, *Chem. Eng. Sci.* 9. 205-217,
- Johnson, H., 1955, Heat Transfer and Pressure Drop for Viscous-Turbulent Flow of Oil-Air Mixtures in a Horizontal Pipe, *Trans. ASME* 77, 1257-1264.
- Johnson, H., Abou-Sabe, A., 1952, Heat Transfer and Pressure Drop for Turbulent Flow of Air-Water Mixtures in a Horizontal Pipe, *Trans. ASME*. 74, 977-987,
- Lockhart, R., Martinelli, R., 1949. Proposed Correlation of Data for Isothermal Two-Phase Two Component Flow in Pipes, *Chem. Eng. Prog.* 45(1), 39-48.
- Mandhane, J. M., Gregory, G. A. and Aziz, K., 1974, A Flow Pattern Map for Gas-Liquid Flow in Horizontal Pipes, *Int. J. of Multiphase Flow* 1. 537-553.
- McAdams, W., Woods, W., Heroman, L., 1942, Vaporization Inside Horizontal Tubes, *Trans. ASME* 64, 193.
- Mukherjee, H., Brill, J., 1985, Empirical Equations to Predict Flow Patterns in Two-Phase Inclined Flow, *Int. J. of Multiphase Flow* 11(3), 299-315.
- Oglesby, K., 1979. An Experimental Study on the Effects of Oil Viscosity Mixture Velocity and Water Fraction on Horizontal Oil-Water Flow 1979. TEGM The University of Tulsa
- Oliemans, R., 1976, Two Phase Flow in gas-Transmission Pipelines. ASME paper 76-Pet-25, presented at Pet. Div. ASME meeting, Mexico.
- Ouyang, L., 1998. Single Phase and Multiphase Fluid Flow in Horizontal Wells. PhD Dissertation Thesis. Department of Petroleum Engineering. School of Earth Sciences. Stanford University. Stanford, CA., 248.

- Padrino, J., Pereyra, E., Brito, A., García, F., Cardozo, M., Ortega, P., Colmenares, J., Trallero, J., 2002, Modelo para la predicción del Gradiente de Presión en Pozos y Tuberías Horizontales – Parte I, *INT-9508.2002. PDVSA INTEVEP*, 141.
- Reid, R., Reynolds, A., Diglio, A., Spiewak, I., Klipstein, D., 1957, Two-Phase Pressure Drops in Large-Diameter Pipes, *AIChE J.* 3(3), 321-324.
- Richardson, E. G. 1933, On the viscosity of emulsions. *Kolloid Zeitschrift* (65) 1, 32-37
- Ros, N., 1961, Simultaneous Flow of gas and Liquid as Encountered in Well Tubing, *J. Pet. Technology*, 1037-1049.
- Rouhani, S., Sohel, M., 1983, Two-Phase Flow Pattern: A Review of Research Result, *Progress in Nuclear Energy* 11, 217-259.
- Shoham, O. (2000) *Two-Phase Flow Modeling*. The University of Tulsa. Department of Petroleum Engineering. June.
- Soot, P. M. 1971, A Study of Two-Phase Liquid-Liquid Flow in Pipes, Ph. D. Thesis, Oregon State University, Abst. No. 71-2479
- Taitel, Y., 1990, Flow Pattern Transition in Two Phase Flow, Keynote Lecture in Proc. 9<sup>th</sup> *Int. Heat Transfer Conf.*, Jerusalem, Israel, 1, 237-254.
- Taitel, Y., Barnea, D., Dukler, A., 1980, Modeling Flow Pattern Transition for Steady Upward gas-Liquid Flow in Vertical Tubes, *AIChE J.* 26(3), 345-354.
- Taitel, Y., Dukler, A., 1976, A model for Prediction of Flow Regime Transitions in Horizontal and near Horizontal gas-Liquid Flow, *AIChE J.* 22(1), 47-55.
- Taylor, G. I. 1932, The viscosity of fluid containing small drops of another fluid. *Proceeding of the Royal Society of London* (138A), 41-48
- Trallero, José; Clara, Mata; Pereira, Armando; Ahow, Martha; Cabello, Ramón y Ortega, Pedro, 2000, Estudio de las Transiciones en Patrones de Flujo Bifásico Aire-Aceite en Tubería Horizontal, INT-8125,2000, *PDVSA INTEVEP*, 49.
- Vermeulen, T., Williams, G. M. and Langlois, G. E. 1955, Interfacial Area in liquid-liquid and Gas-Liquid Agitation, *Chm. Eng. Progress* (51) Feb. 2, 85F-94F

Wallis, G., 1969. One Dimensional Two-Phase Flow, McGraw-Hill.

Weisman, J., Duncan, D., Gibson, J., Crawford, T., 1979. Effect of Fluid Properties and Pipe Diameter on Two-Phase Flow Pattern in Horizontal Lines, *Int. J. of Multiphase Flow* 5, 437-460.

Xiao, J., Shoham, O., Brill, J., 1990, A Comprehensive Mechanistic Model for Two-Phase Flow in Pipelines. En The 65th SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, LA. *Paper SPE* 20631. 167-180. September 23-26.

Zigrang, D., Sylvester, N., 1985, A Review of Explicit Friction Factor Equations, *J. of Energy Resources Technology* 107, 280-283.

## APÉNDICE I

### I. 1 CATEGORÍAS DE LA VISCOSIDAD DE MEZCLA PARA DIFERENTES VALORES DE LA $U_{SL}$

A continuación, se presenta los valores que muestran el comportamiento de las diferentes correlaciones de la viscosidad de mezcla, clasificados por 4 categorías. Adicionalmente se muestra en las graficas el patrón de flujo presente para las diferentes velocidades superficiales del gas, evaluado mediante la correlación de Mandhane *et al.* (1974).

- Primera categoría :

La primera categoría para la evaluación de la  $ViscM$  está formada por las correlaciones de Arrhenius (1887), Bingham (1906), McAdams *et al.* (1942), Hoogendoorn (1959), Bankoff (1960), Cicchitti *et al.* (1960) y Dukler *et al.* (1964). La  $ViscM$  de esta categoría se caracteriza por tener un valores entre las  $ViscL$  y  $ViscG$ . A continuación se presenta el comportamiento de estas ecuaciones para diferentes valores de  $U_{SL}$  mediante las siguientes figuras:

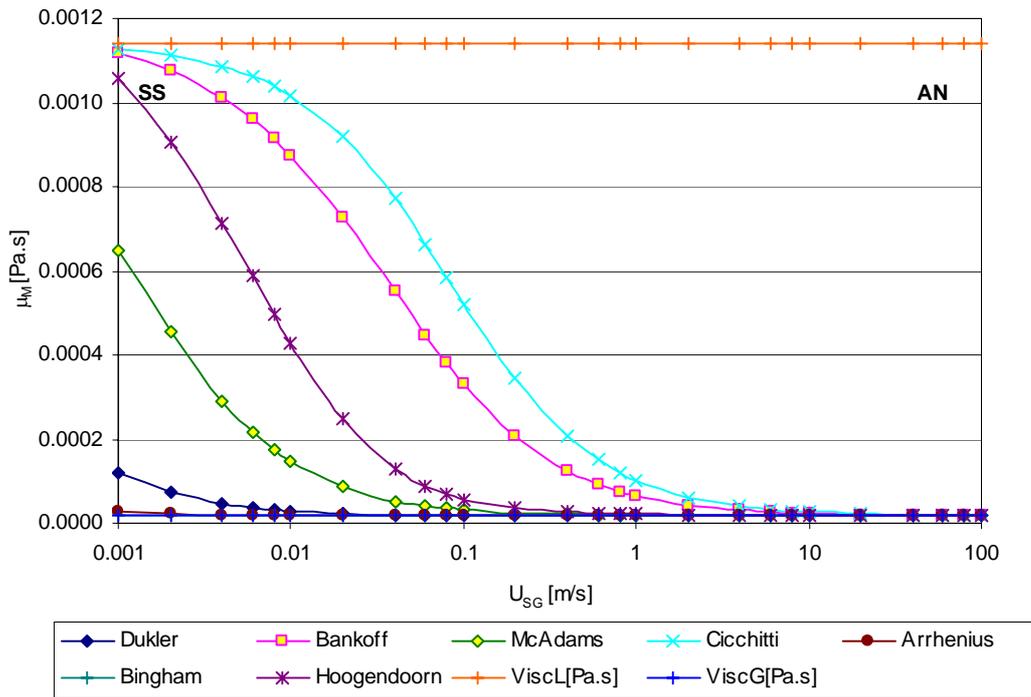


Figura (60):  $U_{SL} = 0.0001\text{m/s}$ , ViscM, primera categoría

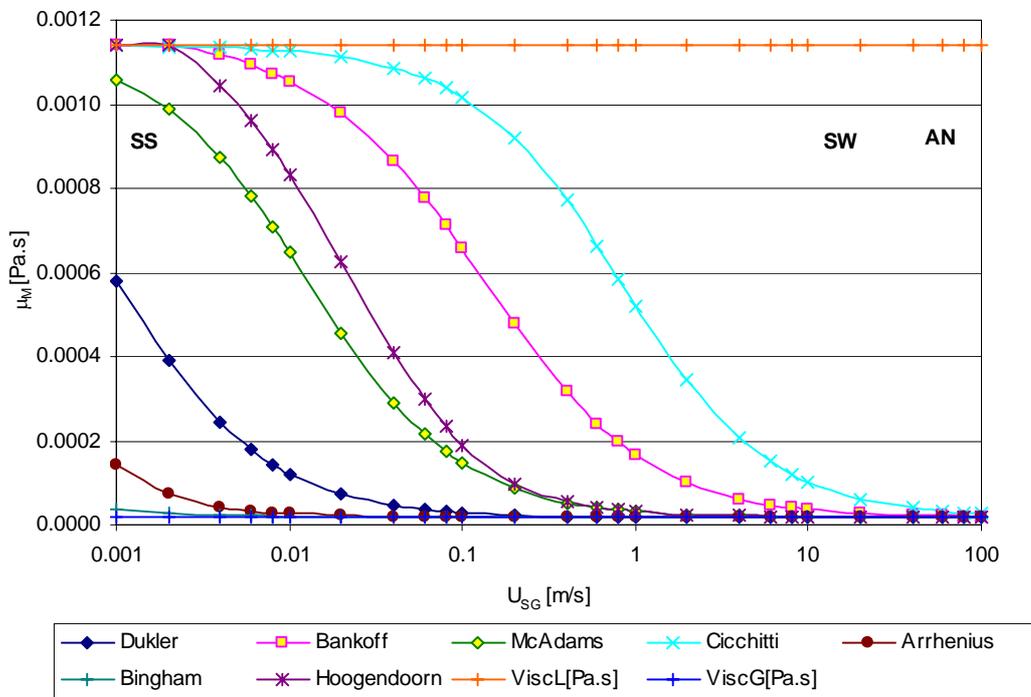


Figura (61):  $U_{SL} = 0.001\text{m/s}$  ViscM, primera categoría

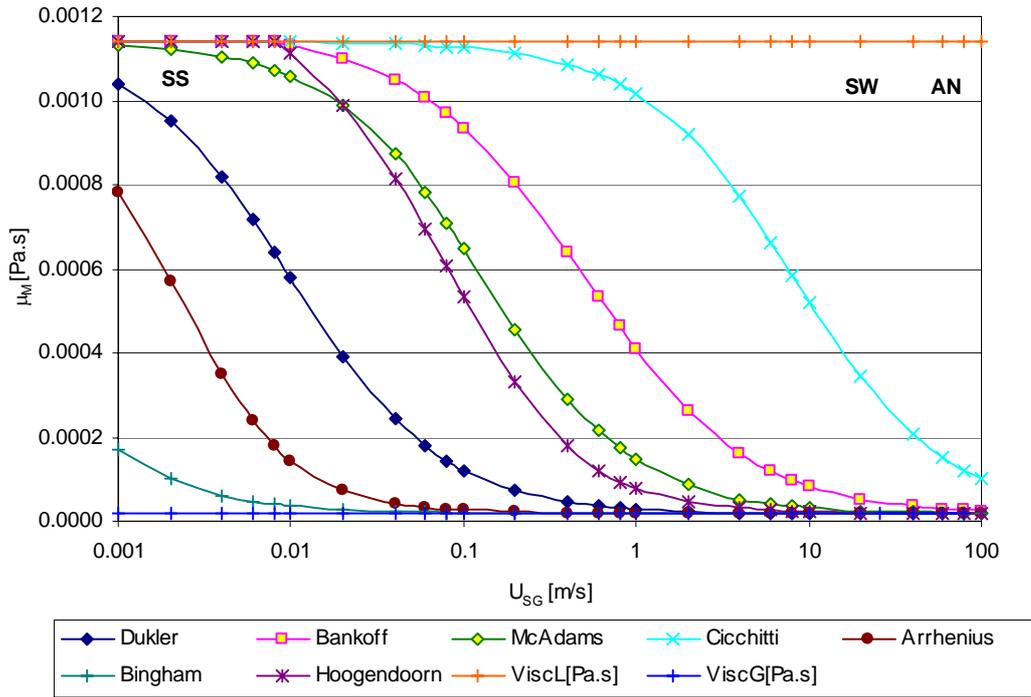


Figura (62):  $U_{SL} = 0.01\text{m/s}$  ViscM, primera categoría

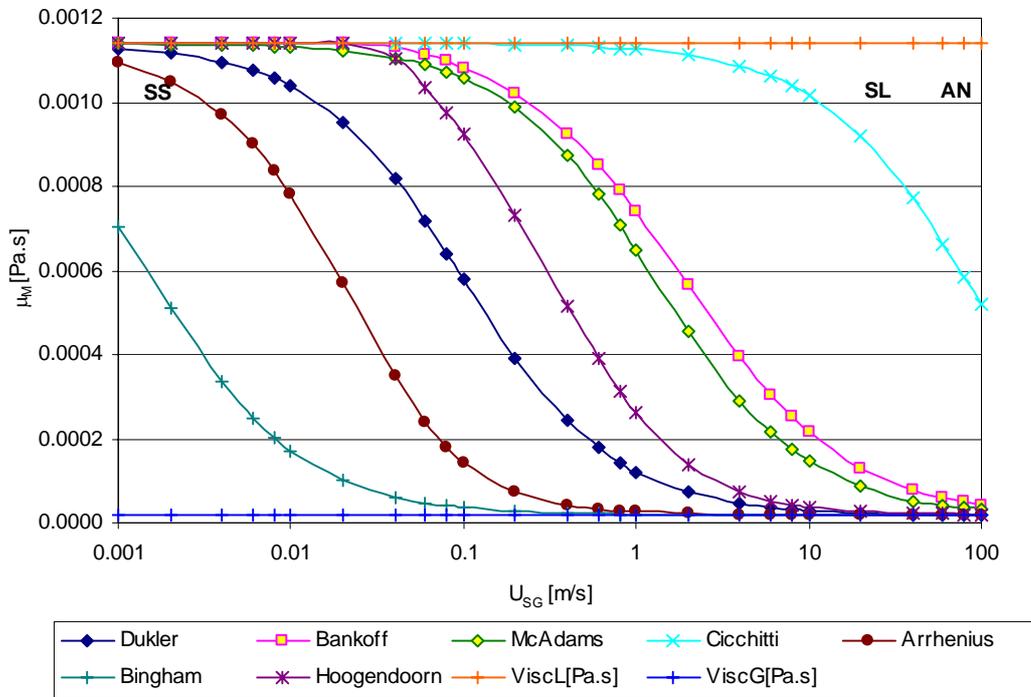


Figura (63):  $U_{SL} = 0.1\text{m/s}$  ViscM, primera categoría

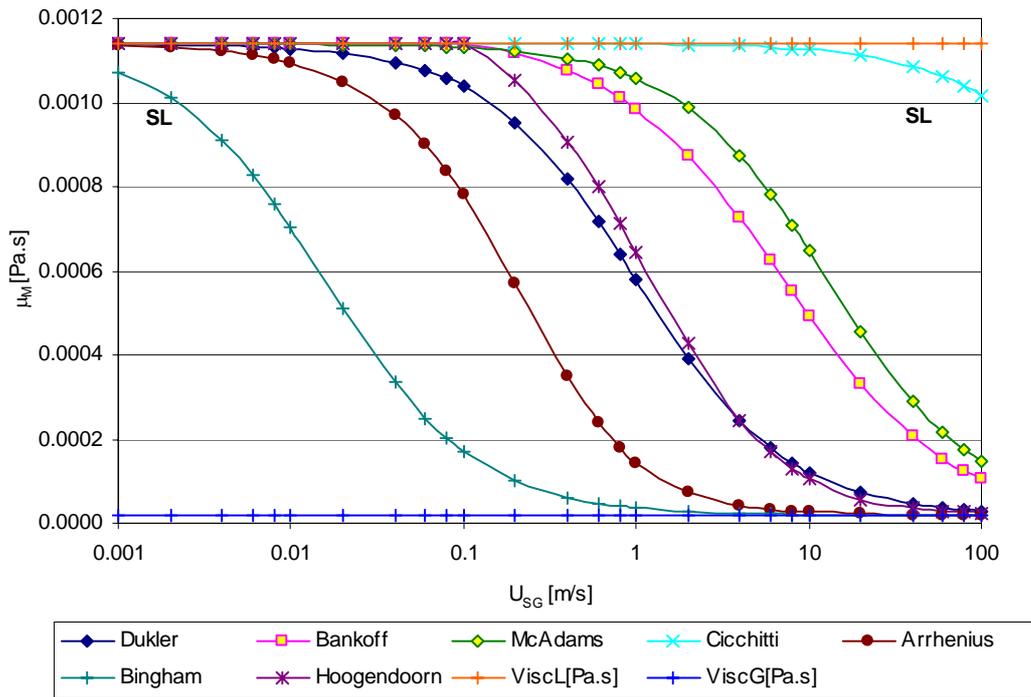


Figura (64):  $U_{SL} = 1$  m/s ViscM, primera categoría

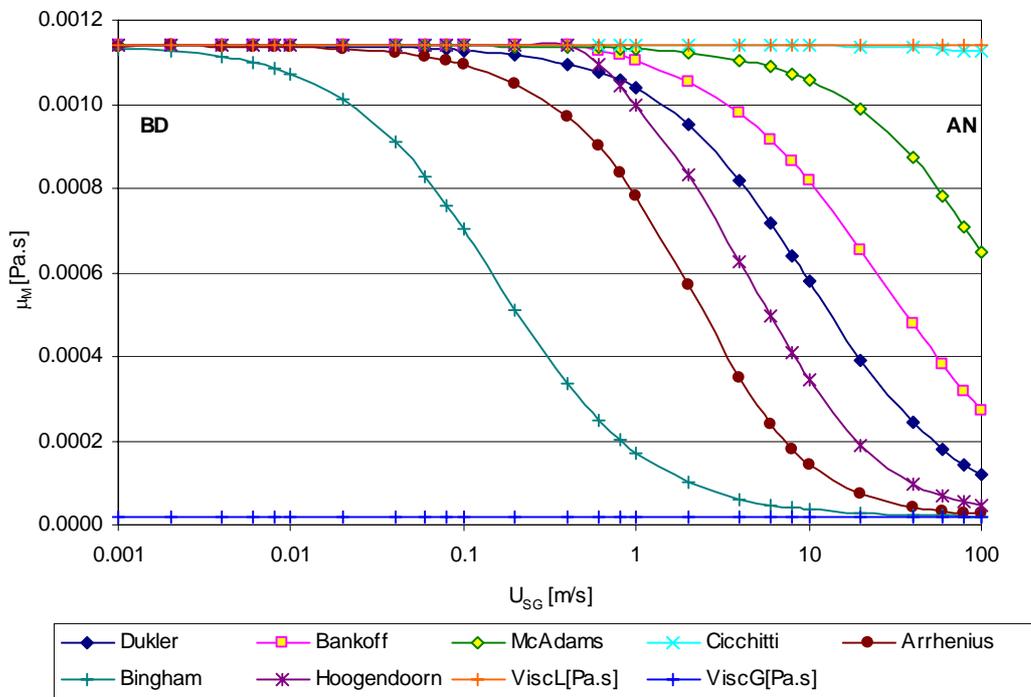


Figura (65):  $U_{SL} = 10$  m/s ViscM, primera categoría

- Segunda categoría:

La segunda categoría esta formada por las ecuaciones de Beattie y Whalley (1982), Oliemans (1976) y Fourar y Bories (1995). Lo que caracteriza a esta categoría es que el valor de la  $ViscM$  toma valores superiores al valor de la  $ViscL$  en algunos puntos donde la  $U_{SG}$  es pequeña, manteniendo los demás valores entre la  $ViscL$  y la  $ViscG$ , como se puede observar en las siguientes figuras:

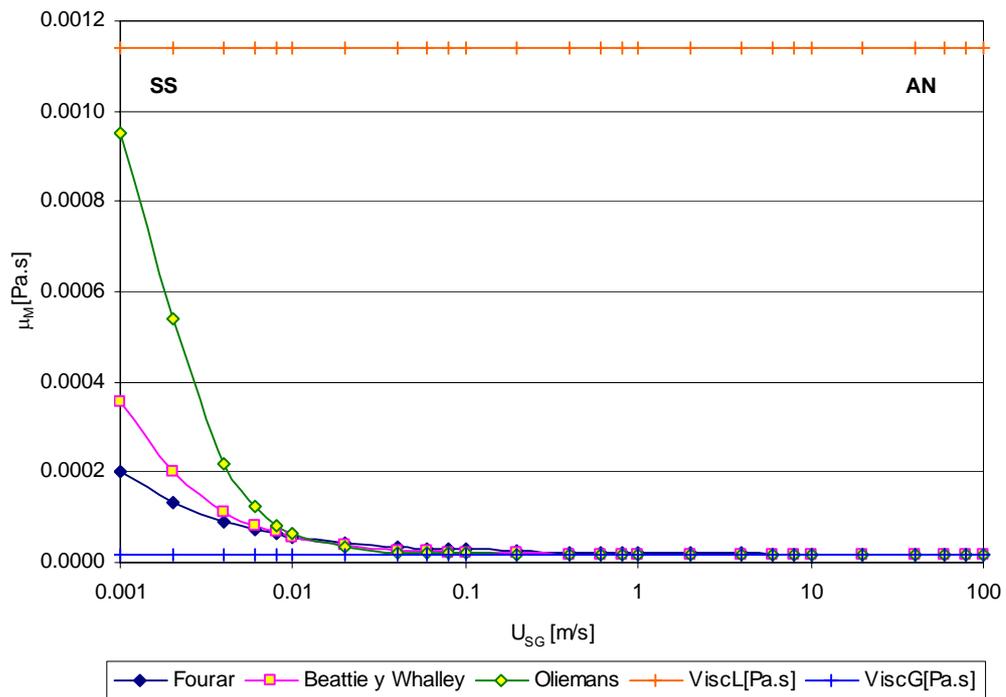


Figura (66):  $U_{SL} = 0.0001$  m/s  $ViscM$ , segunda categoría

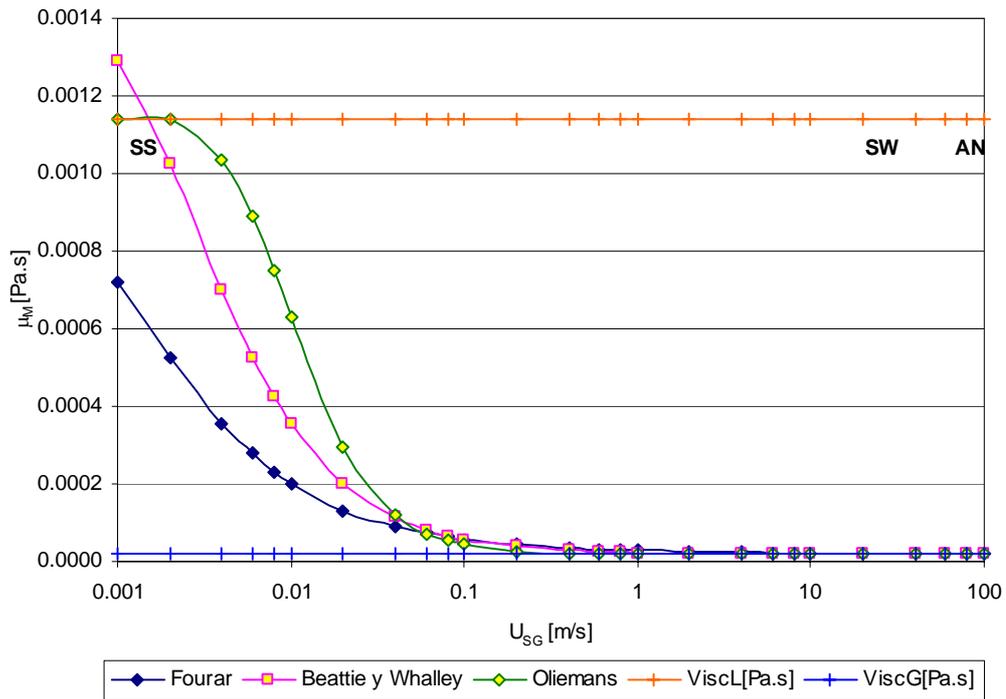


Figura (67):  $U_{SL} = 0.001\text{m/s}$  ViscM, segunda categoría

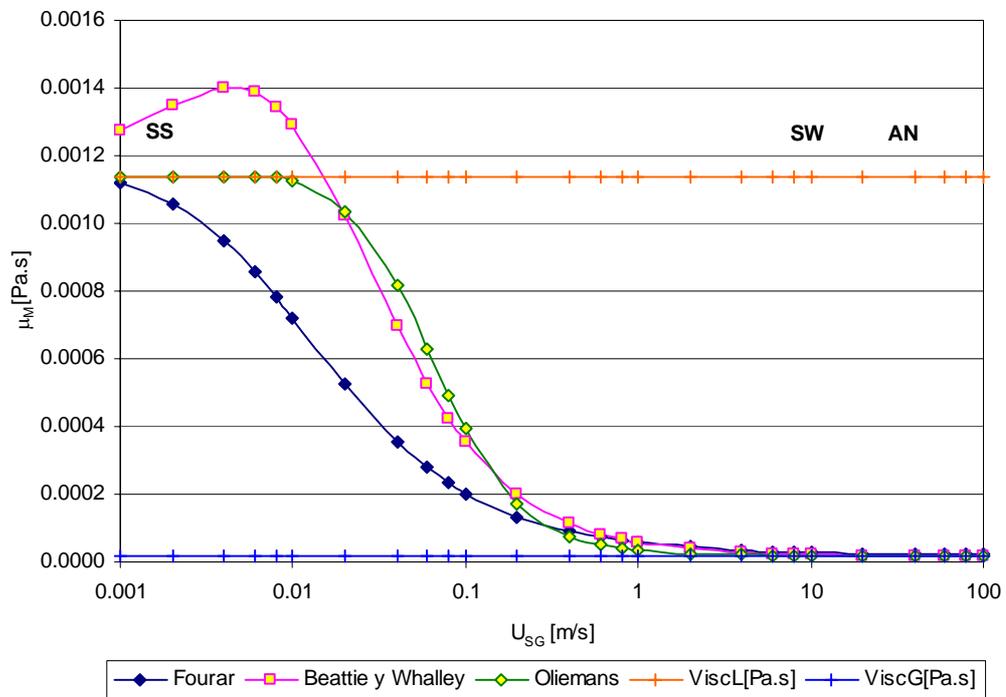


Figura (68):  $U_{SL} = 0.01\text{m/s}$  ViscM, segunda categoría

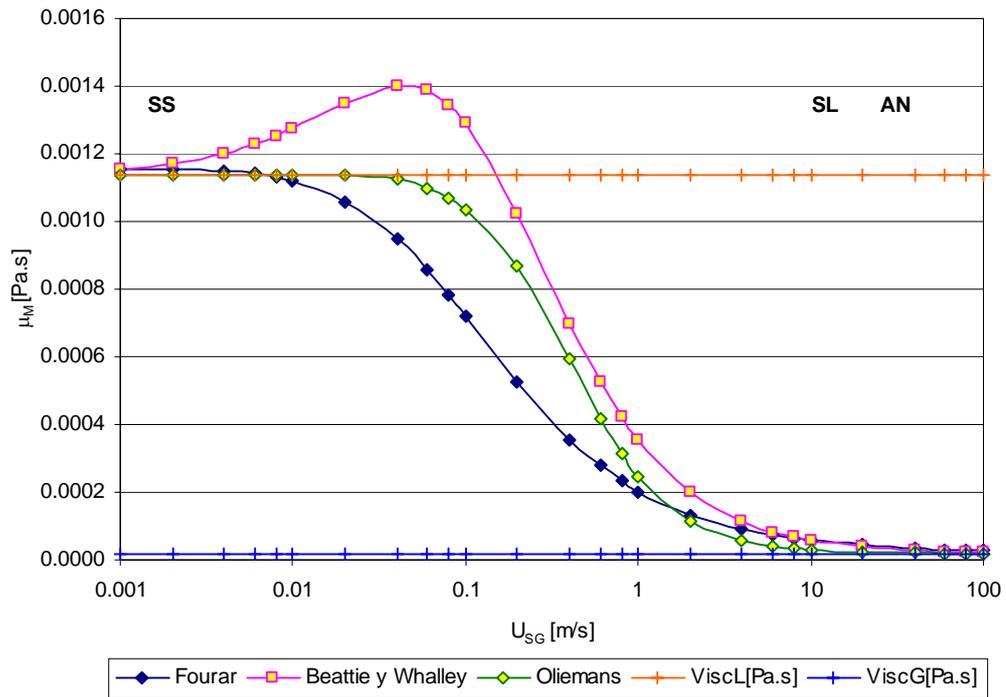


Figura (69):  $U_{SL} = 0.1$  m/s ViscM, segunda categoría

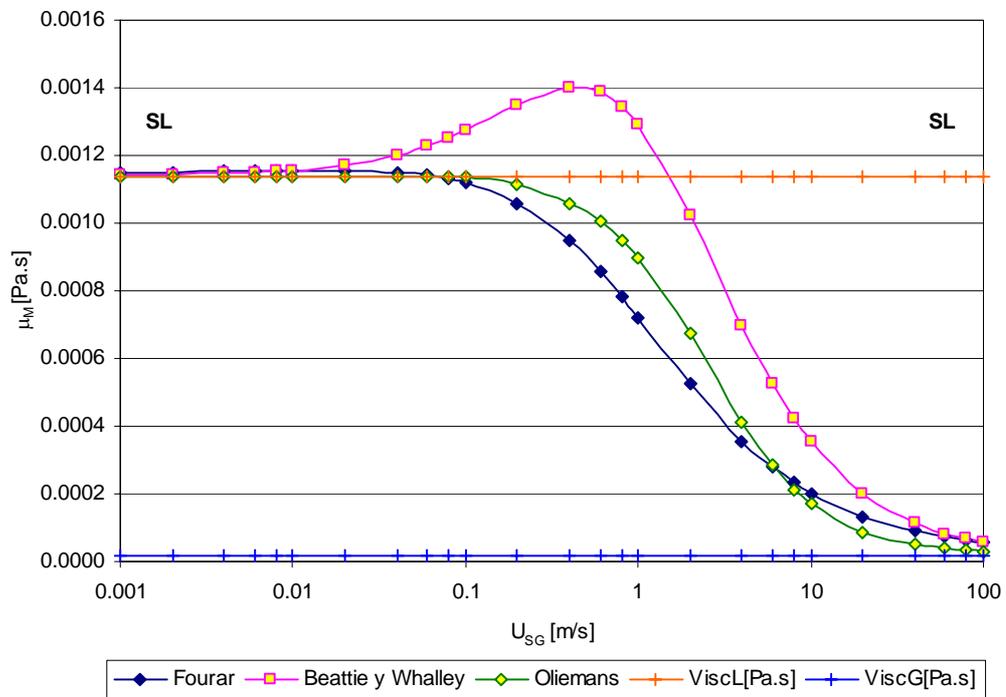


Figura (70):  $U_{SL} = 1$  m/s ViscM, segunda categoría

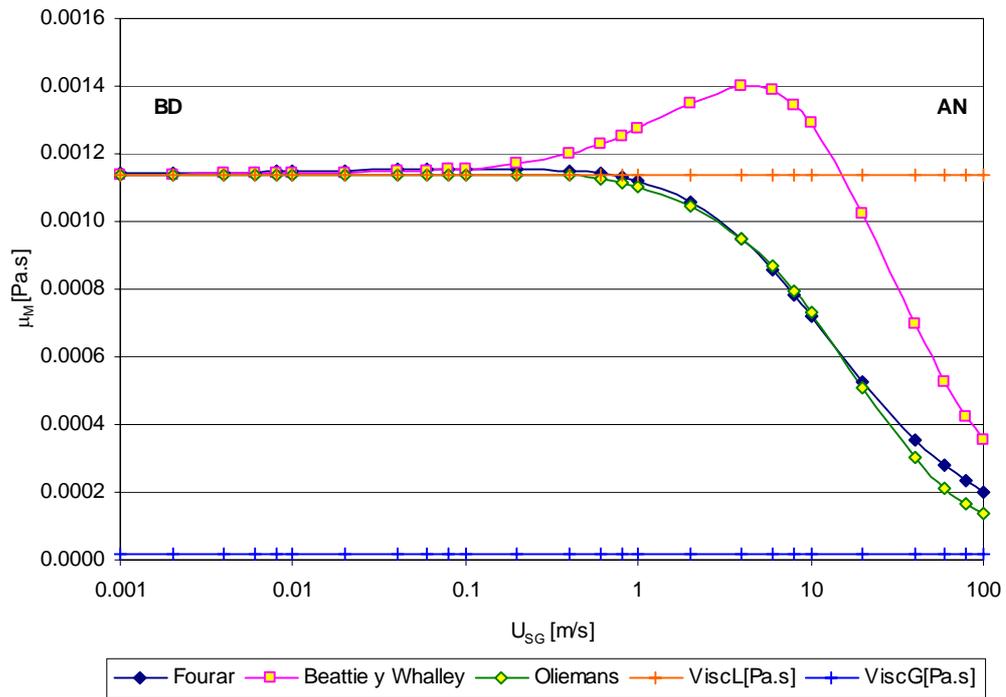


Figura (71):  $U_{SL} = 10$  m/s ViscM, segunda categoría

- Tercera categoría:

La tercera categoría agrupa a las ecuaciones en las cuales la ViscM tiene valores mucho más superiores a la ViscL para bajas velocidades superficiales del gas, y disminuye su valor al aumentar la  $U_{SG}$  hasta llegar al valor de la ViscL. Las ecuaciones que presentan esta conducta son las de Einstein (1909-1911), Taylor (1932), Richardson (1933), Soot (1971) y Leviton y Leighton. Como se puede observar en las siguientes figuras:

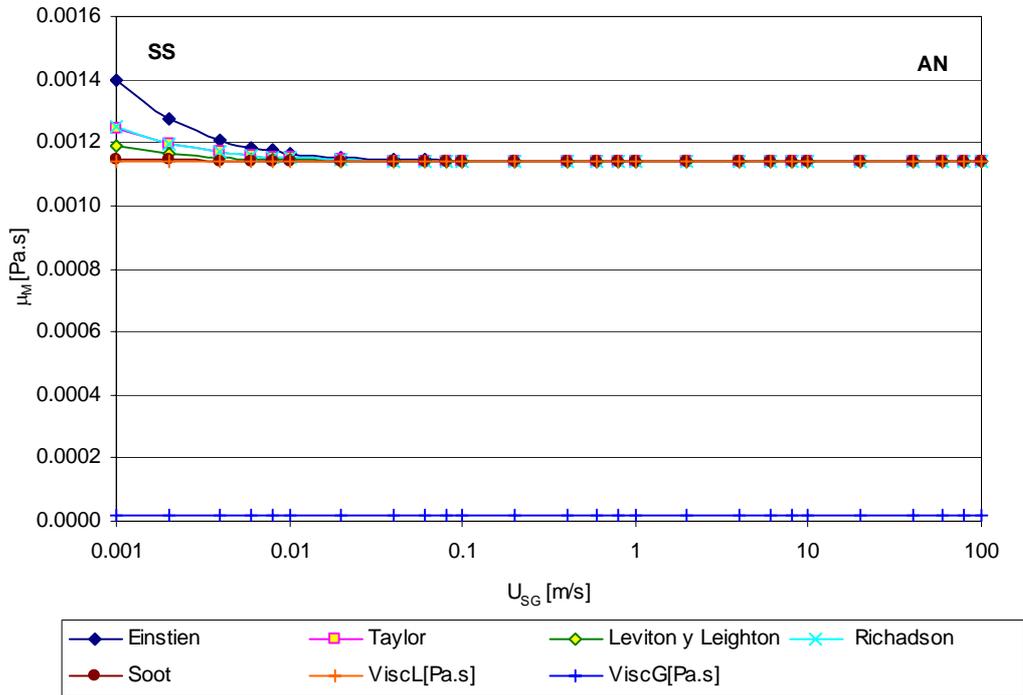


Figura (72):  $U_{SL} = 0.0001$  m/s ViscM, tercera categoría

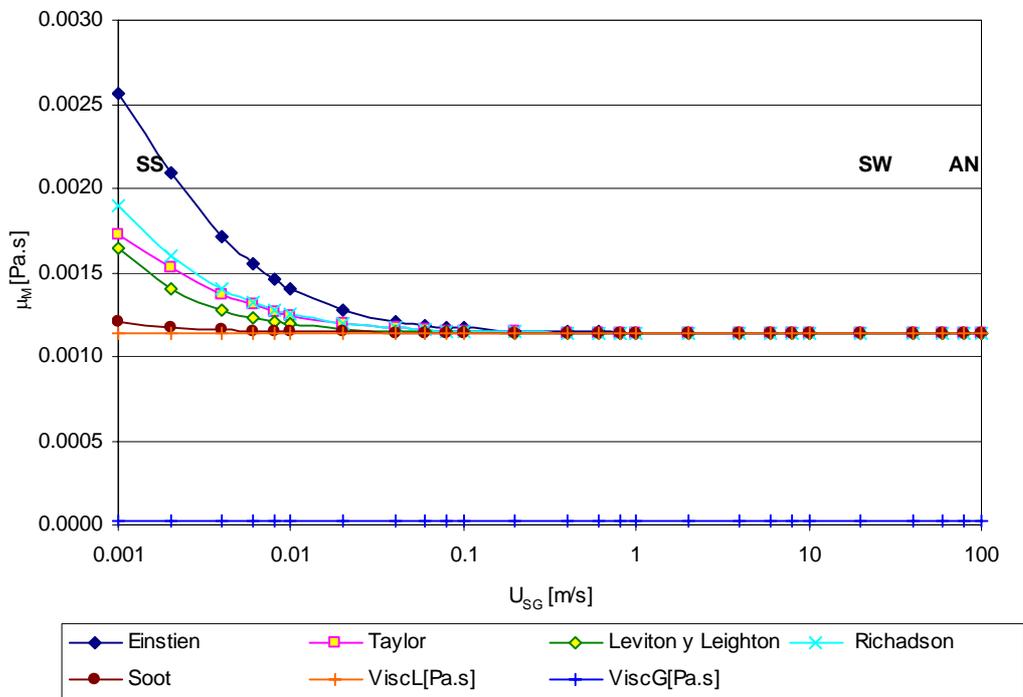


Figura (73):  $U_{SL} = 0.001$  m/s ViscM, tercera categoría

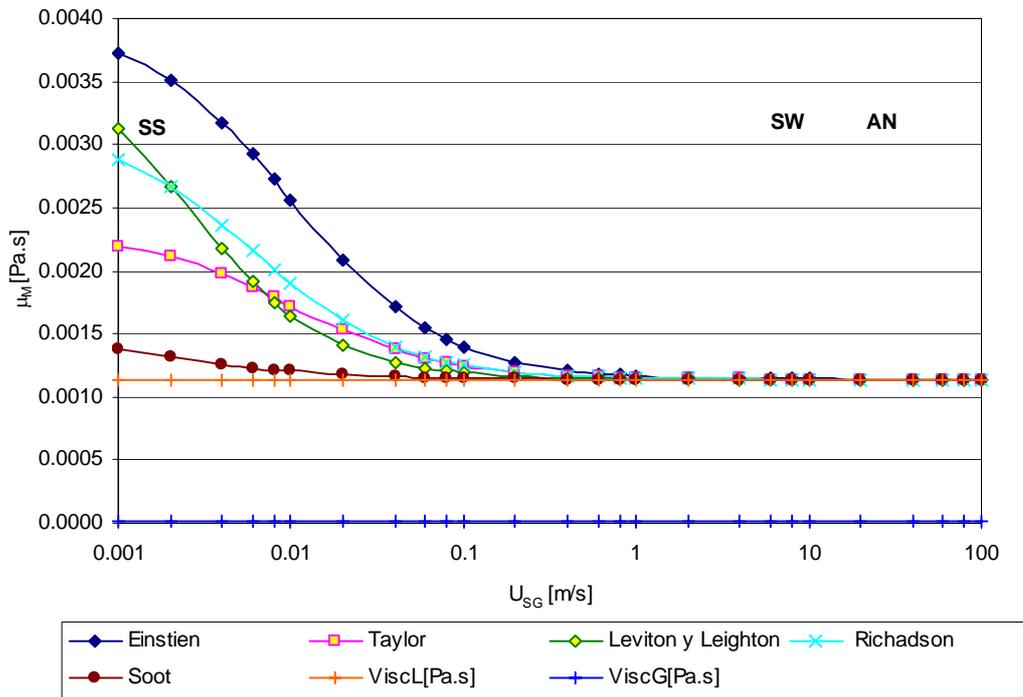


Figura (74):  $U_{SL} = 0.01$  m/s ViscM, tercera categoría

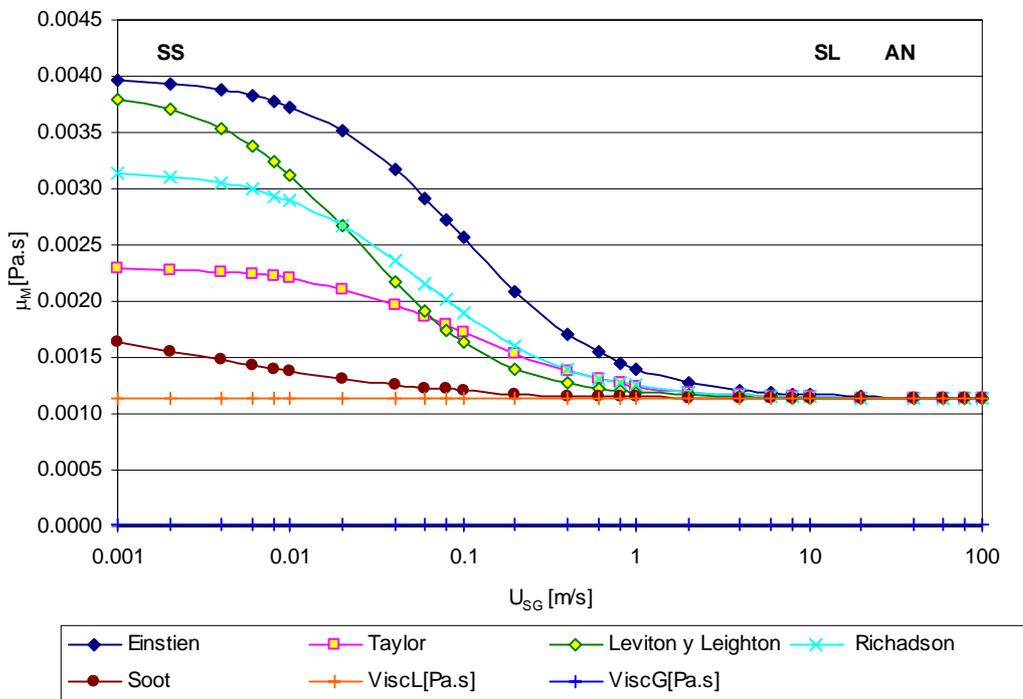


Figura (75):  $U_{SL} = 0.1$  m/s ViscM, tercera categoría

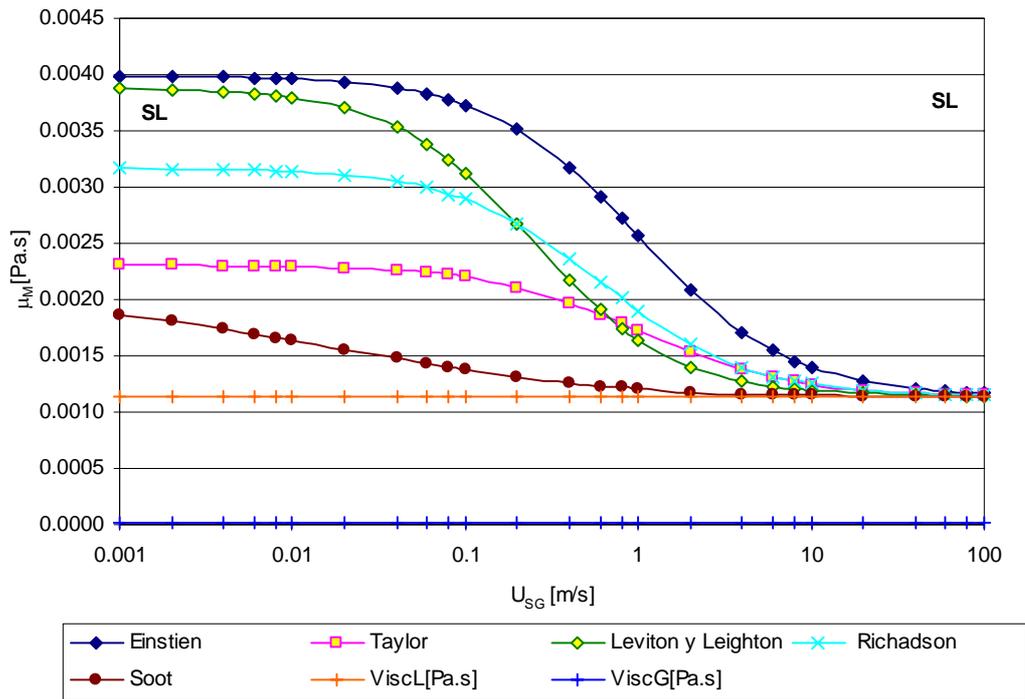


Figura (76):  $U_{SL} = 1$  m/s ViscM, tercera categoría

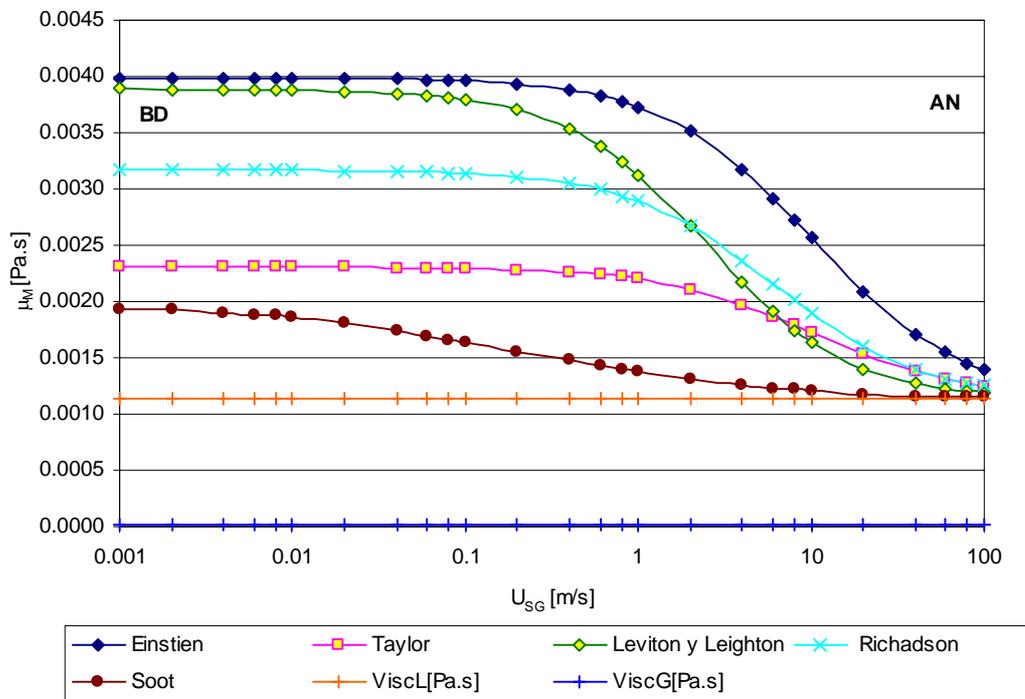


Figura (77):  $U_{SL} = 10$  m/s ViscM, tercera categoría

- Cuarta categoría:

La cuarta categoría incluye a las ecuaciones de Hatschek (1928), Vermueulen (1955), y Cengel (1967). Estas ecuaciones tienen en común un elevado valor de la  $\mu_M$  aun para bajas velocidades superficiales de gas, Este comportamiento puede ser observado en las siguientes gráficas:

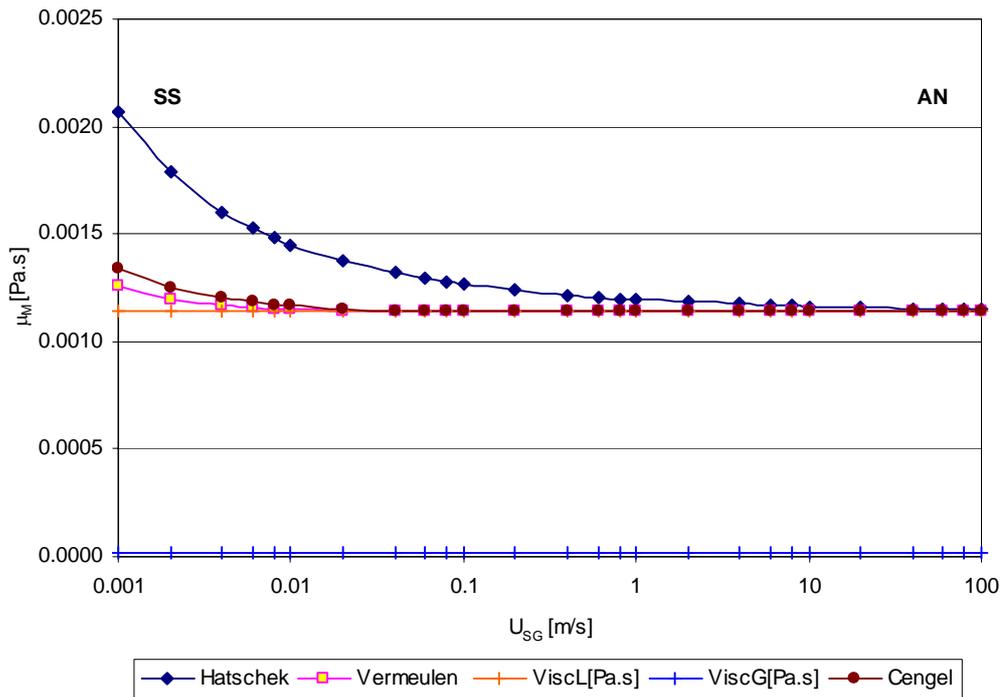


Figura (78):  $U_{SL} = 0.0001$  m/s  $\mu_M$ , cuarta categoría

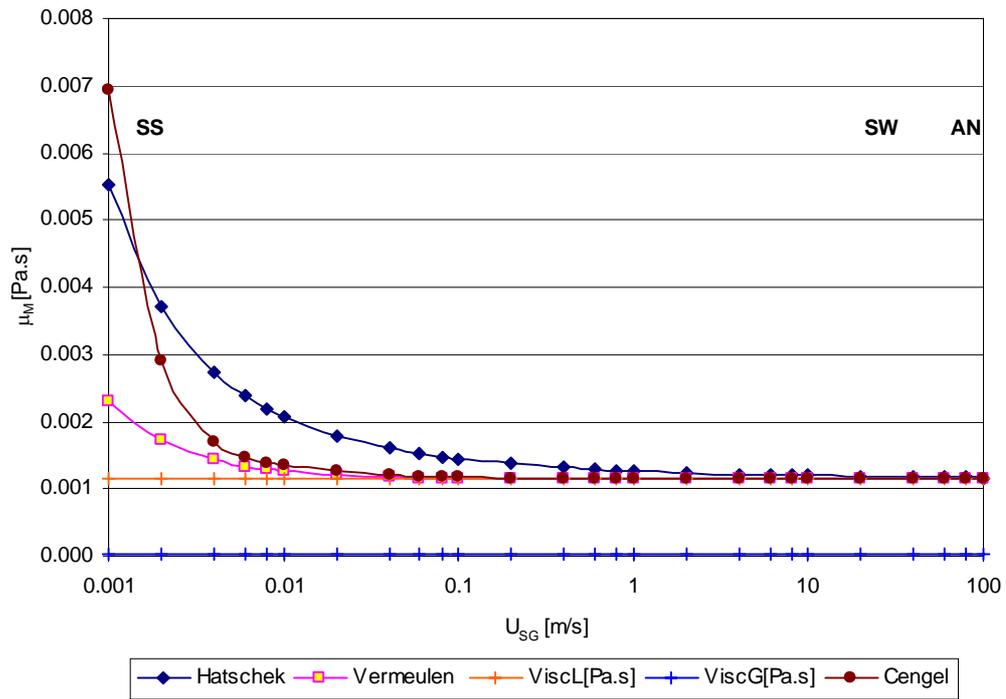


Figura (79):  $U_{SL} = 0.001\text{m/s}$  ViscM, cuarta categoría

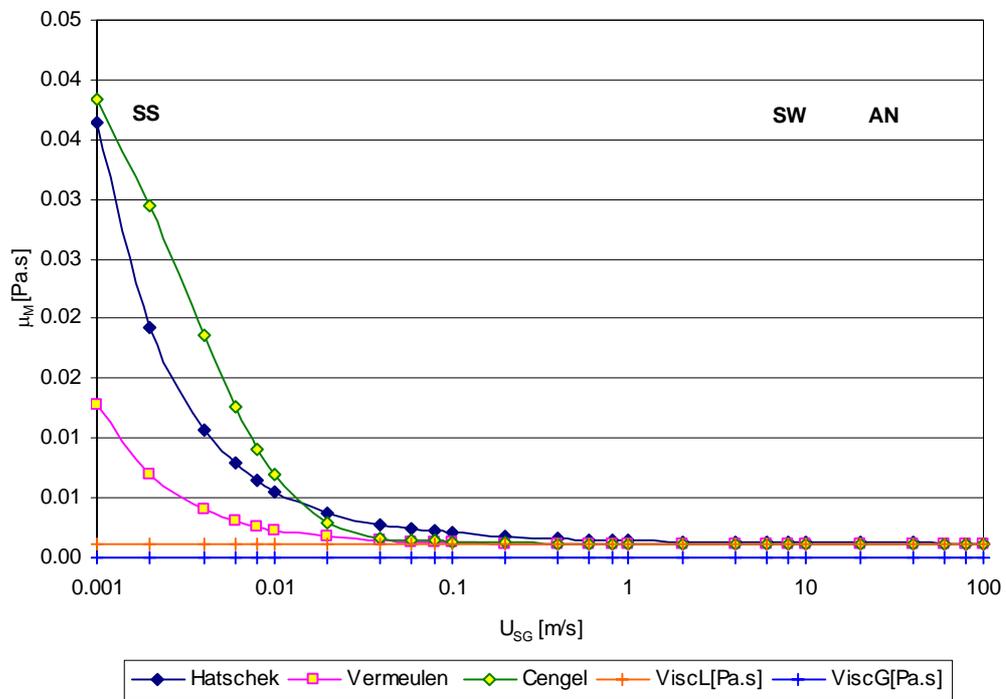


Figura (80):  $U_{SL} = 0.01\text{m/s}$  ViscM, cuarta categoría

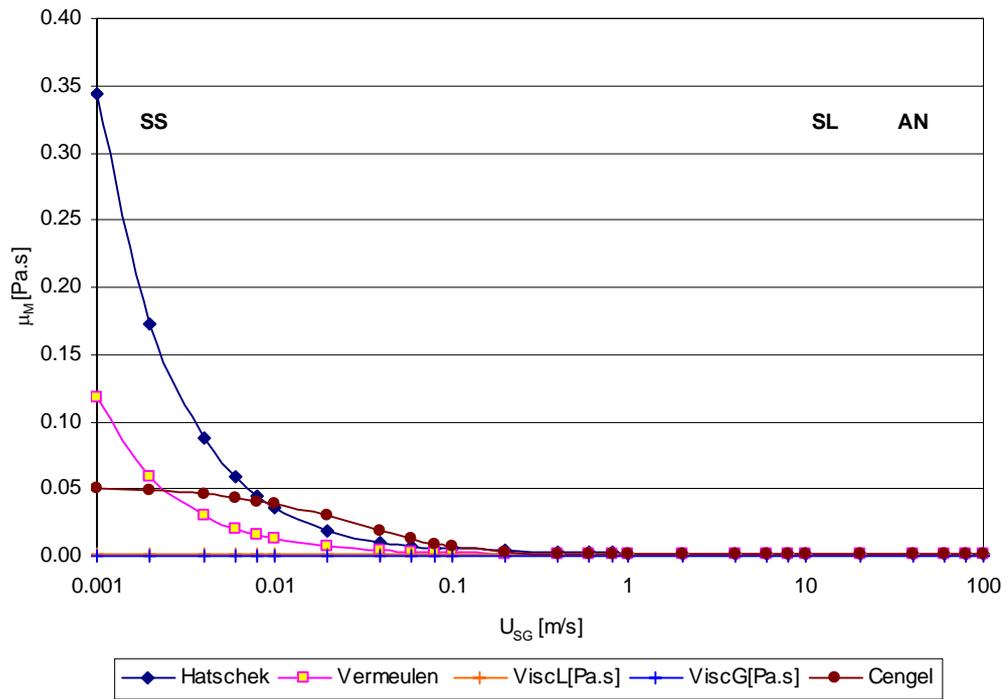


Figura (81):  $U_{SL} = 0.1$  m/s ViscM, cuarta categoría

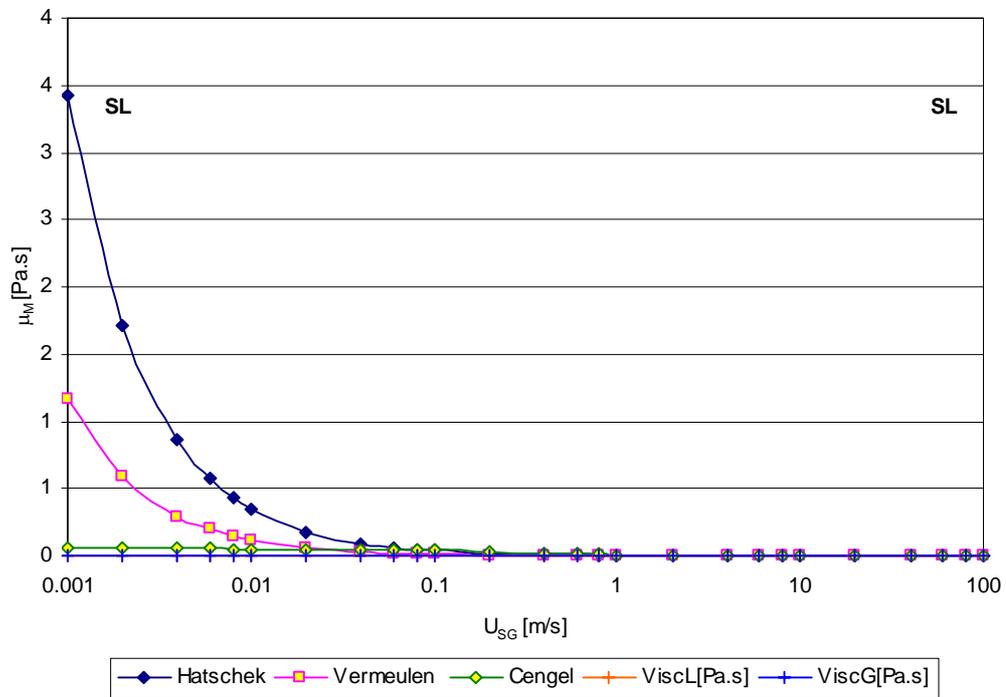


Figura (82):  $U_{SL} = 1$  m/s ViscM, cuarta categoría

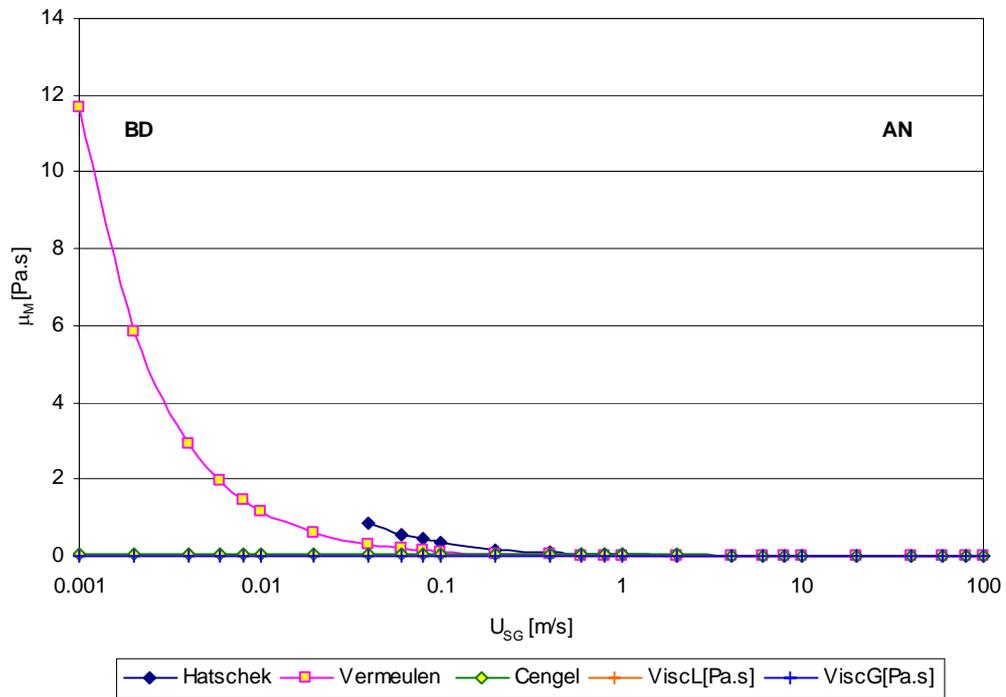


Figura (83):  $U_{SL} = 10$  m/s ViscM, cuarta categoría

## I. 2 GRAFICAS DEL COMPORTAMIENTO DE LOS MODELOS DE LA DENSIDAD DE MEZCLA PARA DIFERENTES VALORES DE LA $U_{SL}$

A continuación, se presentan a los valores que muestran el comportamiento de las diferentes correlaciones de la densidad de mezcla. Adicionalmente se muestra en las graficas el patrón de flujo presente para las diferentes velocidades superficiales de gas y de líquido establecido mediante la correlación de Mandhane *et al.* (1974).

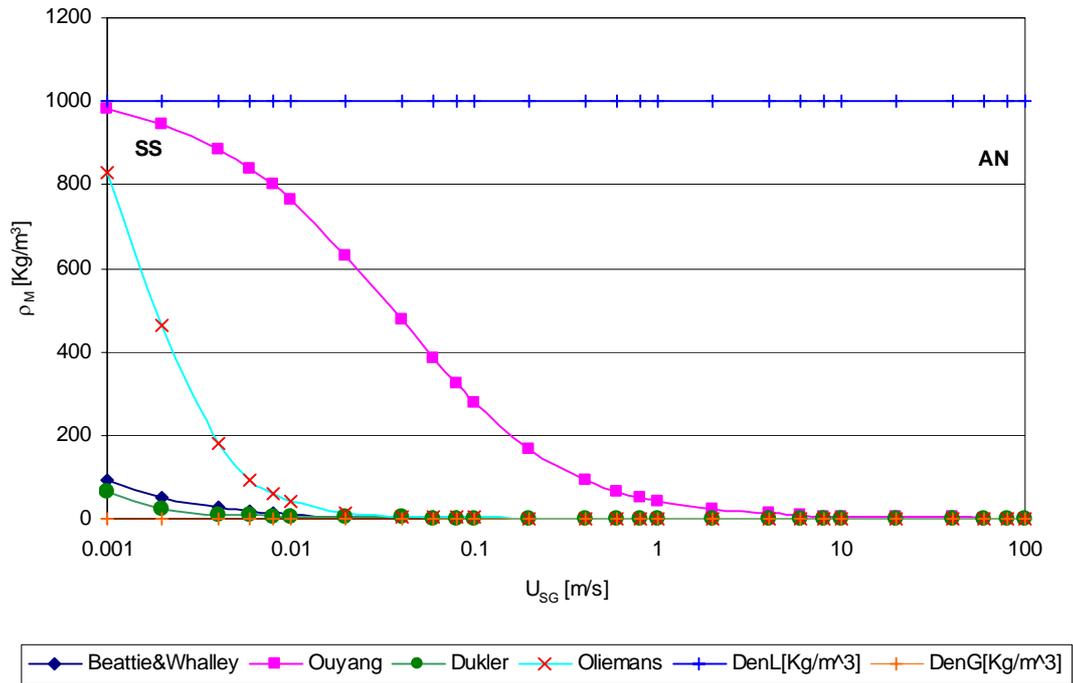


Figura (84):  $U_{SL} = 0.0001$  m/s DenM

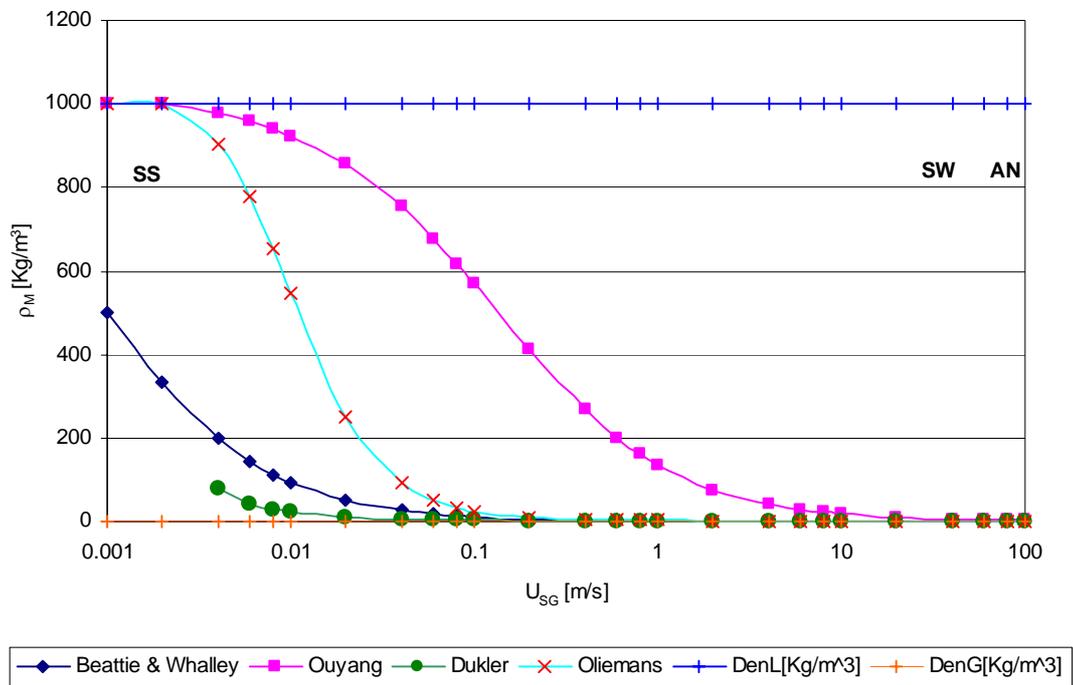


Figura (85):  $U_{SL} = 0.001$  m/s DenM

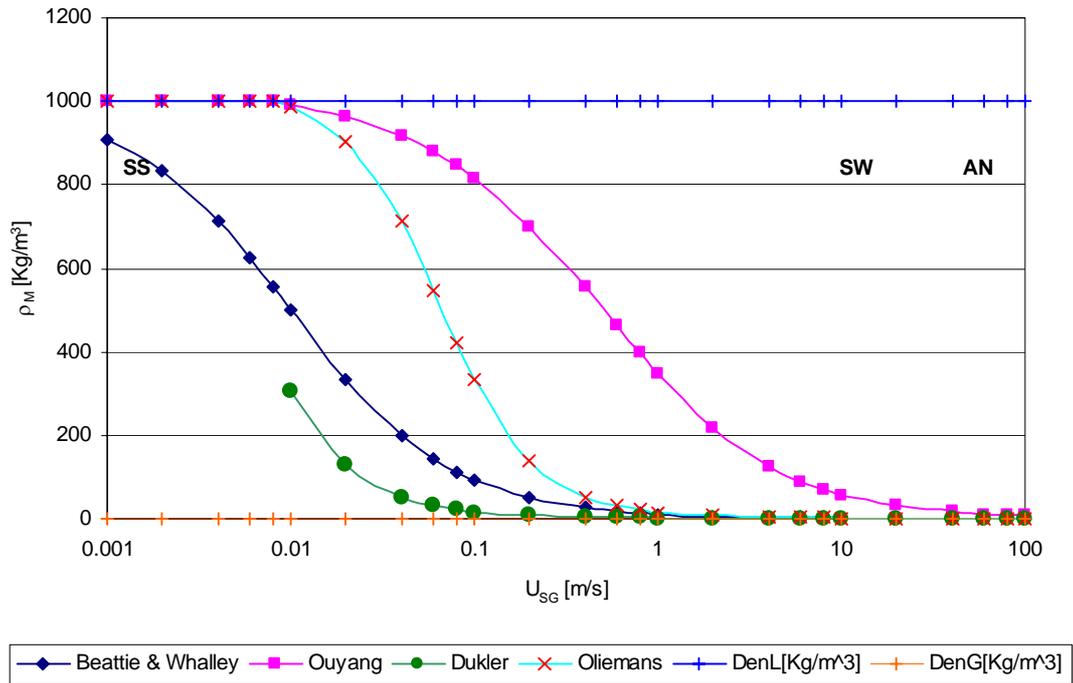


Figura (86):  $U_{SL} = 0.01$  m/s DenM

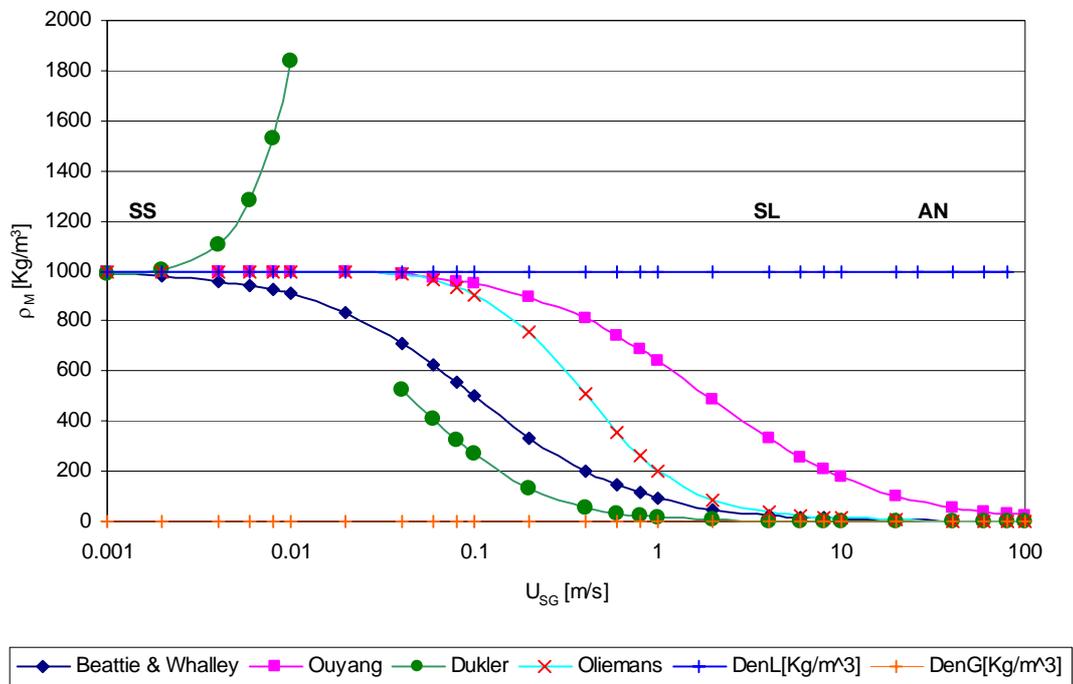


Figura (87):  $U_{SL} = 0.1$  m/s DenM

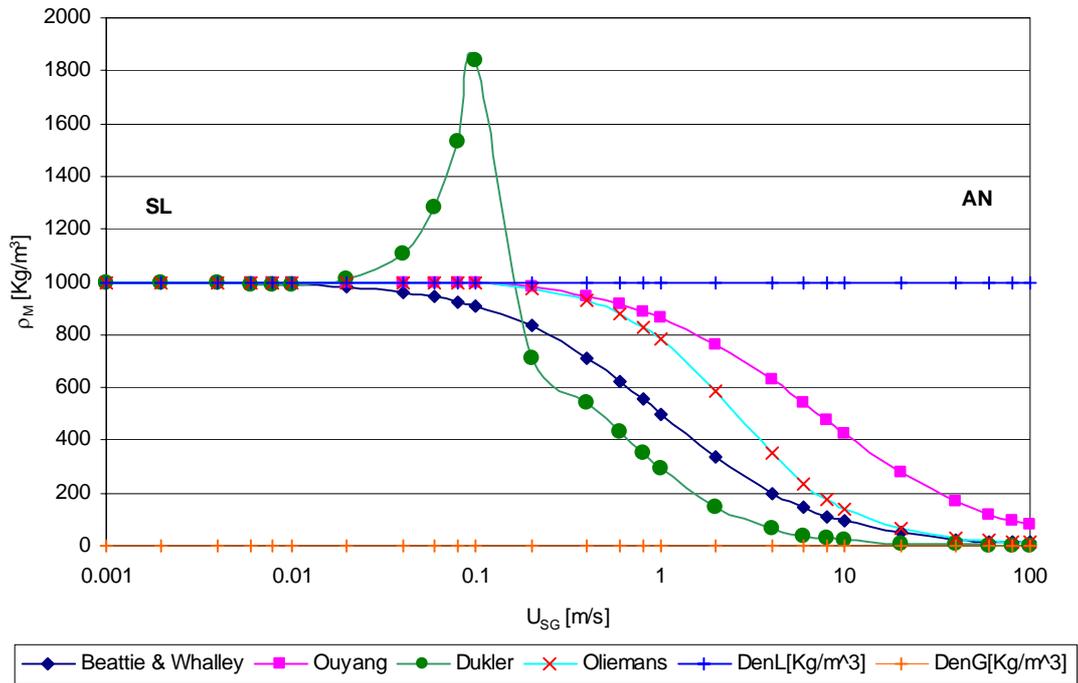


Figura (88):  $U_{SL} = 1$  m/s DenM

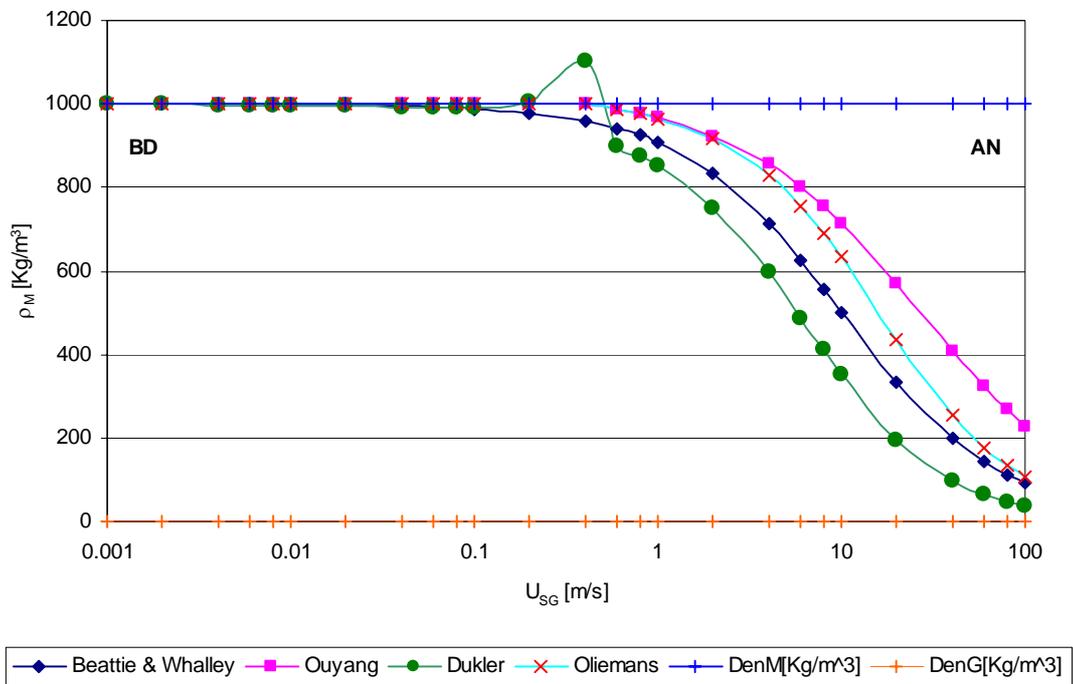


Figura (89):  $U_{SL} = 10$  m/s DenM