

# **TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

## **EVALUACIÓN DEL USO DE LAS VIGAS ACARTELADAS DE CONCRETO ARMADO**

Presentado ante la Ilustre  
Universidad Central de Venezuela

Por el Br.:

Pinto Rangel, Rossi Noelia

Para optar al Título de

Ingeniero Civil

Caracas, junio de 2012

# **TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

## **EVALUACIÓN DEL USO DE LAS VIGAS ACARTELADAS DE CONCRETO ARMADO**

TUTOR ACADÉMICO: Prof. José M. Velásquez

Presentado ante la Ilustre

Universidad Central de Venezuela

Por el Br.:

Pinto Rangel, Rossi Noelia

Para optar al Título de

Ingeniero Civil

Caracas, junio de 2012

Por la presente certifico que he leído el Trabajo Especial de Grado "EVALUACIÓN DEL USO DE LAS VIGAS ACARTELADAS DE CONCRETO ARMADO", desarrollado por la bachiller ROSSI NOELIA PINTO RANGEL para optar al título de Ingeniero Civil, y lo encuentro apropiado tanto en su contenido, como en su formato y apariencia externa.

Considerando que cumple con los requisitos exigidos por la Escuela de Ingeniería Civil de la Facultad de Ingeniería de la UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA, autorizo se proceda a la entrega de los ejemplares respectivos ante el Departamento de Ingeniería Estructural, para que sea sometido a evaluación por parte del jurado examinador que le sea designado.

En Caracas, a los treinta (30) días del mes de mayo del año 2012.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'J. Velásquez', is written over a horizontal line. The signature is stylized and cursive.

*José Manuel Velásquez*

ACTA

El día 14 de junio de 2012 se reunió el jurado formado por los profesores:

José M. Velásquez

Emilio Ochoa

Esteban Tenreiro

Con el fin de examinar el Trabajo Especial de Grado titulado: "EVALUACIÓN DEL USO DE LAS VIGAS ACARTELADAS DE CONCRETO ARMADO".

Presentado ante la Ilustre Universidad Central de Venezuela para optar al Título de INGENIERO CIVIL.

Una vez oída la defensa oral que el bachiller hizo de su Trabajo Especial de Grado, este jurado decidió las siguientes calificaciones:

NOMBRE	CALIFICACIÓN	
	Números	Letras
Br. Rossi N. Pinto R	20	VEINTE

Recomendaciones:

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

FIRMAS DEL JURADO

  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
Caracas, 14 de Junio de 2012



## DEDICATORIA

A **Dios, todopoderoso.**

A mis padres, **Rosa Rangel y Octavio Pinto**, que siempre me han dado su apoyo incondicional y a quienes debo este triunfo profesional, por todo su trabajo y dedicación para darme una formación académica y sobre todo humanista y espiritual. De ellos es este triunfo y para ellos es todo mi agradecimiento.

Para mis hermanas, **Rossio y Allegra**, por contagiarme sus alegrías a través de sus ocurrencias.

A toda mi familia, en especial a mis **abuelos y abuelas**, que con sus sabios consejos y enseñanzas soy una mejor persona.

A una persona muy especial, **Angelo Segatto** por su amor, apoyo, confianza y por compartir nuevos e inolvidables momentos en mi vida.

A todos mis **amigos, amigas** y todas aquellas personas que han sido importantes para mí durante todo este tiempo. A todos mis **profesores** que aportaron su conocimiento para mi formación. Para quienes me enseñaron más que el saber científico, me enseñaron a ser lo que no se aprende en salón de clase y a compartir el conocimiento con los demás.

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi Profesor Tutor José Manuel Velásquez, por creer en mí y delegar este trabajo de grado que fue de mucha enseñanza. Mi más sincero agradecimiento por su apoyo. Mil gracias profesor.

Gracias a todas y cada una de las personas que participaron en esta investigación, ya que invirtieron su tiempo y conocimientos para ayudarme.

Por último, quiero agradecer a todos y cada uno de los que lean y han leído este trabajo de grado, porque, por ese simple hecho, ya forman parte de él.

Pinto R., Rossi N.

# **EVALUACIÓN DEL USO DE LAS VIGAS ACARTELADAS DE CONCRETO ARMADO**

**Tutor Académico: Prof. José M. Velásquez**

**Trabajo Especial de Grado. Ciudad Universitaria de Caracas U.C.V., Facultad de Ingeniería.**

**Escuela de Ingeniería Civil. 2012, nº pág. (418).**

**Palabras Clave:** Análisis y Diseño Estructural, Vigas acarteladas, Momento de empotramiento y Deflexión.

## **Resumen**

En este trabajo de grado se logro desarrollar un procedimiento general con el software Microsoft Office 2007, que permite calcular los parámetros de rigidez, momento de empotramiento y deflexión en vigas acarteladas por medio del análisis estructural, cuya formulación teórica está fundamentada por los momentos de área-momento, momento de la viga conjugada y método de la carga elástica.

Posteriormente se analizaron los modelos de vigas acarteladas por la teoría de elementos finitos, con la aplicación del programa estructural ETABS v9. Para ambos métodos se evaluaron los elementos estructurales acartelados ante situaciones específicas de carga y dimensiones geométricas de las vigas, de modo que puede estimarse el comportamiento de los elementos en la unión de viga-columna desde la perspectiva del momento de empotramiento y deflexión para el diseño de vigas de sección variable. Con el fin de comparar los resultados con investigaciones y normas relacionadas con las vigas acarteladas tanto a nivel nacional como internacional.

Dentro de este marco, se logro obtener un conjunto de recomendaciones en relación a la geometría de los elementos acartelados de manera que se asegura la ductilidad en cuanto al diseño, economía y construcción.

# INDICE GENERAL

<b>INTRODUCCION</b> .....	1
<b>CAPITULO I</b> .....	3
El problema de la investigación.....	3
Objetivos .....	5
1.2.1 Objetivo General .....	5
1.2.2. Objetivos Específicos .....	5
Aportes.....	6
Alcance y limitaciones .....	6
<b>CAPITULO II</b> .....	7
<b>MARCO TEORICO</b> .....	7
2.1. Definición de Vigas acarteladas .....	7
2.2. Usos y ventajas .....	7
2.3. Tipos de vigas y sus características .....	8
2.3.1. Vigas de sección constante.....	8
2.3.2. Vigas de sección variable.....	8
2.4. Rigideces de un miembro de Directriz Recta .....	8
Caso general de miembros de directriz recta: .....	9
Caso particular: sección constante donde, ( $\alpha= \beta= 1$ ).....	11
Tipos de cartelas y sus relaciones geométricas.....	13
Cartelas Rectas.....	14
Cartelas Prismáticas: .....	15
Cartelas Parabólicas: .....	16
2.5. Calculo de Rigideces.....	18
Integración del Sector de Sección constante ( $\alpha= \beta= 1$ ).....	18
Integración de la Cartela Izquierda .....	19
Integración de la Cartela Derecha.....	21
Método de la Viga Conjugada .....	23
2.6. Formulas de Bresse .....	27
Análisis de vigas y pórticos rígidos estáticamente indeterminados compuestos de barras no prismáticas.....	35
Formulas generales.....	45
Caso particular: viga de sección constante .....	48

<b>CAPITULO III</b> .....	49
MARCO METODOLOGICO .....	49
3.1. Recopilación bibliográfica.....	49
3.2. Elaboración de los tipos de vigas acarteladas.....	50
3.3. Calculo de parámetros de los elementos acartelados .....	54
3.4. Análisis de los modelos de vigas propuestos .....	67
Modificación en los momentos de empotramiento y/o fijación .....	55
3.5. Comparación de los resultados .....	73
3.6. Comparación del diseño típico de vigas rectas y acarteladas en el aspecto económico.....	77
 <b>CAPITULO IV</b> .....	 78
ANALISIS Y RESULTADOS .....	78
4.1. Identificar las propiedades paramétricas de las vigas acarteladas y sus dimensiones. ....	78
4.2. Elaborar los tipos de vigas acarteladas de acuerdo a las tablas de diseño de la Portland Cement Association (PCA, 1948). ....	81
Calcular parámetros de rigideces, momento de empotramiento y deflexiones empleando el software Microsoft Office Excel 2007.....	142
Analizar los modelos de vigas acarteladas por medio de la teoría de elementos finitos, mediante del programa ETABSv9.....	291
Comparar los resultados de los momentos de empotramientos y flechas según cada elemento acartelado diseñado. ....	367
Comparar los diseños típicos de vigas rectas y acarteladas con base a parámetros de costo.....	379
Viga rectangular, según medidas:.....	379
Viga acartelada, según medidas: .....	380
<b>CONCLUSIONES</b> .....	385
<b>RECOMENDACIONES</b> .....	387
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS</b> .....	388
<b>ANEXOS</b> .....	389

## INDICE DE TABLAS

Tabla. 2-1. Referencia (Arias Alban, 1984) .....	20
Tabla. 2-2. Referencia (Hsieh, 1984) .....	42
Tabla. 3-1. Datos de una viga constante; $r_a = r_b = 0$ y $\alpha_a = \alpha_b = 0$ . . . . .	60
Tabla. 3-2. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.05L$ .....	61
Tabla. 3-3. Tabla comparativa de factor de transporte, rigidez y momentos de una viga de sección variable sometida a una carga uniforme.....	74
Tabla. 3-4. Tabla comparativa de momentos de empotramiento de una viga de sección variable sometida a una carga puntual a una distancia $a = 0.1L; 0.3L, 0.5L$ . . . . .	75
Tabla. 3-5. Tabla comparativa de momentos de empotramiento de una viga de sección variable sometida a una carga puntual a una distancia $a = 0.1L; 0.3L, 0.5L$ .....	76
Tabla. 4-1. Datos de una viga con cartela de $r_a = r_b = 0.05$ y $\alpha_a = \alpha_b = 0.05$ . . . . .	142
Tabla. 4-2. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.05L$ .....	143
Tabla. 4-3. Datos de una viga constante; $r_a = r_b = 0.4$ y $\alpha_a = \alpha_b = 0.1$ . . . . .	147
Tabla 4-4. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.05L$ .....	148
Tabla 4-5. Datos de una viga constante; $r_a = r_b = 0.6$ y $\alpha_a = \alpha_b = 0.1$ . . . . .	152
Tabla. 4-6. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	153
Tabla 4-7. Datos de una viga constante; $r_a = r_b = 1.0$ y $\alpha_a = \alpha_b = 0.1$ . . . . .	155
Tabla 4-8. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	156
Tabla 4-9. Datos de una viga constante; $r_a = r_b = 0.4$ y $\alpha_a = \alpha_b = 0.2$ . . . . .	158
Tabla 4-10. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.05L$ .....	159
Tabla 4-11. Datos de una variable; $r_a = r_b = 0.6$ y $\alpha_a = \alpha_b = 0.2$ . . . . .	161
Tabla 4-12. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	162
Tabla 4-13. Datos de una viga constante; $r_a = r_b = 0.6$ y $\alpha_a = \alpha_b = 0.2$ .....	164
Tabla 4-14. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	165
Tabla 4-15. Datos de una viga constante; $r_a = r_b = 0.4$ y $\alpha_a = \alpha_b = 0.3$ . . . . .	167

Tabla 4-16. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	168
Tabla 4-17. Datos de una viga acartelada; $r_a= r_b=0.6$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.3$ . ....	170
Tabla 4-18. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	171
Tabla 4-19. Datos de una viga constante; $r_a= r_b=1.0$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.3$ . ....	173
Tabla 4-20. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	174
Tabla 4-21. Datos de una viga variable; $r_a= r_b=0.4$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.4$ . ....	176
Tabla 4-22. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	177
Tabla 4-23. Datos de una viga de sección variable; $r_a= r_b=0.6$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.4$ . ...	179
Tabla 4-24. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	180
Tabla 4-26. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	183
Tabla 4-27. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=0.4$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.5$ . ....	185
Tabla 4-27. Datos de una viga constante; $r_a= r_b=1.0$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.4$ . ....	182
Tabla 4-28. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	186
Tabla 4-29. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=0.6$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.5$ . ....	188
Tabla 4-30. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	189
Tabla 4-31. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=1.0$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.5$ . ....	191
Tabla 4-32. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	192
Tabla 4-33. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=0.4$ , $\alpha_a=\alpha_b=0.1$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ . ....	194
Tabla 4-34. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	195
Tabla 4-35. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=0.6$ , $\alpha_a=\alpha_b=0.1$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ . ....	198
Tabla 4-36. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	199
Tabla 4-37. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=1.0$ , $\alpha_a=\alpha_b=0.1$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ . ....	200
Tabla 4-38. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas	

a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	201
Tabla 4-39. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.4$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.2$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ .....	202
Tabla 4-40. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	203
Tabla 4-41. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.6$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.2$ y con una carga puntual a una distancia $0.1L$ .....	204
Tabla 4-42. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	205
Tabla 4-43. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 1.0$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.2$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ .....	206
Tabla 4-44. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	207
Tabla 4-45. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.4$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.3$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ .....	208
Tabla 4-46. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	209
Tabla 4-47. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.6$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.3$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ .....	210
Tabla 4-48. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	211
Tabla 4-49. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 1.0$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.3$ y con una carga puntual a una distancia $a = 0.1L$ .....	212
Tabla 4-50. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	213
Tabla 4-51. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.4$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.4$ y con una carga puntual a una distancia $a = 0.1L$ .....	214
Tabla 4-52. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	215
Tabla 4-53. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.6$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.4$ y con una carga puntual a una distancia $a = 0.1L$ .....	216
Tabla 4-54. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	217
Tabla 4-55. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 1.0$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.4$ y con una carga puntual a una distancia $a = 0.1L$ .....	218



Tabla 4-56. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	219
Tabla 4-57. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=0.4$ , $\alpha_a=\alpha_b=0.5$ y con una carga puntual a una distancia $a=0.1L$ .....	220
Tabla 4-58. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	221
Tabla 4-59. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=0.6$ , $\alpha_a=\alpha_b=0.5$ y con una carga puntual a una distancia $a=0.1L$ .....	222
Tabla 4-60. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	223
Tabla 4-61. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=1.0$ , $\alpha_a=\alpha_b=0.5$ y con una carga puntual a una distancia $a=0.1L$ .....	224
Tabla 4-62. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	225
Tabla 4-63. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=0.4$ , $\alpha_a=\alpha_b=0.1$ y con una carga puntual a una distancia $a=0.3L$ .....	226
Tabla 4-64. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	227
Tabla 4-65. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=0.6$ , $\alpha_a=\alpha_b=0.1$ y con una carga puntual a una distancia $0.3L$ .....	230
Tabla 4-66. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	231
Tabla 4-67. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=1.0$ , $\alpha_a=\alpha_b=0.1$ y con una carga puntual a una distancia $0.3L$ .....	232
Tabla 4-68. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	233
Tabla 4-69. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=0.4$ , $\alpha_a=\alpha_b=0.2$ y con una carga puntual a una distancia $0.3L$ .....	234
Tabla 4-70. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	235
Tabla 4-71. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=0.6$ , $\alpha_a=\alpha_b=0.2$ y con una carga puntual a una distancia $0.3L$ .....	236
Tabla 4-72. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	237
Tabla 4-73. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=1.0$ , $\alpha_a=\alpha_b=0.2$ y con una carga puntual a una distancia $0.3L$ .....	238

Tabla 4-74. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	239
Tabla 4-75. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.4$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.3$ y con una carga puntual a una distancia $0.3L$ .....	240
Tabla 4-76. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	241
Tabla 4-77. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.6$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.3$ y con una carga puntual a una distancia $0.3L$ .....	242
Tabla 4-78. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	243
Tabla 4-79. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 1.0$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.3$ y con una carga puntual a una distancia $0.3L$ .....	244
Tabla 4-80. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	245
Tabla 4-81. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.4$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.4$ y con una carga puntual a una distancia $0.3L$ .....	246
Tabla 4-82. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	247
Tabla 4-83. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.6$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.4$ y con una carga puntual a una distancia $0.3L$ .....	248
Tabla 4-84. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	249
Tabla 4-85. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 1.0$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.4$ y con una carga puntual a una distancia $0.3L$ .....	250
Tabla 4-86. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	251
Tabla 4-87. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.4$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.5$ y con una carga puntual a una distancia $0.3L$ .....	252
Tabla 4-88. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	253
Tabla 4-89. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.6$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.5$ y con una carga puntual a una distancia $0.3L$ .....	254
Tabla 4-90. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	255
Tabla 4-91. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 1.0$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.5$ y con una carga puntual a una distancia $0.3L$ .....	256

Tabla 4-92. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	257
Tabla 4-93. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.4$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.1$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ .....	258
Tabla 4-94. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	259
Tabla 4-95. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.6$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.1$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ .....	262
Tabla 4-96. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	263
Tabla 4-97. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 1.0$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.1$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ .....	264
Tabla 4-98. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	265
Tabla 4-99. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.4$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.2$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ . Fuente.....	266
Tabla 4-100. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	267
Tabla 4-101. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.6$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.2$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ .....	268
Tabla 4-102. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	269
Tabla 4-103. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 1.0$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.2$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ .....	270
Tabla 4-104. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	271
Tabla 4-105. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.4$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.3$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ .....	272
Tabla 4-106. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	273
Tabla 4-107. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.6$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.3$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ .....	274
Tabla 4-108. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x = 0.025L$ .....	275
Tabla 4-109. Datos de una viga con cartela; $r_a = r_b = 0.3$ , $\alpha_a = \alpha_b = 0.4$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ .....	276

Tabla 4-110. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	277
Tabla 4-111. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=0.3$ , $\alpha_a=\alpha_b=0.4$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ .....	278
Tabla 4-112. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	279
Tabla 4-113. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=0.6$ , $\alpha_a=\alpha_b=0.4$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ .....	280
Tabla 4-114. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	281
Tabla 4-115. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=1.0$ , $\alpha_a=\alpha_b=0.4$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ .....	282
Tabla 4-116. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	283
Tabla 4-117. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=1.0$ , $\alpha_a=\alpha_b=0.4$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ .....	284
Tabla 4-118. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	285
Tabla 4-119. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=0.6$ , $\alpha_a=\alpha_b=0.5$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ .....	286
Tabla 4-120. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	287
Tabla 4-121. Datos de una viga con cartela; $r_a= r_b=1.0$ , $\alpha_a=\alpha_b=0.5$ y con una carga puntual a una distancia $0.5L$ .....	288
Tabla 4-122. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada $\Delta x= 0.025L$ .....	289
Tabla 4-123. Tabla de los resultados de los modelos de las vigas acarteladas analizados por Etabsv9 .....	367
Tabla 4-124. Tabla de los resultados de los modelos de las vigas acarteladas analizados por Etabsv9 .....	368
Tabla 4-125. Tabla comparativa de factor de transporte, rigidez y momentos de una viga de sección variable sometida a una carga uniforme .....	369
Tabla 4-126. Tabla comparativa de momentos de empotramiento de una viga de sección variable sometida a una carga puntual a una distancia $a=0.1L; 0.3L, 0.5L$ .....	370
Tabla 4-127. Tabla comparativa de momentos de empotramiento	

de una viga de sección variable sometida a una carga puntual a una distancia $a=0.1L; 0.3L, 0.5L$ .....	371
Tabla 4-128. Tabla comparativa de deflexión máxima de una viga de sección variable sometida a una carga uniforme.....	372
Tabla 4-129. Datos de la viga acartelada.....	373
Tabla 4-130. Ecuaciones de deflexión .....	373
Tabla 4-131. Resultados de la viga acartelada con carga uniforme.....	374
Tabla 4-132. Datos de las vigas acarteladas sometidas a la carga puntual para distancia de $a= 0.1L; 0.3L$ y $0.5L$ .....	374
Tabla 4-133. Ecuaciones de deflexión de una carga puntual a una distancia $a=0.1L$ .....	375
Tabla 4-134. Resultados de la viga acartelada con carga puntual a una distancia $a=0.1L$ .....	375
Tabla 4-135. Ecuaciones de deflexión de una carga puntual a una distancia $a=0.3L$ .....	376
Tabla 4-136. Ecuaciones de deflexión de una carga puntual a una distancia $a=0.3L$ .....	376
Tabla 4-137. Ecuaciones de deflexión de una carga puntual a una distancia $a=0.5L$ .....	377
Tabla 4-138. Ecuaciones de deflexión de una carga puntual a una distancia $a=0.5L$ .....	377
Tabla 4-139. Tabla resumen de resultados emitidos por Etabs, de deflexión máxima de una viga de sección variable sometida a una carga puntual a una distancia $a=0.1L; 0.3L, 0.5L$ .....	378

## LISTA DE GRAFICOS

Gráfica 3-1. Valores de momento de inercia de viga constante .....	60
Gráfica 3-3. Diagrama de corte ( $wl$ ). .....	62
Gráfica 3-4. Diagrama de momento ( $wl^2$ ) .....	62
Gráfica 3-5. Diagrama de momento ( $MF_{AB}$ ) .....	62
Gráfica 3-6. Diagrama de momento ( $MF_{BA}$ ). .....	62
Gráfica 3-7. Diagrama de carga elástica ( $wl^2/EI_a$ ).....	63
Gráfica 3-8. Diagrama de carga elástica ( $MF_{AB}/EI_a$ ).....	63
Gráfica 3-9. Diagrama de carga elástica ( $MF_{BA}/EI_a$ ).....	63
Gráfica 4-1. Valores de momento de inercia de viga acartelada con valores de $r_a=r_b=0.05$ (cartelas muy pequeñas) .....	142
Gráfica 4-2. Diagrama de corte ( $wl$ ). .....	144
Gráfica 4-3. Diagrama de momento ( $wl^2$ ). .....	144
Gráfica 4-4. Diagrama de momento ( $MF_{AB}$ ). .....	144
Gráfica 4-5. Diagrama de momento ( $MF_{BA}$ ). .....	145
Gráfica 4-6. Diagrama de carga elástica ( $wl^2/EI_a$ ).....	145
Gráfica 4-7. Diagrama de carga elástica ( $MF_{AB}/EI_a$ ).....	145
Gráfica 4-8. Diagrama de carga elástica ( $MF_{BA}/EI_a$ ).....	145
Gráfica 4-9. Valores de momento de inercia de viga variable, con valores de $r_a=r_b=0.4$ .....	147
Gráfica 4-10. Diagrama de corte ( $wl$ ) .....	149
Gráfica 4-11. Diagrama de momento ( $wl^2$ ) .....	149
Gráfica 4-12. Diagrama de momento ( $MF_{AB}$ ). .....	149
Gráfica 4-13. Diagrama de momento ( $MF_{BA}$ ) .....	150
Gráfica 4-14. Diagrama de carga elástica ( $wl^2/EI_a$ ).....	150
Gráfica 4-15. Diagrama de carga elástica ( $MF_{AB}/EI_a$ ).....	150
Gráfica 4-16. Diagrama de carga elástica ( $MF_{BA}/EI_a$ ).....	150
Gráfica 4-17. Valores de momento de inercia de viga con sección variable, con valores de $r_a=r_b=0.6$ .....	152
Gráfica 4-18. Valores de momento de inercia de viga con sección variable, con valores de .....	155
Gráfica 4-19. Valores de momento de inercia de viga variable, con valores de $r_a=r_b=0.4$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.2$ .....	158
Gráfica 4-20. Valores de momento de inercia, para viga de sección variable, con valores de $r_a=r_b=0.6$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.2$ .....	161
Gráfica 4-21. Valores de momento de inercia de viga con valores de $r_a=r_b=.6$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.2$ .....	164

Gráfica 4-22. Valores de momento de inercia de viga con valores de $r_a=r_b=0.4$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.3$ .....	167
Gráfica 4-23. Valores de momento de inercia de viga acartelada de $r_a=r_b=0.6$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.3$ .....	170
Gráfica 4-24. Valores de momento de inercia de viga con valores de $r_a=r_b=1.0$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.3$ .....	173
Gráfica 4-25. Valores de momento de inercia de viga con cartelas de valores $r_a=r_b=0.4$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.4$ .....	176
Gráfica 4-26. Valores de momento de inercia de viga con sección variable, con valores de $r_a=r_b=0.6$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.4$ .....	179
Gráfica 4-27. Valores de momento de inercia de viga con sección variable, con valores de $r_a=r_b=1.0$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.4$ .....	182
Gráfica 4-28. Valores de momento de inercia de viga acartelada de $r_a=r_b=0.4$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.5$ .....	185
Gráfica 4-29. Valores de momento de inercia de viga acartelada de valores $r_a=r_b=0.6$ y $\alpha_a=\alpha_b=0.5$ .....	188
Gráfica 4-30. Diagrama de corte ( $wl$ ). .....	196
Gráfica 4-31. Diagrama de momento ( $wl^2$ ) .....	196
Gráfica 4-32. Diagrama de momento ( $MF_{AB}$ ). .....	196
Gráfica 4-33. Diagrama de momento ( $MF_{BA}$ ). .....	197
Gráfica 4-34. Diagrama de carga elástica ( $wl^2/EI_a$ ).....	197
Gráfica 4-35. Diagrama de carga elástica ( $MF_{AB}/EI_a$ ).....	197
Gráfica 4-36. Diagrama de carga elástica ( $MF_{BA}/EI_a$ ).....	197
Gráfica 4-38. Diagrama de corte ( $wl$ ). .....	228
Gráfica 4-39. Diagrama de momento ( $wl^2$ ). .....	228
Gráfica 4-40. Diagrama de momento ( $MF_{AB}$ ). .....	228
Gráfica 4-41. Diagrama de momento ( $MF_{BA}$ ). .....	229
Gráfica 4-42. Diagrama de carga elástica ( $wl^2/EI_a$ ).....	229
Gráfica 4-43. Diagrama de carga elástica ( $MF_{AB}/EI_a$ ).....	229
Gráfica 4-44. Diagrama de carga elástica ( $MF_{BA}/EI_a$ ).....	229
Gráfica 4-45. Diagrama de corte ( $wl$ ) .....	260
Gráfica 4-46. Diagrama de momento ( $wl^2$ ). .....	260
Gráfica 4-47. Diagrama de momento ( $MF_{AB}$ ) .....	260
Gráfica 4-48. Diagrama de momento ( $MF_{BA}$ ). .....	261
Gráfica 4-49. Diagrama de carga elástica ( $wl^2/EI_a$ ).....	261
Gráfica 4-50. Diagrama de carga elástica ( $MF_{AB}/EI_a$ ).....	261
Gráfica 4-51. Diagrama de carga elástica ( $MF_{BA}/EI_a$ ).....	261

## LISTA DE FIGURAS

Fig. 2-1. Geometría de un miembro de directriz recta .....	9
Fig. 2-11. Miembro curvo.....	28
Fig. 2-2. Tipos de cartelas .....	13
Fig. 2-3. Cartela parabólica: ecuación de la parábola .....	16
Fig. 2-4. Miembro de Directriz Recta: notación adimensional. ....	18
Fig. 2-5. Cartela Izquierda: notación adimensional .....	19
Fig. 2-6. Cartela Derecha notación adimensional.....	21
Fig. 2-7. a) Configuración deformada de una viga en voladizo. b) Diagrama M/EI que establece la variación en la curvatura. c) La curva 1 muestra una configuración deformada compatible con el diagrama M/EI del inciso b), pero no con las condiciones de frontera en el punto A. La curva 2 muestra la curva 1 rotada como cuerpo rígido en el sentido horario hasta que la pendiente en A es horizontal. D) Viga conjugada con carga elástica .....	23
Fig. 2-8. Ejemplos de vigas conjugadas .....	25
Fig. 2-9. a) Viga doblemente empotrada con carga concentrada al centro. b) Viga conjugada cargada con el diagrama M/EI. La viga conjugada, que no tiene apoyos, se mantiene en equilibrio por las cargas aplicadas .....	26
Fig. 3.1. Viga acartelada con carga distribuida.....	51
Fig. 3.2. Viga acartelada con carga puntual a una distancia $aL$ .....	51
Fig. 3-7. Barras con Diagrama de Fuerza Cortante (V) Antisimétrico .....	55
Fig. 3-8. Momentos de empotramiento según su caso: a) Empotrado- empotrado y carga puntual en el centro de la luz. b) Empotrado-empotrado carga triangular en una distancia $a$ cualquiera. ....	55
Fig. 3-9. a) Diagrama de momento. b) Área infinitesimal de altura M/EI y longitud $dx$ Empotrado-empotrado sujeto a una carga uniforme.....	57
Fig. 3-10. Detalle de la viga y su diagrama de momento y deflexión según su caso: a) Articulación- rodillo sometido a una carga uniforme. b) Empotrado-empotrado sujeto a una carga uniforme. ....	58
Fig. 3-11. Detalle de la viga y su diagrama de momento y deflexión según su caso: a) Articulación- rodillo sometido a una carga puntual. b) Empotrado-empotrado sujeto a una carga puntual. ....	58
Fig. 3-15. Estimación de la línea de tendencia referente al diagrama M/EI .....	66
Fig. 3-16. Sección del tipo rectangular (viga 40x40). ....	67
Fig. 3-17. Sección del tipo rectangular (viga 40x40). ....	68
Fig. 3-18. Diseño tipo viga y recubrimiento de la sección .....	68
Fig. 3-19. Caso de carga estática.....	68
Fig. 3-20. Asignación de restricción de nodos (empotrado). ....	69
Fig. 3-21. Asignación de carga uniforme peso propio ( $q_{pp}=1000\text{Kg-m}$ ).....	69
Fig. 3-22. Asignación de carga uniforme viva ( $q_{cv}=1000\text{Kg-m}$ ). ....	70



Fig. 3-23. Opción de análisis plano XZ.....	70
Fig. 3-24. Chequeo del modelo .....	71
Fig. 3-25. Respuesta del chequeo del modelo .....	71
Fig. 3-26. Fuerzas en miembros.....	72
Fig. 3-27 Fuerzas en miembros.....	72
Fig. 4-2. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.4$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 40\text{cm}$ , $tc=40\text{cm}$ ). .....	82
Fig. 4-3. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.4$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 40\text{cm}$ , $tc=60\text{cm}$ ). .....	82
Fig. 4-4. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.4$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 40\text{cm}$ , $tc=100\text{cm}$ ). .....	82
Fig. 4-5. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.4$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 50\text{cm}$ , $tc=40\text{cm}$ ). .....	83
Fig. 4-6. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.4$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 50\text{cm}$ , $tc=60\text{cm}$ ). .....	83
Fig. 4-7. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.4$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 50\text{cm}$ , $tc=100\text{cm}$ ). .....	83
Fig. 4-8. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.4$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 60\text{cm}$ , $tc=40\text{cm}$ ). .....	84
Fig. 4-9. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.4$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 60\text{cm}$ , $tc=60\text{cm}$ ). .....	84
Fig. 4-10. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.4$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 60\text{cm}$ , $tc=100\text{cm}$ ). .....	84
Fig. 4-11. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.4$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 70\text{cm}$ , $tc=40\text{cm}$ ). .....	85
Fig. 4-12. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.4$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 70\text{cm}$ , $tc=60\text{cm}$ ). .....	85
Fig. 4-13. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.4$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 70\text{cm}$ , $tc=100\text{cm}$ ). .....	85
Fig. 4-14. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 40\text{cm}$ , $tc=40\text{cm}$ ). .....	86
Fig. 4-15. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 40\text{cm}$ , $tc=60\text{cm}$ ). .....	86
Fig. 4-16. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 40\text{cm}$ , $tc=100\text{cm}$ ). .....	86
Fig. 4-17. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 50\text{cm}$ , $tc=40\text{cm}$ ). .....	87
Fig. 4-18. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 50\text{cm}$ , $tc=60\text{cm}$ ). .....	87
Fig. 4-19. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 50\text{cm}$ , $tc=100\text{cm}$ ). .....	87
Fig. 4-20. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 60\text{cm}$ , $tc=40\text{cm}$ ). .....	88
Fig. 4-21. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 60\text{cm}$ , $tc=60\text{cm}$ ). .....	88
Fig. 4-22. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 60\text{cm}$ , $tc=100\text{cm}$ ). .....	88
Fig. 4-23. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 70\text{cm}$ , $tc=40\text{cm}$ ). .....	89
Fig. 4-24. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 70\text{cm}$ , $tc=60\text{cm}$ ). .....	89
Fig. 4-25. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 70\text{cm}$ , $tc=100\text{cm}$ ). .....	89
Fig. 4-26. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 40\text{cm}$ , $tc=40\text{cm}$ ). .....	90
Fig. 4-27. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 40\text{cm}$ , $tc=60\text{cm}$ ). .....	90
Fig. 4-28. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 40\text{cm}$ , $tc=100\text{cm}$ ). .....	90
Fig. 4-29. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 50\text{cm}$ , $tc=40\text{cm}$ ). .....	91
Fig. 4-31. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 50\text{cm}$ , $tc=100\text{cm}$ ). .....	91
Fig. 4-32. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 60\text{cm}$ , $tc=40\text{cm}$ ). .....	92
Fig. 4-33. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 60\text{cm}$ , $tc=60\text{cm}$ ). .....	92
Fig. 4-34. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 60\text{cm}$ , $tc=100\text{cm}$ ). .....	92
Fig. 4-35. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 70\text{cm}$ , $tc= 40\text{cm}$ ). .....	93
Fig. 4-36. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 70\text{cm}$ , $tc= 60\text{cm}$ ). .....	93







Fig. 4-160. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 40\text{cm}$ , $tc=100\text{cm}$ ). .....	134
Fig. 4-161. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 50\text{cm}$ , $tc=40\text{cm}$ ). .....	135
Fig. 4-162. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 50\text{cm}$ , $tc=60\text{cm}$ ). .....	135
Fig. 4-163. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 50\text{cm}$ , $tc=100\text{cm}$ ). .....	135
Fig. 4-164. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 60\text{cm}$ , $tc=40\text{cm}$ ). .....	136
Fig. 4-165. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 60\text{cm}$ , $tc=60\text{cm}$ ). .....	136
Fig. 4-166. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 60\text{cm}$ , $tc=100\text{cm}$ ). .....	136
Fig. 4-167. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 70\text{cm}$ , $tc=40\text{cm}$ ). .....	137
Fig. 4-168. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 70\text{cm}$ , $tc=60\text{cm}$ ). .....	137
Fig. 4-169. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 0.6$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 70\text{cm}$ , $tc=100\text{cm}$ ). .....	137
Fig. 4-170. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 40\text{cm}$ , $tc=40\text{cm}$ ). .....	138
Fig. 4-171. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 40\text{cm}$ , $tc=60\text{cm}$ ). .....	138
Fig. 4-172. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 40\text{cm}$ , $tc=100\text{cm}$ ). .....	138
Fig. 4-173. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 50\text{cm}$ , $tc=40\text{cm}$ ). .....	139
Fig. 4-174. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 50\text{cm}$ , $tc=60\text{cm}$ ). .....	139
Fig. 4-175. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 50\text{cm}$ , $tc=100\text{cm}$ ). .....	139
Fig. 4-176. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 60\text{cm}$ , $tc=40\text{cm}$ ). .....	140
Fig. 4-177. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 60\text{cm}$ , $tc=60\text{cm}$ ). .....	140
Fig. 4-178. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 60\text{cm}$ , $tc=100\text{cm}$ ). .....	140
Fig. 4-179. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 70\text{cm}$ , $tc= 40\text{cm}$ ). .....	141
Fig. 4-180. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 70\text{cm}$ , $tc= 60\text{cm}$ ). .....	141
Fig. 4-181. Sección del tipo no prismática. (Viga $ra= 1.0$ , $\alpha a= 0.5$ , $hc= 70\text{cm}$ , $tc= 100\text{cm}$ ). .....	141
Fig. 4-182. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	146
Fig. 4-183. Cálculo de $C_{AB}$ y $S_{AB}$ .....	146
Fig. 4-184. Cálculo de $C_{BA}$ y $S_{BA}$ .....	147
Fig. 4-185. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	151
Fig. 4-186. Cálculo de $C_{AB}$ y $S_{AB}$ .....	151
Fig. 4-187. Cálculo de $C_{BA}$ y $S_{BA}$ .....	152
Fig. 4-188. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	154
Fig. 4-189. Cálculo de $C_{AB}$ y $S_{AB}$ .....	154
Fig. 4-190. Cálculo de $C_{BA}$ y $S_{BA}$ .....	155
Fig. 4-191. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	157
Fig. 4-192. Cálculo de $C_{AB}$ y $S_{AB}$ .....	157
Fig. 4-193. Cálculo de $C_{BA}$ y $S_{BA}$ .....	158
Fig. 4-194. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	160
Fig. 4-195. Cálculo de $C_{AB}$ y $S_{AB}$ .....	160
Fig. 4-196. Cálculo de $C_{BA}$ y $S_{BA}$ .....	161
Fig. 4-197. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	163
Fig. 4-198. Cálculo de $C_{AB}$ y $S_{AB}$ .....	163

Fig. 4-199. Cálculo de $C_{BA}$ y $S_{BA}$ .....	164
Fig. 4-200. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	166
Fig. 4-201. Cálculo de $C_{AB}$ y $S_{AB}$ .....	166
Fig. 4-203. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA. ....	169
Fig. 4-204. Cálculo de $C_{AB}$ y $S_{AB}$ .....	169
Fig. 4-205. Cálculo de $C_{BA}$ y $S_{BA}$ .....	170
Fig. 4-206. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	172
Fig. 4-207. Cálculo de $C_{AB}$ y $S_{AB}$ .....	172
Fig. 4-208. Cálculo de $C_{BA}$ y $S_{BA}$ .....	173
Fig. 4-209. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	175
Fig. 4-210. Cálculo de $C_{AB}$ y $S_{AB}$ .....	175
Fig. 4-211. Cálculo de $C_{BA}$ y $S_{BA}$ .....	176
Fig. 4-212. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	178
Fig. 4-213. Cálculo de $C_{AB}$ y $S_{AB}$ .....	178
Fig. 4-214. Cálculo de $C_{BA}$ y $S_{BA}$ .....	179
Fig. 4-215. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	181
Fig. 4-216. Cálculo de $C_{AB}$ y $S_{AB}$ .....	181
Fig. 4-217. Cálculo de $C_{BA}$ y $S_{BA}$ .....	182
Fig. 4-218. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	184
Fig. 4-219. Cálculo de $C_{AB}$ y $S_{AB}$ .....	184
Fig. 4-220. Cálculo de $C_{BA}$ y $S_{BA}$ .....	185
Fig. 4-221. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	187
Fig. 4-222. Cálculo de $C_{AB}$ y $S_{AB}$ .....	187
Fig. 4-223. Cálculo de $C_{BA}$ y $S_{BA}$ .....	188
Fig. 4-224. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	190
Fig. 4-225. Cálculo de $C_{AB}$ y $S_{AB}$ .....	190
Fig. 4-226. Cálculo de $C_{BA}$ y $S_{BA}$ .....	191
Fig. 4-227. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	193
Fig. 4-228. Cálculo de $C_{AB}$ y $S_{AB}$ .....	193
Fig. 4-229. Cálculo de $C_{BA}$ y $S_{BA}$ .....	194
Fig. 4-230. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	198
Fig. 4-231. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	200
Fig. 4-232. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	202
Fig. 4-233. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	204
Fig. 4-234. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	206
Fig. 4-235. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	208
Fig. 4-236. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	210
Fig. 4-237. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	212
Fig. 4-238. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA. ....	214

Fig. 4-239. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	216
Fig. 4-240. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	218
Fig. 4-241. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	220
Fig. 4-242. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	222
Fig. 4-243. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	224
Fig. 4-244. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	226
Fig. 4-245. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	230
Fig. 4-246. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	232
Fig. 4-247. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	234
Fig. 4-248. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	236
Fig. 4-249. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	238
Fig. 4-250. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	240
Fig. 4-251. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	242
Fig. 4-252. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	244
Fig. 4-253. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	246
Fig. 4-254. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	248
Fig. 4-255. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	250
Fig. 4-256. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	252
Fig. 4-257. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	254
Fig. 4-258. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	256
Fig. 4-259. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	258
Fig. 4-260. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	262
Fig. 4-261. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	264
Fig. 4-262. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	266
Fig. 4-263. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	268
Fig. 4-264. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	270
Fig. 4-265. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	272
Fig. 4-266. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	274
Fig. 4-267. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	276
Fig. 4-268. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	278
Fig. 4-269. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	280
Fig. 4-270. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	282
Fig. 4-271. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	284
Fig. 4-272. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	286
Fig. 4-273. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	288
Fig. 4-274. Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA .....	290
Fig. 4-275. $R_a= 0.4$ , $\alpha_a= 0.1$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ , respectivamente .....	291
Fig. 4-276. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.1$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 1.0m$ .....	292
Fig. 4-277. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.1$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ , respectivamente .....	292

Fig. 4-278. $Ra=0.4$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.50m$ , $tc= 1.0m$ .....	293
Fig. 4-279. $Ra=0.4$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.60m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	293
Fig. 4-280. $Ra=0.4$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.60m$ , $tc= 1.0m$ .....	294
Fig. 4-281. $Ra=0.4$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.70m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	294
Fig. 4-282. $Ra=0.4$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.70m$ , $tc= 1.0m$ .....	295
Fig. 4-283. $Ra=0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.40m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	295
Fig. 4-284. $Ra=0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.40m$ , $tc= 1.0m$ .....	296
Fig. 4-285. $Ra=0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.50m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	296
Fig. 4-286. $Ra=0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.50m$ , $tc= 1.0m$ .....	297
Fig. 4-287. $Ra=0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.60m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	297
Fig. 4-288. $Ra=0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.60m$ , $tc= 1.0m$ .....	298
Fig. 4-289. $Ra=0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.70m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	298
Fig. 4-290. $Ra=0.6$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.70m$ , $tc= 1.0m$ .....	299
Fig. 4-291. $Ra=1.0$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.40m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	299
Fig. 4-292. $Ra=1.0$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.40m$ , $tc= 1.0m$ .....	300
Fig. 4-293. $Ra=1.0$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.50m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	300
Fig. 4-294. $Ra=1.0$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.50m$ , $tc= 1.0m$ .....	301
Fig. 4-295. $Ra=1.0$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.60m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	301
Fig. 4-296. $Ra=1.0$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.60m$ , $tc= 1.0m$ .....	302
Fig. 4-297. $Ra=1.0$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.70m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	302
Fig. 4-298. $Ra=1.0$ , $\alpha a= 0.1$ , $hc= 0.70m$ , $tc= 1.0m$ .....	303
Fig. 4-299. $Ra=0.4$ , $\alpha a= 0.2$ , $hc= 0.40m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	303
Fig. 4-300. $Ra=0.4$ , $\alpha a= 0.2$ , $hc= 0.40m$ , $tc= 1.0m$ .....	304
Fig. 4-301. $Ra=0.4$ , $\alpha a= 0.2$ , $hc= 0.50m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	304
Fig. 4-302. $Ra=0.4$ , $\alpha a= 0.2$ , $hc= 0.50m$ , $tc= 1.0m$ .....	305
Fig. 4-303. $Ra=0.4$ , $\alpha a= 0.2$ , $hc= 0.60m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	305
Fig. 4-304. $Ra=0.4$ , $\alpha a= 0.2$ , $hc= 0.60m$ , $tc= 1.0m$ .....	306
Fig. 4-305. $Ra=0.4$ , $\alpha a= 0.2$ , $hc= 0.70m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	306
Fig. 4-306. $Ra=0.4$ , $\alpha a= 0.2$ , $hc= 0.70m$ , $tc= 1.0m$ .....	307
Fig. 4-307. $Ra=0.6$ , $\alpha a= 0.2$ , $hc= 0.40m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	307
Fig. 4-308. $Ra=0.6$ , $\alpha a= 0.2$ , $hc= 0.40m$ , $tc= 1.0m$ .....	308
Fig. 4-309. $Ra=0.6$ , $\alpha a= 0.2$ , $hc= 0.50m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	308
Fig. 4-310. $Ra=0.6$ , $\alpha a= 0.2$ , $hc= 0.50m$ , $tc= 1.0m$ .....	309
Fig. 4-311. $Ra=0.6$ , $\alpha a= 0.2$ , $hc= 0.60m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	309
Fig. 4-312. $Ra=0.6$ , $\alpha a= 0.2$ , $hc= 0.60m$ , $tc= 1.0m$ .....	310
Fig. 4-313. $Ra=0.6$ , $\alpha a= 0.2$ , $hc= 0.70m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	310
Fig. 4-314. $Ra=0.6$ , $\alpha a= 0.2$ , $hc= 0.70m$ , $tc= 1.0m$ .....	311
Fig. 4-315. $Ra=1.0$ , $\alpha a= 0.2$ , $hc= 0.40m$ , $tc= 0.40m$ y $tc= 0.60m$ , respectivamente.....	311
Fig. 4-316. $Ra=1.0$ , $\alpha a= 0.2$ , $hc= 0.40m$ , $tc= 1.0m$ .....	312



Fig. 4-317. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.2$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ , respectivamente .....	312
Fig. 4-318. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.2$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 1.0m$ .....	313
Fig. 4-319. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.2$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ , respectivamente .....	313
Fig. 4-320. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.2$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 1.0m$ .....	314
Fig. 4-321. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.2$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ , respectivamente .....	314
Fig. 4-322. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.2$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 1.0m$ .....	315
Fig. 4-323. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ , respectivamente .....	315
Fig. 4-324. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 1.0m$ .....	316
Fig. 4-325. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ , respectivamente .....	316
Fig. 4-326. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 1.0m$ .....	317
Fig. 4-327. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ , respectivamente .....	317
Fig. 4-328. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 1.0m$ .....	318
Fig. 4-329. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	318
Fig. 4-330. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 1.0m$ .....	319
Fig. 4-331. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	319
Fig. 4-332. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 1.0m$ .....	320
Fig. 4-333. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	320
Fig. 4-334. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 1.0m$ .....	321
Fig. 4-335. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	321
Fig. 4-336. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 1.0m$ .....	322
Fig. 4-337. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	322
Fig. 4-338. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 1.0m$ .....	323
Fig. 4-339. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	323
Fig. 4-340. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 1.0m$ .....	324
Fig. 4-341. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	324
Fig. 4-342. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 1.0m$ .....	325
Fig. 4-343. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	325
Fig. 4-344. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 1.0m$ .....	326
Fig. 4-345. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	326
Fig. 4-346. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.3$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 1.0m$ .....	327
Fig. 4-347. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	327
Fig. 4-348. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 1.0m$ .....	328
Fig. 4-349. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	328
Fig. 4-350. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 1.0m$ .....	329
Fig. 4-351. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	329
Fig. 4-352. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 1.0m$ .....	330
Fig. 4-353. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	330
Fig. 4-354. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 1.0m$ .....	331
Fig. 4-355. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	331

Fig. 4-356. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 1.0m$ .....	332
Fig. 4-357. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	332
Fig. 4-358. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 1.0m$ .....	333
Fig. 4-359. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	333
Fig. 4-360. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 1.0m$ .....	334
Fig. 4-361. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	334
Fig. 4-362. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 1.0m$ .....	335
Fig. 4-363. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	335
Fig. 4-364. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 1.0m$ .....	336
Fig. 4-365. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	336
Fig. 4-366. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 1.0m$ .....	337
Fig. 4-367. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	337
Fig. 4-368. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 1.0m$ .....	338
Fig. 4-369. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	338
Fig. 4-370. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.4$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 1.0m$ .....	339
Fig. 4-371. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	339
Fig. 4-372. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 1.0m$ .....	340
Fig. 4-373. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	340
Fig. 4-374. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 1.0m$ .....	341
Fig. 4-375. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	341
Fig. 4-376. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 1.0m$ .....	342
Fig. 4-377. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	342
Fig. 4-378. $R_a=0.4$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 1.0m$ .....	343
Fig. 4-379. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	343
Fig. 4-380. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 1.0m$ .....	344
Fig. 4-381. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	344
Fig. 4-382. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 1.0m$ .....	345
Fig. 4-383. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	345
Fig. 4-384. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 1.0m$ .....	346
Fig. 4-385. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	346
Fig. 4-386. $R_a=0.6$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 1.0m$ .....	347
Fig. 4-387. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	347
Fig. 4-388. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.40m$ , $t_c= 1.0m$ .....	348
Fig. 4-389. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	348
Fig. 4-390. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.50m$ , $t_c= 1.0m$ .....	349
Fig. 4-391. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	349
Fig. 4-392. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.60m$ , $t_c= 1.0m$ .....	350
Fig. 4-393. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 0.40m$ y $t_c= 0.60m$ .....	350
Fig. 4-394. $R_a=1.0$ , $\alpha_a= 0.5$ , $h_c= 0.70m$ , $t_c= 1.0m$ .....	351

Fig. 4-395. $\alpha a = 0.1$ , $a = 0.1L$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $R_a = 0.4$ y $R_a = 0.6$ .....	351
Fig. 4-396. $R_a = 1.0$ , $\alpha a = 0.1$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $a = 0.1L$ .....	352
Fig. 4-398. $R_a = 1.0$ , $\alpha a = 0.2$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $a = 0.1L$ .....	353
Fig. 4-399. $\alpha a = 0.3$ , $a = 0.1L$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $R_a = 0.4$ y $R_a = 0.6$ .....	353
Fig. 4-400. $R_a = 1.0$ , $\alpha a = 0.3$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $a = 0.1L$ .....	354
Fig. 4-401. $\alpha a = 0.4$ , $a = 0.1L$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $R_a = 0.4$ y $R_a = 0.6$ .....	354
Fig. 4-402. $R_a = 1.0$ , $\alpha a = 0.4$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $a = 0.1L$ .....	355
Fig. 4-403. $\alpha a = 0.5$ , $a = 0.1L$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $R_a = 0.4$ y $R_a = 0.6$ .....	355
Fig. 4-404. $R_a = 1.0$ , $\alpha a = 0.5$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $a = 0.1L$ .....	356
Fig. 4-405. $\alpha a = 0.1$ , $a = 0.3L$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $R_a = 0.4$ y $R_a = 0.6$ .....	356
Fig. 4-406. $R_a = 1.0$ , $\alpha a = 0.1$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $a = 0.3L$ .....	357
Fig. 4-407. $\alpha a = 0.2$ , $a = 0.3L$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $R_a = 0.4$ y $R_a = 0.6$ .....	357
Fig. 4-408. $R_a = 1.0$ , $\alpha a = 0.2$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $a = 0.3L$ .....	358
Fig. 4-409. $\alpha a = 0.3$ , $a = 0.3L$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $R_a = 0.4$ y $R_a = 0.6$ , .....	358
Fig. 4-410. $R_a = 1.0$ , $\alpha a = 0.3$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $a = 0.3L$ .....	359
Fig. 4-411. $\alpha a = 0.4$ , $a = 0.3L$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $R_a = 0.4$ y $R_a = 0.6$ .....	359
Fig. 4-412. $R_a = 1.0$ , $\alpha a = 0.4$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $a = 0.3L$ .....	360
Fig. 4-413. $\alpha a = 0.5$ , $a = 0.3L$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $R_a = 0.4$ y $R_a = 0.6$ .....	360
Fig. 4-414. $R_a = 1.0$ , $\alpha a = 0.5$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $a = 0.3L$ .....	361
Fig. 4-415. $\alpha a = 0.1$ , $a = 0.5L$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $R_a = 0.4$ y $R_a = 0.6$ .....	361
Fig. 4-416. $R_a = 1.0$ , $\alpha a = 0.1$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $a = 0.5L$ .....	362
Fig. 4-417. $\alpha a = 0.2$ , $a = 0.5L$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $R_a = 0.4$ y $R_a = 0.6$ .....	362
Fig. 4-418. $R_a = 1.0$ , $\alpha a = 0.2$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $a = 0.5L$ .....	363
Fig. 4-419. $\alpha a = 0.3$ , $a = 0.5L$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $R_a = 0.4$ y $R_a = 0.6$ .....	363
Fig. 4-420. $R_a = 1.0$ , $\alpha a = 0.3$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $a = 0.5L$ .....	364
Fig. 4-421. $\alpha a = 0.4$ , $a = 0.5L$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $R_a = 0.4$ y $R_a = 0.6$ .....	364
Fig. 4-422. $R_a = 1.0$ , $\alpha a = 0.4$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $a = 0.5L$ .....	365
Fig. 4-423. $\alpha a = 0.5$ , $a = 0.5L$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $R_a = 0.4$ y $R_a = 0.6$ .....	365
Fig. 4-424. $R_a = 1.0$ , $\alpha a = 0.5$ , $h_c = 0.40m$ , $t_c = 0.40m$ , $a = 0.5L$ .....	366
Fig. 4-425. Viga rectangular, sección 40x40 .....	379
Fig. 4-426. Sección B-B.....	379
Fig. 4-427. Viga acartelada.....	381
Fig. 4-428. Detalle del acero de la viga acartelada .....	381
Fig. 4-429. Detalle del acero longitudinal superior .....	383
Fig. 4-430. Detalle del acero longitudinal superior .....	384

## INTRODUCCION

El siguiente estudio se enfoca en un procedimiento global de las propiedades paramétricas de las vigas acarteladas en base a investigaciones y normas nacionales e internacionales. Cuya función es la presentación de resultados derivados del análisis y diseño de los elementos estructurales modelados. La evaluación de las propiedades paramétricas de las vigas, es decir, sus dimensiones geométricas se analizan en función de la norma P.C.A. (1948) y ACI-318-02 (1999). De acuerdo a diferentes geometrías de cartelas según las establecidas en las tablas de la Portland.

Los parámetros de rigidez, los momentos de empotramiento y deflexión se calcularán mediante el software Microsoft Office Excel 2007 basados en los métodos de análisis estructural. Luego de estas evaluaciones se analizarán los modelos de vigas acarteladas por medio de la teoría de elementos finitos aplicando el software Etabs v9. La comparación de los resultados se señalará en función de diagramas y tablas.

Es conveniente resaltar el uso del programa Minitab v16 para el cálculo de la deflexión y ajuste de las gráficas por la teoría de carga elástica (doble integración).

Los resultados de los diagramas estáticos serán impresos para la primera viga acartelada evaluada por cada caso, el resto de los diagramas estáticos de las siguientes vigas serán omitidos de imprimir.

Finalmente, se cotejarán los diseños típicos de las vigas rectas y acarteladas en base a computos métricos y reflejarán las cantidades más eficientes de acuerdo al diseño por uso de acero y concreto.

# CAPITULO I

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1. El problema de la investigación

En Venezuela el uso de vigas acarteladas en la construcción de edificios de grandes luces, es frecuente ya que éstas ofrecen muchas ventajas como elemento arquitectónico y/o estructural. En primer lugar, dichas vigas aumentan considerablemente la rigidez lateral en las construcciones, de este modo se verifica el límite de la deriva; en segundo lugar, facilita la colocación de las instalaciones eléctricas, sanitarias y conductos de aire acondicionado. Otro aspecto a considerar es que estas son más costosas, porque se encarece el encofrado con más cantidades en acero de refuerzo metálico y de concreto.

A pesar de su uso común, no existe conocimiento de diseño práctico de una relación óptima de la geometría de sus elementos que aseguren su ductilidad en cuanto a diseño, economía y construcción. Como consecuencia, el diseño de las vigas acarteladas de concreto armado generalmente se plantea de acuerdo al criterio y experiencia del ingeniero estructural, y con la ayuda de referencias como las tablas de propiedades de la Portland Cement Association (PCA, 1948).

En términos generales los ingenieros han diseñado estructuras resistentes a sismos, particularmente en vigas acarteladas de concreto armado, para fines de rigidez lateral, ignorando el comportamiento de estos elementos en la unión viga-columna desde el punto de vista del momento de empotramiento y flecha para vigas de diseño particulares, como consecuencia de no conocer el diseño de una relación óptima de la geometría de sus elementos.

Debido a que actualmente no se dispone de estudios de las normas de construcción en Venezuela referidas al diseño de vigas acarteladas. En ésta investigación se propone evaluar los aspectos de diseño, economía y construcción

de vigas acarteladas de concreto armado, a través de la elaboración de modelos de elementos estructurales acartelados, calculando sus parámetros de rigideces, momento de empotramiento y flexiones empleando el método de análisis estructural a través del software Microsoft Office Excel 2007. Y el posterior análisis de dichos modelos por la teoría de elementos finitos, con la aplicación del programa estructural ETABSv9.

Con los resultados se permitirán hacer recomendaciones de acuerdo a sus ventajas y desventajas constructivas, pertinentes para cada tipo de viga acartelada.

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1 Objetivo General

Evaluar en forma paramétrica los aspectos de diseño estructural en vigas acarteladas de concreto armado.

### 1.2.2. Objetivos Específicos

1. Identificar las propiedades paramétricas de las vigas acarteladas y sus dimensiones.
2. Elaborar los tipos de vigas acarteladas de acuerdo a las tablas de diseño de la Portland Cement Association (PCA, 1948).
3. Calcular parámetros de rigideces, momento de empotramiento y deflexiones empleando el software Microsoft Office Excel 2007.
4. Analizar los modelos de vigas acarteladas por medio de la teoría de elementos finitos, mediante del programa ETABSv9.
5. Comparar los resultados de los momentos de empotramientos y flechas según cada elemento acartelado diseñado.
6. Comparar los diseños típicos de vigas rectas y acarteladas con base a parámetros de costo.

### 1.3. Alcance y limitaciones

- a) La evaluación del proceso numérico se realizó mediante los métodos de análisis estructural.
- b) Los modelos de las vigas son de sección variable, (no prismática, no parabólica) tipo cartela y simétrica especialmente para grandes luces y/o cargas elevadas.
- c) Los prototipos de las vigas se diseñaron para luces de 1m y 7m, con el fin de encontrar los coeficientes adimensionales para cada parámetro de rigidez, factor de transporte, momento y deflexión de dichas vigas.
- d) En el programa ETABSv 9 no se procedió a definir el espectro de diseño a fin de contemplar la acción sísmica (carga sísmica especial), a su vez, no se determinó para los casos de análisis espectral. De esta manera se infiere un análisis del modelo teórico, cuyos resultados del mismo serán demostrados en tablas y diagramas.



#### 1.4. Aportes

Es importante precisar que los estudios de vigas con miembros acartelados no han sido divulgados en las normas actuales de construcción en Venezuela. No obstante, dichas vigas de sección transversal variable, se construyen frecuentemente en estacionamientos de edificios, centros comerciales, bibliotecas y toda estructura de grandes luces sin el conocimiento de diseño y práctico de una relación óptima de la geometría de sus elementos.

Por tal razón, el presente trabajo especial de grado posee gran relevancia para la ingeniería civil, ya que expone información valiosa desde el punto de vista metodológico que contribuirá en el diseño de vigas acarteladas no estudiada actualmente en las normas venezolanas.

## **CAPITULO II**

### **MARCO TEORICO**

#### **2.1. Definición de Vigas acarteladas**

Las vigas acarteladas se definen como elementos estructurales que varían de sección en los extremos de la unión con las columnas con la finalidad de disminuir las deflexiones y los momentos positivos cuando se incrementan los negativos. (San Bartolomé, 1998)

#### **2.2. Usos y ventajas**

El uso de vigas acarteladas de concreto reforzado son muy importante como alternativa estructural para el diseño de edificios de grandes luces, ya que proporcionan algunas ventajas sobre las vigas de concreto de sección constante, entre las cuales se pueden mencionar las siguientes:

- Aumenta la rigidez lateral.
- Reduce el peso.
- Reduce la altura de entrepiso.
- Disminuye la cantidad de concreto.
- Facilita la ubicación de las diferentes instalaciones (sanitarias, eléctricas, ductos de aire acondicionado), (Tena-Colunga, 1994)

La principal desventaja de estos elementos estructurales es en la colocación del encofrado por los diferentes cortes, y el ángulo de inclinación del acero de refuerzo metálico, que son totalmente diferentes a las vigas de sección constantes.

## **2.3. Tipos de vigas y sus características**

### 2.3.1. Vigas de sección constante

Son elementos en una dimensión, la correspondiente a su eje longitudinal, predomina sobre las otras dos, y las cargas actúan normales con relación a dicho eje. Las vigas simples y continuas están sometidas principalmente a corte y flexión, y algunas veces a torsión. Las vigas que forman parte de pórticos están sometidas además; a cargas axiales, pero en general los esfuerzos que producen son muy pequeños comparados con los de flexión y corte (Escamilla, 2000).

### 2.3.2. Vigas de sección variable

Son estructuras compuestas de tramos de secciones rectas y variables que se presentan por razones de arquitectura entre las que destacan capillas, iglesias, etc. Y en estructuras de grandes luces y altas sobrecargas como en el caso de los pórticos de los edificios y puentes hiperestáticos, donde se colocan elementos acartelados en los extremos de las vigas con la finalidad de disminuir las deflexiones y los momentos positivos con el fin de incrementar los momentos negativos. (San Bartolomé, 1998)

## **2.4. Rigideces de un miembro de Directriz Recta**

Las estructuras que se analizan corresponden al grupo denominado “Pórticos Planos”. Cada pórtico está formado por “miembros” y “juntas”. Un *miembro* es una barra directriz recta y de longitud mayor que las dimensiones de la sección transversal; una *junta* o *nodo*, es el punto de intersección de los ejes de los miembros. (Arias Alban, 1984)

En pórticos con miembros esbeltos, no triangulados, las deformaciones por flexión son más importantes que las axiales y que las deformaciones por corte. Cada deformación está asociada a una fuerza, y ambas están correlacionadas por medio de la *rigidez*, que se define como la relación: fuerza/deformación. Como consecuencia existen tantos tipos de rigideces como relaciones de fuerza/deformación puedan establecerse. (Arias Alban, 1984)

A continuación se presentan formulas generales y particulares para el cálculo de rigideces, deducidas por el principio de Viga Conjugada.

**a) Caso general de miembros de directriz recta:**

Sea un miembro de directriz recta, de sección transversal variable y extremos rígidos; Figura 2-1 entendiéndose por extremo rígido, el segmento que tiene propiedades de área y momento de inercia infinitos. Se adopta la siguiente notación: (Arias Alban, 1984)

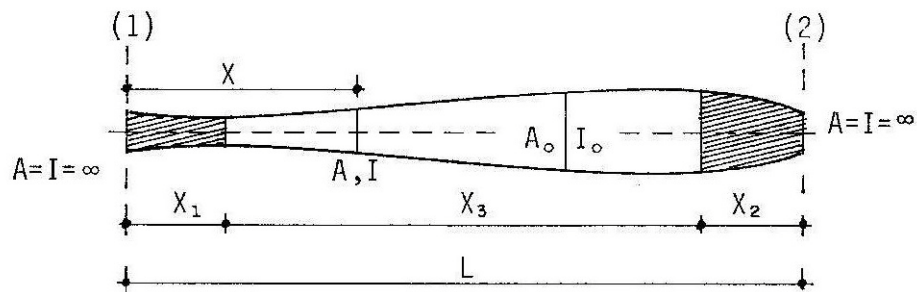


Fig. 2-1. Geometría de un miembro de directriz recta. Referencia (Arias Alban, 1984)

Donde:

E, G: módulos de elasticidad longitudinal y transversal, respectivamente.

$A_0, I_0$ : área y momento de inercia de la sección transversal de referencia, respectivamente.

$A = \alpha A_0$ : área de una sección transversal cualquiera, es la ley de variación de A.

$I = \beta I_0$ : momento de inercia de una sección transversal cualquiera;  $\beta$  es la ley de variación de  $I$ .

$f$ : factor de forma que depende de la distribución de los esfuerzos de corte.

$L$ : longitud total, luz del miembro.

$X_1, X_2$ : longitudes de los segmentos rígidos: izquierdo y derecho.

$Z = X/L$ : abscisa adimensional.

$K_1, K_2$ : rigideces a flexión: izquierda y derecha, respectivamente.

$a$ : constante de barra.

$\rho$ : rigidez a carga axial.

De acuerdo a las siguientes abscisas adimensionales:

$$Z_1 = \frac{X_1}{L} ; \quad Z_2 = \frac{X_2}{L} \quad y \quad Z_3 = \frac{X_3}{L} = 1 - Z_1 - Z_2 \quad \text{Ec. [2 - 1]}$$

$$K_1 = \frac{EI_0}{L} \times \frac{C_1}{D} \quad y \quad K_2 = \frac{EI_0}{L} \times \frac{C_2}{D} \quad \text{Ec. [2 - 2]}$$

$$a = \frac{EI_0}{L} \times \frac{C_3}{D} \quad y \quad \rho = \frac{EA_0}{L} \times \frac{1}{C_4} \quad \text{Ec. [2 - 3]}$$

Donde resulta que:

$$C_1 = \int_{Z_1}^{1-Z_2} \frac{Z^2}{\beta} dz + FC_4 \quad y \quad C_2 = \int_{Z_1}^{1-Z_2} \frac{(1-Z)^2}{\beta} dz + FC_4 \quad \text{Ec. [2 - 4]}$$

$$C_3 = \int_{Z_1}^{1-Z_2} \frac{Z(1-Z)}{\beta} dz - FC_4 \quad y \quad C_4 = \int_{Z_1}^{1-Z_2} \frac{1}{\alpha} dz \quad \text{Ec. [2 - 5]}$$

$$F = \frac{EI_0}{GA_0} \times \frac{f}{L^2} \quad y \quad D = C_1 C_2 - C_3^2 \quad \text{Ec. [2 - 6]}$$

En los problemas de flexión se definen, además, las siguientes rigideces:

$$b_1 = \frac{K_1 + a}{L} \quad ; \quad b_2 = \frac{K_2 + a}{L} \quad y \quad t = \frac{b_1 + b_2}{L} \quad Ec. [2 - 7]$$

Que se denominan: rigidez reciproca del extremo izquierdo, rigidez reciproca del extremo derecho y rigidez al corte respectivamente. (Arias Alban, 1984)

**b) Caso particular: sección constante donde, ( $\alpha = \beta = 1$ )**

i. Sección constante con extremos rígidos y deformación por corte.

$$K_1 = \frac{EI_0}{L} \times \frac{C_1}{D} \quad y \quad K_2 = \frac{EI_0}{L} \times \frac{C_2}{D} \quad Ec. [2 - 8]$$

$$a = \frac{EI_0}{L} \times \frac{C_3}{D} \quad y \quad \rho = \frac{EA_0}{L} \times \frac{1}{C_4} \quad Ec. [2 - 9]$$

$$C_1 = \frac{1}{3} Z_3 (3Z_1 Z_3 + 3Z_1^2 + Z_3^2) + FZ_3 \quad Ec. [2 - 10]$$

$$C_2 = \frac{1}{3} Z_3 (3Z_2 Z_3 + 3Z_2^2 + Z_3^2) + FZ_3 \quad Ec. [2 - 11]$$

$$C_3 = \frac{1}{6} Z_3 (6Z_1 Z_2 + 3Z_3 - 2Z_3^2) - FZ_3 \quad Ec. [2 - 12]$$

$$F = \frac{EI_0}{GA_0} \times \frac{f}{L^2} \quad y \quad D = C_1 C_2 - C_3^2 \quad Ec. [2 - 13]$$

- ii. Sección constante con extremos rígidos, sin deformación por corte, ( $F=0$ ).

$$K_1 = \frac{EI_0}{L} \times \frac{(12Z_1^2 + 12Z_1 Z_3 + 4Z_3^2)}{Z_3^3} \quad \text{Ec. [2 - 14]}$$

$$K_2 = \frac{EI_0}{L} \times \frac{(12Z_2^2 + 12Z_2 Z_3 + 4Z_3^2)}{Z_3^3} \quad \text{Ec. [2 - 15]}$$

$$a = \frac{EI_0}{L} \times \frac{(12Z_1 Z_2 + 6Z_3 - 4Z_3^2)}{Z_3^3} \quad y \quad \rho = \frac{EA_0}{L} \times \frac{1}{Z_3} \quad \text{Ec. [2 - 16]}$$

- iii. Sección constante sin extremos rígidos y sin deformación por corte ( $Z_1=Z_2=0$ ;  $Z_3=1$ )

Donde:

$$K_1 = K_2 = \frac{4EI_0}{L} \quad ; \quad a = \frac{2EI_0}{L} \quad y \quad b_1 = b_2 = \frac{6EI_0}{L^2} \quad \text{Ec. [2 - 17]}$$

$$t = \frac{12EI_0}{L^3} \quad y \quad \rho = \frac{EA_0}{L} \quad \text{Ec. [2 - 18]}$$

### ***Tipos de cartelas y sus relaciones geométricas***

En términos generales si en las cartelas rectas, prismáticas o parabólicas con ancho y alturas variables, se produce a la vez una variación de su sección en los planos horizontal y vertical, las cartelas deberán ser del mismo tipo y empezar en una sección común, indicada en la Fig. 2-2. (Arias Alban, 1984)

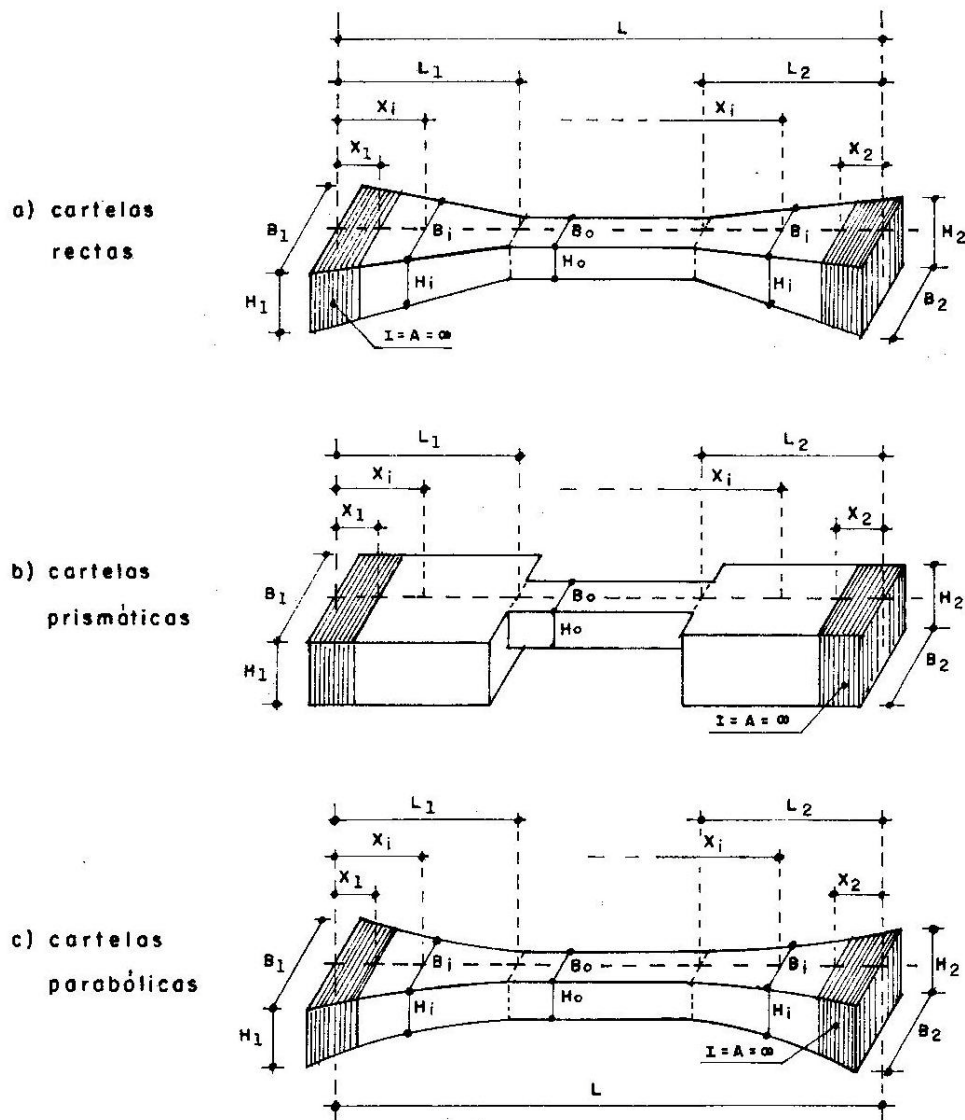


Fig. 2-2. Tipos de cartelas. Referencia (Arias Alban, 1984)



Se toma como referencia la sección transversal de dimensiones  $B_0H_0$ , se definen las siguientes relaciones adimensionales:

Cartela Izquierda

$$Ec. [2 - 19(a)] \quad \left\{ \begin{array}{l} Z_1 = \frac{X_1}{L} \\ Y_1 = \frac{L_1}{L} \\ U_1 = \frac{H_1}{H_0} \\ V_1 = \frac{B_1}{B_0} \end{array} \right.$$

Cartela Derecha

$$Ec. [2 - 19(b)] \quad \left\{ \begin{array}{l} Z_2 = \frac{X_2}{L} \\ Y_2 = \frac{L_2}{L} \\ U_2 = \frac{H_2}{H_0} \\ V_2 = \frac{B_2}{B_0} \end{array} \right.$$

Para una sección cualquiera "i", de abscisa  $X_i$  y dimensiones  $B_iH_i$ , como en la Fig. 2-2, las relaciones adimensionales resultan:

$$Z_i = \frac{X_i}{L} \quad ; \quad U_i = \frac{H_i}{H_0} \quad y \quad V_i = \frac{B_i}{B_0} \quad Ec. [2 - 20]$$

Y los factores de variación del área  $A$  y momento de inercia  $I$ :

$$\alpha_i = V_i \times U_i \quad y \quad \beta_i = V_i \times U_i^3 \quad Ec. [2 - 21]$$

Los valores de  $V_i$  y  $U_i$  dependen del tipo de cartela y se deducen a continuación:

#### a. Cartelas Rectas

De acuerdo a la Fig. 2-2(a) y las relaciones adimensionales de las ecuaciones [2 - 19(a)], [2 - 19(b)] y [2 - 20] se deduce por geometría:

Cartela Izquierda:  $Z_1 \leq Z_i \leq Y_1$

$$U_i = U_1 - \frac{Z_i(U_1 - 1)}{Y_1} \quad y \quad V_i = V_1 - \frac{Z_i(V_1 - 1)}{Y_1} \quad Ec. [2 - 22]$$

Cartela Derecha:  $(1 - Y_2) \leq Z_i \leq (1 - Z_2)$

$$U_i = U_2 - \frac{(1 - Z_i)(U_2 - 1)}{Y_2} \quad y \quad V_i = V_2 - \frac{(1 - Z_i)(V_2 - 1)}{Y_2} \quad Ec. [2 - 23]$$

**b. Cartelas Prismáticas:**

De la Fig. 2-2(b) y las relaciones adimensionales, dadas las ecuaciones [2 - 19(a)], [2 - 19(b)] y [2 - 20]:

Cartela Izquierda:  $Z_1 \leq Z_i \leq Y_1$

$$U_i = U_1 \quad y \quad V_i = V_1 \quad Ec. [2 - 24]$$

Cartela Derecha:  $(1 - Y_2) \leq Z_i \leq (1 - Z_2)$

$$U_i = U_2 \quad y \quad V_i = V_2 \quad Ec. [2 - 25]$$

**c. Cartelas Parabólicas:**

La ecuación de la parábola de la Fig. 2-3, en lo que respecta al sistema plano  $xy$ :

$$y = y_o * \left(1 - \frac{x}{x_o}\right)^2 \quad \text{Ec. [2 - 26(a)]}$$

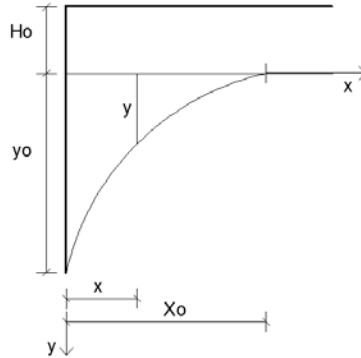


Fig. 2-3. Cartela parabólica: ecuación de la parábola. Referencia (Arias Alban, 1984)

Cartela Izquierda; de la Fig. 2-2(c) se tienen:

$$\left. \begin{array}{l} x = X_1 \quad ; \quad x_o = L_1 \quad y \quad y_o = H_1 - H_o \text{ en el plano vertical} \\ y_o = B_1 - B_o \quad \quad \quad \text{en el plano horizontal} \end{array} \right\} \quad \text{Ec. [2 - 26(b)]}$$

Reemplazando estos valores en Ec. [2-26(a)], con las relaciones adimensionales de las ecuaciones [2 - 19(a)] y [2 - 20], resulta:  $Z_1 \leq Z_i \leq Y_1$

$$\left. \begin{array}{l} U_i = 1 + (U_1 - 1) \left(1 - \frac{Z_i}{Y_1}\right)^2 \\ V_i = 1 + (V_1 - 1) \left(1 - \frac{Z_i}{Y_1}\right)^2 \end{array} \right\} \quad \text{Ec. [2 - 27]}$$

Cartela Derecha; de la Fig. 2-2(c):

$$\left. \begin{array}{l} x = L - X_i \quad ; \quad x_o = L_2 \quad y \quad y_o = H_2 - H_o \text{ en el plano vertical} \\ y_o = B_1 - B_o \quad \quad \quad \text{en el plano horizontal} \end{array} \right\} \quad \text{Ec. [2 - 28]}$$

Sustituyendo los valores en las ecuaciones [2-26(a)], con [2-19(b)] y la ecuación [2-20], se puede deducir las expresiones:  $(1 - Y_2) \leq Z_i \leq (1 - Z_2)$

$$\left. \begin{array}{l} U_i = 1 + (U_2 - 1) \left[ 1 - (1 - Z_i) / Y_2 \right]^2 \\ V_i = 1 + (V_2 - 1) \left[ 1 - (1 - Z_i) / Y_2 \right]^2 \end{array} \right\} \quad \text{Ec. [2 - 29]}$$

## Calculo de Rigideces

La Fig.2 -4 muestra una viga acartelada con la notación adoptada para las relaciones adimensionales de las ecuaciones [2-19(a)] y [2-19(b)]. (Arias Alban, 1984)

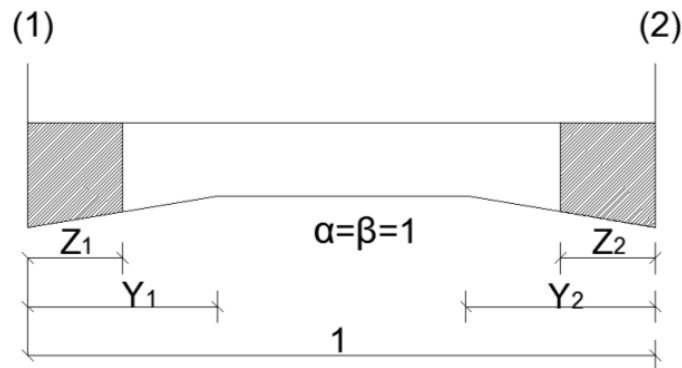


Fig. 2-4. Miembro de Directriz Recta: notación adimensional. Referencia (Arias Alban, 1984)

Las integrales de las ecuaciones [2-4], [2-5] y [2-6] se descomponen en integrales parciales correspondientes al sector de sección constante y a cada una de las cartelas. En otras palabras se asegura que las influencias de una cartelera muy pequeña o la de súbito cambio de inercia de una cartelera prismática, sean tomadas en cuenta sin necesidad de dividir el miembro en un alto número de segmentos iguales.

### a) Integración del Sector de Sección constante ( $\alpha = \beta = 1$ )

Integrando entre  $Y_1$  y  $(1 - Y_2)$ , resulta de las ecuaciones [2-4], [2-5] y [2-6] con algunas transformaciones algebraicas:

$$\left. \begin{aligned} C'_1 &= \int_{Y_1}^{1-Y_2} Z^2 dz = \frac{1}{3} [(1 - Y_2)^3 - Y_1^3] \\ C'_2 &= \int_{Y_1}^{1-Y_2} (1 - Z)^2 dz = C'_1 + C'_4(Y_2 - Y_1) \end{aligned} \right\} \text{Ec. [2 - 30]}$$

$$\left. \begin{aligned} C'_3 &= \int_{Y_1}^{1-Y_2} Z(1 - Z) dz = \frac{1}{2} C'_4 (1 + Y_1 - Y_2) - C'_1 \\ C'_4 &= \int_{Y_1}^{1-Y_2} dz = 1 - Y_1 - Y_2 \end{aligned} \right\} \text{Ec. [2 - 31]}$$

### b) Integración de la Cartela Izquierda

La integración entre los límites  $Z_1$  y  $Y_1$ , Fig. 2-5 se realiza mediante la fórmula de Simpson, para lo cual se divide el sector flexible de la cartela en un número par "n" de segmentos iguales, como se muestra en la figura a continuación: (Arias Alban, 1984)

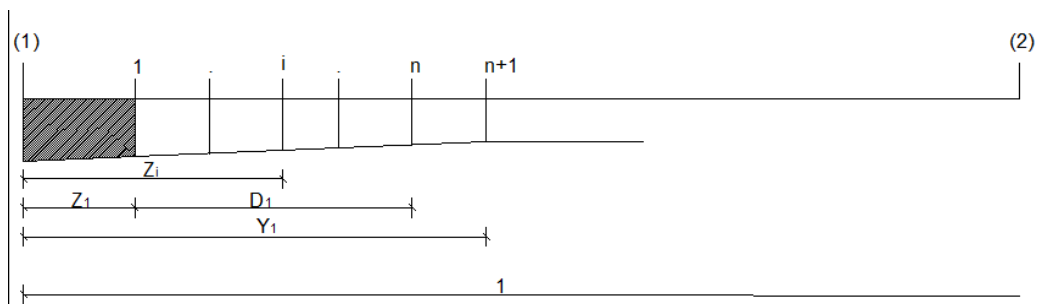


Fig. 2-5. Cartela Izquierda: notación adimensional. Referencia (Arias Alban, 1984)

La longitud flexible de la cartela es:

$$D_1 = Y_1 - Z_1 \quad \text{Ec. [2 - 32(a)]}$$

Pero si la cartela es de longitud igual a la luz del miembro, es decir si  $Y_1=1$ , resulta de la Fig. 2-4:

$$D_1 = 1 - Z_1 - Z_2 \quad \text{Ec. [2 - 32(b)]}$$

De modo que:

$$n = 2[\text{Int}(10D_1) + 1] \geq 4 \quad \text{Ec. [2 - 32(c)]}$$

Donde *Int* indica el valor de la parte entera del producto encerrado en el paréntesis.

De esta manera se establece un mínimo de 4 segmentos para una longitud flexible de la cartela igual o menor que  $L/10$ , y un máximo de 22 segmentos para una longitud flexible de la cartela igual a  $L$ .

El esquema de cálculo es el siguiente:

Tabla. 2-1. Referencia (Arias Alban, 1984)

				(1)	(2)	(3)	(4)
	Z	$\alpha$	$\beta$	$Z^2/\beta$	$(1-Z)^2/\beta$	$Z(1-Z)/\beta$	$1/\alpha$
1	$Z_1$	.	.	.	.	.	.
.		.	.	.	.	.	.
i	$Z_i$	.	.	.	.	.	.
.		.	.	.	.	.	.
n+1	$Y_1$	.	.	.	.	.	.
n+2				$C''_1$	$C''_2$	$C''_3$	$C''_4$

La formula de Simpson, escrita en forma apropiada para la programación, resulta:

$$C''_3 = \frac{D}{3n} [(f_{j,1} - f_{j,n+1}) + 4(f_{j,2} + f_{j,4} + \dots + f_{j,n}) + 2(f_{j,3} + f_{j,5} + \dots + f_{j,n+1})] \quad \text{Ec. [2 - 32(d)]}$$

Donde  $f_{j,i}$  representa el valor particular de la función “j” en la sección “i”.

Para la aplicación de la ecuación [2 – 32(d)], únicamente son los valores correspondientes a las columnas marcadas: (1), (2), (3) y (4) de la Tabla. 2-1.

### c) Integración de la Cartela Derecha

El procedimiento es similar al descrito anteriormente, con los límites de integración:  $(1- Y_2)$ ,  $(1- Z_2)$ , de acuerdo a la Figura 2-6.

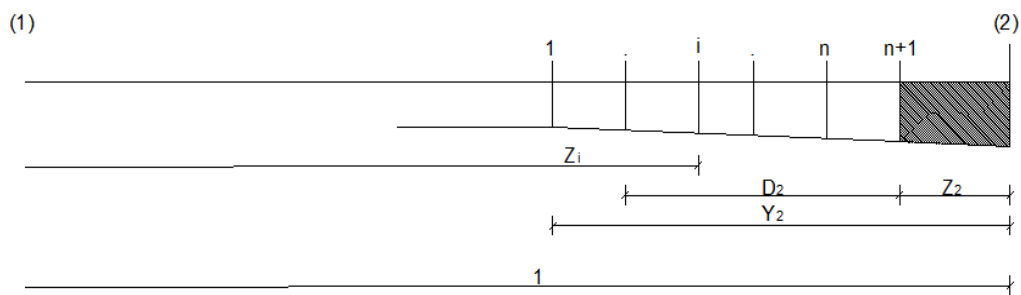


Fig. 2-6. Cartela Derecha: notación adimensional. Referencia (Arias Alban, 1984)

La longitud flexible de la cartela será:

$$D_2 = Y_2 - Z_2 \quad \text{Ec. [2 – 33(a)]}$$

Pero si  $Y_2=1$ ,

$$D_2 = 1 - Z_1 - Z_2 \quad \text{Ec. [2 – 33(b)]}$$

El número de segmentos, resulta:

$$n = 2[Int(10D_2) + 1] \geq 4 \quad \text{Ec. [2 – 33(c)]}$$

La aplicación del esquema de la tabla 2-1 y la ecuación [2 -32(d)], entre los límites señalados para la cartela derecha, proporciona otros resultados tales como:  $C''_1, C''_2, C''_3, C''_4$ .



La sumatoria de los valores parciales permite representar las ecuaciones [2-4], [2-5] y [2-6] a continuación:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= C'_1 + C''_1 + C'''_1 + C_5 \quad ; \quad C_2 = C'_2 + C''_2 + C'''_2 + C_5 \\ C_3 &= C'_3 + C''_3 + C'''_3 - C_5 \quad ; \quad C_4 = C'_4 + C''_4 + C'''_4 \\ C_5 &= FC_4 \quad ; \quad F = \frac{E}{G} \frac{f}{12} \left( \frac{H_o}{L} \right)^2 \quad ; \quad D = C_1 C_2 - C_2^3 \end{aligned} \right\} \quad Ec. [2 - 34]$$

Las rigideces se calculan con las ecuaciones [2-1], [2-2] y [2-3] donde el área y el momento de inercia de la sección de referencia, son:

$$A_o = B_o \times H_o \quad y \quad I_o = B_o \times \frac{H_o^3}{12} \quad Ec. [2 - 35]$$

## 2.5. Método de la Viga Conjugada

El método de la viga conjugada permite extender el método de la carga elástica a vigas con otros tipos de apoyo y condiciones de frontera, reemplazando los apoyos reales con apoyos conjugados para generar una viga conjugada. El efecto de estos apoyos ficticios es imponer las condiciones de frontera que aseguren que el cortante y el momento, producidos en una viga cargada con el diagrama  $M/EI$ , sean iguales a la *pendiente* y la *deflexión*, respectivamente de la viga real. (Kenneth & Chia- Ming, 2006)

Para ilustrar el método, se considera la relación entre el cortante y el momento (generados por las cargas elásticas) y la configuración deformada de la viga en voladizo que se muestra en la figura 2-7(a).

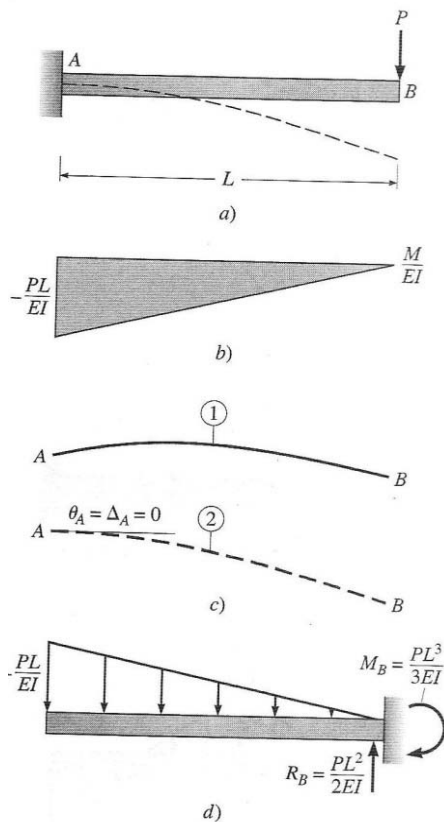


Fig. 2-7. a) Configuración deformada de una viga en voladizo. b) Diagrama  $M/EI$  que establece la variación en la curvatura. c) La curva 1 muestra una configuración deformada compatible con el diagrama  $M/EI$  del inciso b), pero no con las condiciones de frontera en el punto A. La curva 2 muestra la curva 1 rotada como cuerpo rígido en el sentido horario hasta que la pendiente en A es horizontal. D) Viga conjugada con carga elástica. Referencia (Kenneth & Chia- Ming, 2006)

El diagrama  $M/EI$  asociado a la carga concentrada  $P$  que actúa sobre la estructura real establece la curvatura en todos los puntos a lo largo del eje de la viga (figura 2-7(b)). Por ejemplo, en B, donde el momento es cero, la curvatura también es cero. No obstante, en A la curvatura es mayor e igual a  $-PL/EI$ . Ya que la curvatura es negativa en todas las secciones a lo largo del eje del miembro, entonces la viga se flexiona con concavidad hacia abajo sobre toda su longitud, como se muestra en la curva 1 de la figura 2-7(c). Si bien la configuración deformada dada por la curva 1 es compatible con el diagrama  $M/EI$ , ésta no representa correctamente la configuración deformada del voladizo, ya que la pendiente del extremo izquierdo no es compatible con las condiciones de frontera impuestas por el empotramiento en A; es decir, la pendiente y la deflexión en A debe ser cero, como se muestra en la curva 2. (Kenneth & Chia- Ming, 2006)

En síntesis, se concluye que si la pendiente y la pendiente en A deben ser cero, entonces también los valores del *cortante elástico* y el *momento elástico* en A tienen que ser iguales a cero. Puesto que la única condición de frontera que satisface este requerimiento es el extremo libre, se elimina el apoyo A; si no existe apoyo, no se pueden desarrollar reacciones. Además estableciendo la pendiente y la deflexión correctas en el extremo del miembro, se asegura que éste se encuentre orientado correctamente. (Kenneth & Chia- Ming, 2006)

Por otro lado, como en el extremo libre del voladizo real pueden existir tanto pendiente como deflexión, debe proporcionarse a B un apoyo que tenga capacidad para cortante y momento. En consecuencia, en la viga conjugada es preciso introducir un *empotramiento imaginario* en B. La figura 2-7(d) muestra la viga conjugada cargada con el diagrama  $M/EI$ . Las reacciones en B de la viga conjugada, generadas por la carga elástica (diagrama  $M/EI$ ), proporcionan la pendiente y la deflexión de la viga real en ese punto.

De forma ilustrativa se muestra las estructuras conjugadas correspondientes a ocho ejemplos de estructuras reales. Si la estructura real es indeterminada, la estructura conjugada será inestable (Ver figura 2-8e a h). En esta condición el diagrama  $M/EI$  generado por las fuerzas que actúan sobre la estructura real produce cargas elásticas que mantienen a la estructura conjugada en equilibrio. (Kenneth & Chia- Ming, 2006)

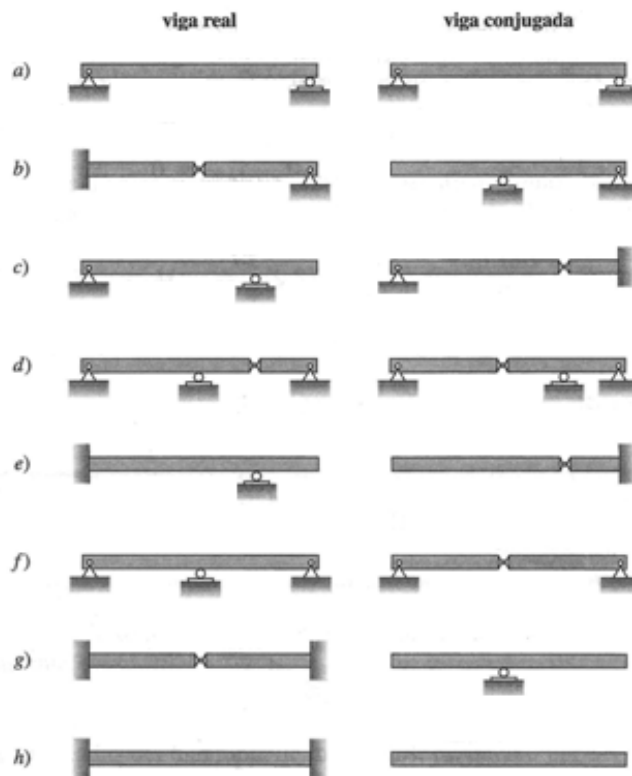


Fig. 2-8. Ejemplos de vigas conjugadas. Referencia (Kenneth & Chia- Ming, 2006)

Por ejemplo, en la figura 2-9, se muestra la estructura conjugada de una viga doblemente empotrada cargada por el diagrama  $M/EI$  asociado a una carga concentrada que se aplica en el centro de la luz de la viga real. Aplicando las ecuaciones de estática a la estructura completa, se verifica que la estructura

conjugada se encuentra en equilibrio con respecto a la suma de fuerzas en la dirección vertical y a la suma de momentos alrededor de cualquier punto.

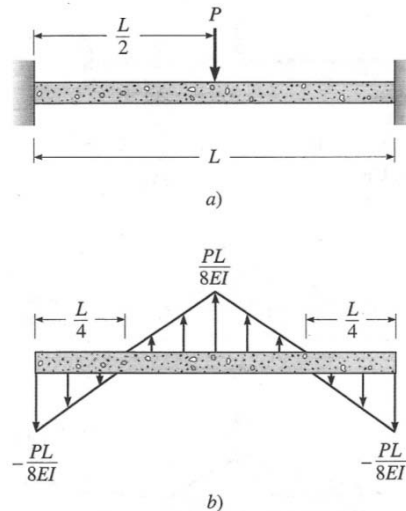


Fig. 2-9. a) Viga doblemente empotrada con carga concentrada al centro. b) Viga conjugada cargada con el diagrama  $M/EI$ . La viga conjugada, que no tiene apoyos, se mantiene en equilibrio por las cargas aplicadas. Referencia (Kenneth & Chia- Ming, 2006)

### *Relación entre la viga real y la viga conjugada*

Se pueden establecer ciertas relaciones definidas entre dichas vigas. Algunas de estas relaciones son las siguientes: (Kinney, 1960)

- La luz de la viga conjugada es igual a la luz de la viga real.
- La carga de la viga conjugada es el diagrama  $M/EI$  de la viga real.
- El corte en cualquier sección de la viga conjugada es igual a la flecha en la sección correspondiente de la viga real.
- El momento en cualquier sección de la viga conjugada es igual a la flecha en la sección correspondiente a la viga real.

## 2.6. Formulas de Bresse

Estas formulas tienen por objeto la determinación de las componentes horizontal  $u$ , vertical  $v$  y de rotación  $\theta$  de su plano, del centro de gravedad de una sección transversal de un miembro elástico solicitado por un sistema de fuerzas en equilibrio en función de las componentes de desplazamiento del centro de gravedad de otra sección transversal del mismo miembro. (Luchsinger, 1974)

Sea un miembro cualquiera como el de la Fig. 2-10. Una sección cualquiera queda definida por sus coordenadas  $(x; y)$  y por el ángulo  $\phi$  medido en el sentido  $xy$  a partir del eje  $x$  hasta encontrar a la tangente dirigida en el sentido positivo de avance de los arcos  $+s$ . (Luchsinger, 1974)

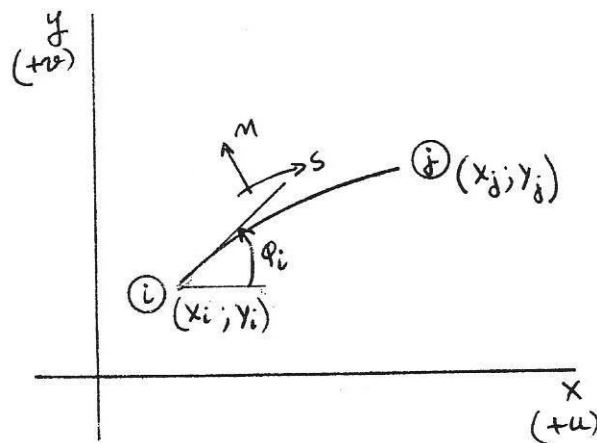


Fig. 2-10. Referencia (Luchsinger, 1974)

En la figura 2-11 se muestra un miembro curvo y se indica la magnitud y el sentido positivo para el ángulo  $\phi$ . El sentido positivo para la rotación  $\theta$  es el contrario al de las agujas del reloj.

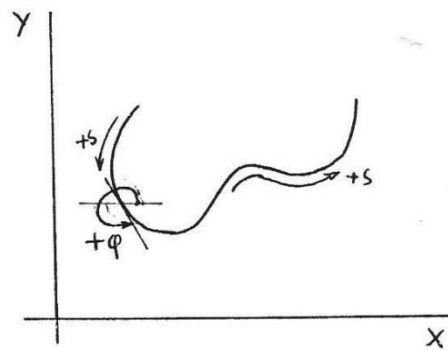


Fig. 2-11. Miembro curvo. Referencia (Luchsinger, 1974)

Considerando un miembro cualquiera  $ij$  de una estructura, tal como el de la Fig. 2-12, bajo un sistema cualquiera de solicitaciones, se van a determinar a continuación las componentes de desplazamiento de  $j$  en función de las de  $i$ , lo cual se hará por el método de los trabajos virtuales. (Luchsinger, 1974)

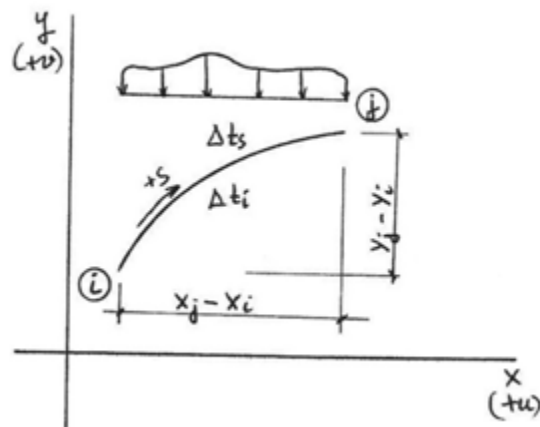


Fig. 2-12. Referencia (Luchsinger, 1974)

Para el cálculo de  $\theta_j$  el sistema  $P'$  se indica en la Fig. 2-13. Aplicando:

$$1 * \theta_j - 1 * \theta_i = \int_i^j \frac{M ds}{EI} + \int_i^j \frac{\alpha_t \Delta(\Delta t) ds}{h} \quad \text{Ec. [2 - 36]}$$

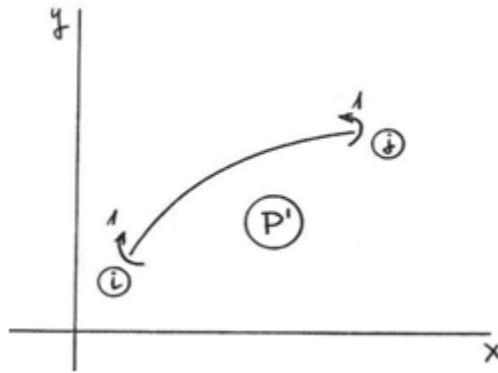


Fig. 2-13. Referencia (Luchsinger, 1974)

De donde:

$$\theta_j = \theta_i + \int_i^j \frac{M ds}{EI} + \int_i^j \frac{\alpha_t \Delta(\Delta t) ds}{h} \quad \text{Ec. [2 - 37]}$$

Para la determinación de  $u_j$  el sistema P' es el que se indica en la Fig. 2-14 (a)

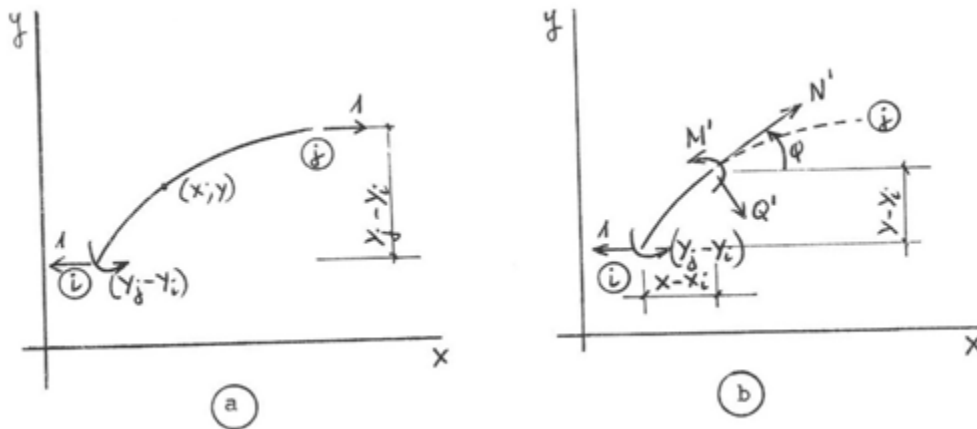


Fig. 2-14. Referencia (Luchsinger, 1974)

Las características de sollicitación de una sección intermedia cualquiera de coordenadas  $(x; y)$  se indican en la Fig. 2-14(b).

$$N' = \cos \phi \quad Q' = \sin \phi \quad M' = 1 * (y - y_i) - (y_j - y_i) = y - y_j$$



Aplicando el principio de los trabajos virtuales:

$$1 * u_j - 1 * u_i + (y_j - y_i) * \theta_i = \int_i^j \frac{(y-y_j)M ds}{EI} + \int_i^j \frac{N \cos \phi ds}{AE} + C_Q \int_i^j \frac{Q \text{sen } \phi ds}{AG} +$$

$$\int_i^j \cos \phi * \alpha_t \Delta t_o ds - \int_i^j \frac{(y_j-y) \alpha_t \Delta(\Delta t) ds}{h}$$

De donde

$$u_j = u_i - (y_j - y_i) * \theta_i - \int_i^j \frac{(y_j-y)M ds}{EI} + \int_i^j \frac{N \cos \phi ds}{AE} + C_Q \int_i^j \frac{Q \text{sen } \phi ds}{AG} + \int_i^j \cos \phi * \alpha_t * \Delta t_o ds - \int_i^j \frac{(y_j-y) \alpha_t \Delta(\Delta t) ds}{h} \quad \text{Ec. [2 - 38]}$$

El sistema P' para calcular  $v_j$  es el indicado en la Fig. 2-15 (a).

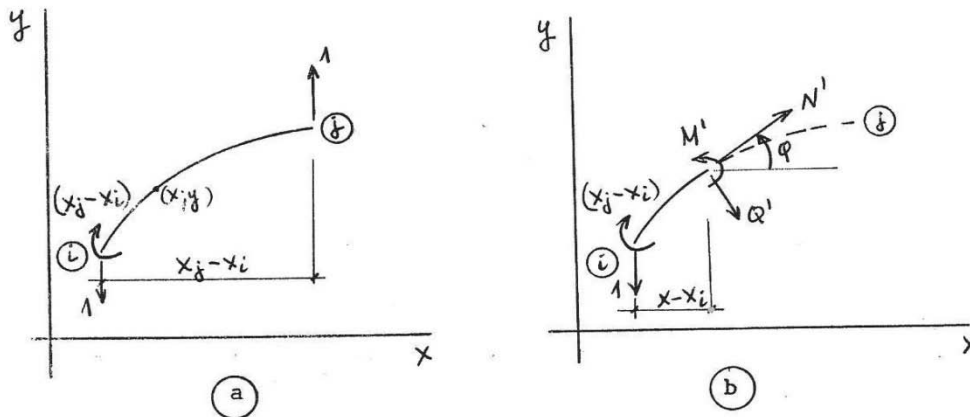


Fig. 2-15 Referencia (Luchsinger, 1974)

Del equilibrio en la Fig. 2-15(b), se obtiene:

$$N' = \text{sen } \phi \quad Q' = -\text{cos } \phi \quad M' = (x_j - x_i) - 1 * (x - x_i) = x_j - x$$

Aplicando el principio de los trabajos virtuales:

$$1 * v_i - (x_j - x_i) * \theta_i + 1 * v_j = \int_i^j \frac{(x_j - x) M ds}{EI} + \int_i^j \frac{N \operatorname{sen} \phi ds}{AE} - C_Q \int_i^j \frac{Q \cos \phi ds}{AG} + \int_i^j \operatorname{sen} \phi * \alpha_t * \Delta t_o ds + \int_i^j \frac{M(x_j - x) \alpha_t \Delta(\Delta t) ds}{h}$$

De donde:

$$v_j = v_i + (x_j - x_i) * \theta_i + \int_i^j \frac{(x_j - x) M ds}{EI} + \int_i^j \frac{N \operatorname{sen} \phi ds}{AE} - C_Q \int_i^j \frac{Q \cos \phi ds}{AG} + \int_i^j \operatorname{sen} \phi * \alpha_t * \Delta t_o ds + \int_i^j \frac{(x_j - x) \alpha_t \Delta(\Delta t) ds}{h} \quad \text{Ec. [2 - 39]}$$

Las expresiones [2-37], [2-38] y [2-39] constituyen las formulas de Bresse en forma general (primer grupo).

Si  $i$  coincide con el origen,  $x_i = y_i = 0$  y se obtiene el segundo grupo de formulas de Bresse (Fig. 2-16).

$$u_j = u_i - y_j * \theta_i - \int_i^j \frac{(y_j - y) M ds}{EI} + \int_i^j \frac{N \cos \phi ds}{AE} + C_Q \int_i^j \frac{Q \operatorname{sen} \phi ds}{AG} + \int_i^j \cos \phi * \alpha_t * \Delta t_o ds - \int_i^j \frac{(y_j - y) \alpha_t \Delta(\Delta t) ds}{h}$$

$$v_j = v_i + x_j * \theta_i + \int_i^j \frac{(x_j - x) M ds}{EI} + \int_i^j \frac{N \operatorname{sen} \phi ds}{AE} - C_Q \int_i^j \frac{Q \cos \phi ds}{AG} + \int_i^j \operatorname{sen} \phi * \alpha_t * \Delta t_o ds + \int_i^j \frac{(x_j - x) \alpha_t \Delta(\Delta t) ds}{h}$$

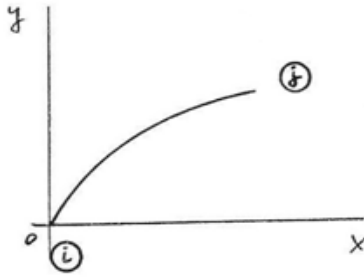


Fig. 2-16. Referencia (Luchsinger, 1974)

$$\theta_j = \theta_i + \int_i^j \frac{M ds}{EI} + \int_i^j \frac{\alpha_t \Delta(\Delta t) ds}{h}$$

Expresando el sistema anterior en función del sistema de coordenadas ortogonales x, y:

$$dx = ds \cos \phi \quad dy = ds \sin \phi$$

Se obtiene el tercer grupo de formulas de Bresse:

$$u_j = u_i - (y_j - y_i) * \theta_i$$

$$- \int_0^{y_j} \frac{(y_j - y) M dy}{EI \sin \phi} + \int_0^{x_j} \frac{N dx}{AE} + C_Q \int_0^{y_j} \frac{Q dy}{AG} + \int_0^{x_j} \alpha_t * \Delta t_o dx$$

$$- \int_0^{y_j} \frac{(y_j - y) \alpha_t \Delta(\Delta t) dy}{h \sin \phi}$$

$$v_j = v_i + (x_j - x_i) * \theta_i$$

$$+ \int_0^{x_j} \frac{(x_j - x) M dx}{EI \cos \phi} + \int_0^{y_j} \frac{N dy}{AE} - C_Q \int_0^{x_j} \frac{Q dx}{AG} + \int_0^{y_j} \alpha_t * \Delta t_o dy$$

$$+ \int_0^{x_j} \frac{(x_j - x) \alpha_t \Delta(\Delta t) dx}{h \cos \phi}$$

$$\theta_j = \theta_i + \int_0^{x_j} \frac{M dx}{EI \cos \phi} + \int_0^{x_j} \frac{\alpha_t \Delta(\Delta t) dx}{h \cos \phi} = \theta_A + \int_0^{y_j} \frac{M dy}{EI \sin \phi} + \int_0^{y_j} \frac{\alpha_t \Delta(\Delta t) dy}{h \sin \phi}$$

Cuando el miembro  $ij$  es de eje recto y horizontal (Fig.2-17), se tiene:

$$y_j = y_i = y$$

$$\cos \phi = 1$$

$$\sin \phi = 0$$

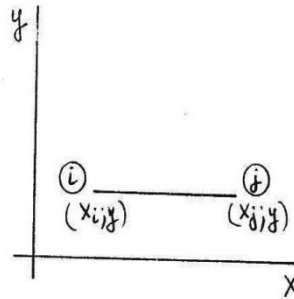


Fig. 2-17. Referencia (Luchsinger, 1974)

$$u_j = u_i + \int_{x_i}^{x_j} \frac{N dx}{AE} + \int_{x_i}^{x_j} \alpha_t * \Delta t_o dx$$

$$v_j = v_i + (x_j - x_i) * \theta_i + \int_{x_i}^{x_j} \frac{(x_j - x) M dx}{EI} - C_Q \int_{x_i}^{x_j} \frac{Q dx}{AG} + \int_{x_i}^{x_j} \frac{(x_j - x) \alpha_t \Delta(\Delta t) dx}{h}$$

$$\theta_j = \theta_i + \int_{x_i}^{x_j} \frac{M dx}{EI} + \int_{x_i}^{x_j} \frac{\alpha_t \Delta(\Delta t) dx}{h}$$

Si el miembro de eje recto coincide con el eje  $x$  y su extremo  $i$  con el origen de coordenadas (Fig. 2-18).

$$y_i = y_j = y = 0$$

$$\cos \phi = 1$$

$$\sin \phi = 0$$

$$x_i = 0 \quad x_j = l$$

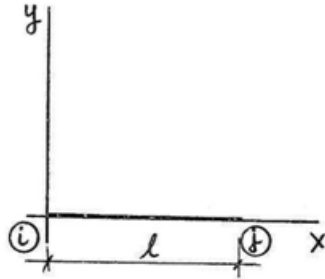


Fig. 2-18. Referencia (Luchsinger, 1974)

Se obtiene el quinto grupo de fórmulas de Bresse:

$$u_j = u_i + \int_0^l \frac{N dx}{AE} + \int_0^l \alpha_t * \Delta t_o dx$$

$$v_j = v_i + l * \theta_i + \int_0^l \frac{(l-x) M dx}{EI} - C_Q \int_0^l \frac{Q dx}{AG} + \int_0^l \frac{(l-x) \alpha_t \Delta(\Delta t) dx}{h}$$

$$\theta_j = \theta_i + \int_0^l \frac{M dx}{EI} + \int_0^l \frac{\alpha_t \Delta(\Delta t) dx}{h}$$

## 2.7. Análisis de vigas y pórticos rígidos estáticamente indeterminados compuestos de barras no prismáticas

En términos generales el método de la distribución de momentos se puede utilizar en el análisis de vigas y pórticos indeterminados con barras no prismáticas. Los conceptos fundamentales de los procedimientos de la distribución de momentos son los mismos empleados en las estructuras compuestas de barras prismáticas, y sin embargo las expresiones de los momentos de empotramiento, rigideces y factores de transporte, deducidas específicamente para barras prismáticas no son validas para las no prismáticas.

A continuación se desarrollara primero los métodos y formulas para obtener estos datos en barras no prismáticas. Segundo, el análisis de las estructuras se lleva cabo en la forma usual de la distribución de momentos.

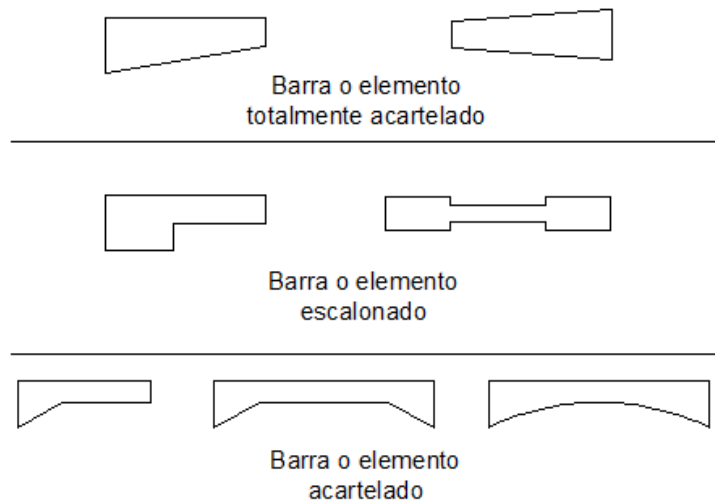


Fig. 2-19. Referencia (Hsieh, 1984)

- I. Expresiones integrales para momentos de empotramiento perfecto, rigideces y factores de transporte.

Para una viga con  $EI$  variable, con sus extremos empotrados y sometida a flexión por cargas aplicadas en el vano, las expresiones generales para los momentos de empotramiento se pueden obtener por el método del trabajo mínimo, de acuerdo las formulas:

$$\int_0^L \frac{M dx}{EI} = 0 \quad \int_0^L \frac{M x}{EI} dx = 0$$

Si la viga está construida del mismo material, se puede suponer que  $E$  es constante. Y las expresiones anteriores se convierten en:

$$\int_0^L \frac{M dx}{I} = 0 \quad \text{Ec. [2 - 40]} \quad \int_0^L \frac{M x}{I} dx = 0 \quad \text{Ec. [2 - 41]}$$

Donde  $M$  e  $I$  son funciones de  $x$ .

Un ejemplo de encontrar el momento de empotramiento en  $a$  en la viga de la Fig. 2-20 debido a una carga uniforme aplicada sobre toda la luz. Las componentes  $M_{ab}^F$  y  $V_a$  de la reacción desconocida en el extremo  $a$ , se representan mediante las líneas de trazos.

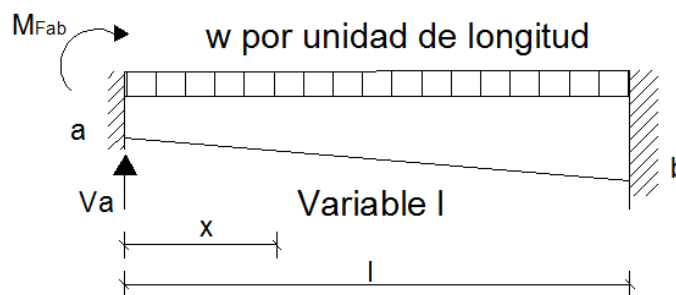


Fig. 2-20. Referencia (Hsieh, 1984)

El momento en cualquier sección a una distancia  $x$  del extremo izquierdo es

$$M = M_{ab}^F + V_a x - \frac{wx^2}{2}$$

Sustituyendo a  $M$  en las ecuaciones [2-40] y [2-41] resulta

$$M_{ab}^F \int_0^L \frac{dx}{I} + V_a \int_0^L \frac{xdx}{I} - \frac{w}{2} \int_0^L \frac{x^2 dx}{I} = 0 \quad \text{Ec. [2 - 42]}$$

$$M_{ab}^F \int_0^L \frac{xdx}{I} + V_a \int_0^L \frac{x^2 dx}{I} - \frac{w}{2} \int_0^L \frac{x^3 dx}{I} = 0 \quad \text{Ec. [2 - 43]}$$

Eliminando  $V_a$  de las ecuaciones [2-42] y [2-43] se obtiene:

$$M_{ab}^F = \left(\frac{w}{2}\right) \frac{\left(\int_0^L \frac{x^2 dx}{I}\right)^2 - \int_0^L \frac{xdx}{I} * \int_0^L \frac{x^3 dx}{I}}{\int_0^L \frac{dx}{I} * \int_0^L \frac{x^2 dx}{I} - \left(\int_0^L \frac{xdx}{I}\right)^2} \quad \text{Ec. [2 - 44]}$$

El momento de empotramiento en  $b$  puede obtenerse también de la ecuación Ec. [2-44], tomando como origen de la integral el punto  $b$  y utilizando signo contrario. Para una barra con  $I$  variable,  $M_{ab}^F$  y  $M_{ba}^F$  son generalmente distintos, excepto en el caso de una configuración simétrica del sistema.

Para desarrollar una barra de sección uniforme, de la ecuación [2-44] se reduce a

$$M_{ab}^F = -M_{ba}^F = \left(\frac{w}{2}\right) \frac{\left(\int_0^L x^2 dx\right)^2 - \int_0^L x dx * \int_0^L x^3 dx}{\int_0^L dx * \int_0^L x^2 dx - \left(\int_0^L x dx\right)^2} = -\left(\frac{wL^2}{12}\right) \quad \text{Ec. [2 - 45]}$$



En términos generales para desarrollar una expresión para la rigidez y los factores de transporte de una barra con  $I$  variable. La definición de rigidez de un extremo de una barra, como el momento en el extremo necesario para producir una rotación unitaria en este extremo (extremo simple), mientras que el otro está empotrado. Y la definición de factor de transporte es la relación del momento inducido en el otro extremo (empotrado) y el momento aplicado en este extremo.

Por ejemplo se considera la viga de la Fig. 2-20, que se somete a la acción de un momento  $M_{ab}$  en el extremo  $a$  (extremo simple). El momento inducido en el otro extremo  $b$  (empotrado) es, por definición  $C_{ab}M_{ab}$ , siendo  $C_{ab}$  el factor de transporte de  $a$  hacia  $b$ .

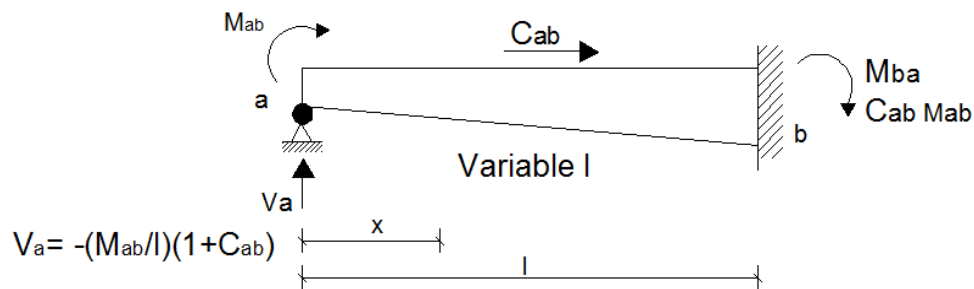


Fig. 2-21. Referencia (Hsieh, 1984)

En la Fig. 2-21 se indica también la reacción o fuerza cortante en el extremo  $a$ ,  $V_a$ , expresada en función de  $M_{ab}$  y  $C_{ab}$ . El momento en cualquier sección a la distancia  $x$  del extremo izquierdo es

$$M = M_{ab} + V_a x = M_{ab} \left[ 1 - \frac{x}{l} (1 + C_{ab}) \right] \quad \text{Ec. [2 - 46]}$$

Como el desplazamiento vertical en el extremo  $a$  es cero,

$$\frac{\partial W}{\partial V_a} = \int_0^l \frac{M \left( \frac{\partial M}{\partial V_a} \right) dx}{I} = 0 \quad \text{Ec. [2 - 47]}$$

Sustituyendo la ecuación [2-46] y  $\frac{\partial M}{\partial v_a} = x$  en la Ec. [2-47], se tiene

$$M_{ab} \int_0^l \frac{Ec. [1 - \left(\frac{x}{l}\right) * (1 + C_{ab})] x dx}{I} = 0$$

De donde

$$C_{ab} = \frac{l \int_0^l \frac{x dx}{I} - \int_0^l (x^2 dx) / I}{\int_0^l (x^2 dx) / I} \quad Ec. [2 - 48]$$

El factor de transporte de  $b$  hacia  $a$ , llamado  $C_{ab}$ , puede obtenerse de la misma expresión tomando el origen de la integral en  $b$ .

Para una barra de sección no uniforme,  $C_{ab}$  y  $C_{ba}$  son distintos, pero para una barra de sección constante, la Ec. [2-48] se reduce a

$$C_{ab} = C_{ba} = \frac{l \int_0^l (x dx) - \int_0^l x^2 dx}{\int_0^l x^2 dx} = 1/2$$

II. Determinación de momentos de empotramiento, rigideces y factores de transporte por el método de la viga conjugada: solución numérica.

Para determinar los momentos de empotramiento, las rigideces y los factores de transporte de una barra con momento de inercia variable, es por medio de la viga conjugada, solución numérica que se ilustrará a continuación.

Por ejemplo sea una viga ahusada de ancho constante  $l$ , con una altura  $d$  en el extremo más bajo y  $1,5d$  en el otro, se debe hallar los momentos de empotramiento en los extremos, debidos a una carga uniformemente repartida de intensidad  $w$  por unidad de longitud en toda la luz  $L$ , Fig. 2-22 (a). El momento de inercia de la sección en el extremo  $a$  se llamara  $I_a$ :

$$I_a = \frac{1}{12} t d^3$$

El momento de inercia en cualquier sección a una distancia  $x$  del extremo  $a$ , está dado por:

$$I_x = \frac{1}{12} t d_x^3 = \frac{t d^3}{12} \left(1 + \frac{x}{2l}\right)^3 = I_a \left(1 + \frac{x}{2l}\right)^3$$

Si se divide la longitud de la viga en diez partes iguales, esto es,  $x= 0,1l; 0,2l; \dots$ etc. Así el valor de  $I$  en cada uno de los diez puntos será el indicado en la Fig. 2-22(b).

El diagrama de momento flector se dibuja en tres partes, una en función de  $wl^2$  otra en función de  $M_{ab}^F$  y la otra en función de  $M_{ba}^F$ , indicado en la Fig. 2-22(c).

La viga conjugada para una viga doblemente empotrada es una viga sin apoyos que mantiene su equilibrio bajo la carga elástica del diagrama  $M/EI$ . Ver Fig. 2-22 (d).

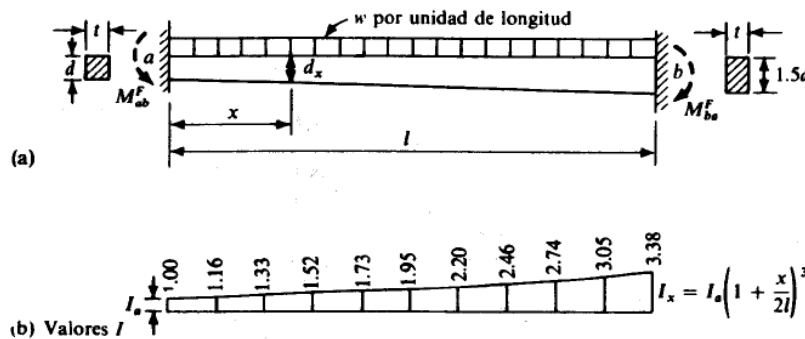


Fig. 2-22 a, b. Referencia (Hsieh, 1984)

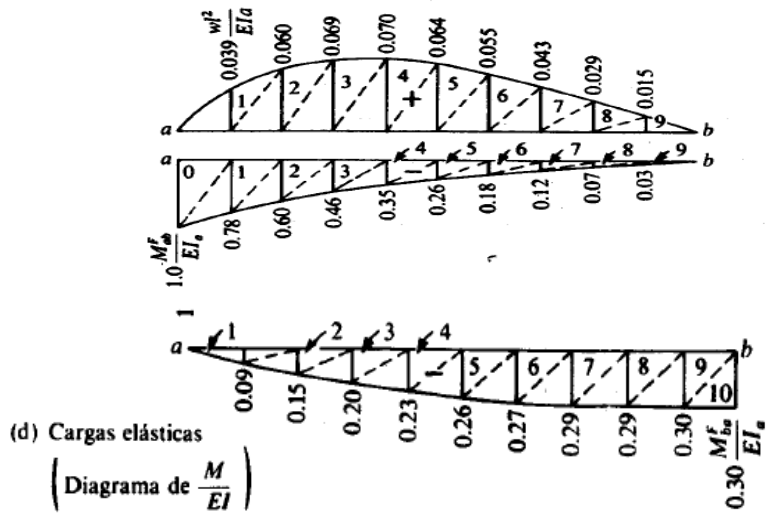
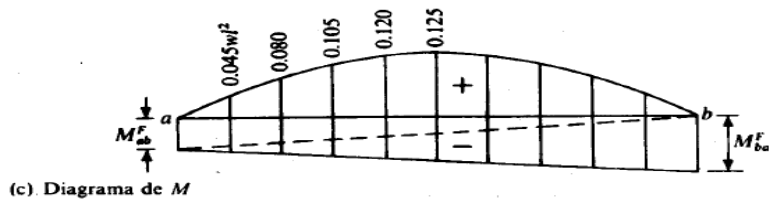


Fig. 2-22c, d. Referencia (Hsieh, 1984)

En la tabla 2-2, se tiene la disposición del conjunto de operaciones, correspondientes a las divisiones del diagrama de la Fig. 2-22(d), para determinar la carga total y el momento total respecto del extremo a, de los que se deducen las incógnitas  $M_{ab}^F$  y  $M_{ba}^F$ .

Tabla. 2-2. Referencia (Hsieh, 1984)

		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.033l	0.000			-1.00	0.050	0.0017	0.00		
1.0	0.1l	0.039	0.0039	0.0004	-0.78	0.078	0.0078	-0.09	0.009	0.0009
2.0	0.2l	0.060	0.0060	0.0012	-0.60	0.060	0.0120	-0.15	0.015	0.0030
3.0	0.3l	0.069	0.0069	0.0021	-0.46	0.046	0.0138	-0.20	0.020	0.0060
4.0	0.4l	0.069	0.007	0.0028	-0.35	0.035	0.0140	-0.23	0.023	0.0092
5.0	0.5l	0.064	0.0064	0.0032	-0.26	0.026	0.0130	-0.26	0.026	0.0130
6.0	0.6l	0.055	0.0055	0.0033	-0.18	0.018	0.0108	-0.27	0.027	0.0162
7.0	0.7l	0.043	0.0043	0.0030	-0.12	0.012	0.0084	-0.28	0.0285	0.0200
8.0	0.8l	0.029	0.0029	0.0023	-0.07	0.007	0.0056	-0.29	0.029	0.0232
9.0	0.9l	0.015	0.0015	0.0014	-0.03	0.003	0.0027	-0.30	0.030	0.0270
10.0	0.967l	0.000			0.00			-0.30	0.015	0.0145
			<b>0.0444</b>	<b>0.0197</b>			<b>0.3350</b>	<b>0.0898</b>	<b>0.2225</b>	<b>0.1330</b>
			w <sup>3</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia			MFABl <sup>3</sup> /Eia	MFABl <sup>4</sup> /Eia	MFBAI <sup>3</sup> /Eia	MFBAI <sup>4</sup> /Eia

De  $\Sigma F_y = 0,0444wl^2 - 0,335M_{ab}F - 0,223M_{ba}F = 0$  Ec. [2 - 49]

$\Sigma M_a = 0,0197wl^2 - 0,0898M_{ab}F - 0,1333M_{ba}F = 0$  Ec. [2 - 50]

Se obtiene para  $M_{ab}^F = 0,061wl^2$  (antihorario)

$M_{ba}^F = 0,107wl^2$  (horario)

Para determinar el factor de transmisión  $C_{ab}$  o sea la relación entre el momento inducido en el extremo  $b$  (empotrado) y el momento aplicado en el extremo  $a$  (extremo simple). El diagrama del momento flector se indica en la figura 2-22b. El diagrama  $M/EI$  esta dibujado en dos partes (véase Fig.2-22a) En donde las ordenadas de las curvas se obtienen utilizando los resultados de la Fig. 2-22d. Refiriéndonos a la Tabla 2-2, se ve que la carga elástica total hacia abajo de  $0.335 M_{ab} L/0.EI_a$  actúa a una distancia de  $0.0898L/0.335$  o a  $0.268L$  des extremo  $a$  y la carga total elástica arriba de  $0.223C_{ab}M_{ab}L/EI_a$  actúa a una distancia de  $0.1333L/0.223$  o  $0.598L$  del extremo  $a$ .

En la Fig. 2-23d se representa la viga conjugada con las elásticas equivalentes y reacciones. Como la viga conjugada cargada esta en equilibrio, hacemos  $\Sigma M_a = 0$ .

$$\left(\frac{0.335M_{ab}L}{EI_a}\right)(0.268L) - \left(\frac{0.223C_{ab}M_{ab}L}{EI_a}\right)(0.598L) = 0$$

De donde  $C_{ab} = 0.674$

Para determinar la rigidez del extremo a,  $S_{ab}$ , se requiere solamente poner  $\theta_a = 1$ ,  $M_{ab} = S_{ab}$  y  $C_{ab} = 0.674$  en la Fig. 2-23d. Utilizando  $\Sigma F_y = 0$ , se encuentra

$$\frac{(0.335S_{ab}L)}{EI_a} - \frac{(0.223)(0.674)S_{ab}L}{EI_a} - 1 = 0$$

De donde  $S_{ab} = 5.41 \frac{EI_a}{L}$

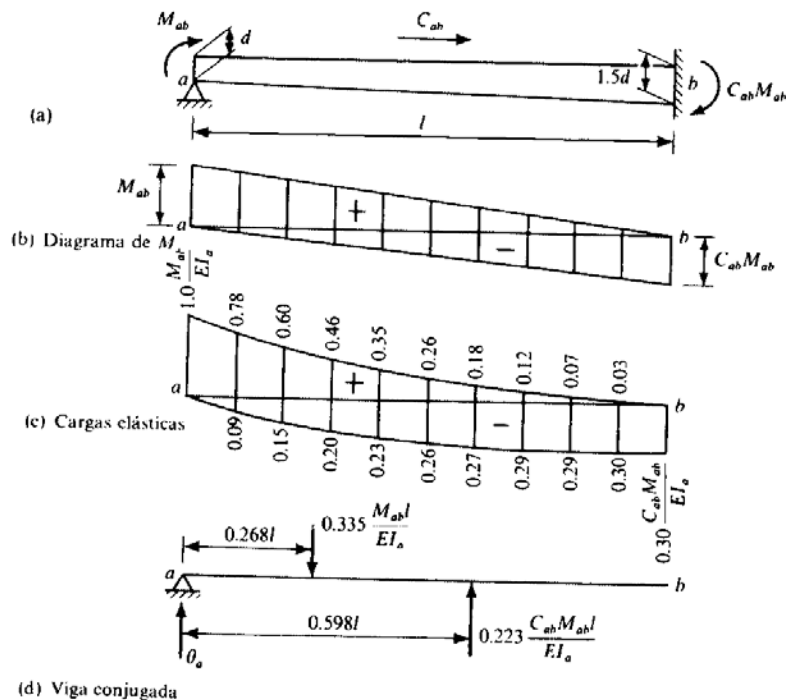


Fig. 2-23. Referencia (Hsieh, 1984)

El factor de transmisión del extremo  $b$  al extremo  $a$  y la rigidez en el extremo  $b$  se pueden obtener análogamente, sobre la figura 15-6. Se observa que la viga conjugada con las cargas elásticas equivalentes, indicada en la figura 2-24b, está tomada de los resultados de la figura 2-23d. Así, de la  $\Sigma M_b=0$ :

$$\left(\frac{0.223M_{ba}L}{EI_a}\right)(0.402L) - \left(\frac{0.335C_{ba}M_{ba}L}{EI_a}\right)(0.732L) = 0$$

Se obtiene  $C_{ba}=0.365$

Estableciendo  $\theta_b=1$ ,  $C_{ba}=0.365$  y  $M_{ba} = S_{ba}$  en la Fig. 2-24 y utilizando  $\Sigma F_y=0$ :

$$\frac{(0.223S_{ba}L)}{EI_a} - \frac{(0.335)(0.365)S_{ba}L}{EI_a} - 1 = 0$$

$$\text{Se obtiene } S_{ba}=9.9\frac{EI_a}{L}$$

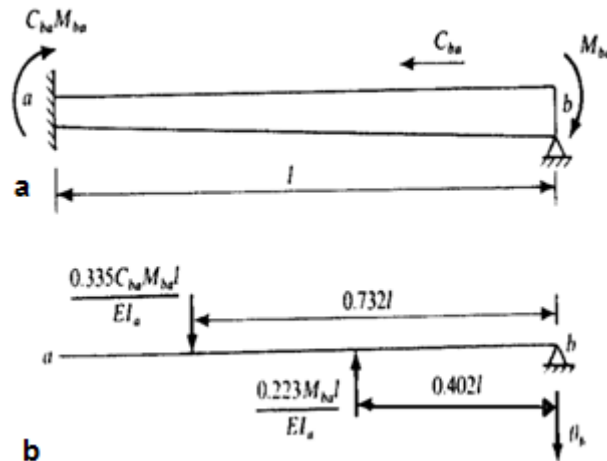


Fig. 2-24. Referencia (Hsieh, 1984)

## 2.8. Formulas generales

- a) Determinación de los momentos  $M_{AB}$  y  $M_{BA}$  en una viga de sección variable perfectamente empotrada en ambos extremos y cargada de cualquier forma. (Charon, 1962)

$$V_0 = v_1 = 0 \quad x_0 = 0 \quad x_1 = L \quad \varphi_0 = \varphi_1 = 0$$

Dada la Figura 2-23:

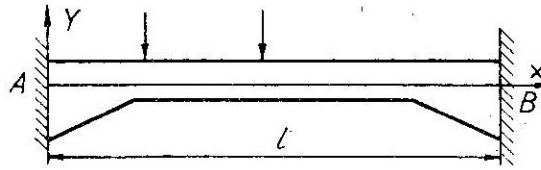


Fig. 2-23. Referencia (Charon, 1962)

Las ecuaciones de Bresse dan:

$$\int_0^L \frac{MLdx}{I} - \int_0^L \frac{Mxdx}{I} = 0 \quad \int_0^L \frac{Mdx}{I} = 0;$$

Sistema equivalente al siguiente:

$$\int_0^L \frac{M(L-x)dx}{I} = 0 \quad \int_0^L \frac{Mx}{I} dx = 0$$

Sustituyendo M por su valor:

$$\mu - M_{AB} + \frac{M_{BA} + M_{AB}}{L} x = \mu - M_{AB} \frac{(L-x)}{L} + M_{AB} \frac{x}{L}$$



Y haciendo

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= \int_0^L \frac{x^2 dx}{I} \\ K_2 &= \int_0^L \frac{(L-x)^2 dx}{I} \\ K_3 &= \int_0^L \frac{x(L-x) dx}{I} \\ K_4 &= \int_0^L \frac{\mu x dx}{I} \\ K_5 &= \int_0^L \frac{\mu(L-x) dx}{I} \end{aligned} \right\} \text{Ec. [2 - 51]}$$

Una vez resuelto el sistema, se encuentra:

$$M_{AB} = \frac{K_3 K_4 - K_1 K_5}{K_3^2 - K_1 K_2} L \quad \text{Ec. [2 - 52]}$$

$$M_{BA} = \frac{K_2 K_4 - K_3 K_5}{K_3^2 - K_1 K_2} L \quad \text{Ec. [2 - 53]}$$

Para determinar los valores de los coeficientes, es más sencillo en forma de cuadros, substituyendo las integrales por sumas finitas  $\sum \frac{x^2}{I} \Delta x$ ,  $\sum \frac{(L-x)^2}{I} \Delta x$ , etc. En caso de vigas simétricas y cargadas simétricamente, se tiene  $K_1=K_2$ . Si además está cargada simétricamente  $K_4=K_5$ . (Charon, 1962)

En estas condiciones las formulas [2-52] y [2-53] se transforman en:

$$M_{AB} = \frac{K_4 L}{K_1 + K_3} \quad y \quad M_{BA} = - \frac{K_4 L}{K_1 + K_3} \quad \text{Ec. [2 - 54]}$$

- b) Determinación de los momentos  $M_{AB}$  y  $M_{BA}$  en una viga de sección variable empotrada en ambos extremos, no cargada, y cuyas secciones extremas sufren giros  $\varphi_A$  y  $\varphi_B$ . (Charon, 1962)

En este caso  $\varphi_A$  y  $\varphi_B$  son positivas en el sentido de las agujas del reloj. Se tiene:

$$V_0=v_1=0 \quad x_0=0 \quad x_1=L \quad \varphi_0=\varphi_A \quad \varphi_1=\varphi_B$$

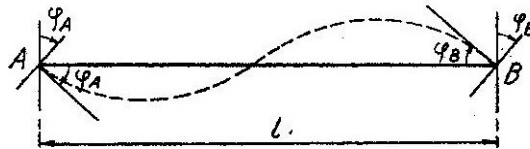


Fig. 2-24. Referencia (Charon, 1962)

Y las formulas de Bresse dan:

$$0 = -\varphi_A L + L \int_0^L \frac{M}{EI} dx - \int_0^L \frac{Mx dx}{EI}$$

$$\varphi_B = \varphi_A - \int_0^L \frac{M}{EI} dx,$$

Sistema equivalente al siguiente:

$$\varphi_A L - \int_0^L \frac{M(L-x)}{EI} dx = 0$$

$$\varphi_B L + \int_0^L \frac{Mx dx}{EI}$$

Como la viga no está cargada, se tiene:  $\mu=0$  y  $M = -M_{AB} \frac{(L-x)}{L} + M_{BA} \frac{x}{L}$

Sustituyendo M por su valor y teniendo en cuenta las formulas [2-52], se obtiene después de simplificar:

$$M_{AB} = \frac{K_3 EL^2}{K_3^2 - K_1 K_2} \left( \frac{K_1}{K_3} \varphi_A + \varphi_B \right) \quad Ec. [2 - 55]$$

$$M_{BA} = \frac{K_3 EL^2}{K_3^2 - K_1 K_2} \left( \varphi_A + \frac{K_2}{K_3} \varphi_B \right) \quad \text{Ec. [2 - 56]}$$

c) Caso particular: viga de sección constante. Evidentemente, todas las formulas anteriores se aplican al caso de vigas de sección variable. A continuación, se comprobará algunas de las formulas obtenidas en la primera parte. Si la viga es de sección constante,  $I =$  constante y por consiguiente: (Charon, 1962)

$$K_1 = \int_0^L \frac{x^2 dx}{I} = \frac{L^3}{3I} \quad ; \quad K_2 = \int_0^L \frac{(L-x)^2 dx}{I} = \frac{L^3}{3I} \quad \text{y} \quad K_3 = \int_0^L \frac{x(L-x) dx}{I} = \frac{L^3}{6I}$$

i. Momentos  $M_{AB}$  y  $M_{BA}$  en función de  $\varphi_A$  y  $\varphi_B$  :

$$M_{AB} = \frac{K_3 EL^2}{K_3^2 - K_1 K_2} \left( \frac{K_1}{K_3} \varphi_A + \varphi_B \right) = \frac{\frac{L^3}{6I} EL^2}{\frac{L^6}{36I^2} - \frac{L^3}{3I} * \frac{L^3}{3I}} \left( \frac{\frac{L^3}{3I}}{\frac{L^3}{3I}} \varphi_A + \varphi_B \right)$$

$$= - \frac{2EI}{L} (2\varphi_A + \varphi_B), \text{ Se comprobó la formula}$$

ii. Momentos  $M_{AB}$  y  $M_{BA}$  en función del corrimiento  $\Delta$ :

$$M_{AB} = \frac{K_1 + K_3}{K_1 K_2 - K_3^2} \Delta EL = \frac{\frac{L^3}{3I} + \frac{L^3}{6I}}{\frac{L^3}{3I} * \frac{L^3}{3I} - \frac{L^6}{36I^2}} \Delta EL = \frac{6EI\Delta}{L^2}$$

expresión que coincide con la fórmula original de Bresse.

## CAPITULO III

### MARCO METODOLOGICO

El presente trabajo de grado tiene por finalidad dar a conocer información sobre el comportamiento de las vigas acarteladas de concreto armado, a través de recomendaciones específicas para el diseño de vigas de sección variable, respetando las normas de construcción y a su vez realizando una comparación entre dos métodos analíticos que permiten estimar los momentos de empotramiento y flexión de los modelos de vigas propuestos.

La presente metodología fue elaborada por las siguientes fases:

#### 3.1. Recopilación bibliográfica

En primer lugar la metodología consistió en la búsqueda de información para el conocimiento global de las propiedades paramétricas de las vigas acarteladas según las experiencias, investigaciones y normas relacionadas con las vigas acarteladas tanto a nivel nacional como internacional. Específicamente, se identificó y analizó sus propiedades y dimensiones factibles de realizarse de acuerdo a los lineamientos del Instituto Americano del Concreto versión 2002 (ACI-318:02), la Portland Cement Association (PCA, 1948) y libros nombrados en las referencias bibliográficas.

Los aspectos consultados se muestran a continuación:

- La relación de la luz de las vigas, es decir la longitud de la cartela ( $\alpha_A$ ,  $\alpha_B$ ).
- Altura de las cartelas con respecto a cada extremo A y/o B ( $r_A$ ,  $r_B$ ).
- Altura de la viga constante ( $h_c$ ).
- Carga uniforme (W) y Carga concentrada (P).
- Longitud de la viga (L).
- El momento de inercia para vigas acarteladas ( $I_x$ ).

- Factor de transporte, rigidez, coeficientes de momentos de empotramiento para cargas uniformes y concentradas.

### 3.2. Elaboración de los tipos de vigas acarteladas

Se propusieron prototipos de vigas acarteladas para estructuras de grandes luces y/o cargas elevadas. Por consiguiente, para obtener los momentos de empotramiento se tabularon coeficientes adimensionales, es decir, se hicieron los cálculos de acuerdo a la relación de la luz de las vigas ( $\alpha_A, \alpha_B$ ) en términos de la longitud del miembro ( $L$ ), con el fin de obtener coeficientes para el cálculo de momentos según su carga que deben ser multiplicados por  $wL^2$  para carga uniforme, y  $PL$  para carga concentrada.

Para el estudio de dichas vigas, se contó con la nomenclatura expuesta de la Portland Cement Association (P.C.A., 1948).

Donde:

- $\alpha$  cociente de la longitud de la cartela con la longitud de la viga.
- $\alpha_A$ : radio de la longitud de la cartela (del extremo A) con respecto la luz de la viga.
- $\alpha_B$ : radio de la longitud de la cartela (del extremo B) con respecto la luz de la viga.
- $C_{AB}$ : factor de transporte del miembro AB desde el extremo A.
- $C_{BA}$ : factor de transporte del miembro BA desde el extremo B.
- $E$ : Módulo de elasticidad.
- $H_A$ : profundidad del miembro en el extremo A.
- $H_B$ : profundidad del miembro en el extremo B.
- $H_C$ : profundidad del miembro en la menor sección (altura de la viga constante).
- $I_C$ : momento de inercia en la sección mínima.

- $a, m$ : Distancia existente entre la línea de acción de la fuerza ( $P$ ) y el punto respecto del que se produce el momento (extremo A).
- $I_x$ : momento de inercia para cualquier sección a una distancia  $x$  desde el extremo A.
- $K_{AB}$ : factor de rigidez del miembro AB desde el extremo A; la rigidez  $= (K_{AB} * E * I_c) / L$

La relación de la luz de las vigas ( $\alpha$ ) en términos de la longitud del miembro es 0,10; 0,20; 0,30; 0,40 y 0,50 (valor adimensional). La profundidad de las vigas son dadas por el radio  $r$ , es el cociente de la profundidad de la viga y la profundidad de la sección más superficial, los valores de  $r$  son 0,40; 0,60 y 1,00. Las cargas concentradas ( $P$ ) están ubicadas a 0,10; 0,30; 0,50; 0,70 y 0,90 de la longitud del miembro.

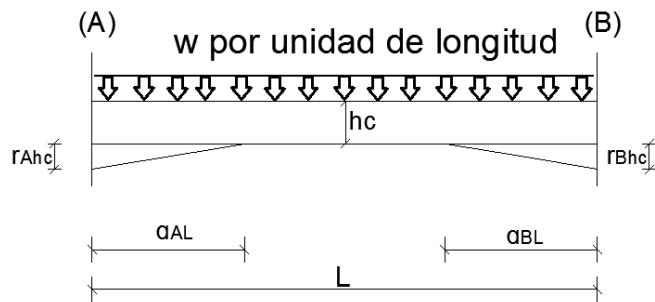


Fig. 3.1. Viga acartelada con carga distribuida. Referencia (P.C.A., 1948)

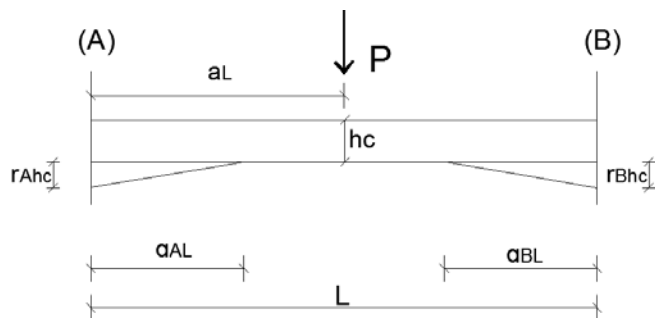


Fig. 3.2. Viga acartelada con carga puntual a una distancia  $aL$ . Referencia (P.C.A., 1948)

Para determinar la altura ( $rhc$ ) y la longitud de la cartela ( $\alpha L$ ), se siguen las recomendaciones de Charon (1962). En vigas de cartelas lineales: prolongar la cartela hasta que toque con el eje de la columna, véase la Fig. 3-3.

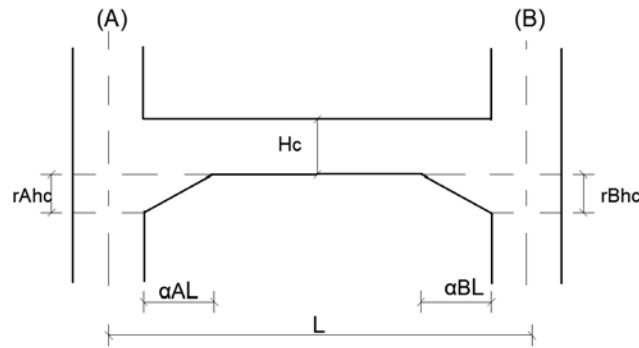


Fig. 3-3. Referencia (San Bartolomé, 1998)

- En columnas cuando es muy peraltada en relación con la viga, o cuando las cartelas predominan hacia el lado de la viga, podrá trabajarse como si la columna fuese una barra prismática, mientras que la viga es el elemento de sección variable, véase la Fig. 3-4.

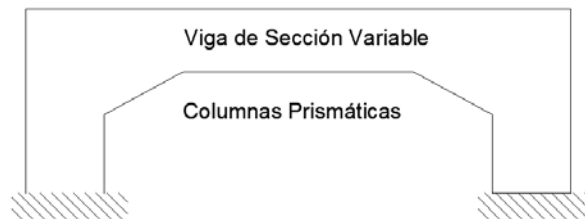


Fig. 3-4. Referencia (San Bartolomé, 1998)

- Para impedir la duplicidad de cartelas en el nudo, se recomienda trabajar con cartelas ficticias con pendientes 1:3, y brazo rígido ( $I=\infty$ ) solo en el lado de la columna, con una longitud igual a la mitad de peralte de la viga ( $D/2$ ), la parte inferior al brazo rígido se trabaja como si fuese prismática (peralte= $d$ ). (San Bartolomé, 1998)

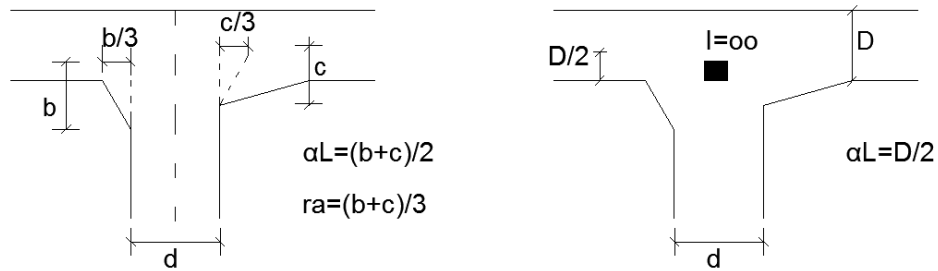


Fig. 3-5. Referencia (San Bartolomé, 1998)

Para ingresar en las tablas calculadas en el presente trabajo de grado es necesario conocer:

- La altura de la cartela=  $r_A, r_B$
- La longitud de la cartela=  $\alpha_A, \alpha_B$ .
- Carga sobre la viga: uniforme, puntual (ubicación).

Sucesivamente, se obtiene el factor de transporte, rigidez, momento de empotramiento y deflexión del elemento.



### 3.3. Cálculo de parámetros de los elementos acartelados

Se calcularon parámetros de rigideces, factor de transporte, momentos de empotramientos y flexiones por medio del método de análisis estructural aplicado específicamente por el software Microsoft Office Excel 2007.

También se permite calcular los momentos de empotramiento  $M_{12}$  y  $M_{21}$ , cuando la barra está expuesta a una carga repartida o concentrada, ver la Fig. 3-6.

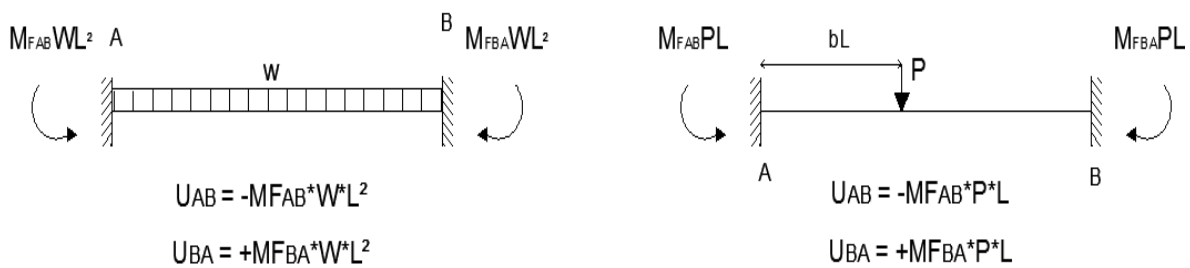


Fig. 3-6. Referencia (San Bartolomé, 1998)

Para ingresar a estas tablas es necesario conocer:

- La altura de la cartela=  $r_A$  ,  $r_B$
- La longitud de la cartela=  $\alpha_A L$  ,  $\alpha_B L$

Y se conoce  $r_A$ ,  $r_B$ ,  $\alpha_A L$  y  $\alpha_B L$  (coeficientes adimensionales) se ingresa a las tablas para calcular:  $K$ ,  $C$  y  $M_F$ , lo que permite obtener la rigidez absoluta y el momento de empotramiento ( $U$ ). (San Bartolomé, 1998)

*Modificación en los momentos de empotramiento y/o fijación*

Los momentos de fijación ( $U_{ij}$ ) también se ven afectados por la deformación por fuerza cortante, excepto en aquellas barras que presentan un diagrama de fuerza cortante ( $V$ ) antisimétrico (Fig. 3-7), ya que este efecto se cancela al realizarse el proceso de integración cuando se aplica el método de la carga unidad. (San Bartolomé, 1998)

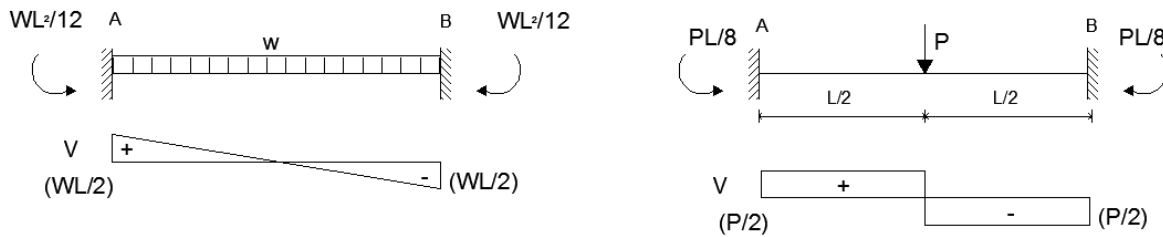
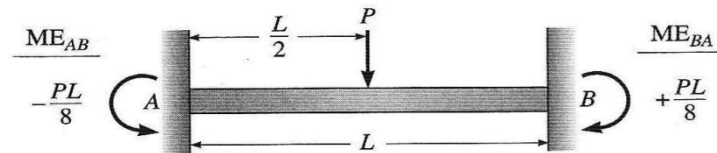


Fig. 3-7. Barras con Diagrama de Fuerza Cortante ( $V$ ) Antisimétrico.

Referencia (San Bartolomé, 1998)

A continuación se presentan los momentos de empotramiento para otros dos casos:

a)



b)

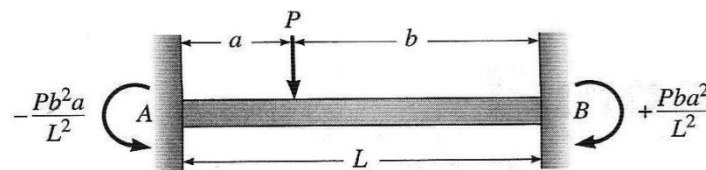


Fig. 3-8. Momentos de empotramiento según su caso: a) Empotrado- empotrado y carga puntual en el centro de la luz. b) Empotrado-empotrado carga puntual en una distancia a cualquiera.

Referencia (Kenneth & Chia- Ming, 2006)

La deflexión de una viga o un pórtico es una función del momento flexionante  $M$  y de la rigidez flexionante del miembro, relacionada ésta con el momento de inercia  $I$  y el módulo de elasticidad  $E$  del miembro. Las deflexiones debidas al cortante casi siempre se ignoran excepto en miembros con mucho peralte, o cuando los esfuerzos cortantes son elevados o el módulo de cortante  $G$  es pequeño. (Kenneth & Chia- Ming, 2006)

A fin de obtener las expresiones para la pendiente y la deflexión de la curva elástica (la configuración deformada del eje central de la viga), se comienza el estudio de las deflexiones integrando la ecuación diferencial de la curva elástica:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

Existen varios métodos para su cálculo que son útiles para encontrar tangentes y deflexiones, y además son estrechamente relacionados. Alguno de ellos son los siguientes:

- El *método de área-momento* utiliza el diagrama  $M/EI$  como una carga para calcular las pendientes y deflexiones en puntos elegidos a los largo del eje de la viga.(Kenneth & Chia- Ming, 2006)

Kinney, (1960) lo defino como “naturalmente la suma de los momentos de todas las rebanadas diferenciales del diagrama  $M/EI$  con respecto a B, o en otras palabras, el momento de todo el diagrama  $M/EI$  entre A y B” (p. 158).

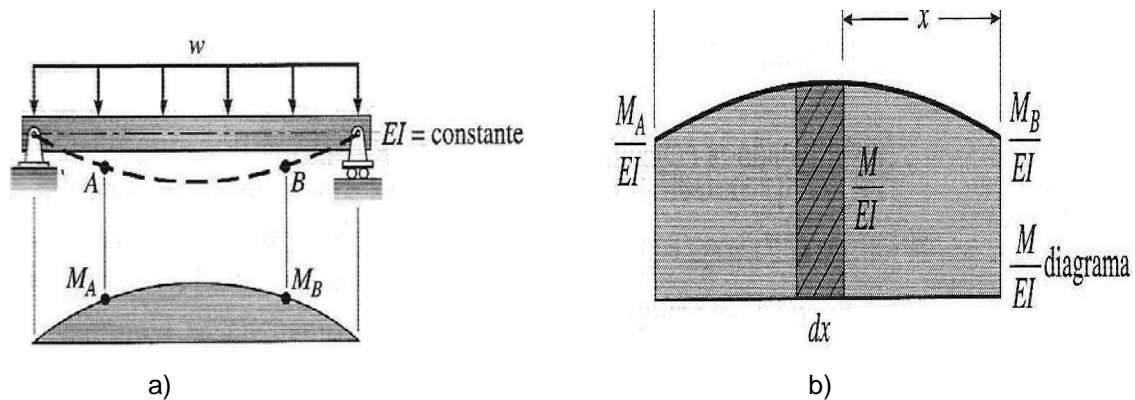


Fig. 3-9. a) Diagrama de momento. b) Área infinitesimal de altura  $M/EI$  y longitud  $dx$  Empotrado-empotrado sujeto a una carga uniforme. Referencia (Kenneth & Chia- Ming, 2006)

- El *método de la carga elástica* (una variación del método área - momento), utilizado para calcular pendientes y deflexiones en vigas simplemente apoyadas. En este método, el diagrama  $M/EI$  se aplica como una carga. El cortante en cualquier punto es la pendiente, y el momento, la deflexión. Los puntos de deflexión máxima ocurren donde el cortante es nulo. (Kenneth & Chia- Ming, 2006)
- El método de la viga conjugada, una variante del método de la carga elástica, se aplica a miembros con diversas condiciones de frontera. Se requiere que los apoyos reales se reemplacen por apoyos ficticios para imponer condiciones de frontera que aseguren que los valores de cortante y de momento en la viga conjugada, cargada con el diagrama, sean iguales en cada punto a la pendiente y la deflexión, respectivamente, de la viga real. (Kenneth & Chia- Ming, 2006)

A continuación se resumen las ecuaciones para el cálculo de las deflexiones máximas para una carga y una viga en particular:

*Diagrama de momentos y expresiones para la deflexión máxima*

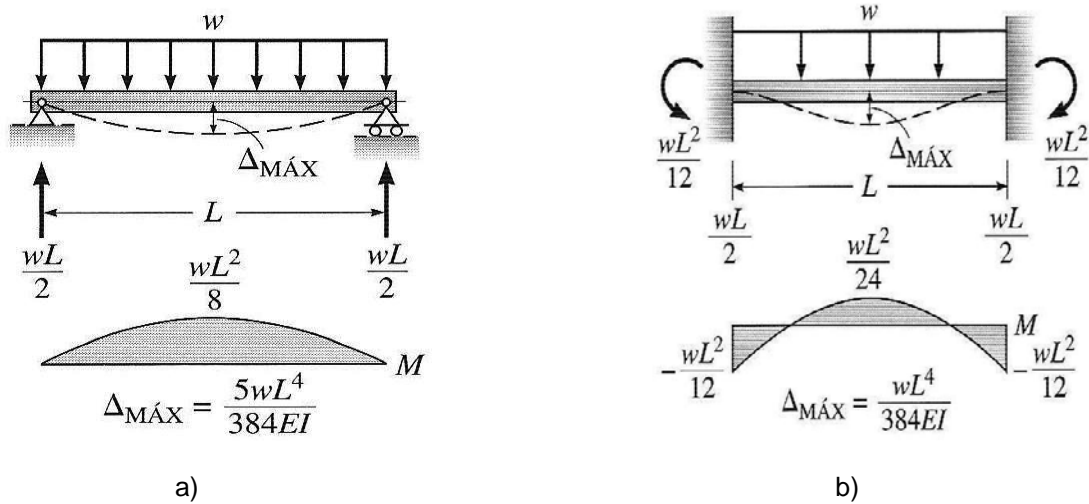


Fig. 3-10. Detalle de la viga y su diagrama de momento y deflexión según su caso: a) Articulación-rodillo sometido a una carga uniforme. b) Empotrado-empotrado sujeto a una carga uniforme.

Referencia (Kenneth & Chia- Ming, 2006)

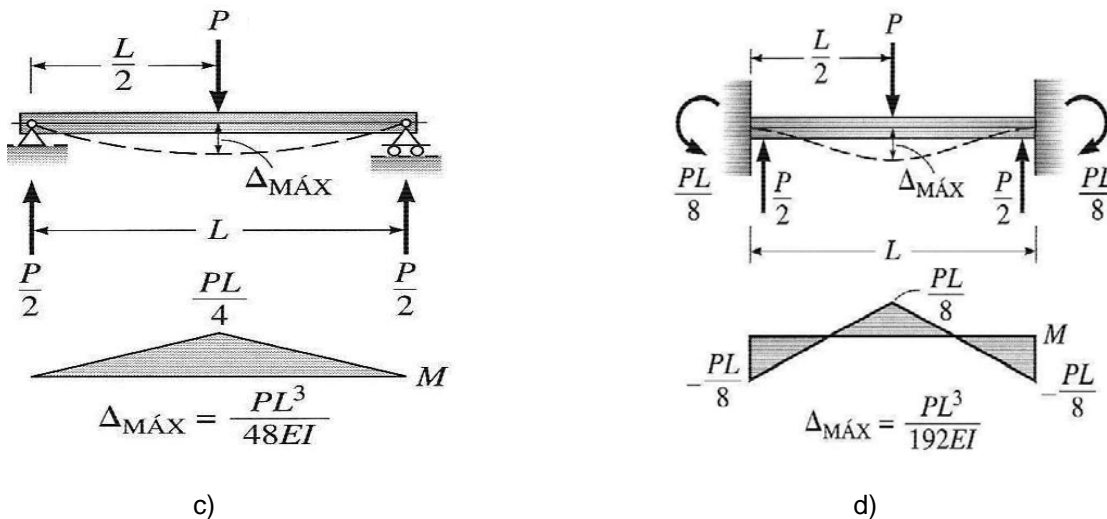


Fig. 3-11. Detalle de la viga y su diagrama de momento y deflexión según su caso: a) Articulación-rodillo sometido a una carga puntual. b) Empotrado-empotrado sujeto a una carga puntual.

Referencia (Kenneth & Chia- Ming, 2006)

En resumen, para calcular las deflexiones de cualquier tipo de viga con cartelas mediante el método de la viga conjugada, se procedió de la siguiente manera:

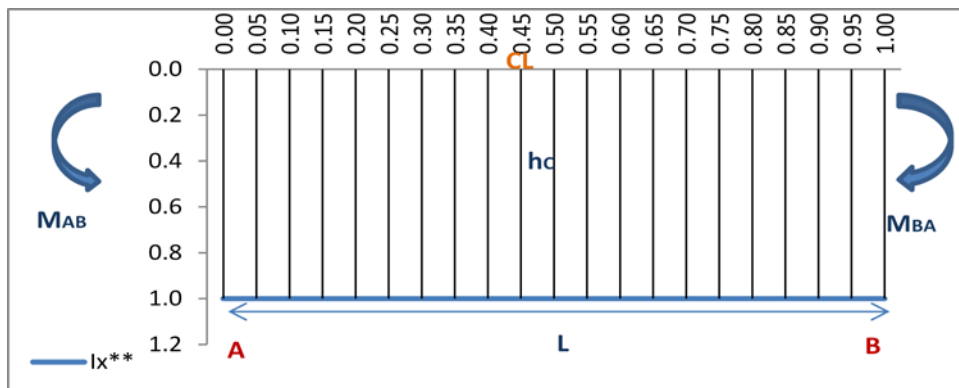
1. Se elaboró el diagrama de momentos para la estructura real, de acuerdo al tipo de viga evaluada.
2. Se generó el diagrama  $M/EI$  dividiendo la viga en cuarenta (40) partes iguales, es decir, cada  $\Delta x = 0.025L, 0.050L, 0.075L$ , etc. Entonces el momento de inercia de cada segmento es desigual y el módulo de elasticidad  $E$  es constante
3. Se estableció la viga conjugada, reemplazando los apoyos reales (doblemente empotrada) con los apoyos conjugados (extremos libres).
4. El diagrama de momento flector se diseñó en tres partes, una en función de  $wl^2$ , las dos correspondientes a los momentos  $M_{ab}^F$  y  $M_{ba}^F$ .
5. Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, se sumó los momentos flectores ( $wl^2/EI, M_{ab}^F/EI$  y  $M_{ba}^F/EI$ ), de los que se deducen las incógnitas  $M_{ab}^F$  y  $M_{ba}^F$ .
6. Ya conocidos los valores de los momentos  $M_{ab}^F$  y  $M_{ba}^F$ , se demuestra las rigideces y el factor de transporte al estar la viga conjugada cargada en equilibrio por las cargas elásticas equivalentes y reacciones.

De forma ilustrativa, se determinaron los momentos de empotramiento, las rigideces y factores de transporte de una viga de sección constante, es decir, los valores de  $r_a = r_b = 0$  y  $\alpha_a = \alpha_b = 0$  y momento de inercia constante. Por medio de la viga conjugada. En cuanto a la estimación de la deflexión, se calcula en base al diagrama de la carga elástica  $M/EI$  (ver figura 3-15). De ancho 40cm y altura 40cm con módulo elasticidad  $E = 252.70 \text{ ton/cm}^2$

Tabla. 3-1. Datos de una viga constante;  $r_a = r_b = 0$  y  $\alpha_a = \alpha_b = 0$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.05	L
$\Delta y =$	0.4	
$r_a = r_b$	0.0	hc
$\alpha_a = \alpha_b$	0.0	L
L =	1.0	m
q distribuida =	1.0	(Kg-m)

Gráfica 3-1. Valores de momento de inercia de viga constante. Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

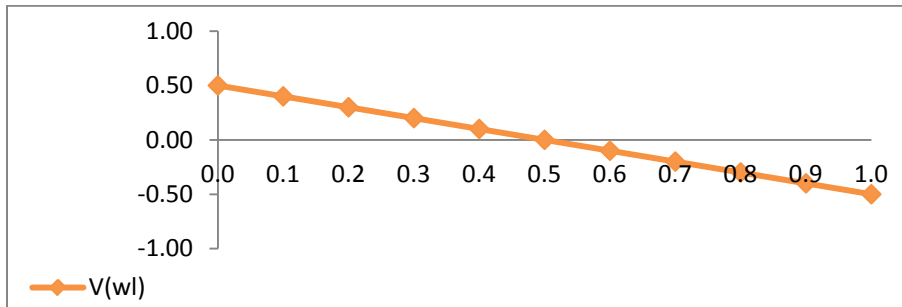


En la tabla 3-2. Se dispone el conjunto de operaciones correspondientes a las divisiones del diagrama  $M/EI$  (cargas elásticas), para determinar la carga total.

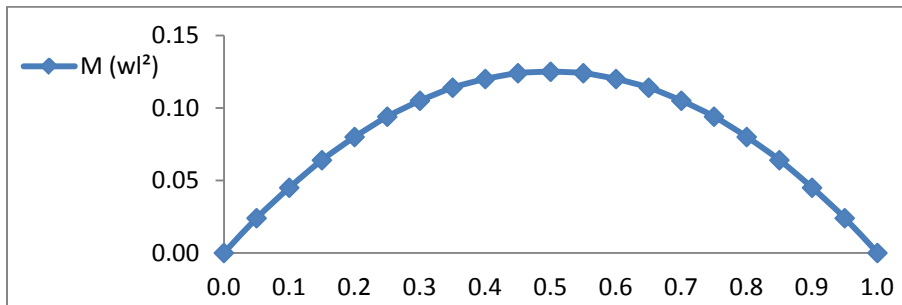
Tabla. 3-2. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.05L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga Recta		Valores de Inercia		Corte (V)		M (wl <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	wl <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	wl <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	1.000	0.50	0.45	0.000	1.0	1.0	-1.00	0.00	0.0000	0.00000	0.00000	-1.00	0.0250	0.0008	0.00	0.0000	0.00000
1.0	0.050	1.000	1.000	0.45	0.40	0.024	1.0	1.0	-0.95	-0.05	0.0240	0.00120	0.00006	-0.95	0.0475	0.0024	-0.05	0.0025	0.00013
2.0	0.100	1.000	1.000	0.40	0.35	0.045	1.0	1.0	-0.90	-0.10	0.0450	0.00225	0.00023	-0.90	0.0450	0.0045	-0.10	0.0050	0.00050
3.0	0.150	1.000	1.000	0.35	0.30	0.064	1.0	1.0	-0.85	-0.15	0.0640	0.00320	0.00048	-0.85	0.0425	0.0064	-0.15	0.0075	0.00113
4.0	0.200	1.000	1.000	0.30	0.25	0.080	1.0	1.0	-0.80	-0.20	0.0800	0.00400	0.00080	-0.80	0.0400	0.0080	-0.20	0.0100	0.00200
5.0	0.250	1.000	1.000	0.25	0.20	0.094	1.0	1.0	-0.75	-0.25	0.0940	0.00470	0.00118	-0.75	0.0375	0.0094	-0.25	0.0125	0.00313
6.0	0.300	1.000	1.000	0.20	0.15	0.105	1.0	1.0	-0.70	-0.30	0.1050	0.00525	0.00158	-0.70	0.0350	0.0105	-0.30	0.0150	0.00450
7.0	0.350	1.000	1.000	0.15	0.10	0.114	1.0	1.0	-0.65	-0.35	0.1140	0.00570	0.00200	-0.65	0.0325	0.0114	-0.35	0.0175	0.00613
8.0	0.400	1.000	1.000	0.10	0.05	0.120	1.0	1.0	-0.60	-0.40	0.1200	0.00600	0.00240	-0.60	0.0300	0.0120	-0.40	0.0200	0.00800
9.0	0.450	1.000	1.000	0.05	0.00	0.124	1.0	1.0	-0.55	-0.45	0.1240	0.00620	0.00279	-0.55	0.0275	0.0124	-0.45	0.0225	0.01013
10.0	0.500	1.000	1.000	0.000	-0.05	0.125	1.0	1.0	-0.50	-0.50	0.1250	0.00625	0.00313	-0.50	0.0250	0.0125	-0.50	0.0250	0.01250
11.0	0.550	1.000	1.000	-0.05	-0.10	0.124	1.0	1.0	-0.45	-0.55	0.1240	0.00620	0.00341	-0.45	0.0225	0.0124	-0.55	0.0275	0.01513
12.0	0.600	1.000	1.000	-0.10	-0.15	0.120	1.0	1.0	-0.40	-0.60	0.1200	0.00600	0.00360	-0.40	0.0200	0.0120	-0.60	0.0300	0.01800
13.0	0.650	1.000	1.000	-0.15	-0.20	0.114	1.0	1.0	-0.35	-0.65	0.1140	0.00570	0.00371	-0.35	0.0175	0.0114	-0.65	0.0325	0.02113
14.0	0.700	1.000	1.000	-0.20	-0.25	0.105	1.0	1.0	-0.30	-0.70	0.1050	0.00525	0.00368	-0.30	0.0150	0.0105	-0.70	0.0350	0.02450
15.0	0.750	1.000	1.000	-0.25	-0.30	0.094	1.0	1.0	-0.25	-0.75	0.0940	0.00470	0.00353	-0.25	0.0125	0.0094	-0.75	0.0375	0.02813
16.0	0.800	1.000	1.000	-0.30	-0.35	0.080	1.0	1.0	-0.20	-0.80	0.0800	0.00400	0.00320	-0.20	0.0100	0.0080	-0.80	0.0400	0.03200
17.0	0.850	1.000	1.000	-0.35	-0.40	0.064	1.0	1.0	-0.15	-0.85	0.0640	0.00320	0.00272	-0.15	0.0075	0.0064	-0.85	0.0425	0.03613
18.0	0.900	1.000	1.000	-0.40	-0.45	0.045	1.0	1.0	-0.10	-0.90	0.0450	0.00225	0.00203	-0.10	0.0050	0.0045	-0.90	0.0450	0.04050
19.0	0.950	1.000	1.000	-0.45	-0.50	0.024	1.0	1.0	-0.05	-0.95	0.0240	0.00120	0.00114	-0.05	0.0025	0.0024	-0.95	0.0475	0.04513
20.0	1.000	1.000	1.000	-0.50		0.000	1.0	1.0	0.00	-1.00	0.0000	0.00000	0.00000	0.00	0.0000	0.0000	-1.00	0.0250	0.02418
$\Sigma$												0.0833	0.04167	0.500	0.167	0.500	0.333		
												wl <sup>2</sup> /Eia	wl <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA <sup>2</sup> / Ela		

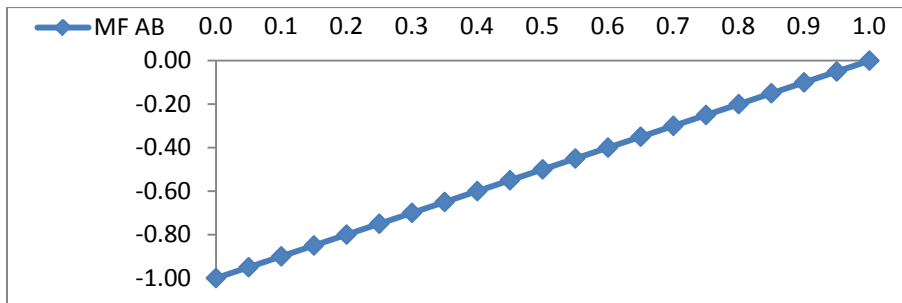




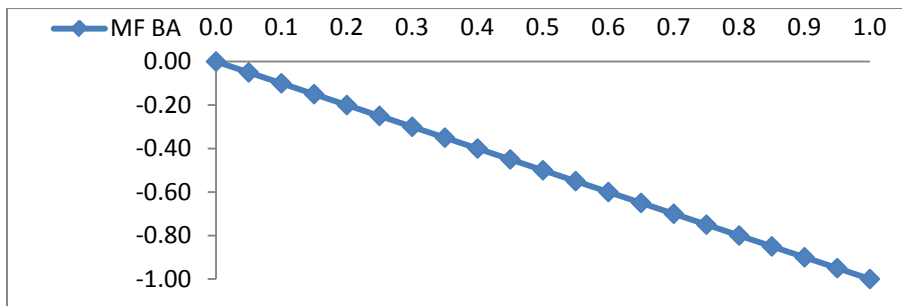
Gráfica 3-3. Diagrama de corte (wl). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



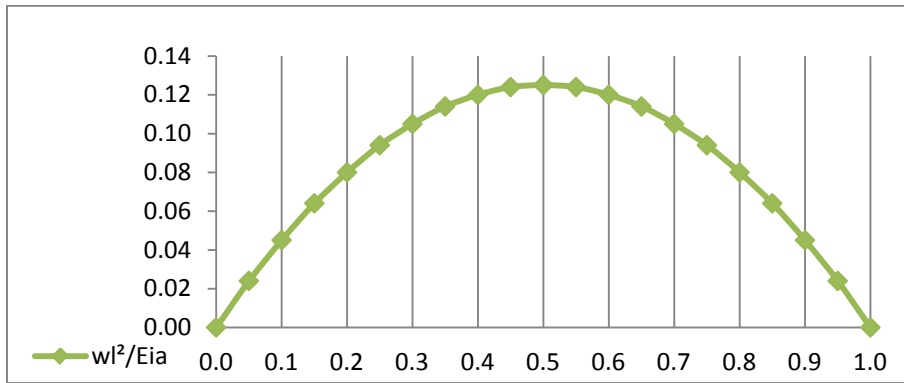
Gráfica 3-4. Diagrama de momento (wl<sup>2</sup>). Fuente: Microsoft Office Excel 2007



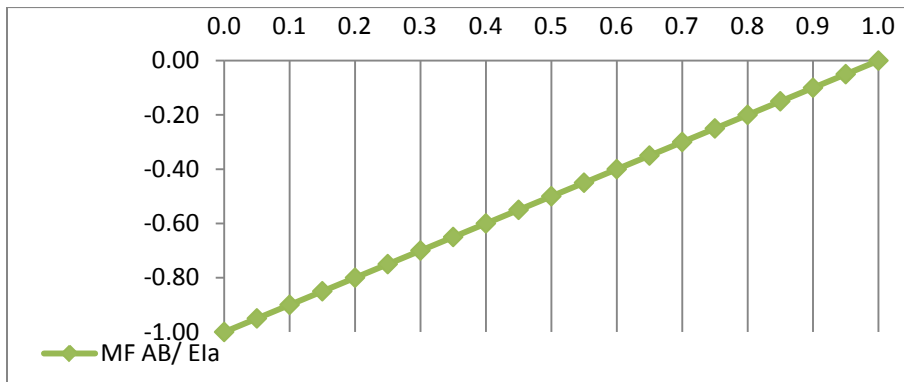
Gráfica 3-5. Diagrama de momento (MF<sub>AB</sub>). Fuente: Microsoft Office Excel 2007



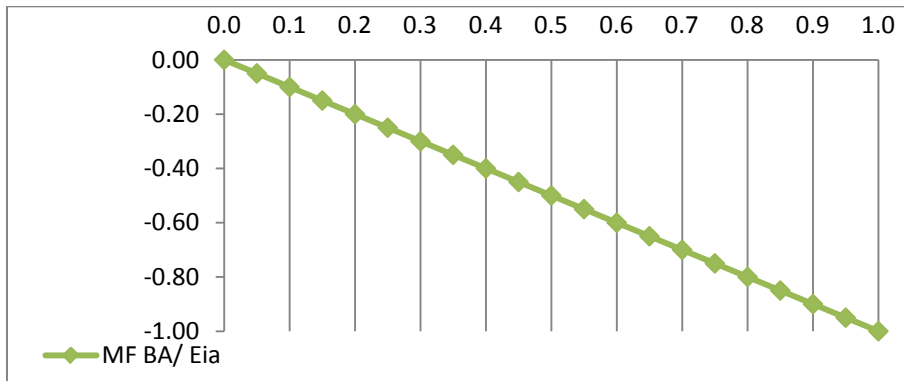
Gráfica 3-6. Diagrama de momento (MF<sub>BA</sub>). Fuente: Microsoft Office Excel 2007



Gráfica 3-7. Diagrama de carga elástica ( $wI^2/EIa$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Gráfica 3-8. Diagrama de carga elástica ( $MF_{AB}/EIa$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Gráfica 3-9. Diagrama de carga elástica ( $MF_{BA}/EIa$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 3-12. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	$0.083300 w l^2$	$-0.500000 MF_{AB}$	$-0.500000 MF_{BA}$	$= 0$
$\sum MA=0$	$0.041670 w l^2$	$-0.167000 MF_{AB}$	$-0.333000 MF_{BA}$	$= 0$

$MF_{AB} = 0.249521 w l^2 - 1.994012 MF_{BA}$

$$0.083300 w l^2 - 0.500000 MF_{BA} = 0.500000 \left( 0.249521 w l^2 - 1.994012 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \left( 0.997006 - 0.500000 \right) = w l^2 \left( 0.124761 - 0.083300 \right)$$

$$MF_{BA} \left( 0.497006 \right) = w l^2 \left( 0.041461 \right)$$

$MF_{BA} = w l^2 \left( 0.083422 \right)$

$$MF_{AB} = 0.249521 w l^2 - 1.994012 \left( 0.083422 w l^2 \right)$$

$MF_{AB} = 0.083177 w l^2$

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.0832 w l^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0834 w l^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.0833	0.0833
Práctico	0.0832	0.0834

Para determinar los factores de transporte y las rigideces:

$$\sum MA=0 \left( \frac{0.50 * M_{AB} l}{E I_a} \right) \left( 0.3340 l \right) - \left( \frac{0.50 * C_{AB} M_{FAB} l}{E I_a} \right) \left( 0.67 l \right) = 0$$

$C_{AB} = 0.499$

$$\sum F_y=0 \left( \frac{0.50 * S_{AB} l}{E I_a} \right) - \left( \frac{0.500 \left( 0.499 \right) * S_{AB} l}{E I_a} \right) - \left( 1.0 \right) = 0$$

$S_{AB} = 3.99 \left( \frac{E I_a}{l} \right)$

Fig. 3-13. Cálculo de  $C_{AB}$  y  $S_{AB}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$$\sum M_B=0 \quad \left( \frac{0.500}{E I_a} * M_{BA} I \right) \left( 0.3340 I \right) - \left( \frac{0.500}{E I_a} * C_{BA} M_{FBAL} \right) \left( 0.67 I \right) = 0$$

$$\boxed{C_{BA} = 0.499}$$

$$\sum F_y=0 \quad \left( \frac{0.50 * S_{AB} I}{E I_a} \right) - \left( \frac{0.500 \left( 0.499 \right) * S_{AB} I}{E I_a} \right) - \left( 1.0 \right) = 0$$

$$\boxed{S_{BA} = 3.99 \frac{E I_a}{I}}$$

Fig. 3-14. Cálculo de  $C_{BA}$  y  $S_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Para el cálculo de deflexión se especifica el uso de la sección completa de la viga, con el fin de determinar los diversos momentos de inercia. Éste tipo de análisis se acostumbra en el análisis de estructuras de concreto armado y significa sencillamente que el efecto del acero armado se desprecia y que el concreto se considera sin grietas en el lado de tensión. (Kinney, 1960)

Dentro de este marco a fin de calcular las expresiones de la deflexión de la curva elástica, se comienza el estudio integrando la ecuación diferencial de la curva elástica:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

Es conveniente señalar, que la mejor línea de tendencia o regresión del diagrama  $M/EI$ , se obtuvo mediante el programa Minitab versión 15 ya que el programa Microsoft Office Excel 2007 no se ajusta mejor al modelo.

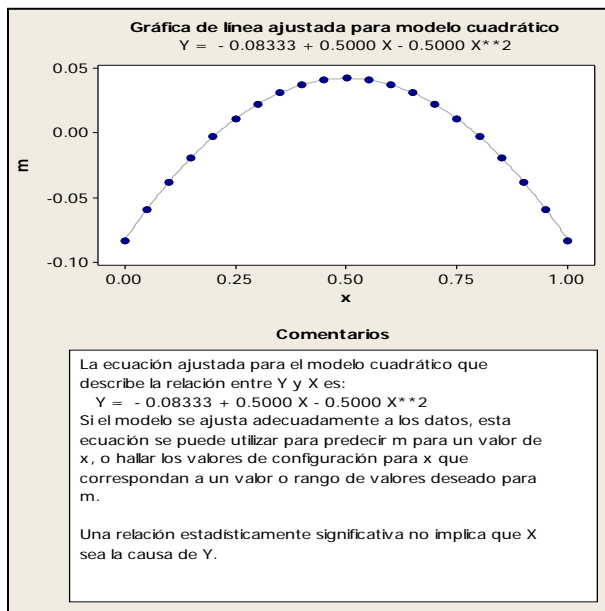


Fig. 3-15. Estimación de la línea de tendencia referente al diagrama M/EI. Fuente: Minitabv15.

Donde  $M$  momento,  $\theta$  rotación en los extremos y  $Y$  deflexión de la viga de sección constante:

$$M = \frac{d^2y}{dx^2} = -0.08333 + 0.5000x - 0.5000x^2$$

$$\theta = -0.16666x^3 + 0.2500x^2 - 8.3333E - 02x$$

$$Y = -4.16666E - 02x^4 + 8.3333E - 02x^3 - 4.1666E - 02x^2$$

### 3.4. Análisis de los modelos de vigas propuestos

Se consideraron las vigas acarteladas propuestas mediante la elaboración de modelos estructurales por la teoría de elementos finitos, a través del programa análisis estructural ETABSv9.

Tomando en cuenta el ejemplo anterior de viga de sección uniforme, se realizó un análisis del mismo modelo en ETABSv9. Dados los parámetros de: tipo de concreto, elemento, sección, restricción en los nodos, asignación de cargas uniforme y análisis del plano XZ, etc.

Material Property Data	
Material Name	FC280
Display Color	Color
Type of Material	Isotropic <input checked="" type="radio"/> Orthotropic <input type="radio"/>
Type of Design	Design: Concrete
Analysis Property Data	
Mass per unit Volume	244.8
Weight per unit Volume	2403
Modulus of Elasticity	2.527E+09
Poisson's Ratio	0.2
Coeff of Thermal Expansion	9.900E-06
Shear Modulus	1.053E+09
Design Property Data (ACI 318-05/IBC 2003)	
Specified Conc Comp Strength, f'c	2800000
Bending Reinf. Yield Stress, fy	42000000
Shear Reinf. Yield Stress, fys	42000000
<input type="checkbox"/> Lightweight Concrete	
Shear Strength Reduc. Factor	

Fig. 3-16. Tipo de concreto. Fuente: ETABS v9

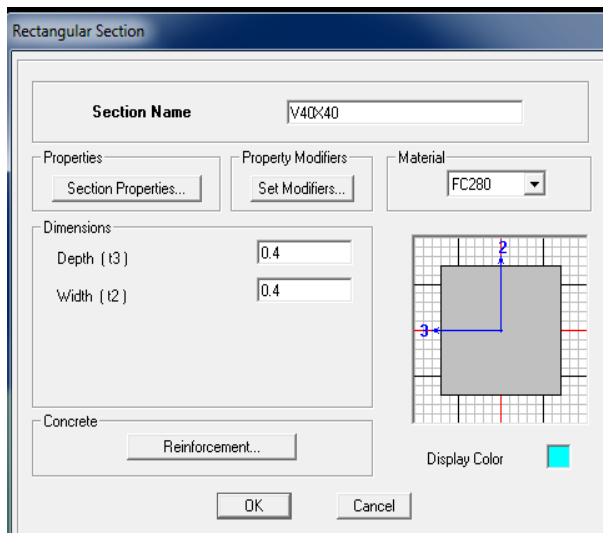


Fig. 3-17. Sección del tipo rectangular (viga 40x40). Fuente: ETABS v9

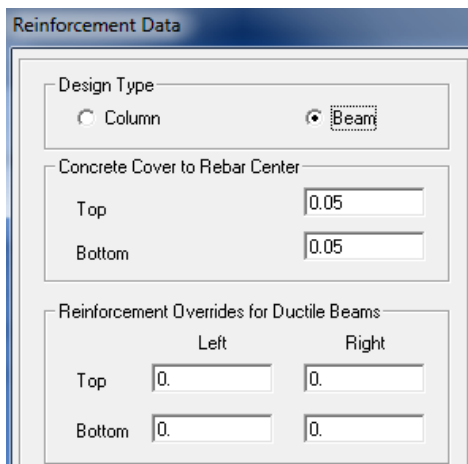


Fig. 3-18. Diseño tipo viga y recubrimiento de la sección. Fuente: ETABS v9

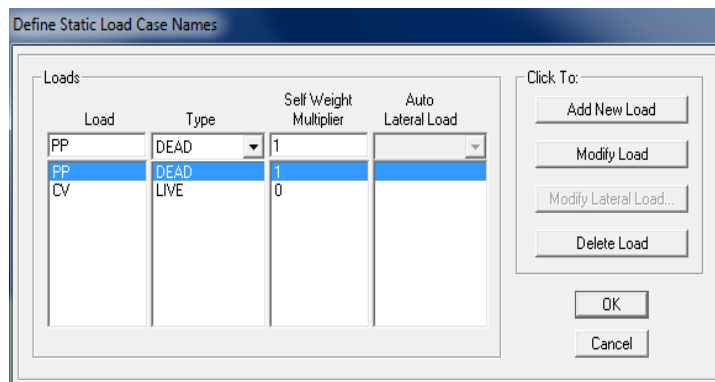


Fig. 3-19. Caso de carga estática. Fuente: ETABS v9

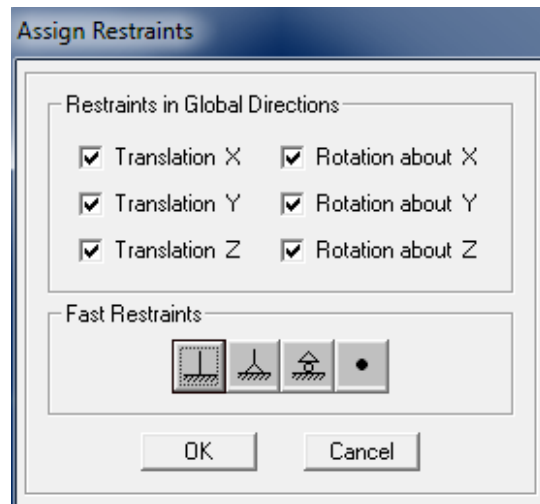


Fig. 3-20. Asignación de restricción de nodos (empotrado). Fuente: ETABS v9

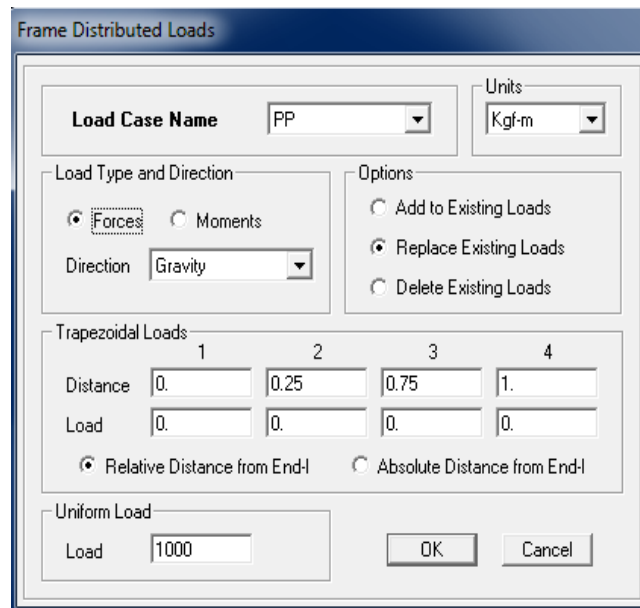


Fig. 3-21. Asignación de carga uniforme peso propio ( $q_{PP}=1000\text{Kg-m}$ ). Fuente: ETABS v9



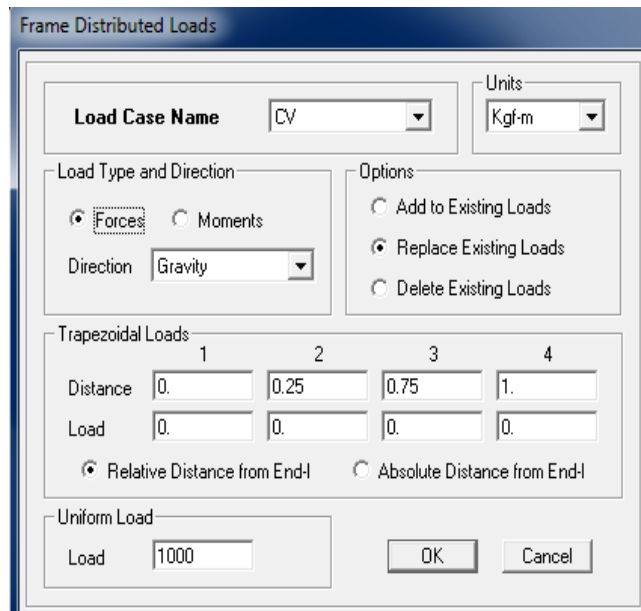


Fig. 3-22. Asignación de carga uniforme viva ( $q_{CV}=1000\text{Kg-m}$ ).

Fuente: ETABS v9

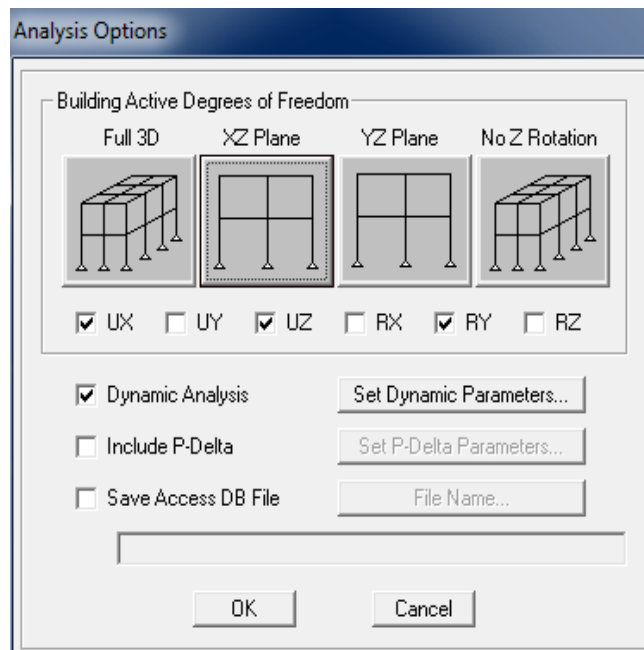


Fig. 3-23. Opción de análisis plano XZ. Fuente: ETABS v9

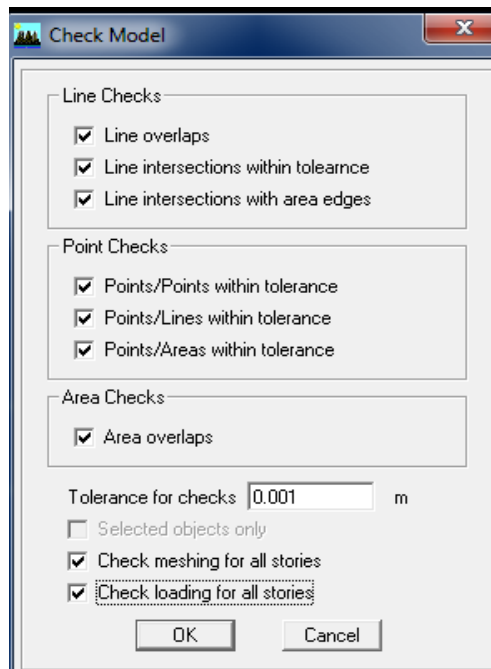


Fig. 3-24. Chequeo del modelo. Fuente: ETABS v9

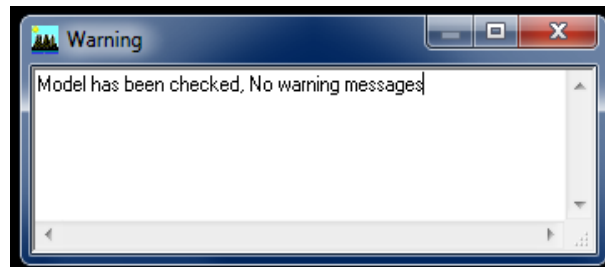


Fig. 3-25. Respuesta del chequeo del modelo. Fuente: ETABS v9

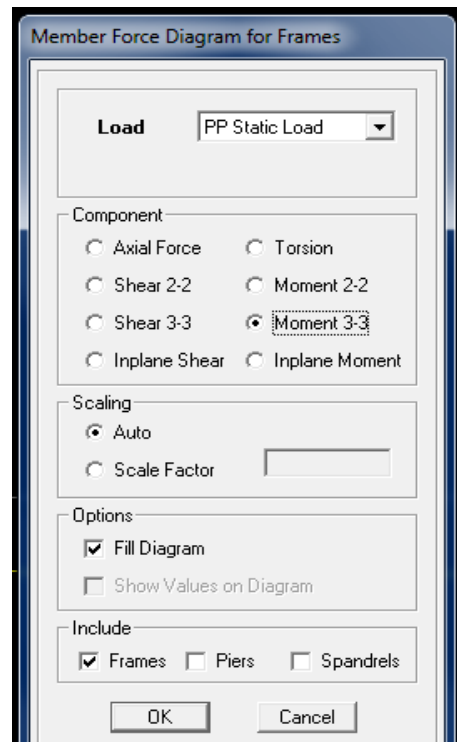
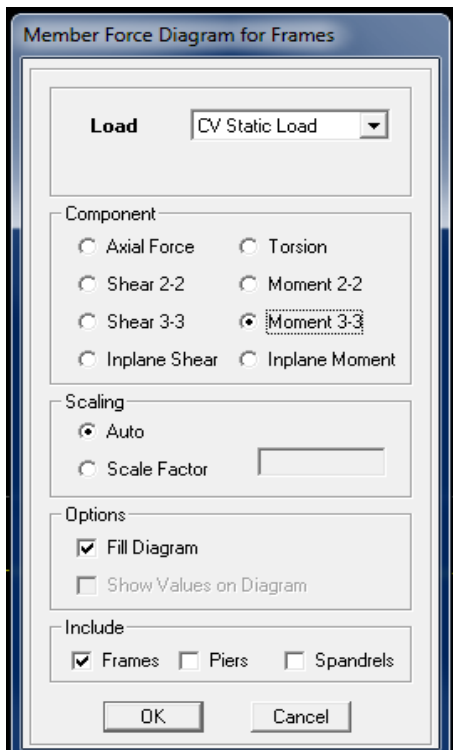


Fig. 3-26. Fuerzas en miembros. Fuente: ETABS v9



Fig. 3-27 Fuerzas en miembros. Fuente: ETABS v9.

### **3.5. Comparación de los resultados**

En esta fase se cotejaron los resultados evaluados de la normativa Portland Cement Association (P.C.A., 1948), los métodos de análisis estructural por hojas de cálculo en Excel y la simulación del modelo de vigas acarteladas en Etbasv9. Por medio de la elaboración de tablas y diagramas con los respectivos elementos acartelados, de forma tal de obtener resultados en un rango no mayor del uno por ciento de error referente al tipo de viga acartelada.

Tabla. 3-3. Tabla comparativa de factor de transporte, rigidez y momentos de una viga de sección variable sometida a una carga uniforme.

Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Carga Uniforme		RESULTADOS P.C.A.			RESULTADOS TEG				RESULTADOS DE ETABSv9			%ERROR				
Cartela lzq=Der.		Factor de Transporte	RIGIDEZ	Carga Uniforme Momento final corregido (F.E.M) Coef. X wL^2	Factor de Transporte	RIGIDEZ	Carga Uniforme Momento final corregido (F.E.M) Coef. X wL^2		Comparacion entre resultado de P.C.A. y TEG	Comparacion entre resultado de P.C.A. y Etabs	Comparacion entre resultado de T.E.G. y Etabs					
							tc 40 cm	tc 60 cm				tc 100 cm	MAB	MBA	MAB=MBA	MBA
$\alpha A = \alpha B$	$rA = rB$	CAB=CBA	KAB=KBA	MAB=MBA	CAB=CBA	KAB=KBA	MAB	MBA	MAB=MBA	MAB=MBA	MAB=MBA	MAB	MBA	MAB=MBA	MBA	MBA
0.1	0.4	0.552	4.83	0.0889												
	0.6	0.567	5.12	0.0905												
	1.0	0.588	5.54	0.0925												
0.2	0.4	0.588	5.75	0.0926												
	0.6	0.618	6.51	0.0954												
	1.0	0.659	7.81	0.0993												
0.3	0.4	0.608	6.65	0.0945												
	0.6	0.647	8.04	0.0982												
	1.0	0.705	10.85	0.1034												
0.4	0.4	0.610	7.44	0.0947												
	0.6	0.653	9.50	0.0987												
	1.0	0.720	14.26	0.1046												
0.5	0.4	0.595	8.07	0.0933												
	0.6	0.633	10.72	0.0969												
	1.0	0.692	17.34	0.1023												
Promedio=																

Tabla. 3-4. Tabla comparativa de momentos de empotramiento de una viga de sección variable sometida a una carga puntual a una distancia  $a=0.1L; 0.3L, 0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Carga Puntual		RESULTADOS P.C.A.										RESULTADOS TEG						%ERROR						
Cartela Izq=Der.		a=0.1		a=0.3		a=0.5		a=0.7		a=0.9		a=0.1		a=0.3		a=0.5		a=0.1		a=0.3		a=0.5		
$\alpha A=\alpha B$	$rA=rB$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	
0.1	0.4	0.0884	0.0060	0.1629	0.0617	0.1340	0.1340	0.0617	0.1629	0.0060	0.0884													
	0.6	0.0906	0.0050	0.1679	0.0609	0.1366	0.1366	0.0609	0.1679	0.0050	0.0906													
	1.0	0.0936	0.0036	0.1749	0.0594	0.1400	0.1400	0.0594	0.1749	0.0036	0.0936													
0.2	0.4	0.0885	0.0065	0.1732	0.0618	0.1412	0.1412	0.0618	0.1732	0.0065	0.0885													
	0.6	0.0908	0.0055	0.1828	0.0600	0.1463	0.1463	0.0600	0.1828	0.0055	0.0908													
	1.0	0.0939	0.0039	0.1973	0.0561	0.1533	0.1533	0.0561	0.1973	0.0039	0.0939													
0.3	0.4	0.0875	0.0073	0.1762	0.0640	0.1461	0.1461	0.0640	0.1762	0.0073	0.0875													
	0.6	0.0897	0.0066	0.1876	0.0625	0.1534	0.1534	0.0625	0.1876	0.0066	0.0897													
	1.0	0.0924	0.0052	0.2063	0.0577	0.1640	0.1640	0.0577	0.2063	0.0052	0.0924													
0.4	0.4	0.0862	0.0081	0.1729	0.0666	0.1481	0.1481	0.0666	0.1729	0.0081	0.0862													
	0.6	0.0880	0.0076	0.1829	0.0667	0.1567	0.1567	0.0667	0.1829	0.0076	0.0880													
	1.0	0.0905	0.0067	0.1991	0.0649	0.1700	0.1700	0.0649	0.1991	0.0067	0.0905													
0.5	0.4	0.0852	0.0085	0.1682	0.0672	0.1458	0.1458	0.0672	0.1682	0.0085	0.0852													
	0.6	0.0867	0.0081	0.1761	0.0680	0.1538	0.1538	0.0680	0.1761	0.0081	0.0867													
	1.0	0.0887	0.0076	0.1886	0.0686	0.1667	0.1667	0.0686	0.1886	0.0076	0.0887													

Tabla. 3-5. Tabla comparativa de momentos de empotramiento de una viga de sección variable sometida a una carga puntual a una distancia  $a=0.1L; 0.3L, 0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Carga Puntual		RESULTADOS P.C.A.										Resultados por Etabs V9						%ERROR						
Cartela Izq=Der.		a=0.1		a=0.3		a=0.5		a=0.7		a=0.9		a=0.1		a=0.3		a=0.5		a=0.1		a=0.3		a=0.5		
$\alpha A=\alpha B$	$rA=rB$	MAB	MBA	MAB	MBA	MAB	MBA	MAB	MBA	MAB	MBA	MAB	MBA	MAB	MBA	MAB	MBA	M <sub>AB</sub>	M <sub>Ba</sub>	M <sub>AB</sub>	M <sub>Ba</sub>	M <sub>AB</sub>	M <sub>Ba</sub>	
0.1	0.4	0.0884	0.0060	0.1629	0.0617	0.1340	0.1340	0.0617	0.1629	0.0060	0.0884													
	0.6	0.0906	0.0050	0.1679	0.0609	0.1366	0.1366	0.0609	0.1679	0.0050	0.0906													
	1.0	0.0936	0.0036	0.1749	0.0594	0.1400	0.1400	0.0594	0.1749	0.0036	0.0936													
0.2	0.4	0.0885	0.0065	0.1732	0.0618	0.1412	0.1412	0.0618	0.1732	0.0065	0.0885													
	0.6	0.0908	0.0055	0.1828	0.0600	0.1463	0.1463	0.0600	0.1828	0.0055	0.0908													
	1.0	0.0939	0.0039	0.1973	0.0561	0.1533	0.1533	0.0561	0.1973	0.0039	0.0939													
0.3	0.4	0.0875	0.0073	0.1762	0.0640	0.1461	0.1461	0.0640	0.1762	0.0073	0.0875													
	0.6	0.0897	0.0066	0.1876	0.0625	0.1534	0.1534	0.0625	0.1876	0.0066	0.0897													
	1.0	0.0924	0.0052	0.2063	0.0577	0.1640	0.1640	0.0577	0.2063	0.0052	0.0924													
0.4	0.4	0.0862	0.0081	0.1729	0.0666	0.1481	0.1481	0.0666	0.1729	0.0081	0.0862													
	0.6	0.0880	0.0076	0.1829	0.0667	0.1567	0.1567	0.0667	0.1829	0.0076	0.0880													
	1.0	0.0905	0.0067	0.1991	0.0649	0.1700	0.1700	0.0649	0.1991	0.0067	0.0905													
0.5	0.4	0.0852	0.0085	0.1682	0.0672	0.1458	0.1458	0.0672	0.1682	0.0085	0.0852													
	0.6	0.0867	0.0081	0.1761	0.0680	0.1538	0.1538	0.0680	0.1761	0.0081	0.0867													
	1.0	0.0887	0.0076	0.1886	0.0686	0.1667	0.1667	0.0686	0.1886	0.0076	0.0887													

### **3.6. Comparación del diseño típico de vigas rectas y acarteladas en el aspecto económico**

Finalmente, se demuestra la calidad de los modelos correspondiente en los elementos acartelados diseñados, según la geometría y la forma de colocación de los ángulos de inclinación de las cartelas, para así obtener en la práctica un mejor emplazamiento de implantación del acero de refuerzo metálico y su debido encofrado; tal como se muestra, en los detalles de concreto y de aceros longitudinales y transversales, referidos en la sección 4.6 del capítulo IV.



## CAPITULO IV

### ANALISIS Y RESULTADOS

En este capítulo se presenta el desarrollo de las etapas que comprende la investigación, identificadas a través de los objetivos específicos planteados en el primer capítulo.

#### **4.1. Identificar las propiedades paramétricas de las vigas acarteladas y sus dimensiones.**

A continuación se presentan las propiedades paramétricas en función de los pasos empleados en el capítulo III para cumplir con los objetivos planteados en el presente Trabajo Especial de Grado.

En base a la revisión bibliográfica descrita en el capítulo III, sección 3.1 se establecieron las propiedades paramétricas y dimensiones de las vigas acarteladas según Portland Cement Association (P.C.A., 1948)

Desde una perspectiva general se analizan las vigas acarteladas por medio de tablas donde la viga izquierda es constante mientras que la viga derecha es dada por 35 diferentes combinaciones de dimensiones. (P.C.A., 1948).

Se especifica los factores de transporte, rigidez, coeficientes de momentos empotrados para cargas uniformes, concentradas y cartelas para miembros rectos. (P.C.A., 1948)

La relación de la luz de las vigas en términos de la longitud del miembro es 0,10; 0,20; 0,30; 0,40; 0,50; 0,75 y 1,00 (valor adimensional). La profundidad de las vigas son dadas por el radio  $r$ , es el cociente de la profundidad de la viga y la

profundidad de la sección más superficial, los valores de  $r$  son 0,40; 0,60; 1,00; 1,50 y 2,00. Las cargas concentradas están ubicadas a 0,10; 0,30; 0,50; 0,70 y 0,90 de la longitud del miembro. Todos los cálculos son de acuerdo al sistema anglosajón de unidades.

El momento de inercia de cualquier sección es  $I_x$  y para miembros con momento de inercia constante se denomina  $I_c$ . La ecuación general para momento de inercia variable es:  $I_x = I_c \left[ 1 + r \left( 1 - \frac{x}{\alpha L} \right) \right]^3$  Ec. [4 - 1] (P.C.A., 1948).

Las cargas transversales (axiales) entre dos empotramientos no son consideradas, así que solo los factores de transporte y de rigidez son incluidos en las tablas de la Portland Cement Association. (P.C.A., 1948)

A pesar del gran número de coeficientes tabulados puede ser necesarios de vez en cuando determinar momentos definitivos para cargas concentradas que son dadas en la sección de las tablas de la Portland Cement Association. (P.C.A., 1948).

Las estructuras compuestas por barras de sección rectangular cuyas cartelas varían linealmente, pero con ancho constante, se hallan en las tablas de la Portland Cement Association, que permiten calcular los parámetros  $K_{ij}$ ,  $f_{ij}$  y  $u_{ij}$  necesarios para aplicar ya sea el método de Cross o el Análisis Matricial. (San Bartolomé, 1998)

La nomenclatura que se utiliza en dichas tablas es:

- Factor de transporte (Carry-over factors)  $f_{ij}=C_{AB}$  y  $f_{ji}= C_{BA}$
- Factor de rigidez (Stiffness factors)  $K_{ij}/(EI_0/L)= K_{AB}$  y  $K_{ji}/ (EI_0/L)= K_{BA}$

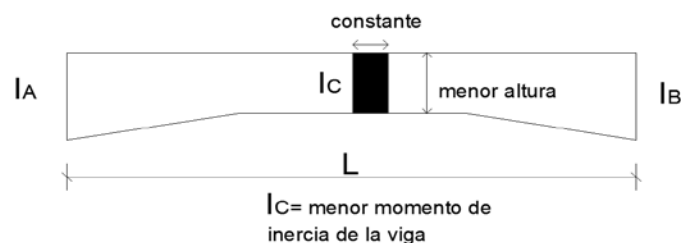


Fig. 4-1. Fuente propia

De forma similar se presentan los parámetros dados por la norma American Concrete Institute (ACI-318-02, 1999) con otro punto de vista:

“Se permite que se adopte cualquier conjunto de suposiciones razonables para calcular las rigideces relativas a flexión y torsión de columnas, muros y sistemas de entresijos y cubierta. Las suposiciones que se hagan deben ser consistentes en todo el análisis.” (p. 114)

Al determinar “los momentos y diseñar los elementos debe considerarse el efecto de las cartelas” (p. 115). Cuyos coeficientes de rigidez y momentos de empotramiento de elementos acartelados se pueden obtener de acuerdo a la longitud del vano y la columna.

“La luz de los elementos que no se construyan monolíticamente con sus apoyos debe considerarse como la luz libre más la altura del elemento, pero no se debe exceder la distancia entre los centros de los apoyos” (p. 116).

“En el análisis estructural de pórticos o elementos continuos para determinar los momentos, la luz debe considerarse como la distancia entre los centros de los apoyos” (p. 116).

“Para vigas construidas integralmente con sus apoyos, se permite diseñar con base en los momentos en la cara de los apoyos” (p.116).

#### **4.2. Elaborar los tipos de vigas acarteladas de acuerdo a las tablas de diseño de la Portland Cement Association (PCA, 1948).**

Los modelos de las vigas son de sección variable, (no prismática, no parabólica) tipo cartela y simétrica especialmente para grandes luces mayores y/o cargas elevadas según su caso:

- a) La relación de la luz de las vigas en términos de la longitud del miembro son 0,10; 0,20; 0,30; 0,40 y 0,50 (valor adimensional  $\alpha$ ).
- b) La profundidad de las vigas son dadas por el radio  $r$ , es el cociente de la profundidad de la viga y la profundidad de la sección más superficial, los valores de  $r$  son 0,40; 0,60 y 1,00.
- c) Las cargas concentradas están ubicadas a 0,10; 0,30; 0,50; 0,70 y 0,90 de la longitud del miembro.

En el presente capítulo se muestran y analizan las vigas acarteladas por medio de tablas y gráficos de los datos más relevantes dentro de su uso. Y como  $r_a=r_b$  y  $\alpha_a=\alpha_b$ , se nombrará  $r_a$  y  $\alpha$  las siguientes vigas evaluadas

## VIGA 0.4 ra, alpha 0.1 (q uniforme)

- Ra 0.4, hc=0.40m, t = 0.4m, L=7m.

Nonprismatic Section Name		[04RAHC40TC40&ALPHA01]		Display Color <input type="checkbox"/>	
Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x56	V40x40	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x56	V40x40	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x40	V40x40	5.6	Variable	Linear	Linear
V40x40	V40x56	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-2. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ = 0.1, hc= 40cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.40m, t = 0.6m, L=7m.

Nonprismatic Section Name		[04RAHC40TC60&ALPHA01]		Display Color <input type="checkbox"/>	
Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x56	V60x40	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x56	V60x40	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x40	V60x64	5.6	Variable	Linear	Linear
V60x40	V60x56	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-3. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ = 0.1, hc= 40cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.40m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name		[04RAHC40TC100&ALPHA01]		Display Color <input checked="" type="checkbox"/>	
Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x56	V100x40	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x56	V100x40	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x40	V100x40	5.6	Variable	Linear	Linear
V100x40	V100x56	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-4. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ = 0.1, hc= 40cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.50m, t = 0.40m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC50TC40ALPHA01      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x70	V40x50	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x70	V40x50	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x50	V40x50	5.6	Variable	Linear	Linear
V40x50	V40x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-5. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.1, hc= 50cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.50m, t = 0.60m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC50TC60ALPHA01      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x70	V60x50	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x70	V60x50	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x50	V60x50	5.6	Variable	Linear	Linear
V60x50	V60x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-6. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.1, hc= 50cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.50m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC50TC100ALPHA01      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x70	V100x50	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x70	V100x50	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x50	V100x50	5.6	Variable	Linear	Linear
V100x50	V100x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-7. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.1, hc= 50cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.60m, t = 0.4m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x84	V40x60	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x84	V40x60	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x60	V40x60	5.6	Variable	Linear	Linear
V40x60	V40x84	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-8. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha\alpha$ = 0.1, hc= 60cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.60m, t = 0.6m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x84	V60x60	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x84	V60x60	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x60	V60x60	5.6	Variable	Linear	Linear
V60x60	V60x84	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-9. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha\alpha$ = 0.1, hc= 60cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.6m, t = 1.0m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x84	V100x60	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x84	V100x60	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x60	V100x60	5.6	Variable	Linear	Linear
V100x60	V100x84	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-10. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha\alpha$ = 0.1, hc= 60cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.7m, t = 0.40m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC70TC40ALPHA01      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x98	V40x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x98	V40x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x70	V40x70	5.6	Variable	Linear	Linear
V40x70	V40x98	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-11. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.1, hc= 70cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.7m, t = 0.60m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC70TC60ALPHA01      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x98	V60x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x98	V60x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x70	V60x70	5.6	Variable	Linear	Linear
V60x70	V60x98	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-12. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.1, hc= 70cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.7m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC70TC100ALPHA01      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x98	V100x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x98	V100x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x70	V100x70	5.6	Variable	Linear	Linear
V100x70	V100x98	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-13. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.1, hc= 70cm, tc=100cm). Fuente:  
Programa ETABSv9.



## VIGA 0.6 ra, alpha 0.1 (q uniforme)

- Ra 0.6, hc=0.40m, t = 0.4m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x64	V40x40	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x64	V40x40	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x40	V40x40	5.6	Variable	Linear	Linear
V40x40	V40x64	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-14. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ a= 0.1, hc= 40cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.40m, t = 0.6m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x64	V60x40	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x64	V60x40	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x40	V60x40	5.6	Variable	Linear	Linear
V60x40	V60x64	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-15. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ a= 0.1, hc= 40cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.40m, t = 1.0m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x64	V100x40	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x64	V100x40	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x40	V100x40	5.6	Variable	Linear	Linear
V100x40	V100x64	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-16. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ a= 0.1, hc= 40cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.50m, t = 0.40m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC50TC40ALPHA01      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x80	V40x50	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x80	V40x50	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x50	V40x50	5.6	Variable	Linear	Linear
V40x50	V40x80	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-17. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.1, hc= 50cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.50m, t = 0.60m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC50TC60ALPHA01      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x80	V60x50	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x80	V60x50	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x50	V60x50	5.6	Variable	Linear	Linear
V60x50	V60x80	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-18. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.1, hc= 50cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.50m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC50TC100ALPHA01      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x80	V100x50	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x80	V100x50	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x50	V100x50	5.6	Variable	Linear	Linear
V100x50	V100x80	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-19. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.1, hc= 50cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.60m, t = 0.4m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC60TC40ALPHA01 Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x96	V40x60	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x96	V40x60	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x60	V40x60	5.6	Variable	Linear	Linear
V40x60	V40x96	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-20. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha\alpha$ = 0.1, hc= 60cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.60m, t = 0.6m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC60TC60ALPHA01 Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x96	V60x60	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x96	V60x60	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x60	V60x60	5.6	Variable	Linear	Linear
V60x60	V60x96	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-21. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha\alpha$ = 0.1, hc= 60cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.60m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC60TC100ALPHA01 Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x96	V100x60	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x96	V100x60	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x60	V100x60	5.6	Variable	Linear	Linear
V100x60	V100x96	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-22. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha\alpha$ = 0.1, hc= 60cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.70m, t = 0.40m, L=7m.

Nonprismatic Section Name		Display Color				
Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation	
V40x112	V40x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear	
V40x112	V40x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear	
V40x70	V40x70	5.6	Variable	Linear	Linear	
V40x70	V40x112	0.7	Absolute	Cubic	Linear	

Fig. 4-23. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha_a= 0.1$ , hc= 70cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.70m, t = 0.60m, L=7m.

Nonprismatic Section Name		Display Color				
Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation	
V60x112	V60x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear	
V60x112	V60x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear	
V60x70	V60x70	5.6	Variable	Linear	Linear	
V60x70	V60x112	0.7	Absolute	Cubic	Linear	

Fig. 4-24. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha_a= 0.1$ , hc= 70cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.70m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name		Display Color				
Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation	
V100x112	V100x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear	
V100x112	V100x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear	
V100x70	V100x70	5.6	Variable	Linear	Linear	
V100x70	V100x112	0.7	Absolute	Cubic	Linear	

Fig. 4-25. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha_a= 0.1$ , hc= 70cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

## VIGA 1.0 ra, alpha 0.1 (q uniforme)

- Ra 1.0, hc=0.40m, t = 0.4m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x80	V40x40	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x80	V40x40	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x40	V40x40	5.6	Variable	Linear	Linear
V40x40	V40x80	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-26. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ a= 0.1, hc= 40cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.40m, t = 0.6m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x80	V60x40	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x80	V60x40	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x40	V60x40	5.6	Variable	Linear	Linear
V60x40	V60x80	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-27. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ a= 0.1, hc= 40cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.40m, t = 1.0m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x80	V100x40	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x80	V100x40	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x40	V100x40	5.6	Variable	Linear	Linear
V100x40	V100x80	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-28. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ a= 0.1, hc= 40cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.50m, t = 0.40m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC50T40ALPHA01      Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x100	V40x50	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x100	V40x50	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x50	V40x50	5.6	Variable	Linear	Linear
V40x50	V40x100	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-29. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ a= 0.1, hc= 50cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.50m, t = 0.60m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC50T60ALPHA01      Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x100	V60x50	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x100	V60x50	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x50	V60x50	5.6	Variable	Linear	Linear
V60x50	V60x100	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-30. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ a= 0.1, hc= 50cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.50m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC50T100ALPHA01      Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x100	V100x50	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x100	V100x50	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x50	V100x50	5.6	Absolute	Linear	Linear
V100x50	V100x100	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-31. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ a= 0.1, hc= 50cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.60m, t = 0.4m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC60TC40ALPHA01 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x120	V40x60	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x120	V40x60	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x60	V40x60	5.6	Variable	Linear	Linear
V40x60	V40x120	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-32. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha_a= 0.1$ , hc= 60cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.60m, t = 0.6m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC60TC60ALPHA01 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x120	V60x60	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x120	V60x60	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x60	V60x60	5.6	Variable	Linear	Linear
V60x60	V60x120	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-33. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha_a= 0.1$ , hc= 60cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.60m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC60TC100ALPHA01 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x120	V100x60	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x120	V100x60	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x60	V100x60	5.6	Variable	Linear	Linear
V100x60	V100x120	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-34. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha_a= 0.1$ , hc= 60cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.70m, t = 0.4m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 1RAHC70TC40ALPHA01 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x140	V40x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x140	V40x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V40x70	V40x70	5.6	Variable	Linear	Linear
V40x70	V40x140	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-35. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha_a$ = 0.1, hc= 70cm, tc= 40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.70m, t = 0.6m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 1RAHC70TC60ALPHA01 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x140	V60x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x140	V60x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V60x70	V60x70	5.6	Variable	Linear	Linear
V60x70	V60x140	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-36. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha_a$ = 0.1, hc= 70cm, tc= 60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.70m, t = 1.0m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 1RAHC70TC100ALPHA01 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x140	V100x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x140	V100x70	0.7	Absolute	Cubic	Linear
V100x70	V100x70	5.6	Variable	Linear	Linear
V100x70	V100x140	0.7	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-37. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha_a$ = 0.1, hc= 70cm, tc= 100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.



### VIGA 0.4 ra, alpha 0.2 (q uniforme)

- Ra 0.4, hc=0.40m, t = 0.4m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x56	V40x40	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x56	V40x40	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x40	V40x40	4.2	Variable	Linear	Linear
V40x40	V40x56	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-38. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ = 0.2, hc= 40cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.40m, t = 0.6m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x56	V60x40	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x56	V60x40	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x40	V60x64	4.2	Variable	Linear	Linear
V60x40	V60x56	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-39. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ = 0.2, hc= 40cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.40m, t = 1.0m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x56	V100x40	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x56	V100x40	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x40	V100x40	4.2	Variable	Linear	Linear
V100x40	V100x56	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-40. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ = 0.2, hc= 40cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.50m, t = 0.40m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC50TC40ALPHA02      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x70	V40x50	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x70	V40x50	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x50	V40x50	4.2	Variable	Linear	Linear
V40x50	V40x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-41. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha\alpha$ = 0.2, hc= 50cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.50m, t = 0.60m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC50TC60ALPHA02      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x70	V60x50	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x70	V60x50	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x50	V60x50	4.2	Variable	Linear	Linear
V60x50	V60x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-42. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha\alpha$ = 0.2, hc= 50cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.50m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC50TC100ALPHA02      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x70	V100x50	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x70	V100x50	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x50	V100x50	4.2	Variable	Linear	Linear
V100x50	V100x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-43. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha\alpha$ = 0.2, hc= 50cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.60m, t = 0.4m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** [04RAHC60TC40ALPHA02] Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x84	V40x60	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x84	V40x60	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x60	V40x60	4.2	Variable	Linear	Linear
V40x60	V40x84	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-44. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ a= 0.2, hc= 60cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.60m, t = 0.6m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** [04RAHC60TC60ALPHA02] Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x84	V60x60	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x84	V60x60	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x60	V60x60	4.2	Variable	Linear	Linear
V60x60	V60x84	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-45. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ a= 0.2, hc= 60cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.6m, t = 1.0m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** [04RAHC60TC100ALPHA02] Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x84	V100x60	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x84	V100x60	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x60	V100x60	4.2	Variable	Linear	Linear
V100x60	V100x84	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-46. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ a= 0.2, hc= 60cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.7m, t = 0.40m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC70TC40ALPHA02      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x98	V40x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x98	V40x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x70	V40x70	4.2	Variable	Linear	Linear
V40x70	V40x98	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-47. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha\alpha$ = 0.2, hc= 70cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.7m, t = 0.60m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC70TC60ALPHA02      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x98	V60x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x98	V60x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x70	V60x70	4.2	Variable	Linear	Linear
V60x70	V60x98	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-48. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha\alpha$ = 0.2, hc= 70cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.7m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC70TC100ALPHA02      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x98	V100x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x98	V100x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x70	V100x70	4.2	Variable	Linear	Linear
V100x70	V100x98	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-49. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha\alpha$ = 0.2, hc= 70cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

## VIGA 0.6 ra, alpha 0.2 (q uniforme)

- Ra 0.6, hc=0.40m, t = 0.4m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x64	V40x40	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x64	V40x40	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x40	V40x40	4.2	Variable	Linear	Linear
V40x40	V40x64	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-50. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ = 0.2, hc= 40cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.40m, t = 0.6m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x64	V60x40	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x64	V60x40	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x40	V60x40	4.2	Variable	Linear	Linear
V60x40	V60x64	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-51. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ = 0.2, hc= 40cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.40m, t = 1.0m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x64	V100x40	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x64	V100x40	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x40	V100x40	4.2	Variable	Linear	Linear
V100x40	V100x64	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-52. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ = 0.2, hc= 40cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.50m, t = 0.40m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC50TC40ALPHA02      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x80	V40x50	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x80	V40x50	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x50	V40x50	4.2	Variable	Linear	Linear
V40x50	V40x80	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-53. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha a = 0.2$ , hc= 50cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.50m, t = 0.60m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC50TC60ALPHA02      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x80	V60x50	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x80	V60x50	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x50	V60x50	4.2	Variable	Linear	Linear
V60x50	V60x80	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-54. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha a = 0.2$ , hc= 50cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.50m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC50TC100ALPHA02      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x80	V100x50	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x80	V100x50	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x50	V100x50	4.2	Variable	Linear	Linear
V100x50	V100x80	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-55. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha a = 0.2$ , hc= 50cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.60m, t = 0.4m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 06RAHC60TC40ALPHA02 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x96	V40x60	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x96	V40x60	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x60	V40x60	4.2	Variable	Linear	Linear
V40x60	V40x96	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-56. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.2, hc= 60cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.60m, t = 0.6m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 06RAHC60TC60ALPHA02 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x96	V60x60	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x96	V60x60	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x60	V60x60	4.2	Variable	Linear	Linear
V60x60	V60x96	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-57. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.2, hc= 60cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.60m, t = 1.0m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 06RAHC60TC100ALPHA02 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x96	V100x60	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x96	V100x60	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x60	V100x60	4.2	Variable	Linear	Linear
V100x60	V100x96	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-58. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.2, hc= 60cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.70m, t = 0.40m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 06RAHC70TC40ALPHA02 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x112	V40x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x112	V40x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x70	V40x70	4.2	Variable	Linear	Linear
V40x70	V40x112	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-59. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha_a= 0.2$ , hc= 70cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.70m, t = 0.60m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 06RAHC70TC60ALPHA02 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x112	V60x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x112	V60x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x70	V60x70	4.2	Variable	Linear	Linear
V60x70	V60x112	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-60. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha_a= 0.2$ , hc= 70cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.70m, t = 1.0m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 06RAHC70TC100ALPHA02 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x112	V100x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x112	V100x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x70	V100x70	4.2	Variable	Linear	Linear
V100x70	V100x112	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-61. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha_a= 0.2$ , hc= 70cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.



## VIGA 1.0 ra, alpha 0.2 (q uniforme)

- Ra 1.0, hc=0.40m, t = 0.4m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x80	V40x40	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x80	V40x40	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x40	V40x40	4.2	Variable	Linear	Linear
V40x40	V40x80	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-62. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha_a$ = 0.2, hc= 40cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.40m, t = 0.6m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x80	V60x40	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x80	V60x40	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x40	V60x40	4.2	Variable	Linear	Linear
V60x40	V60x80	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-63. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha_a$ = 0.2, hc= 40cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.40m, t = 1.0m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x80	V100x40	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x80	V100x40	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x40	V100x40	4.2	Variable	Linear	Linear
V100x40	V100x80	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-64. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha_a$ = 0.2, hc= 40cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.50m, t = 0.40m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC50TC40ALPHA02 Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x100	V40x50	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x100	V40x50	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x50	V40x50	4.2	Variable	Linear	Linear
V40x50	V40x100	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-65. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha\alpha$ = 0.2, hc= 50cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABsv9.

- Ra 1.0, hc=0.50m, t = 0.60m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC50TC60ALPHA02 Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x100	V60x50	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x100	V60x50	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x50	V60x50	4.2	Variable	Linear	Linear
V60x50	V60x100	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-66. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha\alpha$ = 0.2, hc= 50cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABsv9.

- Ra 1.0, hc=0.50m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC50TC100ALPHA02 Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x100	V100x50	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x100	V100x50	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x50	V100x50	4.2	Variable	Linear	Linear
V100x50	V100x100	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-67. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha\alpha$ = 0.2, hc= 50cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABsv9.

- Ra 1.0, hc=0.60m, t = 0.4m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC60TC40ALPHA02      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x120	V40x60	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x120	V40x60	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x60	V40x60	4.2	Variable	Linear	Linear
V40x60	V40x120	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-68. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha_a= 0.2$ , hc= 60cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.60m, t = 0.6m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC60TC60ALPHA02      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x120	V60x60	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x120	V60x60	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x60	V60x60	4.2	Variable	Linear	Linear
V60x60	V60x120	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-69. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha_a= 0.2$ , hc= 60cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.60m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC60TC100ALPHA02      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x120	V100x60	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x120	V100x60	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x60	V100x60	4.2	Variable	Linear	Linear
V100x60	V100x120	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-70. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha_a= 0.2$ , hc= 60cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.70m, t = 0.4m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC70TC40ALPHA02      Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x140	V40x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x140	V40x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V40x70	V40x70	4.2	Variable	Linear	Linear
V40x70	V40x140	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-71. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha_a$ = 0.2, hc= 70cm, tc= 40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.70m, t = 0.6m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC70TC60ALPHA02      Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x140	V60x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x140	V60x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V60x70	V60x70	4.2	Variable	Linear	Linear
V60x70	V60x140	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-72. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha_a$ = 0.2, hc= 70cm, tc= 60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.70m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC70TC100ALPHA02      Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x140	V100x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x140	V100x70	1.4	Absolute	Cubic	Linear
V100x70	V100x70	4.2	Variable	Linear	Linear
V100x70	V100x140	1.4	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-73. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha_a$ = 0.2, hc= 70cm, tc= 100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

## VIGA 0.4 ra, alpha 0.3 (q uniforme)

- Ra 0.4, hc=0.40m, t = 0.4m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x56	V40x40	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x56	V40x40	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x40	V40x40	2.8	Variable	Linear	Linear
V40x40	V40x56	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-74. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ a= 0.3, hc= 40cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.40m, t = 0.6m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x56	V60x40	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x56	V60x40	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x40	V60x64	2.8	Variable	Linear	Linear
V60x40	V60x56	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-75. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ a= 0.3, hc= 40cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.40m, t = 1.0m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x56	V100x40	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x56	V100x40	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x40	V100x40	4.2	Variable	Linear	Linear
V100x40	V100x56	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-76. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ a= 0.3, hc= 40cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.50m, t = 0.40m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 04RAHC50TC40ALPHA03 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x70	V40x50	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x70	V40x50	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x50	V40x50	2.8	Variable	Linear	Linear
V40x50	V40x70	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-77. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, aa= 0.3, hc= 50cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.50m, t = 0.60m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 04RAHC50TC60ALPHA03 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x70	V60x50	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x70	V60x50	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x50	V60x50	2.8	Variable	Linear	Linear
V60x50	V60x70	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-78. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, aa= 0.3, hc= 50cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.50m, t = 1.0m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 04RAHC50TC100ALPHA03 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x70	V100x50	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x70	V100x50	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x50	V100x50	2.8	Variable	Linear	Linear
V100x50	V100x70	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-79. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, aa= 0.3, hc= 50cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.60m, t = 0.4m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC60TC40ALPHA03      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x84	V40x60	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x84	V40x60	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x60	V40x60	2.8	Variable	Linear	Linear
V40x60	V40x84	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-80. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ a= 0.3, hc= 60cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.60m, t = 0.6m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC60TC60ALPHA03      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x84	V60x60	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x84	V60x60	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x60	V60x60	2.8	Variable	Linear	Linear
V60x60	V60x84	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-81. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ a= 0.3, hc= 60cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.6m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC60TC100ALPHA03      Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x84	V100x60	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x84	V100x60	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x60	V100x60	2.8	Variable	Linear	Linear
V100x60	V100x84	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-82. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ a= 0.3, hc= 60cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.7m, t = 0.40m, L=7m.

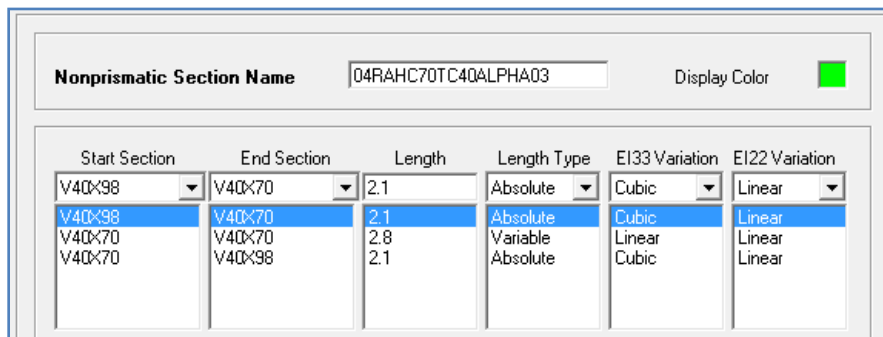


Fig. 4-83. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha\alpha= 0.3$ , hc= 70cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.7m, t = 0.60m, L=7m.

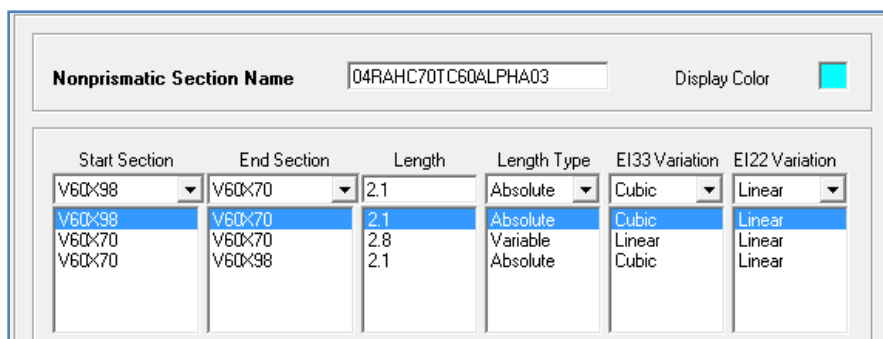


Fig. 4-84. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha\alpha= 0.3$ , hc= 70cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.7m, t = 1.0m, L=7m.

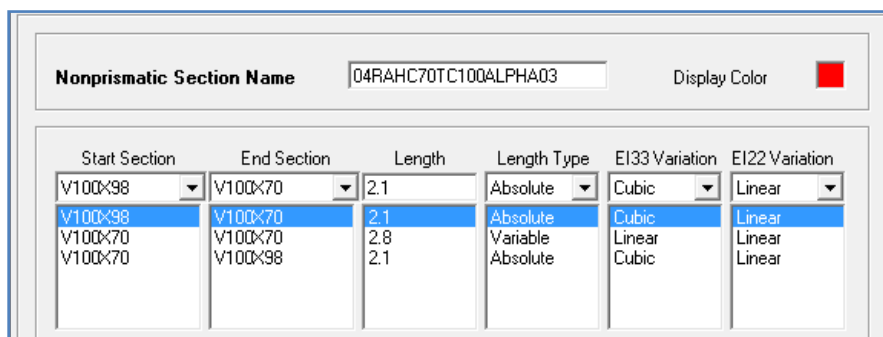


Fig. 4-85. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha\alpha= 0.3$ , hc= 70cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.



## VIGA 0.6 ra, alpha 0.3 (q uniforme)

- Ra 0.6, hc=0.40m, t = 0.4m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x64	V40x40	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x64	V40x40	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x40	V40x40	2.8	Variable	Linear	Linear
V40x40	V40x64	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-86. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ = 0.3, hc= 40cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.40m, t = 0.6m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x64	V60x40	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x64	V60x40	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x40	V60x40	2.8	Variable	Linear	Linear
V60x40	V60x64	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-87. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ = 0.3, hc= 40cm, tc=60cm).  
Fuente: ETABSv9

- Ra 0.6, hc=0.40m, t = 1.0m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x64	V100x40	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x64	V100x40	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x40	V100x40	2.8	Variable	Linear	Linear
V100x40	V100x64	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-88. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ = 0.3, hc= 40cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.50m, t = 0.40m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 06RAHC50TC40ALPHA03 Display Color ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x80	V40x50	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x80	V40x50	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x50	V40x50	2.8	Variable	Linear	Linear
V40x50	V40x80	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-89. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.3, hc= 50cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.50m, t = 0.60m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 06RAHC50TC60ALPHA03 Display Color ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x80	V60x50	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x80	V60x50	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x50	V60x50	2.8	Variable	Linear	Linear
V60x50	V60x80	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-90. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.3, hc= 50cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.50m, t = 1.0m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 06RAHC50TC100ALPHA03 Display Color ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x80	V100x50	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x80	V100x50	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x50	V100x50	2.8	Variable	Linear	Linear
V100x50	V100x80	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-91. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.3, hc= 50cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.60m, t = 0.4m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC60TC40ALPHA03      Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x96	V40x60	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x96	V40x60	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x60	V40x60	2.8	Variable	Linear	Linear
V40x60	V40x96	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-92. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha\alpha$ = 0.3, hc= 60cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.60m, t = 0.6m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC60TC60ALPHA03      Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x96	V60x60	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x96	V60x60	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x60	V60x60	2.8	Variable	Linear	Linear
V60x60	V60x96	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-93. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha\alpha$ = 0.3, hc= 60cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.60m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC60TC100ALPHA03      Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x96	V100x60	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x96	V100x60	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x60	V100x60	2.8	Variable	Linear	Linear
V100x60	V100x96	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-94. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha\alpha$ = 0.3, hc= 60cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.70m, t = 0.40m, L=7m.

Nonprismatic Section Name		Display Color				
06RAHC70TC40ALPHA03		[Blue]				
Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation	
V40x112	V40x70	2.1	Absolute	Cubic	Linear	
V40x112	V40x70	2.1	Absolute	Cubic	Linear	
V40x70	V40x70	2.8	Variable	Linear	Linear	
V40x70	V40x112	2.1	Absolute	Cubic	Linear	

Fig. 4-95. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ a= 0.3, hc= 70cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.70m, t = 0.60m, L=7m.

Nonprismatic Section Name		Display Color				
06RAHC70TC60ALPHA03		[Green]				
Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation	
V60x112	V60x70	2.1	Absolute	Cubic	Linear	
V60x112	V60x70	2.1	Absolute	Cubic	Linear	
V60x70	V60x70	2.8	Variable	Linear	Linear	
V60x70	V60x112	2.1	Absolute	Cubic	Linear	

Fig. 4-96. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ a= 0.3, hc= 70cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.70m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name		Display Color				
06RAHC70TC100ALPHA03		[Cyan]				
Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation	
V100x112	V100x70	2.1	Absolute	Cubic	Linear	
V100x112	V100x70	2.1	Absolute	Cubic	Linear	
V100x70	V100x70	2.8	Variable	Linear	Linear	
V100x70	V100x112	2.1	Absolute	Cubic	Linear	

Fig. 4-97. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ a= 0.3, hc= 70cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

## VIGA 1.0 ra, alpha 0.3 (q uniforme)

- Ra 1.0, hc=0.40m, t = 0.4m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x80	V40x40	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x80	V40x40	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x40	V40x40	2.8	Variable	Linear	Linear
V40x40	V40x80	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-98. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha\alpha$ = 0.3, hc= 40cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.40m, t = 0.6m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x80	V60x40	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x80	V60x40	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x40	V60x40	2.8	Variable	Linear	Linear
V60x40	V60x80	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-99. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha\alpha$ = 0.3, hc= 40cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.40m, t = 1.0m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x80	V100x40	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x80	V100x40	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x40	V100x40	2.8	Variable	Linear	Linear
V100x40	V100x80	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-100. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha\alpha$ = 0.3, hc= 40cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.50m, t = 0.40m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 1RAHC50TC40ALPHA03 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x100	V40x50	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x100	V40x50	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x50	V40x50	2.8	Variable	Linear	Linear
V40x50	V40x100	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-101. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha\alpha= 0.3$ , hc= 50cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.50m, t = 0.60m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 1RAHC50TC60ALPHA03 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x100	V60x50	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x100	V60x50	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x50	V60x50	2.8	Variable	Linear	Linear
V60x50	V60x100	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-102. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha\alpha= 0.3$ , hc= 50cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.50m, t = 1.0m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 1RAHC50TC100ALPHA03 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x100	V100x50	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x100	V100x50	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x50	V100x50	2.8	Variable	Linear	Linear
V100x50	V100x100	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-103. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha\alpha= 0.3$ , hc= 50cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.60m, t = 0.4m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 1RAHC60TC40ALPHA03 Display Color ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x120	V40x60	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x120	V40x60	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x60	V40x60	2.8	Variable	Linear	Linear
V40x60	V40x120	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-104. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0, αa= 0.3, hc= 60cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.60m, t = 0.6m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 1RAHC60TC60ALPHA03 Display Color ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x120	V60x60	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x120	V60x60	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x60	V60x60	2.8	Variable	Linear	Linear
V60x60	V60x120	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-105. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0, αa= 0.3, hc= 60cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.60m, t = 1.0m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 1RAHC60TC100ALPHA03 Display Color ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x120	V100x60	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x120	V100x60	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x60	V100x60	2.8	Variable	Linear	Linear
V100x60	V100x120	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-106. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0, αa= 0.3, hc= 60cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.70m, t = 0.4m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 1RAHC70TC40ALPHA03 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x140	V40x70	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x140	V40x70	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V40x70	V40x70	2.8	Variable	Linear	Linear
V40x70	V40x140	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-107. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha\alpha= 0.3$ , hc= 70cm, tc= 40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.70m, t = 0.6m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 1RAHC70TC60ALPHA03 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x140	V60x70	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x140	V60x70	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V60x70	V60x70	2.8	Variable	Linear	Linear
V60x70	V60x140	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-108. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha\alpha= 0.3$ , hc= 70cm, tc= 60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.70m, t = 1.0m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 1RAHC70TC100ALPHA03 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x140	V100x70	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x140	V100x70	2.1	Absolute	Cubic	Linear
V100x70	V100x70	2.8	Variable	Linear	Linear
V100x70	V100x140	2.1	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-109. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha\alpha= 0.3$ , hc= 70cm, tc= 100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.



## VIGA 0.4 ra, alpha 0.4 (q uniforme)

- Ra 0.4, hc=0.40m, t = 0.4m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x56	V40x40	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x56	V40x40	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x40	V40x40	1.4	Variable	Linear	Linear
V40x40	V40x56	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-110. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ a= 0.4, hc= 40cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.40m, t = 0.6m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x56	V60x40	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x56	V60x40	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x40	V60x64	1.4	Variable	Linear	Linear
V60x40	V60x56	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-111. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ a= 0.4, hc= 40cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.40m, t = 1.0m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x56	V100x40	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x56	V100x40	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x40	V100x40	1.4	Variable	Linear	Linear
V100x40	V100x56	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-112. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ a= 0.4, hc= 40cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.50m, t = 0.40m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC50TC40ALPHA04      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x70	V40x50	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x70	V40x50	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x50	V40x50	1.4	Variable	Linear	Linear
V40x50	V40x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-113. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.4, hc= 50cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.50m, t = 0.60m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC50TC60ALPHA04      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x70	V60x50	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x70	V60x50	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x50	V60x50	1.4	Variable	Linear	Linear
V60x50	V60x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-114. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.4, hc= 50cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.50m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC50TC100ALPHA04      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x70	V100x50	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x70	V100x50	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x50	V100x50	1.4	Variable	Linear	Linear
V100x50	V100x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-115. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.4, hc= 50cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.60m, t = 0.4m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC60TC40ALPHA04      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x84	V40x60	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x84	V40x60	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x60	V40x60	1.4	Variable	Linear	Linear
V40x60	V40x84	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-116. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.4, hc= 60cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.60m, t = 0.6m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC60TC60ALPHA04      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x84	V60x60	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x84	V60x60	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x60	V60x60	1.4	Variable	Linear	Linear
V60x60	V60x84	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-117. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.4, hc= 60cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.6m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC60TC100ALPHA04      Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x84	V100x60	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x84	V100x60	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x60	V100x60	1.4	Variable	Linear	Linear
V100x60	V100x84	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-118. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.4, hc= 60cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.7m, t = 0.40m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC70TC40ALPHA04      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x98	V40x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x98	V40x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x70	V40x70	1.4	Variable	Linear	Linear
V40x70	V40x98	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-119. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.4, hc= 70cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.7m, t = 0.60m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC70TC60ALPHA04      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x98	V60x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x98	V60x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x70	V60x70	1.4	Variable	Linear	Linear
V60x70	V60x98	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-120. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.4, hc= 70cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.7m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC70TC100ALPHA04      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x98	V100x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x98	V100x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x70	V100x70	1.4	Variable	Linear	Linear
V100x70	V100x98	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-121. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.4, hc= 70cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

## VIGA 0.6 ra, alpha 0.4 (q uniforme)

- Ra 0.6, hc=0.40m, t = 0.4m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x64	V40x40	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x64	V40x40	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x40	V40x40	1.4	Variable	Linear	Linear
V40x40	V40x64	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-122. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ a= 0.4, hc= 40cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.40m, t = 0.6m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x64	V60x40	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x64	V60x40	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x40	V60x40	1.4	Variable	Linear	Linear
V60x40	V60x64	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-123. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ a= 0.4, hc= 40cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.40m, t = 1.0m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x64	V100x40	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x64	V100x40	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x40	V100x40	1.4	Variable	Linear	Linear
V100x40	V100x64	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-124. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ a= 0.4, hc= 40cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.50m, t = 0.40m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC50TC40ALPHA04      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x80	V40x50	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x80	V40x50	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x50	V40x50	1.4	Variable	Linear	Linear
V40x50	V40x80	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-125. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.4, hc= 50cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.50m, t = 0.60m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC50TC60ALPHA04      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x80	V60x50	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x80	V60x50	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x50	V60x50	1.4	Variable	Linear	Linear
V60x50	V60x80	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-126. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.4, hc= 50cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.50m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC50TC100ALPHA04      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x80	V100x50	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x80	V100x50	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x50	V100x50	1.4	Variable	Linear	Linear
V100x50	V100x80	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-127. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.4, hc= 50cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.60m, t = 0.4m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC60TC40ALPHA04 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x96	V40x60	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x96	V40x60	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x60	V40x60	1.4	Variable	Linear	Linear
V40x60	V40x96	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-128. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.4, hc= 60cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.60m, t = 0.6m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC60TC60ALPHA04 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x96	V60x60	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x96	V60x60	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x60	V60x60	1.4	Variable	Linear	Linear
V60x60	V60x96	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-129. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.4, hc= 60cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.60m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC60TC100ALPHA04 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x96	V100x60	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x96	V100x60	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x60	V100x60	1.4	Variable	Linear	Linear
V100x60	V100x96	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-130. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.4, hc= 60cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.70m, t = 0.40m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC70TC40ALPHA04      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x112	V40x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x112	V40x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x70	V40x70	1.4	Variable	Linear	Linear
V40x70	V40x112	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-131. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.4, hc= 70cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.70m, t = 0.60m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC70TC60ALPHA04      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x112	V60x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x112	V60x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x70	V60x70	1.4	Variable	Linear	Linear
V60x70	V60x112	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-132. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.4, hc= 70cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.70m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC70TC100ALPHA04      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x112	V100x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x112	V100x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x70	V100x70	1.4	Variable	Linear	Linear
V100x70	V100x112	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-133. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.4, hc= 70cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.



### VIGA 1.0 ra, alpha 0.4 (q uniforme)

- Ra 1.0, hc=0.40m, t = 0.4m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x80	V40x40	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x80	V40x40	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x40	V40x40	1.4	Variable	Linear	Linear
V40x40	V40x80	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-134. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ = 0.4, hc= 40cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.40m, t = 0.6m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x80	V60x40	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x80	V60x40	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x40	V60x40	1.4	Variable	Linear	Linear
V60x40	V60x80	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-135. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ = 0.4, hc= 40cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.40m, t = 1.0m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x80	V100x40	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x80	V100x40	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x40	V100x40	1.4	Variable	Linear	Linear
V100x40	V100x80	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-136. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ = 0.4, hc= 40cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.50m, t = 0.40m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC50TC40ALPHA04 Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x100	V40x50	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x100	V40x50	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x50	V40x50	1.4	Variable	Linear	Linear
V40x50	V40x100	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-137. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha\alpha= 0.4$ , hc= 50cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.50m, t = 0.60m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC50TC60ALPHA04 Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x100	V60x50	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x100	V60x50	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x50	V60x50	1.4	Variable	Linear	Linear
V60x50	V60x100	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-138. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha\alpha= 0.4$ , hc= 50cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.50m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC50TC100ALPHA04 Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x100	V100x50	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x100	V100x50	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x50	V100x50	1.4	Variable	Linear	Linear
V100x50	V100x100	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-139. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha\alpha= 0.4$ , hc= 50cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.60m, t = 0.4m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 1RAHC60TC40ALPHA04 **Display Color** ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x120	V40x60	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x120	V40x60	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x60	V40x60	1.4	Variable	Linear	Linear
V40x60	V40x120	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-140. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ a= 0.4, hc= 60cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.60m, t = 0.6m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 1RAHC60TC60ALPHA04 **Display Color** ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x120	V60x60	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x120	V60x60	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x60	V60x60	1.4	Variable	Linear	Linear
V60x60	V60x120	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-141. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ a= 0.4, hc= 60cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.60m, t = 1.0m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 1RAHC60TC100ALPHA04 **Display Color** ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x120	V100x60	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x120	V100x60	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x60	V100x60	1.4	Variable	Linear	Linear
V100x60	V100x120	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-142. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ a= 0.4, hc= 60cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.70m, t = 0.4m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC70TC40ALPHA04      Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x140	V40x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x140	V40x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V40x70	V40x70	1.4	Variable	Linear	Linear
V40x70	V40x140	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-143. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha a= 0.4$ , hc= 70cm, tc= 40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.70m, t = 0.6m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC70TC60ALPHA04      Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x140	V60x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x140	V60x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V60x70	V60x70	1.4	Variable	Linear	Linear
V60x70	V60x140	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-144. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha a= 0.4$ , hc= 70cm, tc= 60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.70m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC70TC100ALPHA04      Display Color:

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x140	V100x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x140	V100x70	2.8	Absolute	Cubic	Linear
V100x70	V100x70	1.4	Variable	Linear	Linear
V100x70	V100x140	2.8	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-145. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha a= 0.4$ , hc= 70cm, tc= 100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

### VIGA 0.4 ra, alpha 0.5 (q uniforme)

- Ra 0.4, hc=0.40m, t = 0.4m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x56	V40x40	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x56	V40x40	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x40	V40x56	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-146. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha\alpha= 0.5$ , hc= 40cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.40m, t = 0.6m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x56	V60x40	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x56	V60x40	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x40	V60x56	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-147. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha\alpha= 0.5$ , hc= 40cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.40m, t = 1.0m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x56	V100x40	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x56	V100x40	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x40	V100x56	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-148. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha\alpha= 0.5$ , hc= 40cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.50m, t = 0.40m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC50TC40ALPHA05      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x70	V40x50	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x70	V40x50	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x50	V40x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-149. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.5, hc= 50cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.50m, t = 0.60m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC50TC60ALPHA05      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x70	V60x50	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x70	V60x50	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x50	V60x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-150. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.5, hc= 50cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.50m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC50TC100ALPHA05      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x70	V100x50	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x70	V100x50	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x50	V100x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-151. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.5, hc= 50cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.60m, t = 0.4m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 04RAHC60TC40ALPHA05 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x84	V40x60	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x84	V40x60	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x60	V40x84	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-152. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ = 0.5, hc= 60cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.60m, t = 0.6m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 04RAHC60TC60ALPHA05 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x84	V60x60	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x84	V60x60	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x60	V60x84	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-153. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ = 0.5, hc= 60cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.6m, t = 1.0m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 04RAHC60TC100ALPHA05 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x84	V100x60	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x84	V100x60	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x60	V100x84	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-154. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4,  $\alpha$ = 0.5, hc= 60cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.7m, t = 0.40m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC70TC40ALPHA05      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x98	V40x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x98	V40x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x70	V40x98	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-155. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.5, hc= 70cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.7m, t = 0.60m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC70TC60ALPHA05      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x98	V60x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x98	V60x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x70	V60x98	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-156. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.5, hc= 70cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.4, hc=0.7m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 04RAHC70TC100ALPHA05      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x98	V100x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x98	V100x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x70	V100x98	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-157. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.4, αa= 0.5, hc= 70cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.



## VIGA 0.6 ra, alpha 0.5 (q uniforme)

- Ra 0.6, hc=0.40m, t = 0.4m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x64	V40x40	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x64	V40x40	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x40	V40x64	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-158. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ a= 0.5, hc= 40cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.40m, t = 0.6m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x64	V60x40	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x64	V60x40	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x40	V60x64	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-159. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ a= 0.5, hc= 40cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.40m, t = 1.0m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x64	V100x40	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x64	V100x40	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x40	V100x64	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-160. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ a= 0.5, hc= 40cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.50m, t = 0.40m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 06RAHC50TC40ALPHA05 Display Color ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x80	V40x50	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x80	V40x50	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x50	V40x80	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-161. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.5, hc= 50cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.50m, t = 0.60m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 06RAHC50TC60ALPHA05 Display Color ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x80	V60x50	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x80	V60x50	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x50	V60x80	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-162. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.5, hc= 50cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.50m, t = 1.0m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 06RAHC50TC100ALPHA05 Display Color ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x80	V100x50	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x80	V100x50	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x50	V100x80	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-163. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6, αa= 0.5, hc= 50cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.60m, t = 0.4m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC60TC40ALPHA05 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x96	V40x60	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x96	V40x60	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x60	V40x96	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-164. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha\alpha= 0.5$ , hc= 60cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.60m, t = 0.6m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC60TC60ALPHA05 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x96	V60x60	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x96	V60x60	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x60	V60x96	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-165. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha\alpha= 0.5$ , hc= 60cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.60m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC60TC100ALPHA05 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x96	V100x60	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x96	V100x60	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x60	V100x96	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-166. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha\alpha= 0.5$ , hc= 60cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.70m, t = 0.40m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC70TC40ALPHA05      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x112	V40x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x112	V40x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x70	V40x112	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-167. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ a= 0.5, hc= 70cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.70m, t = 0.60m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC70TC60ALPHA05      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x112	V60x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x112	V60x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x70	V60x112	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-168. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ a= 0.5, hc= 70cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 0.6, hc=0.70m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 06RAHC70TC100ALPHA05      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x112	V100x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x112	V100x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x70	V100x112	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-169. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 0.6,  $\alpha$ a= 0.5, hc= 70cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

## VIGA 1.0 ra, alpha 0.5 (q uniforme)

- Ra 1.0, hc=0.40m, t = 0.4m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x80	V40x40	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x80	V40x40	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x40	V40x80	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-170. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ = 0.5, hc= 40cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.40m, t = 0.6m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x80	V60x40	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x80	V60x40	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x40	V60x80	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-171. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ = 0.5, hc= 40cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.40m, t = 1.0m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x80	V100x40	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x80	V100x40	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x40	V100x80	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-172. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ = 0.5, hc= 40cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.50m, t = 0.40m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x100	V40x50	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x100	V40x50	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x50	V40x100	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-173. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ a= 0.5, hc= 50cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.50m, t = 0.60m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x100	V60x50	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x100	V60x50	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x50	V60x100	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-174. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ a= 0.5, hc= 50cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.50m, t = 1.0m, L=7m.

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x100	V100x50	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x100	V100x50	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x50	V100x100	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-175. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ a= 0.5, hc= 50cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.60m, t = 0.4m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC60TC40ALPHA05      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x120	V40x60	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x120	V40x60	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x60	V40x120	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-176. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0, αa= 0.5, hc= 60cm, tc=40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.60m, t = 0.6m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC60TC60ALPHA05      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x120	V60x60	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x120	V60x60	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x60	V60x120	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-177. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0, αa= 0.5, hc= 60cm, tc=60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.60m, t = 1.0m, L=7m.

Nonprismatic Section Name: 1RAHC60TC100ALPHA05      Display Color: ■

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x120	V100x60	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x120	V100x60	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x60	V100x120	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-178. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0, αa= 0.5, hc= 60cm, tc=100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.70m, t = 0.4m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 1RAHC70TC40ALPHA05 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V40x140	V40x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x140	V40x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V40x70	V40x140	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-179. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ a= 0.5, hc= 70cm, tc= 40cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.70m, t = 0.6m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 1RAHC70TC60ALPHA05 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V60x140	V60x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x140	V60x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V60x70	V60x140	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-180. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ a= 0.5, hc= 70cm, tc= 60cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.

- Ra 1.0, hc=0.70m, t = 1.0m, L=7m.

**Nonprismatic Section Name** 1RAHC70TC100ALPHA05 Display Color

Start Section	End Section	Length	Length Type	EI33 Variation	EI22 Variation
V100x140	V100x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x140	V100x70	3.5	Absolute	Cubic	Linear
V100x70	V100x140	3.5	Absolute	Cubic	Linear

Fig. 4-181. Sección del tipo no prismática. (Viga ra= 1.0,  $\alpha$ a= 0.5, hc= 70cm, tc= 100cm).  
Fuente: Programa ETABSv9.



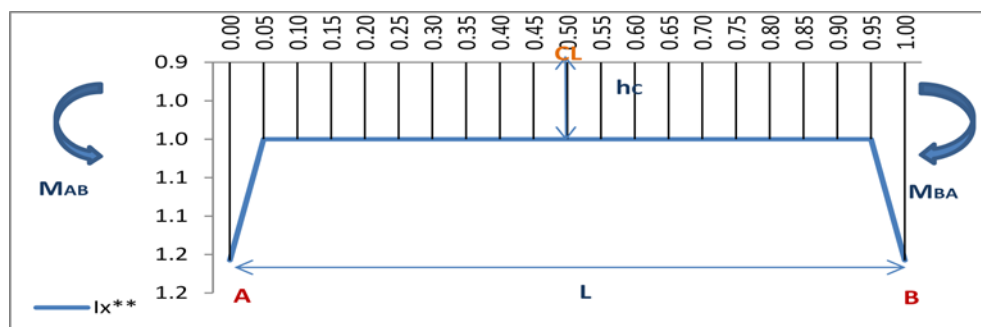
**4.3. Calcular parámetros de rigideces, momento de empotramiento y deflexiones empleando el software Microsoft Office Excel 2007.**

A continuación se presentan las vigas acarteladas evaluadas, de acuerdo a las dimensiones de los parámetros  $R_{ax}$ , los diagramas de los esfuerzos cortante, momento y carga elástica solo aparecen para los primeros casos de viga sometida a carga uniforme y puntual ya que para todos los casos desde  $\alpha = 0.1$  hasta  $\alpha = 0.5$  se repiten los diagramas de corte y momento porque est sometidas a la misma carga uniforme o puntual, respectivamente.

- **Vigas sometidas a una carga uniforme:**
- $R_a 0.05, \alpha = 0.05$

Tabla. 4-1. Datos de una viga con cartela de  $r_a = r_b = 0.05$  y  $\alpha_a = \alpha_b = 0.05$ .  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.05	L
$\Delta y =$	0.40	
$r_a = r_b$	0.05	hc
$\alpha_a = \alpha_b$	0.05	L
L =	1.00	m
q distribuida =	1.00	(Kg-m)

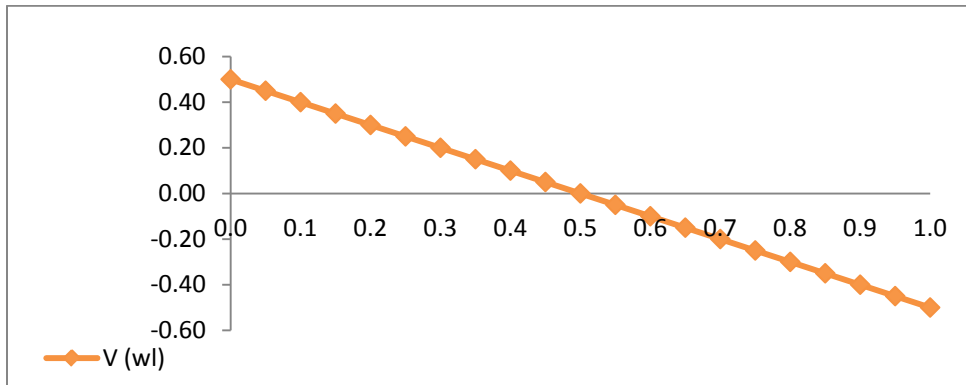


Gráfica 4-1. Valores de momento de inercia de viga acartelada con valores de  $r_a = r_b = 0.05$  (cartelas muy pequeñas). Fuente: Microsoft Office Excel 2007

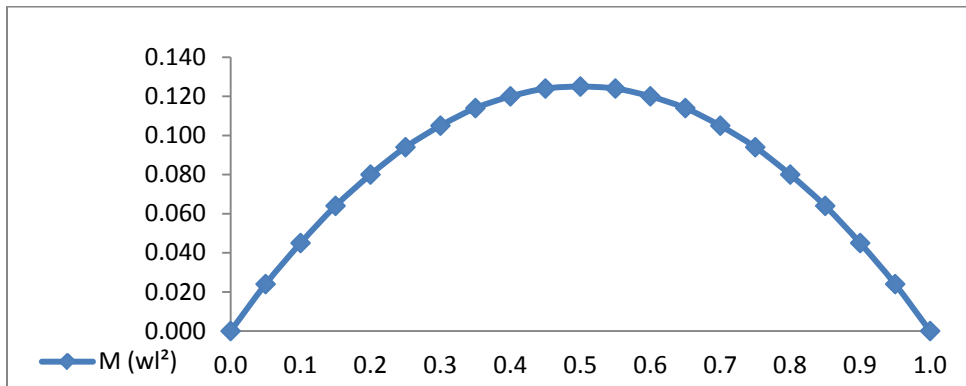
En la tabla 4-2. Se dispone el conjunto de operaciones correspondientes a las divisiones del diagrama  $M/EI$  (cargas elásticas), para determinar la carga total:

Tabla. 4-2. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.05L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

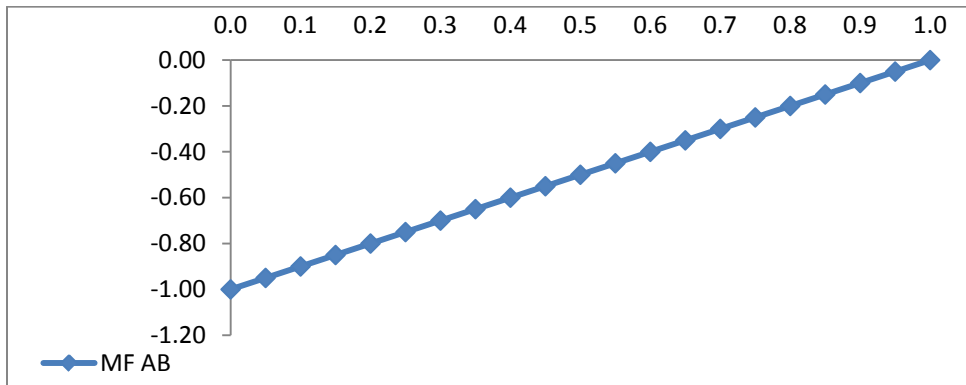
Viga 0.05ra, $\alpha = 0.05$		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela			
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento		
0.0	0.000	1.000	1.1576	0.50	0.45	0.000	1.0	1.0	-1.00	0.00	0.0000	0.00000	0.0000	-0.86	0.0216	0.0007	0.00	0.0000	0.00000		
1.0	0.050	1.000	1.0000	0.45	0.40	0.024	1.0	1.0	-0.95	-0.05	0.0240	0.00120	0.0001	-0.95	0.0475	0.0024	-0.05	0.0025	0.00013		
2.0	0.100	1.000	1.0000	0.40	0.35	0.045	1.0	1.0	-0.90	-0.10	0.0450	0.00225	0.0002	-0.90	0.0450	0.0045	-0.10	0.0050	0.00050		
3.0	0.150	1.000	1.0000	0.35	0.30	0.064	1.0	1.0	-0.85	-0.15	0.0640	0.00320	0.0005	-0.85	0.0425	0.0064	-0.15	0.0075	0.00113		
4.0	0.200	1.000	1.0000	0.30	0.25	0.080	1.0	1.0	-0.80	-0.20	0.0800	0.00400	0.0008	-0.80	0.0400	0.0080	-0.20	0.0100	0.00200		
5.0	0.250	1.000	1.0000	0.25	0.20	0.094	1.0	1.0	-0.75	-0.25	0.0940	0.00470	0.0012	-0.75	0.0375	0.0094	-0.25	0.0125	0.00313		
6.0	0.300	1.000	1.0000	0.20	0.15	0.105	1.0	1.0	-0.70	-0.30	0.1050	0.00525	0.0016	-0.70	0.0350	0.0105	-0.30	0.0150	0.00450		
7.0	0.350	1.000	1.0000	0.15	0.10	0.114	1.0	1.0	-0.65	-0.35	0.1140	0.00570	0.0020	-0.65	0.0325	0.0114	-0.35	0.0175	0.00613		
8.0	0.400	1.000	1.0000	0.10	0.05	0.120	1.0	1.0	-0.60	-0.40	0.1200	0.00600	0.0024	-0.60	0.0300	0.0120	-0.40	0.0200	0.00800		
9.0	0.450	1.000	1.0000	0.05	0.00	0.124	1.0	1.0	-0.55	-0.45	0.1240	0.00620	0.0028	-0.55	0.0275	0.0124	-0.45	0.0225	0.01013		
10.0	0.500	1.000	1.0000	0.000	-0.05	0.125	1.0	1.0	-0.50	-0.50	0.1250	0.00625	0.0031	-0.50	0.0250	0.0125	-0.50	0.0250	0.01250		
11.0	0.550	1.000	1.0000	-0.05	-0.10	0.124	1.0	1.0	-0.45	-0.55	0.1240	0.00620	0.0034	-0.45	0.0225	0.0124	-0.55	0.0275	0.01513		
12.0	0.600	1.000	1.0000	-0.10	-0.15	0.120	1.0	1.0	-0.40	-0.60	0.1200	0.00600	0.0036	-0.40	0.0200	0.0120	-0.60	0.0300	0.01800		
13.0	0.650	1.000	1.0000	-0.15	-0.20	0.114	1.0	1.0	-0.35	-0.65	0.1140	0.00570	0.0037	-0.35	0.0175	0.0114	-0.65	0.0325	0.02113		
14.0	0.700	1.000	1.0000	-0.20	-0.25	0.105	1.0	1.0	-0.30	-0.70	0.1050	0.00525	0.0037	-0.30	0.0150	0.0105	-0.70	0.0350	0.02450		
15.0	0.750	1.000	1.0000	-0.25	-0.30	0.094	1.0	1.0	-0.25	-0.75	0.0940	0.00470	0.0035	-0.25	0.0125	0.0094	-0.75	0.0375	0.02813		
16.0	0.800	1.000	1.0000	-0.30	-0.35	0.080	1.0	1.0	-0.20	-0.80	0.0800	0.00400	0.0032	-0.20	0.0100	0.0080	-0.80	0.0400	0.03200		
17.0	0.850	1.000	1.0000	-0.35	-0.40	0.064	1.0	1.0	-0.15	-0.85	0.0640	0.00320	0.0027	-0.15	0.0075	0.0064	-0.85	0.0425	0.03613		
18.0	0.900	1.000	1.0000	-0.40	-0.45	0.045	1.0	1.0	-0.10	-0.90	0.0450	0.00225	0.0020	-0.10	0.0050	0.0045	-0.90	0.0450	0.04050		
19.0	0.950	1.000	1.0000	-0.45	-0.50	0.024	1.0	1.0	-0.05	-0.95	0.0240	0.00120	0.0011	-0.05	0.0025	0.0024	-0.95	0.0475	0.04513		
20.0	1.000	1.000	1.1576	-0.50		0.000	1.0	1.0	0.00	-1.00	0.0000	0.00000	0.0000	0.00	0.0000	0.0000	-0.86	0.0216	0.02089		
$\Sigma$												0.0833	0.0416		0.4966	0.1672		0.4966	0.32969		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia		MFAB/ Ela	MFBA/ Ela		MFBA/ Ela	MFBA <sup>2</sup> /Ela		



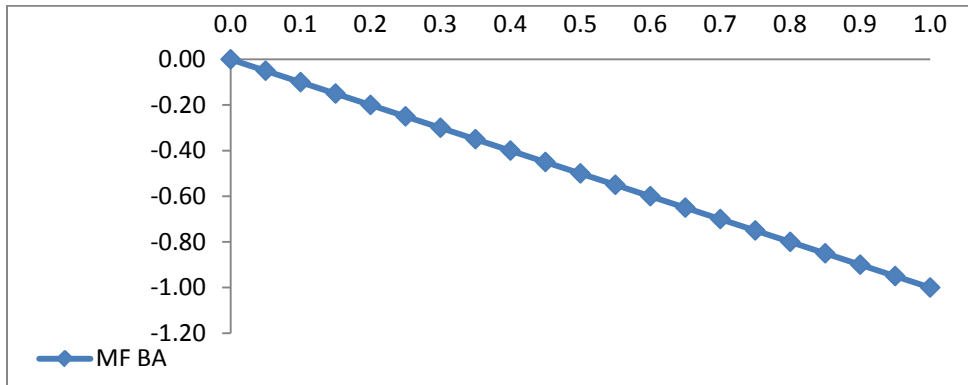
Gráfica 4-2. Diagrama de corte ( $wl$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



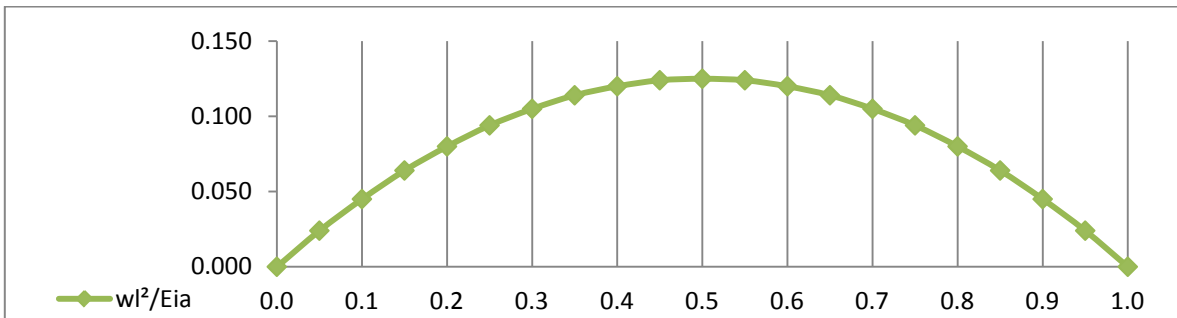
Gráfica 4-3. Diagrama de momento ( $wl^2$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



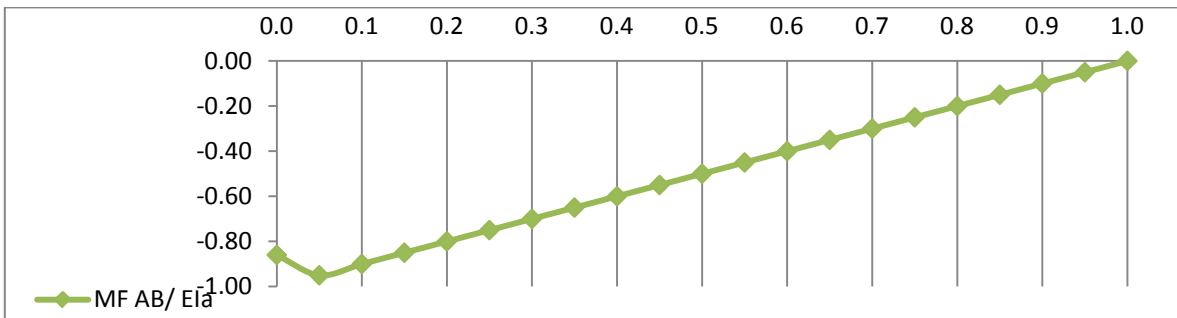
Gráfica 4-4. Diagrama de momento ( $MF_{AB}$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



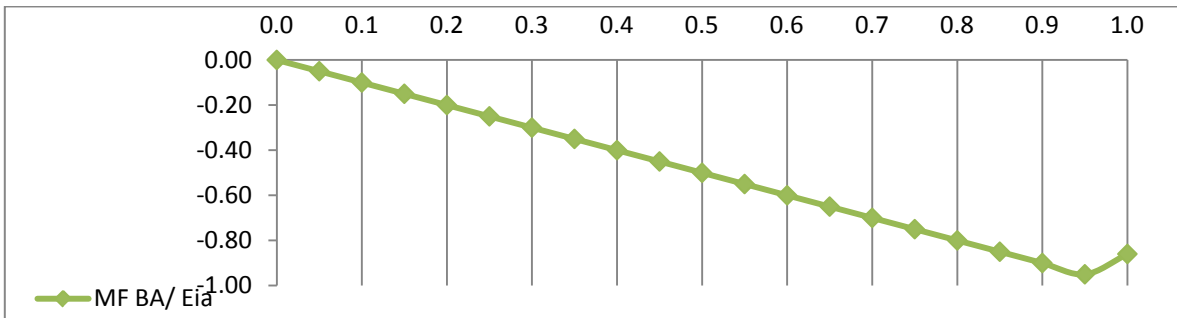
Gráfica 4-5. Diagrama de momento (MF<sub>BA</sub>). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Gráfica 4-6. Diagrama de carga elástica (wl<sup>2</sup>/Ela). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Gráfica 4-7. Diagrama de carga elástica (MF<sub>AB</sub>/Ela). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Gráfica 4-8. Diagrama de carga elástica (MF<sub>BA</sub>/Ela). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-182. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.083300 $wl^2$	-0.496600	$MF_{AB}$	-0.496600	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.041600 $wl^2$	-0.167200	$MF_{AB}$	-0.329690	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.248804 wl^2$	$-1.971830 MF_{BA}$	
--------------------------	---------------------	--

$$0.083300 wl^2 - 0.496600 MF_{BA} = 0.496600 \left( 0.248804 wl^2 - 1.972 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \left( 0.979211 - 0.496600 \right) = wl^2 \left( 0.123556 - 0.083300 \right)$$

$$MF_{BA} \approx 0.482611 = wl^2 \approx 0.040256$$

$MF_{BA} = wl^2 \approx 0.083413$
-----------------------------------

$MF_{AB}= 0.248804 wl^2$	$-1.971830 \left( 0.083413 wl^2 \right)$
$MF_{AB}= 0.084328 wl^2$	

**Se tiene para:**

$MF_{AB}= 0.0843 wl^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.0834 wl^2$	Horario

Para determinar los factores de transporte y las rigideces:

$$\sum MA=0 \left( \frac{0.496600 * M_{AB}}{Ea} \right) \left( 0.336689 l \right) - \left( \frac{0.496600 * C_{AB} MF_{AB}}{Ea} \right) \left( 0.66389 l \right) = 0$$

$C_{AB}= 0.507$
-----------------

$$\sum F_y=0 \left( \frac{0.496600 * S_{AB} l}{Ea} \right) - \left( \frac{0.496600 \left( 0.507 \right) * S_{AB} l}{Ea} \right) - \left( 1.0 \right) = 0$$

$S_{AB}= 4.08 \left( \frac{Ea}{l} \right)$
--

Fig. 4-183. Cálculo de  $C_{AB}$  y  $S_{AB}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$$\sum M_B=0 \quad \left( \frac{0.497}{Ea} *MBA \right) \left( 0.33611 l \right) - \left( \frac{0.49660}{Ea} *CBA MFBA l \right) \left( 0.66331 l \right) = 0$$

$$\boxed{CBA= 0.507}$$

$$\sum Fy=0 \quad \left( \frac{0.4966}{Ea} *SAB l \right) - \left( \frac{0.4966}{Ea} \left( 0.507 \right) *SAB l \right) - \left( 1.0 \right) = 0$$

$$\boxed{SBA= 4.08 \left( \frac{Ea}{l} \right)}$$

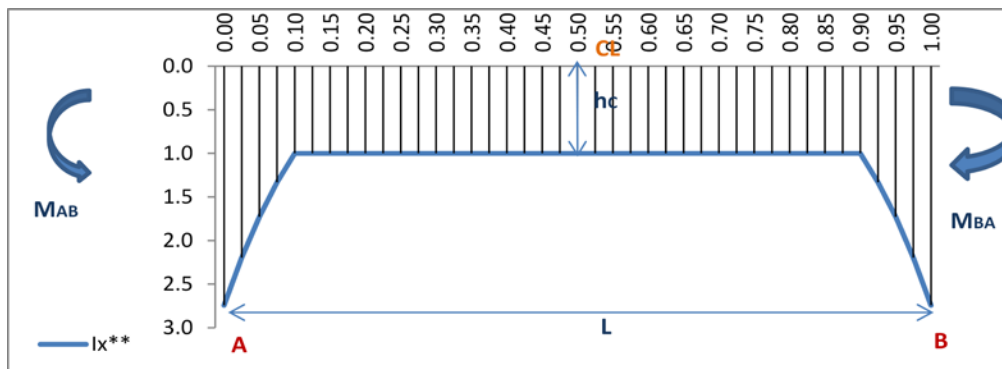
Fig. 4-184. Cálculo de  $C_{BA}$  y  $S_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

- Ra 0.4,  $\alpha a= 0.1$

Tabla. 4-3. Datos de una viga de sección variable;  $r_a=r_b=0.4$  y  $\alpha a=\alpha b=0.1$ .  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.4	
$r_a=r_b$	0.4	hc
$\alpha a=\alpha b$	0.1	L
L=	1.0	m
q distribuida =	1.0	Kg-m

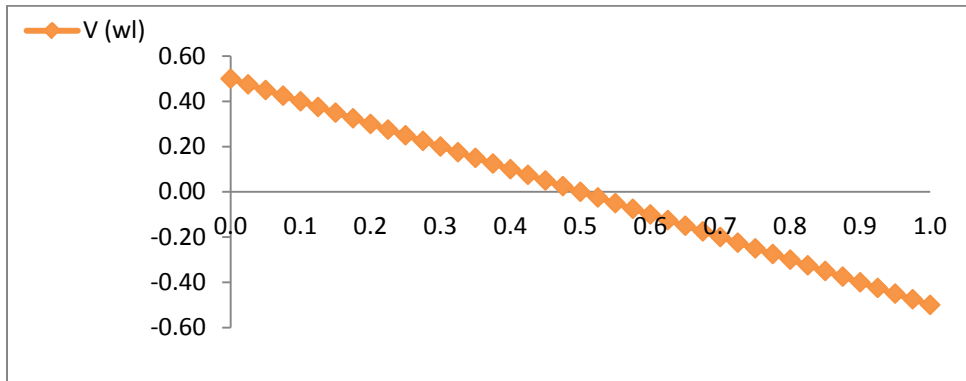
Gráfica 4-9. Valores de momento de inercia de viga variable, con valores de  $r_a=r_b=0.4$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



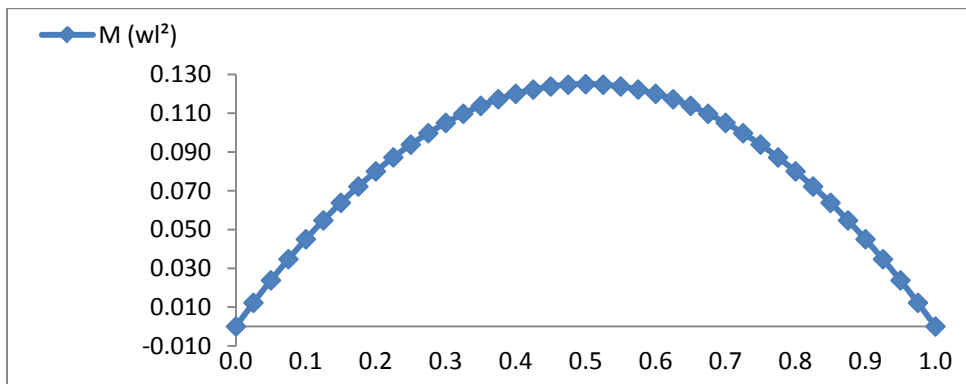
En la tabla 4-4, se dispone el conjunto de operaciones correspondientes a las divisiones del diagrama  $M/EI$  (cargas elásticas), para determinar la carga total:

Tabla 4-4. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.05L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

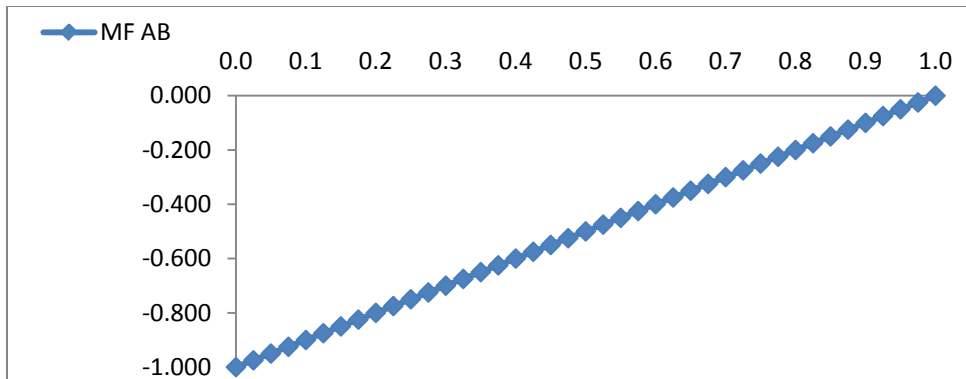
Viga 0.4ra, $\alpha = 0.1$		Valores de Inercia		Corte (V)		M ( $w^2$ )	Corte (V)		MF		Grafica M	$w^2/EI_a$		Grafica M	MF AB/ $EI_a$		Grafica M	MF BA/ $EI_a$			
Sección	x	$I_a = I_c$	$I_x^{**}$	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	$w^2/EI_a$	Area	Momento	MF AB/ $EI_a$	Area	Momento	MF BA/ $EI_a$	Area	Momento		
0.0	0.000	1.000	2.744	0.500	0.475	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.00000	0.000	0.0000	0.00000		
1.0	0.025	1.000	2.197	0.475	0.450	0.0122	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0056	0.0001	0.0000	-0.444	0.0111	0.00028	-0.025	0.0006	0.00002		
2.0	0.050	1.000	1.728	0.450	0.425	0.0238	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0138	0.0003	0.0000	-0.550	0.0137	0.00069	-0.050	0.0013	0.00007		
3.0	0.075	1.000	1.331	0.425	0.400	0.0347	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0261	0.0007	0.0001	-0.695	0.0174	0.00131	-0.075	0.0019	0.00014		
4.0	0.100	1.000	1.000	0.400	0.375	0.0450	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0450	0.0011	0.0001	-0.900	0.0225	0.00225	-0.100	0.0025	0.00025		
5.0	0.125	1.000	1.000	0.375	0.350	0.0547	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0547	0.0014	0.0002	-0.875	0.0219	0.00274	-0.125	0.0031	0.00039		
6.0	0.150	1.000	1.000	0.350	0.325	0.0638	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0638	0.0016	0.0002	-0.850	0.0213	0.00320	-0.150	0.0038	0.00057		
7.0	0.175	1.000	1.000	0.325	0.300	0.0722	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0722	0.0018	0.0003	-0.825	0.0206	0.00361	-0.175	0.0044	0.00077		
8.0	0.200	1.000	1.000	0.300	0.275	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0800	0.0020	0.0004	-0.800	0.0200	0.00400	-0.200	0.0050	0.00100		
9.0	0.225	1.000	1.000	0.275	0.250	0.0872	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0872	0.0022	0.0005	-0.775	0.0194	0.00437	-0.225	0.0056	0.00126		
10.0	0.250	1.000	1.000	0.250	0.225	0.0938	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0938	0.0023	0.0006	-0.750	0.0188	0.00470	-0.250	0.0063	0.00158		
11.0	0.275	1.000	1.000	0.225	0.200	0.0997	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0997	0.0025	0.0007	-0.725	0.0181	0.00498	-0.275	0.0069	0.00190		
12.0	0.300	1.000	1.000	0.200	0.175	0.1050	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1050	0.0026	0.0008	-0.700	0.0175	0.00525	-0.300	0.0075	0.00225		
13.0	0.325	1.000	1.000	0.175	0.150	0.1097	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1097	0.0027	0.0009	-0.675	0.0169	0.00549	-0.325	0.0081	0.00263		
14.0	0.350	1.000	1.000	0.150	0.125	0.1138	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1138	0.0028	0.0010	-0.650	0.0163	0.00571	-0.350	0.0088	0.00308		
15.0	0.375	1.000	1.000	0.125	0.100	0.1172	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1172	0.0029	0.0011	-0.625	0.0156	0.00585	-0.375	0.0094	0.00353		
16.0	0.400	1.000	1.000	0.100	0.075	0.1200	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1200	0.0030	0.0012	-0.600	0.0150	0.00600	-0.400	0.0100	0.00400		
17.0	0.425	1.000	1.000	0.075	0.050	0.1222	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1222	0.0031	0.0013	-0.575	0.0144	0.00612	-0.425	0.0106	0.00451		
18.0	0.450	1.000	1.000	0.050	0.025	0.1238	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1238	0.0031	0.0014	-0.550	0.0138	0.00621	-0.450	0.0113	0.00509		
19.0	0.475	1.000	1.000	0.025	0.000	0.1247	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1247	0.0031	0.0015	-0.525	0.0131	0.00622	-0.475	0.0119	0.00565		
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	-0.025	0.1250	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1250	0.0031	0.0016	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625		
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.025	-0.050	0.1247	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1247	0.0031	0.0016	-0.475	0.0119	0.00625	-0.525	0.0131	0.00688		
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.050	-0.075	0.1238	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1238	0.0031	0.0017	-0.450	0.0113	0.00622	-0.550	0.0138	0.00759		
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.075	-0.100	0.1222	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1222	0.0031	0.0018	-0.425	0.0106	0.00610	-0.575	0.0144	0.00828		
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.125	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.0030	0.0018	-0.400	0.0100	0.00600	-0.600	0.0150	0.00900		
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.125	-0.150	0.1172	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1172	0.0029	0.0018	-0.375	0.0094	0.00588	-0.625	0.0156	0.00975		
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.150	-0.175	0.1138	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1138	0.0028	0.0018	-0.350	0.0088	0.00572	-0.650	0.0163	0.01060		
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.175	-0.200	0.1097	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1097	0.0027	0.0018	-0.325	0.0081	0.00547	-0.675	0.0169	0.01141		
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.200	-0.225	0.1050	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1050	0.0026	0.0018	-0.300	0.0075	0.00525	-0.700	0.0175	0.01225		
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.225	-0.250	0.0997	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0997	0.0025	0.0018	-0.275	0.0069	0.00500	-0.725	0.0181	0.01312		
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.250	-0.275	0.0938	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0938	0.0023	0.0017	-0.250	0.0063	0.00473	-0.750	0.0188	0.01410		
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.275	-0.300	0.0872	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0872	0.0022	0.0017	-0.225	0.0056	0.00434	-0.775	0.0194	0.01504		
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.300	-0.325	0.0800	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0800	0.0020	0.0016	-0.200	0.0050	0.00400	-0.800	0.0200	0.01600		
33.0	0.825	1.000	1.000	-0.325	-0.350	0.0722	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0722	0.0018	0.0015	-0.175	0.0044	0.00363	-0.825	0.0206	0.01700		
34.0	0.850	1.000	1.000	-0.350	-0.375	0.0638	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0638	0.0016	0.0014	-0.150	0.0038	0.00323	-0.850	0.0213	0.01811		
35.0	0.875	1.000	1.000	-0.375	-0.400	0.0547	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0547	0.0014	0.0012	-0.125	0.0031	0.00271	-0.875	0.0219	0.01916		
36.0	0.900	1.000	1.000	-0.400	-0.425	0.0450	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0450	0.0011	0.0010	-0.100	0.0025	0.00225	-0.900	0.0225	0.02025		
37.0	0.925	1.000	1.331	-0.425	-0.450	0.0347	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0261	0.0007	0.0006	-0.075	0.0019	0.00176	-0.695	0.0174	0.01610		
38.0	0.950	1.000	1.728	-0.450	-0.475	0.0238	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0138	0.0003	0.0003	-0.050	0.0013	0.00124	-0.550	0.0137	0.01302		
39.0	0.975	1.000	2.197	-0.475	-0.500	0.0122	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0056	0.0001	0.0001	-0.025	0.0006	0.00059	-0.444	0.0111	0.01082		
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.500		0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.00000	-0.364	0.0091	0.00910		
$\Sigma$												0.0817	0.041	0.468	0.1656	0.4680	0.3025				
												$w^2/EI_a$	$w^2/EI_a$	MFAB/ $EI_a$	MFAB/ $EI_a$	MFBA/ $EI_a$	MFBA/ $EI_a$				



Gráfica 4-10. Diagrama de corte (wl). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

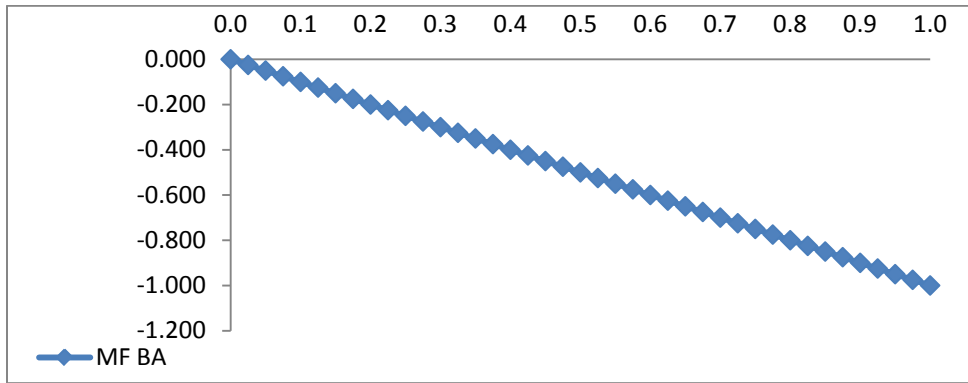


Gráfica 4-11. Diagrama de momento (wl²). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

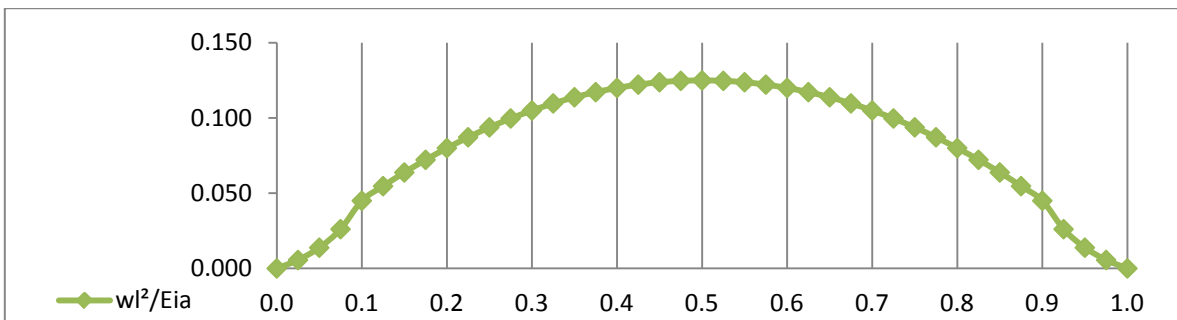


Gráfica 4-12. Diagrama de momento (MF<sub>AB</sub>). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

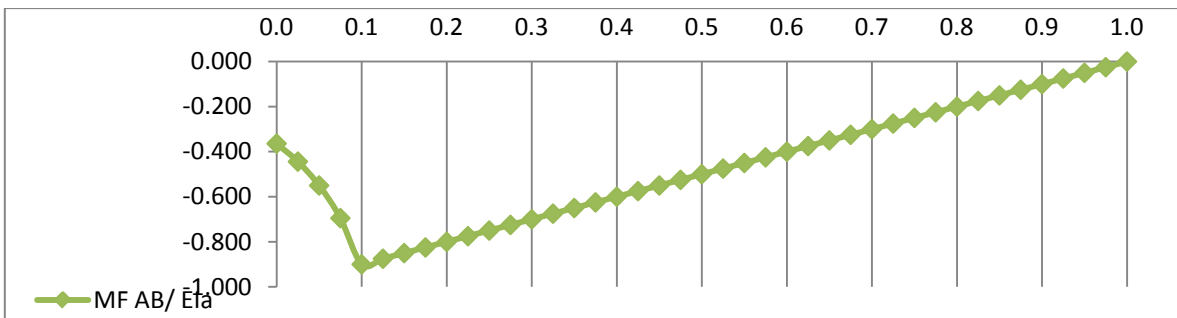




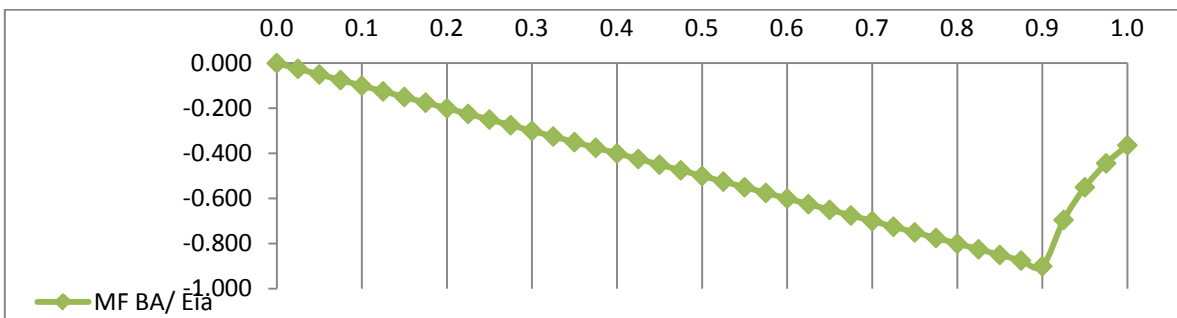
Gráfica 4-13. Diagrama de momento ( $M_{F_{BA}}$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Gráfica 4-14. Diagrama de carga elástica ( $wl^2/EI_a$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Gráfica 4-15. Diagrama de carga elástica ( $M_{F_{AB}}/EI_a$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Gráfica 4-16. Diagrama de carga elástica ( $M_{F_{BA}}/EI_a$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-185. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum Fy=0$	0.081700 w <sup>2</sup>	-0.468000	MFAB	-0.468000	MFBA	= 0
$\sum MA=0$	0.041000 w <sup>2</sup>	-0.165600	MFAB	-0.302500	MFBA	= 0

$MFAB= 0.247585 w^2$	-1.826691	MFBA
----------------------	-----------	------

$$0.081700 w^2 - 0.468000 MFBA = 0.468000 \left( 0.247585 w^2 - 1.827 MFBA \right)$$

$$MFBA \left[ \begin{matrix} 0.854891 & -0.468000 \end{matrix} \right] = w^2 \left[ \begin{matrix} 0.115870 & -0.081700 \end{matrix} \right]$$

$$MFBA \left[ \begin{matrix} 0.386891 \end{matrix} \right] = w^2 \left[ \begin{matrix} 0.034170 \end{matrix} \right]$$

$MFBA = w^2 \left[ \begin{matrix} 0.088319 \end{matrix} \right]$
--

$MFAB= 0.247585 w^2$	-1.826691	$\left[ \begin{matrix} 0.088319 & w^2 \end{matrix} \right]$
$MFAB= 0.086253 w^2$		

Se tiene para:

$MFAB= 0.0863 w^2$	Antihorario
$MFBA= 0.0883 w^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.0889	0.0889
Práctico	0.0863	0.0883
% Error	0.2600	0.0600

Para determinar los factores de transporte y las rigideces:

$$\sum MA=0 \left[ \frac{0.47}{Ea} *MAB \right] \left[ \begin{matrix} 0.354 \end{matrix} \right] - \left[ \frac{0.468}{Ea} *CAB MFAB \right] \left[ \begin{matrix} 0.646 \end{matrix} \right] = 0$$

$CAB= 0.550$
--------------

$$\sum Fy=0 \left[ \frac{0.468}{Ea} *SAB \right] - \left[ \frac{0.4680 \left( 0.550 \right) *SAB}{Ea} \right] - \left[ \begin{matrix} 1.0 \end{matrix} \right] = 0$$

$SAB= 4.75 \left[ \frac{Ea}{I} \right]$
---

Fig. 4-186. Cálculo de  $C_{AB}$  y  $S_{AB}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$$\sum M_B = 0 \quad \left( \frac{0.47}{E I_a} * M_{BA} \right) (0.354 l) - \left( \frac{0.468}{E I_a} * C_{BA} M_{FBA} \right) (0.646 l) = 0$$

$$\boxed{C_{BA} = 0.550}$$

$$\sum F_y = 0 \quad \left( \frac{0.468}{E I_a} * S_{BA} l \right) - \left( \frac{0.4680}{E I_a} (0.550) * S_{BA} l \right) - (1.0) = 0$$

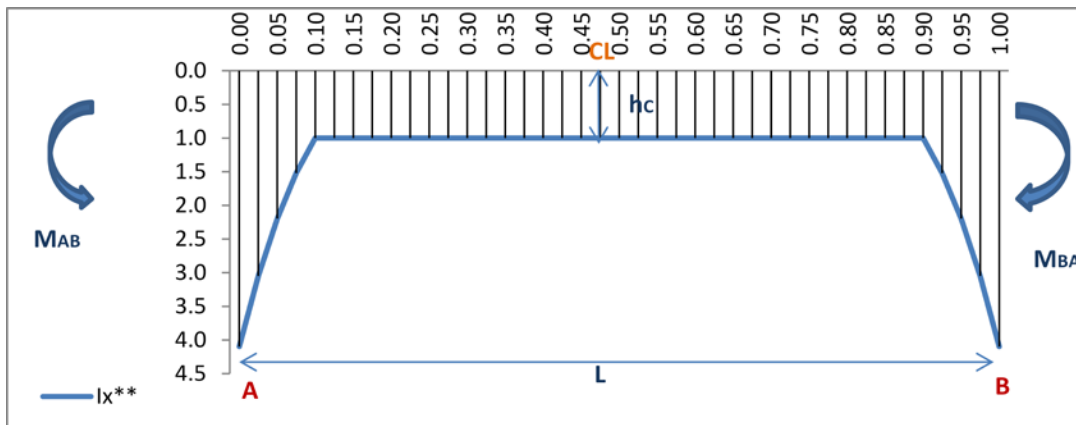
$$\boxed{S_{BA} = 4.75 \left( \frac{E I_a}{l} \right)}$$

Fig. 4-187. Cálculo de  $C_{BA}$  y  $S_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

- Ra 0.6,  $\alpha a = 0.1$

Tabla 4-5. Datos de una viga constante;  $r_a = r_b = 0.6$  y  $\alpha a = \alpha b = 0.1$ .  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.6	
$r_a = r_b$	0.6	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.1	L
L =	1.0	m
q distribuida =	1.0	Kg-m



Gráfica 4-17. Valores de momento de inercia de viga con sección variable, con valores de  $r_a = r_b = 0.6$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Tabla. 4-6. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga 0.6ra, $\alpha = 0.1$		Valores de Inercia		Corte (V)		M ( $w^2$ )	Corte (V)		MF		Grafica M	wP/Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lb**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	wP/Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	4.096	0.500	0.475	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.00000	0.000000	-0.244	0.0061	0.00000	0.000	0.0000	0.00000
1.0	0.025	1.000	3.049	0.475	0.450	0.0122	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0040	0.00010	0.000003	-0.320	0.0080	0.00020	-0.025	0.0006	0.00002
2.0	0.050	1.000	2.197	0.450	0.425	0.0238	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0108	0.00027	0.000014	-0.432	0.0108	0.00054	-0.050	0.0013	0.00007
3.0	0.075	1.000	1.521	0.425	0.400	0.0347	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0228	0.00057	0.000043	-0.608	0.0152	0.00114	-0.075	0.0019	0.00014
4.0	0.100	1.000	1.000	0.400	0.375	0.0450	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0450	0.00113	0.000113	-0.900	0.0225	0.00225	-0.100	0.0025	0.00025
5.0	0.125	1.000	1.000	0.375	0.350	0.0547	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0547	0.00137	0.000171	-0.875	0.0219	0.00274	-0.125	0.0031	0.00039
6.0	0.150	1.000	1.000	0.350	0.325	0.0638	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0638	0.00160	0.000240	-0.850	0.0213	0.00320	-0.150	0.0038	0.00057
7.0	0.175	1.000	1.000	0.325	0.300	0.0722	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0722	0.00181	0.000317	-0.825	0.0206	0.00361	-0.175	0.0044	0.00077
8.0	0.200	1.000	1.000	0.300	0.275	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0800	0.00200	0.000400	-0.800	0.0200	0.00400	-0.200	0.0050	0.00100
9.0	0.225	1.000	1.000	0.275	0.250	0.0872	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0872	0.00218	0.000491	-0.775	0.0194	0.00437	-0.225	0.0056	0.00126
10.0	0.250	1.000	1.000	0.250	0.225	0.0938	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0938	0.00235	0.000588	-0.750	0.0188	0.00470	-0.250	0.0063	0.00158
11.0	0.275	1.000	1.000	0.225	0.200	0.0997	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0997	0.00249	0.000685	-0.725	0.0181	0.00498	-0.275	0.0069	0.00190
12.0	0.300	1.000	1.000	0.200	0.175	0.1050	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1050	0.00263	0.000789	-0.700	0.0175	0.00525	-0.300	0.0075	0.00225
13.0	0.325	1.000	1.000	0.175	0.150	0.1097	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1097	0.00274	0.000891	-0.675	0.0169	0.00549	-0.325	0.0081	0.00263
14.0	0.350	1.000	1.000	0.150	0.125	0.1138	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1138	0.00285	0.000998	-0.650	0.0163	0.00571	-0.350	0.0088	0.00308
15.0	0.375	1.000	1.000	0.125	0.100	0.1172	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1172	0.00293	0.001099	-0.625	0.0156	0.00585	-0.375	0.0094	0.00353
16.0	0.400	1.000	1.000	0.100	0.075	0.1200	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1200	0.00300	0.001200	-0.600	0.0150	0.00600	-0.400	0.0100	0.00400
17.0	0.425	1.000	1.000	0.075	0.050	0.1222	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1222	0.00306	0.001301	-0.575	0.0144	0.00612	-0.425	0.0106	0.00451
18.0	0.450	1.000	1.000	0.050	0.025	0.1238	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1238	0.00310	0.001395	-0.550	0.0138	0.00621	-0.450	0.0113	0.00509
19.0	0.475	1.000	1.000	0.025	0.000	0.1247	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1247	0.00312	0.001482	-0.525	0.0131	0.00622	-0.475	0.0119	0.00565
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	-0.025	0.1250	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1250	0.00313	0.001565	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.025	-0.050	0.1247	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1247	0.00312	0.001638	-0.475	0.0119	0.00625	-0.525	0.0131	0.00688
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.050	-0.075	0.1238	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1238	0.00310	0.001705	-0.450	0.0113	0.00622	-0.550	0.0138	0.00759
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.075	-0.100	0.1222	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1222	0.00306	0.001760	-0.425	0.0106	0.00610	-0.575	0.0144	0.00828
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.125	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.00300	0.001800	-0.400	0.0100	0.00600	-0.600	0.0150	0.00900
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.125	-0.150	0.1172	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1172	0.00293	0.001831	-0.375	0.0094	0.00588	-0.625	0.0156	0.00975
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.150	-0.175	0.1138	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1138	0.00285	0.001853	-0.350	0.0088	0.00572	-0.650	0.0163	0.01060
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.175	-0.200	0.1097	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1097	0.00274	0.001850	-0.325	0.0081	0.00547	-0.675	0.0169	0.01141
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.200	-0.225	0.1050	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1050	0.00263	0.001841	-0.300	0.0075	0.00525	-0.700	0.0175	0.01225
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.225	-0.250	0.0997	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0997	0.00249	0.001805	-0.275	0.0069	0.00500	-0.725	0.0181	0.01312
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.250	-0.275	0.0938	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0938	0.00235	0.001763	-0.250	0.0063	0.00473	-0.750	0.0188	0.01410
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.275	-0.300	0.0872	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0872	0.00218	0.001690	-0.225	0.0056	0.00434	-0.775	0.0194	0.01504
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.300	-0.325	0.0800	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0800	0.00200	0.001600	-0.200	0.0050	0.00400	-0.800	0.0200	0.01600
33.0	0.825	1.000	1.000	-0.325	-0.350	0.0722	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0722	0.00181	0.001493	-0.175	0.0044	0.00363	-0.825	0.0206	0.01700
34.0	0.850	1.000	1.000	-0.350	-0.375	0.0638	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0638	0.00160	0.001360	-0.150	0.0038	0.00323	-0.850	0.0213	0.01811
35.0	0.875	1.000	1.000	-0.375	-0.400	0.0547	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0547	0.00137	0.001199	-0.125	0.0031	0.00271	-0.875	0.0219	0.01916
36.0	0.900	1.000	1.000	-0.400	-0.425	0.0450	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0450	0.00113	0.001017	-0.100	0.0025	0.00225	-0.900	0.0225	0.02025
37.0	0.925	1.000	1.521	-0.425	-0.450	0.0347	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0228	0.00057	0.000527	-0.075	0.0019	0.00176	-0.608	0.0152	0.01406
38.0	0.950	1.000	2.197	-0.450	-0.475	0.0238	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0108	0.00027	0.000257	-0.050	0.0013	0.00124	-0.432	0.0108	0.01026
39.0	0.975	1.000	3.049	-0.475	-0.500	0.0122	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0040	0.00010	0.000098	-0.025	0.0006	0.00059	-0.320	0.0080	0.00780
40.0	1.000	1.000	4.096	-0.500		0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.00000	0.000000	0.000	0.0000	0.00000	-0.244	0.0061	0.00610
$\Sigma$												0.08173	0.04087	0.4568	0.1652	0.4568	0.2917		
												wP/Eia	wI/Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-188. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.081730 $wl^2$	-0.456800	$MF_{AB}$	-0.456800	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.040870 $wl^2$	-0.165200	$MF_{AB}$	-0.291700	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}: 0.247397 \, wl^2$	$-1.765738$	$MF_{BA}$				
$0.081730 \, wl^2$	-0.456800	$MF_{BA}$	=	0.456800	$\left( 0.247397 \, wl^2 \quad -1.765738 \right)$	$MF_{BA}$
$MF_{BA} \cdot \left( 0.806589 \quad -0.456800 \right)$			=	$wl^2 \cdot \left( 0.113011 \quad -0.081730 \right)$		
$MF_{BA} \cdot 0.349789$			=	$wl^2 \cdot 0.031281$		
			=	$wl^2 \cdot 0.089428$		

$MF_{AB}: 0.247397 \, wl^2$	-1.765738	$\left( 0.089428 \quad wl^2 \right)$				
$MF_{AB}: 0.089491 \, wl^2$						

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.0895 \, wl^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0894 \, wl^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.0905	0.0905
Práctico	0.0895	0.0894
% Error	0.1000	0.1100

Para determinar los factores de transporte y las rigideces:

$\sum MA=0$	$\left( \frac{0.457}{Ea} *MAB \right) \left( 0.362 \, l \right)$	-	$\left( \frac{0.457}{Eia} *CAB \, MFABI \right) \left( 0.64 \, l \right)$	= 0	
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <b>CAB= 0.566</b> </div>					
$\sum Fy=0$	$\left( \frac{0.457}{Ea} *SAB \, l \right)$	-	$\left( \frac{0.46 \left( 0.566 \right) *SABI}{Eia} \right)$	-	$\left( 1.0 \right) = 0$
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <b>SAB= 5.09 <math>\left( \frac{Ea}{l} \right)</math></b> </div>					

Fig. 4-189. Cálculo de  $C_{AB}$  y  $S_{AB}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$$\sum MB=0 \quad \left( \frac{0.457}{Ea} *MBA \right) \left( 0.361 l \right) - \left( \frac{0.457}{Ea} *CBA MFBAI \right) \left( 0.638 l \right) = 0$$

**CBA= 0.566**

$$\sum Fy=0 \quad \left( \frac{0.457}{Ea} *SABI \right) - \left( \frac{0.46 \left( 0.566 \right) *SABI}{Ea} \right) - \left( 1.0 \right) = 0$$

**SBA= 5.09  $\left( \frac{Ea}{l} \right)$**

Fig. 4-190. Cálculo de  $C_{BA}$  y  $S_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

- Ra 1.0,  $\alpha a= 0.1$

Tabla 4-7. Datos de una viga constante;  $r_a=r_b=1.0$  y  $\alpha a=\alpha b=0.1$ .  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	1	
$r_a=r_b$	1.0	hc
$\alpha a=\alpha b$	0.1	L
L=	1.0	m
q distribuida =	1.0	Kg-m

Gráfica 4-18. Valores de momento de inercia de viga con sección variable, con valores de  $R_a=r_b=1.0$  y  $\alpha a=\alpha b=0.1$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

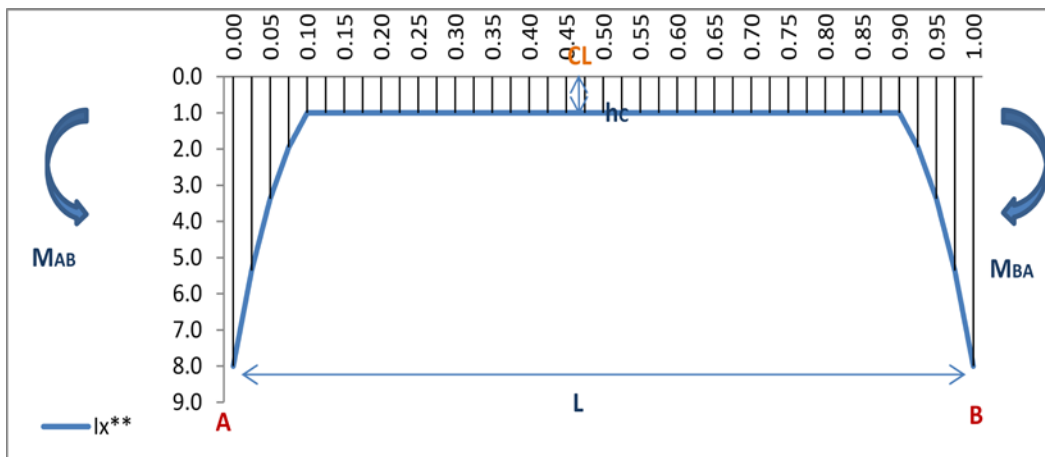


Tabla 4-8. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga 1.0ra, $\alpha a = 0.1$		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	8.000	0.500	0.475	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.00000	-0.125	0.0031	0.00000	0.000	0.0000	0.00000
1.0	0.025	1.000	5.359	0.475	0.450	0.0122	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0023	0.0001	0.00000	-0.182	0.0045	0.00011	-0.025	0.0006	0.00002
2.0	0.050	1.000	3.375	0.450	0.425	0.0238	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0071	0.0002	0.00001	-0.281	0.0070	0.00035	-0.050	0.0013	0.00007
3.0	0.075	1.000	1.953	0.425	0.400	0.0347	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0178	0.0004	0.00003	-0.474	0.0118	0.00089	-0.075	0.0019	0.00014
4.0	0.100	1.000	1.000	0.400	0.375	0.0450	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0450	0.0011	0.00011	-0.900	0.0225	0.00225	-0.100	0.0025	0.00025
5.0	0.125	1.000	1.000	0.375	0.350	0.0547	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0547	0.0014	0.00018	-0.875	0.0219	0.00274	-0.125	0.0031	0.00039
6.0	0.150	1.000	1.000	0.350	0.325	0.0638	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0638	0.0016	0.00024	-0.850	0.0213	0.00320	-0.150	0.0038	0.00057
7.0	0.175	1.000	1.000	0.325	0.300	0.0722	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0722	0.0018	0.00032	-0.825	0.0206	0.00361	-0.175	0.0044	0.00077
8.0	0.200	1.000	1.000	0.300	0.275	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0800	0.0020	0.00040	-0.800	0.0200	0.00400	-0.200	0.0050	0.00100
9.0	0.225	1.000	1.000	0.275	0.250	0.0872	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0872	0.0022	0.00050	-0.775	0.0194	0.00437	-0.225	0.0056	0.00126
10.0	0.250	1.000	1.000	0.250	0.225	0.0938	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0938	0.0023	0.00058	-0.750	0.0188	0.00470	-0.250	0.0063	0.00158
11.0	0.275	1.000	1.000	0.225	0.200	0.0997	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0997	0.0025	0.00069	-0.725	0.0181	0.00498	-0.275	0.0069	0.00190
12.0	0.300	1.000	1.000	0.200	0.175	0.1050	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1050	0.0026	0.00078	-0.700	0.0175	0.00525	-0.300	0.0075	0.00225
13.0	0.325	1.000	1.000	0.175	0.150	0.1097	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1097	0.0027	0.00088	-0.675	0.0169	0.00549	-0.325	0.0081	0.00263
14.0	0.350	1.000	1.000	0.150	0.125	0.1138	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1138	0.0028	0.00098	-0.650	0.0163	0.00571	-0.350	0.0088	0.00308
15.0	0.375	1.000	1.000	0.125	0.100	0.1172	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1172	0.0029	0.00109	-0.625	0.0156	0.00585	-0.375	0.0094	0.00353
16.0	0.400	1.000	1.000	0.100	0.075	0.1200	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1200	0.0030	0.00120	-0.600	0.0150	0.00600	-0.400	0.0100	0.00400
17.0	0.425	1.000	1.000	0.075	0.050	0.1222	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1222	0.0031	0.00132	-0.575	0.0144	0.00612	-0.425	0.0106	0.00451
18.0	0.450	1.000	1.000	0.050	0.025	0.1238	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1238	0.0031	0.00140	-0.550	0.0138	0.00621	-0.450	0.0113	0.00509
19.0	0.475	1.000	1.000	0.025	0.000	0.1247	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1247	0.0031	0.00147	-0.525	0.0131	0.00622	-0.475	0.0119	0.00565
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	-0.025	0.1250	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1250	0.0031	0.00155	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.025	-0.050	0.1247	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1247	0.0031	0.00163	-0.475	0.0119	0.00625	-0.525	0.0131	0.00688
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.050	-0.075	0.1238	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1238	0.0031	0.00171	-0.450	0.0113	0.00622	-0.550	0.0138	0.00759
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.075	-0.100	0.1222	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1222	0.0031	0.00178	-0.425	0.0106	0.00610	-0.575	0.0144	0.00828
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.125	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.0030	0.00180	-0.400	0.0100	0.00600	-0.600	0.0150	0.00900
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.125	-0.150	0.1172	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1172	0.0029	0.00181	-0.375	0.0094	0.00588	-0.625	0.0156	0.00975
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.150	-0.175	0.1138	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1138	0.0028	0.00182	-0.350	0.0088	0.00572	-0.650	0.0163	0.01060
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.175	-0.200	0.1097	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1097	0.0027	0.00182	-0.325	0.0081	0.00547	-0.675	0.0169	0.01141
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.200	-0.225	0.1050	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1050	0.0026	0.00182	-0.300	0.0075	0.00525	-0.700	0.0175	0.01225
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.225	-0.250	0.0997	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0997	0.0025	0.00181	-0.275	0.0069	0.00500	-0.725	0.0181	0.01312
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.250	-0.275	0.0938	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0938	0.0023	0.00173	-0.250	0.0063	0.00473	-0.750	0.0188	0.01410
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.275	-0.300	0.0872	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0872	0.0022	0.00171	-0.225	0.0056	0.00434	-0.775	0.0194	0.01504
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.300	-0.325	0.0800	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0800	0.0020	0.00160	-0.200	0.0050	0.00400	-0.800	0.0200	0.01600
33.0	0.825	1.000	1.000	-0.325	-0.350	0.0722	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0722	0.0018	0.00149	-0.175	0.0044	0.00363	-0.825	0.0206	0.01700
34.0	0.850	1.000	1.000	-0.350	-0.375	0.0638	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0638	0.0016	0.00136	-0.150	0.0038	0.00323	-0.850	0.0213	0.01811
35.0	0.875	1.000	1.000	-0.375	-0.400	0.0547	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0547	0.0014	0.00123	-0.125	0.0031	0.00271	-0.875	0.0219	0.01916
36.0	0.900	1.000	1.000	-0.400	-0.425	0.0450	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0450	0.0011	0.00099	-0.100	0.0025	0.00225	-0.900	0.0225	0.02025
37.0	0.925	1.000	1.953	-0.425	-0.450	0.0347	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0178	0.0004	0.00037	-0.075	0.0019	0.00176	-0.474	0.0118	0.01092
38.0	0.950	1.000	3.375	-0.450	-0.475	0.0238	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0071	0.0002	0.00019	-0.050	0.0013	0.00124	-0.281	0.0070	0.00665
39.0	0.975	1.000	5.359	-0.475	-0.500	0.0122	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0023	0.0001	0.00010	-0.025	0.0006	0.00059	-0.182	0.0045	0.00439
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.500		0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.00000	0.000	0.0000	0.00000	-0.125	0.0031	0.00310
$\Sigma$												0.0809	0.0405	0.4431	0.1647	0.4431	0.2785		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-191. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.080900 $w^2$	-0.443100 $MF_{AB}$	-0.443100 $MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.040500 $w^2$	-0.164700 $MF_{AB}$	-0.278500 $MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB} = 0.245902 w^2 - 1.690953 MF_{BA}$	
$0.080900 w^2 - 0.443100 MF_{BA} = 0.443100 (0.245902 w^2 - 1.691) MF_{BA}$	
$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.749261 & -0.443100 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.108959 & -0.080900 \end{bmatrix}$	
$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.306161 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.028059 \end{bmatrix}$	
$MF_{BA} = w^2 \begin{bmatrix} 0.091648 \end{bmatrix}$	
$MF_{AB} = 0.245902 w^2 - 1.690953 (0.091648 w^2)$	
$MF_{AB} = 0.090930 w^2$	

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.0909 w^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0916 w^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.0925	0.0925
Práctico	0.0909	0.0916
% Error	0.1600	0.0900

Para determinar los factores de transporte y las rigideces:

$\sum MA=0$	$\left( \frac{0.443}{Ea} * MAB \right) (0.37 l) - \left( \frac{0.443}{Ea} * CAB * MFAB \right) (0.63 l) = 0$
	$CAB = 0.587$
$\sum Fy=0$	$\left( \frac{0.443}{Ea} * SABI \right) - \left( \frac{0.443 (0.587) * SABI}{Ea} \right) - (1.0) = 0$
	$SAB = 5.47 \left( \frac{Ea}{l} \right)$

Fig. 4-192. Cálculo de  $C_{AB}$  y  $S_{AB}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



$$\sum MB=0 \quad \left( \frac{0.443}{Ela} * MBA \right) ( 0.37 l ) - \left( \frac{0.443}{Eia} * CBA MFBAI \right) ( 0.63 l ) = 0$$

$$\sum Fy=0 \quad \left( \frac{0.443}{Ela} * SBA \right) - \left( \frac{0.4431}{Eia} ( 0.587 ) * SBA \right) - ( 1.0 ) = 0$$

**CBA= 0.587**

**SBA= 5.47  $\left( \frac{Ela}{l} \right)$**

Fig. 4-193. Cálculo de  $C_{BA}$  y  $S_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

- $Ra$  0.4,  $\alpha a = 0.2$

Tabla 4-9. Datos de una viga constante;  $ra = rb = 0.4$  y  $\alpha a = \alpha b = 0.2$ .  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.2	
$ra = rb$	0.4	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.2	L
L =	1.0	m
q distribuida =	1.0	Kg-m

Gráfica 4-19. Valores de momento de inercia de viga variable, con valores de  $ra = rb = 0.4$  y  $\alpha a = \alpha b = 0.2$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

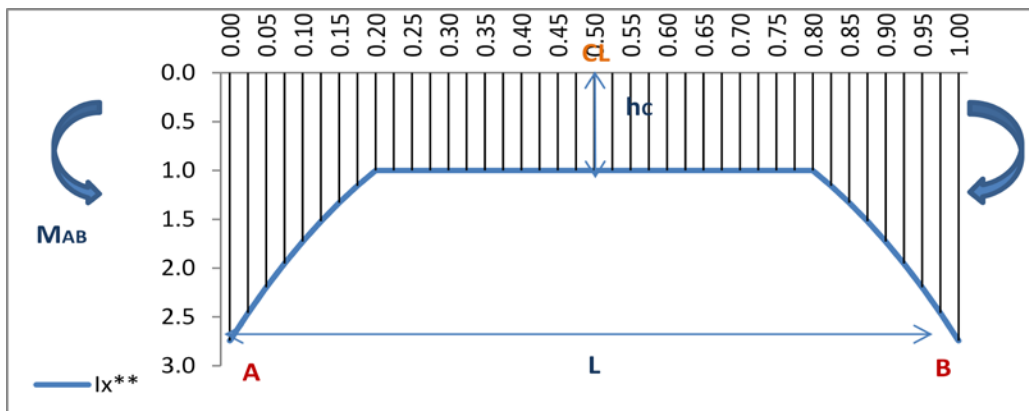


Tabla 4-10. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.05L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga 0.4ra, $\alpha a = 0.2$		Valores de Inercia		Corte (V)		M ( $w^2$ )	Corte (V)		MF		Grafica M	$w^2/EIa$		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	$Ia=Ic$	$Ix^{**}$	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	$w^2/EIa$	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	2.744	0.500	0.475	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.00000	0.000	0.0000	0.00000
1.0	0.025	1.000	2.460	0.475	0.450	0.0122	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0050	0.0001	0.0000	-0.396	0.0099	0.00025	-0.025	0.0006	0.00002
2.0	0.050	1.000	2.197	0.450	0.425	0.0238	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0108	0.0003	0.0000	-0.432	0.0108	0.00054	-0.050	0.0013	0.00007
3.0	0.075	1.000	1.953	0.425	0.400	0.0347	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0178	0.0004	0.0000	-0.474	0.0118	0.00089	-0.075	0.0019	0.00014
4.0	0.100	1.000	1.728	0.400	0.375	0.0450	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0260	0.0007	0.0001	-0.521	0.0130	0.00130	-0.100	0.0025	0.00025
5.0	0.125	1.000	1.521	0.375	0.350	0.0547	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0360	0.0009	0.0001	-0.575	0.0144	0.00180	-0.125	0.0031	0.00039
6.0	0.150	1.000	1.331	0.350	0.325	0.0638	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0479	0.0012	0.0002	-0.639	0.0160	0.00240	-0.150	0.0038	0.00057
7.0	0.175	1.000	1.158	0.325	0.300	0.0722	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0623	0.0016	0.0003	-0.712	0.0178	0.00312	-0.175	0.0044	0.00077
8.0	0.200	1.000	1.000	0.300	0.275	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0800	0.0020	0.0004	-0.800	0.0200	0.00400	-0.200	0.0050	0.00100
9.0	0.225	1.000	1.000	0.275	0.250	0.0872	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0872	0.0022	0.0005	-0.775	0.0194	0.00437	-0.225	0.0056	0.00126
10.0	0.250	1.000	1.000	0.250	0.225	0.0938	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0938	0.0023	0.0006	-0.750	0.0188	0.00470	-0.250	0.0063	0.00158
11.0	0.275	1.000	1.000	0.225	0.200	0.0997	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0997	0.0025	0.0007	-0.725	0.0181	0.00498	-0.275	0.0069	0.00190
12.0	0.300	1.000	1.000	0.200	0.175	0.1050	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1050	0.0026	0.0008	-0.700	0.0175	0.00525	-0.300	0.0075	0.00225
13.0	0.325	1.000	1.000	0.175	0.150	0.1097	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1097	0.0027	0.0009	-0.675	0.0169	0.00549	-0.325	0.0081	0.00263
14.0	0.350	1.000	1.000	0.150	0.125	0.1138	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1138	0.0028	0.0010	-0.650	0.0163	0.00571	-0.350	0.0088	0.00308
15.0	0.375	1.000	1.000	0.125	0.100	0.1172	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1172	0.0029	0.0011	-0.625	0.0156	0.00585	-0.375	0.0094	0.00353
16.0	0.400	1.000	1.000	0.100	0.075	0.1200	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1200	0.0030	0.0012	-0.600	0.0150	0.00600	-0.400	0.0100	0.00400
17.0	0.425	1.000	1.000	0.075	0.050	0.1222	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1222	0.0031	0.0013	-0.575	0.0144	0.00612	-0.425	0.0106	0.00451
18.0	0.450	1.000	1.000	0.050	0.025	0.1238	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1238	0.0031	0.0014	-0.550	0.0138	0.00621	-0.450	0.0113	0.00509
19.0	0.475	1.000	1.000	0.025	0.000	0.1247	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1247	0.0031	0.0015	-0.525	0.0131	0.00622	-0.475	0.0119	0.00565
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	-0.025	0.1250	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1250	0.0031	0.0016	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.025	-0.050	0.1247	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1247	0.0031	0.0016	-0.475	0.0119	0.00625	-0.525	0.0131	0.00688
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.050	-0.075	0.1238	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1238	0.0031	0.0017	-0.450	0.0113	0.00622	-0.550	0.0138	0.00759
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.075	-0.100	0.1222	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1222	0.0031	0.0018	-0.425	0.0106	0.00610	-0.575	0.0144	0.00828
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.125	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.0030	0.0018	-0.400	0.0100	0.00600	-0.600	0.0150	0.00900
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.125	-0.150	0.1172	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1172	0.0029	0.0018	-0.375	0.0094	0.00588	-0.625	0.0156	0.00975
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.150	-0.175	0.1138	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1138	0.0028	0.0018	-0.350	0.0088	0.00572	-0.650	0.0163	0.01060
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.175	-0.200	0.1097	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1097	0.0027	0.0018	-0.325	0.0081	0.00547	-0.675	0.0169	0.01141
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.200	-0.225	0.1050	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1050	0.0026	0.0018	-0.300	0.0075	0.00525	-0.700	0.0175	0.01225
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.225	-0.250	0.0997	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0997	0.0025	0.0018	-0.275	0.0069	0.00500	-0.725	0.0181	0.01312
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.250	-0.275	0.0938	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0938	0.0023	0.0017	-0.250	0.0063	0.00473	-0.750	0.0188	0.01410
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.275	-0.300	0.0872	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0872	0.0022	0.0017	-0.225	0.0056	0.00434	-0.775	0.0194	0.01504
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.300	-0.325	0.0800	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0800	0.0020	0.0016	-0.200	0.0050	0.00400	-0.800	0.0200	0.01600
33.0	0.825	1.000	1.158	-0.325	-0.350	0.0722	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0623	0.0016	0.0013	-0.175	0.0044	0.00363	-0.712	0.0178	0.01469
34.0	0.850	1.000	1.331	-0.350	-0.375	0.0638	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0479	0.0012	0.0010	-0.150	0.0038	0.00323	-0.639	0.0160	0.01360
35.0	0.875	1.000	1.521	-0.375	-0.400	0.0547	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0360	0.0009	0.0008	-0.125	0.0031	0.00271	-0.575	0.0144	0.01260
36.0	0.900	1.000	1.728	-0.400	-0.425	0.0450	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0260	0.0007	0.0006	-0.100	0.0025	0.00225	-0.521	0.0130	0.01170
37.0	0.925	1.000	1.953	-0.425	-0.450	0.0347	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0178	0.0004	0.0004	-0.075	0.0019	0.00176	-0.474	0.0118	0.01092
38.0	0.950	1.000	2.197	-0.450	-0.475	0.0238	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0108	0.0003	0.0003	-0.050	0.0013	0.00124	-0.432	0.0108	0.01026
39.0	0.975	1.000	2.460	-0.475	-0.500	0.0122	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0050	0.0001	0.0001	-0.025	0.0006	0.00059	-0.396	0.0099	0.00965
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.500		0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.00000	-0.364	0.0091	0.00910
$\Sigma$												0.078	0.039	0.4332	0.1618	0.4332	0.2715		
												$w^2/EIa$	$w^2/EIa$	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-194. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.078000 $wl^2$	-0.433200	$MF_{AB}$	-0.433200	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.039000 $wl^2$	-0.161800	$MF_{AB}$	-0.271500	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}$	0.241038 $wl^2$	-1.677998	$MF_{BA}$	
-----------	-----------------	-----------	-----------	--

$$0.078000 \, wl^2 - 0.433200 \, MF_{BA} = 0.433200 \left( 0.241038 \, wl^2 - 1.678 \right) MF_{BA}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.726909 & -0.433200 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.104418 & -0.078000 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.293709 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.026418 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA}$	=	$wl^2$	$\begin{bmatrix} 0.089946 \end{bmatrix}$
-----------	---	--------	--

$MF_{AB}$	0.241038 $wl^2$	-1.677998	$\begin{bmatrix} 0.089946 & wl^2 \end{bmatrix}$
$MF_{AB}$	0.090109 $wl^2$		

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.0901 \, wl^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0899 \, wl^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.0926	0.0926
Práctico	0.0901	0.0899
% Error	0.2500	0.2700

Para determinar los factores de transporte y las rigideces:

$$\sum MA=0 \quad \left( \frac{0.433}{Ea} *MAB \right) \left( 0.373 \right) - \left( \frac{0.433}{Eia} *CAB \, MF_{AB} \right) \left( 0.63 \right) = 0$$

$CAB = 0.592$
---------------

$$\sum Fy=0 \quad \left( \frac{0.43}{Ea} *SAB \right) - \left( \frac{0.4332 \left( 0.592 \right) *SAB}{Eia} \right) - \left( 1.0 \right) = 0$$

$SAB = 5.76 \left( \frac{Ea}{I} \right)$
--

Fig. 4-195. Cálculo de  $C_{AB}$  y  $S_{AB}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$$\sum M_B = 0 \quad \left( \frac{0.433}{Ea} * M_{BA} \right) ( 0.373 l ) - \left( \frac{0.433}{Ea} * C_{BA} M_{FBA} \right) ( 0.63 l ) = 0$$

$$\boxed{C_{BA} = 0.592}$$

$$\sum F_y = 0 \quad \left( \frac{0.43}{Ea} * S_{BA} l \right) - \left( \frac{0.4332}{Ea} ( 0.592 ) * S_{BA} l \right) - ( 1.0 ) = 0$$

$$\boxed{S_{BA} = 5.76 \frac{Ea}{l}}$$

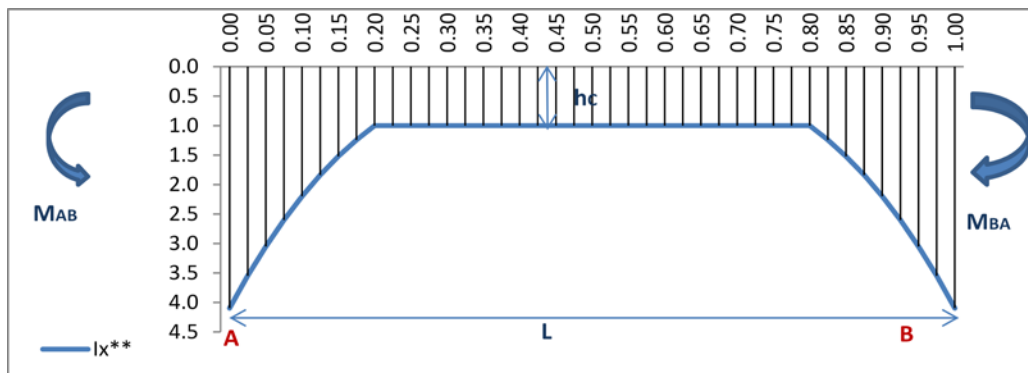
Fig. 4-196. Cálculo de  $C_{BA}$  y  $S_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

- Ra 0.6,  $\alpha a = 0.2$

Tabla 4-11. Datos de una variable;  $r_a = r_b = 0.6$  y  $\alpha a = \alpha b = 0.2$ .  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.3	
$r_a = r_b$	0.6	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.2	L
L =	1.0	m
q distribuida =	1.0	Kg-m

Gráfica 4-20. Valores de momento de inercia, para viga de sección variable, con valores de  $r_a = r_b = 0.6$  y  $\alpha a = \alpha b = 0.2$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Gráfica 4-52. Viga de sección constante Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Tabla 4-12. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga 0.6ra, $\alpha a = 0.2$		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Eia		Grafica M	MF BA/ Eia	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Eia	Area	Momento	MF BA/ Eia	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	4.096	0.500	0.475	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.244	0.0061	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	3.547	0.475	0.450	0.0122	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0034	0.0001	0.0000	-0.275	0.0069	0.0002	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	3.049	0.450	0.425	0.0238	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0078	0.0002	0.0000	-0.312	0.0078	0.0004	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	2.600	0.425	0.400	0.0347	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0133	0.0003	0.0000	-0.356	0.0089	0.0007	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	2.197	0.400	0.375	0.0450	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0205	0.0005	0.0001	-0.410	0.0102	0.0010	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	1.838	0.375	0.350	0.0547	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0298	0.0007	0.0001	-0.476	0.0119	0.0015	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	1.521	0.350	0.325	0.0638	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0419	0.0010	0.0002	-0.559	0.0140	0.0021	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	1.242	0.325	0.300	0.0722	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0581	0.0015	0.0003	-0.664	0.0166	0.0029	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	1.000	0.300	0.275	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0800	0.0020	0.0004	-0.800	0.0200	0.0040	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.000	0.275	0.250	0.0872	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0872	0.0022	0.0005	-0.775	0.0194	0.0044	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	1.000	0.250	0.225	0.0938	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0938	0.0023	0.0006	-0.750	0.0188	0.0047	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	1.000	0.225	0.200	0.0997	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0997	0.0025	0.0007	-0.725	0.0181	0.0050	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.000	0.200	0.175	0.1050	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1050	0.0026	0.0008	-0.700	0.0175	0.0053	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.000	0.175	0.150	0.1097	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1097	0.0027	0.0009	-0.675	0.0169	0.0055	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.000	0.150	0.125	0.1138	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1138	0.0028	0.0010	-0.650	0.0163	0.0057	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.000	0.125	0.100	0.1172	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1172	0.0029	0.0011	-0.625	0.0156	0.0059	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.000	0.100	0.075	0.1200	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1200	0.0030	0.0012	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.000	0.075	0.050	0.1222	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1222	0.0031	0.0013	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.000	0.050	0.025	0.1238	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1238	0.0031	0.0014	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.000	0.025	0.000	0.1247	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1247	0.0031	0.0015	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	-0.025	0.1250	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1250	0.0031	0.0016	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.025	-0.050	0.1247	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1247	0.0031	0.0016	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.050	-0.075	0.1238	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1238	0.0031	0.0017	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.075	-0.100	0.1222	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1222	0.0031	0.0018	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.125	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.0030	0.0018	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.125	-0.150	0.1172	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1172	0.0029	0.0018	-0.375	0.0094	0.0059	-0.625	0.0156	0.0098
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.150	-0.175	0.1138	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1138	0.0028	0.0018	-0.350	0.0088	0.0057	-0.650	0.0163	0.0106
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.175	-0.200	0.1097	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1097	0.0027	0.0018	-0.325	0.0081	0.0055	-0.675	0.0169	0.0114
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.200	-0.225	0.1050	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1050	0.0026	0.0018	-0.300	0.0075	0.0053	-0.700	0.0175	0.0123
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.225	-0.250	0.0997	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0997	0.0025	0.0018	-0.275	0.0069	0.0050	-0.725	0.0181	0.0131
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.250	-0.275	0.0938	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0938	0.0023	0.0017	-0.250	0.0063	0.0047	-0.750	0.0188	0.0141
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.275	-0.300	0.0872	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0872	0.0022	0.0017	-0.225	0.0056	0.0043	-0.775	0.0194	0.0150
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.300	-0.325	0.0800	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0800	0.0020	0.0016	-0.200	0.0050	0.0040	-0.800	0.0200	0.0160
33.0	0.825	1.000	1.242	-0.325	-0.350	0.0722	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0581	0.0015	0.0012	-0.175	0.0044	0.0036	-0.664	0.0166	0.0137
34.0	0.850	1.000	1.521	-0.350	-0.375	0.0638	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0419	0.0010	0.0009	-0.150	0.0038	0.0032	-0.559	0.0140	0.0119
35.0	0.875	1.000	1.838	-0.375	-0.400	0.0547	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0298	0.0007	0.0006	-0.125	0.0031	0.0027	-0.476	0.0119	0.0104
36.0	0.900	1.000	2.197	-0.400	-0.425	0.0450	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0205	0.0005	0.0005	-0.100	0.0025	0.0023	-0.410	0.0102	0.0092
37.0	0.925	1.000	2.600	-0.425	-0.450	0.0347	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0133	0.0003	0.0003	-0.075	0.0019	0.0018	-0.356	0.0089	0.0082
38.0	0.950	1.000	3.049	-0.450	-0.475	0.0238	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0078	0.0002	0.0002	-0.050	0.0013	0.0012	-0.312	0.0078	0.0074
39.0	0.975	1.000	3.547	-0.475	-0.500	0.0122	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0034	0.0001	0.0001	-0.025	0.0006	0.0006	-0.275	0.0069	0.0067
40.0	1.000	1.000	4.096	-0.500		0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.244	0.0061	0.0061
$\Sigma$												0.076	0.038	0.4128	0.160	0.4128	0.2529		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Eia	MFBA/ Eia	MFBA/ Eia	MFBA/ Eia		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-197. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.076000 $wl^2$	-0.412800	$MF_{AB}$	-0.412800	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.038000 $wl^2$	-0.160000	$MF_{AB}$	-0.252900	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.237500 wl^2$	-1.580625	$MF_{BA}$
--------------------------	-----------	-----------

$$0.076000 wl^2 - 0.412800 MF_{AB} = 0.412800 \left( 0.237500 wl^2 - 1.581 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.652482 & -0.412800 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.098040 & -0.076000 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.239682 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.022040 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.091955 \end{bmatrix}$
---

$MF_{AB}= 0.237500 wl^2$	-1.580625	$\begin{bmatrix} 0.091955 & wl^2 \end{bmatrix}$
$MF_{AB}= 0.092154 wl^2$		

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.0922 wl^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.0920 wl^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.0954	0.0954
Práctico	0.0922	0.0920
% Error	0.3200	0.3400

Para determinar los factores de transporte y las rigideces:

$$\sum MA=0 \quad \left( \frac{0.41}{Ea} *MAB \right) \left( 0.388 l \right) - \left( \frac{0.413}{Ea} *CAB MFABI \right) \left( 0.613 l \right) = 0$$

$CAB= 0.628$
--------------

$$\sum Fy=0 \quad \left( \frac{0.41}{Ea} *SAB l \right) - \left( \frac{0.41 \left( 0.628 \right) *SAB l}{Ea} \right) - \left( 1.0 \right) = 0$$

$SAB= 6.56 \left( \frac{Ea}{l} \right)$
---

Fig. 4-198. Cálculo de  $C_{AB}$  y  $S_{AB}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$$\sum M_B = 0 \quad \left( \frac{0.41}{Ea} * M_{BA} \right) (0.387 l) - \left( \frac{0.413}{Ea} * C_{BA} M_{BA} \right) (0.612 l) = 0$$

$$\boxed{C_{BA} = 0.628}$$

$$\sum F_y = 0 \quad \left( \frac{0.41}{Ea} * S_{BA} l \right) - \left( \frac{0.41 (0.628) * S_{BA} l}{Ea} \right) - (1.0) = 0$$

$$\boxed{S_{BA} = 6.56 \left( \frac{Ea}{l} \right)}$$

Fig. 4-199. Cálculo de  $C_{BA}$  y  $S_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

- Ra 1.0,  $\alpha a = 0.2$

Tabla 4-13. Datos de una viga constante;  $r_a = r_b = 0.6$  y  $\alpha a = \alpha b = 0.2$ .  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.5	
$r_a = r_b$	1.0	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.2	L
$L =$	1.0	m
q distribuida =	1.0	Kg-m

Gráfica 4-21. Valores de momento de inercia de viga con valores de  $r_a = r_b = 0.6$  y  $\alpha a = \alpha b = 0.2$ .  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

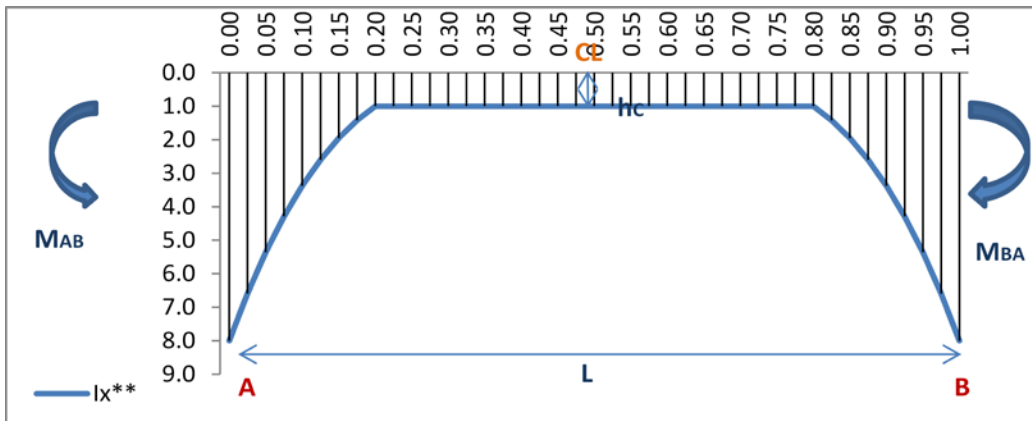


Tabla 4-14. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga 1.0ra, $\alpha a = 0.2$		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	8.000	0.500	0.475	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.000000	0.000000	-0.125	0.0031	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	6.592	0.475	0.450	0.0122	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0019	0.000046	0.000001	-0.148	0.0037	0.0001	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	5.359	0.450	0.425	0.0238	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0044	0.000111	0.000006	-0.177	0.0044	0.0002	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	4.291	0.425	0.400	0.0347	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0081	0.000202	0.000015	-0.216	0.0054	0.0004	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	3.375	0.400	0.375	0.0450	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0133	0.000333	0.000033	-0.267	0.0067	0.0007	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	2.600	0.375	0.350	0.0547	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0210	0.000526	0.000066	-0.337	0.0084	0.0011	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	1.953	0.350	0.325	0.0638	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0327	0.000817	0.000123	-0.435	0.0109	0.0016	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	1.424	0.325	0.300	0.0722	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0507	0.001268	0.000222	-0.579	0.0145	0.0025	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	1.000	0.300	0.275	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0800	0.002000	0.000400	-0.800	0.0200	0.0040	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.000	0.275	0.250	0.0872	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0872	0.002180	0.000491	-0.775	0.0194	0.0044	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	1.000	0.250	0.225	0.0938	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0938	0.002345	0.000586	-0.750	0.0188	0.0047	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	1.000	0.225	0.200	0.0997	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0997	0.002493	0.000686	-0.725	0.0181	0.0050	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.000	0.200	0.175	0.1050	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1050	0.002625	0.000788	-0.700	0.0175	0.0053	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.000	0.175	0.150	0.1097	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1097	0.002743	0.000891	-0.675	0.0169	0.0055	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.000	0.150	0.125	0.1138	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1138	0.002845	0.000996	-0.650	0.0163	0.0057	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.000	0.125	0.100	0.1172	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1172	0.002930	0.001099	-0.625	0.0156	0.0059	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.000	0.100	0.075	0.1200	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1200	0.003000	0.001200	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.000	0.075	0.050	0.1222	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1222	0.003055	0.001298	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.000	0.050	0.025	0.1238	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1238	0.003095	0.001393	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.000	0.025	0.000	0.1247	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1247	0.003118	0.001481	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	-0.025	0.1250	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1250	0.003125	0.001563	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.025	-0.050	0.1247	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1247	0.003118	0.001637	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.050	-0.075	0.1238	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1238	0.003095	0.001702	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.075	-0.100	0.1222	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1222	0.003055	0.001757	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.125	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.003000	0.001800	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.125	-0.150	0.1172	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1172	0.002930	0.001831	-0.375	0.0094	0.0059	-0.625	0.0156	0.0098
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.150	-0.175	0.1138	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1138	0.002845	0.001849	-0.350	0.0088	0.0057	-0.650	0.0163	0.0106
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.175	-0.200	0.1097	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1097	0.002743	0.001852	-0.325	0.0081	0.0055	-0.675	0.0169	0.0114
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.200	-0.225	0.1050	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1050	0.002625	0.001838	-0.300	0.0075	0.0053	-0.700	0.0175	0.0123
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.225	-0.250	0.0997	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0997	0.002493	0.001807	-0.275	0.0069	0.0050	-0.725	0.0181	0.0131
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.250	-0.275	0.0938	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0938	0.002345	0.001759	-0.250	0.0063	0.0047	-0.750	0.0188	0.0141
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.275	-0.300	0.0872	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0872	0.002180	0.001690	-0.225	0.0056	0.0043	-0.775	0.0194	0.0150
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.300	-0.325	0.0800	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0800	0.002000	0.001600	-0.200	0.0050	0.0040	-0.800	0.0200	0.0160
33.0	0.825	1.000	1.424	-0.325	-0.350	0.0722	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0507	0.001268	0.001046	-0.175	0.0044	0.0036	-0.579	0.0145	0.0120
34.0	0.850	1.000	1.953	-0.350	-0.375	0.0638	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0327	0.000817	0.000694	-0.150	0.0038	0.0032	-0.435	0.0109	0.0093
35.0	0.875	1.000	2.600	-0.375	-0.400	0.0547	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0210	0.000526	0.000460	-0.125	0.0031	0.0027	-0.337	0.0084	0.0074
36.0	0.900	1.000	3.375	-0.400	-0.425	0.0450	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0133	0.000333	0.000300	-0.100	0.0025	0.0023	-0.267	0.0067	0.0060
37.0	0.925	1.000	4.291	-0.425	-0.450	0.0347	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0081	0.000202	0.000187	-0.075	0.0019	0.0018	-0.216	0.0054	0.0050
38.0	0.950	1.000	5.359	-0.450	-0.475	0.0238	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0044	0.000111	0.000105	-0.050	0.0013	0.0012	-0.177	0.0044	0.0042
39.0	0.975	1.000	6.592	-0.475	-0.500	0.0122	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0019	0.000046	0.000045	-0.025	0.0006	0.0006	-0.148	0.0037	0.0036
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.500		0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.000000	0.000000	0.000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0031
$\Sigma$												0.074589	0.037297	0.388	0.158	0.388	0.230		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		



Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-200. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.074589 $w^2$	-0.388000 MFAB	-0.388000 MFBA	= 0
$\sum MA=0$	0.037297 $w^2$	-0.158000 MFAB	-0.230000 MFBA	= 0

$MF_{AB} = 0.236057 w^2 - 1.455696 MF_{BA}$
---

$$0.074589 w^2 - 0.388000 MF_{BA} = 0.388000 (0.236057 w^2 - 1.455696 MF_{BA})$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.564810 & -0.388000 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.091590 & -0.074589 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.176810 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.017001 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = w^2 \begin{bmatrix} 0.096154 \end{bmatrix}$
--

$$MF_{AB} = 0.236057 w^2 - 1.455696 (0.096154 w^2)$$

$MF_{AB} = 0.096086 w^2$
--------------------------

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.0961 w^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0962 w^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.0993	0.0993
Práctico	0.0961	0.0962
% Error	0.3200	0.3100

Para determinar los factores de transporte y las rigideces:

$$\sum MA=0 \left( \frac{0.39}{Ea} *MAB \right) (0.41) - \left( \frac{0.4}{Ea} *CAB MFABI \right) (0.59) = 0$$

$CAB = 0.678$
---------------

$$\sum Fy=0 \left( \frac{0.39}{Ea} *SAB I \right) - \left( \frac{0.39 (0.678) *SAB I}{Ea} \right) - (1.0) = 0$$

$SAB = 7.96 \left( \frac{Ea}{I} \right)$
--

Fig. 4-201. Cálculo de  $C_{AB}$  y  $S_{AB}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$$\sum M_B = 0 \quad \left( \frac{0.4}{E I_a} * M_{BA} \right) ( 0.4 ) - \left( \frac{0.4}{E I_a} * C_{BA} M_{FBA} \right) ( 0.59 ) = 0$$

$$\boxed{C_{BA} = 0.678}$$

$$\sum F_y = 0 \quad \left( \frac{0.39}{E I_a} * S_{AB} \right) - \left( \frac{0.39}{E I_a} \left[ \frac{0.678}{I} * S_{AB} \right] \right) - ( 1.0 ) = 0$$

$$\boxed{S_{BA} = 7.96 \left( \frac{E I_a}{I} \right)}$$

Fig. 4-202. Cálculo de  $C_{BA}$  y  $S_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

- $R_a = 0.4$ ,  $\alpha_a = 0.3$

Tabla 4-15. Datos de una viga constante;  $r_a = r_b = 0.4$  y  $\alpha_a = \alpha_b = 0.3$ .  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.13	
$r_a = r_b$	0.4	hc
$\alpha_a = \alpha_b$	0.3	L
L =	1.0	m
q distribuida =	1.0	Kg-m

Gráfica 4-22. Valores de momento de inercia de viga con valores de  $r_a = r_b = 0.4$  y  $\alpha_a = \alpha_b = 0.3$ .  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

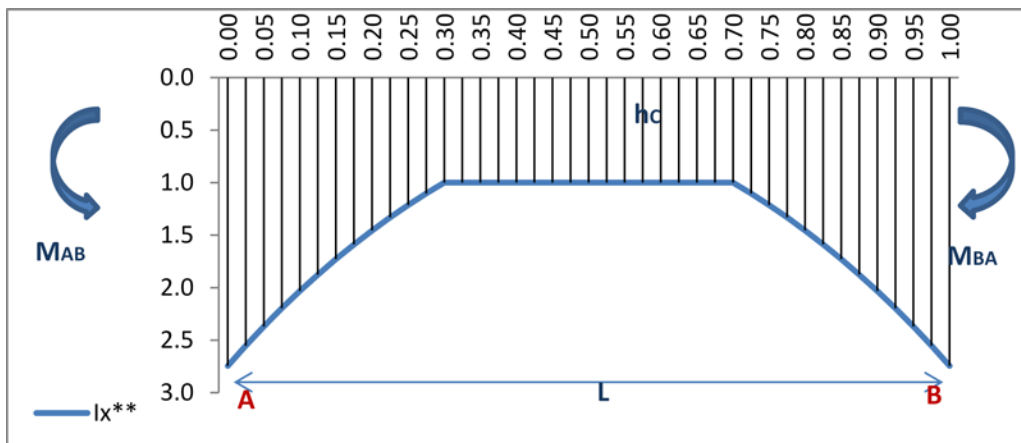


Tabla 4-16. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga 0.4ra, $\alpha a = 0.3$		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	2.744	0.500	0.475	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.000000	0.000000	-0.364	0.0091	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	2.553	0.475	0.450	0.0122	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0048	0.000119	0.000003	-0.382	0.0095	0.0002	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	2.370	0.450	0.425	0.0238	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0100	0.000251	0.000013	-0.401	0.0100	0.0005	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	2.197	0.425	0.400	0.0347	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0158	0.000395	0.000030	-0.421	0.0105	0.0008	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	2.032	0.400	0.375	0.0450	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0221	0.000554	0.000055	-0.443	0.0111	0.0011	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	1.876	0.375	0.350	0.0547	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0292	0.000729	0.000091	-0.466	0.0117	0.0015	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	1.728	0.350	0.325	0.0638	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0369	0.000923	0.000138	-0.492	0.0123	0.0018	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	1.588	0.325	0.300	0.0722	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0455	0.001137	0.000199	-0.520	0.0130	0.0023	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	1.456	0.300	0.275	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0549	0.001374	0.000275	-0.549	0.0137	0.0027	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.331	0.275	0.250	0.0872	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0655	0.001638	0.000369	-0.582	0.0146	0.0033	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	1.214	0.250	0.225	0.0938	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0773	0.001932	0.000483	-0.618	0.0154	0.0039	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	1.103	0.225	0.200	0.0997	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0904	0.002260	0.000622	-0.657	0.0164	0.0045	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.000	0.200	0.175	0.1050	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1050	0.002625	0.000788	-0.700	0.0175	0.0053	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.000	0.175	0.150	0.1097	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1097	0.002743	0.000891	-0.675	0.0169	0.0055	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.000	0.150	0.125	0.1138	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1138	0.002845	0.000996	-0.650	0.0163	0.0057	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.000	0.125	0.100	0.1172	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1172	0.002930	0.001099	-0.625	0.0156	0.0059	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.000	0.100	0.075	0.1200	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1200	0.003000	0.001200	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.000	0.075	0.050	0.1222	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1222	0.003055	0.001298	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.000	0.050	0.025	0.1238	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1238	0.003095	0.001393	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.000	0.025	0.000	0.1247	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1247	0.003118	0.001481	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	-0.025	0.1250	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1250	0.003125	0.001563	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.025	-0.050	0.1247	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1247	0.003118	0.001637	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.050	-0.075	0.1238	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1238	0.003095	0.001702	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.075	-0.100	0.1222	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1222	0.003055	0.001757	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.125	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.003000	0.001800	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.125	-0.150	0.1172	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1172	0.002930	0.001831	-0.375	0.0094	0.0059	-0.625	0.0156	0.0098
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.150	-0.175	0.1138	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1138	0.002845	0.001849	-0.350	0.0088	0.0057	-0.650	0.0163	0.0106
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.175	-0.200	0.1097	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1097	0.002743	0.001852	-0.325	0.0081	0.0055	-0.675	0.0169	0.0114
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.200	-0.225	0.1050	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1050	0.002625	0.001838	-0.300	0.0075	0.0053	-0.700	0.0175	0.0123
29.0	0.725	1.000	1.103	-0.225	-0.250	0.0997	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0904	0.002260	0.001639	-0.275	0.0069	0.0050	-0.657	0.0164	0.0119
30.0	0.750	1.000	1.214	-0.250	-0.275	0.0938	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0773	0.001932	0.001449	-0.250	0.0063	0.0047	-0.618	0.0154	0.0116
31.0	0.775	1.000	1.331	-0.275	-0.300	0.0872	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0655	0.001638	0.001269	-0.225	0.0056	0.0043	-0.582	0.0146	0.0113
32.0	0.800	1.000	1.456	-0.300	-0.325	0.0800	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0549	0.001374	0.001099	-0.200	0.0050	0.0040	-0.549	0.0137	0.0110
33.0	0.825	1.000	1.588	-0.325	-0.350	0.0722	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0455	0.001137	0.000938	-0.175	0.0044	0.0036	-0.520	0.0130	0.0107
34.0	0.850	1.000	1.728	-0.350	-0.375	0.0638	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0369	0.000923	0.000785	-0.150	0.0038	0.0032	-0.492	0.0123	0.0105
35.0	0.875	1.000	1.876	-0.375	-0.400	0.0547	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0292	0.000729	0.000638	-0.125	0.0031	0.0027	-0.466	0.0117	0.0102
36.0	0.900	1.000	2.032	-0.400	-0.425	0.0450	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0221	0.000554	0.000499	-0.100	0.0025	0.0023	-0.443	0.0111	0.0100
37.0	0.925	1.000	2.197	-0.425	-0.450	0.0347	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0158	0.000395	0.000365	-0.075	0.0019	0.0018	-0.421	0.0105	0.0097
38.0	0.950	1.000	2.370	-0.450	-0.475	0.0238	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0100	0.000251	0.000238	-0.050	0.0013	0.0012	-0.401	0.0100	0.0095
39.0	0.975	1.000	2.553	-0.475	-0.500	0.0122	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0048	0.000119	0.000116	-0.025	0.0006	0.0006	-0.382	0.0095	0.0093
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.500		0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.000000	0.000000	0.000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.0091
$\Sigma$												0.07257	0.0363	0.4014	0.15610	0.4014	0.2459		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>2</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-203. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Sigma F_y=0$	0.072570 $w^2$	-0.401400	$MF_{AB}$	-0.401400	$MF_{BA}$	= 0
$\Sigma M_A=0$	0.036300 $w^2$	-0.156100	$MF_{AB}$	-0.245900	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.232543 w^2$	$-1.575272 MF_{BA}$
-------------------------	---------------------

$$0.072570 w^2 - 0.401400 MF_{AB} = 0.401400 \left( 0.232543 w^2 - 1.575272 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.632314 & -0.401400 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.093343 & -0.072570 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.230914 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.020773 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = w^2 \begin{bmatrix} 0.089960 \end{bmatrix}$
--

$MF_{AB}= 0.232543 w^2$	$-1.575272 \left( 0.089960 w^2 \right)$
$MF_{AB}= 0.090832 w^2$	

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.0908 w^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.0900 w^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.0945	0.0945
Práctico	0.0908	0.0900
% Error	0.3700	0.4500

Para determinar los factores de transporte y las rigideces:

$$\Sigma M_A=0 \quad \left( \frac{0.40}{Ea} *M_{AB} \right) \left( 0.389 \right) - \left( \frac{0.401}{Ea} *C_{AB} MF_{AB} \right) \left( 0.613 \right) = 0$$

$C_{AB}= 0.633$
-----------------

$$\Sigma F_y=0 \quad \left( \frac{0.4014}{Ea} *S_{AB} \right) - \left( \frac{0.40 \left( 0.633 \right) *S_{AB}}{Ea} \right) - \left( 1.0 \right) = 0$$

$S_{AB}= 6.75 \left( \frac{Ea}{I} \right)$
--

Fig. 4-204. Cálculo de  $C_{AB}$  y  $S_{AB}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$$\sum M_B = 0 \quad \left( \frac{0.40}{E I_a} * M_{BA} \right) (0.387 l) - \left( \frac{0.401}{E I_a} * C_{BA} M_{FBA} \right) (0.61 l) = 0$$

$$\boxed{C_{BA} = 0.633}$$

$$\sum F_y = 0 \quad \left( \frac{0.4014}{E I_a} * S_{BA} l \right) - \left( \frac{0.40}{E I_a} \left[ \frac{0.633}{1} * S_{BA} l \right] \right) - (1.0) = 0$$

$$\boxed{S_{BA} = 6.75 \left( \frac{E I_a}{l} \right)}$$

Fig. 4-205. Cálculo de  $C_{BA}$  y  $S_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

- $R_a = 0.6, \alpha_a = 0.3$

Tabla 4-17. Datos de una viga acartelada;  $r_a = r_b = 0.6$  y  $\alpha_a = \alpha_b = 0.3$ .  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.2	
$r_a = r_b$	0.6	hc
$\alpha_a = \alpha_b$	0.3	L
L =	1.0	m
q distribuida =	1.0	Kg-m

Gráfica 4-23. Valores de momento de inercia de viga acartelada de  $r_a = r_b = 0.6$  y  $\alpha_a = \alpha_b = 0.3$ .  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

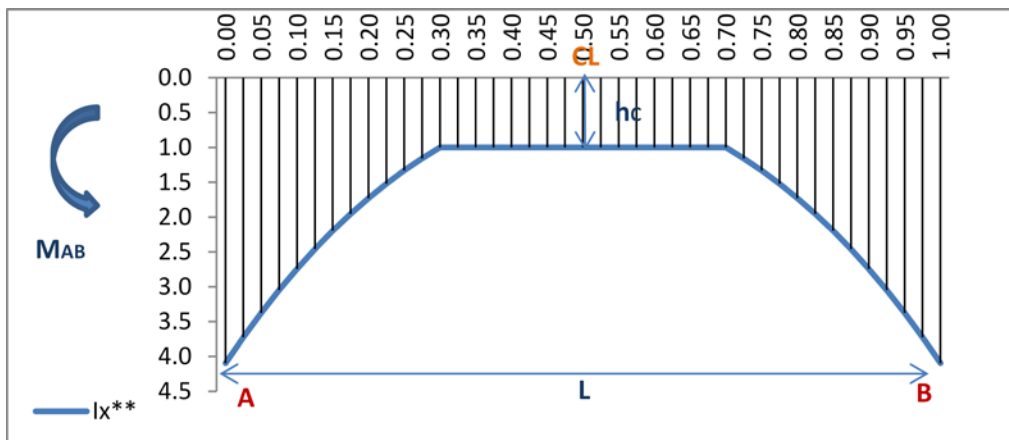


Tabla 4-18. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga 0.6ra, $\alpha a = 0.3$		Valores de Inercia		Corte (V)		M (wP)	Corte (V)		MF		Grafica M	wP/Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela			
Sección	x	la=lc	k**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	wP/Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento		
0.0	0.000	1.000	4.096	0.500	0.475	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.00000	0.00000	-0.244	0.00610	0.00000	0.000	0.00000	0.00000		
1.0	0.025	1.000	3.724	0.475	0.450	0.0122	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0033	0.00008	0.00000	-0.262	0.00655	0.00016	-0.025	0.00063	0.00002		
2.0	0.050	1.000	3.375	0.450	0.425	0.0238	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0071	0.00018	0.00001	-0.281	0.00704	0.00035	-0.050	0.00125	0.00006		
3.0	0.075	1.000	3.049	0.425	0.400	0.0347	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0114	0.00028	0.00002	-0.303	0.00758	0.00057	-0.075	0.00188	0.00014		
4.0	0.100	1.000	2.744	0.400	0.375	0.0450	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0164	0.00041	0.00004	-0.328	0.00820	0.00082	-0.100	0.00250	0.00025		
5.0	0.125	1.000	2.460	0.375	0.350	0.0547	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0222	0.00056	0.00007	-0.356	0.00889	0.00111	-0.125	0.00313	0.00039		
6.0	0.150	1.000	2.197	0.350	0.325	0.0638	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0290	0.00073	0.00011	-0.387	0.00967	0.00145	-0.150	0.00375	0.00056		
7.0	0.175	1.000	1.953	0.325	0.300	0.0722	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0370	0.00092	0.00016	-0.422	0.01056	0.00185	-0.175	0.00438	0.00077		
8.0	0.200	1.000	1.728	0.300	0.275	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0463	0.00116	0.00023	-0.463	0.01157	0.00231	-0.200	0.00500	0.00100		
9.0	0.225	1.000	1.521	0.275	0.250	0.0872	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0573	0.00143	0.00032	-0.510	0.01274	0.00287	-0.225	0.00563	0.00127		
10.0	0.250	1.000	1.331	0.250	0.225	0.0938	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0705	0.00176	0.00044	-0.563	0.01409	0.00352	-0.250	0.00625	0.00156		
11.0	0.275	1.000	1.158	0.225	0.200	0.0997	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0861	0.00215	0.00059	-0.626	0.01565	0.00430	-0.275	0.00688	0.00189		
12.0	0.300	1.000	1.000	0.200	0.175	0.1050	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1050	0.00263	0.00079	-0.700	0.01750	0.00525	-0.300	0.00750	0.00225		
13.0	0.325	1.000	1.000	0.175	0.150	0.1097	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1097	0.00274	0.00089	-0.675	0.01688	0.00549	-0.325	0.00813	0.00264		
14.0	0.350	1.000	1.000	0.150	0.125	0.1138	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1138	0.00285	0.00100	-0.650	0.01625	0.00569	-0.350	0.00875	0.00306		
15.0	0.375	1.000	1.000	0.125	0.100	0.1172	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1172	0.00293	0.00110	-0.625	0.01563	0.00586	-0.375	0.00938	0.00352		
16.0	0.400	1.000	1.000	0.100	0.075	0.1200	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1200	0.00300	0.00120	-0.600	0.01500	0.00600	-0.400	0.01000	0.00400		
17.0	0.425	1.000	1.000	0.075	0.050	0.1222	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1222	0.00306	0.00130	-0.575	0.01438	0.00611	-0.425	0.01063	0.00452		
18.0	0.450	1.000	1.000	0.050	0.025	0.1238	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1238	0.00310	0.00140	-0.550	0.01375	0.00619	-0.450	0.01125	0.00506		
19.0	0.475	1.000	1.000	0.025	0.000	0.1247	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1247	0.00312	0.00148	-0.525	0.01313	0.00624	-0.475	0.01188	0.00564		
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	-0.025	0.1250	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1250	0.00313	0.00157	-0.500	0.01250	0.00625	-0.500	0.01250	0.00625		
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.025	-0.050	0.1247	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1247	0.00312	0.00164	-0.475	0.01188	0.00624	-0.525	0.01313	0.00689		
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.050	-0.075	0.1238	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1238	0.00310	0.00171	-0.450	0.01125	0.00619	-0.550	0.01375	0.00756		
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.075	-0.100	0.1222	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1222	0.00306	0.00176	-0.425	0.01063	0.00611	-0.575	0.01438	0.00827		
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.125	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.00300	0.00180	-0.400	0.01000	0.00600	-0.600	0.01500	0.00900		
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.125	-0.150	0.1172	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1172	0.00293	0.00183	-0.375	0.00938	0.00586	-0.625	0.01563	0.00977		
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.150	-0.175	0.1138	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1138	0.00285	0.00185	-0.350	0.00875	0.00569	-0.650	0.01625	0.01056		
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.175	-0.200	0.1097	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1097	0.00274	0.00185	-0.325	0.00813	0.00549	-0.675	0.01688	0.01139		
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.200	-0.225	0.1050	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1050	0.00263	0.00184	-0.300	0.00750	0.00525	-0.700	0.01750	0.01225		
29.0	0.725	1.000	1.158	-0.225	-0.250	0.0997	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0861	0.00215	0.00156	-0.275	0.00688	0.00499	-0.626	0.01565	0.01135		
30.0	0.750	1.000	1.331	-0.250	-0.275	0.0938	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0705	0.00176	0.00132	-0.250	0.00625	0.00469	-0.563	0.01409	0.01057		
31.0	0.775	1.000	1.521	-0.275	-0.300	0.0872	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0573	0.00143	0.00111	-0.225	0.00563	0.00436	-0.510	0.01274	0.00987		
32.0	0.800	1.000	1.728	-0.300	-0.325	0.0800	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0463	0.00116	0.00093	-0.200	0.00500	0.00400	-0.463	0.01157	0.00926		
33.0	0.825	1.000	1.953	-0.325	-0.350	0.0722	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0370	0.00092	0.00076	-0.175	0.00438	0.00361	-0.422	0.01056	0.00871		
34.0	0.850	1.000	2.197	-0.350	-0.375	0.0638	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0290	0.00073	0.00062	-0.150	0.00375	0.00319	-0.387	0.00967	0.00822		
35.0	0.875	1.000	2.460	-0.375	-0.400	0.0547	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0222	0.00056	0.00049	-0.125	0.00313	0.00274	-0.356	0.00889	0.00778		
36.0	0.900	1.000	2.744	-0.400	-0.425	0.0450	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0164	0.00041	0.00037	-0.100	0.00250	0.00225	-0.328	0.00820	0.00738		
37.0	0.925	1.000	3.049	-0.425	-0.450	0.0347	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0114	0.00028	0.00026	-0.075	0.00188	0.00174	-0.303	0.00758	0.00701		
38.0	0.950	1.000	3.375	-0.450	-0.475	0.0238	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0071	0.00018	0.00017	-0.050	0.00125	0.00119	-0.281	0.00704	0.00669		
39.0	0.975	1.000	3.724	-0.475	-0.500	0.0122	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0033	0.00008	0.00008	-0.025	0.00063	0.00061	-0.262	0.00655	0.00639		
40.0	1.000	1.000	4.096	-0.500		0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.00000	0.00000	0.000	0.00000	0.00000	-0.244	0.00610	0.00610		
$\Sigma$												0.06931	0.0347	0.37246	0.153	0.37246	0.220				
												wP/Eia	wP/Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela				

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-206. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	$0.069310 w^2$	$-0.372460$	$MF_{AB}$	$-0.372460$	$MF_{BA}$	$= 0$
$\sum MA=0$	$0.034700 w^2$	$-0.153000$	$MF_{AB}$	$-0.220000$	$MF_{BA}$	$= 0$

$MF_{AB} = 0.226797 w^2$	$-1.437908$	$MF_{BA}$
--------------------------	-------------	-----------

$$0.069310 w^2 - 0.372460 MF_{AB} = 0.372460 \left( 0.226797 w^2 - 1.4379 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.535563 & -0.372460 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.084473 & -0.069310 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.163103 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.015163 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = 0.092966 w^2$
--------------------------

$$MF_{AB} = 0.226797 w^2 - 1.437908 \left( 0.092966 w^2 \right)$$

$MF_{AB} = 0.093120 w^2$
--------------------------

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.0931 w^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0930 w^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.0982	0.0982
Práctico	0.0931	0.0930
% Error	0.5100	0.5200

Para determinar los factores de transporte y las rigideces:

$$\sum MA=0 \left[ \frac{0.372}{Ea} * MAB \right] (0.4) - \left[ \frac{0.372}{Ea} * CAB \right] (0.6) = 0$$

$CAB = 0.667$
---------------

$$\sum Fy=0 \left[ \frac{0.372}{Ea} * SABI \right] - \left[ \frac{0.3725 (0.667) * SABI}{Ea} \right] - (1.0) = 0$$

$SAB = 8.09 \frac{Ea}{I}$
---------------------------

Fig. 4-207. Cálculo de  $C_{AB}$  y  $S_{AB}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$$\sum M_B = 0 \quad \left( \frac{0.372}{Ea} * M_{BA} \right) (0.4 l) - \left( \frac{0.372}{Ea} * C_{BA} M_{FBA} \right) (0.6 l) = 0$$

$$\boxed{C_{BA} = 0.667}$$

$$\sum F_y = 0 \quad \left( \frac{0.372}{Ea} * S_{BA} l \right) - \left( \frac{0.3725}{Ea} \left[ \frac{0.667}{l} * S_{BA} l \right] \right) - (1.0) = 0$$

$$\boxed{S_{BA} = 8.09 \frac{Ea}{l}}$$

Fig. 4-208. Cálculo de  $C_{BA}$  y  $S_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

- Ra 1.0,  $\alpha a = 0.3$

Tabla 4-19. Datos de una viga constante;  $r_a = r_b = 1.0$  y  $\alpha a = \alpha b = 0.3$ .

Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.35	m
$r_a = r_b$	1.0	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.3	L
L =	1.0	m
q distribuida =	1.0	Kg-m

Gráfica 4-24. Valores de momento de inercia de viga con valores de  $r_a = r_b = 1.0$  y  $\alpha a = \alpha b = 0.3$ .

Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

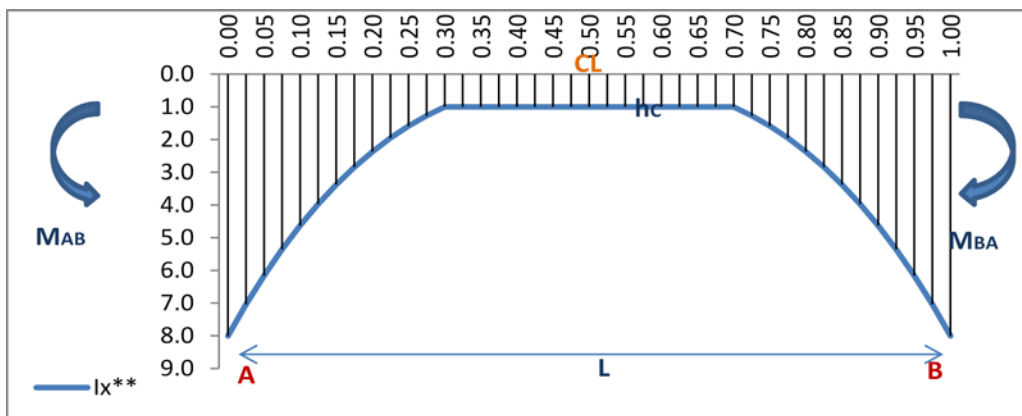




Tabla 4-20. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga 1.0ra, $\alpha a = 0.3$		Valores de Inercia		Corte (V)		M (wP)	Corte (V)		MF		Grafica M	wP/Eia		Grafica M	MF AB/ Eia		Grafica M	MF BA/ Eia	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	wP/Eia	Area	Momento	MF AB/ Eia	Area	Momento	MF BA/ Eia	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	8.000	0.500	0.475	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.00000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	7.041	0.475	0.450	0.0122	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0017	0.00004	0.0000	-0.138	0.0035	0.0001	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	6.162	0.450	0.425	0.0238	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0039	0.00010	0.0000	-0.154	0.0039	0.0002	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	5.359	0.425	0.400	0.0347	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0065	0.00016	0.0000	-0.173	0.0043	0.0003	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	4.630	0.400	0.375	0.0450	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0097	0.00024	0.0000	-0.194	0.0049	0.0005	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	3.969	0.375	0.350	0.0547	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0138	0.00034	0.0000	-0.220	0.0055	0.0007	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	3.375	0.350	0.325	0.0638	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0189	0.00047	0.0001	-0.252	0.0063	0.0009	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	2.843	0.325	0.300	0.0722	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0254	0.00063	0.0001	-0.290	0.0073	0.0013	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	2.370	0.300	0.275	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0338	0.00084	0.0002	-0.338	0.0084	0.0017	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.953	0.275	0.250	0.0872	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0446	0.00112	0.0003	-0.397	0.0099	0.0022	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	1.588	0.250	0.225	0.0938	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0591	0.00148	0.0004	-0.472	0.0118	0.0030	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	1.271	0.225	0.200	0.0997	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0784	0.00196	0.0005	-0.570	0.0143	0.0039	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.000	0.200	0.175	0.1050	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1050	0.00263	0.0008	-0.700	0.0175	0.0053	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.000	0.175	0.150	0.1097	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1097	0.00274	0.0009	-0.675	0.0169	0.0055	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.000	0.150	0.125	0.1138	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1138	0.00285	0.0010	-0.650	0.0163	0.0057	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.000	0.125	0.100	0.1172	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1172	0.00293	0.0011	-0.625	0.0156	0.0059	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.000	0.100	0.075	0.1200	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1200	0.00300	0.0012	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.000	0.075	0.050	0.1222	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1222	0.00306	0.0013	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.000	0.050	0.025	0.1238	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1238	0.00310	0.0014	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.000	0.025	0.000	0.1247	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1247	0.00312	0.0015	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	-0.025	0.1250	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1250	0.00313	0.0016	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.025	-0.050	0.1247	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1247	0.00312	0.0016	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.050	-0.075	0.1238	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1238	0.00310	0.0017	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.075	-0.100	0.1222	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1222	0.00306	0.0018	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.125	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.00300	0.0018	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.125	-0.150	0.1172	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1172	0.00293	0.0018	-0.375	0.0094	0.0059	-0.625	0.0156	0.0098
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.150	-0.175	0.1138	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1138	0.00285	0.0019	-0.350	0.0088	0.0057	-0.650	0.0163	0.0106
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.175	-0.200	0.1097	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1097	0.00274	0.0018	-0.325	0.0081	0.0055	-0.675	0.0169	0.0114
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.200	-0.225	0.1050	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1050	0.00263	0.0018	-0.300	0.0075	0.0053	-0.700	0.0175	0.0123
29.0	0.725	1.000	1.271	-0.225	-0.250	0.0997	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0784	0.00196	0.0014	-0.275	0.0069	0.0050	-0.570	0.0143	0.0104
30.0	0.750	1.000	1.588	-0.250	-0.275	0.0938	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0591	0.00148	0.0011	-0.250	0.0063	0.0047	-0.472	0.0118	0.0089
31.0	0.775	1.000	1.953	-0.275	-0.300	0.0872	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0446	0.00112	0.0009	-0.225	0.0056	0.0043	-0.397	0.0099	0.0077
32.0	0.800	1.000	2.370	-0.300	-0.325	0.0800	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0338	0.00084	0.0007	-0.200	0.0050	0.0040	-0.338	0.0084	0.0067
33.0	0.825	1.000	2.843	-0.325	-0.350	0.0722	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0254	0.00063	0.0005	-0.175	0.0044	0.0036	-0.290	0.0073	0.0060
34.0	0.850	1.000	3.375	-0.350	-0.375	0.0638	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0189	0.00047	0.0004	-0.150	0.0038	0.0032	-0.252	0.0063	0.0054
35.0	0.875	1.000	3.969	-0.375	-0.400	0.0547	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0138	0.00034	0.0003	-0.125	0.0031	0.0027	-0.220	0.0055	0.0048
36.0	0.900	1.000	4.630	-0.400	-0.425	0.0450	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0097	0.00024	0.0002	-0.100	0.0025	0.0023	-0.194	0.0049	0.0044
37.0	0.925	1.000	5.359	-0.425	-0.450	0.0347	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0065	0.00016	0.0001	-0.075	0.0019	0.0018	-0.173	0.0043	0.0040
38.0	0.950	1.000	6.162	-0.450	-0.475	0.0238	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0039	0.00010	0.0001	-0.050	0.0013	0.0012	-0.154	0.0039	0.0037
39.0	0.975	1.000	7.041	-0.475	-0.500	0.0122	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0017	0.00004	0.0000	-0.025	0.0006	0.0006	-0.138	0.0035	0.0034
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.500		0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.00000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0031
$\Sigma$												0.06475	0.0323	0.3373	0.1483	0.3373	0.1896		
												wP/Eia	wP/Eia	MFAB/ Eia	MFAB/ Eia	MFBA/ Eia	MFBA/ Eia		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-209. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.064750 $w^2$	-0.337300	$MF_{AB}$	-0.337300	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.032300 $w^2$	-0.148300	$MF_{AB}$	-0.189600	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.217802 w^2$	-1.278490	$MF_{BA}$
-------------------------	-----------	-----------

$$0.064750 w^2 - 0.337300 MF_{BA} = 0.337300 \left( 0.217802 w^2 - 1.2785 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.431235 & -0.337300 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.073465 & -0.064750 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.093935 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.008715 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = w^2 \begin{bmatrix} 0.092777 \end{bmatrix}$
--

$MF_{AB}= 0.217802 w^2$	-1.278490	$\left( 0.092777 w^2 \right)$
$MF_{AB}= 0.099188 w^2$		

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.0992 w^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.0928 w^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.1034	0.1034
Práctico	0.0992	0.0928
% Error	0.4200	1.0600

Para determinar los factores de transporte y las rigideces:

$$\sum MA=0 \left( \frac{0.34}{Ea} *MAB \right) ( 0.44 l ) - \left( \frac{0.34}{Ea} *CAB MFABI \right) ( 0.6 l ) = 0$$

$CAB= 0.733$
--------------

$$\sum Fy=0 \left( \frac{0.34}{Ea} *SAB l \right) - \left( \frac{0.34 ( 0.733 ) *SAB l}{Ea} \right) - ( 1.0 ) = 0$$

$SAB= 11.02 \left( \frac{Ea}{l} \right)$
--

Fig. 4-210. Cálculo de  $C_{AB}$  y  $S_{AB}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$$\sum M_B = 0 \quad \left( \frac{0.34}{E I_a} * M_{BA} \right) (0.44 l) - \left( \frac{0.34}{E I_a} * C_{BA} M_{FBA} \right) (0.6 l) = 0$$

**C<sub>BA</sub> = 0.733**

$$\sum F_y = 0 \quad \left( \frac{0.34}{E I_a} * S_{BA} l \right) - \left( \frac{0.34}{E I_a} [0.733] * S_{BA} l \right) - (1.0) = 0$$

**S<sub>BA</sub> = 11.02  $\frac{E I_a}{l}$**

Fig. 4-211. Cálculo de C<sub>BA</sub> y S<sub>BA</sub>. Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

- Ra 0.4, αa= 0.4

Tabla 4-21. Datos de una viga variable; ra= rb=0.4 y αa=αb=0.4.  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Δx=	0.025 L
Δy=	0.1 m
ra=rb	0.4 hc
αa=αb	0.4 L
L=	1.0 m
q distribuida =	1.0 Kg-m

Gráfica 4-25. Valores de momento de inercia de viga con cartelas de valores ra= rb=0.4 y αa=αb=0.4. Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

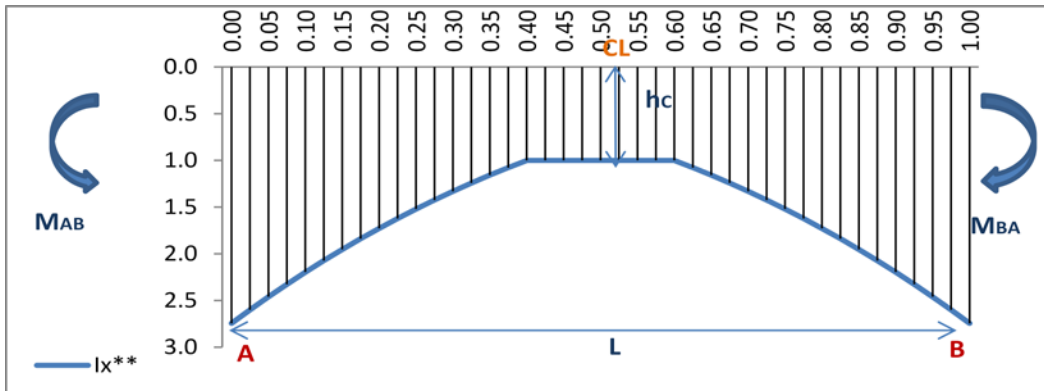


Tabla 4-22. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga 0.4ra, $\alpha a = 0.4$		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	2.744	0.500	0.475	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.364	0.00911	0.0000	0.000	0.00000	0.0000
1.0	0.025	1.000	2.600	0.475	0.450	0.0122	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0047	0.0001	0.0000	-0.375	0.00938	0.0002	-0.025	0.00063	0.0000
2.0	0.050	1.000	2.460	0.450	0.425	0.0238	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0097	0.0002	0.0000	-0.386	0.00965	0.0005	-0.050	0.00125	0.0001
3.0	0.075	1.000	2.326	0.425	0.400	0.0347	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0149	0.0004	0.0000	-0.398	0.00994	0.0007	-0.075	0.00188	0.0001
4.0	0.100	1.000	2.197	0.400	0.375	0.0450	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0205	0.0005	0.0001	-0.410	0.01024	0.0010	-0.100	0.00250	0.0003
5.0	0.125	1.000	2.073	0.375	0.350	0.0547	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0264	0.0007	0.0001	-0.422	0.01055	0.0013	-0.125	0.00313	0.0004
6.0	0.150	1.000	1.953	0.350	0.325	0.0638	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0327	0.0008	0.0001	-0.435	0.01088	0.0016	-0.150	0.00375	0.0006
7.0	0.175	1.000	1.838	0.325	0.300	0.0722	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0393	0.0010	0.0002	-0.449	0.01122	0.0020	-0.175	0.00438	0.0008
8.0	0.200	1.000	1.728	0.300	0.275	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0463	0.0012	0.0002	-0.463	0.01157	0.0023	-0.200	0.00500	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.622	0.275	0.250	0.0872	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0538	0.0013	0.0003	-0.478	0.01195	0.0027	-0.225	0.00563	0.0013
10.0	0.250	1.000	1.521	0.250	0.225	0.0938	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0617	0.0015	0.0004	-0.493	0.01233	0.0031	-0.250	0.00625	0.0016
11.0	0.275	1.000	1.424	0.225	0.200	0.0997	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0700	0.0018	0.0005	-0.509	0.01273	0.0035	-0.275	0.00688	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.331	0.200	0.175	0.1050	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0789	0.0020	0.0006	-0.526	0.01315	0.0039	-0.300	0.00750	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.242	0.175	0.150	0.1097	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0883	0.0022	0.0007	-0.543	0.01359	0.0044	-0.325	0.00813	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.158	0.150	0.125	0.1138	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0983	0.0025	0.0009	-0.561	0.01403	0.0049	-0.350	0.00875	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.077	0.125	0.100	0.1172	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1088	0.0027	0.0010	-0.580	0.01451	0.0054	-0.375	0.00938	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.000	0.100	0.075	0.1200	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1200	0.0030	0.0012	-0.600	0.01500	0.0060	-0.400	0.01000	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.000	0.075	0.050	0.1222	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1222	0.0031	0.0013	-0.575	0.01438	0.0061	-0.425	0.01063	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.000	0.050	0.025	0.1238	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1238	0.0031	0.0014	-0.550	0.01375	0.0062	-0.450	0.01125	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.000	0.025	0.000	0.1247	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1247	0.0031	0.0015	-0.525	0.01313	0.0062	-0.475	0.01188	0.0056
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	-0.025	0.1250	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1250	0.0031	0.0016	-0.500	0.01250	0.0063	-0.500	0.01250	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.025	-0.050	0.1247	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1247	0.0031	0.0016	-0.475	0.01188	0.0062	-0.525	0.01313	0.0069
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.050	-0.075	0.1238	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1238	0.0031	0.0017	-0.450	0.01125	0.0062	-0.550	0.01375	0.0076
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.075	-0.100	0.1222	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1222	0.0031	0.0018	-0.425	0.01063	0.0061	-0.575	0.01438	0.0083
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.125	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.0030	0.0018	-0.400	0.01000	0.0060	-0.600	0.01500	0.0090
25.0	0.625	1.000	1.077	-0.125	-0.150	0.1172	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1088	0.0027	0.0017	-0.375	0.00938	0.0059	-0.580	0.01451	0.0091
26.0	0.650	1.000	1.158	-0.150	-0.175	0.1138	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0983	0.0025	0.0016	-0.350	0.00875	0.0057	-0.561	0.01403	0.0091
27.0	0.675	1.000	1.242	-0.175	-0.200	0.1097	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0883	0.0022	0.0015	-0.325	0.00813	0.0055	-0.543	0.01359	0.0092
28.0	0.700	1.000	1.331	-0.200	-0.225	0.1050	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0789	0.0020	0.0014	-0.300	0.00750	0.0053	-0.526	0.01315	0.0092
29.0	0.725	1.000	1.424	-0.225	-0.250	0.0997	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0700	0.0018	0.0013	-0.275	0.00688	0.0050	-0.509	0.01273	0.0092
30.0	0.750	1.000	1.521	-0.250	-0.275	0.0938	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0617	0.0015	0.0011	-0.250	0.00625	0.0047	-0.493	0.01233	0.0092
31.0	0.775	1.000	1.622	-0.275	-0.300	0.0872	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0538	0.0013	0.0010	-0.225	0.00563	0.0044	-0.478	0.01195	0.0093
32.0	0.800	1.000	1.728	-0.300	-0.325	0.0800	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0463	0.0012	0.0010	-0.200	0.00500	0.0040	-0.463	0.01157	0.0093
33.0	0.825	1.000	1.838	-0.325	-0.350	0.0722	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0393	0.0010	0.0008	-0.175	0.00438	0.0036	-0.449	0.01122	0.0093
34.0	0.850	1.000	1.953	-0.350	-0.375	0.0638	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0327	0.0008	0.0007	-0.150	0.00375	0.0032	-0.435	0.01088	0.0092
35.0	0.875	1.000	2.073	-0.375	-0.400	0.0547	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0264	0.0007	0.0006	-0.125	0.00313	0.0027	-0.422	0.01055	0.0092
36.0	0.900	1.000	2.197	-0.400	-0.425	0.0450	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0205	0.0005	0.0005	-0.100	0.00250	0.0023	-0.410	0.01024	0.0092
37.0	0.925	1.000	2.326	-0.425	-0.450	0.0347	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0149	0.0004	0.0004	-0.075	0.00188	0.0017	-0.398	0.00994	0.0092
38.0	0.950	1.000	2.460	-0.450	-0.475	0.0238	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0097	0.0002	0.0002	-0.050	0.00125	0.0012	-0.386	0.00965	0.0092
39.0	0.975	1.000	2.600	-0.475	-0.500	0.0122	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0047	0.0001	0.0001	-0.025	0.00063	0.0006	-0.375	0.00938	0.0091
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.500		0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.00000	0.0000	-0.364	0.00911	0.0091
$\Sigma$												0.066	0.033	0.3724	0.15	0.3724	0.0294		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA <sup>2</sup> / Ela		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-212. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.066000 $w^2$	-0.372400 MFAB	-0.372400 MFBA	= 0
$\sum MA=0$	0.033000 $w^2$	-0.150000 MFAB	-0.224000 MFBA	= 0

MFAB= 0.220000 $w^2$	-1.493333 MFBA	
----------------------	----------------	--

$$0.066000 w^2 - 0.372400 MFBA = 0.372400 \left( 0.220000 w^2 - 1.49333 MFBA \right)$$

$$MFBA \cdot \begin{pmatrix} 0.556117 & -0.372400 \end{pmatrix} = w^2 \cdot \begin{pmatrix} 0.081928 & -0.066000 \end{pmatrix}$$

$$MFBA \cdot 0.183717 = w^2 \cdot 0.015928$$

MFBA = $w^2 \cdot 0.086699$
-----------------------------

MFAB= 0.220000 $w^2$	-1.493333 $\left( 0.086699 w^2 \right)$
MFAB= 0.090530 $w^2$	

Se tiene para:

MFAB= 0.0905 $w^2$	Antihorario
MFBA= 0.0867 $w^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.0947	0.0947
Práctico	0.0905	0.0867
% Error	0.4200	0.8000

Para determinar los factores de transporte y las rigideces:

$$\sum MA=0 \quad \left( \frac{0.372}{Ea} *MAB \right) \left( 0.40 \right) - \left( \frac{0.372}{Ea} *CAB MFABI \right) \left( 0.60 \right) = 0$$

CAB= 0.667
------------

$$\sum Fy=0 \quad \left( \frac{0.372}{Ea} *SAB \right) - \left( \frac{0.37 \left( 0.667 \right) *SABI}{Ea} \right) - \left( 0 \right) = 0$$

SAB= 7.99 $\frac{Ea}{I}$
--------------------------

Fig. 4-213. Cálculo de  $C_{AB}$  y  $S_{AB}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$$\sum M_B=0 \quad \left( \frac{0.372}{E I_a} * M_{BA} I \right) ( 0.40 I ) - \left( \frac{0.372}{E I_a} * C_{BA} M_{FBA} I \right) ( 0.60 I ) = 0$$

$$\boxed{C_{BA} = 0.667}$$

$$\sum F_y=0 \quad \left( \frac{0.372}{E I_a} * S_{BA} I \right) - \left( \frac{0.37 ( 0.667 ) * S_{BA} I}{E I_a} \right) - ( 1.0 ) = 0$$

$$\boxed{S_{BA} = 7.99 \left( \frac{E I_a}{I} \right)}$$

Fig. 4-214. Cálculo de  $C_{BA}$  y  $S_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

- $R_a 0.6, \alpha_a = 0.4$

Tabla 4-23. Datos de una viga de sección variable;  $r_a = r_b = 0.6$  y  $\alpha_a = \alpha_b = 0.4$ .  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025 L
$\Delta y =$	0.15 m
$r_a = r_b$	0.6 hc
$\alpha_a = \alpha_b$	0.4 L
$L =$	1.0 m
$q$ distribuida =	1.0 Kg-m

Gráfica 4-26. Valores de momento de inercia de viga con sección variable, con valores de  $r_a = r_b = 0.6$  y  $\alpha_a = \alpha_b = 0.4$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

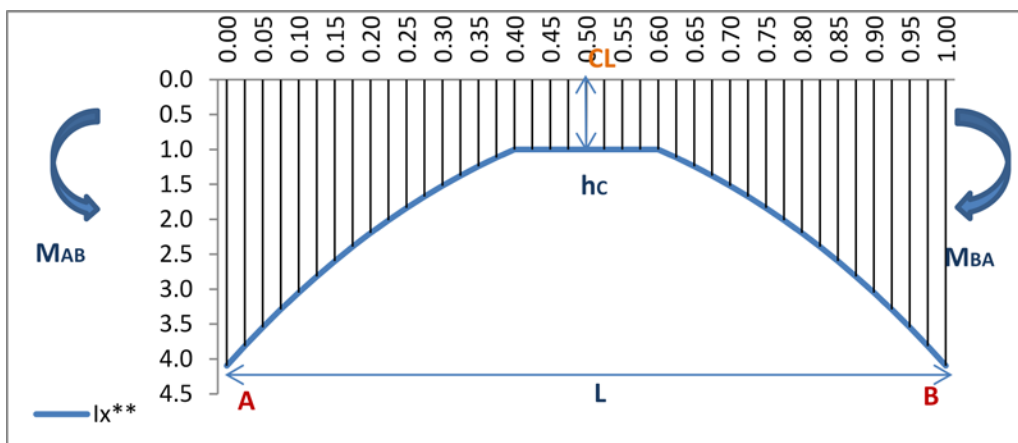


Tabla 4-24. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga 0.6ra, $\alpha a = 0.4$		Valores de Inercia		Corte (V)		M ( $w^2$ )	Corte (V)		MF		Grafica M	$w^2/Eia$		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	$w^2/Eia$	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	4.0960	0.500	0.475	0.00000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.00000	0.00000	-0.244	0.00610	0.0000	0.000	0.00000	0.00000
1.0	0.025	1.000	3.8147	0.475	0.450	0.01219	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0032	0.00008	0.00000	-0.256	0.00639	0.0002	-0.025	0.00063	0.00002
2.0	0.050	1.000	3.5466	0.450	0.425	0.02375	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0067	0.00017	0.00001	-0.268	0.00670	0.0003	-0.050	0.00125	0.00006
3.0	0.075	1.000	3.2913	0.425	0.400	0.03469	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0105	0.00026	0.00002	-0.281	0.00703	0.0005	-0.075	0.00188	0.00014
4.0	0.100	1.000	3.0486	0.400	0.375	0.04500	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0148	0.00037	0.00004	-0.295	0.00738	0.0007	-0.100	0.00250	0.00025
5.0	0.125	1.000	2.8182	0.375	0.350	0.05469	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0194	0.00049	0.00006	-0.310	0.00776	0.0010	-0.125	0.00313	0.00039
6.0	0.150	1.000	2.5996	0.350	0.325	0.06375	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0245	0.00061	0.00009	-0.327	0.00817	0.0012	-0.150	0.00375	0.00056
7.0	0.175	1.000	2.3927	0.325	0.300	0.07219	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0302	0.00075	0.00013	-0.345	0.00862	0.0015	-0.175	0.00438	0.00077
8.0	0.200	1.000	2.1970	0.300	0.275	0.08000	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0364	0.00091	0.00018	-0.364	0.00910	0.0018	-0.200	0.00500	0.00100
9.0	0.225	1.000	2.0123	0.275	0.250	0.08719	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0433	0.00108	0.00024	-0.385	0.00963	0.0022	-0.225	0.00563	0.00127
10.0	0.250	1.000	1.8383	0.250	0.225	0.09375	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0510	0.00127	0.00032	-0.408	0.01020	0.0026	-0.250	0.00625	0.00156
11.0	0.275	1.000	1.6746	0.225	0.200	0.09969	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0595	0.00149	0.00041	-0.433	0.01082	0.0030	-0.275	0.00688	0.00189
12.0	0.300	1.000	1.5209	0.200	0.175	0.10500	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0690	0.00173	0.00052	-0.460	0.01151	0.0035	-0.300	0.00750	0.00225
13.0	0.325	1.000	1.3769	0.175	0.150	0.10969	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0797	0.00199	0.00065	-0.490	0.01226	0.0040	-0.325	0.00813	0.00264
14.0	0.350	1.000	1.2423	0.150	0.125	0.11375	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0916	0.00229	0.00080	-0.523	0.01308	0.0046	-0.350	0.00875	0.00306
15.0	0.375	1.000	1.1168	0.125	0.100	0.11719	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1049	0.00262	0.00098	-0.560	0.01399	0.0052	-0.375	0.00938	0.00352
16.0	0.400	1.000	1.0000	0.100	0.075	0.12000	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1200	0.00300	0.00120	-0.600	0.01500	0.0060	-0.400	0.01000	0.00400
17.0	0.425	1.000	1.0000	0.075	0.050	0.12219	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1222	0.00305	0.00130	-0.575	0.01438	0.0061	-0.425	0.01063	0.00452
18.0	0.450	1.000	1.0000	0.050	0.025	0.12375	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1238	0.00309	0.00139	-0.550	0.01375	0.0062	-0.450	0.01125	0.00506
19.0	0.475	1.000	1.0000	0.025	0.000	0.12469	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1247	0.00312	0.00148	-0.525	0.01313	0.0062	-0.475	0.01188	0.00564
20.0	0.500	1.000	1.0000	0.000	-0.025	0.12500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1250	0.00313	0.00157	-0.500	0.01250	0.0063	-0.500	0.01250	0.00625
21.0	0.525	1.000	1.0000	-0.025	-0.050	0.12469	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1247	0.00312	0.00164	-0.475	0.01188	0.0062	-0.525	0.01313	0.00689
22.0	0.550	1.000	1.0000	-0.050	-0.075	0.12375	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1238	0.00309	0.00170	-0.450	0.01125	0.0062	-0.550	0.01375	0.00756
23.0	0.575	1.000	1.0000	-0.075	-0.100	0.12219	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1222	0.00305	0.00175	-0.425	0.01063	0.0061	-0.575	0.01438	0.00827
24.0	0.600	1.000	1.0000	-0.100	-0.125	0.12000	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.00300	0.00180	-0.400	0.01000	0.0060	-0.600	0.01500	0.00900
25.0	0.625	1.000	1.1168	-0.125	-0.150	0.11719	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1049	0.00262	0.00164	-0.375	0.00938	0.0059	-0.560	0.01399	0.00874
26.0	0.650	1.000	1.2423	-0.150	-0.175	0.11375	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0916	0.00229	0.00149	-0.350	0.00875	0.0057	-0.523	0.01308	0.00850
27.0	0.675	1.000	1.3769	-0.175	-0.200	0.10969	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0797	0.00199	0.00134	-0.325	0.00813	0.0055	-0.490	0.01226	0.00828
28.0	0.700	1.000	1.5209	-0.200	-0.225	0.10500	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0690	0.00173	0.00121	-0.300	0.00750	0.0053	-0.460	0.01151	0.00806
29.0	0.725	1.000	1.6746	-0.225	-0.250	0.09969	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0595	0.00149	0.00108	-0.275	0.00688	0.0050	-0.433	0.01082	0.00784
30.0	0.750	1.000	1.8383	-0.250	-0.275	0.09375	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0510	0.00127	0.00095	-0.250	0.00625	0.0047	-0.408	0.01020	0.00765
31.0	0.775	1.000	2.0123	-0.275	-0.300	0.08719	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0433	0.00108	0.00084	-0.225	0.00563	0.0044	-0.385	0.00963	0.00746
32.0	0.800	1.000	2.1970	-0.300	-0.325	0.08000	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0364	0.00091	0.00073	-0.200	0.00500	0.0040	-0.364	0.00910	0.00728
33.0	0.825	1.000	2.3927	-0.325	-0.350	0.07219	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0302	0.00075	0.00062	-0.175	0.00438	0.0036	-0.345	0.00862	0.00711
34.0	0.850	1.000	2.5996	-0.350	-0.375	0.06375	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0245	0.00061	0.00052	-0.150	0.00375	0.0032	-0.327	0.00817	0.00694
35.0	0.875	1.000	2.8182	-0.375	-0.400	0.05469	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0194	0.00049	0.00043	-0.125	0.00313	0.0027	-0.310	0.00776	0.00679
36.0	0.900	1.000	3.0486	-0.400	-0.425	0.04500	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0148	0.00037	0.00033	-0.100	0.00250	0.0023	-0.295	0.00738	0.00664
37.0	0.925	1.000	3.2913	-0.425	-0.450	0.03469	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0105	0.00026	0.00024	-0.075	0.00188	0.0017	-0.281	0.00703	0.00650
38.0	0.950	1.000	3.5466	-0.450	-0.475	0.02375	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0067	0.00017	0.00016	-0.050	0.00125	0.0012	-0.268	0.00670	0.00637
39.0	0.975	1.000	3.8147	-0.475	-0.500	0.01219	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0032	0.00008	0.00008	-0.025	0.00063	0.0006	-0.256	0.00639	0.00623
40.0	1.000	1.000	4.0960	-0.500		0.00000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.00000	0.00000	0.000	0.00000	0.0000	-0.244	0.00610	0.00610
$\Sigma$											0.0599	0.030	0.3363	0.143	0.3363	0.1931			
											$w^2/Eia$	$w^2/Eia$	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela			

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-215. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.059900 $wl^2$	-0.336300	$MF_{AB}$	-0.33630	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.030000 $wl^2$	-0.143000	$MF_{AB}$	-0.19310	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.209790 \, wl^2$	$-1.350350 \, MF_{BA}$	
-----------------------------	------------------------	--

$$0.059900 \, wl^2 - 0.336300 \, MF_{BA} = 0.336300 \left( 0.20979 \, wl^2 - 1.35035 \right) MF_{BA}$$

$$MF_{BA} \times \begin{bmatrix} 0.45412 & -0.33630 \end{bmatrix} = wl^2 \times \begin{bmatrix} 0.07055 & -0.0599 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \times 0.11782 = wl^2 \times 0.01065$$

$MF_{BA} = wl^2 \times 0.09039$
---------------------------------

$MF_{AB}= 0.2098 \, wl^2$	$-1.3503 \left( 0.0904 \, wl^2 \right)$
$MF_{AB}= 0.0877 \, wl^2$	

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.0877 \, wl^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.0904 \, wl^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.0987	0.0987
Práctico	0.0877	0.0904
% Error	1.1000	0.8300

Para determinar los factores de transporte y las rigideces:

$$\sum MA=0 \quad \left( \frac{0.336}{Ea} *MAB \right) \left( 0.4252 \, l \right) - \left( \frac{0.34}{Eia} *CAB \, MFABI \right) \left( 0.6 \, l \right) = 0$$

$CAB= 0.700$
--------------

$$\sum Fy=0 \quad \left( \frac{0.336}{Ea} *SAB \, l \right) - \left( \frac{0.336 \left( 0.700 \right) *SABI}{Eia} \right) - \left( 1.0 \right) = 0$$

$SAB= 9.92 \left( \frac{Ea}{l} \right)$
---

Fig. 4-216. Cálculo de  $C_{AB}$  y  $S_{AB}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



$$\sum M_B=0 \quad \left( \frac{0.336}{Ea} *MBA \right) ( 0.4258 l ) - \left( \frac{0.34}{Ea} *CBA MFBAI \right) ( 0.6 l ) = 0$$

$$\boxed{CBA= 0.701}$$

$$\sum Fy=0 \quad \left( \frac{0.3363}{Ea} *SAB l \right) - \left( \frac{0.336}{Ea} ( 0.701 ) *SAB l \right) - ( 1.0 ) = 0$$

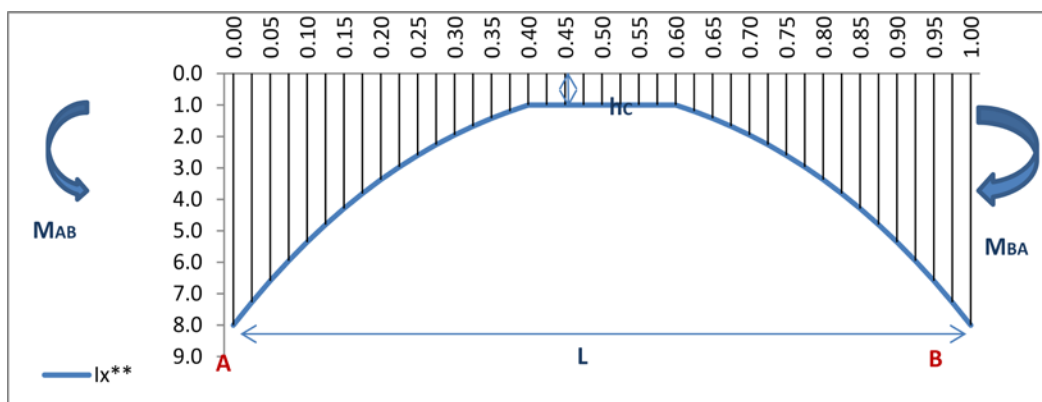
$$\boxed{SBA= 9.92 \left( \frac{Ea}{l} \right)}$$

Fig. 4-217. Cálculo de  $C_{BA}$  y  $S_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

- Ra 1.0,  $\alpha a= 0.4$

Tabla 4-27. Datos de una viga constante;  $r_a= r_b=1.0$  y  $\alpha a=\alpha b=0.4$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.25	m
$r_a=r_b$	1.0	hc
$\alpha a=\alpha b$	0.4	L
L=	1.0	m
q distribuida =	1.0	Kg-m



Gráfica 4-27. Valores de momento de inercia de viga con sección variable, con valores de  $r_a= r_b=1.0$  y  $\alpha a=\alpha b=0.4$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Tabla 4-26. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga 1.0ra, $\alpha a = 0.4$		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Eia		Grafica M	MF BA/ Eia	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Eia	Area	Momento	MF BA/ Eia	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	8.000	0.500	0.475	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.00000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	7.273	0.475	0.450	0.0122	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0017	0.00004	0.0000	-0.134	0.0034	0.0001	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	6.592	0.450	0.425	0.0238	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0036	0.00009	0.0000	-0.144	0.0036	0.0002	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	5.954	0.425	0.400	0.0347	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0058	0.00015	0.0000	-0.155	0.0039	0.0003	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	5.359	0.400	0.375	0.0450	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0084	0.00021	0.0000	-0.168	0.0042	0.0004	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	4.805	0.375	0.350	0.0547	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0114	0.00028	0.0000	-0.182	0.0046	0.0006	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	4.291	0.350	0.325	0.0638	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0149	0.00037	0.0001	-0.198	0.0050	0.0008	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	3.815	0.325	0.300	0.0722	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0189	0.00047	0.0001	-0.216	0.0054	0.0009	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	3.375	0.300	0.275	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0237	0.00059	0.0001	-0.237	0.0059	0.0012	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	2.970	0.275	0.250	0.0872	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0294	0.00073	0.0002	-0.261	0.0065	0.0015	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	2.600	0.250	0.225	0.0938	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0361	0.00090	0.0002	-0.288	0.0072	0.0018	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	2.261	0.225	0.200	0.0997	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0441	0.00110	0.0003	-0.321	0.0080	0.0022	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.953	0.200	0.175	0.1050	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0538	0.00134	0.0004	-0.358	0.0090	0.0027	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.675	0.175	0.150	0.1097	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0655	0.00164	0.0005	-0.403	0.0101	0.0033	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.424	0.150	0.125	0.1138	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0799	0.00200	0.0007	-0.456	0.0114	0.0040	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.199	0.125	0.100	0.1172	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0977	0.00244	0.0009	-0.521	0.0130	0.0049	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.000	0.100	0.075	0.1200	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1200	0.00300	0.0012	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.000	0.075	0.050	0.1222	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1222	0.00306	0.0013	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.000	0.050	0.025	0.1238	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1238	0.00310	0.0014	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.000	0.025	0.000	0.1247	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1247	0.00312	0.0015	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	-0.025	0.1250	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1250	0.00313	0.0016	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.025	-0.050	0.1247	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1247	0.00312	0.0016	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.050	-0.075	0.1238	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1238	0.00310	0.0017	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.075	-0.100	0.1222	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1222	0.00306	0.0018	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.125	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.00300	0.0018	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090
25.0	0.625	1.000	1.199	-0.125	-0.150	0.1172	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0977	0.00244	0.0015	-0.375	0.0094	0.0059	-0.521	0.0130	0.0081
26.0	0.650	1.000	1.424	-0.150	-0.175	0.1138	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0799	0.00200	0.0013	-0.350	0.0088	0.0057	-0.456	0.0114	0.0074
27.0	0.675	1.000	1.675	-0.175	-0.200	0.1097	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0655	0.00164	0.0011	-0.325	0.0081	0.0055	-0.403	0.0101	0.0068
28.0	0.700	1.000	1.953	-0.200	-0.225	0.1050	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0538	0.00134	0.0009	-0.300	0.0075	0.0053	-0.358	0.0090	0.0063
29.0	0.725	1.000	2.261	-0.225	-0.250	0.0997	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0441	0.00110	0.0008	-0.275	0.0069	0.0050	-0.321	0.0080	0.0058
30.0	0.750	1.000	2.600	-0.250	-0.275	0.0938	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0361	0.00090	0.0007	-0.250	0.0063	0.0047	-0.288	0.0072	0.0054
31.0	0.775	1.000	2.970	-0.275	-0.300	0.0872	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0294	0.00073	0.0006	-0.225	0.0056	0.0043	-0.261	0.0065	0.0050
32.0	0.800	1.000	3.375	-0.300	-0.325	0.0800	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0237	0.00059	0.0005	-0.200	0.0050	0.0040	-0.237	0.0059	0.0047
33.0	0.825	1.000	3.815	-0.325	-0.350	0.0722	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0189	0.00047	0.0004	-0.175	0.0044	0.0036	-0.216	0.0054	0.0045
34.0	0.850	1.000	4.291	-0.350	-0.375	0.0638	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0149	0.00037	0.0003	-0.150	0.0038	0.0032	-0.198	0.0050	0.0043
35.0	0.875	1.000	4.805	-0.375	-0.400	0.0547	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0114	0.00028	0.0002	-0.125	0.0031	0.0027	-0.182	0.0046	0.0040
36.0	0.900	1.000	5.359	-0.400	-0.425	0.0450	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0084	0.00021	0.0002	-0.100	0.0025	0.0023	-0.168	0.0042	0.0038
37.0	0.925	1.000	5.954	-0.425	-0.450	0.0347	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0058	0.00015	0.0001	-0.075	0.0019	0.0018	-0.155	0.0039	0.0036
38.0	0.950	1.000	6.592	-0.450	-0.475	0.0238	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0036	0.00009	0.0001	-0.050	0.0013	0.0012	-0.144	0.0036	0.0034
39.0	0.975	1.000	7.273	-0.475	-0.500	0.0122	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0017	0.00004	0.0000	-0.025	0.0006	0.0006	-0.134	0.0034	0.0033
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.500		0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.00000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0031
$\Sigma$											0.0524	0.0261	0.2921	0.1360	0.2921	0.1360			
											w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Eia	MFBA/ Eia	MFBA/ Eia	MFBA/ Eia			

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-218. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.052400 $w^2$	-0.292100 MFAB	-0.292100 MFBA	= 0
$\sum MA=0$	0.026100 $w^2$	-0.136000 MFAB	-0.156500 MFBA	= 0

MFAB 0.191912 $w^2$	-1.150735 MFBA	
---------------------	----------------	--

$$0.052400 w^2 - 0.292100 MFBA = 0.292100 (0.191912 w^2 - 1.150735 MFBA)$$

$$MFBA \cdot (0.336130 - 0.292100) = w^2 \cdot (0.056057 - 0.052400)$$

$$MFBA \cdot 0.044030 = w^2 \cdot 0.003657$$

MFBA	=	$w^2 \cdot 0.083057$
------	---	----------------------

MFAB 0.191912 $w^2$	-1.150735 (0.083057 $w^2$ )	
MFAB 0.096335 $w^2$		

Se tiene para:

<b>MFAB=</b>	<b>0.0963 <math>w^2</math></b>	Antihorario
<b>MFBA=</b>	<b>0.0831 <math>w^2</math></b>	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.1046	0.1046
Práctico	0.0963	0.0831
% Error	0.8300	2.1500

Para determinar los factores de transporte y las rigideces:

$$\sum MA=0 \quad \left( \frac{0.29}{Ea} *MAB \right) (0.4656 l) - \left( \frac{0.292}{Ea} *CAB MFABI \right) (0.54 l) = 0$$

<b>CAB=</b>	<b>0.856</b>
-------------	--------------

$$\sum Fy=0 \quad \left( \frac{0.3}{Ea} *SAB l \right) - \left( \frac{0.29 (0.856) *SAB l}{Ea} \right) - (1.0) = 0$$

<b>SAB=</b>	<b>19.32 <math>\left( \frac{Ea}{l} \right)</math></b>
-------------	---

Fig. 4-219. Cálculo de  $C_{AB}$  y  $S_{AB}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$$\sum M_B = 0 \quad \left( \frac{0.29}{E I_a} * M_{BA} \right) (0.46 \text{ l}) - \left( \frac{0.292}{E I_a} * C_{BA} M_{FBA} \right) (0.534 \text{ l}) = 0$$

**CBA = 0.856**

$$\sum F_y = 0 \quad \left( \frac{0.3}{E I_a} * S_{BA} \right) - \left( \frac{0.29}{E I_a} (0.856) * S_{BA} \right) - (1.0) = 0$$

**SBA = 19.32  $\frac{E I_a}{\text{l}}$**

Fig. 4-220. Cálculo de  $C_{BA}$  y  $S_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

- Ra 0.4,  $\alpha a = 0.5$

Tabla 4-27. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 0.4$  y  $\alpha a = \alpha b = 0.5$ .  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.08	m
$r_a = r_b$	0.4	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.5	L
L =	1.0	m
q distribuida =	1.0	Kg-m

Gráfica 4-28. Valores de momento de inercia de viga acartelada de  $r_a = r_b = 0.4$  y  $\alpha a = \alpha b = 0.5$ .  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

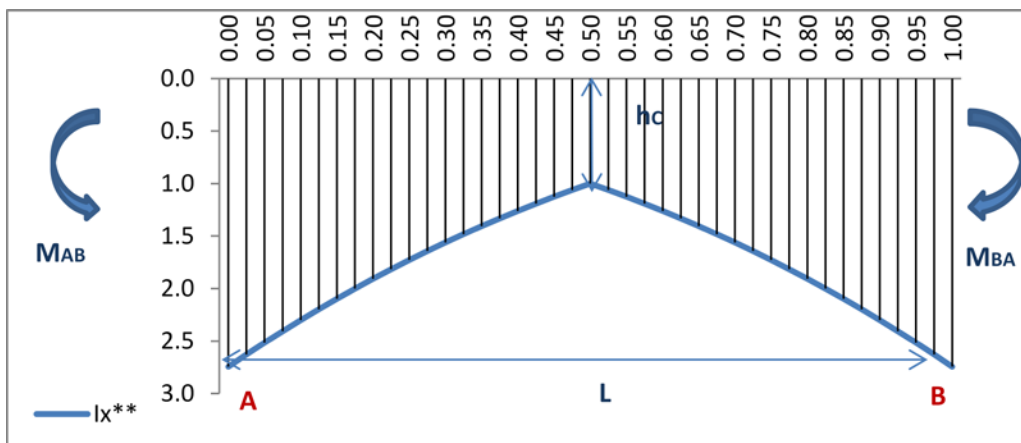


Tabla 4-28. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga 0.4ra, $\alpha = 0.5$		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	b**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	2.744	0.500	0.475	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	2.628	0.475	0.450	0.0122	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0046	0.0001	0.0000	-0.371	0.0093	0.0002	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	2.515	0.450	0.425	0.0238	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0095	0.0002	0.0000	-0.378	0.0094	0.0005	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	2.406	0.425	0.400	0.0347	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0144	0.0004	0.0000	-0.384	0.0096	0.0007	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	2.300	0.400	0.375	0.0450	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0196	0.0005	0.0001	-0.391	0.0098	0.0010	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	2.197	0.375	0.350	0.0547	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0249	0.0006	0.0001	-0.398	0.0100	0.0013	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	2.097	0.350	0.325	0.0638	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0304	0.0008	0.0001	-0.405	0.0101	0.0015	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	2.000	0.325	0.300	0.0722	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0361	0.0009	0.0002	-0.413	0.0103	0.0018	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	1.907	0.300	0.275	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0420	0.0010	0.0002	-0.420	0.0105	0.0021	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.816	0.275	0.250	0.0872	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0480	0.0012	0.0003	-0.427	0.0107	0.0024	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	1.728	0.250	0.225	0.0938	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0543	0.0014	0.0004	-0.434	0.0109	0.0027	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	1.643	0.225	0.200	0.0997	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0607	0.0015	0.0004	-0.441	0.0110	0.0030	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.561	0.200	0.175	0.1050	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0673	0.0017	0.0005	-0.448	0.0112	0.0034	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.482	0.175	0.150	0.1097	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0740	0.0019	0.0006	-0.455	0.0114	0.0037	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.405	0.150	0.125	0.1138	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0810	0.0020	0.0007	-0.463	0.0116	0.0041	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.331	0.125	0.100	0.1172	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0881	0.0022	0.0008	-0.470	0.0117	0.0044	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.260	0.100	0.075	0.1200	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.0952	0.0024	0.0010	-0.476	0.0119	0.0048	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.191	0.075	0.050	0.1222	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1026	0.0026	0.0011	-0.483	0.0121	0.0051	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.125	0.050	0.025	0.1238	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1100	0.0028	0.0013	-0.489	0.0122	0.0055	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.061	0.025	0.000	0.1247	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1175	0.0029	0.0014	-0.495	0.0124	0.0059	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	-0.025	0.1250	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1250	0.0031	0.0016	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.061	-0.025	-0.050	0.1247	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1175	0.0029	0.0015	-0.475	0.0119	0.0062	-0.495	0.0124	0.0065
22.0	0.550	1.000	1.125	-0.050	-0.075	0.1238	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1100	0.0028	0.0015	-0.450	0.0113	0.0062	-0.489	0.0122	0.0067
23.0	0.575	1.000	1.191	-0.075	-0.100	0.1222	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1026	0.0026	0.0015	-0.425	0.0106	0.0061	-0.483	0.0121	0.0070
24.0	0.600	1.000	1.260	-0.100	-0.125	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0952	0.0024	0.0014	-0.400	0.0100	0.0060	-0.476	0.0119	0.0071
25.0	0.625	1.000	1.331	-0.125	-0.150	0.1172	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0881	0.0022	0.0014	-0.375	0.0094	0.0059	-0.470	0.0117	0.0073
26.0	0.650	1.000	1.405	-0.150	-0.175	0.1138	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0810	0.0020	0.0013	-0.350	0.0088	0.0057	-0.463	0.0116	0.0075
27.0	0.675	1.000	1.482	-0.175	-0.200	0.1097	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0740	0.0019	0.0013	-0.325	0.0081	0.0055	-0.455	0.0114	0.0077
28.0	0.700	1.000	1.561	-0.200	-0.225	0.1050	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0673	0.0017	0.0012	-0.300	0.0075	0.0053	-0.448	0.0112	0.0078
29.0	0.725	1.000	1.643	-0.225	-0.250	0.0997	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0607	0.0015	0.0011	-0.275	0.0069	0.0050	-0.441	0.0110	0.0080
30.0	0.750	1.000	1.728	-0.250	-0.275	0.0938	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0543	0.0014	0.0011	-0.250	0.0063	0.0047	-0.434	0.0109	0.0082
31.0	0.775	1.000	1.816	-0.275	-0.300	0.0872	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0480	0.0012	0.0009	-0.225	0.0056	0.0043	-0.427	0.0107	0.0083
32.0	0.800	1.000	1.907	-0.300	-0.325	0.0800	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0420	0.0010	0.0008	-0.200	0.0050	0.0040	-0.420	0.0105	0.0084
33.0	0.825	1.000	2.000	-0.325	-0.350	0.0722	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0361	0.0009	0.0007	-0.175	0.0044	0.0036	-0.413	0.0103	0.0085
34.0	0.850	1.000	2.097	-0.350	-0.375	0.0638	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0304	0.0008	0.0007	-0.150	0.0038	0.0032	-0.405	0.0101	0.0086
35.0	0.875	1.000	2.197	-0.375	-0.400	0.0547	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0249	0.0006	0.0005	-0.125	0.0031	0.0027	-0.398	0.0100	0.0088
36.0	0.900	1.000	2.300	-0.400	-0.425	0.0450	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0196	0.0005	0.0005	-0.100	0.0025	0.0023	-0.391	0.0098	0.0088
37.0	0.925	1.000	2.406	-0.425	-0.450	0.0347	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0144	0.0004	0.0004	-0.075	0.0019	0.0018	-0.384	0.0096	0.0089
38.0	0.950	1.000	2.515	-0.450	-0.475	0.0238	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0095	0.0002	0.0002	-0.050	0.0013	0.0012	-0.378	0.0094	0.0089
39.0	0.975	1.000	2.628	-0.475	-0.500	0.0122	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0046	0.0001	0.0001	-0.025	0.0006	0.0006	-0.371	0.0093	0.0091
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.500		0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.0091
$\Sigma$											0.06	0.03	0.347		0.141	0.347		0.206	
											w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>2</sup> /Eia	MFAB/ Ela		MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		MFBA/ Ela	

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-221. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	$0.060000 w^2$	$-0.347000$	$MF_{AB}$	$-0.347000$	$MF_{BA}$	$= 0$
$\sum MA=0$	$0.030000 w^2$	$-0.141000$	$MF_{AB}$	$-0.206000$	$MF_{BA}$	$= 0$

$MF_{AB} 0.212766 w^2$	$-1.460993$	$MF_{BA}$				
$0.060000 w^2$	$-0.347000$	$MF_{BA}$	$=$	$0.347000$	$\left[ \begin{matrix} 0.212766 w^2 & -1.460993 \end{matrix} \right]$	$MF_{BA}$
$MF_{BA} \otimes$	$\left[ \begin{matrix} 0.506965 & -0.347000 \end{matrix} \right]$	$=$	$w^2 \otimes$	$\left[ \begin{matrix} 0.073830 & -0.060000 \end{matrix} \right]$		
$MF_{BA} \otimes$	$0.159965$	$=$	$w^2 \otimes$	$0.013830$		
			$MF_{BA} =$	$w^2 \otimes$	$0.086456$	

$MF_{AB} 0.212766 w^2$	$-1.460993$	$\left[ \begin{matrix} 0.086456 & w^2 \end{matrix} \right]$				
$MF_{AB} 0.086454 w^2$						

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.0865 w^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0865 w^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.0933	0.0933
Práctico	0.0865	0.0865
% Error	0.6800	0.6800

Para determinar los factores de transporte y las rigideces:

$\sum MA=0$	$\left[ \begin{matrix} 0.3 \\ E_{la} \end{matrix} *M_{AB} \right] \left[ \begin{matrix} 0.41 \\ I \end{matrix} \right] - \left[ \begin{matrix} 0.35 \\ E_{ia}} *C_{AB} M_{FABI} \right] \left[ \begin{matrix} 0.59 \\ I \end{matrix} \right] = 0$
<b>CAB = 0.596</b>	
$\sum F_y=0$	$\left[ \begin{matrix} 0.3 \\ E_{la} \end{matrix} *S_{AB} I \right] - \left[ \begin{matrix} 0.3 \\ E_{ia} \end{matrix} \left( \begin{matrix} 0.596 \\ I \end{matrix} \right) *S_{AB} I \right] - \left[ \begin{matrix} 1.0 \\ I \end{matrix} \right] = 0$
<b>SAB = 8.25 <math>\left[ \frac{E_{la}}{I} \right]</math></b>	

Fig. 4-222. Cálculo de  $C_{AB}$  y  $S_{AB}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$$\sum M_B = 0 \quad \left( \frac{0.3}{E I_a} * M_{BA} \right) (0.41 \text{ l}) - \left( \frac{0.35}{E I_a} * C_{BA} M_{FBA} \right) (0.59 \text{ l}) = 0$$

$$\boxed{C_{BA} = 0.596}$$

$$\sum F_y = 0 \quad \left( \frac{0.3}{E I_a} * S_{BA} \right) - \left( \frac{0.3}{E I_a} \left[ \frac{0.596}{I} * S_{BA} \right] \right) - (1.0) = 0$$

$$\boxed{S_{BA} = 8.25 \left( \frac{E I_a}{I} \right)}$$

Fig. 4-223. Cálculo de  $C_{BA}$  y  $S_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

- $R_a = 0.6$   $\alpha_a = 0.5$

Tabla 4-29. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 0.6$  y  $\alpha_a = \alpha_b = 0.5$ .  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.125	m
$r_a = r_b$	0.6	hc
$\alpha_a = \alpha_b$	0.5	L
L =	1.0	m
q distribuida =	1.0	Kg-m

Gráfica 4-29. Valores de momento de inercia de viga acartelada de valores  $r_a = r_b = 0.6$  y  $\alpha_a = \alpha_b = 0.5$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

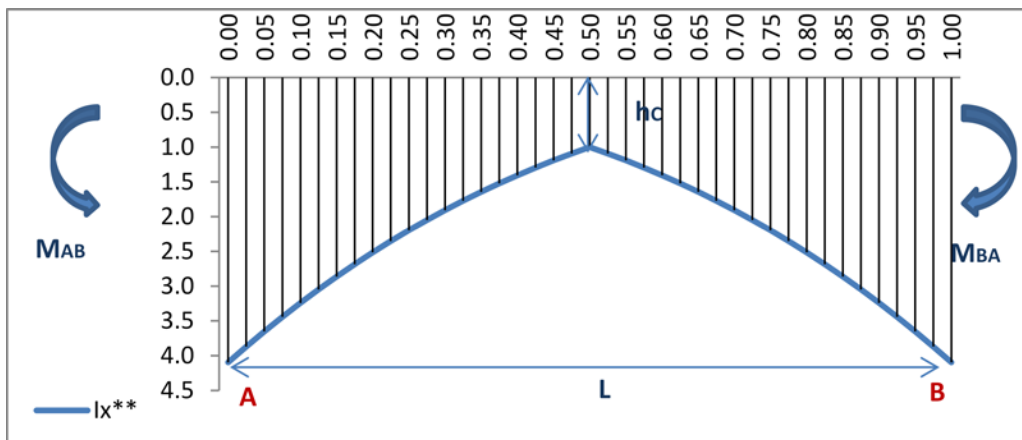


Tabla 4-30. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga 0.6ra, $\alpha = 0.5$		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	b**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	4.096	0.500	0.475	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.244	0.00610	0.000	0.000	0.00000	0.000
1.0	0.025	1.000	3.870	0.475	0.450	0.0122	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0032	0.0001	0.0000	-0.252	0.00630	0.000	-0.025	0.00063	0.000
2.0	0.050	1.000	3.652	0.450	0.425	0.0238	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0065	0.0002	0.0000	-0.260	0.00650	0.000	-0.050	0.00125	0.000
3.0	0.075	1.000	3.443	0.425	0.400	0.0347	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0101	0.0003	0.0000	-0.269	0.00672	0.001	-0.075	0.00188	0.000
4.0	0.100	1.000	3.242	0.400	0.375	0.0450	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0139	0.0003	0.0000	-0.278	0.00694	0.001	-0.100	0.00250	0.000
5.0	0.125	1.000	3.049	0.375	0.350	0.0547	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0179	0.0004	0.0001	-0.287	0.00717	0.001	-0.125	0.00313	0.000
6.0	0.150	1.000	2.863	0.350	0.325	0.0638	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0223	0.0006	0.0001	-0.297	0.00742	0.001	-0.150	0.00375	0.001
7.0	0.175	1.000	2.686	0.325	0.300	0.0722	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0269	0.0007	0.0001	-0.307	0.00768	0.001	-0.175	0.00438	0.001
8.0	0.200	1.000	2.515	0.300	0.275	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0318	0.0008	0.0002	-0.318	0.00795	0.002	-0.200	0.00500	0.001
9.0	0.225	1.000	2.353	0.275	0.250	0.0872	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0371	0.0009	0.0002	-0.329	0.00823	0.002	-0.225	0.00563	0.001
10.0	0.250	1.000	2.197	0.250	0.225	0.0938	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0427	0.0011	0.0003	-0.341	0.00853	0.002	-0.250	0.00625	0.002
11.0	0.275	1.000	2.048	0.225	0.200	0.0997	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0487	0.0012	0.0003	-0.354	0.00885	0.002	-0.275	0.00688	0.002
12.0	0.300	1.000	1.907	0.200	0.175	0.1050	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0551	0.0014	0.0004	-0.367	0.00918	0.003	-0.300	0.00750	0.002
13.0	0.325	1.000	1.772	0.175	0.150	0.1097	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0619	0.0015	0.0005	-0.381	0.00952	0.003	-0.325	0.00813	0.003
14.0	0.350	1.000	1.643	0.150	0.125	0.1138	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0693	0.0017	0.0006	-0.396	0.00989	0.003	-0.350	0.00875	0.003
15.0	0.375	1.000	1.521	0.125	0.100	0.1172	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0771	0.0019	0.0007	-0.411	0.01027	0.004	-0.375	0.00938	0.004
16.0	0.400	1.000	1.405	0.100	0.075	0.1200	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.0854	0.0021	0.0008	-0.427	0.01068	0.004	-0.400	0.01000	0.004
17.0	0.425	1.000	1.295	0.075	0.050	0.1222	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.0944	0.0024	0.0010	-0.444	0.01110	0.005	-0.425	0.01063	0.005
18.0	0.450	1.000	1.191	0.050	0.025	0.1238	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1039	0.0026	0.0012	-0.462	0.01154	0.005	-0.450	0.01125	0.005
19.0	0.475	1.000	1.093	0.025	0.000	0.1247	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1141	0.0029	0.0014	-0.480	0.01201	0.006	-0.475	0.01188	0.006
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	-0.025	0.1250	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1250	0.0031	0.0016	-0.500	0.01250	0.006	-0.500	0.01250	0.006
21.0	0.525	1.000	1.093	-0.025	-0.050	0.1247	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1141	0.0029	0.0015	-0.475	0.01188	0.006	-0.480	0.01201	0.006
22.0	0.550	1.000	1.191	-0.050	-0.075	0.1238	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1039	0.0026	0.0014	-0.450	0.01125	0.006	-0.462	0.01154	0.006
23.0	0.575	1.000	1.295	-0.075	-0.100	0.1222	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0944	0.0024	0.0014	-0.425	0.01063	0.006	-0.444	0.01110	0.006
24.0	0.600	1.000	1.405	-0.100	-0.125	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0854	0.0021	0.0013	-0.400	0.01000	0.006	-0.427	0.01068	0.006
25.0	0.625	1.000	1.521	-0.125	-0.150	0.1172	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0771	0.0019	0.0012	-0.375	0.00938	0.006	-0.411	0.01027	0.006
26.0	0.650	1.000	1.643	-0.150	-0.175	0.1138	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0693	0.0017	0.0011	-0.350	0.00875	0.006	-0.396	0.00989	0.006
27.0	0.675	1.000	1.772	-0.175	-0.200	0.1097	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0619	0.0015	0.0010	-0.325	0.00813	0.005	-0.381	0.00952	0.006
28.0	0.700	1.000	1.907	-0.200	-0.225	0.1050	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0551	0.0014	0.0010	-0.300	0.00750	0.005	-0.367	0.00918	0.006
29.0	0.725	1.000	2.048	-0.225	-0.250	0.0997	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0487	0.0012	0.0009	-0.275	0.00688	0.005	-0.354	0.00885	0.006
30.0	0.750	1.000	2.197	-0.250	-0.275	0.0938	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0427	0.0011	0.0008	-0.250	0.00625	0.005	-0.341	0.00853	0.006
31.0	0.775	1.000	2.353	-0.275	-0.300	0.0872	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0371	0.0009	0.0007	-0.225	0.00563	0.004	-0.329	0.00823	0.006
32.0	0.800	1.000	2.515	-0.300	-0.325	0.0800	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0318	0.0008	0.0006	-0.200	0.00500	0.004	-0.318	0.00795	0.006
33.0	0.825	1.000	2.686	-0.325	-0.350	0.0722	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0269	0.0007	0.0006	-0.175	0.00438	0.004	-0.307	0.00768	0.006
34.0	0.850	1.000	2.863	-0.350	-0.375	0.0638	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0223	0.0006	0.0005	-0.150	0.00375	0.003	-0.297	0.00742	0.006
35.0	0.875	1.000	3.049	-0.375	-0.400	0.0547	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0179	0.0004	0.0004	-0.125	0.00313	0.003	-0.287	0.00717	0.006
36.0	0.900	1.000	3.242	-0.400	-0.425	0.0450	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0139	0.0003	0.0003	-0.100	0.00250	0.002	-0.278	0.00694	0.006
37.0	0.925	1.000	3.443	-0.425	-0.450	0.0347	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0101	0.0003	0.0003	-0.075	0.00188	0.002	-0.269	0.00672	0.006
38.0	0.950	1.000	3.652	-0.450	-0.475	0.0238	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0065	0.0002	0.0002	-0.050	0.00125	0.001	-0.260	0.00650	0.006
39.0	0.975	1.000	3.870	-0.475	-0.500	0.0122	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0032	0.0001	0.0001	-0.025	0.00063	0.001	-0.252	0.00630	0.006
40.0	1.000	1.000	4.096	-0.500		0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.00000	0.000	-0.244	0.00610	0.006
$\Sigma$												<b>0.049</b>	<b>0.0248</b>		<b>0.30388</b>	<b>0.13</b>		<b>0.30388</b>	<b>0.17</b>
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>2</sup> /Eia		MFAB/ Ela	AB/ Ela		MFBA/ Ela	BA/ Ela



Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-224. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	$0.049000 w^2$	$-0.303880$	$MF_{AB}$	$-0.303880$	$MF_{BA}$	$= 0$
$\sum MA=0$	$0.024800 w^2$	$-0.130000$	$MF_{AB}$	$-0.170000$	$MF_{BA}$	$= 0$

$MF_{AB}$	$0.190769 w^2$	$-1.307692$	$MF_{BA}$	
-----------	----------------	-------------	-----------	--

$$0.049000 w^2 - 0.303880 MF_{BA} = 0.303880 \left( 0.190769 w^2 - 1.307692 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \left( 0.397381 \right) = w^2 \left( 0.057971 - 0.049000 \right)$$

$$MF_{BA} = 0.093501 = w^2 \cdot 0.008971$$

$MF_{BA}$	$= w^2 \cdot 0.095945$
-----------	------------------------

$MF_{AB}$	$0.190769 w^2$	$-1.307692$	$\left( 0.095945 w^2 \right)$
$MF_{AB}$	$0.065302 w^2$		

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.0653 w^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0959 w^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.0969	0.0969
Práctico	0.0653	0.0959
% Error	3.1600	0.1000

Para determinar los factores de transporte y las rigideces:

$$\sum MA=0 \left( \frac{0.30}{Ea} * MAB l \right) - \left( 0.4 l \right) - \left( \frac{0.3039}{Ea} * CAB MFAB l \right) - \left( 0.6 l \right) = 0$$

$CAB = 0.658$
---------------

$$\sum Fy=0 \left( \frac{0.30}{Ea} * SAB l \right) - \left( \frac{0.3039 \left( 0.658 \right) * SAB l}{Ea} \right) - \left( 1.0 \right) = 0$$

$SAB = 10.00 \left( \frac{Ea}{l} \right)$
---

Fig. 4-225. Cálculo de  $C_{AB}$  y  $S_{AB}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$$\sum M_B=0 \quad \left( \frac{0.30}{Ea} *MBA \right) \times (0.4 \text{ l}) - \left( \frac{0.3039}{Ea} *CBA \text{ MFBA} \right) \times (0.6 \text{ l}) = 0$$

**CBA= 0.658**

$$\sum F_y=0 \quad \left( \frac{0.30}{Ea} *SAB \text{ l} \right) - \left( \frac{0.3039}{Ea} \left[ \frac{0.658}{Ea} *SAB \text{ l} \right] \right) - (1.0) = 0$$

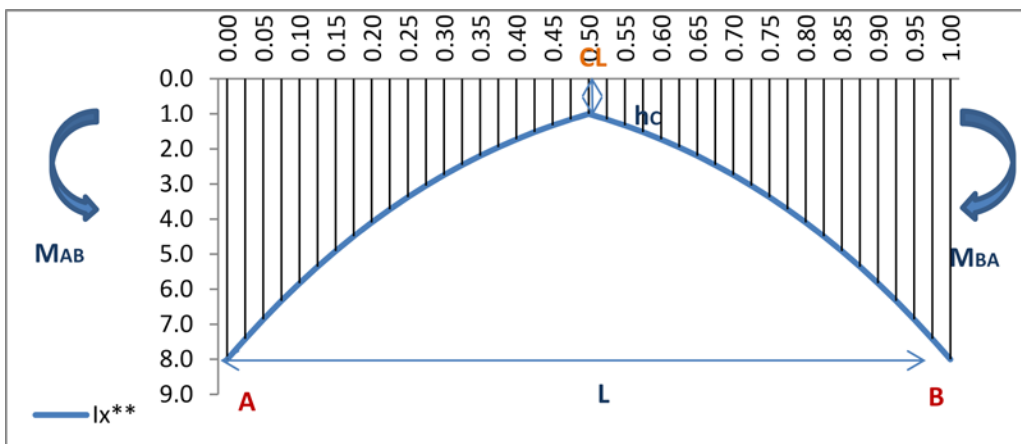
**SBA= 10.00  $\frac{Ea}{l}$**

Fig. 4-226. Cálculo de  $C_{BA}$  y  $S_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

- Ra 1.0  $\alpha_a = 0.5$

Tabla 4-31. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 1.0$  y  $\alpha_a = \alpha_b = 0.5$ .  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.2	m
$r_a = r_b$	1.0	hc
$\alpha_a = \alpha_b$	0.5	L
L=	1.0	m
q distribuida =	1.0	Kg-m



Gráfica 4-29. Valores de momento de inercia de viga acartelada de valores  $r_a = r_b = 1.0$  y  $\alpha_a = \alpha_b = 0.5$ .  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Tabla 4-32. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga 1.0ra, $\alpha\alpha = 0.5$		Valores de Inercia		Corte (V)		M ( $w^2$ )	Corte (V)		MF		Grafica M	$w^2/EI\alpha$		Grafica M	MF AB/EI\alpha		Grafica M	MF BA/EI\alpha	
Sección	x	$I_a = I_c$	$I_x^{**}$	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	$w^2/EI\alpha$	Area	Momento	MF AB/EI\alpha	Area	Momento	MF BA/EI\alpha	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	8.000	0.500	0.475	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.00000	0.0000	-0.125	0.0031	0.00000	0.000	0.0000	0.00000
1.0	0.025	1.000	7.415	0.475	0.450	0.0122	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0016	0.00004	0.0000	-0.131	0.0033	0.00008	-0.025	0.0006	0.00002
2.0	0.050	1.000	6.859	0.450	0.425	0.0238	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0035	0.00009	0.0000	-0.139	0.0035	0.00018	-0.050	0.0013	0.00007
3.0	0.075	1.000	6.332	0.425	0.400	0.0347	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0055	0.00014	0.0000	-0.146	0.0037	0.00028	-0.075	0.0019	0.00014
4.0	0.100	1.000	5.832	0.400	0.375	0.0450	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0077	0.00019	0.0000	-0.154	0.0039	0.00039	-0.100	0.0025	0.00025
5.0	0.125	1.000	5.359	0.375	0.350	0.0547	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0102	0.00026	0.0000	-0.163	0.0041	0.00051	-0.125	0.0031	0.00039
6.0	0.150	1.000	4.913	0.350	0.325	0.0638	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0130	0.00032	0.0000	-0.173	0.0043	0.00065	-0.150	0.0038	0.00057
7.0	0.175	1.000	4.492	0.325	0.300	0.0722	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0161	0.00040	0.0001	-0.184	0.0046	0.00081	-0.175	0.0044	0.00077
8.0	0.200	1.000	4.096	0.300	0.275	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0195	0.00049	0.0001	-0.195	0.0049	0.00098	-0.200	0.0050	0.00100
9.0	0.225	1.000	3.724	0.275	0.250	0.0872	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0234	0.00059	0.0001	-0.208	0.0052	0.00117	-0.225	0.0056	0.00126
10.0	0.250	1.000	3.375	0.250	0.225	0.0938	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0278	0.00069	0.0002	-0.222	0.0056	0.00140	-0.250	0.0063	0.00158
11.0	0.275	1.000	3.049	0.225	0.200	0.0997	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0327	0.00082	0.0002	-0.238	0.0059	0.00162	-0.275	0.0069	0.00190
12.0	0.300	1.000	2.744	0.200	0.175	0.1050	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0383	0.00096	0.0003	-0.255	0.0064	0.00192	-0.300	0.0075	0.00225
13.0	0.325	1.000	2.460	0.175	0.150	0.1097	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0446	0.00111	0.0004	-0.274	0.0069	0.00224	-0.325	0.0081	0.00263
14.0	0.350	1.000	2.197	0.150	0.125	0.1138	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0518	0.00129	0.0005	-0.296	0.0074	0.00259	-0.350	0.0088	0.00308
15.0	0.375	1.000	1.953	0.125	0.100	0.1172	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0600	0.00150	0.0006	-0.320	0.0080	0.00300	-0.375	0.0094	0.00353
16.0	0.400	1.000	1.728	0.100	0.075	0.1200	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.0694	0.00174	0.0007	-0.347	0.0087	0.00348	-0.400	0.0100	0.00400
17.0	0.425	1.000	1.521	0.075	0.050	0.1222	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.0803	0.00201	0.0009	-0.378	0.0095	0.00404	-0.425	0.0106	0.00451
18.0	0.450	1.000	1.331	0.050	0.025	0.1238	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.0930	0.00233	0.0010	-0.413	0.0103	0.00464	-0.450	0.0113	0.00509
19.0	0.475	1.000	1.158	0.025	0.000	0.1247	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1077	0.00269	0.0013	-0.453	0.0113	0.00537	-0.475	0.0119	0.00565
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	-0.025	0.1250	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1250	0.00313	0.0016	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625
21.0	0.525	1.000	1.158	-0.025	-0.050	0.1247	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1077	0.00269	0.0014	-0.475	0.0119	0.00625	-0.453	0.0113	0.00593
22.0	0.550	1.000	1.331	-0.050	-0.075	0.1238	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.0930	0.00233	0.0013	-0.450	0.0113	0.00622	-0.413	0.0103	0.00567
23.0	0.575	1.000	1.521	-0.075	-0.100	0.1222	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0803	0.00201	0.0012	-0.425	0.0106	0.00610	-0.378	0.0095	0.00546
24.0	0.600	1.000	1.728	-0.100	-0.125	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0694	0.00174	0.0010	-0.400	0.0100	0.00600	-0.347	0.0087	0.00522
25.0	0.625	1.000	1.953	-0.125	-0.150	0.1172	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0600	0.00150	0.0009	-0.375	0.0094	0.00588	-0.320	0.0080	0.00500
26.0	0.650	1.000	2.197	-0.150	-0.175	0.1138	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0518	0.00129	0.0008	-0.350	0.0088	0.00572	-0.296	0.0074	0.00481
27.0	0.675	1.000	2.460	-0.175	-0.200	0.1097	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0446	0.00111	0.0007	-0.325	0.0081	0.00547	-0.274	0.0069	0.00466
28.0	0.700	1.000	2.744	-0.200	-0.225	0.1050	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0383	0.00096	0.0007	-0.300	0.0075	0.00525	-0.255	0.0064	0.00448
29.0	0.725	1.000	3.049	-0.225	-0.250	0.0997	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0327	0.00082	0.0006	-0.275	0.0069	0.00500	-0.238	0.0059	0.00428
30.0	0.750	1.000	3.375	-0.250	-0.275	0.0938	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0278	0.00069	0.0005	-0.250	0.0063	0.00473	-0.222	0.0056	0.00420
31.0	0.775	1.000	3.724	-0.275	-0.300	0.0872	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0234	0.00059	0.0005	-0.225	0.0056	0.00434	-0.208	0.0052	0.00403
32.0	0.800	1.000	4.096	-0.300	-0.325	0.0800	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0195	0.00049	0.0004	-0.200	0.0050	0.00400	-0.195	0.0049	0.00392
33.0	0.825	1.000	4.492	-0.325	-0.350	0.0722	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0161	0.00040	0.0003	-0.175	0.0044	0.00363	-0.184	0.0046	0.00380
34.0	0.850	1.000	4.913	-0.350	-0.375	0.0638	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0130	0.00032	0.0003	-0.150	0.0038	0.00323	-0.173	0.0043	0.00366
35.0	0.875	1.000	5.359	-0.375	-0.400	0.0547	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0102	0.00026	0.0002	-0.125	0.0031	0.00271	-0.163	0.0041	0.00359
36.0	0.900	1.000	5.832	-0.400	-0.425	0.0450	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0077	0.00019	0.0002	-0.100	0.0025	0.00225	-0.154	0.0039	0.00351
37.0	0.925	1.000	6.332	-0.425	-0.450	0.0347	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0055	0.00014	0.0001	-0.075	0.0019	0.00176	-0.146	0.0037	0.00342
38.0	0.950	1.000	6.859	-0.450	-0.475	0.0238	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0035	0.00009	0.0001	-0.050	0.0013	0.00124	-0.139	0.0035	0.00333
39.0	0.975	1.000	7.415	-0.475	-0.500	0.0122	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0016	0.00004	0.0000	-0.025	0.0006	0.00059	-0.131	0.0033	0.00322
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.500		0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.00000	0.0000	0.000	0.0000	0.00000	-0.125	0.0031	0.00310
$\Sigma$												0.038	0.019	0.2521	0.122	0.2521	0.130		
												$w^2/EI\alpha$	$w^4/EI\alpha$	MFAB/ EI\alpha	MFBA/ EI\alpha	MFBA/ EI\alpha	MFBA/ EI\alpha		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-227. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Sigma F_y=0$	0.038000 $w^2$	-0.252100 $MF_{AB}$	-0.252100 $MF_{BA}$	= 0
$\Sigma MA=0$	0.019000 $w^2$	-0.122000 $MF_{AB}$	-0.130000 $MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB} = 0.155738 w^2$	$-1.065574 MF_{BA}$	
--------------------------	---------------------	--

$$0.038000 w^2 - 0.252100 MF_{AB} = 0.252100 (0.155738 w^2 - 1.065574 MF_{BA})$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.268631 & -0.252100 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.039262 & -0.038000 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.016531 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.001262 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = w^2 \begin{bmatrix} 0.076341 \end{bmatrix}$
--

$MF_{AB} = 0.155738 w^2$	$-1.065574 (0.076341 w^2)$
$MF_{AB} = 0.074391 w^2$	

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.0744 w^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0763 w^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.1023	0.1023
Práctico	0.0744	0.0763
% Error	2.7900	2.6000

Para determinar los factores de transporte y las rigideces:

$$\Sigma MA=0 \quad \left[ \frac{0.25}{Ea} * MAB \right] \begin{bmatrix} 0.48 \end{bmatrix} - \left[ \frac{0.3}{Eia} * CAB MFABI \right] \begin{bmatrix} 0.52 \end{bmatrix} = 0$$

<b><math>CAB = 0.769</math></b>
---------------------------------

$$\Sigma Fy=0 \quad \left[ \frac{0.25}{Ea} * SABI \right] - \left[ \frac{0.252 (0.769) * SABI}{Eia} \right] - \begin{bmatrix} 1.0 \end{bmatrix} = 0$$

<b><math>SAB = 17.79 \frac{Ea}{I}</math></b>
--

Fig. 4-228. Cálculo de  $C_{AB}$  y  $S_{AB}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$$\sum MB=0 \left( \frac{0.25}{Ela} *MBA \right) ( 0.48 \text{ I} ) - \left( \frac{0.3}{Eia} *CBA \text{ MFBAI} \right) ( 0.52 \text{ I} ) = 0$$

$$\boxed{CBA= 0.769}$$

$$\sum Fy=0 \left( \frac{0.25}{Ela} *SAB \text{ I} \right) - \left( \frac{0.252}{Eia} \left( \frac{0.769}{Eia} \right) *SAB \text{ I} \right) - (1.0) = 0$$

$$\boxed{SBA= 17.79 \frac{Ela}{I}}$$

Fig. 4-229. Cálculo de  $C_{BA}$  y  $S_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

## II. Vigas sometidas a una carga puntual

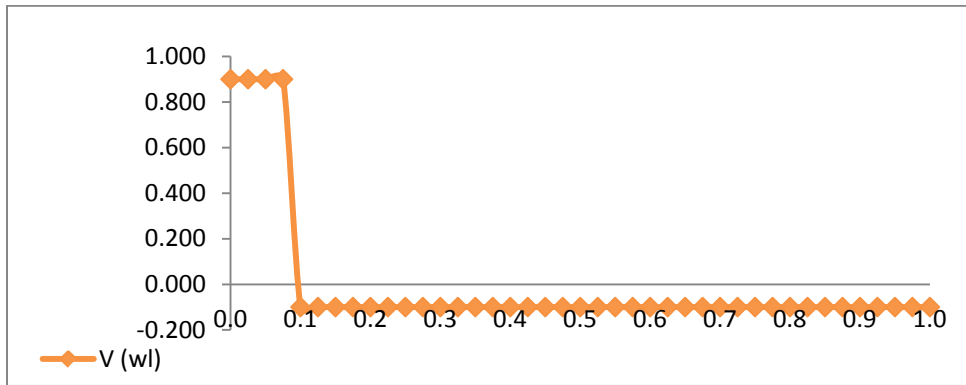
- $Ra = 0.4$ ,  $\alpha a = 0.1$ ,  $a = 0.1L$

Tabla 4-33. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 0.4$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.1$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

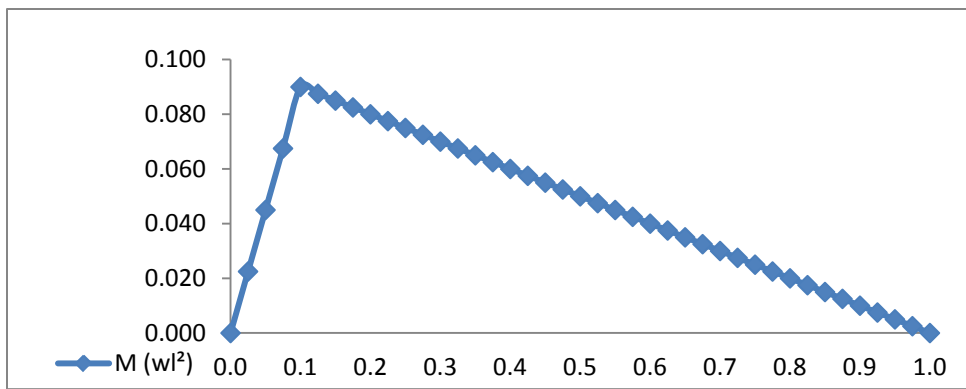
$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.4	m
$r_a = r_b$	0.40	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.1	L
$L =$	1	m
$q =$	1.0	puntual
$a =$	0.1	L
$b =$	0.9	L

Tabla 4-34. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

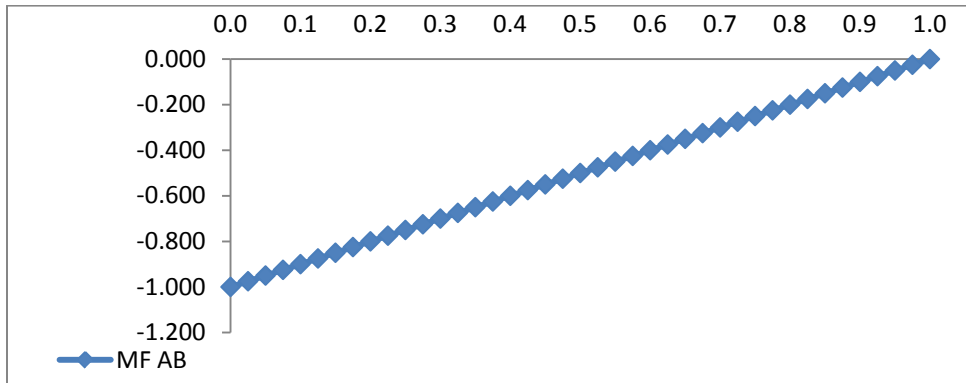
Viga $Ra=0.4$ , $\alpha a=0.1$ , $a=0.1L$		Valores de Inercia		Corte (V)		M ( $wl^2$ )	Corte (V)		MF		Grafica M	$wl^2/EIa$		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lk**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	$wl^2/EIa$	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	2.744	0.900	0.900	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.00000	-0.364	0.0091	0.00000	0.000	0.0000	0.00000
1.0	0.025	1.000	2.197	0.900	0.900	0.0225	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0102	0.0003	0.00001	-0.444	0.0111	0.00028	-0.025	0.0006	0.00002
2.0	0.050	1.000	1.728	0.900	0.900	0.0450	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0260	0.0007	0.00004	-0.550	0.0137	0.00069	-0.050	0.0013	0.00007
3.0	0.075	1.000	1.331	0.900	0.900	0.0675	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0507	0.0013	0.00010	-0.695	0.0174	0.00131	-0.075	0.0019	0.00014
4.0	0.100	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0900	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0900	0.0023	0.00023	-0.900	0.0225	0.00225	-0.100	0.0025	0.00025
5.0	0.125	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0875	0.0022	0.00028	-0.875	0.0219	0.00274	-0.125	0.0031	0.00039
6.0	0.150	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0850	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0850	0.0021	0.00032	-0.850	0.0213	0.00320	-0.150	0.0038	0.00057
7.0	0.175	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0825	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0825	0.0021	0.00037	-0.825	0.0206	0.00361	-0.175	0.0044	0.00077
8.0	0.200	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0800	0.0020	0.00040	-0.800	0.0200	0.00400	-0.200	0.0050	0.00100
9.0	0.225	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0775	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0775	0.0019	0.00043	-0.775	0.0194	0.00437	-0.225	0.0056	0.00126
10.0	0.250	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0750	0.0019	0.00048	-0.750	0.0188	0.00470	-0.250	0.0063	0.00158
11.0	0.275	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0725	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0725	0.0018	0.00050	-0.725	0.0181	0.00498	-0.275	0.0069	0.00190
12.0	0.300	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0700	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0700	0.0018	0.00054	-0.700	0.0175	0.00525	-0.300	0.0075	0.00225
13.0	0.325	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0675	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0675	0.0017	0.00055	-0.675	0.0169	0.00549	-0.325	0.0081	0.00263
14.0	0.350	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0650	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0650	0.0016	0.00056	-0.650	0.0163	0.00571	-0.350	0.0088	0.00308
15.0	0.375	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0625	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0625	0.0016	0.00060	-0.625	0.0156	0.00585	-0.375	0.0094	0.00353
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0600	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.0600	0.0015	0.00060	-0.600	0.0150	0.00600	-0.400	0.0100	0.00400
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0575	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.0575	0.0014	0.00060	-0.575	0.0144	0.00612	-0.425	0.0106	0.00451
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0550	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.0550	0.0014	0.00063	-0.550	0.0138	0.00621	-0.450	0.0113	0.00509
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0525	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.0525	0.0013	0.00062	-0.525	0.0131	0.00622	-0.475	0.0119	0.00565
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.0500	0.0013	0.00065	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0475	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.0475	0.0012	0.00063	-0.475	0.0119	0.00625	-0.525	0.0131	0.00688
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0450	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.0450	0.0011	0.00061	-0.450	0.0113	0.00622	-0.550	0.0138	0.00759
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0425	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0425	0.0011	0.00063	-0.425	0.0106	0.00610	-0.575	0.0144	0.00828
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0400	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0400	0.0010	0.00060	-0.400	0.0100	0.00600	-0.600	0.0150	0.00900
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0375	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0375	0.0009	0.00056	-0.375	0.0094	0.00588	-0.625	0.0156	0.00975
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0350	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0350	0.0009	0.00059	-0.350	0.0088	0.00572	-0.650	0.0163	0.01060
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0325	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0325	0.0008	0.00054	-0.325	0.0081	0.00547	-0.675	0.0169	0.01141
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0300	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0300	0.0008	0.00056	-0.300	0.0075	0.00525	-0.700	0.0175	0.01225
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0275	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0275	0.0007	0.00051	-0.275	0.0069	0.00500	-0.725	0.0181	0.01312
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0250	0.0006	0.00045	-0.250	0.0063	0.00473	-0.750	0.0188	0.01410
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0225	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0225	0.0006	0.00047	-0.225	0.0056	0.00434	-0.775	0.0194	0.01504
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0200	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0200	0.0005	0.00040	-0.200	0.0050	0.00400	-0.800	0.0200	0.01600
33.0	0.825	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0175	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0175	0.0004	0.00033	-0.175	0.0044	0.00363	-0.825	0.0206	0.01700
34.0	0.850	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0150	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0150	0.0004	0.00034	-0.150	0.0038	0.00323	-0.850	0.0213	0.01811
35.0	0.875	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0125	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0125	0.0003	0.00026	-0.125	0.0031	0.00271	-0.875	0.0219	0.01916
36.0	0.900	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0100	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0100	0.0003	0.00027	-0.100	0.0025	0.00225	-0.900	0.0225	0.02025
37.0	0.925	1.000	1.331	-0.100	-0.100	0.0075	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0075	0.0001	0.00009	-0.075	0.0019	0.00176	-0.925	0.0225	0.02100
38.0	0.950	1.000	1.728	-0.100	-0.100	0.0050	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0050	0.0001	0.00010	-0.050	0.0013	0.00124	-0.950	0.0225	0.02175
39.0	0.975	1.000	2.197	-0.100	-0.100	0.0025	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0025	0.0000	0.00000	-0.025	0.0006	0.00059	-0.975	0.0225	0.02250
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.100	-0.100	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.00000	0.000	0.0000	0.00000	-0.364	0.0091	0.00910
$\Sigma$												0.04400	0.01645	0.46800	0.16560	0.46800	0.30252		
												$wl^2/EIa$	$wl^2/EIa$	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela		



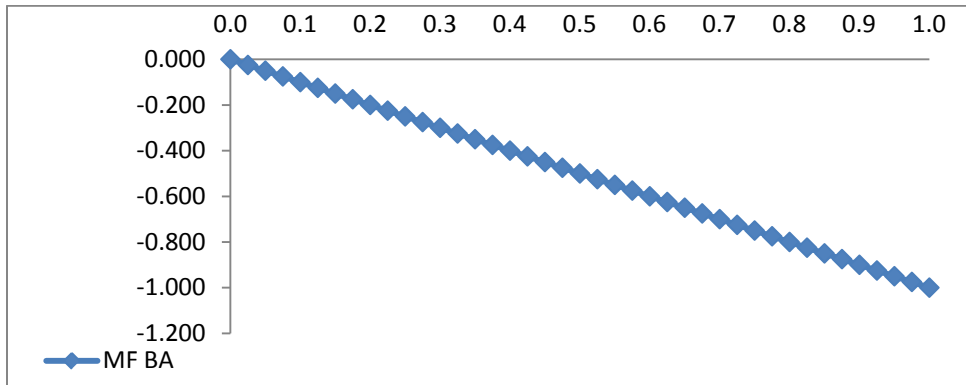
Gráfica 4-30. Diagrama de corte ( $wl$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



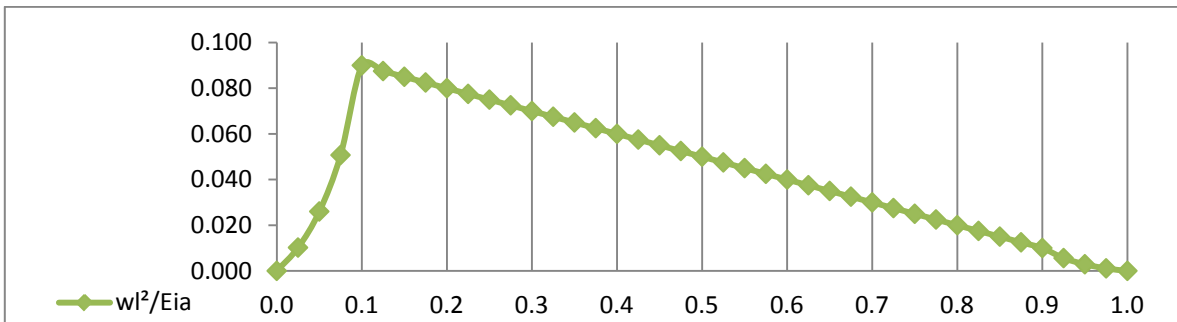
Gráfica 4-31. Diagrama de momento ( $wl^2$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



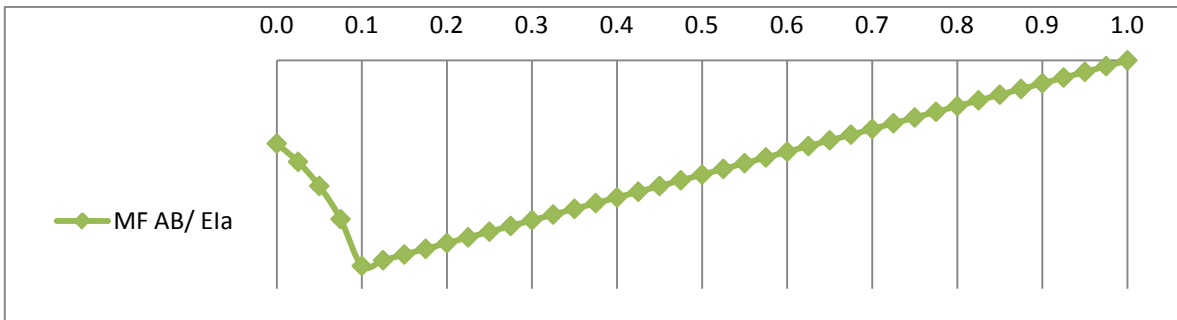
Gráfica 4-32. Diagrama de momento ( $MF_{AB}$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



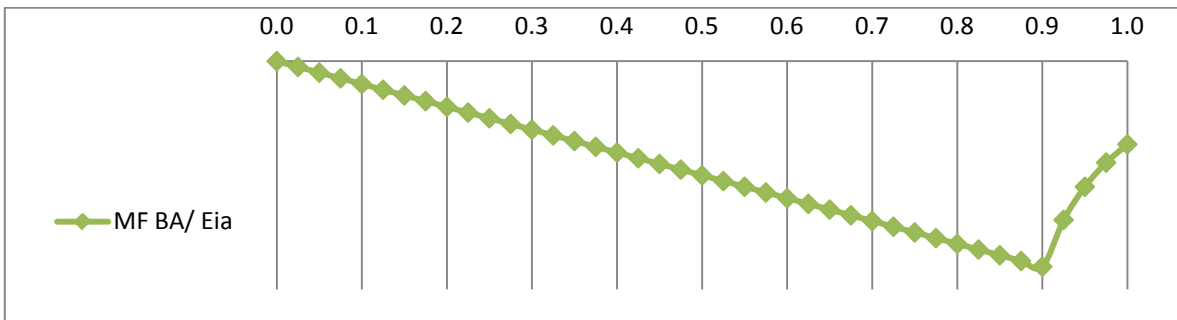
Gráfica 4-33. Diagrama de momento (MF<sub>BA</sub>). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Gráfica 4-34. Diagrama de carga elástica (wl<sup>2</sup>/Eia). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Gráfica 4-35. Diagrama de carga elástica (MF<sub>AB</sub>/Eia). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Gráfica 4-36. Diagrama de carga elástica (MF<sub>BA</sub>/Eia). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-230. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum Fy=0$	0.044000 $wl^2$	-0.468000	MFAB	-0.468000	MFBA	= 0
$\sum MA=0$	0.016450 $wl^2$	-0.165600	MFAB	-0.302520	MFBA	= 0

MFAB= 0.099336 $wl^2$	-1.826812	MFBA
-----------------------	-----------	------

$$0.044000 \, wl^2 - 0.468000 \, MFBA = 0.4680 \left( 0.099336 \, wl^2 - 1.8268 \right) MFBA$$

$$MFBA \begin{bmatrix} 0.854948 & -0.4680 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.046489 & -0.044 \end{bmatrix}$$

$$MFBA \begin{bmatrix} 0.386948 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.002489 \end{bmatrix}$$

MFBA	=	$wl^2$	\begin{bmatrix} 0.006432 \end{bmatrix}
------	---	--------	--

MFAB= 0.099336 $wl^2$	-1.826812	\begin{bmatrix} 0.006432 \, wl^2 \end{bmatrix}
MFAB= 0.087586 $wl^2$		

Se tiene para:

MFAB= 0.0876 $wl^2$	Antihorario
MFBA= 0.0064 $wl^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.0884	0.0060
Práctico	0.0876	0.0064
% Error	0.0800	0.0400

- Ra 0.6,  $\alpha a = 0.1$ ,  $a = 0.1L$

Tabla 4-35. Datos de una viga con cartela;  $ra = rb = 0.6$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.1$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.6	m
$ra = rb$	0.60	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.1	L
L =	1	m
q =	1.0	puntual
a =	0.1	L
b =	0.9	L

Tabla 4-36. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga $Ra=0.6$ , $\alpha a=0.1$ , $a=0.1L$		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	4.096	0.900	0.900	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.000000	0.000000	-0.244	0.0061	0.00000	0.000	0.0000	0.00000
1.0	0.025	1.000	3.049	0.900	0.900	0.0225	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0074	0.00018	0.000005	-0.320	0.0080	0.00020	-0.025	0.0006	0.00002
2.0	0.050	1.000	2.197	0.900	0.900	0.0450	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0205	0.00051	0.000026	-0.432	0.0108	0.00054	-0.050	0.0013	0.00007
3.0	0.075	1.000	1.521	0.900	0.900	0.0675	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0444	0.00111	0.000083	-0.608	0.0152	0.00114	-0.075	0.0019	0.00014
4.0	0.100	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0900	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0900	0.00225	0.000225	-0.900	0.0225	0.00225	-0.100	0.0025	0.00025
5.0	0.125	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0875	0.00219	0.000274	-0.875	0.0219	0.00274	-0.125	0.0031	0.00039
6.0	0.150	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0850	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0850	0.00213	0.000320	-0.850	0.0213	0.00320	-0.150	0.0038	0.00057
7.0	0.175	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0825	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0825	0.00206	0.000361	-0.825	0.0206	0.00361	-0.175	0.0044	0.00077
8.0	0.200	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0800	0.00200	0.000400	-0.800	0.0200	0.00400	-0.200	0.0050	0.00100
9.0	0.225	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0775	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0775	0.00194	0.000437	-0.775	0.0194	0.00437	-0.225	0.0056	0.00126
10.0	0.250	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0750	0.00188	0.000470	-0.750	0.0188	0.00470	-0.250	0.0063	0.00158
11.0	0.275	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0725	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0725	0.00181	0.000498	-0.725	0.0181	0.00498	-0.275	0.0069	0.00190
12.0	0.300	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0700	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0700	0.00175	0.000525	-0.700	0.0175	0.00525	-0.300	0.0075	0.00225
13.0	0.325	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0675	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0675	0.00169	0.000549	-0.675	0.0169	0.00549	-0.325	0.0081	0.00263
14.0	0.350	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0650	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0650	0.00163	0.000571	-0.650	0.0163	0.00571	-0.350	0.0088	0.00308
15.0	0.375	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0625	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0625	0.00156	0.000585	-0.625	0.0156	0.00585	-0.375	0.0094	0.00353
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0600	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.0600	0.00150	0.000600	-0.600	0.0150	0.00600	-0.400	0.0100	0.00400
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0575	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.0575	0.00144	0.000612	-0.575	0.0144	0.00612	-0.425	0.0106	0.00451
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0550	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.0550	0.00138	0.000621	-0.550	0.0138	0.00621	-0.450	0.0113	0.00509
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0525	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.0525	0.00131	0.000622	-0.525	0.0131	0.00622	-0.475	0.0119	0.00565
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.0500	0.00125	0.000625	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0475	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.0475	0.00119	0.000625	-0.475	0.0119	0.00625	-0.525	0.0131	0.00688
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0450	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.0450	0.00113	0.000622	-0.450	0.0113	0.00622	-0.550	0.0138	0.00759
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0425	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0425	0.00106	0.000610	-0.425	0.0106	0.00610	-0.575	0.0144	0.00828
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0400	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0400	0.00100	0.000600	-0.400	0.0100	0.00600	-0.600	0.0150	0.00900
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0375	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0375	0.00094	0.000588	-0.375	0.0094	0.00588	-0.625	0.0156	0.00975
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0350	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0350	0.00088	0.000572	-0.350	0.0088	0.00572	-0.650	0.0163	0.01060
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0325	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0325	0.00081	0.000547	-0.325	0.0081	0.00547	-0.675	0.0169	0.01141
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0300	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0300	0.00075	0.000525	-0.300	0.0075	0.00525	-0.700	0.0175	0.01225
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0275	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0275	0.00069	0.000500	-0.275	0.0069	0.00500	-0.725	0.0181	0.01312
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0250	0.00063	0.000473	-0.250	0.0063	0.00473	-0.750	0.0188	0.01410
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0225	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0225	0.00056	0.000434	-0.225	0.0056	0.00434	-0.775	0.0194	0.01504
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0200	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0200	0.00050	0.000400	-0.200	0.0050	0.00400	-0.800	0.0200	0.01600
33.0	0.825	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0175	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0175	0.00044	0.000363	-0.175	0.0044	0.00363	-0.825	0.0206	0.01700
34.0	0.850	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0150	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0150	0.00038	0.000323	-0.150	0.0038	0.00323	-0.850	0.0213	0.01811
35.0	0.875	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0125	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0125	0.00031	0.000271	-0.125	0.0031	0.00271	-0.875	0.0219	0.01916
36.0	0.900	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0100	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0100	0.00025	0.000225	-0.100	0.0025	0.00225	-0.900	0.0225	0.02025
37.0	0.925	1.000	1.521	-0.100	-0.100	0.0075	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0075	0.00012	0.000111	-0.075	0.0019	0.00176	-0.608	0.0152	0.01406
38.0	0.950	1.000	2.197	-0.100	-0.100	0.0050	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0050	0.00006	0.000057	-0.050	0.0013	0.00124	-0.432	0.0108	0.01026
39.0	0.975	1.000	3.049	-0.100	-0.100	0.0025	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0025	0.00002	0.000020	-0.025	0.0006	0.00059	-0.320	0.0080	0.00780
40.0	1.000	1.000	4.096	-0.100	-0.100	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.00000	0.000000	0.000	0.0000	0.00000	-0.244	0.0061	0.00610
$\Sigma$												0.0433	0.01628	0.4568	0.1652	0.4568	0.2917		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>2</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-231. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.043300 $w^2$	-0.456800 $MF_{AB}$	-0.456800 $MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.016280 $w^2$	-0.165200 $MF_{AB}$	-0.291700 $MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.098547 w^2$	$-1.765738 MF_{BA}$	
-------------------------	---------------------	--

$$0.043300 w^2 - 0.456800 MF_{BA} = 0.45680 \left( 0.098547 w^2 - 1.765738 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.806589 & -0.4568 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.045016 & -0.0433 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.349789 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.001716 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = w^2 \begin{bmatrix} 0.004906 \end{bmatrix}$
--

$$MF_{AB} = 0.098547 w^2 - 1.765738 \left( 0.004906 w^2 \right)$$

$MF_{AB} = 0.089884 w^2$
--------------------------

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.0899 w^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0049 w^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.0906	0.0050
Práctico	0.0899	0.0049
% Error	0.0700	0.0100

- Ra 1.0,  $\alpha a = 0.1$ ,  $a = 0.1L$

Tabla 4-37. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 1.0$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.1$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	1	m
$r_a = r_b$	1.00	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.1	L
L =	1	m
q =	1.0	puntual
a =	0.1	L
b =	0.9	L

Tabla 4-38. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga Ra=1.0, αa=0.1, a= 0.1L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (wP)	Corte (V)		MF		Grafica M	wP/Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	k**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	wP/Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	8.000	0.900	0.900	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.00000	-0.125	0.0031	0.00000	0.000	0.0000	0.00000
1.0	0.025	1.000	5.359	0.900	0.900	0.0225	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0042	0.0001	0.00000	-0.182	0.0045	0.00011	-0.025	0.0006	0.00002
2.0	0.050	1.000	3.375	0.900	0.900	0.0450	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0133	0.0003	0.00002	-0.281	0.0070	0.00035	-0.050	0.0013	0.00007
3.0	0.075	1.000	1.953	0.900	0.900	0.0675	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0346	0.0009	0.00007	-0.474	0.0118	0.00089	-0.075	0.0019	0.00014
4.0	0.100	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0900	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0900	0.0023	0.00023	-0.900	0.0225	0.00225	-0.100	0.0025	0.00025
5.0	0.125	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0875	0.0022	0.00028	-0.875	0.0219	0.00274	-0.125	0.0031	0.00039
6.0	0.150	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0850	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0850	0.0021	0.00032	-0.850	0.0213	0.00320	-0.150	0.0038	0.00057
7.0	0.175	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0825	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0825	0.0021	0.00037	-0.825	0.0206	0.00361	-0.175	0.0044	0.00077
8.0	0.200	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0800	0.0020	0.00040	-0.800	0.0200	0.00400	-0.200	0.0050	0.00100
9.0	0.225	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0775	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0775	0.0019	0.00043	-0.775	0.0194	0.00437	-0.225	0.0056	0.00126
10.0	0.250	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0750	0.0019	0.00048	-0.750	0.0188	0.00470	-0.250	0.0063	0.00158
11.0	0.275	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0725	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0725	0.0018	0.00050	-0.725	0.0181	0.00498	-0.275	0.0069	0.00190
12.0	0.300	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0700	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0700	0.0018	0.00054	-0.700	0.0175	0.00525	-0.300	0.0075	0.00225
13.0	0.325	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0675	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0675	0.0017	0.00055	-0.675	0.0169	0.00549	-0.325	0.0081	0.00263
14.0	0.350	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0650	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0650	0.0016	0.00056	-0.650	0.0163	0.00571	-0.350	0.0088	0.00308
15.0	0.375	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0625	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0625	0.0016	0.00060	-0.625	0.0156	0.00585	-0.375	0.0094	0.00353
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0600	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.0600	0.0015	0.00060	-0.600	0.0150	0.00600	-0.400	0.0100	0.00400
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0575	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.0575	0.0014	0.00060	-0.575	0.0144	0.00612	-0.425	0.0106	0.00451
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0550	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.0550	0.0014	0.00063	-0.550	0.0138	0.00621	-0.450	0.0113	0.00509
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0525	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.0525	0.0013	0.00062	-0.525	0.0131	0.00622	-0.475	0.0119	0.00565
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.0500	0.0013	0.00065	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0475	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.0475	0.0012	0.00063	-0.475	0.0119	0.00625	-0.525	0.0131	0.00688
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0450	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.0450	0.0011	0.00061	-0.450	0.0113	0.00622	-0.550	0.0138	0.00759
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0425	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0425	0.0011	0.00063	-0.425	0.0106	0.00610	-0.575	0.0144	0.00828
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0400	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0400	0.0010	0.00060	-0.400	0.0100	0.00600	-0.600	0.0150	0.00900
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0375	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0375	0.0009	0.00056	-0.375	0.0094	0.00588	-0.625	0.0156	0.00975
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0350	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0350	0.0009	0.00059	-0.350	0.0088	0.00572	-0.650	0.0163	0.01060
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0325	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0325	0.0008	0.00054	-0.325	0.0081	0.00547	-0.675	0.0169	0.01141
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0300	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0300	0.0008	0.00056	-0.300	0.0075	0.00525	-0.700	0.0175	0.01225
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0275	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0275	0.0007	0.00051	-0.275	0.0069	0.00500	-0.725	0.0181	0.01312
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0250	0.0006	0.00045	-0.250	0.0063	0.00473	-0.750	0.0188	0.01410
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0225	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0225	0.0006	0.00047	-0.225	0.0056	0.00434	-0.775	0.0194	0.01504
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0200	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0200	0.0005	0.00040	-0.200	0.0050	0.00400	-0.800	0.0200	0.01600
33.0	0.825	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0175	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0175	0.0004	0.00033	-0.175	0.0044	0.00363	-0.825	0.0206	0.01700
34.0	0.850	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0150	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0150	0.0004	0.00034	-0.150	0.0038	0.00323	-0.850	0.0213	0.01811
35.0	0.875	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0125	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0125	0.0003	0.00026	-0.125	0.0031	0.00271	-0.875	0.0219	0.01916
36.0	0.900	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0100	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0100	0.0003	0.00027	-0.100	0.0025	0.00225	-0.900	0.0225	0.02025
37.0	0.925	1.000	1.953	-0.100	-0.100	0.0075	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0038	0.0001	0.00009	-0.075	0.0019	0.00176	-0.474	0.0118	0.01092
38.0	0.950	1.000	3.375	-0.100	-0.100	0.0050	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0015	0.0000	0.00000	-0.050	0.0013	0.00124	-0.281	0.0070	0.00665
39.0	0.975	1.000	5.359	-0.100	-0.100	0.0025	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0005	0.0000	0.00000	-0.025	0.0006	0.00059	-0.182	0.0045	0.00439
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.100	-0.100	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.00000	0.000	0.0000	0.00000	-0.125	0.0031	0.00310
Σ												0.0429	0.0163	0.443	0.1647	0.443	0.279		
												wP/Eia	wP/Eia	MFAB/Eia	MFBA/Eia	MFBA/Eia	MFBA/Eia		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-232. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum Fy=0$	0.042900 $wl^2$	-0.443000	$MF_{AB}$	-0.443000	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.016300 $wl^2$	-0.164700	$MF_{AB}$	-0.279000	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB} = 0.098968 \, wl^2 - 1.693989 \, MF_{BA}$
$0.042900 \, wl^2 - 0.443000 \, MF_{BA} = 0.443000 \left( 0.098968 \, wl^2 - 1.693989 \, MF_{BA} \right)$
$MF_{BA} \left( 0.750437 - 0.4430 \right) = wl^2 \left( 0.043843 - 0.042900 \right)$
$MF_{BA} \left( 0.307437 \right) = wl^2 \left( 0.000943 \right)$
$MF_{BA} = wl^2 \left( 0.003067 \right)$
$MF_{AB} = 0.098968 \, wl^2 - 1.693989 \left( 0.003067 \, wl^2 \right)$
$MF_{AB} = 0.093773 \, wl^2$

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.0938 \, wl^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0031 \, wl^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.0936	0.0036
Práctico	0.0938	0.0031
% Error	0.0200	0.0500

- Ra 0.4,  $\alpha a = 0.2$ ,  $a = 0.1L$

Tabla 4-39. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 0.4$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.2$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.2	m
$r_a = r_b$	0.40	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.2	L
$L =$	1	m
$q =$	1.0	puntual
$a =$	0.1	L
$b =$	0.9	L

Tabla 4-40. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga Ra=0.4, aa=0.2, a= 0.1L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	k**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	2.744	0.900	0.900	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.00000	0.000	0.0000	0.00000
1.0	0.025	1.000	2.460	0.900	0.900	0.0225	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0091	0.0002	0.0000	-0.396	0.0099	0.00025	-0.025	0.0006	0.00002
2.0	0.050	1.000	2.197	0.900	0.900	0.0450	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0205	0.0005	0.0000	-0.432	0.0108	0.00054	-0.050	0.0013	0.00007
3.0	0.075	1.000	1.953	0.900	0.900	0.0675	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0346	0.0009	0.0001	-0.474	0.0118	0.00089	-0.075	0.0019	0.00014
4.0	0.100	1.000	1.728	-0.100	-0.100	0.0900	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0521	0.0013	0.0001	-0.521	0.0130	0.00130	-0.100	0.0025	0.00025
5.0	0.125	1.000	1.521	-0.100	-0.100	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0575	0.0014	0.0002	-0.575	0.0144	0.00180	-0.125	0.0031	0.00039
6.0	0.150	1.000	1.331	-0.100	-0.100	0.0850	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0639	0.0016	0.0002	-0.639	0.0160	0.00240	-0.150	0.0038	0.00057
7.0	0.175	1.000	1.158	-0.100	-0.100	0.0825	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0712	0.0018	0.0003	-0.712	0.0178	0.00312	-0.175	0.0044	0.00077
8.0	0.200	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0800	0.0020	0.0004	-0.800	0.0200	0.00400	-0.200	0.0050	0.00100
9.0	0.225	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0775	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0775	0.0019	0.0004	-0.775	0.0194	0.00437	-0.225	0.0056	0.00126
10.0	0.250	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0750	0.0019	0.0005	-0.750	0.0188	0.00470	-0.250	0.0063	0.00158
11.0	0.275	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0725	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0725	0.0018	0.0005	-0.725	0.0181	0.00498	-0.275	0.0069	0.00190
12.0	0.300	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0700	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0700	0.0018	0.0005	-0.700	0.0175	0.00525	-0.300	0.0075	0.00225
13.0	0.325	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0675	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0675	0.0017	0.0006	-0.675	0.0169	0.00549	-0.325	0.0081	0.00263
14.0	0.350	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0650	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0650	0.0016	0.0006	-0.650	0.0163	0.00571	-0.350	0.0088	0.00308
15.0	0.375	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0625	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0625	0.0016	0.0006	-0.625	0.0156	0.00585	-0.375	0.0094	0.00353
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0600	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.0600	0.0015	0.0006	-0.600	0.0150	0.00600	-0.400	0.0100	0.00400
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0575	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.0575	0.0014	0.0006	-0.575	0.0144	0.00612	-0.425	0.0106	0.00451
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0550	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.0550	0.0014	0.0006	-0.550	0.0138	0.00621	-0.450	0.0113	0.00509
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0525	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.0525	0.0013	0.0006	-0.525	0.0131	0.00622	-0.475	0.0119	0.00565
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.0500	0.0013	0.0007	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0475	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.0475	0.0012	0.0006	-0.475	0.0119	0.00625	-0.525	0.0131	0.00688
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0450	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.0450	0.0011	0.0006	-0.450	0.0113	0.00622	-0.550	0.0138	0.00759
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0425	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0425	0.0011	0.0006	-0.425	0.0106	0.00610	-0.575	0.0144	0.00828
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0400	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0400	0.0010	0.0006	-0.400	0.0100	0.00600	-0.600	0.0150	0.00900
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0375	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0375	0.0009	0.0006	-0.375	0.0094	0.00588	-0.625	0.0156	0.00975
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0350	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0350	0.0009	0.0006	-0.350	0.0088	0.00572	-0.650	0.0163	0.01060
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0325	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0325	0.0008	0.0005	-0.325	0.0081	0.00547	-0.675	0.0169	0.01141
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0300	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0300	0.0008	0.0006	-0.300	0.0075	0.00525	-0.700	0.0175	0.01225
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0275	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0275	0.0007	0.0005	-0.275	0.0069	0.00500	-0.725	0.0181	0.01312
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0250	0.0006	0.0005	-0.250	0.0063	0.00473	-0.750	0.0188	0.01410
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0225	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0225	0.0006	0.0005	-0.225	0.0056	0.00434	-0.775	0.0194	0.01504
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0200	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0200	0.0005	0.0004	-0.200	0.0050	0.00400	-0.800	0.0200	0.01600
33.0	0.825	1.000	1.158	-0.100	-0.100	0.0175	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0151	0.0004	0.0003	-0.175	0.0044	0.00363	-0.712	0.0178	0.01469
34.0	0.850	1.000	1.331	-0.100	-0.100	0.0150	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0113	0.0003	0.0003	-0.150	0.0038	0.00323	-0.639	0.0160	0.01360
35.0	0.875	1.000	1.521	-0.100	-0.100	0.0125	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0082	0.0002	0.0002	-0.125	0.0031	0.00271	-0.575	0.0144	0.01260
36.0	0.900	1.000	1.728	-0.100	-0.100	0.0100	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0058	0.0001	0.0001	-0.100	0.0025	0.00225	-0.521	0.0130	0.01170
37.0	0.925	1.000	1.953	-0.100	-0.100	0.0075	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0038	0.0001	0.0001	-0.075	0.0019	0.00176	-0.474	0.0118	0.01092
38.0	0.950	1.000	2.197	-0.100	-0.100	0.0050	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0023	0.0001	0.0001	-0.050	0.0013	0.00124	-0.432	0.0108	0.01026
39.0	0.975	1.000	2.460	-0.100	-0.100	0.0025	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0010	0.0000	0.0000	-0.025	0.0006	0.00059	-0.396	0.0099	0.00965
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.100	-0.100	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.00000	-0.364	0.0091	0.00910
$\Sigma$												0.0403	0.0158	0.433	0.1618	0.43	0.2715		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-233. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.040300 $w^2$	-0.433000	$MF_{AB}$	-0.430000	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.015800 $w^2$	-0.161800	$MF_{AB}$	-0.271500	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.097651 w^2$	-1.677998	$MF_{BA}$
-------------------------	-----------	-----------

0.040300 $w^2$	-0.430000	$MF_{BA}$	=	0.433000	(	0.097651 $w^2$	-	1.678	)	$MF_{BA}$		
$MF_{BA} \times$	(	0.726573	-	0.4300	)	=	$w^2 \times$	(	0.042283	-	0.040300	)
$MF_{BA} \times$	0.296573	=	$w^2 \times$	0.001983								

$MF_{BA}$	=	$w^2 \times$	0.006686
-----------	---	--------------	----------

$MF_{AB}= 0.097651 w^2$	-1.677998	(	0.006686 $w^2$	)
$MF_{AB}= 0.086432 w^2$				

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.0864 w^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.0067 w^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.0885	0.0065
Práctico	0.0864	0.0067
% Error	0.2100	0.0200

- Ra 0.6,  $\alpha a= 0.2$ ,  $a= 0.1L$

Tabla 4-41. Datos de una viga con cartela;  $r_a=r_b=0.6$ ,  $\alpha a=\alpha b=0.2$  y con una carga puntual a una distancia 0.1L. Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.3	m
$r_a=r_b$	0.60	hc
$\alpha a=\alpha b$	0.2	L
L=	1	m
q=	1.0	puntual
a=	0.1	L
b=	0.9	L

Tabla 4-42. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga Ra=0.6, αa=0.2, a= 0.1L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w²)	Corte (V)		MF		Grafica M	w²/Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela			
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w²/Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento		
0.0	0.000	1.000	4.096	0.900	0.900	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.244	0.0061	0.0000	0.000	0.0000	0.0000		
1.0	0.025	1.000	3.547	0.900	0.900	0.0225	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0063	0.0002	0.0000	-0.275	0.0069	0.0002	-0.025	0.0006	0.0000		
2.0	0.050	1.000	3.049	0.900	0.900	0.0450	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0148	0.0004	0.0000	-0.312	0.0078	0.0004	-0.050	0.0013	0.0001		
3.0	0.075	1.000	2.600	0.900	0.900	0.0675	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0260	0.0006	0.0000	-0.356	0.0089	0.0007	-0.075	0.0019	0.0001		
4.0	0.100	1.000	2.197	-0.100	-0.100	0.0900	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0410	0.0010	0.0001	-0.410	0.0102	0.0010	-0.100	0.0025	0.0003		
5.0	0.125	1.000	1.838	-0.100	-0.100	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0476	0.0012	0.0002	-0.476	0.0119	0.0015	-0.125	0.0031	0.0004		
6.0	0.150	1.000	1.521	-0.100	-0.100	0.0850	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0559	0.0014	0.0002	-0.559	0.0140	0.0021	-0.150	0.0038	0.0006		
7.0	0.175	1.000	1.242	-0.100	-0.100	0.0825	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0664	0.0017	0.0003	-0.664	0.0166	0.0029	-0.175	0.0044	0.0008		
8.0	0.200	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0800	0.0020	0.0004	-0.800	0.0200	0.0040	-0.200	0.0050	0.0010		
9.0	0.225	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0775	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0775	0.0019	0.0004	-0.775	0.0194	0.0044	-0.225	0.0056	0.0013		
10.0	0.250	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0750	0.0019	0.0005	-0.750	0.0188	0.0047	-0.250	0.0063	0.0016		
11.0	0.275	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0725	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0725	0.0018	0.0005	-0.725	0.0181	0.0050	-0.275	0.0069	0.0019		
12.0	0.300	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0700	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0700	0.0018	0.0005	-0.700	0.0175	0.0053	-0.300	0.0075	0.0023		
13.0	0.325	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0675	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0675	0.0017	0.0006	-0.675	0.0169	0.0055	-0.325	0.0081	0.0026		
14.0	0.350	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0650	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0650	0.0016	0.0006	-0.650	0.0163	0.0057	-0.350	0.0088	0.0031		
15.0	0.375	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0625	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0625	0.0016	0.0006	-0.625	0.0156	0.0059	-0.375	0.0094	0.0035		
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0600	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.0600	0.0015	0.0006	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040		
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0575	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.0575	0.0014	0.0006	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045		
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0550	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.0550	0.0014	0.0006	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051		
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0525	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.0525	0.0013	0.0006	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057		
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.0500	0.0013	0.0007	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063		
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0475	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.0475	0.0012	0.0006	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069		
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0450	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.0450	0.0011	0.0006	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076		
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0425	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0425	0.0011	0.0006	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083		
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0400	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0400	0.0010	0.0006	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090		
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0375	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0375	0.0009	0.0006	-0.375	0.0094	0.0059	-0.625	0.0156	0.0098		
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0350	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0350	0.0009	0.0006	-0.350	0.0088	0.0057	-0.650	0.0163	0.0106		
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0325	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0325	0.0008	0.0005	-0.325	0.0081	0.0055	-0.675	0.0169	0.0114		
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0300	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0300	0.0008	0.0006	-0.300	0.0075	0.0053	-0.700	0.0175	0.0123		
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0275	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0275	0.0007	0.0005	-0.275	0.0069	0.0050	-0.725	0.0181	0.0131		
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0250	0.0006	0.0005	-0.250	0.0063	0.0047	-0.750	0.0188	0.0141		
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0225	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0225	0.0006	0.0005	-0.225	0.0056	0.0043	-0.775	0.0194	0.0150		
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0200	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0200	0.0005	0.0004	-0.200	0.0050	0.0040	-0.800	0.0200	0.0160		
33.0	0.825	1.000	1.242	-0.100	-0.100	0.0175	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0141	0.0004	0.0003	-0.175	0.0044	0.0036	-0.664	0.0166	0.0137		
34.0	0.850	1.000	1.521	-0.100	-0.100	0.0150	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0099	0.0002	0.0002	-0.150	0.0038	0.0032	-0.559	0.0140	0.0119		
35.0	0.875	1.000	1.838	-0.100	-0.100	0.0125	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0068	0.0002	0.0002	-0.125	0.0031	0.0027	-0.476	0.0119	0.0104		
36.0	0.900	1.000	2.197	-0.100	-0.100	0.0100	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0046	0.0001	0.0001	-0.100	0.0025	0.0023	-0.410	0.0102	0.0092		
37.0	0.925	1.000	2.600	-0.100	-0.100	0.0075	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0029	0.0001	0.0001	-0.075	0.0019	0.0018	-0.356	0.0089	0.0082		
38.0	0.950	1.000	3.049	-0.100	-0.100	0.0050	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0016	0.0000	0.0000	-0.050	0.0013	0.0012	-0.312	0.0078	0.0074		
39.0	0.975	1.000	3.547	-0.100	-0.100	0.0025	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0007	0.0000	0.0000	-0.025	0.0006	0.0006	-0.275	0.0069	0.0067		
40.0	1.000	1.000	4.096	-0.100	-0.100	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.244	0.0061	0.0061		
Σ												0.0389	0.0155			0.41	0.160			0.4	0.253
												w²/Eia	w²/Eia			MFAB/ Ela	MFAB/ Ela			MFBA/ Ela	MFBA/ Ela



Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-234. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum Fy=0$	0.038900 $w^2$	-0.410000	$MF_{AB}$	-0.400000	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.015500 $w^2$	-0.160000	$MF_{AB}$	-0.253000	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.096875 w^2$	-1.581250	$MF_{BA}$								
0.038900 $w^2$	-0.400000	$MF_{BA}$	=	0.410000	(	0.096875 $w^2$	-1.581	) $MF_{BA}$		
$MF_{BA} \times$	(	0.648313	-0.400000	)	=	$w^2 \times$	(	0.039719	-0.038900	)
$MF_{BA} \times$	0.248313	=	$w^2 \times$	0.000819						
			$MF_{BA} = w^2 \times$	0.003298						
$MF_{AB}= 0.096875 w^2$	-1.581250	(	0.003298	$w^2$						
$MF_{AB}= 0.091660 w^2$										

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.0917 w^2$	Antihorario	<b>Resultado</b>	<b>MFAB</b>	<b>MFBA</b>
$MF_{BA}= 0.0033 w^2$	Horario	<b>Teórico</b>	<b>0.0908</b>	<b>0.0055</b>
		<b>Práctico</b>	<b>0.0917</b>	<b>0.0033</b>
		<b>% Error</b>	<b>0.0900</b>	<b>0.2200</b>

- Ra 1.0,  $\alpha a= 0.2$ ,  $a= 0.1L$

Tabla 4-43. Datos de una viga con cartela;  $ra= rb=1.0$   $\alpha a=ab=0.2$  y con una carga puntual a una distancia 0.5L. Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.5	m
$ra=rb$	1.00	hc
$\alpha a=ab$	0.2	L
$L=$	1	m
$q=$	1.0	puntual
$a=$	0.1	L
$b=$	0.9	L

Tabla 4-44. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga Ra=1.0, $\alpha a=0.2, a=0.1L$		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Eia		Grafica M	MF BA/ Eia			
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Eia	Area	Momento	MF BA/ Eia	Area	Momento		
0.0	0.000	1.000	8.000	0.900	0.900	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.00000	0.0000	-0.125	0.0031	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
1.0	0.025	1.000	6.592	0.900	0.900	0.0225	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0034	0.00009	0.0000	-0.148	0.0037	0.000	-0.025	0.001	0.000	0.000	
2.0	0.050	1.000	5.359	0.900	0.900	0.0450	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0084	0.00021	0.0000	-0.177	0.0044	0.000	-0.050	0.001	0.000	0.000	
3.0	0.075	1.000	4.291	0.900	0.900	0.0675	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0157	0.00039	0.0000	-0.216	0.0054	0.000	-0.075	0.002	0.000	0.000	
4.0	0.100	1.000	3.375	-0.100	-0.100	0.0900	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0267	0.00067	0.0001	-0.267	0.0067	0.001	-0.100	0.003	0.000	0.000	
5.0	0.125	1.000	2.600	-0.100	-0.100	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0337	0.00084	0.0001	-0.337	0.0084	0.001	-0.125	0.003	0.000	0.000	
6.0	0.150	1.000	1.953	-0.100	-0.100	0.0850	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0435	0.00109	0.0002	-0.435	0.0109	0.002	-0.150	0.004	0.001	0.001	
7.0	0.175	1.000	1.424	-0.100	-0.100	0.0825	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0579	0.00145	0.0003	-0.579	0.0145	0.003	-0.175	0.004	0.001	0.001	
8.0	0.200	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0800	0.00200	0.0004	-0.800	0.0200	0.004	-0.200	0.005	0.001	0.001	
9.0	0.225	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0775	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0775	0.00194	0.0004	-0.775	0.0194	0.004	-0.225	0.006	0.001	0.001	
10.0	0.250	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0750	0.00188	0.0005	-0.750	0.0188	0.005	-0.250	0.006	0.002	0.002	
11.0	0.275	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0725	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0725	0.00181	0.0005	-0.725	0.0181	0.005	-0.275	0.007	0.002	0.002	
12.0	0.300	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0700	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0700	0.00175	0.0005	-0.700	0.0175	0.005	-0.300	0.008	0.002	0.002	
13.0	0.325	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0675	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0675	0.00169	0.0005	-0.675	0.0169	0.005	-0.325	0.008	0.003	0.003	
14.0	0.350	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0650	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0650	0.00163	0.0006	-0.650	0.0163	0.006	-0.350	0.009	0.003	0.003	
15.0	0.375	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0625	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0625	0.00156	0.0006	-0.625	0.0156	0.006	-0.375	0.009	0.003	0.003	
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0600	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.0600	0.00150	0.0006	-0.600	0.0150	0.006	-0.400	0.010	0.004	0.004	
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0575	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.0575	0.00144	0.0006	-0.575	0.0144	0.006	-0.425	0.011	0.005	0.005	
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0550	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.0550	0.00138	0.0006	-0.550	0.0138	0.006	-0.450	0.011	0.005	0.005	
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0525	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.0525	0.00131	0.0006	-0.525	0.0131	0.006	-0.475	0.012	0.006	0.006	
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.0500	0.00125	0.0006	-0.500	0.0125	0.006	-0.500	0.013	0.007	0.007	
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0475	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.0475	0.00119	0.0006	-0.475	0.0119	0.006	-0.525	0.013	0.007	0.007	
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0450	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.0450	0.00113	0.0006	-0.450	0.0113	0.006	-0.550	0.014	0.008	0.008	
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0425	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0425	0.00106	0.0006	-0.425	0.0106	0.006	-0.575	0.014	0.008	0.008	
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0400	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0400	0.00100	0.0006	-0.400	0.0100	0.006	-0.600	0.015	0.009	0.009	
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0375	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0375	0.00094	0.0006	-0.375	0.0094	0.006	-0.625	0.016	0.010	0.010	
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0350	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0350	0.00088	0.0006	-0.350	0.0088	0.006	-0.650	0.016	0.010	0.010	
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0325	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0325	0.00081	0.0005	-0.325	0.0081	0.005	-0.675	0.017	0.011	0.011	
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0300	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0300	0.00075	0.0005	-0.300	0.0075	0.005	-0.700	0.018	0.013	0.013	
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0275	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0275	0.00069	0.0005	-0.275	0.0069	0.005	-0.725	0.018	0.013	0.013	
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0250	0.00063	0.0005	-0.250	0.0063	0.005	-0.750	0.019	0.014	0.014	
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0225	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0225	0.00056	0.0004	-0.225	0.0056	0.004	-0.775	0.019	0.015	0.015	
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0200	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0200	0.00050	0.0004	-0.200	0.0050	0.004	-0.800	0.020	0.016	0.016	
33.0	0.825	1.000	1.424	-0.100	-0.100	0.0175	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0175	0.00031	0.0003	-0.175	0.0044	0.004	-0.579	0.014	0.012	0.012	
34.0	0.850	1.000	1.953	-0.100	-0.100	0.0150	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0077	0.00019	0.0002	-0.150	0.0038	0.003	-0.435	0.011	0.009	0.009	
35.0	0.875	1.000	2.600	-0.100	-0.100	0.0125	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0048	0.00012	0.0001	-0.125	0.0031	0.003	-0.337	0.008	0.007	0.007	
36.0	0.900	1.000	3.375	-0.100	-0.100	0.0100	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0030	0.00007	0.0001	-0.100	0.0025	0.002	-0.267	0.007	0.006	0.006	
37.0	0.925	1.000	4.291	-0.100	-0.100	0.0075	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0017	0.00004	0.0000	-0.075	0.0019	0.002	-0.216	0.005	0.005	0.005	
38.0	0.950	1.000	5.359	-0.100	-0.100	0.0050	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0009	0.00002	0.0000	-0.050	0.0013	0.001	-0.177	0.004	0.004	0.004	
39.0	0.975	1.000	6.592	-0.100	-0.100	0.0025	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0004	0.00001	0.0000	-0.025	0.0006	0.001	-0.148	0.004	0.004	0.004	
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.100	-0.100	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.00000	0.0000	0.000	0.0000	0.000	-0.125	0.003	0.003	0.003	
$\Sigma$												0.03678	0.015			0.388	0.157			0.39	0.23
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia			MFAB/ Eia	MFBA/ Eia			MFBA/ Eia	MFBA/ Eia

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-235. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum Fy=0$	0.036780 $w^2$	-0.388000	MFAB	-0.390000	MFBA	= 0
$\sum MA=0$	0.015000 $w^2$	-0.157000	MFAB	-0.230000	MFBA	= 0

MFAB=	0.095541 $w^2$	-1.464968	MFBA		
-------	----------------	-----------	------	--	--

$$0.036780 w^2 - 0.390000 MFBA = 0.388000 \left( 0.095541 w^2 - 1.465 MFBA \right)$$

$$MFBA_{\text{te}} \begin{bmatrix} 0.568408 & -0.390000 \end{bmatrix} = w^2 \text{te} \begin{bmatrix} 0.037070 & -0.036780 \end{bmatrix}$$

$$MFBA_{\text{pr}} \text{te} 0.178408 = w^2 \text{te} 0.000290$$

MFBA	=	w <sup>2</sup> te	0.001625
------	---	-------------------	----------

MFAB=	0.095541 $w^2$	-1.464968	0.001625 $w^2$
MFAB=	0.093160 $w^2$		

Se tiene para:

MFAB=	0.0932 $w^2$	Antihorario
MFBA=	0.0016 $w^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.0939	0.0039
Práctico	0.0932	0.0016
% Error	0.0700	0.2300

- Ra 0.4,  $\alpha a = 0.3$ ,  $a = 0.1L$

Tabla 4-45. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 0.4$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.3$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.125	m
$r_a = r_b$	0.40	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.3	L
L=	1	m
q=	1.0	puntual
a=	0.1	L
b=	0.9	L

Tabla 4-46. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga Ra=0.4, qa=0.3, a=0.1L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/Eia		Grafica M	MF BA/Eia	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/Eia	Area	Momento	MF BA/Eia	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	2.744	0.900	0.900	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.00000	0.00000	-0.364	0.0091	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	2.553	0.900	0.900	0.0225	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0088	0.00022	0.00001	-0.382	0.0095	0.0002	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	2.370	0.900	0.900	0.0450	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0190	0.00047	0.00002	-0.401	0.0100	0.0005	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	2.197	0.900	0.900	0.0675	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0307	0.00077	0.00006	-0.421	0.0105	0.0008	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	2.032	-0.100	-0.100	0.0900	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0443	0.00111	0.00011	-0.443	0.0111	0.0011	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	1.876	-0.100	-0.100	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0466	0.00117	0.00015	-0.466	0.0117	0.0015	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	1.728	-0.100	-0.100	0.0850	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0492	0.00123	0.00018	-0.492	0.0123	0.0018	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	1.588	-0.100	-0.100	0.0825	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0520	0.00130	0.00023	-0.520	0.0130	0.0023	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	1.456	-0.100	-0.100	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0549	0.00137	0.00027	-0.549	0.0137	0.0027	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.331	-0.100	-0.100	0.0775	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0582	0.00146	0.00033	-0.582	0.0146	0.0033	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	1.214	-0.100	-0.100	0.0750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0618	0.00154	0.00039	-0.618	0.0154	0.0039	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	1.103	-0.100	-0.100	0.0725	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0657	0.00164	0.00045	-0.657	0.0164	0.0045	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0700	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0700	0.00175	0.00053	-0.700	0.0175	0.0053	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0675	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0675	0.00169	0.00055	-0.675	0.0169	0.0055	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0650	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0650	0.00163	0.00057	-0.650	0.0163	0.0057	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0625	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0625	0.00156	0.00059	-0.625	0.0156	0.0059	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0600	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.0600	0.00150	0.00060	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0575	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.0575	0.00144	0.00061	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0550	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.0550	0.00138	0.00062	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0525	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.0525	0.00131	0.00062	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.0500	0.00125	0.00063	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0475	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.0475	0.00119	0.00062	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0450	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.0450	0.00113	0.00062	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0425	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0425	0.00106	0.00061	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0400	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0400	0.00100	0.00060	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0375	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0375	0.00094	0.00059	-0.375	0.0094	0.0059	-0.625	0.0156	0.0098
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0350	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0350	0.00088	0.00057	-0.350	0.0088	0.0057	-0.650	0.0163	0.0106
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0325	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0325	0.00081	0.00055	-0.325	0.0081	0.0055	-0.675	0.0169	0.0114
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0300	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0300	0.00075	0.00053	-0.300	0.0075	0.0053	-0.700	0.0175	0.0123
29.0	0.725	1.000	1.103	-0.100	-0.100	0.0275	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0249	0.00062	0.00045	-0.275	0.0069	0.0050	-0.657	0.0164	0.0119
30.0	0.750	1.000	1.214	-0.100	-0.100	0.0250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0206	0.00051	0.00038	-0.250	0.0063	0.0047	-0.618	0.0154	0.0116
31.0	0.775	1.000	1.331	-0.100	-0.100	0.0225	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0169	0.00042	0.00033	-0.225	0.0056	0.0043	-0.582	0.0146	0.0113
32.0	0.800	1.000	1.456	-0.100	-0.100	0.0200	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0137	0.00034	0.00027	-0.200	0.0050	0.0040	-0.549	0.0137	0.0110
33.0	0.825	1.000	1.588	-0.100	-0.100	0.0175	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0110	0.00028	0.00023	-0.175	0.0044	0.0036	-0.520	0.0130	0.0107
34.0	0.850	1.000	1.728	-0.100	-0.100	0.0150	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0087	0.00022	0.00019	-0.150	0.0038	0.0032	-0.492	0.0123	0.0105
35.0	0.875	1.000	1.876	-0.100	-0.100	0.0125	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0067	0.00017	0.00015	-0.125	0.0031	0.0027	-0.466	0.0117	0.0102
36.0	0.900	1.000	2.032	-0.100	-0.100	0.0100	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0049	0.00012	0.00011	-0.100	0.0025	0.0023	-0.443	0.0111	0.0100
37.0	0.925	1.000	2.197	-0.100	-0.100	0.0075	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0034	0.00009	0.00008	-0.075	0.0019	0.0018	-0.421	0.0105	0.0097
38.0	0.950	1.000	2.370	-0.100	-0.100	0.0050	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0021	0.00005	0.00005	-0.050	0.0013	0.0012	-0.401	0.0100	0.0095
39.0	0.975	1.000	2.553	-0.100	-0.100	0.0025	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0010	0.00002	0.00002	-0.025	0.0006	0.0006	-0.382	0.0095	0.0093
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.100	-0.100	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.00000	0.00000	0.000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.0091
$\Sigma$												0.0364	0.01447	0.4014	0.156	0.4014	0.246		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>2</sup> /Eia	MFAB/ Eia	MFAB/ Eia	MFBA/ Eia	MFBA/ Eia		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-236. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.036400 $wl^2$	-0.401400	$MF_{AB}$	-0.401400	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.014470 $wl^2$	-0.156000	$MF_{AB}$	-0.246000	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.092756 wl^2$	-1.576923	$MF_{BA}$	=	0.401400	(	0.092756 $wl^2$	-	1.5769	)	$MF_{BA}$
$MF_{BA} \times$ (	0.632977	-	0.401400	)	=	$wl^2 \times$ (	0.037232	-	0.0364	)
$MF_{BA} \times$	0.231577	=	$wl^2 \times$	0.000832						
			$MF_{BA} = wl^2 \times$	0.003593						

$MF_{AB}= 0.092756 wl^2$	-1.576923	(	0.003593	$wl^2$	)
$MF_{AB}= 0.087090 wl^2$					

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.0871 wl^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.0036 wl^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.0875	0.0073
Práctico	0.0871	0.0036
% Error	0.0400	0.3700

- Ra 0.6,  $\alpha a= 0.3$ ,  $a= 0.1L$

Tabla 4-47. Datos de una viga con cartela;  $r_a= r_b=0.6$ ,  $\alpha a=ab=0.3$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.3	m
$r_a=r_b$	0.60	hc
$\alpha a=ab$	0.3	L
L=	1	m
q=	1.0	puntual
a=	0.1	L
b=	0.9	L

Tabla 4-48. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga Ra=0.6, αa=0.3, a= 0.1L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w²)	Corte (V)		MF		Grafica M	w²/Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w²/Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	4.096	0.900	0.900	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.00000	0.00000	-0.244	0.0061	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	3.724	0.900	0.900	0.0225	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0060	0.00015	0.00000	-0.262	0.0065	0.0002	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	3.375	0.900	0.900	0.0450	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0133	0.00033	0.00002	-0.281	0.0070	0.0004	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	3.049	0.900	0.900	0.0675	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0221	0.00055	0.00004	-0.303	0.0076	0.0006	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	2.744	-0.100	-0.100	0.0900	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0328	0.00082	0.00008	-0.328	0.0082	0.0008	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	2.460	-0.100	-0.100	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0356	0.00089	0.00011	-0.356	0.0089	0.0011	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	2.197	-0.100	-0.100	0.0850	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0387	0.00097	0.00015	-0.387	0.0097	0.0015	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	1.953	-0.100	-0.100	0.0825	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0422	0.00106	0.00019	-0.422	0.0106	0.0019	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	1.728	-0.100	-0.100	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0463	0.00116	0.00023	-0.463	0.0116	0.0023	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.521	-0.100	-0.100	0.0775	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0510	0.00127	0.00029	-0.510	0.0127	0.0029	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	1.331	-0.100	-0.100	0.0750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0563	0.00141	0.00035	-0.563	0.0141	0.0035	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	1.158	-0.100	-0.100	0.0725	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0626	0.00157	0.00043	-0.626	0.0157	0.0043	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0700	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0700	0.00175	0.00053	-0.700	0.0175	0.0053	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0675	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0675	0.00169	0.00055	-0.675	0.0169	0.0055	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0650	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0650	0.00163	0.00057	-0.650	0.0163	0.0057	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0625	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0625	0.00156	0.00059	-0.625	0.0156	0.0059	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0600	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.0600	0.00150	0.00060	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0575	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.0575	0.00144	0.00061	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0550	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.0550	0.00138	0.00062	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0525	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.0525	0.00131	0.00062	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.0500	0.00125	0.00063	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0475	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.0475	0.00119	0.00062	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0450	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.0450	0.00113	0.00062	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0425	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0425	0.00106	0.00061	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0400	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0400	0.00100	0.00060	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0375	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0375	0.00094	0.00059	-0.375	0.0094	0.0059	-0.625	0.0156	0.0098
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0350	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0350	0.00088	0.00057	-0.350	0.0088	0.0057	-0.650	0.0163	0.0106
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0325	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0325	0.00081	0.00055	-0.325	0.0081	0.0055	-0.675	0.0169	0.0114
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0300	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0300	0.00075	0.00053	-0.300	0.0075	0.0053	-0.700	0.0175	0.0123
29.0	0.725	1.000	1.158	-0.100	-0.100	0.0275	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0237	0.00059	0.00043	-0.275	0.0069	0.0050	-0.626	0.0157	0.0114
30.0	0.750	1.000	1.331	-0.100	-0.100	0.0250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0188	0.00047	0.00035	-0.250	0.0063	0.0047	-0.563	0.0141	0.0106
31.0	0.775	1.000	1.521	-0.100	-0.100	0.0225	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0148	0.00037	0.00029	-0.225	0.0056	0.0043	-0.510	0.0127	0.0098
32.0	0.800	1.000	1.728	-0.100	-0.100	0.0200	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0116	0.00029	0.00023	-0.200	0.0050	0.0040	-0.463	0.0116	0.0093
33.0	0.825	1.000	1.953	-0.100	-0.100	0.0175	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0090	0.00022	0.00018	-0.175	0.0044	0.0036	-0.422	0.0106	0.0087
34.0	0.850	1.000	2.197	-0.100	-0.100	0.0150	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0068	0.00017	0.00014	-0.150	0.0038	0.0032	-0.387	0.0097	0.0082
35.0	0.875	1.000	2.460	-0.100	-0.100	0.0125	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0051	0.00013	0.00011	-0.125	0.0031	0.0027	-0.356	0.0089	0.0078
36.0	0.900	1.000	2.744	-0.100	-0.100	0.0100	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0036	0.00009	0.00008	-0.100	0.0025	0.0023	-0.328	0.0082	0.0074
37.0	0.925	1.000	3.049	-0.100	-0.100	0.0075	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0025	0.00006	0.00006	-0.075	0.0019	0.0018	-0.303	0.0076	0.0070
38.0	0.950	1.000	3.375	-0.100	-0.100	0.0050	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0015	0.00004	0.00004	-0.050	0.0013	0.0012	-0.281	0.0070	0.0067
39.0	0.975	1.000	3.724	-0.100	-0.100	0.0025	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0007	0.00002	0.00002	-0.025	0.0006	0.0006	-0.262	0.0065	0.0063
40.0	1.000	1.000	4.096	-0.100	-0.100	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.00000	0.00000	0.000	0.0000	0.0000	-0.244	0.0061	0.0061
$\Sigma$												0.0339	0.014	0.373	0.153	0.373	0.220		
												w²/Eia	w²/Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-237. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.033900 $w^2$	-0.373000	MFAB	-0.373000	MFBA	= 0
$\sum MA=0$	0.014000 $w^2$	-0.153000	MFAB	-0.220000	MFBA	= 0

MFAB=	0.091503 $w^2$	-1.437908	MFBA		
-------	----------------	-----------	------	--	--

$$0.033900 w^2 - 0.373000 MFBA = 0.373000 \left( 0.091503 w^2 - 1.4379 MFBA \right)$$

$$MFBA \begin{bmatrix} 0.536340 & -0.373000 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.034131 & -0.033900 \end{bmatrix}$$

$$MFBA \begin{bmatrix} 0.163340 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.000231 \end{bmatrix}$$

MFBA	=	w <sup>2</sup>	*	0.001414
------	---	----------------	---	----------

MFAB=	0.091503 $w^2$	-1.437908	( 0.001414 $w^2$ )
MFAB=	0.089470 $w^2$		

Se tiene para:

MFAB=	0.0895 $w^2$	Antihorario
MFBA=	0.0014 $w^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.0897	0.0066
Práctico	0.0895	0.0014
% Error	0.0200	0.5200

- Ra 1.0,  $\alpha a = 0.3$ ,  $a = 0.1L$

Tabla 4-49. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 1.0$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.3$  y con una carga puntual a una distancia  $a = 0.1L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.35	m
$r_a = r_b =$	1.00	hc
$\alpha a = \alpha b =$	0.3	L
L=	1	m
q=	1.0	puntual
a=	0.1	L
b=	0.9	L

Tabla 4--50. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x= 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga Ra=1.0, αa=0.3, a= 0.1L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (wP)	Corte (V)		MF		Grafica M	wP/Eia		Grafica M	MF AB/ Eia		Grafica M	MF BA/ Eia			
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	wP/Eia	Area	Momento	MF AB/ Eia	Area	Momento	MF BA/ Eia	Area	Momento		
0.0	0.000	1.000	8.000	0.900	0.900	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0000	0.000	0.0000	0.0000		
1.0	0.025	1.000	7.041	0.900	0.900	0.0225	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0032	0.0001	0.0000	-0.138	0.0035	0.0001	-0.025	0.0006	0.0000		
2.0	0.050	1.000	6.162	0.900	0.900	0.0450	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0073	0.0002	0.0000	-0.154	0.0039	0.0002	-0.050	0.0013	0.0001		
3.0	0.075	1.000	5.359	0.900	0.900	0.0675	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0126	0.0003	0.0000	-0.173	0.0043	0.0003	-0.075	0.0019	0.0001		
4.0	0.100	1.000	4.630	-0.100	-0.100	0.0900	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0194	0.0005	0.0001	-0.194	0.0049	0.0005	-0.100	0.0025	0.0003		
5.0	0.125	1.000	3.969	-0.100	-0.100	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0220	0.0006	0.0001	-0.220	0.0055	0.0007	-0.125	0.0031	0.0004		
6.0	0.150	1.000	3.375	-0.100	-0.100	0.0850	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0252	0.0006	0.0001	-0.252	0.0063	0.0009	-0.150	0.0038	0.0006		
7.0	0.175	1.000	2.843	-0.100	-0.100	0.0825	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0290	0.0007	0.0001	-0.290	0.0073	0.0013	-0.175	0.0044	0.0008		
8.0	0.200	1.000	2.370	-0.100	-0.100	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0338	0.0008	0.0002	-0.338	0.0084	0.0017	-0.200	0.0050	0.0010		
9.0	0.225	1.000	1.953	-0.100	-0.100	0.0775	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0397	0.0010	0.0002	-0.397	0.0099	0.0022	-0.225	0.0056	0.0013		
10.0	0.250	1.000	1.588	-0.100	-0.100	0.0750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0472	0.0012	0.0003	-0.472	0.0118	0.0030	-0.250	0.0063	0.0016		
11.0	0.275	1.000	1.271	-0.100	-0.100	0.0725	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0570	0.0014	0.0004	-0.570	0.0143	0.0039	-0.275	0.0069	0.0019		
12.0	0.300	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0700	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0700	0.0018	0.0005	-0.700	0.0175	0.0053	-0.300	0.0075	0.0023		
13.0	0.325	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0675	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0675	0.0017	0.0006	-0.675	0.0169	0.0055	-0.325	0.0081	0.0026		
14.0	0.350	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0650	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0650	0.0016	0.0006	-0.650	0.0163	0.0057	-0.350	0.0088	0.0031		
15.0	0.375	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0625	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0625	0.0016	0.0006	-0.625	0.0156	0.0059	-0.375	0.0094	0.0035		
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0600	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.0600	0.0015	0.0006	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040		
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0575	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.0575	0.0014	0.0006	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045		
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0550	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.0550	0.0014	0.0006	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051		
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0525	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.0525	0.0013	0.0006	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057		
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.0500	0.0013	0.0007	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063		
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0475	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.0475	0.0012	0.0006	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069		
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0450	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.0450	0.0011	0.0006	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076		
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0425	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0425	0.0011	0.0006	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083		
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0400	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0400	0.0010	0.0006	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090		
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0375	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0375	0.0009	0.0006	-0.375	0.0094	0.0059	-0.625	0.0156	0.0098		
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0350	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0350	0.0009	0.0006	-0.350	0.0088	0.0057	-0.650	0.0163	0.0106		
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0325	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0325	0.0008	0.0005	-0.325	0.0081	0.0055	-0.675	0.0169	0.0114		
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0300	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0300	0.0008	0.0006	-0.300	0.0075	0.0053	-0.700	0.0175	0.0123		
29.0	0.725	1.000	1.271	-0.100	-0.100	0.0275	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0216	0.0005	0.0004	-0.275	0.0069	0.0050	-0.725	0.0143	0.0104		
30.0	0.750	1.000	1.588	-0.100	-0.100	0.0250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0157	0.0004	0.0003	-0.250	0.0063	0.0047	-0.750	0.0118	0.0089		
31.0	0.775	1.000	1.953	-0.100	-0.100	0.0225	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0115	0.0003	0.0002	-0.225	0.0056	0.0043	-0.397	0.0099	0.0077		
32.0	0.800	1.000	2.370	-0.100	-0.100	0.0200	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0084	0.0002	0.0002	-0.200	0.0050	0.0040	-0.338	0.0084	0.0067		
33.0	0.825	1.000	2.843	-0.100	-0.100	0.0175	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0062	0.0002	0.0002	-0.175	0.0044	0.0036	-0.290	0.0073	0.0060		
34.0	0.850	1.000	3.375	-0.100	-0.100	0.0150	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0044	0.0001	0.0001	-0.150	0.0038	0.0032	-0.252	0.0063	0.0054		
35.0	0.875	1.000	3.969	-0.100	-0.100	0.0125	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0031	0.0001	0.0001	-0.125	0.0031	0.0027	-0.220	0.0055	0.0048		
36.0	0.900	1.000	4.630	-0.100	-0.100	0.0100	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0022	0.0001	0.0001	-0.100	0.0025	0.0023	-0.194	0.0049	0.0044		
37.0	0.925	1.000	5.359	-0.100	-0.100	0.0075	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0014	0.0000	0.0000	-0.075	0.0019	0.0018	-0.173	0.0043	0.0040		
38.0	0.950	1.000	6.162	-0.100	-0.100	0.0050	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0008	0.0000	0.0000	-0.050	0.0013	0.0012	-0.154	0.0039	0.0037		
39.0	0.975	1.000	7.041	-0.100	-0.100	0.0025	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0004	0.0000	0.0000	-0.025	0.0006	0.0006	-0.138	0.0035	0.0034		
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.100	-0.100	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0031		
$\Sigma$												0.03	0.0132			0.34	0.148			0.34	0.19
												wP/Eia	wP/Eia			MFAB/Eia	MFAB/Eia			MFBA/Eia	MFBA/Eia



Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-238. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.030000 $wl^2$	-0.340000	$MF_{AB}$	-0.340000	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.013200 $wl^2$	-0.148000	$MF_{AB}$	-0.190000	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.089189 wl^2$	-1.283784	$MF_{BA}$
--------------------------	-----------	-----------

$$0.030000 wl^2 - 0.340000 MF_{BA} = 0.3400 \left( 0.089189 wl^2 - 1.283784 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.436487 & -0.340000 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.030324 & -0.030000 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.096487 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.000324 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.003358 \end{bmatrix}$
---

$MF_{AB}= 0.089189 wl^2$	-1.283784	$\begin{bmatrix} 0.003358 & wl^2 \end{bmatrix}$
$MF_{AB}= 0.084878 wl^2$		

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.0849 wl^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.0034 wl^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.0924	0.0052
Práctico	0.0849	0.0034
% Error	0.7500	0.1800

- Ra 0.4,  $\alpha a= 0.4$ ,  $a= 0.1L$

Tabla 4-51. Datos de una viga con cartela;  $r_a=r_b=0.4$ ,  $\alpha a=\alpha b=0.4$  y con una carga puntual a una distancia  $a=0.1L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.1	m
$r_a=r_b=$	0.40	hc
$\alpha a=\alpha b=$	0.4	L
L=	1	m
q=	1.0	puntual
a=	0.1	L
b=	0.9	L

Tabla 4-52. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga $Ra=0.4$ , $\alpha a=0.4$ , $a=0.1L$		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	2.744	0.900	0.900	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	2.600	0.900	0.900	0.0225	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0087	0.0002	0.0000	-0.375	0.0094	0.0002	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	2.460	0.900	0.900	0.0450	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0183	0.0005	0.0000	-0.386	0.0097	0.0005	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	2.326	0.900	0.900	0.0675	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0290	0.0007	0.0001	-0.398	0.0099	0.0007	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	2.197	-0.100	-0.100	0.0900	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0410	0.0010	0.0001	-0.410	0.0102	0.0010	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	2.073	-0.100	-0.100	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0422	0.0011	0.0001	-0.422	0.0106	0.0013	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	1.953	-0.100	-0.100	0.0850	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0435	0.0011	0.0002	-0.435	0.0109	0.0016	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	1.838	-0.100	-0.100	0.0825	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0449	0.0011	0.0002	-0.449	0.0112	0.0020	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	1.728	-0.100	-0.100	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0463	0.0012	0.0002	-0.463	0.0116	0.0023	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.622	-0.100	-0.100	0.0775	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0478	0.0012	0.0003	-0.478	0.0119	0.0027	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	1.521	-0.100	-0.100	0.0750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0493	0.0012	0.0003	-0.493	0.0123	0.0031	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	1.424	-0.100	-0.100	0.0725	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0509	0.0013	0.0004	-0.509	0.0127	0.0035	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.331	-0.100	-0.100	0.0700	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0526	0.0013	0.0004	-0.526	0.0131	0.0039	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.242	-0.100	-0.100	0.0675	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0543	0.0014	0.0005	-0.543	0.0136	0.0044	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.158	-0.100	-0.100	0.0650	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0561	0.0014	0.0005	-0.561	0.0140	0.0049	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.077	-0.100	-0.100	0.0625	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0580	0.0015	0.0006	-0.580	0.0145	0.0054	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0600	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.0600	0.0015	0.0006	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0575	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.0575	0.0014	0.0006	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0550	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.0550	0.0014	0.0006	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0525	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.0525	0.0013	0.0006	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.0500	0.0013	0.0007	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0475	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.0475	0.0012	0.0006	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0450	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.0450	0.0011	0.0006	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0425	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0425	0.0011	0.0006	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0400	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0400	0.0010	0.0006	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090
25.0	0.625	1.000	1.077	-0.100	-0.100	0.0375	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0348	0.0009	0.0006	-0.375	0.0094	0.0059	-0.580	0.0145	0.0091
26.0	0.650	1.000	1.158	-0.100	-0.100	0.0350	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0302	0.0008	0.0005	-0.350	0.0088	0.0057	-0.561	0.0140	0.0091
27.0	0.675	1.000	1.242	-0.100	-0.100	0.0325	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0262	0.0007	0.0005	-0.325	0.0081	0.0055	-0.543	0.0136	0.0092
28.0	0.700	1.000	1.331	-0.100	-0.100	0.0300	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0225	0.0006	0.0004	-0.300	0.0075	0.0053	-0.526	0.0131	0.0092
29.0	0.725	1.000	1.424	-0.100	-0.100	0.0275	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0193	0.0005	0.0004	-0.275	0.0069	0.0050	-0.509	0.0127	0.0092
30.0	0.750	1.000	1.521	-0.100	-0.100	0.0250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0164	0.0004	0.0003	-0.250	0.0063	0.0047	-0.493	0.0123	0.0092
31.0	0.775	1.000	1.622	-0.100	-0.100	0.0225	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0139	0.0003	0.0002	-0.225	0.0056	0.0043	-0.478	0.0119	0.0092
32.0	0.800	1.000	1.728	-0.100	-0.100	0.0200	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0116	0.0003	0.0002	-0.200	0.0050	0.0040	-0.463	0.0116	0.0093
33.0	0.825	1.000	1.838	-0.100	-0.100	0.0175	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0095	0.0002	0.0002	-0.175	0.0044	0.0036	-0.449	0.0112	0.0092
34.0	0.850	1.000	1.953	-0.100	-0.100	0.0150	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0077	0.0002	0.0002	-0.150	0.0038	0.0032	-0.435	0.0109	0.0093
35.0	0.875	1.000	2.073	-0.100	-0.100	0.0125	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0060	0.0002	0.0002	-0.125	0.0031	0.0027	-0.422	0.0106	0.0093
36.0	0.900	1.000	2.197	-0.100	-0.100	0.0100	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0046	0.0001	0.0001	-0.100	0.0025	0.0023	-0.410	0.0102	0.0092
37.0	0.925	1.000	2.326	-0.100	-0.100	0.0075	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0032	0.0001	0.0001	-0.075	0.0019	0.0018	-0.398	0.0099	0.0092
38.0	0.950	1.000	2.460	-0.100	-0.100	0.0050	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0020	0.0001	0.0001	-0.050	0.0013	0.0012	-0.386	0.0097	0.0092
39.0	0.975	1.000	2.600	-0.100	-0.100	0.0025	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0010	0.0000	0.0000	-0.025	0.0006	0.0006	-0.375	0.0094	0.0092
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.100	-0.100	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.0091
$\Sigma$												0.0329	0.0134	0.373	0.1486	0.373	0.22		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-239. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.032900 $w^2$	-0.373000 $MF_{AB}$	-0.373000 $MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.013400 $w^2$	-0.148600 $MF_{AB}$	-0.220000 $MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.090175 w^2$	$-1.480485 MF_{BA}$	
-------------------------	---------------------	--

$$0.032900 w^2 - 0.373000 MF_{BA} = 0.373000 \left( 0.090175 w^2 - 1.4805 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.552221 & -0.373000 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.033635 & -0.0329 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.179221 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.000735 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA}$	=	$w^2 \begin{bmatrix} 0.004101 \end{bmatrix}$
-----------	---	--

$MF_{AB}= 0.090175 w^2$	$-1.4805 \left( 0.00410 w^2 \right)$
$MF_{AB}= 0.084105 w^2$	

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.0841 w^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.0041 w^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.0862	0.0081
Práctico	0.0841	0.0041
% Error	0.2100	0.4000

- Ra 0.6,  $\alpha a= 0.4$ ,  $a= 0.1L$

Tabla 4-53. Datos de una viga con cartela;  $ra= rb=0.6$ ,  $\alpha a=\alpha b=0.4$  y con una carga puntual a una distancia  $a=0.1L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.15	m
$ra=rb=$	0.60	hc
$\alpha a=\alpha b=$	0.4	L
L=	1	m
q=	1.0	puntual
a=	0.1	L
b=	0.9	L

Tabla 4-54. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga Ra=0.6, ca=0.4, a= 0.1L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Eia		Grafica M	MF BA/ Eia	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Eia	Area	Momento	MF BA/ Eia	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	4.0960	0.900	0.900	0.00000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.244	0.00610	0.0000	0.000	0.0000	0.000
1.0	0.025	1.000	3.8147	0.900	0.900	0.02250	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0059	0.0001	0.0000	-0.256	0.00639	0.0002	-0.025	0.0006	0.000
2.0	0.050	1.000	3.5466	0.900	0.900	0.04500	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0127	0.0003	0.0000	-0.268	0.00670	0.0003	-0.050	0.0013	0.000
3.0	0.075	1.000	3.2913	0.900	0.900	0.06750	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0205	0.0005	0.0000	-0.281	0.00703	0.0005	-0.075	0.0019	0.000
4.0	0.100	1.000	3.0486	-0.100	-0.100	0.09000	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0295	0.0007	0.0001	-0.295	0.00738	0.0007	-0.100	0.0025	0.000
5.0	0.125	1.000	2.8182	-0.100	-0.100	0.08750	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0310	0.0008	0.0001	-0.310	0.00776	0.0010	-0.125	0.0031	0.000
6.0	0.150	1.000	2.5996	-0.100	-0.100	0.08500	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0327	0.0008	0.0001	-0.327	0.00817	0.0012	-0.150	0.0038	0.001
7.0	0.175	1.000	2.3927	-0.100	-0.100	0.08250	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0345	0.0009	0.0002	-0.345	0.00862	0.0015	-0.175	0.0044	0.001
8.0	0.200	1.000	2.1970	-0.100	-0.100	0.08000	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0364	0.0009	0.0002	-0.364	0.00910	0.0018	-0.200	0.0050	0.001
9.0	0.225	1.000	2.0123	-0.100	-0.100	0.07750	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0385	0.0010	0.0002	-0.385	0.00963	0.0022	-0.225	0.0056	0.001
10.0	0.250	1.000	1.8383	-0.100	-0.100	0.07500	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0408	0.0010	0.0003	-0.408	0.01020	0.0026	-0.250	0.0063	0.002
11.0	0.275	1.000	1.6746	-0.100	-0.100	0.07250	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0433	0.0011	0.0003	-0.433	0.01082	0.0030	-0.275	0.0069	0.002
12.0	0.300	1.000	1.5209	-0.100	-0.100	0.07000	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0460	0.0012	0.0004	-0.460	0.01151	0.0035	-0.300	0.0075	0.002
13.0	0.325	1.000	1.3769	-0.100	-0.100	0.06750	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0490	0.0012	0.0004	-0.490	0.01226	0.0040	-0.325	0.0081	0.003
14.0	0.350	1.000	1.2423	-0.100	-0.100	0.06500	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0523	0.0013	0.0005	-0.523	0.01308	0.0046	-0.350	0.0088	0.003
15.0	0.375	1.000	1.1168	-0.100	-0.100	0.06250	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0560	0.0014	0.0005	-0.560	0.01399	0.0052	-0.375	0.0094	0.004
16.0	0.400	1.000	1.0000	-0.100	-0.100	0.06000	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.0600	0.0015	0.0006	-0.600	0.01500	0.0060	-0.400	0.0100	0.004
17.0	0.425	1.000	1.0000	-0.100	-0.100	0.05750	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.0575	0.0014	0.0006	-0.575	0.01438	0.0061	-0.425	0.0106	0.005
18.0	0.450	1.000	1.0000	-0.100	-0.100	0.05500	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.0550	0.0014	0.0006	-0.550	0.01375	0.0062	-0.450	0.0113	0.005
19.0	0.475	1.000	1.0000	-0.100	-0.100	0.05250	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.0525	0.0013	0.0006	-0.525	0.01313	0.0062	-0.475	0.0119	0.006
20.0	0.500	1.000	1.0000	-0.100	-0.100	0.05000	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.0500	0.0013	0.0007	-0.500	0.01250	0.0063	-0.500	0.0125	0.006
21.0	0.525	1.000	1.0000	-0.100	-0.100	0.04750	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.0475	0.0012	0.0006	-0.475	0.01188	0.0062	-0.525	0.0131	0.007
22.0	0.550	1.000	1.0000	-0.100	-0.100	0.04500	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.0450	0.0011	0.0006	-0.450	0.01125	0.0062	-0.550	0.0138	0.008
23.0	0.575	1.000	1.0000	-0.100	-0.100	0.04250	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0425	0.0011	0.0006	-0.425	0.01063	0.0061	-0.575	0.0144	0.008
24.0	0.600	1.000	1.0000	-0.100	-0.100	0.04000	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0400	0.0010	0.0006	-0.400	0.01000	0.0060	-0.600	0.0150	0.009
25.0	0.625	1.000	1.1168	-0.100	-0.100	0.03750	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0336	0.0008	0.0005	-0.375	0.00938	0.0059	-0.560	0.0140	0.009
26.0	0.650	1.000	1.2423	-0.100	-0.100	0.03500	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0282	0.0007	0.0005	-0.350	0.00875	0.0057	-0.523	0.0131	0.009
27.0	0.675	1.000	1.3769	-0.100	-0.100	0.03250	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0236	0.0006	0.0004	-0.325	0.00813	0.0055	-0.490	0.0123	0.008
28.0	0.700	1.000	1.5209	-0.100	-0.100	0.03000	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0197	0.0005	0.0004	-0.300	0.00750	0.0053	-0.460	0.0115	0.008
29.0	0.725	1.000	1.6746	-0.100	-0.100	0.02750	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0164	0.0004	0.0003	-0.275	0.00688	0.0050	-0.433	0.0108	0.008
30.0	0.750	1.000	1.8383	-0.100	-0.100	0.02500	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0136	0.0003	0.0002	-0.250	0.00625	0.0047	-0.408	0.0102	0.008
31.0	0.775	1.000	2.0123	-0.100	-0.100	0.02250	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0112	0.0003	0.0002	-0.225	0.00563	0.0044	-0.385	0.0096	0.007
32.0	0.800	1.000	2.1970	-0.100	-0.100	0.02000	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0091	0.0002	0.0002	-0.200	0.00500	0.0040	-0.364	0.0091	0.007
33.0	0.825	1.000	2.3927	-0.100	-0.100	0.01750	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0073	0.0002	0.0002	-0.175	0.00438	0.0036	-0.345	0.0086	0.007
34.0	0.850	1.000	2.5996	-0.100	-0.100	0.01500	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0058	0.0001	0.0001	-0.150	0.00375	0.0032	-0.327	0.0082	0.007
35.0	0.875	1.000	2.8182	-0.100	-0.100	0.01250	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0044	0.0001	0.0001	-0.125	0.00313	0.0027	-0.310	0.0078	0.007
36.0	0.900	1.000	3.0486	-0.100	-0.100	0.01000	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0033	0.0001	0.0001	-0.100	0.00250	0.0023	-0.295	0.0074	0.007
37.0	0.925	1.000	3.2913	-0.100	-0.100	0.00750	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0023	0.0001	0.0001	-0.075	0.00188	0.0017	-0.281	0.0070	0.006
38.0	0.950	1.000	3.5466	-0.100	-0.100	0.00500	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0014	0.0000	0.0000	-0.050	0.00125	0.0012	-0.268	0.0067	0.006
39.0	0.975	1.000	3.8147	-0.100	-0.100	0.00250	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0007	0.0000	0.0000	-0.025	0.00063	0.0006	-0.256	0.0064	0.006
40.0	1.000	1.000	4.0960	-0.100	-0.100	0.00000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.00000	0.0000	-0.244	0.0061	0.006
$\Sigma$												0.0289	0.0121	0.336	0.14	0.337	0.19		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Eia	MFBA/ Eia	MFBA/ Eia	MFBA/ Eia		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-240. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.028900 $w^2$	-0.336000 $MF_{AB}$	-0.33700 $MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.012100 $w^2$	-0.140000 $MF_{AB}$	-0.19000 $MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.086429 w^2$	$-1.357143 MF_{BA}$	
-------------------------	---------------------	--

$$0.028900 w^2 - 0.337000 MF_{BA} = 0.336000 \left( 0.08643 w^2 - 1.3571 \right) MF_{BA}$$

$$MF_{BA} \left[ 0.45600 - 0.33700 \right] = w^2 \left[ 0.02904 - 0.0289 \right]$$

$$MF_{BA} \left[ 0.11900 \right] = w^2 \left[ 0.00014 \right]$$

$MF_{BA} = w^2 \left[ 0.00118 \right]$
--

$MF_{AB}= 0.0864 w^2$	$-1.3571 \left[ 0.0012 w^2 \right]$
$MF_{AB}= 0.0848 w^2$	

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.0848 w^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.0012 w^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.0880	0.0076
Práctico	0.0848	0.0012
% Error	0.3200	0.6400

- Ra 1.0,  $\alpha a = 0.4$ ,  $a = 0.1L$

Tabla 4-55. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 1.0$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.4$  y con una carga puntual a una distancia  $a = 0.1L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.25	m
$r_a = r_b$	1.00	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.4	L
L =	1	m
q =	1.0	puntual
a =	0.1	L
b =	0.9	L

Tabla 4-56. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga Ra=1.0, ca=0.4, a= 0.1L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Eia		Grafica M	MF BA/ Eia	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Eia	Area	Momento	MF BA/ Eia	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	8.000	0.900	0.900	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0000	0.000	0.0000	0.000
1.0	0.025	1.000	7.273	0.900	0.900	0.0225	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0031	0.0001	0.0000	-0.134	0.0034	0.0001	-0.025	0.0006	0.000
2.0	0.050	1.000	6.592	0.900	0.900	0.0450	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0068	0.0002	0.0000	-0.144	0.0036	0.0002	-0.050	0.0013	0.000
3.0	0.075	1.000	5.954	0.900	0.900	0.0675	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0113	0.0003	0.0000	-0.155	0.0039	0.0003	-0.075	0.0019	0.000
4.0	0.100	1.000	5.359	-0.100	-0.100	0.0900	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0168	0.0004	0.0000	-0.168	0.0042	0.0004	-0.100	0.0025	0.000
5.0	0.125	1.000	4.805	-0.100	-0.100	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0182	0.0005	0.0001	-0.182	0.0046	0.0006	-0.125	0.0031	0.000
6.0	0.150	1.000	4.291	-0.100	-0.100	0.0850	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0198	0.0005	0.0001	-0.198	0.0050	0.0008	-0.150	0.0038	0.001
7.0	0.175	1.000	3.815	-0.100	-0.100	0.0825	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0216	0.0005	0.0001	-0.216	0.0054	0.0009	-0.175	0.0044	0.001
8.0	0.200	1.000	3.375	-0.100	-0.100	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0237	0.0006	0.0001	-0.237	0.0059	0.0012	-0.200	0.0050	0.001
9.0	0.225	1.000	2.970	-0.100	-0.100	0.0775	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0261	0.0007	0.0002	-0.261	0.0065	0.0015	-0.225	0.0056	0.001
10.0	0.250	1.000	2.600	-0.100	-0.100	0.0750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0288	0.0007	0.0002	-0.288	0.0072	0.0018	-0.250	0.0063	0.002
11.0	0.275	1.000	2.261	-0.100	-0.100	0.0725	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0321	0.0008	0.0002	-0.321	0.0080	0.0022	-0.275	0.0069	0.002
12.0	0.300	1.000	1.953	-0.100	-0.100	0.0700	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0358	0.0009	0.0003	-0.358	0.0090	0.0027	-0.300	0.0075	0.002
13.0	0.325	1.000	1.675	-0.100	-0.100	0.0675	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0403	0.0010	0.0003	-0.403	0.0101	0.0033	-0.325	0.0081	0.003
14.0	0.350	1.000	1.424	-0.100	-0.100	0.0650	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0456	0.0011	0.0004	-0.456	0.0114	0.0040	-0.350	0.0088	0.003
15.0	0.375	1.000	1.199	-0.100	-0.100	0.0625	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0521	0.0013	0.0005	-0.521	0.0130	0.0049	-0.375	0.0094	0.004
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0600	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.0600	0.0015	0.0006	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.004
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0575	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.0575	0.0014	0.0006	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.005
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0550	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.0550	0.0014	0.0006	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.005
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0525	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.0525	0.0013	0.0006	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.006
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.0500	0.0013	0.0007	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.006
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0475	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.0475	0.0012	0.0006	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.007
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0450	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.0450	0.0011	0.0006	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.008
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0425	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0425	0.0011	0.0006	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.008
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0400	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0400	0.0010	0.0006	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.009
25.0	0.625	1.000	1.199	-0.100	-0.100	0.0375	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0313	0.0008	0.0005	-0.375	0.0094	0.0059	-0.521	0.0130	0.008
26.0	0.650	1.000	1.424	-0.100	-0.100	0.0350	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0246	0.0006	0.0004	-0.350	0.0088	0.0057	-0.456	0.0114	0.007
27.0	0.675	1.000	1.675	-0.100	-0.100	0.0325	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0194	0.0005	0.0003	-0.325	0.0081	0.0055	-0.403	0.0101	0.007
28.0	0.700	1.000	1.953	-0.100	-0.100	0.0300	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0154	0.0004	0.0003	-0.300	0.0075	0.0053	-0.358	0.0090	0.006
29.0	0.725	1.000	2.261	-0.100	-0.100	0.0275	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0122	0.0003	0.0002	-0.275	0.0069	0.0050	-0.321	0.0080	0.006
30.0	0.750	1.000	2.600	-0.100	-0.100	0.0250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0096	0.0002	0.0002	-0.250	0.0063	0.0047	-0.288	0.0072	0.005
31.0	0.775	1.000	2.970	-0.100	-0.100	0.0225	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0076	0.0002	0.0002	-0.225	0.0056	0.0043	-0.261	0.0065	0.005
32.0	0.800	1.000	3.375	-0.100	-0.100	0.0200	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0059	0.0001	0.0001	-0.200	0.0050	0.0040	-0.237	0.0059	0.005
33.0	0.825	1.000	3.815	-0.100	-0.100	0.0175	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0046	0.0001	0.0001	-0.175	0.0044	0.0036	-0.216	0.0054	0.004
34.0	0.850	1.000	4.291	-0.100	-0.100	0.0150	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0035	0.0001	0.0001	-0.150	0.0038	0.0032	-0.198	0.0050	0.004
35.0	0.875	1.000	4.805	-0.100	-0.100	0.0125	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0026	0.0001	0.0001	-0.125	0.0031	0.0027	-0.182	0.0046	0.004
36.0	0.900	1.000	5.359	-0.100	-0.100	0.0100	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0019	0.0000	0.0000	-0.100	0.0025	0.0023	-0.168	0.0042	0.004
37.0	0.925	1.000	5.954	-0.100	-0.100	0.0075	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0013	0.0000	0.0000	-0.075	0.0019	0.0018	-0.155	0.0039	0.004
38.0	0.950	1.000	6.592	-0.100	-0.100	0.0050	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0008	0.0000	0.0000	-0.050	0.0013	0.0012	-0.144	0.0036	0.003
39.0	0.975	1.000	7.273	-0.100	-0.100	0.0025	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0003	0.0000	0.0000	-0.025	0.0006	0.0006	-0.134	0.0034	0.003
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.100	-0.100	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.003
$\Sigma$												0.02	0.01	0.292	0.14	0.292	0.2		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Eia	MFBA/ Eia	MFBA/ Eia	MFBA/ Eia		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-241. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.020000 $wl^2$	-0.292000 $MF_{AB}$	-0.292000 $MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.010000 $wl^2$	-0.140000 $MF_{AB}$	-0.200000 $MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.071429 wl^2$	$-1.428571 MF_{BA}$	
--------------------------	---------------------	--

$$0.020000 wl^2 - 0.292000 MF_{AB} = 0.292000 \left( 0.071429 wl^2 - 1.428571 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.417143 & -0.2920 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.020857 & -0.0200 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.125143 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.000857 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.006848 \end{bmatrix}$
---

$$MF_{AB} = 0.071429 wl^2 - 1.428571 \left( 0.006848 wl^2 \right)$$

$MF_{AB} = 0.061646 wl^2$
---------------------------

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.0616 wl^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0068 wl^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.0905	0.0067
Práctico	0.0616	0.0068
% Error	2.8900	0.0100

- Ra 0.4,  $\alpha a = 0.5$ ,  $a = 0.1L$

Tabla 4-57. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 0.4$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.5$  y con una carga puntual a una distancia  $a = 0.1L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.08	m
$r_a = r_b$	0.40	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.5	L
L =	1	m
q =	1.0	puntual
a =	0.1	L
b =	0.9	L

Tabla 4-58. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga $Ra=0.4$ , $\alpha a=0.5$ , $a=0.1L$		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Eia		Grafica M	MF BA/ Eia	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Eia	Area	Momento	MF BA/ Eia	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	2.744	0.900	0.900	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	2.628	0.900	0.900	0.0225	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0086	0.0002	0.0000	-0.371	0.0093	0.0002	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	2.515	0.900	0.900	0.0450	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0179	0.0004	0.0000	-0.378	0.0094	0.0005	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	2.406	0.900	0.900	0.0675	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0281	0.0007	0.0001	-0.384	0.0096	0.0007	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	2.300	-0.100	-0.100	0.0900	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0391	0.0010	0.0001	-0.391	0.0098	0.0010	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	2.197	-0.100	-0.100	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0398	0.0010	0.0001	-0.398	0.0100	0.0013	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	2.097	-0.100	-0.100	0.0850	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0405	0.0010	0.0002	-0.405	0.0101	0.0015	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	2.000	-0.100	-0.100	0.0825	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0413	0.0010	0.0002	-0.413	0.0103	0.0018	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	1.907	-0.100	-0.100	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0420	0.0010	0.0002	-0.420	0.0105	0.0021	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.816	-0.100	-0.100	0.0775	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0427	0.0011	0.0002	-0.427	0.0107	0.0024	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	1.728	-0.100	-0.100	0.0750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0434	0.0011	0.0003	-0.434	0.0109	0.0027	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	1.643	-0.100	-0.100	0.0725	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0441	0.0011	0.0003	-0.441	0.0110	0.0030	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.561	-0.100	-0.100	0.0700	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0448	0.0011	0.0003	-0.448	0.0112	0.0034	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.482	-0.100	-0.100	0.0675	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0455	0.0011	0.0004	-0.455	0.0114	0.0037	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.405	-0.100	-0.100	0.0650	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0463	0.0012	0.0004	-0.463	0.0116	0.0041	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.331	-0.100	-0.100	0.0625	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0470	0.0012	0.0005	-0.470	0.0117	0.0044	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.260	-0.100	-0.100	0.0600	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.0476	0.0012	0.0005	-0.476	0.0119	0.0048	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.191	-0.100	-0.100	0.0575	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.0483	0.0012	0.0005	-0.483	0.0121	0.0051	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.125	-0.100	-0.100	0.0550	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.0489	0.0012	0.0005	-0.489	0.0122	0.0055	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.061	-0.100	-0.100	0.0525	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.0495	0.0012	0.0006	-0.495	0.0124	0.0059	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.0500	0.0013	0.0007	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.061	-0.100	-0.100	0.0475	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.0448	0.0011	0.0006	-0.475	0.0119	0.0062	-0.495	0.0124	0.0065
22.0	0.550	1.000	1.125	-0.100	-0.100	0.0450	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.0400	0.0010	0.0006	-0.450	0.0113	0.0062	-0.489	0.0122	0.0067
23.0	0.575	1.000	1.191	-0.100	-0.100	0.0425	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0357	0.0009	0.0005	-0.425	0.0106	0.0061	-0.483	0.0121	0.0070
24.0	0.600	1.000	1.260	-0.100	-0.100	0.0400	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0317	0.0008	0.0005	-0.400	0.0100	0.0060	-0.476	0.0119	0.0071
25.0	0.625	1.000	1.331	-0.100	-0.100	0.0375	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0282	0.0007	0.0004	-0.375	0.0094	0.0059	-0.470	0.0117	0.0073
26.0	0.650	1.000	1.405	-0.100	-0.100	0.0350	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0249	0.0006	0.0004	-0.350	0.0088	0.0057	-0.463	0.0116	0.0075
27.0	0.675	1.000	1.482	-0.100	-0.100	0.0325	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0219	0.0005	0.0003	-0.325	0.0081	0.0055	-0.455	0.0114	0.0077
28.0	0.700	1.000	1.561	-0.100	-0.100	0.0300	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0192	0.0005	0.0004	-0.300	0.0075	0.0053	-0.448	0.0112	0.0078
29.0	0.725	1.000	1.643	-0.100	-0.100	0.0275	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0167	0.0004	0.0003	-0.275	0.0069	0.0050	-0.441	0.0110	0.0080
30.0	0.750	1.000	1.728	-0.100	-0.100	0.0250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0145	0.0004	0.0003	-0.250	0.0063	0.0047	-0.434	0.0109	0.0082
31.0	0.775	1.000	1.816	-0.100	-0.100	0.0225	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0124	0.0003	0.0002	-0.225	0.0056	0.0043	-0.427	0.0107	0.0083
32.0	0.800	1.000	1.907	-0.100	-0.100	0.0200	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0105	0.0003	0.0002	-0.200	0.0050	0.0040	-0.420	0.0105	0.0084
33.0	0.825	1.000	2.000	-0.100	-0.100	0.0175	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0088	0.0002	0.0002	-0.175	0.0044	0.0036	-0.413	0.0103	0.0085
34.0	0.850	1.000	2.097	-0.100	-0.100	0.0150	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0072	0.0002	0.0002	-0.150	0.0038	0.0032	-0.405	0.0101	0.0086
35.0	0.875	1.000	2.197	-0.100	-0.100	0.0125	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0057	0.0001	0.0001	-0.125	0.0031	0.0027	-0.398	0.0100	0.0088
36.0	0.900	1.000	2.300	-0.100	-0.100	0.0100	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0043	0.0001	0.0001	-0.100	0.0025	0.0023	-0.391	0.0098	0.0088
37.0	0.925	1.000	2.406	-0.100	-0.100	0.0075	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0031	0.0001	0.0001	-0.075	0.0019	0.0018	-0.384	0.0096	0.0089
38.0	0.950	1.000	2.515	-0.100	-0.100	0.0050	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0020	0.0000	0.0000	-0.050	0.0013	0.0012	-0.378	0.0094	0.0089
39.0	0.975	1.000	2.628	-0.100	-0.100	0.0025	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0010	0.0000	0.0000	-0.025	0.0006	0.0006	-0.371	0.0093	0.0091
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.100	-0.100	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.0091
$\Sigma$												0.029	0.012	0.3467	0.141	0.347	0.206		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Eia	MFBA/ Eia	MFBA/ Eia	MFBA/ Eia		



Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-242. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.029000 $wl^2$	-0.346700 $MF_{AB}$	-0.347000 $MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.012000 $wl^2$	-0.141000 $MF_{AB}$	-0.206000 $MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.085106 wl^2$	$-1.460993 MF_{BA}$	
--------------------------	---------------------	--

$$0.029000 wl^2 - 0.347000 MF_{BA} = 0.346700 \left( 0.085106 wl^2 - 1.461 \right) MF_{BA}$$

$$MF_{BA} \left( 0.506529 - 0.347000 \right) = wl^2 \left( 0.029506 - 0.029000 \right)$$

$$MF_{BA} \left( 0.159529 \right) = wl^2 \left( 0.000506 \right)$$

$MF_{BA} = wl^2 \left( 0.003172 \right)$
--

$MF_{AB}= 0.085106 wl^2$	$-1.460993 \left( 0.003172 wl^2 \right)$
$MF_{AB}= 0.080472 wl^2$	

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.0805 wl^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.0032 wl^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.0852	0.0085
Práctico	0.0805	0.0032
% Error	0.4700	0.5300

- Ra 0.6,  $\alpha a= 0.5$ ,  $a= 0.1L$

Tabla 4-59. Datos de una viga con cartela;  $ra= rb=0.6$ ,  $\alpha a=\alpha b=0.5$  y con una carga puntual a una distancia  $a=0.1L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.125	m
$ra=rb=$	0.60	hc
$\alpha a=\alpha b=$	0.5	L
L=	1	m
q=	1.0	puntual
a=	0.1	L
b=	0.9	L

Tabla 4-60. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga Ra=0.6, $\alpha=0.5$ , a= 0.1L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	4.096	0.900	0.900	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.00000	0.0000	-0.244	0.0061	0.000	0.000	0.0000	0.000
1.0	0.025	1.000	3.870	0.900	0.900	0.0225	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0058	0.00015	0.0000	-0.252	0.0063	0.000	-0.025	0.0006	0.000
2.0	0.050	1.000	3.652	0.900	0.900	0.0450	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0123	0.00031	0.0000	-0.260	0.0065	0.000	-0.050	0.0013	0.000
3.0	0.075	1.000	3.443	0.900	0.900	0.0675	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0196	0.00049	0.0000	-0.269	0.0067	0.001	-0.075	0.0019	0.000
4.0	0.100	1.000	3.242	-0.100	-0.100	0.0900	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0278	0.00069	0.0001	-0.278	0.0069	0.001	-0.100	0.0025	0.000
5.0	0.125	1.000	3.049	-0.100	-0.100	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0287	0.00072	0.0001	-0.287	0.0072	0.001	-0.125	0.0031	0.000
6.0	0.150	1.000	2.863	-0.100	-0.100	0.0850	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0297	0.00074	0.0001	-0.297	0.0074	0.001	-0.150	0.0038	0.001
7.0	0.175	1.000	2.686	-0.100	-0.100	0.0825	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0307	0.00077	0.0001	-0.307	0.0077	0.001	-0.175	0.0044	0.001
8.0	0.200	1.000	2.515	-0.100	-0.100	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0318	0.00080	0.0002	-0.318	0.0080	0.002	-0.200	0.0050	0.001
9.0	0.225	1.000	2.353	-0.100	-0.100	0.0775	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0329	0.00082	0.0002	-0.329	0.0082	0.002	-0.225	0.0056	0.001
10.0	0.250	1.000	2.197	-0.100	-0.100	0.0750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0341	0.00085	0.0002	-0.341	0.0085	0.002	-0.250	0.0063	0.002
11.0	0.275	1.000	2.048	-0.100	-0.100	0.0725	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0354	0.00089	0.0002	-0.354	0.0089	0.002	-0.275	0.0069	0.002
12.0	0.300	1.000	1.907	-0.100	-0.100	0.0700	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0367	0.00092	0.0003	-0.367	0.0092	0.003	-0.300	0.0075	0.002
13.0	0.325	1.000	1.772	-0.100	-0.100	0.0675	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0381	0.00095	0.0003	-0.381	0.0095	0.003	-0.325	0.0081	0.003
14.0	0.350	1.000	1.643	-0.100	-0.100	0.0650	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0396	0.00099	0.0003	-0.396	0.0099	0.003	-0.350	0.0088	0.003
15.0	0.375	1.000	1.521	-0.100	-0.100	0.0625	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0411	0.00103	0.0004	-0.411	0.0103	0.004	-0.375	0.0094	0.004
16.0	0.400	1.000	1.405	-0.100	-0.100	0.0600	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.0427	0.00107	0.0004	-0.427	0.0107	0.004	-0.400	0.0100	0.004
17.0	0.425	1.000	1.295	-0.100	-0.100	0.0575	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.0444	0.00111	0.0005	-0.444	0.0111	0.005	-0.425	0.0106	0.005
18.0	0.450	1.000	1.191	-0.100	-0.100	0.0550	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.0462	0.00115	0.0005	-0.462	0.0115	0.005	-0.450	0.0113	0.005
19.0	0.475	1.000	1.093	-0.100	-0.100	0.0525	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.0480	0.00120	0.0006	-0.480	0.0120	0.006	-0.475	0.0119	0.006
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.0500	0.00125	0.0006	-0.500	0.0125	0.006	-0.500	0.0125	0.006
21.0	0.525	1.000	1.093	-0.100	-0.100	0.0475	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.0435	0.00109	0.0006	-0.475	0.0119	0.006	-0.480	0.0120	0.006
22.0	0.550	1.000	1.191	-0.100	-0.100	0.0450	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.0378	0.00094	0.0005	-0.450	0.0113	0.006	-0.462	0.0115	0.006
23.0	0.575	1.000	1.295	-0.100	-0.100	0.0425	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0328	0.00082	0.0005	-0.425	0.0106	0.006	-0.444	0.0111	0.006
24.0	0.600	1.000	1.405	-0.100	-0.100	0.0400	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0285	0.00071	0.0004	-0.400	0.0100	0.006	-0.427	0.0107	0.006
25.0	0.625	1.000	1.521	-0.100	-0.100	0.0375	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0247	0.00062	0.0004	-0.375	0.0094	0.006	-0.411	0.0103	0.006
26.0	0.650	1.000	1.643	-0.100	-0.100	0.0350	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0213	0.00053	0.0003	-0.350	0.0088	0.006	-0.396	0.0099	0.006
27.0	0.675	1.000	1.772	-0.100	-0.100	0.0325	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0183	0.00046	0.0003	-0.325	0.0081	0.005	-0.381	0.0095	0.006
28.0	0.700	1.000	1.907	-0.100	-0.100	0.0300	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0157	0.00039	0.0003	-0.300	0.0075	0.005	-0.367	0.0092	0.006
29.0	0.725	1.000	2.048	-0.100	-0.100	0.0275	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0134	0.00034	0.0002	-0.275	0.0069	0.005	-0.354	0.0089	0.006
30.0	0.750	1.000	2.197	-0.100	-0.100	0.0250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0114	0.00028	0.0002	-0.250	0.0063	0.005	-0.341	0.0085	0.006
31.0	0.775	1.000	2.353	-0.100	-0.100	0.0225	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0096	0.00024	0.0002	-0.225	0.0056	0.004	-0.329	0.0082	0.006
32.0	0.800	1.000	2.515	-0.100	-0.100	0.0200	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0080	0.00020	0.0002	-0.200	0.0050	0.004	-0.318	0.0080	0.006
33.0	0.825	1.000	2.686	-0.100	-0.100	0.0175	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0065	0.00016	0.0001	-0.175	0.0044	0.004	-0.307	0.0077	0.006
34.0	0.850	1.000	2.863	-0.100	-0.100	0.0150	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0052	0.00013	0.0001	-0.150	0.0038	0.003	-0.297	0.0074	0.006
35.0	0.875	1.000	3.049	-0.100	-0.100	0.0125	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0041	0.00010	0.0001	-0.125	0.0031	0.003	-0.287	0.0072	0.006
36.0	0.900	1.000	3.242	-0.100	-0.100	0.0100	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0031	0.00008	0.0001	-0.100	0.0025	0.002	-0.278	0.0069	0.006
37.0	0.925	1.000	3.443	-0.100	-0.100	0.0075	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0022	0.00005	0.0000	-0.075	0.0019	0.002	-0.269	0.0067	0.006
38.0	0.950	1.000	3.652	-0.100	-0.100	0.0050	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0014	0.00003	0.0000	-0.050	0.0013	0.001	-0.260	0.0065	0.006
39.0	0.975	1.000	3.870	-0.100	-0.100	0.0025	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0006	0.00002	0.0000	-0.025	0.0006	0.001	-0.252	0.0063	0.006
40.0	1.000	1.000	4.096	-0.100	-0.100	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.00000	0.0000	0.000	0.0000	0.000	-0.244	0.0061	0.006
$\Sigma$												0.02	0.0096	0.30	0.13	0.30	0.17		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-243. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Sigma F_y=0$	0.020000 $wl^2$	-0.300000	$MF_{AB}$	-0.300000	$MF_{BA}$	= 0
$\Sigma MA=0$	0.009600 $wl^2$	-0.130000	$MF_{AB}$	-0.170000	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.073846 wl^2$	$-1.307692 MF_{BA}$	
--------------------------	---------------------	--

$$0.020000 wl^2 - 0.300000 MF_{AB} = 0.300000 \left( 0.073846 wl^2 - 1.3077 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.392308 & -0.3000 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.022154 & -0.020000 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.092308 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.002154 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.023335 \end{bmatrix}$
---

$MF_{AB}= 0.073846 wl^2$	$-1.307692 \left( 0.023335 wl^2 \right)$
$MF_{AB}= 0.043331 wl^2$	

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.0433 wl^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.0233 wl^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.0867	0.0081
Práctico	0.0433	0.0233
% Error	4.3400	1.5200

- Ra 1.0,  $\alpha a= 0.5$ ,  $a= 0.1L$

Tabla 4-61. Datos de una viga con cartela;  $r_a= r_b=1.0$ ,  $\alpha a=\alpha b=0.5$  y con una carga puntual a una distancia  $a=0.1L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.2	m
$r_a=r_b$	1.00	hc
$\alpha a=\alpha b$	0.5	L
L=	1	m
q=	1.0	puntual
a=	0.1	L
b=	0.9	L

Tabla 4-62. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga Ra=1.0, αa=0.5, a= 0.1L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	8.000	0.900	0.900	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	7.415	0.900	0.900	0.0225	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0030	0.0001	0.0000	-0.131	0.0033	0.000	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	6.859	0.900	0.900	0.0450	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0066	0.0002	0.0000	-0.139	0.0035	0.000	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	6.332	0.900	0.900	0.0675	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0107	0.0003	0.0000	-0.146	0.0037	0.000	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	5.832	-0.100	-0.100	0.0900	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0154	0.0004	0.0000	-0.154	0.0039	0.000	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	5.359	-0.100	-0.100	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0163	0.0004	0.0001	-0.163	0.0041	0.001	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	4.913	-0.100	-0.100	0.0850	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0173	0.0004	0.0001	-0.173	0.0043	0.001	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	4.492	-0.100	-0.100	0.0825	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0184	0.0005	0.0001	-0.184	0.0046	0.001	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	4.096	-0.100	-0.100	0.0800	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0195	0.0005	0.0001	-0.195	0.0049	0.001	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	3.724	-0.100	-0.100	0.0775	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0208	0.0005	0.0001	-0.208	0.0052	0.001	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	3.375	-0.100	-0.100	0.0750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0222	0.0006	0.0002	-0.222	0.0056	0.001	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	3.049	-0.100	-0.100	0.0725	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0238	0.0006	0.0002	-0.238	0.0059	0.002	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	2.744	-0.100	-0.100	0.0700	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0255	0.0006	0.0002	-0.255	0.0064	0.002	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	2.460	-0.100	-0.100	0.0675	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0274	0.0007	0.0002	-0.274	0.0069	0.002	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	2.197	-0.100	-0.100	0.0650	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0296	0.0007	0.0002	-0.296	0.0074	0.003	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.953	-0.100	-0.100	0.0625	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0320	0.0008	0.0003	-0.320	0.0080	0.003	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.728	-0.100	-0.100	0.0600	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.0347	0.0009	0.0004	-0.347	0.0087	0.003	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.521	-0.100	-0.100	0.0575	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.0378	0.0009	0.0004	-0.378	0.0095	0.004	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.331	-0.100	-0.100	0.0550	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.0413	0.0010	0.0005	-0.413	0.0103	0.005	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.158	-0.100	-0.100	0.0525	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.0453	0.0011	0.0005	-0.453	0.0113	0.005	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.100	-0.100	0.0500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.0500	0.0013	0.0007	-0.500	0.0125	0.006	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.158	-0.100	-0.100	0.0475	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.0410	0.0010	0.0005	-0.475	0.0119	0.006	-0.453	0.0113	0.0059
22.0	0.550	1.000	1.331	-0.100	-0.100	0.0450	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.0338	0.0008	0.0004	-0.450	0.0113	0.006	-0.413	0.0103	0.0057
23.0	0.575	1.000	1.521	-0.100	-0.100	0.0425	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0279	0.0007	0.0004	-0.425	0.0106	0.006	-0.378	0.0095	0.0055
24.0	0.600	1.000	1.728	-0.100	-0.100	0.0400	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0231	0.0006	0.0004	-0.400	0.0100	0.006	-0.347	0.0087	0.0052
25.0	0.625	1.000	1.953	-0.100	-0.100	0.0375	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0192	0.0005	0.0003	-0.375	0.0094	0.006	-0.320	0.0080	0.0050
26.0	0.650	1.000	2.197	-0.100	-0.100	0.0350	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0159	0.0004	0.0003	-0.350	0.0088	0.006	-0.296	0.0074	0.0048
27.0	0.675	1.000	2.460	-0.100	-0.100	0.0325	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0132	0.0003	0.0002	-0.325	0.0081	0.005	-0.274	0.0069	0.0047
28.0	0.700	1.000	2.744	-0.100	-0.100	0.0300	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0109	0.0003	0.0002	-0.300	0.0075	0.005	-0.255	0.0064	0.0045
29.0	0.725	1.000	3.049	-0.100	-0.100	0.0275	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0090	0.0002	0.0001	-0.275	0.0069	0.005	-0.238	0.0059	0.0043
30.0	0.750	1.000	3.375	-0.100	-0.100	0.0250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0074	0.0002	0.0002	-0.250	0.0063	0.005	-0.222	0.0056	0.0042
31.0	0.775	1.000	3.724	-0.100	-0.100	0.0225	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0060	0.0002	0.0002	-0.225	0.0056	0.004	-0.208	0.0052	0.0040
32.0	0.800	1.000	4.096	-0.100	-0.100	0.0200	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0049	0.0001	0.0001	-0.200	0.0050	0.004	-0.195	0.0049	0.0039
33.0	0.825	1.000	4.492	-0.100	-0.100	0.0175	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0039	0.0001	0.0001	-0.175	0.0044	0.004	-0.184	0.0046	0.0038
34.0	0.850	1.000	4.913	-0.100	-0.100	0.0150	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0031	0.0001	0.0001	-0.150	0.0038	0.003	-0.173	0.0043	0.0037
35.0	0.875	1.000	5.359	-0.100	-0.100	0.0125	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0023	0.0001	0.0001	-0.125	0.0031	0.003	-0.163	0.0041	0.0036
36.0	0.900	1.000	5.832	-0.100	-0.100	0.0100	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0017	0.0000	0.0000	-0.100	0.0025	0.002	-0.154	0.0039	0.0035
37.0	0.925	1.000	6.332	-0.100	-0.100	0.0075	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0012	0.0000	0.0000	-0.075	0.0019	0.002	-0.146	0.0037	0.0034
38.0	0.950	1.000	6.859	-0.100	-0.100	0.0050	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0007	0.0000	0.0000	-0.050	0.0013	0.001	-0.139	0.0035	0.0033
39.0	0.975	1.000	7.415	-0.100	-0.100	0.0025	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0003	0.0000	0.0000	-0.025	0.0006	0.001	-0.131	0.0033	0.0032
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.100	-0.100	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.000	-0.125	0.0031	0.0031
$\Sigma$												0.02	0.008	0.252	0.1	0.252	0.13		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-244. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.020000 $wl^2$	-0.252000	$MF_{AB}$	-0.252000	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.008000 $wl^2$	-0.100000	$MF_{AB}$	-0.130000	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.080000 wl^2$	$-1.300000 MF_{BA}$	
--------------------------	---------------------	--

$$0.020000 wl^2 - 0.252000 MF_{BA} = 0.252000 \left( 0.080000 wl^2 - 1.300 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.327600 & -0.252000 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.020160 & -0.020 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.075600 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.000160 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.002116 \end{bmatrix}$
---

$$MF_{AB} = 0.080000 wl^2 - 1.300000 \left( 0.002116 wl^2 \right)$$

$MF_{AB} = 0.077249 wl^2$
---------------------------

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.0772 wl^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0021 wl^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.0887	0.0076
Práctico	0.0772	0.0021
% Error	1.1500	0.5500

### III. Vigas sometidas a una carga puntual $a=0.3L$ .

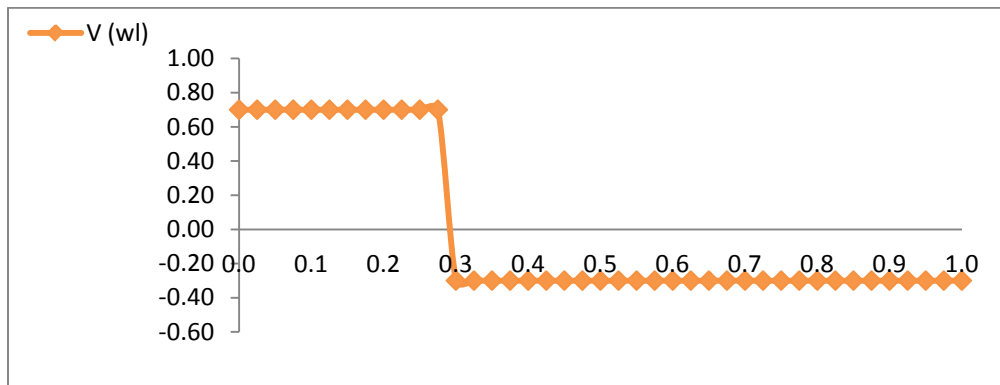
- Ra 0.4,  $\alpha a = 0.1$ ,  $a = 0.3L$

Tabla 4-63. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 0.4$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.1$  y con una carga puntual a una distancia  $a = 0.3L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

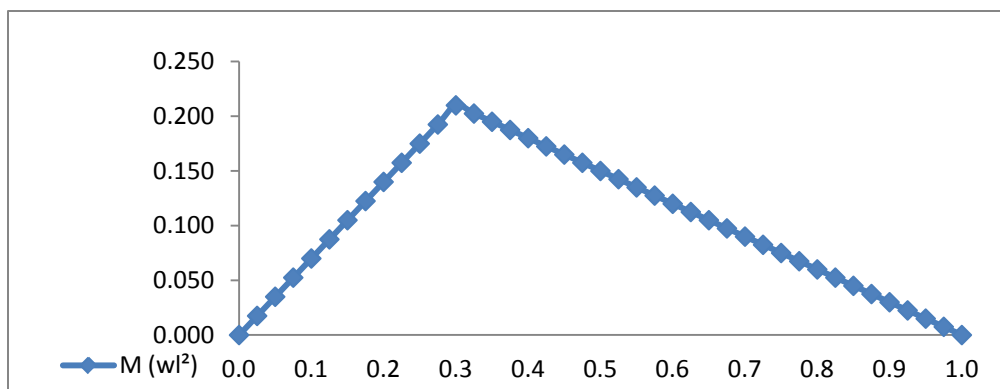
$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.40	m
$r_a = r_b$	0.4	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.1	L
L =	1.0	m
q =	1.0	puntual
a =	0.3	L
b =	0.7	L

Tabla 4-64. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

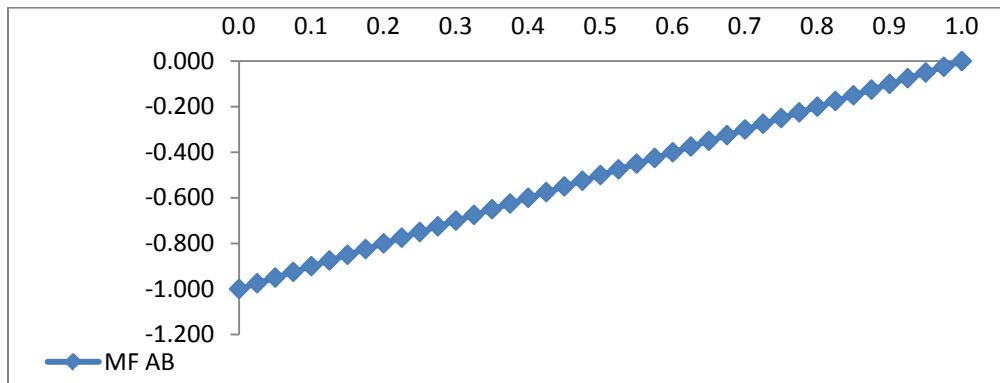
Viga Ra=0.4, αa=0.1, a= 0.3L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )		Corte (V)		MF		Grafica M		w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M		MF AB/ Ela		Grafica M		MF BA/ Ela		
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento		
0.0	0.000	1.000	2.744	0.700	0.700	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.00000	-0.364	0.0091	0.00000	0.000	0.0000	0.00000	0.000	0.0000	0.00000		
1.0	0.025	1.000	2.197	0.700	0.700	0.0175	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0080	0.0002	0.00001	-0.444	0.0111	0.00028	-0.025	0.0006	0.00002	-0.025	0.0006	0.00002		
2.0	0.050	1.000	1.728	0.700	0.700	0.0350	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0203	0.0005	0.00003	-0.550	0.0137	0.00069	-0.050	0.0013	0.00007	-0.050	0.0013	0.00007		
3.0	0.075	1.000	1.331	0.700	0.700	0.0525	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0394	0.0010	0.00008	-0.695	0.0174	0.00131	-0.075	0.0019	0.00014	-0.075	0.0019	0.00014		
4.0	0.100	1.000	1.000	0.700	0.700	0.0700	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0700	0.0018	0.00018	-0.900	0.0225	0.00225	-0.100	0.0025	0.00025	-0.100	0.0025	0.00025		
5.0	0.125	1.000	1.000	0.700	0.700	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0875	0.0022	0.00028	-0.875	0.0219	0.00274	-0.125	0.0031	0.00039	-0.125	0.0031	0.00039		
6.0	0.150	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1050	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.1050	0.0026	0.00039	-0.850	0.0213	0.00320	-0.150	0.0038	0.00057	-0.150	0.0038	0.00057		
7.0	0.175	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1225	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.1225	0.0031	0.00054	-0.825	0.0206	0.00361	-0.175	0.0044	0.00077	-0.175	0.0044	0.00077		
8.0	0.200	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1400	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.1400	0.0035	0.00070	-0.800	0.0200	0.00400	-0.200	0.0050	0.00100	-0.200	0.0050	0.00100		
9.0	0.225	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1575	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.1575	0.0039	0.00088	-0.775	0.0194	0.00437	-0.225	0.0056	0.00126	-0.225	0.0056	0.00126		
10.0	0.250	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.1750	0.0044	0.00110	-0.750	0.0188	0.00470	-0.250	0.0063	0.00158	-0.250	0.0063	0.00158		
11.0	0.275	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1925	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1925	0.0048	0.00132	-0.725	0.0181	0.00498	-0.275	0.0069	0.00190	-0.275	0.0069	0.00190		
12.0	0.300	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.2100	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.2100	0.0053	0.00159	-0.700	0.0175	0.00525	-0.300	0.0075	0.00225	-0.300	0.0075	0.00225		
13.0	0.325	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.2025	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.2025	0.0051	0.00166	-0.675	0.0169	0.00549	-0.325	0.0081	0.00263	-0.325	0.0081	0.00263		
14.0	0.350	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1950	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1950	0.0049	0.00172	-0.650	0.0163	0.00571	-0.350	0.0088	0.00308	-0.350	0.0088	0.00308		
15.0	0.375	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1875	0.0047	0.00176	-0.625	0.0156	0.00585	-0.375	0.0094	0.00353	-0.375	0.0094	0.00353		
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1800	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1800	0.0045	0.00180	-0.600	0.0150	0.00600	-0.400	0.0100	0.00400	-0.400	0.0100	0.00400		
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1725	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1725	0.0043	0.00183	-0.575	0.0144	0.00612	-0.425	0.0106	0.00451	-0.425	0.0106	0.00451		
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1650	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1650	0.0041	0.00185	-0.550	0.0138	0.00621	-0.450	0.0113	0.00509	-0.450	0.0113	0.00509		
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1575	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1575	0.0039	0.00185	-0.525	0.0131	0.00622	-0.475	0.0119	0.00565	-0.475	0.0119	0.00565		
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1500	0.0038	0.00190	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625		
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1425	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1425	0.0036	0.00189	-0.475	0.0119	0.00625	-0.525	0.0131	0.00688	-0.525	0.0131	0.00688		
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1350	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1350	0.0034	0.00187	-0.450	0.0113	0.00622	-0.550	0.0138	0.00759	-0.550	0.0138	0.00759		
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1275	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1275	0.0032	0.00184	-0.425	0.0106	0.00610	-0.575	0.0144	0.00828	-0.575	0.0144	0.00828		
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.0030	0.00180	-0.400	0.0100	0.00600	-0.600	0.0150	0.00900	-0.600	0.0150	0.00900		
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1125	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1125	0.0028	0.00175	-0.375	0.0094	0.00588	-0.625	0.0156	0.00975	-0.625	0.0156	0.00975		
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1050	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1050	0.0026	0.00169	-0.350	0.0088	0.00572	-0.650	0.0163	0.01060	-0.650	0.0163	0.01060		
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0975	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0975	0.0024	0.00162	-0.325	0.0081	0.00547	-0.675	0.0169	0.01141	-0.675	0.0169	0.01141		
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0900	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0900	0.0023	0.00161	-0.300	0.0075	0.00525	-0.700	0.0175	0.01225	-0.700	0.0175	0.01225		
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0825	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0825	0.0021	0.00152	-0.275	0.0069	0.00500	-0.725	0.0181	0.01312	-0.725	0.0181	0.01312		
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0750	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0750	0.0019	0.00143	-0.250	0.0063	0.00473	-0.750	0.0188	0.01410	-0.750	0.0188	0.01410		
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0675	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0675	0.0017	0.00132	-0.225	0.0056	0.00434	-0.775	0.0194	0.01504	-0.775	0.0194	0.01504		
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0600	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0600	0.0015	0.00120	-0.200	0.0050	0.00400	-0.800	0.0200	0.01600	-0.800	0.0200	0.01600		
33.0	0.825	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0525	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0525	0.0013	0.00107	-0.175	0.0044	0.00363	-0.825	0.0206	0.01700	-0.825	0.0206	0.01700		
34.0	0.850	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0450	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0450	0.0011	0.00094	-0.150	0.0038	0.00323	-0.850	0.0213	0.01811	-0.850	0.0213	0.01811		
35.0	0.875	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0375	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0375	0.0009	0.00079	-0.125	0.0031	0.00271	-0.875	0.0219	0.01916	-0.875	0.0219	0.01916		
36.0	0.900	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0300	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0300	0.0008	0.00072	-0.100	0.0025	0.00225	-0.900	0.0225	0.02025	-0.900	0.0225	0.02025		
37.0	0.925	1.000	1.331	-0.300	-0.300	0.0225	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0169	0.0004	0.00037	-0.075	0.0019	0.00176	-0.925	0.0219	0.01610	-0.925	0.0219	0.01610		
38.0	0.950	1.000	1.728	-0.300	-0.300	0.0150	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0087	0.0002	0.00019	-0.050	0.0013	0.00124	-0.950	0.0137	0.01302	-0.950	0.0137	0.01302		
39.0	0.975	1.000	2.197	-0.300	-0.300	0.0075	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0034	0.0001	0.00010	-0.025	0.0006	0.00059	-0.975	0.0111	0.01082	-0.975	0.0111	0.01082		
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.300	-0.300	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.00000	0.000	0.0000	0.00000	-0.364	0.0091	0.00910	-0.364	0.0091	0.00910		
$\Sigma$												0.1039	0.0452	0.4680	0.1656	0.4680	0.3025							
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela							



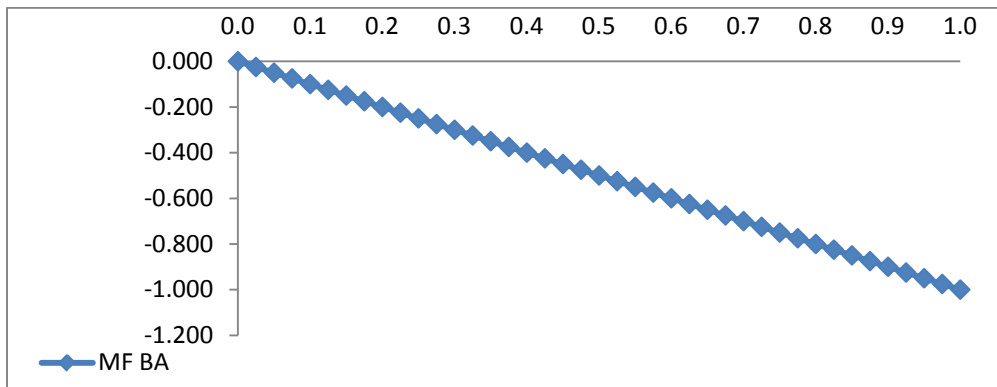
Gráfica 4-38. Diagrama de corte (w). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



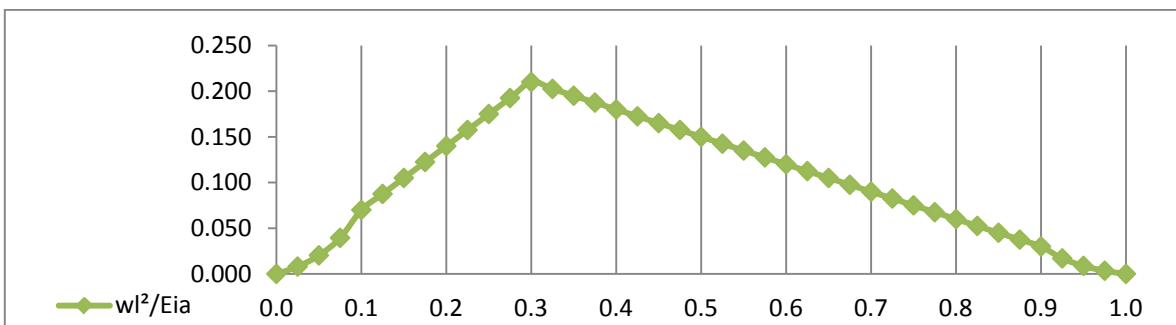
Gráfica 4-39. Diagrama de momento ( $wl^2$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



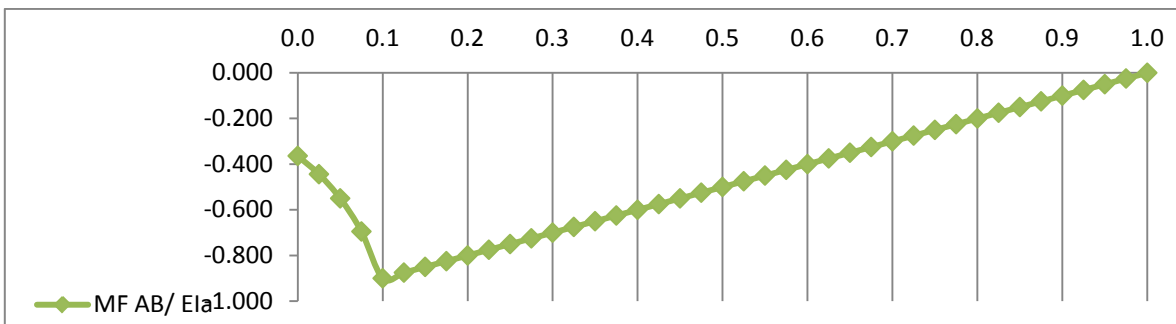
Gráfica 4-40. Diagrama de momento ( $MF_{AB}$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



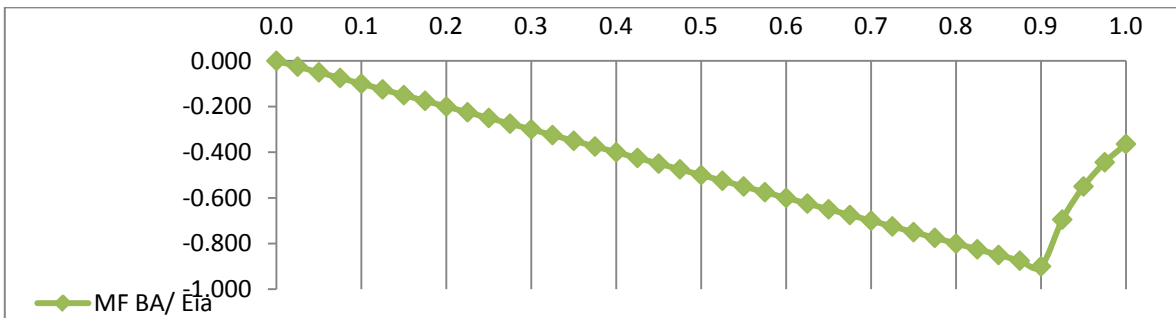
Gráfica 4-41. Diagrama de momento ( $MF_{BA}$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Gráfica 4-42. Diagrama de carga elástica ( $wl^2/EIa$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Gráfica 4-43. Diagrama de carga elástica ( $MF_{AB}/EIa$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Gráfica 4-44. Diagrama de carga elástica ( $MF_{BA}/EIa$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-245. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.103900 $wl^2$	-0.468000	$MF_{AB}$	-0.468000	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.045200 $wl^2$	-0.165600	$MF_{AB}$	-0.302500	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.272947 \ wl^2$	-1.826691	$MF_{BA}$								
0.103900 $wl^2$	-0.468000	$MF_{BA}$	=	0.468000	(	0.272947 $wl^2$	-1.8267	) $MF_{BA}$		
$MF_{BA} \times$	(	0.854891	-0.468000	)	=	$wl^2 \times$	(	0.127739	-0.1039	)
$MF_{BA} \times$	$0.386891$	=	$wl^2 \times$	$0.023839$						
			$MF_{BA} =$	$wl^2 \times$	$0.061617$					
$MF_{AB}= 0.272947 \ wl^2$	-1.826691	(	0.061617	$wl^2$	)					
$MF_{AB}= 0.160392 \ wl^2$										

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.1604 \ wl^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.0616 \ wl^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.1629	0.0617
Práctico	0.1604	0.0616
% Error	0.2500	0.0100

- Ra 0.6,  $\alpha a= 0.1$ ,  $a= 0.3L$

Tabla 4-65. Datos de una viga con cartela;  $r_a= r_b=0.6$ ,  $\alpha a=\alpha b=0.1$  y con una carga puntual a una distancia  $0.3L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.6	m
$r_a=r_b$	0.6	hc
$\alpha a=\alpha b$	0.1	L
L=	1	m
q=	1	puntual
a=	0.3	L
b=	0.7	L

Tabla 4-66. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga $Ra=0.6$ , $\alpha a=0.1$ , $a=0.3L$		Valores de Inercia		Corte (V)		M ( $w^2$ )	Corte (V)		MF		Grafica M	$w^2/Eia$		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	$w^2/Eia$	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	4.096	0.700	0.700	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.00000	0.000000	-0.244	0.0061	0.00000	0.000	0.0000	0.00000
1.0	0.025	1.000	3.049	0.700	0.700	0.0175	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0057	0.00014	0.000004	-0.320	0.0080	0.00020	-0.025	0.0006	0.00002
2.0	0.050	1.000	2.197	0.700	0.700	0.0350	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0159	0.00040	0.000020	-0.432	0.0108	0.00054	-0.050	0.0013	0.00007
3.0	0.075	1.000	1.521	0.700	0.700	0.0525	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0345	0.00086	0.000065	-0.608	0.0152	0.00114	-0.075	0.0019	0.00014
4.0	0.100	1.000	1.000	0.700	0.700	0.0700	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0700	0.00175	0.000175	-0.900	0.0225	0.00225	-0.100	0.0025	0.00025
5.0	0.125	1.000	1.000	0.700	0.700	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0875	0.00219	0.000274	-0.875	0.0219	0.00274	-0.125	0.0031	0.00039
6.0	0.150	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1050	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.1050	0.00263	0.000395	-0.850	0.0213	0.00320	-0.150	0.0038	0.00057
7.0	0.175	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1225	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.1225	0.00306	0.000536	-0.825	0.0206	0.00361	-0.175	0.0044	0.00077
8.0	0.200	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1400	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.1400	0.00350	0.000700	-0.800	0.0200	0.00400	-0.200	0.0050	0.00100
9.0	0.225	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1575	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.1575	0.00394	0.000887	-0.775	0.0194	0.00437	-0.225	0.0056	0.00126
10.0	0.250	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.1750	0.00438	0.001095	-0.750	0.0188	0.00470	-0.250	0.0063	0.00158
11.0	0.275	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1925	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1925	0.00481	0.001323	-0.725	0.0181	0.00498	-0.275	0.0069	0.00190
12.0	0.300	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.2100	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.2100	0.00525	0.001575	-0.700	0.0175	0.00525	-0.300	0.0075	0.00225
13.0	0.325	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.2025	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.2025	0.00506	0.001645	-0.675	0.0169	0.00549	-0.325	0.0081	0.00263
14.0	0.350	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1950	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1950	0.00488	0.001708	-0.650	0.0163	0.00571	-0.350	0.0088	0.00308
15.0	0.375	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1875	0.00469	0.001759	-0.625	0.0156	0.00585	-0.375	0.0094	0.00353
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1800	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1800	0.00450	0.001800	-0.600	0.0150	0.00600	-0.400	0.0100	0.00400
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1725	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1725	0.00431	0.001832	-0.575	0.0144	0.00612	-0.425	0.0106	0.00451
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1650	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1650	0.00413	0.001859	-0.550	0.0138	0.00621	-0.450	0.0113	0.00509
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1575	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1575	0.00394	0.001872	-0.525	0.0131	0.00622	-0.475	0.0119	0.00565
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1500	0.00375	0.001875	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1425	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1425	0.00356	0.001869	-0.475	0.0119	0.00625	-0.525	0.0131	0.00688
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1350	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1350	0.00338	0.001859	-0.450	0.0113	0.00622	-0.550	0.0138	0.00759
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1275	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1275	0.00319	0.001834	-0.425	0.0106	0.00610	-0.575	0.0144	0.00828
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.00300	0.001800	-0.400	0.0100	0.00600	-0.600	0.0150	0.00900
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1125	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1125	0.00281	0.001756	-0.375	0.0094	0.00588	-0.625	0.0156	0.00975
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1050	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1050	0.00263	0.001710	-0.350	0.0088	0.00572	-0.650	0.0163	0.01060
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0975	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0975	0.00244	0.001647	-0.325	0.0081	0.00547	-0.675	0.0169	0.01141
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0900	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0900	0.00225	0.001575	-0.300	0.0075	0.00525	-0.700	0.0175	0.01225
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0825	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0825	0.00206	0.001494	-0.275	0.0069	0.00500	-0.725	0.0181	0.01312
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0750	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0750	0.00188	0.001410	-0.250	0.0063	0.00473	-0.750	0.0188	0.01410
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0675	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0675	0.00169	0.001310	-0.225	0.0056	0.00434	-0.775	0.0194	0.01504
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0600	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0600	0.00150	0.001200	-0.200	0.0050	0.00400	-0.800	0.0200	0.01600
33.0	0.825	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0525	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0525	0.00131	0.001081	-0.175	0.0044	0.00363	-0.825	0.0206	0.01700
34.0	0.850	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0450	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0450	0.00113	0.000961	-0.150	0.0038	0.00323	-0.850	0.0213	0.01811
35.0	0.875	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0375	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0375	0.00094	0.000823	-0.125	0.0031	0.00271	-0.875	0.0219	0.01916
36.0	0.900	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0300	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0300	0.00075	0.000675	-0.100	0.0025	0.00225	-0.900	0.0225	0.02025
37.0	0.925	1.000	1.521	-0.300	-0.300	0.0225	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0148	0.00037	0.000342	-0.075	0.0019	0.00176	-0.608	0.0152	0.01406
38.0	0.950	1.000	2.197	-0.300	-0.300	0.0150	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0068	0.00017	0.000162	-0.050	0.0013	0.00124	-0.432	0.0108	0.01026
39.0	0.975	1.000	3.049	-0.300	-0.300	0.0075	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0025	0.00006	0.000059	-0.025	0.0006	0.00059	-0.320	0.0080	0.00780
40.0	1.000	1.000	4.096	-0.300	-0.300	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.00000	0.000000	0.000	0.0000	0.00000	-0.244	0.0061	0.00610
$\Sigma$												0.10329	0.04497	0.4568	0.1652	0.4568	0.2917		
												$w^2/Eia$	$w^4/Eia$	MFAB/ Ela MFBA/ Ela		MFBA/ Ela MFBA/ Ela			

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-246. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	$0.103290 w^2$	$-0.456800 MF_{AB}$	$-0.456800 MF_{BA}$	$= 0$
$\sum MA=0$	$0.044970 w^2$	$-0.165200 MF_{AB}$	$-0.291700 MF_{BA}$	$= 0$

$MF_{AB} = 0.272215 w^2$	$-1.765738 MF_{BA}$	
--------------------------	---------------------	--

$$0.103290 w^2 - 0.456800 MF_{BA} = 0.456800 \left( 0.272215 w^2 - 1.765738 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \cdot \begin{bmatrix} 0.806589 & -0.456800 \end{bmatrix} = w^2 \cdot \begin{bmatrix} 0.124348 & -0.103290 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \cdot 0.349789 = w^2 \cdot 0.021058$$

$MF_{BA} = w^2 \cdot 0.060202$
--------------------------------

$MF_{AB} = 0.272215 w^2$	$-1.765738 \left( 0.060202 w^2 \right)$
$MF_{AB} = 0.165914 w^2$	

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.1659 w^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0602 w^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.1679	0.0609
Práctico	0.1659	0.0602
% Error	0.2000	0.0700

- Ra 1.0,  $\alpha a = 0.1$ ,  $a = 0.3L$

Tabla 4-67. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 1.0$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.1$  y con una carga puntual a una distancia  $0.3L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	1	m
$r_a = r_b$	1.0	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.1	L
L =	1	m
q =	1	puntual
a =	0.3	L
b =	0.7	L

Tabla 4-68. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga Ra=1.0, ca=0.1, a= 0.3L		Valores de inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	8.000	0.700	0.700	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.00000	-0.125	0.0031	0.00000	0.000	0.0000	0.00000
1.0	0.025	1.000	5.359	0.700	0.700	0.0175	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0033	0.0001	0.00000	-0.182	0.0045	0.00011	-0.025	0.0006	0.00002
2.0	0.050	1.000	3.375	0.700	0.700	0.0350	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0104	0.0003	0.00002	-0.281	0.0070	0.00035	-0.050	0.0013	0.00007
3.0	0.075	1.000	1.953	0.700	0.700	0.0525	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0269	0.0007	0.00005	-0.474	0.0118	0.00089	-0.075	0.0019	0.00014
4.0	0.100	1.000	1.000	0.700	0.700	0.0700	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0700	0.0018	0.00018	-0.900	0.0225	0.00225	-0.100	0.0025	0.00025
5.0	0.125	1.000	1.000	0.700	0.700	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0875	0.0022	0.00028	-0.875	0.0219	0.00274	-0.125	0.0031	0.00039
6.0	0.150	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1050	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.1050	0.0026	0.00039	-0.850	0.0213	0.00320	-0.150	0.0038	0.00057
7.0	0.175	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1225	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.1225	0.0031	0.00054	-0.825	0.0206	0.00361	-0.175	0.0044	0.00077
8.0	0.200	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1400	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.1400	0.0035	0.00070	-0.800	0.0200	0.00400	-0.200	0.0050	0.00100
9.0	0.225	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1575	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.1575	0.0039	0.00088	-0.775	0.0194	0.00437	-0.225	0.0056	0.00126
10.0	0.250	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.1750	0.0044	0.00110	-0.750	0.0188	0.00470	-0.250	0.0063	0.00158
11.0	0.275	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1925	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1925	0.0048	0.00132	-0.725	0.0181	0.00498	-0.275	0.0069	0.00190
12.0	0.300	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.2100	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.2100	0.0053	0.00159	-0.700	0.0175	0.00525	-0.300	0.0075	0.00225
13.0	0.325	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.2025	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.2025	0.0051	0.00166	-0.675	0.0169	0.00549	-0.325	0.0081	0.00263
14.0	0.350	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1950	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1950	0.0049	0.00172	-0.650	0.0163	0.00571	-0.350	0.0088	0.00308
15.0	0.375	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1875	0.0047	0.00176	-0.625	0.0156	0.00585	-0.375	0.0094	0.00353
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1800	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1800	0.0045	0.00180	-0.600	0.0150	0.00600	-0.400	0.0100	0.00400
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1725	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1725	0.0043	0.00183	-0.575	0.0144	0.00612	-0.425	0.0106	0.00451
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1650	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1650	0.0041	0.00185	-0.550	0.0138	0.00621	-0.450	0.0113	0.00509
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1575	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1575	0.0039	0.00185	-0.525	0.0131	0.00622	-0.475	0.0119	0.00565
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1500	0.0038	0.00190	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1425	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1425	0.0036	0.00189	-0.475	0.0119	0.00625	-0.525	0.0131	0.00688
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1350	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1350	0.0034	0.00187	-0.450	0.0113	0.00622	-0.550	0.0138	0.00759
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1275	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1275	0.0032	0.00184	-0.425	0.0106	0.00610	-0.575	0.0144	0.00828
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.0030	0.00180	-0.400	0.0100	0.00600	-0.600	0.0150	0.00900
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1125	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1125	0.0028	0.00175	-0.375	0.0094	0.00588	-0.625	0.0156	0.00975
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1050	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1050	0.0026	0.00169	-0.350	0.0088	0.00572	-0.650	0.0163	0.01060
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0975	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0975	0.0024	0.00162	-0.325	0.0081	0.00547	-0.675	0.0169	0.01141
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0900	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0900	0.0023	0.00161	-0.300	0.0075	0.00525	-0.700	0.0175	0.01225
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0825	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0825	0.0021	0.00152	-0.275	0.0069	0.00500	-0.725	0.0181	0.01312
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0750	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0750	0.0019	0.00143	-0.250	0.0063	0.00473	-0.750	0.0188	0.01410
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0675	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0675	0.0017	0.00132	-0.225	0.0056	0.00434	-0.775	0.0194	0.01504
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0600	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0600	0.0015	0.00120	-0.200	0.0050	0.00400	-0.800	0.0200	0.01600
33.0	0.825	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0525	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0525	0.0013	0.00107	-0.175	0.0044	0.00363	-0.825	0.0206	0.01700
34.0	0.850	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0450	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0450	0.0011	0.00094	-0.150	0.0038	0.00323	-0.850	0.0213	0.01811
35.0	0.875	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0375	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0375	0.0009	0.00079	-0.125	0.0031	0.00271	-0.875	0.0219	0.01916
36.0	0.900	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0300	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0300	0.0008	0.00072	-0.100	0.0025	0.00225	-0.900	0.0225	0.02025
37.0	0.925	1.000	1.953	-0.300	-0.300	0.0225	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0115	0.0003	0.00028	-0.075	0.0019	0.00176	-0.474	0.0118	0.01092
38.0	0.950	1.000	3.375	-0.300	-0.300	0.0150	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0044	0.0001	0.00010	-0.050	0.0013	0.00124	-0.281	0.0070	0.00665
39.0	0.975	1.000	5.359	-0.300	-0.300	0.0075	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0014	0.0000	0.00000	-0.025	0.0006	0.00059	-0.182	0.0045	0.00439
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.300	-0.300	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.00000	0.0000	0.0000	0.00000	-0.125	0.0031	0.00310
$\Sigma$												0.1030	0.0449	0.4431	0.1647	0.4431	0.2785		
												w <sup>2</sup> /Ela	w <sup>2</sup> /Ela	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-247. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.103000 $wl^2$	-0.443100 $MF_{AB}$	-0.443100 $MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.044900 $wl^2$	-0.164700 $MF_{AB}$	-0.278500 $MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.272617 wl^2$	-1.690953 $MF_{BA}$	
--------------------------	---------------------	--

$$0.103000 wl^2 - 0.443100 MF_{BA} = 0.443100 \left( 0.272617 wl^2 - 1.691 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.749261 & -0.443100 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.120797 & -0.103000 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.306161 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.017797 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.058130 \end{bmatrix}$
---

$MF_{AB}= 0.272617 wl^2$	-1.690953 $\left( 0.058130 wl^2 \right)$
$MF_{AB}= 0.174322 wl^2$	

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.1743 wl^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.0581 wl^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.1749	0.0594
Práctico	0.1743	0.0581
% Error	0.0600	0.1300

- Ra 0.4,  $\alpha a= 0.2$ ,  $a= 0.3L$

Tabla 4-69. Datos de una viga con cartela;  $r_a=r_b=0.4$ ,  $\alpha a=\alpha b=0.2$  y con una carga puntual a una distancia  $0.3L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.20	m
$r_a=r_b$	0.4	hc
$\alpha a=\alpha b$	0.2	L
L=	1.0	m
q=	1.0	puntual
a=	0.3	L
b=	0.7	L

Tabla 4-70. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga $Ra=0.4$ , $\alpha a=0.2$ , $a=0.3L$		Valores de Inercia		Corte (V)		M ( $w^2$ )	Corte (V)		MF		Grafica M	$w^2/Eia$		Grafica M	MF AB/ Eia		Grafica M	MF BA/ Eia	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w²/Eia	Area	Momento	MF AB/ Eia	Area	Momento	MF BA/ Eia	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	2.744	0.700	0.700	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.00000	0.000	0.0000	0.00000
1.0	0.025	1.000	2.460	0.700	0.700	0.0175	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0071	0.0002	0.0000	-0.396	0.0099	0.00025	-0.025	0.0006	0.00002
2.0	0.050	1.000	2.197	0.700	0.700	0.0350	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0159	0.0004	0.0000	-0.432	0.0108	0.00054	-0.050	0.0013	0.00007
3.0	0.075	1.000	1.953	0.700	0.700	0.0525	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0269	0.0007	0.0001	-0.474	0.0118	0.00089	-0.075	0.0019	0.00014
4.0	0.100	1.000	1.728	0.700	0.700	0.0700	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0405	0.0010	0.0001	-0.521	0.0130	0.00130	-0.100	0.0025	0.00025
5.0	0.125	1.000	1.521	0.700	0.700	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0575	0.0014	0.0002	-0.575	0.0144	0.00180	-0.125	0.0031	0.00039
6.0	0.150	1.000	1.331	0.700	0.700	0.1050	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0789	0.0020	0.0003	-0.639	0.0160	0.00240	-0.150	0.0038	0.00057
7.0	0.175	1.000	1.158	0.700	0.700	0.1225	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.1058	0.0026	0.0005	-0.712	0.0178	0.00312	-0.175	0.0044	0.00077
8.0	0.200	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1400	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.1400	0.0035	0.0007	-0.800	0.0200	0.00400	-0.200	0.0050	0.00100
9.0	0.225	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1575	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.1575	0.0039	0.0009	-0.775	0.0194	0.00437	-0.225	0.0056	0.00126
10.0	0.250	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.1750	0.0044	0.0011	-0.750	0.0188	0.00470	-0.250	0.0063	0.00158
11.0	0.275	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1925	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1925	0.0048	0.0013	-0.725	0.0181	0.00498	-0.275	0.0069	0.00190
12.0	0.300	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.2100	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.2100	0.0053	0.0016	-0.700	0.0175	0.00525	-0.300	0.0075	0.00225
13.0	0.325	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.2025	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.2025	0.0051	0.0017	-0.675	0.0169	0.00549	-0.325	0.0081	0.00263
14.0	0.350	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1950	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1950	0.0049	0.0017	-0.650	0.0163	0.00571	-0.350	0.0088	0.00308
15.0	0.375	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1875	0.0047	0.0018	-0.625	0.0156	0.00585	-0.375	0.0094	0.00353
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1800	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1800	0.0045	0.0018	-0.600	0.0150	0.00600	-0.400	0.0100	0.00400
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1725	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1725	0.0043	0.0018	-0.575	0.0144	0.00612	-0.425	0.0106	0.00451
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1650	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1650	0.0041	0.0018	-0.550	0.0138	0.00621	-0.450	0.0113	0.00509
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1575	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1575	0.0039	0.0019	-0.525	0.0131	0.00622	-0.475	0.0119	0.00565
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1500	0.0038	0.0019	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1425	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1425	0.0036	0.0019	-0.475	0.0119	0.00625	-0.525	0.0131	0.00688
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1350	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1350	0.0034	0.0019	-0.450	0.0113	0.00622	-0.550	0.0138	0.00759
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1275	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1275	0.0032	0.0018	-0.425	0.0106	0.00610	-0.575	0.0144	0.00828
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.0030	0.0018	-0.400	0.0100	0.00600	-0.600	0.0150	0.00900
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1125	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1125	0.0028	0.0018	-0.375	0.0094	0.00588	-0.625	0.0156	0.00975
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1050	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1050	0.0026	0.0017	-0.350	0.0088	0.00572	-0.650	0.0163	0.01060
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0975	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0975	0.0024	0.0016	-0.325	0.0081	0.00547	-0.675	0.0169	0.01141
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0900	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0900	0.0023	0.0016	-0.300	0.0075	0.00525	-0.700	0.0175	0.01225
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0825	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0825	0.0021	0.0015	-0.275	0.0069	0.00500	-0.725	0.0181	0.01312
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0750	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0750	0.0019	0.0014	-0.250	0.0063	0.00473	-0.750	0.0188	0.01410
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0675	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0675	0.0017	0.0013	-0.225	0.0056	0.00434	-0.775	0.0194	0.01504
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0600	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0600	0.0015	0.0012	-0.200	0.0050	0.00400	-0.800	0.0200	0.01600
33.0	0.825	1.000	1.158	-0.300	-0.300	0.0525	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0453	0.0011	0.0009	-0.175	0.0044	0.00363	-0.712	0.0178	0.01469
34.0	0.850	1.000	1.331	-0.300	-0.300	0.0450	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0338	0.0008	0.0007	-0.150	0.0038	0.00323	-0.639	0.0160	0.01360
35.0	0.875	1.000	1.521	-0.300	-0.300	0.0375	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0247	0.0006	0.0005	-0.125	0.0031	0.00271	-0.575	0.0144	0.01260
36.0	0.900	1.000	1.728	-0.300	-0.300	0.0300	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0174	0.0004	0.0004	-0.100	0.0025	0.00225	-0.521	0.0130	0.01170
37.0	0.925	1.000	1.953	-0.300	-0.300	0.0225	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0115	0.0003	0.0003	-0.075	0.0019	0.00176	-0.474	0.0118	0.01092
38.0	0.950	1.000	2.197	-0.300	-0.300	0.0150	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0068	0.0002	0.0002	-0.050	0.0013	0.00124	-0.432	0.0108	0.01026
39.0	0.975	1.000	2.460	-0.300	-0.300	0.0075	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0030	0.0001	0.0001	-0.025	0.0006	0.00059	-0.396	0.0099	0.00965
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.300	-0.300	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.00000	-0.364	0.0091	0.00910
$\Sigma$												0.100	0.044	0.4332	0.1618	0.4332	0.2715		
												w²/Eia	w²/Eia	MFAB/ Eia	MFBA/ Eia	MFBA/ Eia	MFBA/ Eia		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-248. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.100000 $w^2$	-0.433200	$MF_{AB}$	-0.433200	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.044000 $w^2$	-0.161800	$MF_{AB}$	-0.271500	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.271941 w^2$	$-1.677998 MF_{BA}$	
-------------------------	---------------------	--

$$0.100000 w^2 - 0.433200 MF_{BA} = 0.433200 \left( 0.271941 w^2 - 1.678 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \otimes \left( 0.726909 - 0.433200 \right) = w^2 \otimes \left( 0.117805 - 0.100000 \right)$$

$$MF_{BA} \otimes 0.293709 = w^2 \otimes 0.017805$$

$MF_{BA} = w^2 \otimes 0.060621$
----------------------------------

$MF_{AB}= 0.271941 w^2$	$-1.677998 \left( 0.060621 w^2 \right)$
$MF_{AB}= 0.170219 w^2$	

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.1702 w^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.0606 w^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.1732	0.0618
Práctico	0.1702	0.0606
% Error	0.3000	0.1200

- Ra 0.6,  $\alpha a = 0.2$ ,  $a = 0.3L$

Tabla 4-71. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 0.6$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.2$  y con una carga puntual a una distancia  $0.3L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.30	m
$r_a = r_b$	0.60	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.20	L
L =	1	m
q =	1	puntual
a =	0.3	L
b =	0.7	L

Tabla 4-72.Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x= 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga Ra=0.6, ca=0.2, a= 0.3L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela			
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento		
0.0	0.000	1.000	4.096	0.700	0.700	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.244	0.0061	0.0000	0.000	0.0000	0.0000		
1.0	0.025	1.000	3.547	0.700	0.700	0.0175	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0049	0.0001	0.0000	-0.275	0.0069	0.0002	-0.025	0.0006	0.0000		
2.0	0.050	1.000	3.049	0.700	0.700	0.0350	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0115	0.0003	0.0000	-0.312	0.0078	0.0004	-0.050	0.0013	0.0001		
3.0	0.075	1.000	2.600	0.700	0.700	0.0525	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0202	0.0005	0.0000	-0.356	0.0089	0.0007	-0.075	0.0019	0.0001		
4.0	0.100	1.000	2.197	0.700	0.700	0.0700	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0319	0.0008	0.0001	-0.410	0.0102	0.0010	-0.100	0.0025	0.0003		
5.0	0.125	1.000	1.838	0.700	0.700	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0476	0.0012	0.0002	-0.476	0.0119	0.0015	-0.125	0.0031	0.0004		
6.0	0.150	1.000	1.521	0.700	0.700	0.1050	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0690	0.0017	0.0003	-0.559	0.0140	0.0021	-0.150	0.0038	0.0006		
7.0	0.175	1.000	1.242	0.700	0.700	0.1225	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0986	0.0025	0.0004	-0.664	0.0166	0.0029	-0.175	0.0044	0.0008		
8.0	0.200	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1400	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.1400	0.0035	0.0007	-0.800	0.0200	0.0040	-0.200	0.0050	0.0010		
9.0	0.225	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1575	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.1575	0.0039	0.0009	-0.775	0.0194	0.0044	-0.225	0.0056	0.0013		
10.0	0.250	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.1750	0.0044	0.0011	-0.750	0.0188	0.0047	-0.250	0.0063	0.0016		
11.0	0.275	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1925	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1925	0.0048	0.0013	-0.725	0.0181	0.0050	-0.275	0.0069	0.0019		
12.0	0.300	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.2100	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.2100	0.0053	0.0016	-0.700	0.0175	0.0053	-0.300	0.0075	0.0023		
13.0	0.325	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.2025	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.2025	0.0051	0.0017	-0.675	0.0169	0.0055	-0.325	0.0081	0.0026		
14.0	0.350	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1950	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1950	0.0049	0.0017	-0.650	0.0163	0.0057	-0.350	0.0088	0.0031		
15.0	0.375	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1875	0.0047	0.0018	-0.625	0.0156	0.0059	-0.375	0.0094	0.0035		
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1800	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1800	0.0045	0.0018	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040		
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1725	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1725	0.0043	0.0018	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045		
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1650	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1650	0.0041	0.0018	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051		
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1575	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1575	0.0039	0.0019	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057		
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1500	0.0038	0.0019	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063		
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1425	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1425	0.0036	0.0019	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069		
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1350	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1350	0.0034	0.0019	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076		
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1275	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1275	0.0032	0.0018	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083		
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.0030	0.0018	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090		
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1125	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1125	0.0028	0.0018	-0.375	0.0094	0.0059	-0.625	0.0156	0.0098		
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1050	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1050	0.0026	0.0017	-0.350	0.0088	0.0057	-0.650	0.0163	0.0106		
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0975	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0975	0.0024	0.0016	-0.325	0.0081	0.0055	-0.675	0.0169	0.0114		
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0900	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0900	0.0023	0.0016	-0.300	0.0075	0.0053	-0.700	0.0175	0.0123		
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0825	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0825	0.0021	0.0015	-0.275	0.0069	0.0050	-0.725	0.0181	0.0131		
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0750	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0750	0.0019	0.0014	-0.250	0.0063	0.0047	-0.750	0.0188	0.0141		
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0675	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0675	0.0017	0.0013	-0.225	0.0056	0.0043	-0.775	0.0194	0.0150		
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0600	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0600	0.0015	0.0012	-0.200	0.0050	0.0040	-0.800	0.0200	0.0160		
33.0	0.825	1.000	1.242	-0.300	-0.300	0.0525	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0423	0.0011	0.0009	-0.175	0.0044	0.0036	-0.825	0.0166	0.0137		
34.0	0.850	1.000	1.521	-0.300	-0.300	0.0450	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0296	0.0007	0.0006	-0.150	0.0038	0.0032	-0.850	0.0140	0.0119		
35.0	0.875	1.000	1.838	-0.300	-0.300	0.0375	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0204	0.0005	0.0004	-0.125	0.0031	0.0027	-0.476	0.0119	0.0104		
36.0	0.900	1.000	2.197	-0.300	-0.300	0.0300	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0137	0.0003	0.0003	-0.100	0.0025	0.0023	-0.410	0.0102	0.0092		
37.0	0.925	1.000	2.600	-0.300	-0.300	0.0225	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0087	0.0002	0.0002	-0.075	0.0019	0.0018	-0.356	0.0089	0.0082		
38.0	0.950	1.000	3.049	-0.300	-0.300	0.0150	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0049	0.0001	0.0001	-0.050	0.0013	0.0012	-0.312	0.0078	0.0074		
39.0	0.975	1.000	3.547	-0.300	-0.300	0.0075	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0021	0.0001	0.0001	-0.025	0.0006	0.0006	-0.275	0.0069	0.0067		
40.0	1.000	1.000	4.096	-0.300	-0.300	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.244	0.0061	0.0061		
$\Sigma$												0.098	0.0431			0.4128	0.160			0.4128	0.2529
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia			MFAB/ Ela	MFABI/ Ela			MFBA/ Ela	MFBAI/ Ela



Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-249. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.098000 $w^2$	-0.412800	MFAB	-0.412800	MFBA	= 0
$\sum MA=0$	0.043100 $w^2$	-0.160000	MFAB	-0.252900	MFBA	= 0

MFAB= 0.269375 $w^2$	-1.580625	MFBA	=	0.412800	[ 0.269375 $w^2$	-1.5806	] MFBA
$w^2$	0.652482	-0.412800	]	=	$w^2$	[ 0.111198	-0.098
MFBA	0.239682	=	$w^2$	0.013198			

MFBA	=	$w^2$	0.055065
------	---	-------	----------

MFAB= 0.269375 $w^2$	-1.580625	[ 0.055065	$w^2$
MFAB= 0.182338 $w^2$			

Se tiene para:

MFAB= 0.1823 $w^2$	Antihorario
MFBA= 0.0551 $w^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.1828	0.0600
Práctico	0.1823	0.0551
% Error	0.0500	0.4900

- Ra 1.0,  $\alpha a = 0.2$ ,  $a = 0.3L$

Tabla 4-73. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 1.0$   $\alpha a = \alpha b = 0.2$  y con una carga puntual a una distancia  $0.3L$  Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.50	m
$r_a = r_b$	1.00	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.20	L
L =	1	m
q =	1	puntual
a =	0.3	L
b =	0.7	L

Tabla 4-74. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga Ra=1.0, $\alpha=0.2$ , a=0.3L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (wP)	Corte (V)		MF		Grafica M	wP/Eia		Grafica M	MF AB/ Eia		Grafica M	MF BA/ Eia	
Sección	x	la=lc	b**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	wP/Eia	Area	Momento	MF AB/ Eia	Area	Momento	MF BA/ Eia	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	8.000	0.700	0.700	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.125	0.003	0.0000	0.000	0.000	0.0000
1.0	0.025	1.000	6.592	0.700	0.700	0.0175	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0027	0.0001	0.0000	-0.148	0.004	0.0001	-0.025	0.001	0.0000
2.0	0.050	1.000	5.359	0.700	0.700	0.0350	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0065	0.0002	0.0000	-0.177	0.004	0.0002	-0.050	0.001	0.0001
3.0	0.075	1.000	4.291	0.700	0.700	0.0525	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0122	0.0003	0.0000	-0.216	0.005	0.0004	-0.075	0.002	0.0002
4.0	0.100	1.000	3.375	0.700	0.700	0.0700	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0207	0.0005	0.0001	-0.267	0.007	0.0007	-0.100	0.003	0.0003
5.0	0.125	1.000	2.600	0.700	0.700	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0337	0.0008	0.0001	-0.337	0.008	0.0010	-0.125	0.003	0.0004
6.0	0.150	1.000	1.953	0.700	0.700	0.1050	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0538	0.0013	0.0002	-0.435	0.011	0.0017	-0.150	0.004	0.0006
7.0	0.175	1.000	1.424	0.700	0.700	0.1225	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0860	0.0022	0.0004	-0.579	0.014	0.0025	-0.175	0.004	0.0007
8.0	0.200	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1400	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.1400	0.0035	0.0007	-0.800	0.020	0.0040	-0.200	0.005	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1575	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.1575	0.0039	0.0009	-0.775	0.019	0.0043	-0.225	0.006	0.0014
10.0	0.250	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.1750	0.0044	0.0011	-0.750	0.019	0.0048	-0.250	0.006	0.0015
11.0	0.275	1.000	1.000	0.700	0.700	0.1925	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1925	0.0048	0.0013	-0.725	0.018	0.0050	-0.275	0.007	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.2100	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.2100	0.0053	0.0016	-0.700	0.018	0.0054	-0.300	0.008	0.0024
13.0	0.325	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.2025	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.2025	0.0051	0.0017	-0.675	0.017	0.0055	-0.325	0.008	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1950	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1950	0.0049	0.0017	-0.650	0.016	0.0056	-0.350	0.009	0.0032
15.0	0.375	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1875	0.0047	0.0018	-0.625	0.016	0.0060	-0.375	0.009	0.0034
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1800	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1800	0.0045	0.0018	-0.600	0.015	0.0060	-0.400	0.010	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1725	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1725	0.0043	0.0018	-0.575	0.014	0.0060	-0.425	0.011	0.0047
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1650	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1650	0.0041	0.0018	-0.550	0.014	0.0063	-0.450	0.011	0.0050
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1575	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1575	0.0039	0.0019	-0.525	0.013	0.0062	-0.475	0.012	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1500	0.0038	0.0019	-0.500	0.013	0.0065	-0.500	0.013	0.0065
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1425	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1425	0.0036	0.0019	-0.475	0.012	0.0063	-0.525	0.013	0.0068
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1350	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1350	0.0034	0.0019	-0.450	0.011	0.0061	-0.550	0.014	0.0077
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1275	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1275	0.0032	0.0018	-0.425	0.011	0.0063	-0.575	0.014	0.0081
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.0030	0.0018	-0.400	0.010	0.0060	-0.600	0.015	0.0090
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1125	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1125	0.0028	0.0018	-0.375	0.009	0.0056	-0.625	0.016	0.0100
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1050	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1050	0.0026	0.0017	-0.350	0.009	0.0059	-0.650	0.016	0.0104
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0975	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0975	0.0024	0.0016	-0.325	0.008	0.0054	-0.675	0.017	0.0115
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0900	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0900	0.0023	0.0016	-0.300	0.008	0.0056	-0.700	0.018	0.0126
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0825	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0825	0.0021	0.0015	-0.275	0.007	0.0051	-0.725	0.018	0.0131
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0750	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0750	0.0019	0.0014	-0.250	0.006	0.0045	-0.750	0.019	0.0143
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0675	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0675	0.0017	0.0013	-0.225	0.006	0.0047	-0.775	0.019	0.0147
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0600	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0600	0.0015	0.0012	-0.200	0.005	0.0040	-0.800	0.020	0.0160
33.0	0.825	1.000	1.424	-0.300	-0.300	0.0525	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0369	0.0009	0.0007	-0.175	0.004	0.0033	-0.579	0.014	0.0116
34.0	0.850	1.000	1.953	-0.300	-0.300	0.0450	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0230	0.0006	0.0005	-0.150	0.004	0.0034	-0.435	0.011	0.0094
35.0	0.875	1.000	2.600	-0.300	-0.300	0.0375	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0144	0.0004	0.0004	-0.125	0.003	0.0026	-0.337	0.008	0.0070
36.0	0.900	1.000	3.375	-0.300	-0.300	0.0300	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0089	0.0002	0.0002	-0.100	0.003	0.0027	-0.267	0.007	0.0063
37.0	0.925	1.000	4.291	-0.300	-0.300	0.0225	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0052	0.0001	0.0001	-0.075	0.002	0.0019	-0.216	0.005	0.0046
38.0	0.950	1.000	5.359	-0.300	-0.300	0.0150	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0028	0.0001	0.0001	-0.050	0.001	0.0010	-0.177	0.004	0.0038
39.0	0.975	1.000	6.592	-0.300	-0.300	0.0075	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0011	0.0000	0.0000	-0.025	0.001	0.0010	-0.148	0.004	0.0039
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.300	-0.300	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.0000	-0.125	0.003	0.0030
$\Sigma$												0.095	0.0423	0.39	0.160	0.4	0.229		
												wP/Eia	wP/Eia	MFAB/ Eia	MFAB/ Eia	MFBA/ Eia	MFBA/ Eia		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-250. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.095000 $wl^2$	-0.390000	MFAB	-0.400000	MFBA	= 0
$\sum MA=0$	0.042300 $wl^2$	-0.160000	MFAB	-0.229000	MFBA	= 0

MFAB=	0.264375 $wl^2$	-1.431250	MFBA		
-------	-----------------	-----------	------	--	--

$$0.095000 \, wl^2 - 0.400000 \, MFBA = 0.390000 \left( 0.264375 \, wl^2 - 1.431250 \, MFBA \right)$$

$$MFBA \begin{bmatrix} 0.558188 & -0.400000 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.103106 & -0.0950 \end{bmatrix}$$

$$MFBA \begin{bmatrix} 0.158188 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.008106 \end{bmatrix}$$

MFBA	=	wl <sup>2</sup>	*	0.051243
------	---	-----------------	---	----------

$$MFAB = 0.264375 \, wl^2 - 1.431250 \left( 0.051243 \, wl^2 \right)$$

MFAB=	0.191033 $wl^2$
-------	-----------------

Se tiene para:

MFAB=	0.1910 $wl^2$	Antihorario
MFBA=	0.0512 $wl^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.1973	0.0561
Práctico	0.1910	0.0512
% Error	0.6300	0.4900

- Ra 0.4,  $\alpha a = 0.3$ ,  $a = 0.1L$

Tabla 4-75. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 0.4$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.3$  y con una carga puntual a una distancia  $0.3L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.125	m
$r_a = r_b$	0.40	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.30	L
L=	1	m
q=	1	puntual
a=	0.3	L
b=	0.7	L

Tabla 4-76. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga $Ra=0.4$ , $\alpha a=0.3$ , $a=0.3L$		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	2.744	0.700	0.700	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.00000	0.0000	-0.364	0.0091	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	2.553	0.700	0.700	0.0175	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0069	0.00017	0.0000	-0.382	0.0095	0.0002	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	2.370	0.700	0.700	0.0350	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0148	0.00037	0.0000	-0.401	0.0100	0.0005	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	2.197	0.700	0.700	0.0525	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0239	0.00060	0.0000	-0.421	0.0105	0.0008	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	2.032	0.700	0.700	0.0700	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0344	0.00086	0.0001	-0.443	0.0111	0.0011	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	1.876	0.700	0.700	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0466	0.00117	0.0001	-0.466	0.0117	0.0015	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	1.728	0.700	0.700	0.1050	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0608	0.00152	0.0002	-0.492	0.0123	0.0018	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	1.588	0.700	0.700	0.1225	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0771	0.00193	0.0003	-0.520	0.0130	0.0023	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	1.456	0.700	0.700	0.1400	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0962	0.00240	0.0005	-0.549	0.0137	0.0027	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.331	0.700	0.700	0.1575	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.1183	0.00296	0.0007	-0.582	0.0146	0.0033	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	1.214	0.700	0.700	0.1750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.1442	0.00360	0.0009	-0.618	0.0154	0.0039	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	1.103	0.700	0.700	0.1925	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1745	0.00436	0.0012	-0.657	0.0164	0.0045	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.2100	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.2100	0.00525	0.0016	-0.700	0.0175	0.0053	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.2025	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.2025	0.00506	0.0016	-0.675	0.0169	0.0055	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1950	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1950	0.00488	0.0017	-0.650	0.0163	0.0057	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1875	0.00469	0.0018	-0.625	0.0156	0.0059	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1800	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1800	0.00450	0.0018	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1725	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1725	0.00431	0.0018	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1650	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1650	0.00413	0.0019	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1575	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1575	0.00394	0.0019	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1500	0.00375	0.0019	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1425	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1425	0.00356	0.0019	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1350	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1350	0.00338	0.0019	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1275	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1275	0.00319	0.0018	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.00300	0.0018	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1125	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1125	0.00281	0.0018	-0.375	0.0094	0.0059	-0.625	0.0156	0.0098
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1050	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1050	0.00263	0.0017	-0.350	0.0088	0.0057	-0.650	0.0163	0.0106
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0975	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0975	0.00244	0.0016	-0.325	0.0081	0.0055	-0.675	0.0169	0.0114
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0900	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0900	0.00225	0.0016	-0.300	0.0075	0.0053	-0.700	0.0175	0.0123
29.0	0.725	1.000	1.103	-0.300	-0.300	0.0825	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0748	0.00187	0.0014	-0.275	0.0069	0.0050	-0.657	0.0164	0.0119
30.0	0.750	1.000	1.214	-0.300	-0.300	0.0750	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0618	0.00154	0.0012	-0.250	0.0063	0.0047	-0.618	0.0154	0.0116
31.0	0.775	1.000	1.331	-0.300	-0.300	0.0675	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0507	0.00127	0.0010	-0.225	0.0056	0.0043	-0.582	0.0146	0.0113
32.0	0.800	1.000	1.456	-0.300	-0.300	0.0600	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0412	0.00103	0.0008	-0.200	0.0050	0.0040	-0.549	0.0137	0.0110
33.0	0.825	1.000	1.588	-0.300	-0.300	0.0525	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0331	0.00083	0.0007	-0.175	0.0044	0.0036	-0.520	0.0130	0.0107
34.0	0.850	1.000	1.728	-0.300	-0.300	0.0450	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0260	0.00065	0.0006	-0.150	0.0038	0.0032	-0.492	0.0123	0.0105
35.0	0.875	1.000	1.876	-0.300	-0.300	0.0375	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0200	0.00050	0.0004	-0.125	0.0031	0.0027	-0.466	0.0117	0.0102
36.0	0.900	1.000	2.032	-0.300	-0.300	0.0300	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0148	0.00037	0.0003	-0.100	0.0025	0.0023	-0.443	0.0111	0.0100
37.0	0.925	1.000	2.197	-0.300	-0.300	0.0225	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0102	0.00026	0.0002	-0.075	0.0019	0.0018	-0.421	0.0105	0.0097
38.0	0.950	1.000	2.370	-0.300	-0.300	0.0150	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0063	0.00016	0.0002	-0.050	0.0013	0.0012	-0.401	0.0100	0.0095
39.0	0.975	1.000	2.553	-0.300	-0.300	0.0075	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0029	0.00007	0.0001	-0.025	0.0006	0.0006	-0.382	0.0095	0.0093
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.300	-0.300	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.00000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.0091
$\Sigma$												0.092	0.041	0.4014	0.156	0.4014	0.246		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-251. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Sigma F_y=0$	0.092000 $w^2$	-0.401400 $MF_{AB}$	-0.401400 $MF_{BA}$	= 0
$\Sigma MA=0$	0.041000 $w^2$	-0.156000 $MF_{AB}$	-0.246000 $MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.262821 w^2$	$-1.576923 MF_{BA}$	
-------------------------	---------------------	--

$$0.092000 w^2 - 0.401400 MF_{BA} = 0.401400 \left( 0.262821 w^2 - 1.5769 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.632977 & -0.401400 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.105496 & -0.092000 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.231577 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.013496 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = w^2 \begin{bmatrix} 0.058279 \end{bmatrix}$
--

$$MF_{AB}= 0.262821 w^2 - 1.576923 \left( 0.058279 w^2 \right)$$

$MF_{AB}= 0.170920 w^2$
-------------------------

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.1709 w^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.0583 w^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.1762	0.0640
Práctico	0.1709	0.0583
% Error	0.5300	0.5700

- Ra 0.6,  $\alpha a= 0.3$ ,  $a= 0.3L$

Tabla 4-77. Datos de una viga con cartela;  $r_a= r_b=0.6$ ,  $\alpha a=ab=0.3$  y con una carga puntual a una distancia  $0.3L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.30	m
$r_a=r_b$	0.60	hc
$\alpha a=ab$	0.30	L
L=	1	m
q=	1	puntual
a=	0.3	L
b=	0.7	L

Tabla 4-78. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga Ra=0.6, qa=0.3, a= 0.3L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	4.096	0.700	0.700	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.244	0.0061	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	3.724	0.700	0.700	0.0175	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0047	0.0001	0.0000	-0.262	0.0065	0.0002	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	3.375	0.700	0.700	0.0350	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0104	0.0003	0.0000	-0.281	0.0070	0.0004	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	3.049	0.700	0.700	0.0525	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0172	0.0004	0.0000	-0.303	0.0076	0.0006	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	2.744	0.700	0.700	0.0700	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0255	0.0006	0.0001	-0.328	0.0082	0.0008	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	2.460	0.700	0.700	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0356	0.0009	0.0001	-0.356	0.0089	0.0011	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	2.197	0.700	0.700	0.1050	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0478	0.0012	0.0002	-0.387	0.0097	0.0015	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	1.953	0.700	0.700	0.1225	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0627	0.0016	0.0003	-0.422	0.0106	0.0019	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	1.728	0.700	0.700	0.1400	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0810	0.0020	0.0004	-0.463	0.0116	0.0023	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.521	0.700	0.700	0.1575	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.1036	0.0026	0.0006	-0.510	0.0127	0.0029	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	1.331	0.700	0.700	0.1750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.1315	0.0033	0.0008	-0.563	0.0141	0.0035	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	1.158	0.700	0.700	0.1925	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1662	0.0042	0.0012	-0.626	0.0157	0.0043	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.2100	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.2100	0.0053	0.0016	-0.700	0.0175	0.0053	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.2025	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.2025	0.0051	0.0017	-0.675	0.0169	0.0055	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1950	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1950	0.0049	0.0017	-0.650	0.0163	0.0057	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1875	0.0047	0.0018	-0.625	0.0156	0.0059	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1800	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1800	0.0045	0.0018	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1725	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1725	0.0043	0.0018	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1650	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1650	0.0041	0.0018	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1575	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1575	0.0039	0.0019	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1500	0.0038	0.0019	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1425	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1425	0.0036	0.0019	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1350	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1350	0.0034	0.0019	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1275	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1275	0.0032	0.0018	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.0030	0.0018	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1125	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1125	0.0028	0.0018	-0.375	0.0094	0.0059	-0.625	0.0156	0.0098
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1050	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1050	0.0026	0.0017	-0.350	0.0088	0.0057	-0.650	0.0163	0.0106
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0975	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0975	0.0024	0.0016	-0.325	0.0081	0.0055	-0.675	0.0169	0.0114
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0900	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0900	0.0023	0.0016	-0.300	0.0075	0.0053	-0.700	0.0175	0.0123
29.0	0.725	1.000	1.158	-0.300	-0.300	0.0825	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0712	0.0018	0.0013	-0.275	0.0069	0.0050	-0.626	0.0157	0.0114
30.0	0.750	1.000	1.331	-0.300	-0.300	0.0750	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0563	0.0014	0.0011	-0.250	0.0063	0.0047	-0.563	0.0141	0.0106
31.0	0.775	1.000	1.521	-0.300	-0.300	0.0675	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0444	0.0011	0.0009	-0.225	0.0056	0.0043	-0.510	0.0127	0.0098
32.0	0.800	1.000	1.728	-0.300	-0.300	0.0600	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0347	0.0009	0.0007	-0.200	0.0050	0.0040	-0.463	0.0116	0.0093
33.0	0.825	1.000	1.953	-0.300	-0.300	0.0525	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0269	0.0007	0.0006	-0.175	0.0044	0.0036	-0.422	0.0106	0.0087
34.0	0.850	1.000	2.197	-0.300	-0.300	0.0450	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0205	0.0005	0.0004	-0.150	0.0038	0.0032	-0.387	0.0097	0.0082
35.0	0.875	1.000	2.460	-0.300	-0.300	0.0375	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0152	0.0004	0.0004	-0.125	0.0031	0.0027	-0.356	0.0089	0.0078
36.0	0.900	1.000	2.744	-0.300	-0.300	0.0300	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0109	0.0003	0.0003	-0.100	0.0025	0.0023	-0.328	0.0082	0.0074
37.0	0.925	1.000	3.049	-0.300	-0.300	0.0225	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0074	0.0002	0.0002	-0.075	0.0019	0.0018	-0.303	0.0076	0.0070
38.0	0.950	1.000	3.375	-0.300	-0.300	0.0150	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0044	0.0001	0.0001	-0.050	0.0013	0.0012	-0.281	0.0070	0.0067
39.0	0.975	1.000	3.724	-0.300	-0.300	0.0075	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0020	0.0001	0.0001	-0.025	0.0006	0.0006	-0.262	0.0065	0.0063
40.0	1.000	1.000	4.096	-0.300	-0.300	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.244	0.0061	0.0061
$\Sigma$												0.0886	0.040	0.373	0.153	0.373	0.220		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>2</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-252. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.088600 $wl^2$	-0.373000 $MF_{AB}$	-0.373000 $MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.040000 $wl^2$	-0.153000 $MF_{AB}$	-0.220000 $MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.261438 wl^2$	-1.437908 $MF_{BA}$	
--------------------------	---------------------	--

$$0.088600 wl^2 - 0.373000 MF_{BA} = 0.373000 \left( 0.261438 wl^2 - 1.43791 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \left( 0.536340 - 0.373000 \right) = wl^2 \left( 0.097516 - 0.088600 \right)$$

$$MF_{BA} \left( 0.163340 \right) = wl^2 \left( 0.008916 \right)$$

$MF_{BA} = wl^2 \left( 0.054586 \right)$
--

$$MF_{AB} = 0.261438 wl^2 - 1.437908 \left( 0.054586 wl^2 \right)$$

$MF_{AB} = 0.182948 wl^2$
---------------------------

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.1829 wl^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0546 wl^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.1876	0.0625
Práctico	0.1829	0.0546
% Error	0.4700	0.7900

- Ra 1.0,  $\alpha a = 0.3$ ,  $a = 0.3L$

Tabla 4-79. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 1.0$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.3$  y con una carga puntual a una distancia  $0.3L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.35	m
$r_a = r_b$	1.00	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.30	L
L =	1	m
q =	1	puntual
a =	0.3	L
b =	0.7	L

Tabla 4-80. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga $Ra=1.0$ , $\alpha a=0.3$ , $a=0.3L$		Valores de Inercia		Corte (V)		M (wP)	Corte (V)		MF		Grafica M	wP/Eia		Grafica M	MF AB/ Eia		Grafica M	MF BA/ Eia			
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	wP/Eia	Area	Momento	MF AB/ Eia	Area	Momento	MF BA/ Eia	Area	Momento		
0.0	0.000	1.000	8.000	0.700	0.700	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.125	0.00313	0.00000	0.000	0.00000	0.0000		
1.0	0.025	1.000	7.041	0.700	0.700	0.0175	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0025	0.0001	0.0000	-0.138	0.00346	0.00009	-0.025	0.00063	0.0000		
2.0	0.050	1.000	6.162	0.700	0.700	0.0350	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0057	0.0001	0.0000	-0.154	0.00385	0.00019	-0.050	0.00125	0.0001		
3.0	0.075	1.000	5.359	0.700	0.700	0.0525	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0098	0.0002	0.0000	-0.173	0.00432	0.00032	-0.075	0.00188	0.0001		
4.0	0.100	1.000	4.630	0.700	0.700	0.0700	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0151	0.0004	0.0000	-0.194	0.00486	0.00049	-0.100	0.00250	0.0003		
5.0	0.125	1.000	3.969	0.700	0.700	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0220	0.0006	0.0001	-0.220	0.00551	0.00069	-0.125	0.00313	0.0004		
6.0	0.150	1.000	3.375	0.700	0.700	0.1050	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0311	0.0008	0.0001	-0.252	0.00630	0.00095	-0.150	0.00375	0.0006		
7.0	0.175	1.000	2.843	0.700	0.700	0.1225	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0431	0.0011	0.0002	-0.290	0.00725	0.00127	-0.175	0.00438	0.0008		
8.0	0.200	1.000	2.370	0.700	0.700	0.1400	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0591	0.0015	0.0003	-0.338	0.00844	0.00169	-0.200	0.00500	0.0010		
9.0	0.225	1.000	1.953	0.700	0.700	0.1575	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0806	0.0020	0.0005	-0.397	0.00992	0.00223	-0.225	0.00563	0.0013		
10.0	0.250	1.000	1.588	0.700	0.700	0.1750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.1102	0.0028	0.0007	-0.472	0.01181	0.00295	-0.250	0.00625	0.0016		
11.0	0.275	1.000	1.271	0.700	0.700	0.1925	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1515	0.0038	0.0010	-0.570	0.01426	0.00392	-0.275	0.00688	0.0019		
12.0	0.300	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.2100	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.2100	0.0053	0.0016	-0.700	0.01750	0.00525	-0.300	0.00750	0.0023		
13.0	0.325	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.2025	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.2025	0.0051	0.0017	-0.675	0.01688	0.00549	-0.325	0.00813	0.0026		
14.0	0.350	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1950	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1950	0.0049	0.0017	-0.650	0.01625	0.00569	-0.350	0.00875	0.0031		
15.0	0.375	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1875	0.0047	0.0018	-0.625	0.01563	0.00586	-0.375	0.00938	0.0035		
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1800	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1800	0.0045	0.0018	-0.600	0.01500	0.00600	-0.400	0.01000	0.0040		
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1725	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1725	0.0043	0.0018	-0.575	0.01438	0.00611	-0.425	0.01063	0.0045		
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1650	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1650	0.0041	0.0018	-0.550	0.01375	0.00619	-0.450	0.01125	0.0051		
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1575	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1575	0.0039	0.0019	-0.525	0.01313	0.00624	-0.475	0.01188	0.0056		
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1500	0.0038	0.0019	-0.500	0.01250	0.00625	-0.500	0.01250	0.0063		
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1425	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1425	0.0036	0.0019	-0.475	0.01188	0.00624	-0.525	0.01313	0.0069		
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1350	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1350	0.0034	0.0019	-0.450	0.01125	0.00619	-0.550	0.01375	0.0076		
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1275	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1275	0.0032	0.0018	-0.425	0.01063	0.00611	-0.575	0.01438	0.0083		
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.0030	0.0018	-0.400	0.01000	0.00600	-0.600	0.01500	0.0090		
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1125	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1125	0.0028	0.0018	-0.375	0.00938	0.00586	-0.625	0.01563	0.0098		
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1050	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1050	0.0026	0.0017	-0.350	0.00875	0.00569	-0.650	0.01625	0.0106		
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0975	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0975	0.0024	0.0016	-0.325	0.00813	0.00549	-0.675	0.01688	0.0114		
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.0900	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0900	0.0023	0.0016	-0.300	0.00750	0.00525	-0.700	0.01750	0.0123		
29.0	0.725	1.000	1.271	-0.300	-0.300	0.0825	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0649	0.0016	0.0012	-0.275	0.00688	0.00499	-0.725	0.01813	0.0130		
30.0	0.750	1.000	1.588	-0.300	-0.300	0.0750	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0472	0.0012	0.0009	-0.250	0.00625	0.00469	-0.750	0.01875	0.0137		
31.0	0.775	1.000	1.953	-0.300	-0.300	0.0675	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0346	0.0009	0.0007	-0.225	0.00563	0.00436	-0.775	0.01938	0.0144		
32.0	0.800	1.000	2.370	-0.300	-0.300	0.0600	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0253	0.0006	0.0005	-0.200	0.00500	0.00400	-0.800	0.02000	0.0151		
33.0	0.825	1.000	2.843	-0.300	-0.300	0.0525	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0185	0.0005	0.0004	-0.175	0.00438	0.00361	-0.825	0.02063	0.0158		
34.0	0.850	1.000	3.375	-0.300	-0.300	0.0450	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0133	0.0003	0.0003	-0.150	0.00375	0.00319	-0.850	0.02125	0.0165		
35.0	0.875	1.000	3.969	-0.300	-0.300	0.0375	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0094	0.0002	0.0002	-0.125	0.00313	0.00274	-0.875	0.02188	0.0172		
36.0	0.900	1.000	4.630	-0.300	-0.300	0.0300	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0065	0.0002	0.0002	-0.100	0.00250	0.00225	-0.900	0.02250	0.0179		
37.0	0.925	1.000	5.359	-0.300	-0.300	0.0225	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0042	0.0001	0.0001	-0.075	0.00188	0.00174	-0.925	0.02313	0.0186		
38.0	0.950	1.000	6.162	-0.300	-0.300	0.0150	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0024	0.0001	0.0001	-0.050	0.00125	0.00119	-0.950	0.02375	0.0193		
39.0	0.975	1.000	7.041	-0.300	-0.300	0.0075	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0011	0.0000	0.0000	-0.025	0.00063	0.00061	-0.975	0.02438	0.0200		
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.300	-0.300	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.00000	0.00000	-1.000	0.02500	0.0207		
$\Sigma$												0.083	0.038			0.34	0.148			0.34	0.1895
												wP/Eia	wI*/Eia			MFAB/I Eia	MFBA/I Eia			MFBA/I Eia	MFBA/I Eia



Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-253. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.083000 $w^2$	-0.340000 MFAB	-0.340000 MFBA	= 0
$\sum MA=0$	0.038000 $w^2$	-0.148000 MFAB	-0.189500 MFBA	= 0

$MF_{AB} = 0.256757 w^2 - 1.280405 MF_{BA}$
---

$$0.083000 w^2 - 0.340000 MF_{BA} = 0.340000 \left( 0.256757 w^2 - 1.280405 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.435338 & -0.340000 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.087297 & -0.083 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.095338 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.004297 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = w^2 \begin{bmatrix} 0.045071 \end{bmatrix}$
--

$$MF_{AB} = 0.256757 w^2 - 1.280405 \left( 0.045071 w^2 \right)$$

$MF_{AB} = 0.199048 w^2$
--------------------------

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.1990 w^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0451 w^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.2063	0.0577
Práctico	0.1990	0.0451
% Error	0.7300	1.2600

- Ra 0.4,  $\alpha_a = 0.4$ ,  $a = 0.3L$

Tabla 4-81. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 0.4$ ,  $\alpha_a = \alpha_b = 0.4$  y con una carga puntual a una distancia  $0.3L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.10	m
$r_a = r_b$	0.4	hc
$\alpha_a = \alpha_b$	0.4	L
L =	1	m
q =	1	puntual
a =	0.3	L
b =	0.7	L

Tabla 4-82. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga $Ra=0.4$ , $\alpha a=0.4$ , $a=0.3L$		Valores de Inercia		Corte (V)		M ( $w^2$ )	Corte (V)		MF		Grafica M	$w^2/Eia$		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	2.744	0.700	0.700	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	2.600	0.700	0.700	0.0175	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0067	0.0002	0.0000	-0.375	0.0094	0.0002	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	2.460	0.700	0.700	0.0350	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0142	0.0004	0.0000	-0.386	0.0097	0.0005	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	2.326	0.700	0.700	0.0525	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0226	0.0006	0.0000	-0.398	0.0099	0.0007	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	2.197	0.700	0.700	0.0700	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0319	0.0008	0.0001	-0.410	0.0102	0.0010	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	2.073	0.700	0.700	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0422	0.0011	0.0001	-0.422	0.0106	0.0013	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	1.953	0.700	0.700	0.1050	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0538	0.0013	0.0002	-0.435	0.0109	0.0016	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	1.838	0.700	0.700	0.1225	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0666	0.0017	0.0003	-0.449	0.0112	0.0020	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	1.728	0.700	0.700	0.1400	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0810	0.0020	0.0004	-0.463	0.0116	0.0023	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.622	0.700	0.700	0.1575	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0971	0.0024	0.0005	-0.478	0.0119	0.0027	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	1.521	0.700	0.700	0.1750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.1151	0.0029	0.0007	-0.493	0.0123	0.0031	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	1.424	0.700	0.700	0.1925	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1352	0.0034	0.0009	-0.509	0.0127	0.0035	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.331	-0.300	-0.300	0.2100	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1578	0.0039	0.0012	-0.526	0.0131	0.0039	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.242	-0.300	-0.300	0.2025	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1630	0.0041	0.0013	-0.543	0.0136	0.0044	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.158	-0.300	-0.300	0.1950	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1684	0.0042	0.0015	-0.561	0.0140	0.0049	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.077	-0.300	-0.300	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1741	0.0044	0.0017	-0.580	0.0145	0.0054	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1800	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1800	0.0045	0.0018	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1725	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1725	0.0043	0.0018	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1650	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1650	0.0041	0.0018	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1575	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1575	0.0039	0.0019	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1500	0.0038	0.0019	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1425	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1425	0.0036	0.0019	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1350	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1350	0.0034	0.0019	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1275	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1275	0.0032	0.0018	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.0030	0.0018	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090
25.0	0.625	1.000	1.077	-0.300	-0.300	0.1125	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1045	0.0026	0.0016	-0.375	0.0094	0.0059	-0.580	0.0145	0.0091
26.0	0.650	1.000	1.158	-0.300	-0.300	0.1050	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0907	0.0023	0.0015	-0.350	0.0088	0.0057	-0.561	0.0140	0.0091
27.0	0.675	1.000	1.242	-0.300	-0.300	0.0975	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0785	0.0020	0.0014	-0.325	0.0081	0.0055	-0.543	0.0136	0.0092
28.0	0.700	1.000	1.331	-0.300	-0.300	0.0900	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0676	0.0017	0.0012	-0.300	0.0075	0.0053	-0.526	0.0131	0.0092
29.0	0.725	1.000	1.424	-0.300	-0.300	0.0825	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0579	0.0014	0.0010	-0.275	0.0069	0.0050	-0.509	0.0127	0.0092
30.0	0.750	1.000	1.521	-0.300	-0.300	0.0750	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0493	0.0012	0.0009	-0.250	0.0063	0.0047	-0.493	0.0123	0.0092
31.0	0.775	1.000	1.622	-0.300	-0.300	0.0675	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0416	0.0010	0.0008	-0.225	0.0056	0.0043	-0.478	0.0119	0.0092
32.0	0.800	1.000	1.728	-0.300	-0.300	0.0600	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0347	0.0009	0.0007	-0.200	0.0050	0.0040	-0.463	0.0116	0.0093
33.0	0.825	1.000	1.838	-0.300	-0.300	0.0525	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0286	0.0007	0.0006	-0.175	0.0044	0.0036	-0.449	0.0112	0.0092
34.0	0.850	1.000	1.953	-0.300	-0.300	0.0450	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0230	0.0006	0.0005	-0.150	0.0038	0.0032	-0.435	0.0109	0.0093
35.0	0.875	1.000	2.073	-0.300	-0.300	0.0375	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0181	0.0005	0.0004	-0.125	0.0031	0.0027	-0.422	0.0106	0.0093
36.0	0.900	1.000	2.197	-0.300	-0.300	0.0300	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0137	0.0003	0.0003	-0.100	0.0025	0.0023	-0.410	0.0102	0.0092
37.0	0.925	1.000	2.326	-0.300	-0.300	0.0225	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0097	0.0002	0.0002	-0.075	0.0019	0.0018	-0.398	0.0099	0.0092
38.0	0.950	1.000	2.460	-0.300	-0.300	0.0150	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0061	0.0002	0.0002	-0.050	0.0013	0.0012	-0.386	0.0097	0.0092
39.0	0.975	1.000	2.600	-0.300	-0.300	0.0075	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0029	0.0001	0.0001	-0.025	0.0006	0.0006	-0.375	0.0094	0.0092
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.300	-0.300	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.0091
$\Sigma$												0.083	0.037	0.373		0.149	0.373		0.22
												$w^2/Eia$	$wl^4/Eia$	MFAB/ $Eia$		MFBA/ $Eia$	MFBA/ $Eia$		MFBA/ $Eia$

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-254. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	$0.083000 w^2$	$-0.373000 MF_{AB}$	$-0.373000 MF_{BA}$	$= 0$
$\sum MA=0$	$0.037000 w^2$	$-0.149000 MF_{AB}$	$-0.220000 MF_{BA}$	$= 0$

$MF_{AB}= 0.248322 w^2$	$-1.476510 MF_{BA}$	
-------------------------	---------------------	--

$$0.083000 w^2 - 0.373000 MF_{BA} = 0.373000 \left( 0.248322 w^2 - 1.476510 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \otimes \left( 0.550738 - 0.373000 \right) = w^2 \otimes \left( 0.092624 - 0.083 \right)$$

$$MF_{BA} \otimes 0.177738 = w^2 \otimes 0.009624$$

$MF_{BA} = w^2 \otimes 0.054147$
----------------------------------

$MF_{AB}= 0.248322 w^2$	$-1.476510 \left( 0.054147 w^2 \right)$
$MF_{AB}= 0.168373 w^2$	

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.1684 w^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.0541 w^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.1729	0.0666
Práctico	0.1684	0.0541
% Error	0.4500	1.2500

- Ra 0.6,  $\alpha a = 0.4$ ,  $a = 0.3L$

Tabla 4-83. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 0.6$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.4$  y con una carga puntual a una distancia  $0.3L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.150	m
$r_a = r_b$	0.6	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.4	L
L =	1	m
q =	1	puntual
a =	0.3	L
b =	0.7	L

Tabla 4-84. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga Ra=0.6, ca=0.4, a= 0.3L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	4.0960	0.700	0.700	0.00000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.00000	0.00000	-0.244	0.0061	0.0000	0.000	0.0000	0.00000
1.0	0.025	1.000	3.8147	0.700	0.700	0.01750	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0046	0.00011	0.00000	-0.256	0.0064	0.0002	-0.025	0.0006	0.00002
2.0	0.050	1.000	3.5466	0.700	0.700	0.03500	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0099	0.00025	0.00001	-0.268	0.0067	0.0003	-0.050	0.0013	0.00007
3.0	0.075	1.000	3.2913	0.700	0.700	0.05250	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0160	0.00040	0.00003	-0.281	0.0070	0.0005	-0.075	0.0019	0.00014
4.0	0.100	1.000	3.0486	0.700	0.700	0.07000	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0230	0.00057	0.00006	-0.295	0.0074	0.0007	-0.100	0.0025	0.00025
5.0	0.125	1.000	2.8182	0.700	0.700	0.08750	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0310	0.00078	0.00010	-0.310	0.0078	0.0010	-0.125	0.0031	0.00039
6.0	0.150	1.000	2.5996	0.700	0.700	0.10500	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0404	0.00101	0.00015	-0.327	0.0082	0.0012	-0.150	0.0038	0.00057
7.0	0.175	1.000	2.3927	0.700	0.700	0.12250	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0512	0.00128	0.00022	-0.345	0.0086	0.0015	-0.175	0.0044	0.00077
8.0	0.200	1.000	2.1970	0.700	0.700	0.14000	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0637	0.00159	0.00032	-0.364	0.0091	0.0018	-0.200	0.0050	0.00100
9.0	0.225	1.000	2.0123	0.700	0.700	0.15750	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0783	0.00196	0.00044	-0.385	0.0096	0.0022	-0.225	0.0056	0.00126
10.0	0.250	1.000	1.8383	0.700	0.700	0.17500	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0952	0.00238	0.00060	-0.408	0.0102	0.0026	-0.250	0.0063	0.00158
11.0	0.275	1.000	1.6746	0.700	0.700	0.19250	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1150	0.00287	0.00079	-0.433	0.0108	0.0030	-0.275	0.0069	0.00190
12.0	0.300	1.000	1.5209	-0.300	-0.300	0.21000	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1381	0.00345	0.00104	-0.460	0.0115	0.0035	-0.300	0.0075	0.00225
13.0	0.325	1.000	1.3769	-0.300	-0.300	0.20250	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1471	0.00368	0.00120	-0.490	0.0123	0.0040	-0.325	0.0081	0.00263
14.0	0.350	1.000	1.2423	-0.300	-0.300	0.19500	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1570	0.00392	0.00137	-0.523	0.0131	0.0046	-0.350	0.0088	0.00308
15.0	0.375	1.000	1.1168	-0.300	-0.300	0.18750	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1679	0.00420	0.00158	-0.560	0.0140	0.0053	-0.375	0.0094	0.00353
16.0	0.400	1.000	1.0000	-0.300	-0.300	0.18000	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1800	0.00450	0.00180	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.00400
17.0	0.425	1.000	1.0000	-0.300	-0.300	0.17250	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1725	0.00431	0.00183	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.00451
18.0	0.450	1.000	1.0000	-0.300	-0.300	0.16500	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1650	0.00413	0.00186	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.00509
19.0	0.475	1.000	1.0000	-0.300	-0.300	0.15750	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1575	0.00394	0.00187	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.00565
20.0	0.500	1.000	1.0000	-0.300	-0.300	0.15000	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1500	0.00375	0.00188	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.00625
21.0	0.525	1.000	1.0000	-0.300	-0.300	0.14250	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1425	0.00356	0.00187	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.00688
22.0	0.550	1.000	1.0000	-0.300	-0.300	0.13500	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1350	0.00338	0.00186	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.00759
23.0	0.575	1.000	1.0000	-0.300	-0.300	0.12750	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1275	0.00319	0.00183	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.00828
24.0	0.600	1.000	1.0000	-0.300	-0.300	0.12000	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.00300	0.00180	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.00900
25.0	0.625	1.000	1.1168	-0.300	-0.300	0.11250	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1007	0.00252	0.00158	-0.375	0.0094	0.0059	-0.560	0.0140	0.00875
26.0	0.650	1.000	1.2423	-0.300	-0.300	0.10500	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0845	0.00211	0.00137	-0.350	0.0088	0.0057	-0.523	0.0131	0.00852
27.0	0.675	1.000	1.3769	-0.300	-0.300	0.09750	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0708	0.00177	0.00119	-0.325	0.0081	0.0055	-0.490	0.0123	0.00830
28.0	0.700	1.000	1.5209	-0.300	-0.300	0.09000	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0592	0.00148	0.00104	-0.300	0.0075	0.0053	-0.460	0.0115	0.00805
29.0	0.725	1.000	1.6746	-0.300	-0.300	0.08250	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0493	0.00123	0.00089	-0.275	0.0069	0.0050	-0.433	0.0108	0.00783
30.0	0.750	1.000	1.8383	-0.300	-0.300	0.07500	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0408	0.00102	0.00077	-0.250	0.0063	0.0047	-0.408	0.0102	0.00765
31.0	0.775	1.000	2.0123	-0.300	-0.300	0.06750	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0335	0.00084	0.00065	-0.225	0.0056	0.0043	-0.385	0.0096	0.00744
32.0	0.800	1.000	2.1970	-0.300	-0.300	0.06000	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0273	0.00068	0.00054	-0.200	0.0050	0.0040	-0.364	0.0091	0.00728
33.0	0.825	1.000	2.3927	-0.300	-0.300	0.05250	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0219	0.00055	0.00045	-0.175	0.0044	0.0036	-0.345	0.0086	0.00710
34.0	0.850	1.000	2.5996	-0.300	-0.300	0.04500	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0173	0.00043	0.00037	-0.150	0.0038	0.0032	-0.327	0.0082	0.00697
35.0	0.875	1.000	2.8182	-0.300	-0.300	0.03750	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0133	0.00033	0.00029	-0.125	0.0031	0.0027	-0.310	0.0078	0.00683
36.0	0.900	1.000	3.0486	-0.300	-0.300	0.03000	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0098	0.00025	0.00023	-0.100	0.0025	0.0023	-0.295	0.0074	0.00666
37.0	0.925	1.000	3.2913	-0.300	-0.300	0.02250	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0068	0.00017	0.00016	-0.075	0.0019	0.0018	-0.281	0.0070	0.00648
38.0	0.950	1.000	3.5466	-0.300	-0.300	0.01500	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0042	0.00011	0.00010	-0.050	0.0013	0.0012	-0.268	0.0067	0.00637
39.0	0.975	1.000	3.8147	-0.300	-0.300	0.00750	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0020	0.00005	0.00005	-0.025	0.0006	0.0006	-0.256	0.0064	0.00624
40.0	1.000	1.000	4.0960	-0.300	-0.300	0.00000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.00000	0.00000	0.000	0.0000	0.0000	-0.244	0.0061	0.00610
$\Sigma$												0.0758	0.034	0.34	0.144	0.34	0.193		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>2</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-255. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.075800 $w^2$	-0.340000 $MF_{AB}$	-0.340000 $MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.034000 $w^2$	-0.144000 $MF_{AB}$	-0.193000 $MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB} = 0.236111 w^2 - 1.340278 MF_{BA}$
---

$$0.075800 w^2 - 0.340000 MF_{BA} = 0.340000 \left( 0.23611 w^2 - 1.3403 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.45569 & -0.34000 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.08028 & -0.0758 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.11569 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.00448 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = w^2 \begin{bmatrix} 0.03872 \end{bmatrix}$
---

$$MF_{AB} = 0.2361 w^2 - 1.3403 \begin{bmatrix} 0.0387 w^2 \end{bmatrix}$$

$MF_{AB} = 0.1842 w^2$
------------------------

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.1842 w^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0387 w^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.1829	0.0667
Práctico	0.1842	0.0387
% Error	0.1300	2.8000

- Ra 1.0,  $\alpha a = 0.4$ ,  $a = 0.3L$

Tabla 4-85. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 1.0$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.4$  y con una carga puntual a una distancia  $0.3L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.25	m
$r_a = r_b$	1.0	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.4	L
$L =$	1	m
$q =$	1	puntual
$a =$	0.3	L
$b =$	0.7	L

Tabla 4-86. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga $Ra=1.0$ , $\alpha a=0.4$ , $a=0.3L$		Valores de Inercia		Corte (V)		M ( $w^2$ )	Corte (V)		MF		Grafica M	$w^2/Eia$		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela			
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento		
0.0	0.000	1.000	8.000	0.700	0.700	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0000	0.000	0.0000	0.0000		
1.0	0.025	1.000	7.273	0.700	0.700	0.0175	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0024	0.0001	0.0000	-0.134	0.0034	0.0001	-0.025	0.0006	0.0000		
2.0	0.050	1.000	6.592	0.700	0.700	0.0350	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0053	0.0001	0.0000	-0.144	0.0036	0.0002	-0.050	0.0013	0.0001		
3.0	0.075	1.000	5.954	0.700	0.700	0.0525	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0088	0.0002	0.0000	-0.155	0.0039	0.0003	-0.075	0.0019	0.0001		
4.0	0.100	1.000	5.359	0.700	0.700	0.0700	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0131	0.0003	0.0000	-0.168	0.0042	0.0004	-0.100	0.0025	0.0003		
5.0	0.125	1.000	4.805	0.700	0.700	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0182	0.0005	0.0001	-0.182	0.0046	0.0006	-0.125	0.0031	0.0004		
6.0	0.150	1.000	4.291	0.700	0.700	0.1050	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0245	0.0006	0.0001	-0.198	0.0050	0.0008	-0.150	0.0038	0.0006		
7.0	0.175	1.000	3.815	0.700	0.700	0.1225	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0321	0.0008	0.0001	-0.216	0.0054	0.0009	-0.175	0.0044	0.0008		
8.0	0.200	1.000	3.375	0.700	0.700	0.1400	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0415	0.0010	0.0002	-0.237	0.0059	0.0012	-0.200	0.0050	0.0010		
9.0	0.225	1.000	2.970	0.700	0.700	0.1575	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0530	0.0013	0.0003	-0.261	0.0065	0.0015	-0.225	0.0056	0.0013		
10.0	0.250	1.000	2.600	0.700	0.700	0.1750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0673	0.0017	0.0004	-0.288	0.0072	0.0018	-0.250	0.0063	0.0016		
11.0	0.275	1.000	2.261	0.700	0.700	0.1925	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0851	0.0021	0.0006	-0.321	0.0080	0.0022	-0.275	0.0069	0.0019		
12.0	0.300	1.000	1.953	-0.300	-0.300	0.2100	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1075	0.0027	0.0008	-0.358	0.0090	0.0027	-0.300	0.0075	0.0023		
13.0	0.325	1.000	1.675	-0.300	-0.300	0.2025	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1209	0.0030	0.0010	-0.403	0.0101	0.0033	-0.325	0.0081	0.0026		
14.0	0.350	1.000	1.424	-0.300	-0.300	0.1950	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1369	0.0034	0.0012	-0.456	0.0114	0.0040	-0.350	0.0088	0.0031		
15.0	0.375	1.000	1.199	-0.300	-0.300	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1564	0.0039	0.0015	-0.521	0.0130	0.0049	-0.375	0.0094	0.0035		
16.0	0.400	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1800	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1800	0.0045	0.0018	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040		
17.0	0.425	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1725	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1725	0.0043	0.0018	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045		
18.0	0.450	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1650	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1650	0.0041	0.0018	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051		
19.0	0.475	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1575	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1575	0.0039	0.0019	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057		
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1500	0.0038	0.0019	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063		
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1425	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1425	0.0036	0.0019	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069		
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1350	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1350	0.0034	0.0019	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076		
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1275	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1275	0.0032	0.0018	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083		
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1200	0.0030	0.0018	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090		
25.0	0.625	1.000	1.199	-0.300	-0.300	0.1125	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0938	0.0023	0.0014	-0.375	0.0094	0.0059	-0.521	0.0130	0.0081		
26.0	0.650	1.000	1.424	-0.300	-0.300	0.1050	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0737	0.0018	0.0012	-0.350	0.0088	0.0057	-0.456	0.0114	0.0074		
27.0	0.675	1.000	1.675	-0.300	-0.300	0.0975	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0582	0.0015	0.0010	-0.325	0.0081	0.0055	-0.403	0.0101	0.0068		
28.0	0.700	1.000	1.953	-0.300	-0.300	0.0900	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0461	0.0012	0.0008	-0.300	0.0075	0.0053	-0.358	0.0090	0.0063		
29.0	0.725	1.000	2.261	-0.300	-0.300	0.0825	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0365	0.0009	0.0007	-0.275	0.0069	0.0050	-0.321	0.0080	0.0058		
30.0	0.750	1.000	2.600	-0.300	-0.300	0.0750	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0288	0.0007	0.0005	-0.250	0.0063	0.0047	-0.288	0.0072	0.0054		
31.0	0.775	1.000	2.970	-0.300	-0.300	0.0675	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0227	0.0006	0.0005	-0.225	0.0056	0.0043	-0.261	0.0065	0.0050		
32.0	0.800	1.000	3.375	-0.300	-0.300	0.0600	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0178	0.0004	0.0003	-0.200	0.0050	0.0040	-0.237	0.0059	0.0047		
33.0	0.825	1.000	3.815	-0.300	-0.300	0.0525	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0138	0.0003	0.0002	-0.175	0.0044	0.0036	-0.216	0.0054	0.0045		
34.0	0.850	1.000	4.291	-0.300	-0.300	0.0450	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0105	0.0003	0.0003	-0.150	0.0038	0.0032	-0.198	0.0050	0.0043		
35.0	0.875	1.000	4.805	-0.300	-0.300	0.0375	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0078	0.0002	0.0002	-0.125	0.0031	0.0027	-0.182	0.0046	0.0040		
36.0	0.900	1.000	5.359	-0.300	-0.300	0.0300	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0056	0.0001	0.0001	-0.100	0.0025	0.0023	-0.168	0.0042	0.0038		
37.0	0.925	1.000	5.954	-0.300	-0.300	0.0225	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0038	0.0001	0.0001	-0.075	0.0019	0.0018	-0.155	0.0039	0.0036		
38.0	0.950	1.000	6.592	-0.300	-0.300	0.0150	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0023	0.0001	0.0001	-0.050	0.0013	0.0012	-0.144	0.0036	0.0034		
39.0	0.975	1.000	7.273	-0.300	-0.300	0.0075	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0010	0.0000	0.0000	-0.025	0.0006	0.0006	-0.134	0.0034	0.0033		
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.300	-0.300	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0031		
$\Sigma$												0.0660	0.0303	0.3		0.136	0.3		0.1565		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Ela		MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-256. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.066000 $wl^2$	-0.300000 $MF_{AB}$	-0.300000 $MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.030300 $wl^2$	-0.136000 $MF_{AB}$	-0.156500 $MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.222794 wl^2$	$-1.150735 MF_{BA}$	
--------------------------	---------------------	--

$$0.066000 wl^2 - 0.300000 MF_{BA} = 0.300000 \left( 0.222794 wl^2 - 1.1507 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.345221 & -0.300000 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.066838 & -0.066000 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.045221 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.000838 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.018531 \end{bmatrix}$
---

$$MF_{AB} = 0.222794 wl^2 - 1.150735 \left( 0.018531 wl^2 \right)$$

$MF_{AB} = 0.201470 wl^2$
---------------------------

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.2015 wl^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0185 wl^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.1991	0.0649
Práctico	0.2015	0.0185
% Error	0.2400	4.6400

- Ra 0.4,  $\alpha a = 0.5$ ,  $a = 0.3L$

Tabla 4-87. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 0.4$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.5$  y con una carga puntual a una distancia  $0.3L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.08	m
$r_a = r_b$	0.40	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.50	L
L =	1	m
q =	1	puntual
a =	0.3	L
b =	0.7	L

Tabla 4-88. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga Ra=0.4, ca=0.5, a= 0.3L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (wP)	Corte (V)		MF		Grafica M	wP/Eia		Grafica M	MF AB/ Eia		Grafica M	MF BA/ Eia				
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	wP/Eia	Area	Momento	MF AB/ Eia	Area	Momento	MF BA/ Eia	Area	Momento			
0.0	0.000	1.000	2.744	0.700	0.700	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.00000	0.00000	-0.364	0.00911	0.00000	0.000	0.0000	0.0000			
1.0	0.025	1.000	2.628	0.700	0.700	0.0175	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0067	0.00017	0.00000	-0.371	0.00928	0.00023	-0.025	0.00063	0.00002			
2.0	0.050	1.000	2.515	0.700	0.700	0.0350	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0139	0.00035	0.00002	-0.378	0.00944	0.00047	-0.050	0.00125	0.00006			
3.0	0.075	1.000	2.406	0.700	0.700	0.0525	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0218	0.00055	0.00004	-0.384	0.00961	0.00072	-0.075	0.00188	0.00014			
4.0	0.100	1.000	2.300	0.700	0.700	0.0700	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0304	0.00076	0.00008	-0.391	0.00978	0.00098	-0.100	0.00250	0.00025			
5.0	0.125	1.000	2.197	0.700	0.700	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0398	0.00100	0.00013	-0.398	0.00996	0.00125	-0.125	0.00313	0.00039			
6.0	0.150	1.000	2.097	0.700	0.700	0.1050	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0501	0.00125	0.00019	-0.405	0.01013	0.00152	-0.150	0.00375	0.00056			
7.0	0.175	1.000	2.000	0.700	0.700	0.1225	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0613	0.00153	0.00027	-0.413	0.01031	0.00180	-0.175	0.00438	0.00077			
8.0	0.200	1.000	1.907	0.700	0.700	0.1400	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0734	0.00184	0.00037	-0.420	0.01049	0.00210	-0.200	0.00500	0.00100			
9.0	0.225	1.000	1.816	0.700	0.700	0.1575	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0867	0.00217	0.00049	-0.427	0.01067	0.00240	-0.225	0.00563	0.00127			
10.0	0.250	1.000	1.728	0.700	0.700	0.1750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.1013	0.00253	0.00063	-0.434	0.01085	0.00271	-0.250	0.00625	0.00156			
11.0	0.275	1.000	1.643	0.700	0.700	0.1925	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1172	0.00293	0.00081	-0.441	0.01103	0.00303	-0.275	0.00688	0.00189			
12.0	0.300	1.000	1.561	-0.300	-0.300	0.2100	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1345	0.00336	0.00101	-0.448	0.01121	0.00336	-0.300	0.00750	0.00225			
13.0	0.325	1.000	1.482	-0.300	-0.300	0.2025	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1366	0.00342	0.00111	-0.455	0.01139	0.00370	-0.325	0.00813	0.00264			
14.0	0.350	1.000	1.405	-0.300	-0.300	0.1950	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1388	0.00347	0.00121	-0.463	0.01157	0.00405	-0.350	0.00875	0.00306			
15.0	0.375	1.000	1.331	-0.300	-0.300	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1409	0.00352	0.00132	-0.470	0.01174	0.00440	-0.375	0.00938	0.00352			
16.0	0.400	1.000	1.260	-0.300	-0.300	0.1800	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1429	0.00357	0.00143	-0.476	0.01190	0.00476	-0.400	0.01000	0.00400			
17.0	0.425	1.000	1.191	-0.300	-0.300	0.1725	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1448	0.00362	0.00154	-0.483	0.01207	0.00513	-0.425	0.01063	0.00452			
18.0	0.450	1.000	1.125	-0.300	-0.300	0.1650	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1467	0.00367	0.00165	-0.489	0.01222	0.00550	-0.450	0.01125	0.00506			
19.0	0.475	1.000	1.061	-0.300	-0.300	0.1575	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1484	0.00371	0.00176	-0.495	0.01237	0.00588	-0.475	0.01188	0.00564			
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1500	0.00375	0.00188	-0.500	0.01250	0.00625	-0.500	0.01250	0.00625			
21.0	0.525	1.000	1.061	-0.300	-0.300	0.1425	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1343	0.00336	0.00176	-0.475	0.01188	0.00624	-0.495	0.01237	0.00649			
22.0	0.550	1.000	1.125	-0.300	-0.300	0.1350	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1200	0.00300	0.00165	-0.450	0.01125	0.00619	-0.489	0.01222	0.00672			
23.0	0.575	1.000	1.191	-0.300	-0.300	0.1275	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1071	0.00268	0.00154	-0.425	0.01063	0.00611	-0.483	0.01207	0.00694			
24.0	0.600	1.000	1.260	-0.300	-0.300	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0952	0.00238	0.00143	-0.400	0.01000	0.00600	-0.476	0.01190	0.00714			
25.0	0.625	1.000	1.331	-0.300	-0.300	0.1125	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0845	0.00211	0.00132	-0.375	0.00938	0.00586	-0.470	0.01174	0.00734			
26.0	0.650	1.000	1.405	-0.300	-0.300	0.1050	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0747	0.00187	0.00122	-0.350	0.00875	0.00569	-0.463	0.01157	0.00752			
27.0	0.675	1.000	1.482	-0.300	-0.300	0.0975	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0658	0.00164	0.00111	-0.325	0.00813	0.00549	-0.455	0.01139	0.00769			
28.0	0.700	1.000	1.561	-0.300	-0.300	0.0900	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0577	0.00144	0.00101	-0.300	0.00750	0.00525	-0.448	0.01121	0.00785			
29.0	0.725	1.000	1.643	-0.300	-0.300	0.0825	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0502	0.00126	0.00091	-0.275	0.00688	0.00499	-0.441	0.01103	0.00800			
30.0	0.750	1.000	1.728	-0.300	-0.300	0.0750	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0434	0.00109	0.00082	-0.250	0.00625	0.00469	-0.434	0.01085	0.00814			
31.0	0.775	1.000	1.816	-0.300	-0.300	0.0675	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0372	0.00093	0.00072	-0.225	0.00563	0.00436	-0.427	0.01067	0.00827			
32.0	0.800	1.000	1.907	-0.300	-0.300	0.0600	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0315	0.00079	0.00063	-0.200	0.00500	0.00400	-0.420	0.01049	0.00839			
33.0	0.825	1.000	2.000	-0.300	-0.300	0.0525	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0263	0.00066	0.00054	-0.175	0.00438	0.00361	-0.413	0.01031	0.00851			
34.0	0.850	1.000	2.097	-0.300	-0.300	0.0450	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0215	0.00054	0.00046	-0.150	0.00375	0.00319	-0.405	0.01013	0.00861			
35.0	0.875	1.000	2.197	-0.300	-0.300	0.0375	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0171	0.00043	0.00038	-0.125	0.00313	0.00274	-0.398	0.00996	0.00872			
36.0	0.900	1.000	2.300	-0.300	-0.300	0.0300	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0130	0.00033	0.00030	-0.100	0.00250	0.00225	-0.391	0.00978	0.00880			
37.0	0.925	1.000	2.406	-0.300	-0.300	0.0225	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0094	0.00023	0.00021	-0.075	0.00188	0.00174	-0.384	0.00961	0.00889			
38.0	0.950	1.000	2.515	-0.300	-0.300	0.0150	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0060	0.00015	0.00014	-0.050	0.00125	0.00119	-0.378	0.00944	0.00897			
39.0	0.975	1.000	2.628	-0.300	-0.300	0.0075	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0029	0.00007	0.00007	-0.025	0.00063	0.00061	-0.371	0.00928	0.00905			
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.300	-0.300	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.00000	0.00000	0.000	0.00000	0.00000	-0.364	0.00911	0.00911			
$\Sigma$												0.072	0.3464	0.1404	0.3464	0.206						
												wP/Eia	wP/Eia	MFAB/Eia	MFAB/Eia	MFBA/Eia	MFBA/Eia					



Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-257. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.072000 $w^2$	-0.346400	$MF_{AB}$	-0.346400	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.032160 $w^2$	-0.140400	$MF_{AB}$	-0.206000	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.229060 w^2$	-1.467236	$MF_{BA}$				
0.072000 $w^2$	-0.346400	$MF_{BA}$	=	0.346400	$\left( \begin{matrix} 0.229060 w^2 & -1.4672 \end{matrix} \right) MF_{BA}$	
$MF_{BA} \otimes$	$\left( \begin{matrix} 0.508251 & -0.346400 \end{matrix} \right)$	=	$w^2 \otimes$	$\left( \begin{matrix} 0.079346 & -0.072 \end{matrix} \right)$		
$MF_{BA} \otimes$	0.161851	=	$w^2 \otimes$	0.007346		
			$MF_{BA} = w^2 \otimes$	0.045387		

$MF_{AB}= 0.229060 w^2$	-1.467236	$\left( \begin{matrix} 0.045387 & w^2 \end{matrix} \right)$				
$MF_{AB}= 0.162467 w^2$						

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.1625 w^2$	Antihorario	Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
$MF_{BA}= 0.0454 w^2$	Horario	Teórico	0.1682	0.0672
		Práctico	0.1625	0.0454
		% Error	0.5700	2.1800

- Ra 0.6,  $\alpha a= 0.5$ ,  $a= 0.1L$

Tabla 4-89. Datos de una viga con cartela;  $r_a=r_b=0.6$ ,  $\alpha a=ab=0.5$  y con una carga puntual a una distancia  $0.3L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.12	m
$r_a=r_b$	0.60	hc
$\alpha a=ab$	0.50	L
L=	1	m
q=	1	puntual
a=	0.3	L
b=	0.7	L

Tabla 4-90. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga Ra=0.6, ca=0.5, a= 0.3L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	4.096	0.700	0.700	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.244	0.0061	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	3.870	0.700	0.700	0.0175	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0045	0.0001	0.0000	-0.252	0.0063	0.0002	-0.025	0.00063	0.00002
2.0	0.050	1.000	3.652	0.700	0.700	0.0350	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0096	0.0002	0.0000	-0.260	0.0065	0.0003	-0.050	0.00125	0.00006
3.0	0.075	1.000	3.443	0.700	0.700	0.0525	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0152	0.0004	0.0000	-0.269	0.0067	0.0005	-0.075	0.00188	0.00014
4.0	0.100	1.000	3.242	0.700	0.700	0.0700	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0216	0.0005	0.0001	-0.278	0.0069	0.0007	-0.100	0.00250	0.00025
5.0	0.125	1.000	3.049	0.700	0.700	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0287	0.0007	0.0001	-0.287	0.0072	0.0009	-0.125	0.00313	0.00039
6.0	0.150	1.000	2.863	0.700	0.700	0.1050	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0367	0.0009	0.0001	-0.297	0.0074	0.0011	-0.150	0.00375	0.00056
7.0	0.175	1.000	2.686	0.700	0.700	0.1225	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0456	0.0011	0.0002	-0.307	0.0077	0.0013	-0.175	0.00438	0.00077
8.0	0.200	1.000	2.515	0.700	0.700	0.1400	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0557	0.0014	0.0003	-0.318	0.0080	0.0016	-0.200	0.00500	0.00100
9.0	0.225	1.000	2.353	0.700	0.700	0.1575	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0669	0.0017	0.0004	-0.329	0.0082	0.0018	-0.225	0.00563	0.00127
10.0	0.250	1.000	2.197	0.700	0.700	0.1750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0797	0.0020	0.0005	-0.341	0.0085	0.0021	-0.250	0.00625	0.00156
11.0	0.275	1.000	2.048	0.700	0.700	0.1925	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0940	0.0023	0.0006	-0.354	0.0089	0.0024	-0.275	0.00688	0.00189
12.0	0.300	1.000	1.907	-0.300	-0.300	0.2100	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1101	0.0028	0.0008	-0.367	0.0092	0.0028	-0.300	0.00750	0.00225
13.0	0.325	1.000	1.772	-0.300	-0.300	0.2025	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1143	0.0029	0.0009	-0.381	0.0095	0.0031	-0.325	0.00813	0.00264
14.0	0.350	1.000	1.643	-0.300	-0.300	0.1950	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1187	0.0030	0.0011	-0.396	0.0099	0.0035	-0.350	0.00875	0.00306
15.0	0.375	1.000	1.521	-0.300	-0.300	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1233	0.0031	0.0012	-0.411	0.0103	0.0039	-0.375	0.00938	0.00352
16.0	0.400	1.000	1.405	-0.300	-0.300	0.1800	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1281	0.0032	0.0013	-0.427	0.0107	0.0043	-0.400	0.01000	0.00400
17.0	0.425	1.000	1.295	-0.300	-0.300	0.1725	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1332	0.0033	0.0014	-0.444	0.0111	0.0047	-0.425	0.01063	0.00452
18.0	0.450	1.000	1.191	-0.300	-0.300	0.1650	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1385	0.0035	0.0016	-0.462	0.0115	0.0052	-0.450	0.01125	0.00506
19.0	0.475	1.000	1.093	-0.300	-0.300	0.1575	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1441	0.0036	0.0017	-0.480	0.0120	0.0057	-0.475	0.01188	0.00564
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1500	0.0038	0.0019	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.01250	0.00625
21.0	0.525	1.000	1.093	-0.300	-0.300	0.1425	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1304	0.0033	0.0017	-0.475	0.0119	0.0062	-0.480	0.01201	0.00631
22.0	0.550	1.000	1.191	-0.300	-0.300	0.1350	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1134	0.0028	0.0015	-0.450	0.0113	0.0062	-0.462	0.01154	0.00635
23.0	0.575	1.000	1.295	-0.300	-0.300	0.1275	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0985	0.0025	0.0014	-0.425	0.0106	0.0061	-0.444	0.01110	0.00638
24.0	0.600	1.000	1.405	-0.300	-0.300	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0854	0.0021	0.0013	-0.400	0.0100	0.0060	-0.427	0.01068	0.00641
25.0	0.625	1.000	1.521	-0.300	-0.300	0.1125	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0740	0.0018	0.0011	-0.375	0.0094	0.0059	-0.411	0.01027	0.00642
26.0	0.650	1.000	1.643	-0.300	-0.300	0.1050	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0639	0.0016	0.0010	-0.350	0.0088	0.0057	-0.396	0.00989	0.00643
27.0	0.675	1.000	1.772	-0.300	-0.300	0.0975	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0550	0.0014	0.0009	-0.325	0.0081	0.0055	-0.381	0.00952	0.00643
28.0	0.700	1.000	1.907	-0.300	-0.300	0.0900	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0472	0.0012	0.0008	-0.300	0.0075	0.0053	-0.367	0.00918	0.00643
29.0	0.725	1.000	2.048	-0.300	-0.300	0.0825	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0403	0.0010	0.0007	-0.275	0.0069	0.0050	-0.354	0.00885	0.00642
30.0	0.750	1.000	2.197	-0.300	-0.300	0.0750	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0341	0.0009	0.0007	-0.250	0.0063	0.0047	-0.341	0.00853	0.00640
31.0	0.775	1.000	2.353	-0.300	-0.300	0.0675	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0287	0.0007	0.0005	-0.225	0.0056	0.0043	-0.329	0.00823	0.00638
32.0	0.800	1.000	2.515	-0.300	-0.300	0.0600	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0239	0.0006	0.0005	-0.200	0.0050	0.0040	-0.318	0.00795	0.00636
33.0	0.825	1.000	2.686	-0.300	-0.300	0.0525	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0195	0.0005	0.0004	-0.175	0.0044	0.0036	-0.307	0.00768	0.00634
34.0	0.850	1.000	2.863	-0.300	-0.300	0.0450	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0157	0.0004	0.0003	-0.150	0.0038	0.0032	-0.297	0.00742	0.00631
35.0	0.875	1.000	3.049	-0.300	-0.300	0.0375	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0123	0.0003	0.0003	-0.125	0.0031	0.0027	-0.287	0.00717	0.00627
36.0	0.900	1.000	3.242	-0.300	-0.300	0.0300	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0093	0.0002	0.0002	-0.100	0.0025	0.0023	-0.278	0.00694	0.00625
37.0	0.925	1.000	3.443	-0.300	-0.300	0.0225	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0065	0.0002	0.0002	-0.075	0.0019	0.0018	-0.269	0.00672	0.00622
38.0	0.950	1.000	3.652	-0.300	-0.300	0.0150	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0041	0.0001	0.0001	-0.050	0.0013	0.0012	-0.260	0.00650	0.00618
39.0	0.975	1.000	3.870	-0.300	-0.300	0.0075	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0019	0.0000	0.0000	-0.025	0.0006	0.0006	-0.252	0.00630	0.00614
40.0	1.000	1.000	4.096	-0.300	-0.300	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.244	0.00610	0.00610
$\Sigma$											0.0621	0.03	0.30	0.133	0.30	0.1714			
											w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>2</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela			

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-258. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.062100 $w^2$	-0.300000	$MF_{AB}$	-0.300000	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.030000 $w^2$	-0.133000	$MF_{AB}$	-0.171400	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.225564 w^2$	-1.288722	$MF_{BA}$
-------------------------	-----------	-----------

$$0.062100 w^2 - 0.300000 MF_{BA} = 0.300000 \left( 0.225564 w^2 - 1.288722 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.386617 & -0.300000 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.067669 & -0.0621 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.086617 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.005569 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = w^2 \begin{bmatrix} 0.064295 \end{bmatrix}$
--

$$MF_{AB} = 0.225564 w^2 - 1.288722 \left( 0.064295 w^2 \right)$$

$MF_{AB} = 0.142706 w^2$
--------------------------

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.1427 w^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.0643 w^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.1761	0.0680
Práctico	0.1427	0.0643
% Error	3.3400	0.3700

- Ra 1.0,  $\alpha a = 0.5$ ,  $a = 0.3L$

Tabla 4-91. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 1.0$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.5$  y con una carga puntual a una distancia  $0.3L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.2	m
$r_a = r_b$	1.00	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.50	L
L =	1	m
q =	1	puntual
a =	0.3	L
b =	0.7	L

Tabla 4-92. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007

Viga Ra=1.0, $\alpha a=0.5$ , a= 0.3L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/Eia		Grafica M	MF BA/Eia	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/Eia	Area	Momento	MF BA/Eia	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	8.000	0.700	0.700	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	7.415	0.700	0.700	0.0175	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0024	0.0001	0.0000	-0.131	0.0033	0.0001	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	6.859	0.700	0.700	0.0350	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0051	0.0001	0.0000	-0.139	0.0035	0.0002	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	6.332	0.700	0.700	0.0525	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0083	0.0002	0.0000	-0.146	0.0037	0.0003	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	5.832	0.700	0.700	0.0700	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0120	0.0003	0.0000	-0.154	0.0039	0.0004	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	5.359	0.700	0.700	0.0875	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0163	0.0004	0.0001	-0.163	0.0041	0.0005	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	4.913	0.700	0.700	0.1050	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0214	0.0005	0.0001	-0.173	0.0043	0.0006	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	4.492	0.700	0.700	0.1225	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0273	0.0007	0.0001	-0.184	0.0046	0.0008	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	4.096	0.700	0.700	0.1400	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0342	0.0009	0.0002	-0.195	0.0049	0.0010	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	3.724	0.700	0.700	0.1575	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0423	0.0011	0.0002	-0.208	0.0052	0.0012	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	3.375	0.700	0.700	0.1750	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0519	0.0013	0.0003	-0.222	0.0056	0.0014	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	3.049	0.700	0.700	0.1925	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0631	0.0016	0.0004	-0.238	0.0059	0.0016	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	2.744	-0.300	-0.300	0.2100	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0765	0.0019	0.0006	-0.255	0.0064	0.0019	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	2.460	-0.300	-0.300	0.2025	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0823	0.0021	0.0007	-0.274	0.0069	0.0022	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	2.197	-0.300	-0.300	0.1950	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0888	0.0022	0.0008	-0.296	0.0074	0.0026	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.953	-0.300	-0.300	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0960	0.0024	0.0009	-0.320	0.0080	0.0030	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.728	-0.300	-0.300	0.1800	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1042	0.0026	0.0010	-0.347	0.0087	0.0035	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.521	-0.300	-0.300	0.1725	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1134	0.0028	0.0012	-0.378	0.0095	0.0040	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.331	-0.300	-0.300	0.1650	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1240	0.0031	0.0014	-0.413	0.0103	0.0046	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.158	-0.300	-0.300	0.1575	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.1360	0.0034	0.0016	-0.453	0.0113	0.0054	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	-0.300	-0.300	0.1500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.1500	0.0038	0.0019	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.158	-0.300	-0.300	0.1425	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.1231	0.0031	0.0016	-0.475	0.0119	0.0062	-0.453	0.0113	0.0059
22.0	0.550	1.000	1.331	-0.300	-0.300	0.1350	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1014	0.0025	0.0014	-0.450	0.0113	0.0062	-0.413	0.0103	0.0057
23.0	0.575	1.000	1.521	-0.300	-0.300	0.1275	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.0838	0.0021	0.0012	-0.425	0.0106	0.0061	-0.378	0.0095	0.0055
24.0	0.600	1.000	1.728	-0.300	-0.300	0.1200	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.0694	0.0017	0.0010	-0.400	0.0100	0.0060	-0.347	0.0087	0.0052
25.0	0.625	1.000	1.953	-0.300	-0.300	0.1125	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0576	0.0014	0.0009	-0.375	0.0094	0.0059	-0.320	0.0080	0.0050
26.0	0.650	1.000	2.197	-0.300	-0.300	0.1050	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0478	0.0012	0.0008	-0.350	0.0088	0.0057	-0.296	0.0074	0.0048
27.0	0.675	1.000	2.460	-0.300	-0.300	0.0975	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0396	0.0010	0.0007	-0.325	0.0081	0.0055	-0.274	0.0069	0.0047
28.0	0.700	1.000	2.744	-0.300	-0.300	0.0900	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0328	0.0008	0.0006	-0.300	0.0075	0.0053	-0.255	0.0064	0.0045
29.0	0.725	1.000	3.049	-0.300	-0.300	0.0825	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0271	0.0007	0.0005	-0.275	0.0069	0.0050	-0.238	0.0059	0.0043
30.0	0.750	1.000	3.375	-0.300	-0.300	0.0750	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0222	0.0006	0.0005	-0.250	0.0063	0.0047	-0.222	0.0056	0.0042
31.0	0.775	1.000	3.724	-0.300	-0.300	0.0675	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0181	0.0005	0.0004	-0.225	0.0056	0.0043	-0.208	0.0052	0.0040
32.0	0.800	1.000	4.096	-0.300	-0.300	0.0600	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0146	0.0004	0.0003	-0.200	0.0050	0.0040	-0.195	0.0049	0.0039
33.0	0.825	1.000	4.492	-0.300	-0.300	0.0525	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0117	0.0003	0.0002	-0.175	0.0044	0.0036	-0.184	0.0046	0.0038
34.0	0.850	1.000	4.913	-0.300	-0.300	0.0450	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0092	0.0002	0.0002	-0.150	0.0038	0.0032	-0.173	0.0043	0.0037
35.0	0.875	1.000	5.359	-0.300	-0.300	0.0375	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0070	0.0002	0.0002	-0.125	0.0031	0.0027	-0.163	0.0041	0.0036
36.0	0.900	1.000	5.832	-0.300	-0.300	0.0300	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0051	0.0001	0.0001	-0.100	0.0025	0.0023	-0.154	0.0039	0.0035
37.0	0.925	1.000	6.332	-0.300	-0.300	0.0225	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0036	0.0001	0.0001	-0.075	0.0019	0.0018	-0.146	0.0037	0.0034
38.0	0.950	1.000	6.859	-0.300	-0.300	0.0150	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0022	0.0001	0.0001	-0.050	0.0013	0.0012	-0.139	0.0035	0.0033
39.0	0.975	1.000	7.415	-0.300	-0.300	0.0075	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0010	0.0000	0.0000	-0.025	0.0006	0.0006	-0.131	0.0033	0.0032
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.300	-0.300	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0031
$\Sigma$												0.049	0.02	0.25	0.1	0.25	0.131		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>2</sup> /Eia	MFAB/Eia	MFBA/Eia	MFBA/Eia	MFBA/Eia		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-259. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.049000 $wl^2$	-0.250000	$MF_{AB}$	-0.250000	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.020000 $wl^2$	-0.100000	$MF_{AB}$	-0.131000	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.200000 wl^2$	-1.310000	$MF_{BA}$	=	0.250000	[	0.2000 $wl^2$	-1.31	] $MF_{BA}$		
$MF_{BA} \times$	[	0.327500	-0.250000	]	=	$wl^2 \times$	[	0.0500	-0.049	]
$MF_{BA} \times$	0.077500	=	$wl^2 \times$	0.0010						

$MF_{BA}$	=	$wl^2 \times$	0.012903
-----------	---	---------------	----------

$MF_{AB}= 0.200000 wl^2$	-1.310000	[	0.012903	$wl^2$	]
$MF_{AB}= 0.183097 wl^2$					

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.1831 wl^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.0129 wl^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.1886	0.0686
Práctico	0.1831	0.0129
% Error	0.5500	5.5700

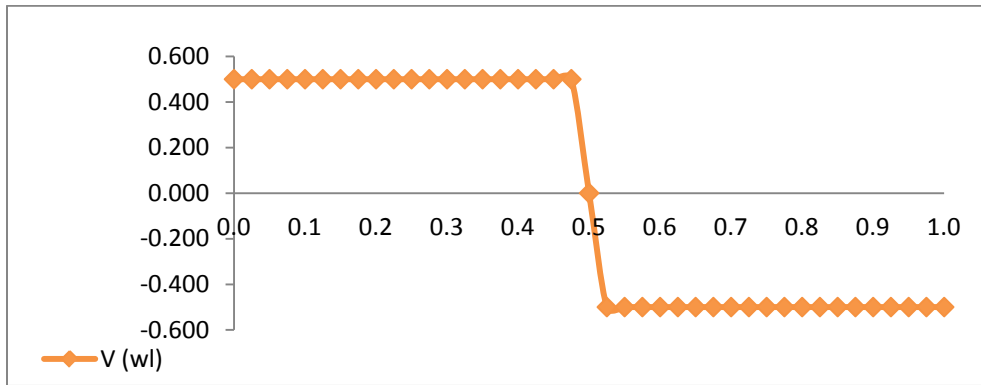
- Ra 0.4,  $\alpha a= 0.1$ ,  $a= 0.5L$

Tabla 4-93. Datos de una viga con cartela;  $r_a= r_b=0.4$ ,  $\alpha a=\alpha b=0.1$  y con una carga puntual a una distancia 0.5L. Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

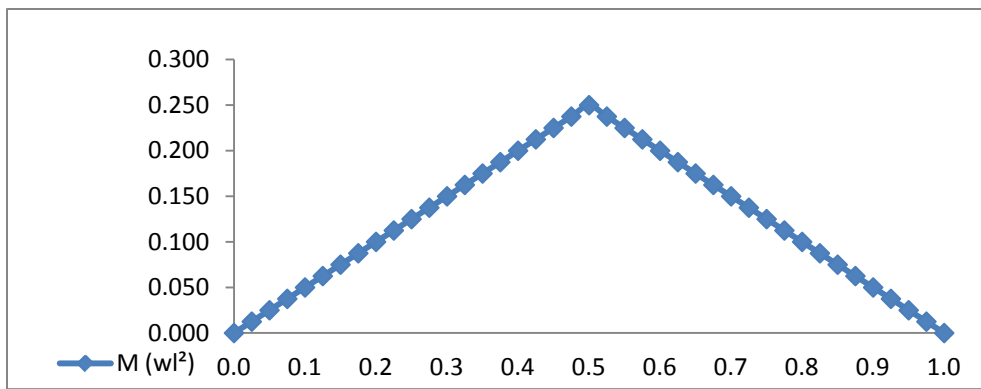
$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.4	m
$r_a=r_b$	0.40	hc
$\alpha a=\alpha b$	0.1	L
L=	1	m
q=	1.0	puntual
a=	0.5	L
b=	0.5	L

Tabla 4-94. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

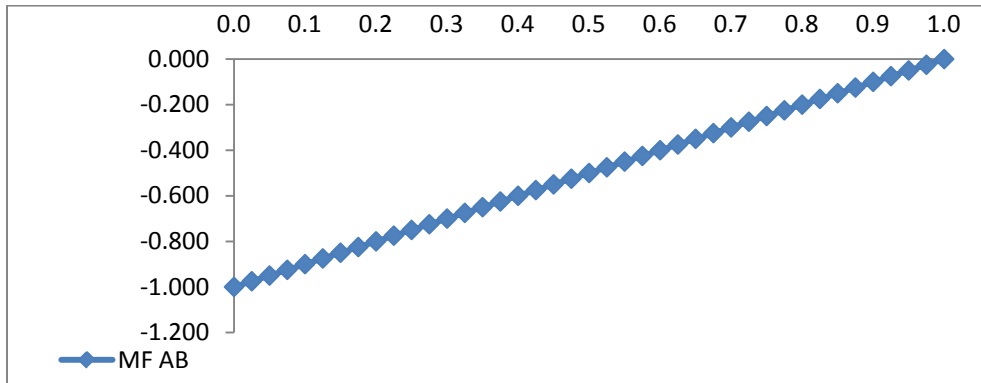
Viga Ra=0.4, $\alpha a=0.1, a=0.5L$		Valores de Inercia		Corte (V)		M (wP)	Corte (V)		MF		Grafica M	wP/Eia		Grafica M	MF AB/ Eia		Grafica M	MF BA/ Eia	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	wP/Eia	Area	Momento	MF AB/ Eia	Area	Momento	MF BA/ Eia	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	2.744	0.500	0.500	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.00000	-0.364	0.0091	0.00000	0.000	0.0000	0.00000
1.0	0.025	1.000	2.197	0.500	0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0057	0.0001	0.00000	-0.444	0.0111	0.00028	-0.025	0.0006	0.00002
2.0	0.050	1.000	1.728	0.500	0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0145	0.0004	0.00002	-0.550	0.0137	0.00069	-0.050	0.0013	0.00007
3.0	0.075	1.000	1.331	0.500	0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0282	0.0007	0.00005	-0.695	0.0174	0.00131	-0.075	0.0019	0.00014
4.0	0.100	1.000	1.000	0.500	0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0500	0.0013	0.00013	-0.900	0.0225	0.00225	-0.100	0.0025	0.00025
5.0	0.125	1.000	1.000	0.500	0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0625	0.0016	0.00020	-0.875	0.0219	0.00274	-0.125	0.0031	0.00039
6.0	0.150	1.000	1.000	0.500	0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0750	0.0019	0.00029	-0.850	0.0213	0.00320	-0.150	0.0038	0.00057
7.0	0.175	1.000	1.000	0.500	0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0875	0.0022	0.00039	-0.825	0.0206	0.00361	-0.175	0.0044	0.00077
8.0	0.200	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.1000	0.0025	0.00050	-0.800	0.0200	0.00400	-0.200	0.0050	0.00100
9.0	0.225	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.1125	0.0028	0.00063	-0.775	0.0194	0.00437	-0.225	0.0056	0.00126
10.0	0.250	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.1250	0.0031	0.00078	-0.750	0.0188	0.00470	-0.250	0.0063	0.00158
11.0	0.275	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1375	0.0034	0.00094	-0.725	0.0181	0.00498	-0.275	0.0069	0.00190
12.0	0.300	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1500	0.0038	0.00114	-0.700	0.0175	0.00525	-0.300	0.0075	0.00225
13.0	0.325	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1625	0.0041	0.00133	-0.675	0.0169	0.00549	-0.325	0.0081	0.00263
14.0	0.350	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1750	0.0044	0.00154	-0.650	0.0163	0.00571	-0.350	0.0088	0.00308
15.0	0.375	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1875	0.0047	0.00176	-0.625	0.0156	0.00585	-0.375	0.0094	0.00353
16.0	0.400	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.2000	0.0050	0.00200	-0.600	0.0150	0.00600	-0.400	0.0100	0.00400
17.0	0.425	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.2125	0.0053	0.00225	-0.575	0.0144	0.00612	-0.425	0.0106	0.00451
18.0	0.450	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.2250	0.0056	0.00252	-0.550	0.0138	0.00621	-0.450	0.0113	0.00509
19.0	0.475	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.2375	0.0059	0.00280	-0.525	0.0131	0.00622	-0.475	0.0119	0.00565
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	0.000	0.2500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.2500	0.0063	0.00315	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.2375	0.0059	0.00310	-0.475	0.0119	0.00625	-0.525	0.0131	0.00688
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.2250	0.0056	0.00308	-0.450	0.0113	0.00622	-0.550	0.0138	0.00759
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.2125	0.0053	0.00305	-0.425	0.0106	0.00610	-0.575	0.0144	0.00828
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.2000	0.0050	0.00300	-0.400	0.0100	0.00600	-0.600	0.0150	0.00900
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1875	0.0047	0.00294	-0.375	0.0094	0.00588	-0.625	0.0156	0.00975
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1750	0.0044	0.00286	-0.350	0.0088	0.00572	-0.650	0.0163	0.01060
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1625	0.0041	0.00277	-0.325	0.0081	0.00547	-0.675	0.0169	0.01141
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1500	0.0038	0.00266	-0.300	0.0075	0.00525	-0.700	0.0175	0.01225
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.1375	0.0034	0.00247	-0.275	0.0069	0.00500	-0.725	0.0181	0.01312
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.1250	0.0031	0.00233	-0.250	0.0063	0.00473	-0.750	0.0188	0.01410
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.1125	0.0028	0.00217	-0.225	0.0056	0.00434	-0.775	0.0194	0.01504
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.1000	0.0025	0.00200	-0.200	0.0050	0.00400	-0.800	0.0200	0.01600
33.0	0.825	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0875	0.0022	0.00182	-0.175	0.0044	0.00363	-0.825	0.0206	0.01700
34.0	0.850	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0750	0.0019	0.00162	-0.150	0.0038	0.00323	-0.850	0.0213	0.01811
35.0	0.875	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0625	0.0016	0.00140	-0.125	0.0031	0.00271	-0.875	0.0219	0.01916
36.0	0.900	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0500	0.0013	0.00117	-0.100	0.0025	0.00225	-0.900	0.0225	0.02025
37.0	0.925	1.000	1.331	-0.500	-0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0282	0.0007	0.00065	-0.075	0.0019	0.00176	-0.925	0.0231	0.02100
38.0	0.950	1.000	1.728	-0.500	-0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0145	0.0004	0.00038	-0.050	0.0013	0.00124	-0.950	0.0237	0.02190
39.0	0.975	1.000	2.197	-0.500	-0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0057	0.0001	0.00010	-0.025	0.0006	0.00059	-0.975	0.0243	0.02280
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.500	-0.500	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.00000	0.000	0.0000	0.00000	-0.364	0.0091	0.00910
$\Sigma$												0.124	0.0620	0.4680	0.1656	0.4680	0.3025		
												wP/Eia	wP/Eia	MFAB/ Eia	MFAB/ Eia	MFBA/ Eia	MFBA/ Eia		



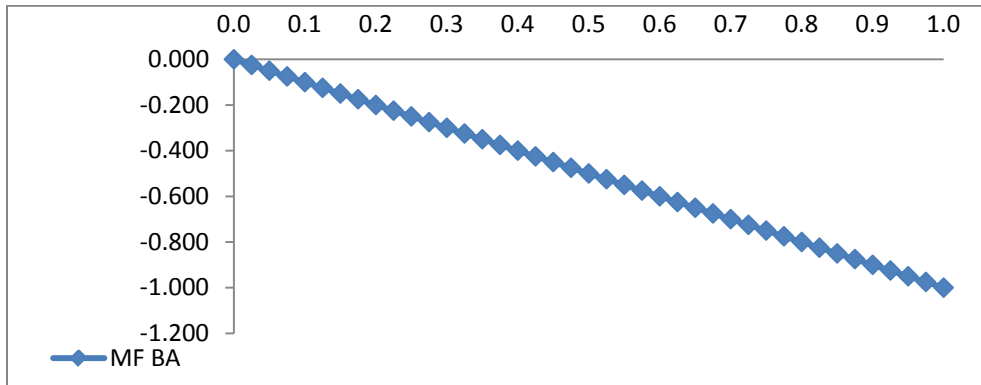
Gráfica 4-45. Diagrama de corte ( $wl$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



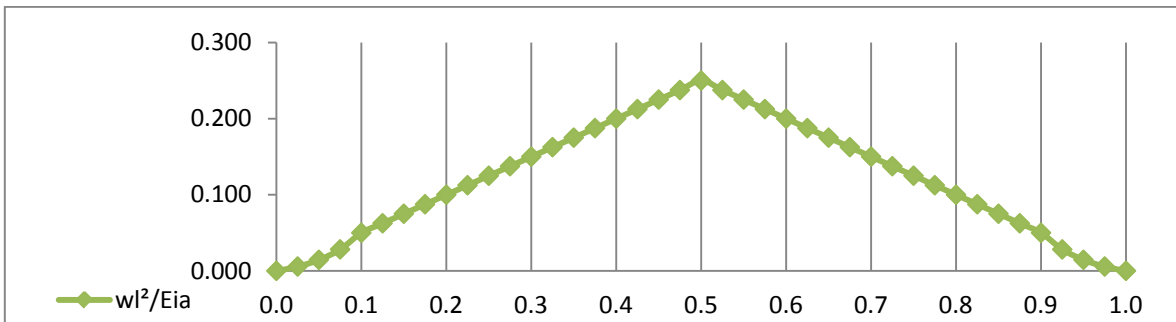
Gráfica 4-46. Diagrama de momento ( $wl^2$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



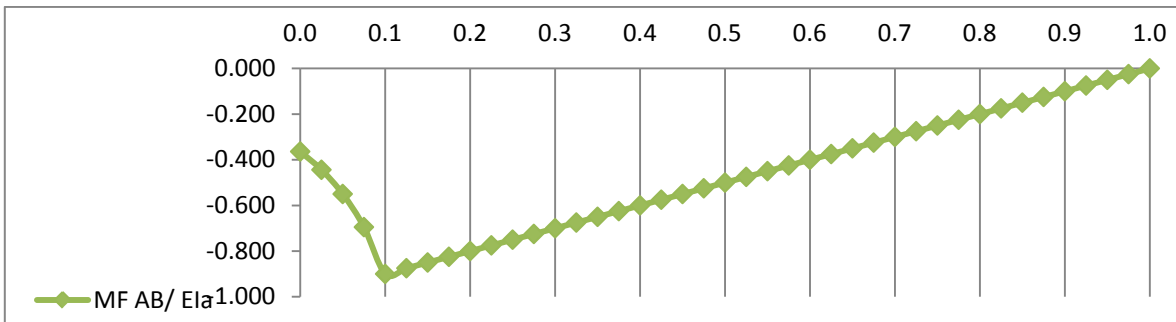
Gráfica 4-47. Diagrama de momento ( $MF_{AB}$ )



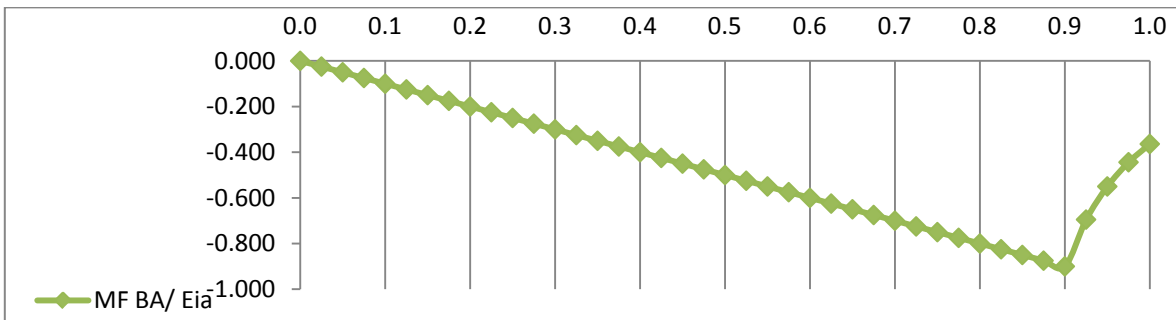
Gráfica 4-48. Diagrama de momento (MF<sub>BA</sub>). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Gráfica 4-49. Diagrama de carga elástica ( $wl^2/EI_a$ ). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Gráfica 4-50. Diagrama de carga elástica (MF<sub>AB</sub>/EI<sub>a</sub>). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Gráfica 4-51. Diagrama de carga elástica (MF<sub>BA</sub>/EI<sub>a</sub>). Fuente: Microsoft Office Excel 2007.



Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-260. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.124000 $wl^2$	-0.468000	$MF_{AB}$	-0.468000	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.062000 $wl^2$	-0.165600	$MF_{AB}$	-0.302500	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.374396 wl^2$	-1.826691	$MF_{BA}$								
0.124000 $wl^2$	-0.468000	$MF_{BA}$	=	0.468000	$\left[ \begin{matrix} 0.374396 wl^2 & -1.826691 \end{matrix} \right] MF_{BA}$					
$MF_{BA} \otimes$	$\left[ \begin{matrix} 0.854891 & -0.468000 \end{matrix} \right]$	=	$wl^2 \otimes$	$\left[ \begin{matrix} 0.175217 & -0.124000 \end{matrix} \right]$						
$MF_{BA} \otimes$	0.386891	=	$wl^2 \otimes$	0.051217						
			<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>MF_{BA}</math></td> <td style="padding: 2px;">=</td> <td style="padding: 2px;"><math>wl^2 \otimes</math></td> <td style="padding: 2px;">0.132381</td> </tr> </table>	$MF_{BA}$	=	$wl^2 \otimes$	0.132381			
$MF_{BA}$	=	$wl^2 \otimes$	0.132381							
$MF_{AB}= 0.374396 wl^2$	-1.826691	$\left[ \begin{matrix} 0.132381 & wl^2 \end{matrix} \right]$								
$MF_{AB}= 0.132577 wl^2$										

Se tiene para:

<b><math>MF_{AB}= 0.1326 wl^2</math></b>	Antihorario
<b><math>MF_{BA}= 0.1324 wl^2</math></b>	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.1340	0.1340
Práctico	0.1326	0.1324
% Error	0.1400	0.1600

- Ra 0.6,  $\alpha a= 0.1$ ,  $a= 0.5L$

Tabla 4-95. Datos de una viga con cartela;  $r_a=r_b=0.6$ ,  $\alpha a=\alpha b=0.1$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.6	m
$r_a=r_b$	0.60	hc
$\alpha a=\alpha b$	0.1	L
L=	1	m
q=	1.0	puntual
a=	0.5	L
b=	0.5	L

Tabla 4-96. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga Ra=0.6, aa=0, a=0.5L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (wP)	Corte (V)		MF		Grafica M	wP/Eia		Grafica M	MF AB/ Eia		Grafica M	MF BA/ Eia	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	wP/Eia	Area	Momento	MF AB/ Eia	Area	Momento	MF BA/ Eia	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	4.096	0.500	0.500	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.00000	0.000000	-0.244	0.0061	0.00000	0.000	0.0000	0.00000
1.0	0.025	1.000	3.049	0.500	0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0041	0.00010	0.000003	-0.320	0.0080	0.00020	-0.025	0.0006	0.00002
2.0	0.050	1.000	2.197	0.500	0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0114	0.00028	0.000014	-0.432	0.0108	0.00054	-0.050	0.0013	0.00007
3.0	0.075	1.000	1.521	0.500	0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0247	0.00062	0.000047	-0.608	0.0152	0.00114	-0.075	0.0019	0.00014
4.0	0.100	1.000	1.000	0.500	0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0500	0.00125	0.000125	-0.900	0.0225	0.00225	-0.100	0.0025	0.00025
5.0	0.125	1.000	1.000	0.500	0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0625	0.00156	0.000195	-0.875	0.0219	0.00274	-0.125	0.0031	0.00039
6.0	0.150	1.000	1.000	0.500	0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0750	0.00188	0.000282	-0.850	0.0213	0.00320	-0.150	0.0038	0.00057
7.0	0.175	1.000	1.000	0.500	0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0875	0.00219	0.000383	-0.825	0.0206	0.00361	-0.175	0.0044	0.00077
8.0	0.200	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.1000	0.00250	0.000500	-0.800	0.0200	0.00400	-0.200	0.0050	0.00100
9.0	0.225	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.1125	0.00281	0.000632	-0.775	0.0194	0.00437	-0.225	0.0056	0.00126
10.0	0.250	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.1250	0.00313	0.000783	-0.750	0.0188	0.00470	-0.250	0.0063	0.00158
11.0	0.275	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1375	0.00344	0.000946	-0.725	0.0181	0.00498	-0.275	0.0069	0.00190
12.0	0.300	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1500	0.00375	0.001125	-0.700	0.0175	0.00525	-0.300	0.0075	0.00225
13.0	0.325	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1625	0.00406	0.001320	-0.675	0.0169	0.00549	-0.325	0.0081	0.00263
14.0	0.350	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1750	0.00438	0.001533	-0.650	0.0163	0.00571	-0.350	0.0088	0.00308
15.0	0.375	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1875	0.00469	0.001759	-0.625	0.0156	0.00585	-0.375	0.0094	0.00353
16.0	0.400	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.2000	0.00500	0.002000	-0.600	0.0150	0.00600	-0.400	0.0100	0.00400
17.0	0.425	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.2125	0.00531	0.002257	-0.575	0.0144	0.00612	-0.425	0.0106	0.00451
18.0	0.450	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.2250	0.00563	0.002534	-0.550	0.0138	0.00621	-0.450	0.0113	0.00509
19.0	0.475	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.2375	0.00594	0.002822	-0.525	0.0131	0.00622	-0.475	0.0119	0.00565
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	0.000	0.2500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.2500	0.00625	0.003125	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.2375	0.00594	0.003119	-0.475	0.0119	0.00625	-0.525	0.0131	0.00688
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.2250	0.00563	0.003097	-0.450	0.0113	0.00622	-0.550	0.0138	0.00759
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.2125	0.00531	0.003053	-0.425	0.0106	0.00610	-0.575	0.0144	0.00828
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.2000	0.00500	0.003000	-0.400	0.0100	0.00600	-0.600	0.0150	0.00900
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1875	0.00469	0.002931	-0.375	0.0094	0.00588	-0.625	0.0156	0.00975
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1750	0.00438	0.002847	-0.350	0.0088	0.00572	-0.650	0.0163	0.01060
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1625	0.00406	0.002741	-0.325	0.0081	0.00547	-0.675	0.0169	0.01141
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1500	0.00375	0.002625	-0.300	0.0075	0.00525	-0.700	0.0175	0.01225
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.1375	0.00344	0.002494	-0.275	0.0069	0.00500	-0.725	0.0181	0.01312
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.1250	0.00313	0.002348	-0.250	0.0063	0.00473	-0.750	0.0188	0.01410
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.1125	0.00281	0.002178	-0.225	0.0056	0.00434	-0.775	0.0194	0.01504
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.1000	0.00250	0.002000	-0.200	0.0050	0.00400	-0.800	0.0200	0.01600
33.0	0.825	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0875	0.00219	0.001807	-0.175	0.0044	0.00363	-0.825	0.0206	0.01700
34.0	0.850	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0750	0.00188	0.001598	-0.150	0.0038	0.00323	-0.850	0.0213	0.01811
35.0	0.875	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0625	0.00156	0.001365	-0.125	0.0031	0.00271	-0.875	0.0219	0.01916
36.0	0.900	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0500	0.00125	0.001125	-0.100	0.0025	0.00225	-0.900	0.0225	0.02025
37.0	0.925	1.000	1.521	-0.500	-0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0247	0.00062	0.000574	-0.075	0.0019	0.00176	-0.608	0.0152	0.01406
38.0	0.950	1.000	2.197	-0.500	-0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0114	0.00028	0.000266	-0.050	0.0013	0.00124	-0.432	0.0108	0.01026
39.0	0.975	1.000	3.049	-0.500	-0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0041	0.00010	0.000098	-0.025	0.0006	0.00059	-0.320	0.0080	0.00780
40.0	1.000	1.000	4.096	-0.500	-0.500	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.00000	0.000000	0.000	0.0000	0.00000	-0.244	0.0061	0.00610
$\Sigma$												0.12329	0.06165	0.4568	0.1652	0.4568	0.2917		
												wP/Eia	wP/Eia	MFAB/ Eia	MFBA/ Eia	MFBA/ Eia	MFBA/ Eia		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-261. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.123290 $w^2$	-0.456800	$MF_{AB}$	-0.456800	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.061650 $w^2$	-0.165200	$MF_{AB}$	-0.291700	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.373184 w^2$	-1.765738	$MF_{BA}$								
0.123290 $w^2$	-0.456800	$MF_{BA}$	=	0.456800	(	0.373184 $w^2$	-1.7657	) $MF_{BA}$		
$MF_{BA}$	(	0.806589	-0.456800	)	=	$w^2$	(	0.170470	-0.123290	)
$MF_{BA}$	(	0.349789	)	=	$w^2$	(	0.047180	)		
			)	=	$w^2$	(	0.134881	)		

$MF_{AB}= 0.373184 w^2$	-1.765738	(	0.134881	$w^2$	)					
$MF_{AB}= 0.135019 w^2$										

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.1350 w^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.1349 w^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.1366	0.1366
Práctico	0.1350	0.1349
% Error	0.1600	0.1700

- Ra 1.0,  $\alpha a= 0.1$ ,  $a= 0.5L$

Tabla 4-97. Datos de una viga con cartela;  $r_a= r_b=1.0$ ,  $\alpha a=\alpha b=0.1$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	1	m
$r_a=r_b$	1.00	hc
$\alpha a=\alpha b$	0.1	L
L=	1	m
q=	1.0	puntual
a=	0.5	L
b=	0.5	L

Tabla 4-98. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x=0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga Ra=1.0, aa=0, a=0.5L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela			
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento		
0.0	0.000	1.000	8.000	0.500	0.500	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.00000	0.000	0.0000	0.00000		
1.0	0.025	1.000	5.359	0.500	0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0023	0.0001	0.0000	-0.182	0.0045	0.00011	-0.025	0.0006	0.00002		
2.0	0.050	1.000	3.375	0.500	0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0074	0.0002	0.0000	-0.281	0.0070	0.00035	-0.050	0.0013	0.00007		
3.0	0.075	1.000	1.953	0.500	0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0192	0.0005	0.0000	-0.474	0.0118	0.00089	-0.075	0.0019	0.00014		
4.0	0.100	1.000	1.000	0.500	0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0500	0.0013	0.0001	-0.900	0.0225	0.00225	-0.100	0.0025	0.00025		
5.0	0.125	1.000	1.000	0.500	0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0625	0.0016	0.0002	-0.875	0.0219	0.00274	-0.125	0.0031	0.00039		
6.0	0.150	1.000	1.000	0.500	0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0750	0.0019	0.0003	-0.850	0.0213	0.00320	-0.150	0.0038	0.00057		
7.0	0.175	1.000	1.000	0.500	0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0875	0.0022	0.0004	-0.825	0.0206	0.00361	-0.175	0.0044	0.00077		
8.0	0.200	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.1000	0.0025	0.0005	-0.800	0.0200	0.00400	-0.200	0.0050	0.00100		
9.0	0.225	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.1125	0.0028	0.0006	-0.775	0.0194	0.00437	-0.225	0.0056	0.00126		
10.0	0.250	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.1250	0.0031	0.0008	-0.750	0.0188	0.00470	-0.250	0.0063	0.00158		
11.0	0.275	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1375	0.0034	0.0009	-0.725	0.0181	0.00498	-0.275	0.0069	0.00190		
12.0	0.300	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1500	0.0038	0.0011	-0.700	0.0175	0.00525	-0.300	0.0075	0.00225		
13.0	0.325	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1625	0.0041	0.0013	-0.675	0.0169	0.00549	-0.325	0.0081	0.00263		
14.0	0.350	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1750	0.0044	0.0015	-0.650	0.0163	0.00571	-0.350	0.0088	0.00308		
15.0	0.375	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1875	0.0047	0.0018	-0.625	0.0156	0.00585	-0.375	0.0094	0.00353		
16.0	0.400	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.2000	0.0050	0.0020	-0.600	0.0150	0.00600	-0.400	0.0100	0.00400		
17.0	0.425	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.2125	0.0053	0.0023	-0.575	0.0144	0.00612	-0.425	0.0106	0.00451		
18.0	0.450	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.2250	0.0056	0.0025	-0.550	0.0138	0.00621	-0.450	0.0113	0.00509		
19.0	0.475	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.2375	0.0059	0.0028	-0.525	0.0131	0.00622	-0.475	0.0119	0.00565		
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	0.000	0.2500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.2500	0.0063	0.0032	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625		
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.2375	0.0059	0.0031	-0.475	0.0119	0.00625	-0.525	0.0131	0.00688		
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.2250	0.0056	0.0031	-0.450	0.0113	0.00622	-0.550	0.0138	0.00759		
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.2125	0.0053	0.0030	-0.425	0.0106	0.00610	-0.575	0.0144	0.00828		
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.2000	0.0050	0.0030	-0.400	0.0100	0.00600	-0.600	0.0150	0.00900		
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1875	0.0047	0.0029	-0.375	0.0094	0.00588	-0.625	0.0156	0.00975		
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1750	0.0044	0.0029	-0.350	0.0088	0.00572	-0.650	0.0163	0.01060		
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1625	0.0041	0.0028	-0.325	0.0081	0.00547	-0.675	0.0169	0.01141		
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1500	0.0038	0.0027	-0.300	0.0075	0.00525	-0.700	0.0175	0.01225		
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.1375	0.0034	0.0025	-0.275	0.0069	0.00500	-0.725	0.0181	0.01312		
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.1250	0.0031	0.0023	-0.250	0.0063	0.00473	-0.750	0.0188	0.01410		
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.1125	0.0028	0.0022	-0.225	0.0056	0.00434	-0.775	0.0194	0.01504		
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.1000	0.0025	0.0020	-0.200	0.0050	0.00400	-0.800	0.0200	0.01600		
33.0	0.825	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0875	0.0022	0.0018	-0.175	0.0044	0.00363	-0.825	0.0206	0.01700		
34.0	0.850	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0750	0.0019	0.0016	-0.150	0.0038	0.00323	-0.850	0.0213	0.01811		
35.0	0.875	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0625	0.0016	0.0014	-0.125	0.0031	0.00271	-0.875	0.0219	0.01916		
36.0	0.900	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0500	0.0013	0.0012	-0.100	0.0025	0.00225	-0.900	0.0225	0.02025		
37.0	0.925	1.000	1.953	-0.500	-0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0192	0.0005	0.0005	-0.075	0.0019	0.00176	-0.925	0.0218	0.01092		
38.0	0.950	1.000	3.375	-0.500	-0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0074	0.0002	0.0002	-0.050	0.0013	0.00124	-0.281	0.0070	0.00665		
39.0	0.975	1.000	5.359	-0.500	-0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0023	0.0001	0.0001	-0.025	0.0006	0.00059	-0.182	0.0045	0.00439		
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.500	-0.500	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.00000	-0.125	0.0031	0.00310		
$\Sigma$												0.1231	0.0616			0.4431	0.1647			0.4431	0.2785
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia			MFAB/ Ela	MFBA/ Ela			MFBA/ Ela	MFBA/ Ela

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-262. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.123100 $wl^2$	-0.443100	$MF_{AB}$	-0.443100	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.061600 $wl^2$	-0.164700	$MF_{AB}$	-0.278500	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.374013 \text{ } wl^2$	-1.690953	$MF_{BA}$
-----------------------------------	-----------	-----------

$$0.123100 \text{ } wl^2 - 0.443100 \text{ } MF_{BA} = 0.443100 \left( 0.374013 \text{ } wl^2 - 1.691 \right) MF_{BA}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.749261 & -0.443100 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.165725 & -0.123100 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.306161 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.042625 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.139224 \end{bmatrix}$
---

$MF_{AB}= 0.374013 \text{ } wl^2$	-1.690953	$\left( 0.139224 \text{ } wl^2 \right)$
$MF_{AB}= 0.138592 \text{ } wl^2$		

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.1386 \text{ } wl^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.1392 \text{ } wl^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.1400	0.1400
Práctico	0.1386	0.1392
% Error	0.1400	0.0800

- Ra 0.4,  $\alpha a = 0.2$ ,  $a = 0.5L$

Tabla 4-99. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 0.4$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.2$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.2	m
$r_a = r_b$	0.40	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.2	L
L =	1	m
q =	1.0	puntual
a =	0.5	L
b =	0.5	L

Tabla 4-100. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x= 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga Ra=0.4, αa=0.2, a= 0.5L		Valores de inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )		Corte (V)		MF		Grafica M		w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M		MF AB/ Ela		Grafica M		MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	b**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento	
0.0	0.000	1.000	2.744	0.500	0.500	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.00000	0.000	0.0000	0.00000	0.000	0.0000	0.00000	
1.0	0.025	1.000	2.460	0.500	0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0051	0.0001	0.0000	-0.396	0.0099	0.00025	-0.025	0.0006	0.00002	-0.025	0.0006	0.00002	
2.0	0.050	1.000	2.197	0.500	0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0114	0.0003	0.0000	-0.432	0.0108	0.00054	-0.050	0.0013	0.00007	-0.050	0.0013	0.00007	
3.0	0.075	1.000	1.953	0.500	0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0192	0.0005	0.0000	-0.474	0.0118	0.00089	-0.075	0.0019	0.00014	-0.075	0.0019	0.00014	
4.0	0.100	1.000	1.728	0.500	0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0289	0.0007	0.0001	-0.521	0.0130	0.00130	-0.100	0.0025	0.00025	-0.100	0.0025	0.00025	
5.0	0.125	1.000	1.521	0.500	0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0411	0.0010	0.0001	-0.575	0.0144	0.00180	-0.125	0.0031	0.00039	-0.125	0.0031	0.00039	
6.0	0.150	1.000	1.331	0.500	0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0563	0.0014	0.0002	-0.639	0.0160	0.00240	-0.150	0.0038	0.00057	-0.150	0.0038	0.00057	
7.0	0.175	1.000	1.158	0.500	0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0756	0.0019	0.0003	-0.712	0.0178	0.00312	-0.175	0.0044	0.00077	-0.175	0.0044	0.00077	
8.0	0.200	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.1000	0.0025	0.0005	-0.800	0.0200	0.00400	-0.200	0.0050	0.00100	-0.200	0.0050	0.00100	
9.0	0.225	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.1125	0.0028	0.0006	-0.775	0.0194	0.00437	-0.225	0.0056	0.00126	-0.225	0.0056	0.00126	
10.0	0.250	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.1250	0.0031	0.0008	-0.750	0.0188	0.00470	-0.250	0.0063	0.00158	-0.250	0.0063	0.00158	
11.0	0.275	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1375	0.0034	0.0009	-0.725	0.0181	0.00498	-0.275	0.0069	0.00190	-0.275	0.0069	0.00190	
12.0	0.300	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1500	0.0038	0.0011	-0.700	0.0175	0.00525	-0.300	0.0075	0.00225	-0.300	0.0075	0.00225	
13.0	0.325	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1625	0.0041	0.0013	-0.675	0.0169	0.00549	-0.325	0.0081	0.00263	-0.325	0.0081	0.00263	
14.0	0.350	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1750	0.0044	0.0015	-0.650	0.0163	0.00571	-0.350	0.0088	0.00308	-0.350	0.0088	0.00308	
15.0	0.375	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1875	0.0047	0.0018	-0.625	0.0156	0.00585	-0.375	0.0094	0.00353	-0.375	0.0094	0.00353	
16.0	0.400	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.2000	0.0050	0.0020	-0.600	0.0150	0.00600	-0.400	0.0100	0.00400	-0.400	0.0100	0.00400	
17.0	0.425	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.2125	0.0053	0.0023	-0.575	0.0144	0.00612	-0.425	0.0106	0.00451	-0.425	0.0106	0.00451	
18.0	0.450	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.2250	0.0056	0.0025	-0.550	0.0138	0.00621	-0.450	0.0113	0.00509	-0.450	0.0113	0.00509	
19.0	0.475	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.2375	0.0059	0.0028	-0.525	0.0131	0.00622	-0.475	0.0119	0.00565	-0.475	0.0119	0.00565	
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	0.000	0.2500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.2500	0.0063	0.0032	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625	-0.500	0.0125	0.00625	
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.2375	0.0059	0.0031	-0.475	0.0119	0.00625	-0.525	0.0131	0.00688	-0.525	0.0131	0.00688	
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.2250	0.0056	0.0031	-0.450	0.0113	0.00622	-0.550	0.0138	0.00759	-0.550	0.0138	0.00759	
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.2125	0.0053	0.0030	-0.425	0.0106	0.00610	-0.575	0.0144	0.00828	-0.575	0.0144	0.00828	
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.2000	0.0050	0.0030	-0.400	0.0100	0.00600	-0.600	0.0150	0.00900	-0.600	0.0150	0.00900	
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1875	0.0047	0.0029	-0.375	0.0094	0.00588	-0.625	0.0156	0.00975	-0.625	0.0156	0.00975	
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1750	0.0044	0.0029	-0.350	0.0088	0.00572	-0.650	0.0163	0.01060	-0.650	0.0163	0.01060	
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1625	0.0041	0.0028	-0.325	0.0081	0.00547	-0.675	0.0169	0.01141	-0.675	0.0169	0.01141	
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1500	0.0038	0.0027	-0.300	0.0075	0.00525	-0.700	0.0175	0.01225	-0.700	0.0175	0.01225	
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.1375	0.0034	0.0025	-0.275	0.0069	0.00500	-0.725	0.0181	0.01312	-0.725	0.0181	0.01312	
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.1250	0.0031	0.0023	-0.250	0.0063	0.00473	-0.750	0.0188	0.01410	-0.750	0.0188	0.01410	
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.1125	0.0028	0.0022	-0.225	0.0056	0.00434	-0.775	0.0194	0.01504	-0.775	0.0194	0.01504	
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.1000	0.0025	0.0020	-0.200	0.0050	0.00400	-0.800	0.0200	0.01600	-0.800	0.0200	0.01600	
33.0	0.825	1.000	1.158	-0.500	-0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0875	0.0019	0.0016	-0.175	0.0044	0.00363	-0.712	0.0178	0.01469	-0.712	0.0178	0.01469	
34.0	0.850	1.000	1.331	-0.500	-0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0750	0.0014	0.0012	-0.150	0.0038	0.00323	-0.639	0.0160	0.01360	-0.639	0.0160	0.01360	
35.0	0.875	1.000	1.521	-0.500	-0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0625	0.0010	0.0009	-0.125	0.0031	0.00271	-0.575	0.0144	0.01260	-0.575	0.0144	0.01260	
36.0	0.900	1.000	1.728	-0.500	-0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0500	0.0007	0.0006	-0.100	0.0025	0.00225	-0.521	0.0130	0.01170	-0.521	0.0130	0.01170	
37.0	0.925	1.000	1.953	-0.500	-0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0375	0.0005	0.0005	-0.075	0.0019	0.00176	-0.474	0.0118	0.01092	-0.474	0.0118	0.01092	
38.0	0.950	1.000	2.197	-0.500	-0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0250	0.0003	0.0003	-0.050	0.0013	0.00124	-0.432	0.0108	0.01026	-0.432	0.0108	0.01026	
39.0	0.975	1.000	2.460	-0.500	-0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0125	0.0001	0.0001	-0.025	0.0006	0.00059	-0.396	0.0099	0.00965	-0.396	0.0099	0.00965	
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.500	-0.500	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.00000	-0.364	0.0091	0.00910	-0.364	0.0091	0.00910	
$\Sigma$												0.1193	0.0597	0.4332	0.1618	0.433	0.2715						
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>2</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela						

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-263. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Sigma F_y=0$	0.119300 $wl^2$	-0.433200 MFAB	-0.433000 MFBA	= 0
$\Sigma MA=0$	0.059700 $wl^2$	-0.161800 MFAB	-0.271500 MFBA	= 0

MFAB= 0.368974 $wl^2$	-1.677998 MFBA
-----------------------	----------------

$$0.119300 \, wl^2 - 0.433000 \, MFBA = 0.433200 \left( 0.368974 \, wl^2 - 1.677998 \, MFBA \right)$$

$$MFBA \left[ 0.726909 - 0.433000 \right] = wl^2 \left[ 0.159840 - 0.119300 \right]$$

$$MFBA \left[ 0.293909 \right] = wl^2 \left[ 0.040540 \right]$$

MFBA = $wl^2 \left[ 0.137934 \right]$	
---------------------------------------	--

MFAB= 0.368974 $wl^2$	-1.677998 $\left[ 0.137934 \, wl^2 \right]$
MFAB= 0.137521 $wl^2$	

Se tiene para:

<b>MFAB= 0.1375 <math>wl^2</math></b>	Antihorario
<b>MFBA= 0.1379 <math>wl^2</math></b>	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.1412	0.1412
Práctico	0.1375	0.1379
% Error	0.3700	0.3300

- Ra 0.6,  $\alpha a = 0.2$ ,  $a = 0.5L$

Tabla 4-101. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 0.6$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.2$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.3	m
$r_a = r_b$	0.60	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.2	L
L =	1	m
q =	1.0	puntual
a =	0.5	L
b =	0.5	L

Tabla 4-102. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga Ra=0.6, ca=0.2, a= 0.5L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	4.096	0.500	0.500	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.244	0.0061	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	3.547	0.500	0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0035	0.0001	0.0000	-0.275	0.0069	0.0002	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	3.049	0.500	0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0082	0.0002	0.0000	-0.312	0.0078	0.0004	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	2.600	0.500	0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0144	0.0004	0.0000	-0.356	0.0089	0.0007	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	2.197	0.500	0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0228	0.0006	0.0001	-0.410	0.0102	0.0010	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	1.838	0.500	0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0340	0.0009	0.0001	-0.476	0.0119	0.0015	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	1.521	0.500	0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0493	0.0012	0.0002	-0.559	0.0140	0.0021	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	1.242	0.500	0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0705	0.0018	0.0003	-0.664	0.0166	0.0029	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.1000	0.0025	0.0005	-0.800	0.0200	0.0040	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.1125	0.0028	0.0006	-0.775	0.0194	0.0044	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.1250	0.0031	0.0008	-0.750	0.0188	0.0047	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1375	0.0034	0.0009	-0.725	0.0181	0.0050	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1500	0.0038	0.0011	-0.700	0.0175	0.0053	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1625	0.0041	0.0013	-0.675	0.0169	0.0055	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1750	0.0044	0.0015	-0.650	0.0163	0.0057	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1875	0.0047	0.0018	-0.625	0.0156	0.0059	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.2000	0.0050	0.0020	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.2125	0.0053	0.0023	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.2250	0.0056	0.0025	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.2375	0.0059	0.0028	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	0.000	0.2500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.2500	0.0063	0.0032	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.2375	0.0059	0.0031	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.2250	0.0056	0.0031	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.2125	0.0053	0.0030	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.2000	0.0050	0.0030	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1875	0.0047	0.0029	-0.375	0.0094	0.0059	-0.625	0.0156	0.0098
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1750	0.0044	0.0029	-0.350	0.0088	0.0057	-0.650	0.0163	0.0106
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1625	0.0041	0.0028	-0.325	0.0081	0.0055	-0.675	0.0169	0.0114
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1500	0.0038	0.0027	-0.300	0.0075	0.0053	-0.700	0.0175	0.0123
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.1375	0.0034	0.0025	-0.275	0.0069	0.0050	-0.725	0.0181	0.0131
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.1250	0.0031	0.0023	-0.250	0.0063	0.0047	-0.750	0.0188	0.0141
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.1125	0.0028	0.0022	-0.225	0.0056	0.0043	-0.775	0.0194	0.0150
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.1000	0.0025	0.0020	-0.200	0.0050	0.0040	-0.800	0.0200	0.0160
33.0	0.825	1.000	1.242	-0.500	-0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0705	0.0018	0.0015	-0.175	0.0044	0.0036	-0.664	0.0166	0.0137
34.0	0.850	1.000	1.521	-0.500	-0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0493	0.0012	0.0010	-0.150	0.0038	0.0032	-0.559	0.0140	0.0119
35.0	0.875	1.000	1.838	-0.500	-0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0340	0.0009	0.0008	-0.125	0.0031	0.0027	-0.476	0.0119	0.0104
36.0	0.900	1.000	2.197	-0.500	-0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0228	0.0006	0.0005	-0.100	0.0025	0.0023	-0.410	0.0102	0.0092
37.0	0.925	1.000	2.600	-0.500	-0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0144	0.0004	0.0004	-0.075	0.0019	0.0018	-0.356	0.0089	0.0082
38.0	0.950	1.000	3.049	-0.500	-0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0082	0.0002	0.0002	-0.050	0.0013	0.0012	-0.312	0.0078	0.0074
39.0	0.975	1.000	3.547	-0.500	-0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0035	0.0001	0.0001	-0.025	0.0006	0.0006	-0.275	0.0069	0.0067
40.0	1.000	1.000	4.096	-0.500	-0.500	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.244	0.0061	0.0061
$\Sigma$											0.1179	0.0590	0.4128		0.160	0.4128		0.253	
											w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>2</sup> /Eia	MFAB/ Ela MFBA/ Ela		MFBA/ Ela	MFBA/ Ela MFBA/ Ela			



Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-264. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum Fy=0$	0.117900 $wl^2$	-0.412800 $MF_{AB}$	-0.412800 $MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.059000 $wl^2$	-0.160000 $MF_{AB}$	-0.253000 $MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.368750 wl^2$	-1.581250 $MF_{BA}$	
--------------------------	---------------------	--

$$0.117900 wl^2 - 0.412800 MF_{BA} = 0.412800 \left( 0.368750 wl^2 - 1.581250 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \otimes \left( 0.652740 - 0.412800 \right) = wl^2 \otimes \left( 0.152220 - 0.117900 \right)$$

$$MF_{BA} \otimes 0.239940 = wl^2 \otimes 0.034320$$

$MF_{BA} = wl^2 \otimes 0.143036$
-----------------------------------

$$MF_{AB} = 0.368750 wl^2 - 1.581250 \left( 0.143036 wl^2 \right)$$

$MF_{AB} = 0.142574 wl^2$
---------------------------

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.1426 wl^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.1430 wl^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.1463	0.1463
Práctico	0.1426	0.1430
% Error	0.3700	0.3300

- Ra 1.0,  $\alpha a = 0.2$ ,  $a = 0.5L$

Tabla 4-103. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 1.0$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.2$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.5	m
$r_a = r_b$	1.00	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.2	L
L =	1	m
q =	1.0	puntual
a =	0.5	L
b =	0.5	L

Tabla 4-104. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x= 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga Ra=1.0, qa=0.2, a= 0.5L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (wP)	Corte (V)		MF		Grafica M	wP/Eia		Grafica M	MF AB/Eia		Grafica M	MF BA/Eia	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	wP/Eia	Area	Momento	MF AB/Eia	Area	Momento	MF BA/Eia	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	8.000	0.500	0.500	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.000	0.000	-0.125	0.0031	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	6.592	0.500	0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0019	0.000	0.000	-0.148	0.0037	0.0001	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	5.359	0.500	0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0047	0.000	0.000	-0.177	0.0044	0.0002	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	4.291	0.500	0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0087	0.000	0.000	-0.216	0.0054	0.0004	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	3.375	0.500	0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0148	0.000	0.000	-0.267	0.0067	0.0007	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	2.600	0.500	0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0240	0.001	0.000	-0.337	0.0084	0.0011	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	1.953	0.500	0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0384	0.001	0.000	-0.435	0.0109	0.0016	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	1.424	0.500	0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0614	0.002	0.000	-0.579	0.0145	0.0025	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.1000	0.003	0.001	-0.800	0.0200	0.0040	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.1125	0.003	0.001	-0.775	0.0194	0.0044	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.1250	0.003	0.001	-0.750	0.0188	0.0047	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1375	0.003	0.001	-0.725	0.0181	0.0050	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1500	0.004	0.001	-0.700	0.0175	0.0053	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1625	0.004	0.001	-0.675	0.0169	0.0055	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1750	0.004	0.001	-0.650	0.0163	0.0057	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1875	0.005	0.002	-0.625	0.0156	0.0059	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.2000	0.005	0.002	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.2125	0.005	0.002	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.2250	0.006	0.003	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.2375	0.006	0.003	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	0.000	0.2500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.2500	0.006	0.003	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.2375	0.006	0.003	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.2250	0.006	0.003	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.2125	0.005	0.003	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.2000	0.005	0.003	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1875	0.005	0.003	-0.375	0.0094	0.0059	-0.625	0.0156	0.0098
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1750	0.004	0.003	-0.350	0.0088	0.0057	-0.650	0.0163	0.0106
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1625	0.004	0.003	-0.325	0.0081	0.0055	-0.675	0.0169	0.0114
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1500	0.004	0.003	-0.300	0.0075	0.0053	-0.700	0.0175	0.0123
29.0	0.725	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.1375	0.003	0.002	-0.275	0.0069	0.0050	-0.725	0.0181	0.0131
30.0	0.750	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.1250	0.003	0.002	-0.250	0.0063	0.0047	-0.750	0.0188	0.0141
31.0	0.775	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.1125	0.003	0.002	-0.225	0.0056	0.0043	-0.775	0.0194	0.0150
32.0	0.800	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.1000	0.003	0.002	-0.200	0.0050	0.0040	-0.800	0.0200	0.0160
33.0	0.825	1.000	1.424	-0.500	-0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0614	0.002	0.002	-0.175	0.0044	0.0036	-0.579	0.0145	0.0120
34.0	0.850	1.000	1.953	-0.500	-0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0384	0.001	0.001	-0.150	0.0038	0.0032	-0.435	0.0109	0.0093
35.0	0.875	1.000	2.600	-0.500	-0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0240	0.001	0.001	-0.125	0.0031	0.0027	-0.337	0.0084	0.0074
36.0	0.900	1.000	3.375	-0.500	-0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0148	0.000	0.000	-0.100	0.0025	0.0023	-0.267	0.0067	0.0060
37.0	0.925	1.000	4.291	-0.500	-0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0087	0.000	0.000	-0.075	0.0019	0.0018	-0.216	0.0054	0.0050
38.0	0.950	1.000	5.359	-0.500	-0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0047	0.000	0.000	-0.050	0.0013	0.0012	-0.177	0.0044	0.0042
39.0	0.975	1.000	6.592	-0.500	-0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0019	0.000	0.000	-0.025	0.0006	0.0006	-0.148	0.0037	0.0036
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.500	-0.500	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0031
$\Sigma$												0.1160	0.0580	0.388	0.158	0.388	0.230		
												wP/Eia	wP/Eia	MFAB/Eia	MFBA/Eia	MFBA/Eia	MFBA/Eia		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-265. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.116000 $wl^2$	-0.388000	$MF_{AB}$	-0.388000	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.058000 $wl^2$	-0.158000	$MF_{AB}$	-0.230000	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.367089 wl^2$	-1.455696	$MF_{BA}$								
0.116000 $wl^2$	-0.388000	$MF_{BA}$	=	0.388000	[	0.367089 $wl^2$	-1.4557	] $MF_{BA}$		
$MF_{BA} \times$	[	0.564810	-0.388000	]	=	$wl^2 \times$	[	0.142431	-0.116000	]
$MF_{BA} \times$	0.176810	=	$wl^2 \times$	0.026431						
			$MF_{BA} = wl^2 \times 0.149488$							
$MF_{AB}= 0.367089 wl^2$	-1.455696	[	0.149488	$wl^2$						
$MF_{AB}= 0.149480 wl^2$										

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.1495 wl^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.1495 wl^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.1533	0.1533
Práctico	0.1495	0.1495
% Error	0.3800	0.3800

- $R_a 0.4, \alpha_a= 0.3, a= 0.5L$

Tabla 4-105. Datos de una viga con cartela;  $r_a=r_b=0.4, \alpha_a=\alpha_b=0.3$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.125	m
$r_a=r_b$	0.40	hc
$\alpha_a=\alpha_b$	0.3	L
L=	1	m
q=	1.0	puntual
a=	0.5	L
b=	0.5	L

Tabla 4-106. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x= 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga Ra=0.4, αa=0.3, a= 0.5L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )		Corte (V)		MF		Grafica M		w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M		MF AB/ Ela		Grafica M		MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento	
0.0	0.000	1.000	2.744	0.500	0.500	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.00000	0.00000	-0.364	0.0091	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
1.0	0.025	1.000	2.553	0.500	0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0049	0.00012	0.00000	-0.382	0.0095	0.0002	-0.025	0.0006	0.0000	0.0000	0.0006	0.0000	
2.0	0.050	1.000	2.370	0.500	0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0105	0.00026	0.00001	-0.401	0.0100	0.0005	-0.050	0.0013	0.0001	0.0001	0.0013	0.0001	
3.0	0.075	1.000	2.197	0.500	0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0171	0.00043	0.00003	-0.421	0.0105	0.0008	-0.075	0.0019	0.0001	0.0001	0.0019	0.0001	
4.0	0.100	1.000	2.032	0.500	0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0246	0.00062	0.00006	-0.443	0.0111	0.0011	-0.100	0.0025	0.0003	0.0003	0.0025	0.0003	
5.0	0.125	1.000	1.876	0.500	0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0333	0.00083	0.00010	-0.466	0.0117	0.0015	-0.125	0.0031	0.0004	0.0004	0.0031	0.0004	
6.0	0.150	1.000	1.728	0.500	0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0434	0.00109	0.00016	-0.492	0.0123	0.0018	-0.150	0.0038	0.0006	0.0006	0.0038	0.0006	
7.0	0.175	1.000	1.588	0.500	0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0551	0.00138	0.00024	-0.520	0.0130	0.0023	-0.175	0.0044	0.0008	0.0008	0.0044	0.0008	
8.0	0.200	1.000	1.456	0.500	0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0687	0.00172	0.00034	-0.549	0.0137	0.0027	-0.200	0.0050	0.0010	0.0010	0.0050	0.0010	
9.0	0.225	1.000	1.331	0.500	0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0845	0.00211	0.00047	-0.582	0.0146	0.0033	-0.225	0.0056	0.0013	0.0013	0.0056	0.0013	
10.0	0.250	1.000	1.214	0.500	0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.1030	0.00257	0.00064	-0.618	0.0154	0.0039	-0.250	0.0063	0.0016	0.0016	0.0063	0.0016	
11.0	0.275	1.000	1.103	0.500	0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1247	0.00312	0.00086	-0.657	0.0164	0.0045	-0.275	0.0069	0.0019	0.0019	0.0069	0.0019	
12.0	0.300	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1500	0.00375	0.00113	-0.700	0.0175	0.0053	-0.300	0.0075	0.0023	0.0023	0.0075	0.0023	
13.0	0.325	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1625	0.00406	0.00132	-0.675	0.0169	0.0055	-0.325	0.0081	0.0026	0.0026	0.0081	0.0026	
14.0	0.350	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1750	0.00438	0.00153	-0.650	0.0163	0.0057	-0.350	0.0088	0.0031	0.0031	0.0088	0.0031	
15.0	0.375	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1875	0.00469	0.00176	-0.625	0.0156	0.0059	-0.375	0.0094	0.0035	0.0035	0.0094	0.0035	
16.0	0.400	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.2000	0.00500	0.00200	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040	0.0040	0.0100	0.0040	
17.0	0.425	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.2125	0.00531	0.00226	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045	0.0045	0.0106	0.0045	
18.0	0.450	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.2250	0.00563	0.00253	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051	0.0051	0.0113	0.0051	
19.0	0.475	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.2375	0.00594	0.00282	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057	0.0057	0.0119	0.0057	
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	0.000	0.2500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.2500	0.00625	0.00313	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063	0.0063	0.0125	0.0063	
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.2375	0.00594	0.00312	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069	0.0069	0.0131	0.0069	
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.2250	0.00563	0.00310	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076	0.0076	0.0138	0.0076	
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.2125	0.00531	0.00305	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083	0.0083	0.0144	0.0083	
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.2000	0.00500	0.00300	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090	0.0090	0.0150	0.0090	
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1875	0.00469	0.00293	-0.375	0.0094	0.0059	-0.625	0.0156	0.0098	0.0098	0.0156	0.0098	
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1750	0.00438	0.00285	-0.350	0.0088	0.0057	-0.650	0.0163	0.0106	0.0106	0.0163	0.0106	
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1625	0.00406	0.00274	-0.325	0.0081	0.0055	-0.675	0.0169	0.0114	0.0114	0.0169	0.0114	
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1500	0.00375	0.00263	-0.300	0.0075	0.0053	-0.700	0.0175	0.0123	0.0123	0.0175	0.0123	
29.0	0.725	1.000	1.103	-0.500	-0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.1375	0.00312	0.00226	-0.275	0.0069	0.0050	-0.657	0.0164	0.0119	0.0119	0.0164	0.0119	
30.0	0.750	1.000	1.214	-0.500	-0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.1250	0.00257	0.00193	-0.250	0.0063	0.0047	-0.618	0.0154	0.0116	0.0116	0.0154	0.0116	
31.0	0.775	1.000	1.331	-0.500	-0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.1125	0.00211	0.00164	-0.225	0.0056	0.0043	-0.582	0.0146	0.0113	0.0113	0.0146	0.0113	
32.0	0.800	1.000	1.456	-0.500	-0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.1000	0.00172	0.00138	-0.200	0.0050	0.0040	-0.549	0.0137	0.0110	0.0110	0.0137	0.0110	
33.0	0.825	1.000	1.588	-0.500	-0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0875	0.00138	0.00114	-0.175	0.0044	0.0036	-0.520	0.0130	0.0107	0.0107	0.0130	0.0107	
34.0	0.850	1.000	1.728	-0.500	-0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0750	0.00109	0.00093	-0.150	0.0038	0.0032	-0.492	0.0123	0.0105	0.0105	0.0123	0.0105	
35.0	0.875	1.000	1.876	-0.500	-0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0625	0.00083	0.00073	-0.125	0.0031	0.0027	-0.466	0.0117	0.0102	0.0102	0.0117	0.0102	
36.0	0.900	1.000	2.032	-0.500	-0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0500	0.00062	0.00056	-0.100	0.0025	0.0023	-0.443	0.0111	0.0100	0.0100	0.0111	0.0100	
37.0	0.925	1.000	2.197	-0.500	-0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0375	0.00043	0.00040	-0.075	0.0019	0.0018	-0.421	0.0105	0.0097	0.0097	0.0105	0.0097	
38.0	0.950	1.000	2.370	-0.500	-0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0250	0.00026	0.00025	-0.050	0.0013	0.0012	-0.401	0.0100	0.0095	0.0095	0.0100	0.0095	
39.0	0.975	1.000	2.553	-0.500	-0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0125	0.00012	0.00012	-0.025	0.0006	0.0006	-0.382	0.0095	0.0093	0.0093	0.0095	0.0093	
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.500	-0.500	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.00000	0.00000	0.000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.0091	0.0091	0.0091	0.0091	
Σ												0.11227	0.0562	0.4014	0.156	0.4014	0.2459						
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFAB <sup>2</sup> / Ela	MFBA/ Ela	MFBA <sup>2</sup> / Ela						

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-266. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.112270 $w^2$	-0.401400	$MF_{AB}$	-0.401400	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.056200 $w^2$	-0.156000	$MF_{AB}$	-0.245900	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.360256 w^2$	-1.576282	$MF_{BA}$
-------------------------	-----------	-----------

$$0.112270 w^2 - 0.401400 MF_{BA} = 0.401400 \left( 0.360256 w^2 - 1.576282 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.632720 & -0.401400 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.144607 & -0.112270 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.231320 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.032337 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = w^2 \begin{bmatrix} 0.139793 \end{bmatrix}$
--

$MF_{AB}= 0.360256 w^2$	-1.576282	$\begin{bmatrix} 0.139793 & w^2 \end{bmatrix}$
$MF_{AB}= 0.139903 w^2$		

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.1399 w^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.1398 w^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.1461	0.1461
Práctico	0.1399	0.1398
% Error	0.6200	0.6300

- $R_a 0.6, \alpha_a= 0.3, a= 0.5L$

Tabla 4-107. Datos de una viga con cartela;  $r_a= r_b=0.6, \alpha_a=\alpha_b=0.3$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.3	m
$r_a=r_b$	0.60	hc
$\alpha_a=\alpha_b$	0.3	L
L=	1	m
q=	1.0	puntual
a=	0.5	L
b=	0.5	L

Tabla 4-108. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga Ra=0.6, qa=0.3, a= 0.5L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	4.096	0.500	0.500	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.244	0.006	0.0000	0.000	0.000	0.0000
1.0	0.025	1.000	3.724	0.500	0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0034	0.0001	0.0000	-0.262	0.007	0.0002	-0.025	0.001	0.0000
2.0	0.050	1.000	3.375	0.500	0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0074	0.0002	0.0000	-0.281	0.007	0.0004	-0.050	0.001	0.0001
3.0	0.075	1.000	3.049	0.500	0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0123	0.0003	0.0000	-0.303	0.008	0.0006	-0.075	0.002	0.0002
4.0	0.100	1.000	2.744	0.500	0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0182	0.0005	0.0001	-0.328	0.008	0.0008	-0.100	0.003	0.0003
5.0	0.125	1.000	2.460	0.500	0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0254	0.0006	0.0001	-0.356	0.009	0.0011	-0.125	0.003	0.0004
6.0	0.150	1.000	2.197	0.500	0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0341	0.0009	0.0001	-0.387	0.010	0.0015	-0.150	0.004	0.0006
7.0	0.175	1.000	1.953	0.500	0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0448	0.0011	0.0002	-0.422	0.011	0.0019	-0.175	0.004	0.0007
8.0	0.200	1.000	1.728	0.500	0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0579	0.0014	0.0003	-0.463	0.012	0.0024	-0.200	0.005	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.521	0.500	0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0740	0.0018	0.0004	-0.510	0.013	0.0029	-0.225	0.006	0.0014
10.0	0.250	1.000	1.331	0.500	0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0939	0.0023	0.0006	-0.563	0.014	0.0035	-0.250	0.006	0.0015
11.0	0.275	1.000	1.158	0.500	0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1187	0.0030	0.0008	-0.626	0.016	0.0044	-0.275	0.007	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1500	0.0038	0.0011	-0.700	0.018	0.0054	-0.300	0.008	0.0024
13.0	0.325	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1625	0.0041	0.0013	-0.675	0.017	0.0055	-0.325	0.008	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1750	0.0044	0.0015	-0.650	0.016	0.0056	-0.350	0.009	0.0032
15.0	0.375	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1875	0.0047	0.0018	-0.625	0.016	0.0060	-0.375	0.009	0.0034
16.0	0.400	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.2000	0.0050	0.0020	-0.600	0.015	0.0060	-0.400	0.010	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.2125	0.0053	0.0023	-0.575	0.014	0.0060	-0.425	0.011	0.0047
18.0	0.450	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.2250	0.0056	0.0025	-0.550	0.014	0.0063	-0.450	0.011	0.0050
19.0	0.475	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.2375	0.0059	0.0028	-0.525	0.013	0.0062	-0.475	0.012	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	0.000	0.2500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.2500	0.0063	0.0032	-0.500	0.013	0.0065	-0.500	0.013	0.0065
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.2375	0.0059	0.0031	-0.475	0.012	0.0063	-0.525	0.013	0.0068
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.2250	0.0056	0.0031	-0.450	0.011	0.0061	-0.550	0.014	0.0077
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.2125	0.0053	0.0030	-0.425	0.011	0.0063	-0.575	0.014	0.0081
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.2000	0.0050	0.0030	-0.400	0.010	0.0060	-0.600	0.015	0.0090
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1875	0.0047	0.0029	-0.375	0.009	0.0056	-0.625	0.016	0.0100
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1750	0.0044	0.0029	-0.350	0.009	0.0059	-0.650	0.016	0.0104
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1625	0.0041	0.0028	-0.325	0.008	0.0054	-0.675	0.017	0.0115
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1500	0.0038	0.0027	-0.300	0.008	0.0056	-0.700	0.018	0.0126
29.0	0.725	1.000	1.158	-0.500	-0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.1187	0.0030	0.0022	-0.275	0.007	0.0051	-0.626	0.016	0.0116
30.0	0.750	1.000	1.331	-0.500	-0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0939	0.0023	0.0017	-0.250	0.006	0.0045	-0.563	0.014	0.0105
31.0	0.775	1.000	1.521	-0.500	-0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0740	0.0018	0.0014	-0.225	0.006	0.0047	-0.510	0.013	0.0101
32.0	0.800	1.000	1.728	-0.500	-0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0579	0.0014	0.0011	-0.200	0.005	0.0040	-0.463	0.012	0.0096
33.0	0.825	1.000	1.953	-0.500	-0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0448	0.0011	0.0009	-0.175	0.004	0.0033	-0.422	0.011	0.0091
34.0	0.850	1.000	2.197	-0.500	-0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0341	0.0009	0.0008	-0.150	0.004	0.0034	-0.387	0.010	0.0085
35.0	0.875	1.000	2.460	-0.500	-0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0254	0.0006	0.0005	-0.125	0.003	0.0026	-0.356	0.009	0.0079
36.0	0.900	1.000	2.744	-0.500	-0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0182	0.0005	0.0005	-0.100	0.003	0.0027	-0.328	0.008	0.0072
37.0	0.925	1.000	3.049	-0.500	-0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0123	0.0003	0.0003	-0.075	0.002	0.0019	-0.303	0.008	0.0074
38.0	0.950	1.000	3.375	-0.500	-0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0074	0.0002	0.0002	-0.050	0.001	0.0010	-0.281	0.007	0.0067
39.0	0.975	1.000	3.724	-0.500	-0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0034	0.0001	0.0001	-0.025	0.001	0.0010	-0.262	0.007	0.0068
40.0	1.000	1.000	4.096	-0.500	-0.500	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.0000	-0.244	0.006	0.0060
$\Sigma$												0.1083	0.0543	0.377		0.155	0.377		0.223
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Ela		MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		MFBA <sup>2</sup> / Ela

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-267. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.108300 $wl^2$	-0.377000 $MF_{AB}$	-0.377000 $MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.054300 $wl^2$	-0.155000 $MF_{AB}$	-0.223000 $MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.350323 \, wl^2$	$-1.438710 \, MF_{BA}$	
-----------------------------	------------------------	--

$$0.108300 \, wl^2 - 0.377000 \, MF_{BA} = 0.3770 \left( 0.350323 \, wl^2 - 1.4387 \right) MF_{BA}$$

$$MF_{BA} \otimes \left( 0.542394 - 0.377000 \right) = wl^2 \otimes \left( 0.132072 - 0.108300 \right)$$

$$MF_{BA} \otimes 0.165394 = wl^2 \otimes 0.023772$$

$MF_{BA} = wl^2 \otimes 0.143730$
-----------------------------------

$$MF_{AB}= 0.350323 \, wl^2 - 1.438710 \left( 0.143730 \, wl^2 \right)$$

$MF_{AB}= 0.143537 \, wl^2$
-----------------------------

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.1435 \, wl^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.1437 \, wl^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.1534	0.1534
Práctico	0.1435	0.1437
% Error	0.9900	0.9700

- Ra 1.0,  $\alpha a= 0.3$ ,  $a= 0.5L$

Tabla 4-109. Datos de una viga con cartela;  $r_a= r_b=0.3$ ,  $\alpha a=\alpha b=0.4$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.35	m
$r_a=r_b$	1.00	hc
$\alpha a=\alpha b$	0.3	L
L=	1	m
q=	1.0	puntual
a=	0.5	L
b=	0.5	L

Tabla 4-110. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga Ra=1.0, αa=0.3, a= 0.5L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela			
Sección	x	la=lc	b**	Extremo	Extremo	Momento	Extremo	Extremo	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento		
0.0	0.000	1.000	8.000	0.500	0.500	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0000	0.000	0.0000	0.0000		
1.0	0.025	1.000	7.041	0.500	0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0018	0.0000	0.0000	-0.138	0.0035	0.0001	-0.025	0.0006	0.0000		
2.0	0.050	1.000	6.162	0.500	0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0041	0.0001	0.0000	-0.154	0.0039	0.0002	-0.050	0.0013	0.0001		
3.0	0.075	1.000	5.359	0.500	0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0070	0.0002	0.0000	-0.173	0.0043	0.0003	-0.075	0.0019	0.0001		
4.0	0.100	1.000	4.630	0.500	0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0108	0.0003	0.0000	-0.194	0.0049	0.0005	-0.100	0.0025	0.0003		
5.0	0.125	1.000	3.969	0.500	0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0157	0.0004	0.0001	-0.220	0.0055	0.0007	-0.125	0.0031	0.0004		
6.0	0.150	1.000	3.375	0.500	0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0222	0.0006	0.0001	-0.252	0.0063	0.0009	-0.150	0.0038	0.0006		
7.0	0.175	1.000	2.843	0.500	0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0308	0.0008	0.0001	-0.290	0.0073	0.0013	-0.175	0.0044	0.0008		
8.0	0.200	1.000	2.370	0.500	0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0422	0.0011	0.0002	-0.338	0.0084	0.0017	-0.200	0.0050	0.0010		
9.0	0.225	1.000	1.953	0.500	0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0576	0.0014	0.0003	-0.397	0.0099	0.0022	-0.225	0.0056	0.0013		
10.0	0.250	1.000	1.588	0.500	0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0787	0.0020	0.0005	-0.472	0.0118	0.0030	-0.250	0.0063	0.0016		
11.0	0.275	1.000	1.271	0.500	0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.1082	0.0027	0.0007	-0.570	0.0143	0.0039	-0.275	0.0069	0.0019		
12.0	0.300	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1500	0.0038	0.0011	-0.700	0.0175	0.0053	-0.300	0.0075	0.0023		
13.0	0.325	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1625	0.0041	0.0013	-0.675	0.0169	0.0055	-0.325	0.0081	0.0026		
14.0	0.350	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1750	0.0044	0.0015	-0.650	0.0163	0.0057	-0.350	0.0088	0.0031		
15.0	0.375	1.000	1.000	0.500	0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1875	0.0047	0.0018	-0.625	0.0156	0.0059	-0.375	0.0094	0.0035		
16.0	0.400	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.2000	0.0050	0.0020	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040		
17.0	0.425	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.2125	0.0053	0.0023	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045		
18.0	0.450	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.2250	0.0056	0.0025	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051		
19.0	0.475	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.2375	0.0059	0.0028	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057		
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	0.000	0.2500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.2500	0.0063	0.0032	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063		
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.2375	0.0059	0.0031	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069		
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.2250	0.0056	0.0031	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076		
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.2125	0.0053	0.0030	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083		
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.2000	0.0050	0.0030	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090		
25.0	0.625	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1875	0.0047	0.0029	-0.375	0.0094	0.0059	-0.625	0.0156	0.0098		
26.0	0.650	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1750	0.0044	0.0029	-0.350	0.0088	0.0057	-0.650	0.0163	0.0106		
27.0	0.675	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1625	0.0041	0.0028	-0.325	0.0081	0.0055	-0.675	0.0169	0.0114		
28.0	0.700	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1500	0.0038	0.0027	-0.300	0.0075	0.0053	-0.700	0.0175	0.0123		
29.0	0.725	1.000	1.271	-0.500	-0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.1082	0.0027	0.0020	-0.275	0.0069	0.0050	-0.570	0.0143	0.0104		
30.0	0.750	1.000	1.588	-0.500	-0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0787	0.0020	0.0015	-0.250	0.0063	0.0047	-0.472	0.0118	0.0089		
31.0	0.775	1.000	1.953	-0.500	-0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0576	0.0014	0.0011	-0.225	0.0056	0.0043	-0.397	0.0099	0.0077		
32.0	0.800	1.000	2.370	-0.500	-0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0422	0.0011	0.0009	-0.200	0.0050	0.0040	-0.338	0.0084	0.0067		
33.0	0.825	1.000	2.843	-0.500	-0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0308	0.0008	0.0007	-0.175	0.0044	0.0036	-0.290	0.0073	0.0060		
34.0	0.850	1.000	3.375	-0.500	-0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0222	0.0006	0.0005	-0.150	0.0038	0.0032	-0.252	0.0063	0.0054		
35.0	0.875	1.000	3.969	-0.500	-0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0157	0.0004	0.0004	-0.125	0.0031	0.0027	-0.220	0.0055	0.0048		
36.0	0.900	1.000	4.630	-0.500	-0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0108	0.0003	0.0003	-0.100	0.0025	0.0023	-0.194	0.0049	0.0044		
37.0	0.925	1.000	5.359	-0.500	-0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0070	0.0002	0.0002	-0.075	0.0019	0.0018	-0.173	0.0043	0.0040		
38.0	0.950	1.000	6.162	-0.500	-0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0041	0.0001	0.0001	-0.050	0.0013	0.0012	-0.154	0.0039	0.0037		
39.0	0.975	1.000	7.041	-0.500	-0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0018	0.0000	0.0000	-0.025	0.0006	0.0006	-0.138	0.0035	0.0034		
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.500	-0.500	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0031		
Σ												0.103	0.0517	0.34	0.15	0.337	0.190				
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>2</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA <sup>2</sup> / Ela				



Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-268. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.103100 $wl^2$	-0.337000	MFAB	-0.337000	MFBA	= 0
$\sum MA=0$	0.052000 $wl^2$	-0.150000	MFAB	-0.190000	MFBA	= 0

MFAB= 0.346667 $wl^2$	-1.266667	MFBA
-----------------------	-----------	------

$$0.103100 \, wl^2 - 0.337000 \, MFBA = 0.337000 \left( 0.346667 \, wl^2 - 1.266667 \, MFBA \right)$$

$$MFBA \left( 0.426867 - 0.337000 \right) = wl^2 \left( 0.116827 - 0.1031 \right)$$

$$MFBA \left( 0.089867 \right) = wl^2 \left( 0.013727 \right)$$

MFBA	=	$wl^2 \left( 0.152748 \right)$
------	---	--------------------------------

MFAB= 0.346667 $wl^2$	-1.266667	$\left( 0.152748 \, wl^2 \right)$
MFAB= 0.153186 $wl^2$		

Se tiene para:

MFAB= 0.1532 $wl^2$	Antihorario
MFBA= 0.1527 $wl^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.1640	0.1640
Práctico	0.1532	0.1527
% Error	1.0800	1.1300

- Ra 0.4,  $\alpha a = 0.4$ ,  $a = 0.5L$

Tabla 4-111. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 0.3$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.4$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.1	m
$r_a = r_b$	0.40	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.4	L
L=	1	m
q=	1.0	puntual
a=	0.5	L
b=	0.5	L

Tabla 4-112. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga Ra=0.4, αa=0.4, a= 0.5L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (wP)	Corte (V)		MF		Grafica M	wP/Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	wP/Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	2.744	0.500	0.500	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.364	0.00911	0.0000	0.000	0.00000	0.0000
1.0	0.025	1.000	2.600	0.500	0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0048	0.0001	0.0000	-0.375	0.00938	0.0002	-0.025	0.00063	0.0000
2.0	0.050	1.000	2.460	0.500	0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0102	0.0003	0.0000	-0.386	0.00965	0.0005	-0.050	0.00125	0.0001
3.0	0.075	1.000	2.326	0.500	0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0161	0.0004	0.0000	-0.398	0.00994	0.0007	-0.075	0.00188	0.0001
4.0	0.100	1.000	2.197	0.500	0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0228	0.0006	0.0001	-0.410	0.01024	0.0010	-0.100	0.00250	0.0003
5.0	0.125	1.000	2.073	0.500	0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0301	0.0008	0.0001	-0.422	0.01055	0.0013	-0.125	0.00313	0.0004
6.0	0.150	1.000	1.953	0.500	0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0384	0.0010	0.0002	-0.435	0.01088	0.0016	-0.150	0.00375	0.0006
7.0	0.175	1.000	1.838	0.500	0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0476	0.0012	0.0002	-0.449	0.01122	0.0020	-0.175	0.00438	0.0008
8.0	0.200	1.000	1.728	0.500	0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0579	0.0014	0.0003	-0.463	0.01157	0.0023	-0.200	0.00500	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.622	0.500	0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0694	0.0017	0.0004	-0.478	0.01195	0.0027	-0.225	0.00563	0.0013
10.0	0.250	1.000	1.521	0.500	0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0822	0.0021	0.0005	-0.493	0.01233	0.0031	-0.250	0.00625	0.0016
11.0	0.275	1.000	1.424	0.500	0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0966	0.0024	0.0007	-0.509	0.01273	0.0035	-0.275	0.00688	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.331	0.500	0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.1127	0.0028	0.0008	-0.526	0.01315	0.0039	-0.300	0.00750	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.242	0.500	0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1308	0.0033	0.0011	-0.543	0.01359	0.0044	-0.325	0.00813	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.158	0.500	0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1511	0.0038	0.0013	-0.561	0.01403	0.0049	-0.350	0.00875	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.077	0.500	0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1741	0.0044	0.0017	-0.580	0.01451	0.0054	-0.375	0.00938	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.2000	0.0050	0.0020	-0.600	0.01500	0.0060	-0.400	0.01000	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.2125	0.0053	0.0023	-0.575	0.01438	0.0061	-0.425	0.01063	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.2250	0.0056	0.0025	-0.550	0.01375	0.0062	-0.450	0.01125	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.2375	0.0059	0.0028	-0.525	0.01313	0.0062	-0.475	0.01188	0.0056
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	0.000	0.2500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.2500	0.0063	0.0032	-0.500	0.01250	0.0063	-0.500	0.01250	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.2375	0.0059	0.0031	-0.475	0.01188	0.0062	-0.525	0.01313	0.0069
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.2250	0.0056	0.0031	-0.450	0.01125	0.0062	-0.550	0.01375	0.0076
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.2125	0.0053	0.0030	-0.425	0.01063	0.0061	-0.575	0.01438	0.0083
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.2000	0.0050	0.0030	-0.400	0.01000	0.0060	-0.600	0.01500	0.0090
25.0	0.625	1.000	1.077	-0.500	-0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1741	0.0044	0.0028	-0.375	0.00938	0.0059	-0.580	0.01451	0.0091
26.0	0.650	1.000	1.158	-0.500	-0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1511	0.0038	0.0025	-0.350	0.00875	0.0057	-0.561	0.01403	0.0091
27.0	0.675	1.000	1.242	-0.500	-0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1308	0.0033	0.0022	-0.325	0.00813	0.0055	-0.543	0.01359	0.0092
28.0	0.700	1.000	1.331	-0.500	-0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.1127	0.0028	0.0020	-0.300	0.00750	0.0053	-0.526	0.01315	0.0092
29.0	0.725	1.000	1.424	-0.500	-0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0966	0.0024	0.0017	-0.275	0.00688	0.0050	-0.509	0.01273	0.0092
30.0	0.750	1.000	1.521	-0.500	-0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0822	0.0021	0.0016	-0.250	0.00625	0.0047	-0.493	0.01233	0.0092
31.0	0.775	1.000	1.622	-0.500	-0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0694	0.0017	0.0013	-0.225	0.00563	0.0044	-0.478	0.01195	0.0093
32.0	0.800	1.000	1.728	-0.500	-0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0579	0.0014	0.0011	-0.200	0.00500	0.0040	-0.463	0.01157	0.0093
33.0	0.825	1.000	1.838	-0.500	-0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0476	0.0012	0.0010	-0.175	0.00438	0.0036	-0.449	0.01122	0.0093
34.0	0.850	1.000	1.953	-0.500	-0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0384	0.0010	0.0009	-0.150	0.00375	0.0032	-0.435	0.01088	0.0092
35.0	0.875	1.000	2.073	-0.500	-0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0301	0.0008	0.0007	-0.125	0.00313	0.0027	-0.422	0.01055	0.0092
36.0	0.900	1.000	2.197	-0.500	-0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0228	0.0006	0.0005	-0.100	0.00250	0.0023	-0.410	0.01024	0.0092
37.0	0.925	1.000	2.326	-0.500	-0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0161	0.0004	0.0004	-0.075	0.00188	0.0017	-0.398	0.00994	0.0092
38.0	0.950	1.000	2.460	-0.500	-0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0102	0.0003	0.0003	-0.050	0.00125	0.0012	-0.386	0.00965	0.0092
39.0	0.975	1.000	2.600	-0.500	-0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0048	0.0001	0.0001	-0.025	0.00063	0.0006	-0.375	0.00938	0.0091
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.500	-0.500	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.00000	0.0000	-0.364	0.00911	0.0091
Σ												0.1025	0.0515	0.372	0.15	0.3724	0.224		
												wP/Eia	wP/Eia	MFAB/ Ela MFAB/ Ela		MFBA/ Ela MFBA/ Ela			

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-269. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.102500 $w^2$	-0.372000	$MF_{AB}$	-0.372400	$MF_{BA}$	= 0
$\sum M_A=0$	0.051500 $w^2$	-0.150000	$MF_{AB}$	-0.224000	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.343333 w^2$	-1.493333	$MF_{BA}$									
0.102500 $w^2$	-0.372400	$MF_{BA}$	=	0.37200	(	0.343333 $w^2$	-1.49333	) $MF_{BA}$			
$MF_{BA}$	(	0.555520	-0.372400	)	=	$w^2$	*	(	0.127720	-0.1025	)
$MF_{BA}$	*	0.183120	=	$w^2$	*	0.025220					
			)	$MF_{BA}$	=	$w^2$	*	0.137724			

$MF_{AB}= 0.343333 w^2$	-1.493333	(	0.137724	$w^2$	)						
$MF_{AB}= 0.137665 w^2$											

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.1377 w^2$	Antihorario	<b>Resultado</b>	<b>MFAB</b>	<b>MFBA</b>
$MF_{BA}= 0.1377 w^2$	Horario	Teórico	0.1481	0.1481
		Práctico	0.1377	0.1377
		% Error	1.0400	1.0400

- Ra 0.6,  $\alpha a= 0.4$ ,  $a= 0.5L$

Tabla 4-113. Datos de una viga con cartela;  $r_a= r_b=0.6$ ,  $\alpha a=\alpha b=0.4$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x=$	0.025	L
$\Delta y=$	0.15	m
$r_a=r_b$	0.60	hc
$\alpha a=\alpha b$	0.4	L
L=	1	m
q=	1.0	puntual
a=	0.5	L
b=	0.5	L

Tabla 4-114. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x= 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga Ra=0.6, aa=0.4, a= 0.5L		Valores de inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	4.0960	0.500	0.500	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.244	0.0061	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	3.8147	0.500	0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0033	0.0001	0.0000	-0.256	0.0064	0.0002	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	3.5466	0.500	0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0070	0.0002	0.0000	-0.268	0.0067	0.0003	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	3.2913	0.500	0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0114	0.0003	0.0000	-0.281	0.0070	0.0005	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	3.0486	0.500	0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0164	0.0004	0.0000	-0.295	0.0074	0.0007	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	2.8182	0.500	0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0222	0.0006	0.0001	-0.310	0.0078	0.0010	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	2.5996	0.500	0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0289	0.0007	0.0001	-0.327	0.0082	0.0012	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	2.3927	0.500	0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0366	0.0009	0.0002	-0.345	0.0086	0.0015	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	2.1970	0.500	0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0455	0.0011	0.0002	-0.364	0.0091	0.0018	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	2.0123	0.500	0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0559	0.0014	0.0003	-0.385	0.0096	0.0022	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	1.8383	0.500	0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0680	0.0017	0.0004	-0.408	0.0102	0.0026	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	1.6746	0.500	0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0821	0.0021	0.0006	-0.433	0.0108	0.0030	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.5209	0.500	0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0986	0.0025	0.0008	-0.460	0.0115	0.0035	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.3769	0.500	0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1180	0.0030	0.0010	-0.490	0.0123	0.0040	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.2423	0.500	0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1409	0.0035	0.0012	-0.523	0.0131	0.0046	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.1168	0.500	0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1679	0.0042	0.0016	-0.560	0.0140	0.0053	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.0000	0.500	0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.2000	0.0050	0.0020	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.0000	0.500	0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.2125	0.0053	0.0023	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.0000	0.500	0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.2250	0.0056	0.0025	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.0000	0.500	0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.2375	0.0059	0.0028	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.0000	0.000	0.000	0.2500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.2500	0.0063	0.0032	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.0000	-0.500	-0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.2375	0.0059	0.0031	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069
22.0	0.550	1.000	1.0000	-0.500	-0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.2250	0.0056	0.0031	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076
23.0	0.575	1.000	1.0000	-0.500	-0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.2125	0.0053	0.0030	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083
24.0	0.600	1.000	1.0000	-0.500	-0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.2000	0.0050	0.0030	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090
25.0	0.625	1.000	1.1168	-0.500	-0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1679	0.0042	0.0026	-0.375	0.0094	0.0059	-0.560	0.0140	0.0088
26.0	0.650	1.000	1.2423	-0.500	-0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1409	0.0035	0.0023	-0.350	0.0088	0.0057	-0.523	0.0131	0.0085
27.0	0.675	1.000	1.3769	-0.500	-0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1180	0.0030	0.0020	-0.325	0.0081	0.0055	-0.490	0.0123	0.0083
28.0	0.700	1.000	1.5209	-0.500	-0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0986	0.0025	0.0018	-0.300	0.0075	0.0053	-0.460	0.0115	0.0081
29.0	0.725	1.000	1.6746	-0.500	-0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0821	0.0021	0.0015	-0.275	0.0069	0.0050	-0.433	0.0108	0.0078
30.0	0.750	1.000	1.8383	-0.500	-0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0680	0.0017	0.0013	-0.250	0.0063	0.0047	-0.408	0.0102	0.0077
31.0	0.775	1.000	2.0123	-0.500	-0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0559	0.0014	0.0011	-0.225	0.0056	0.0043	-0.385	0.0096	0.0074
32.0	0.800	1.000	2.1970	-0.500	-0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0455	0.0011	0.0009	-0.200	0.0050	0.0040	-0.364	0.0091	0.0073
33.0	0.825	1.000	2.3927	-0.500	-0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0366	0.0009	0.0007	-0.175	0.0044	0.0036	-0.345	0.0086	0.0071
34.0	0.850	1.000	2.5996	-0.500	-0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0289	0.0007	0.0006	-0.150	0.0038	0.0032	-0.327	0.0082	0.0070
35.0	0.875	1.000	2.8182	-0.500	-0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0222	0.0006	0.0005	-0.125	0.0031	0.0027	-0.310	0.0078	0.0068
36.0	0.900	1.000	3.0486	-0.500	-0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0164	0.0004	0.0004	-0.100	0.0025	0.0023	-0.295	0.0074	0.0067
37.0	0.925	1.000	3.2913	-0.500	-0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0114	0.0003	0.0003	-0.075	0.0019	0.0018	-0.281	0.0070	0.0065
38.0	0.950	1.000	3.5466	-0.500	-0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0070	0.0002	0.0002	-0.050	0.0013	0.0012	-0.268	0.0067	0.0064
39.0	0.975	1.000	3.8147	-0.500	-0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0033	0.0001	0.0001	-0.025	0.0006	0.0006	-0.256	0.0064	0.0062
40.0	1.000	1.000	4.0960	-0.500	-0.500	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.244	0.0061	0.0061
$\Sigma$												0.0953	0.0478	0.337	0.144	0.3366	0.1937		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>1</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-270. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Sigma F_y=0$	0.095300 $w^2$	-0.337000 $MF_{AB}$	-0.33660 $MF_{BA}$	= 0
$\Sigma MA=0$	0.047800 $w^2$	-0.144000 $MF_{AB}$	-0.19370 $MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB} = 0.331944 w^2$	$-1.345139 MF_{BA}$	
--------------------------	---------------------	--

$$0.095300 w^2 - 0.336600 MF_{BA} = 0.337000 \left( 0.33194 w^2 - 1.3451 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.45331 & -0.33660 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.11186 & -0.0953 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.11671 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} 0.01656 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = w^2 \begin{bmatrix} 0.14189 \end{bmatrix}$
---

$MF_{AB} = 0.3319 w^2$	$-1.3451 \left( 0.1419 w^2 \right)$
$MF_{AB} = 0.1410 w^2$	

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.1410 w^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.1419 w^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.1567	0.1567
Práctico	0.1410	0.1419
% Error	1.5700	1.4800

- Ra 1.0,  $\alpha a = 0.4$ ,  $a = 0.5L$

Tabla 4-115. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 1.0$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.4$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.25	m
$r_a = r_b =$	1.00	hc
$\alpha a = \alpha b =$	0.4	L
L =	1	m
q =	1.0	puntual
a =	0.5	L
b =	0.5	L

Tabla 4-116. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x= 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga Ra=1.0, αa=0.4, a= 0.5L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela		
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento	
0.0	0.000	1.000	8.000	0.500	0.500	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.00000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	
1.0	0.025	1.000	7.273	0.500	0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0017	0.00004	0.0000	-0.134	0.0034	0.0001	-0.025	0.0006	0.0000	
2.0	0.050	1.000	6.592	0.500	0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0038	0.00009	0.0000	-0.144	0.0036	0.0002	-0.050	0.0013	0.0001	
3.0	0.075	1.000	5.954	0.500	0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0063	0.00016	0.0000	-0.155	0.0039	0.0003	-0.075	0.0019	0.0001	
4.0	0.100	1.000	5.359	0.500	0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0093	0.00023	0.0000	-0.168	0.0042	0.0004	-0.100	0.0025	0.0003	
5.0	0.125	1.000	4.805	0.500	0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0130	0.00033	0.0000	-0.182	0.0046	0.0006	-0.125	0.0031	0.0004	
6.0	0.150	1.000	4.291	0.500	0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0175	0.00044	0.0001	-0.198	0.0050	0.0008	-0.150	0.0038	0.0006	
7.0	0.175	1.000	3.815	0.500	0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0229	0.00057	0.0001	-0.216	0.0054	0.0009	-0.175	0.0044	0.0008	
8.0	0.200	1.000	3.375	0.500	0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0296	0.00074	0.0001	-0.237	0.0059	0.0012	-0.200	0.0050	0.0010	
9.0	0.225	1.000	2.970	0.500	0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0379	0.00095	0.0002	-0.261	0.0065	0.0015	-0.225	0.0056	0.0013	
10.0	0.250	1.000	2.600	0.500	0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0481	0.00120	0.0003	-0.288	0.0072	0.0018	-0.250	0.0063	0.0016	
11.0	0.275	1.000	2.261	0.500	0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0608	0.00152	0.0004	-0.321	0.0080	0.0022	-0.275	0.0069	0.0019	
12.0	0.300	1.000	1.953	0.500	0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0768	0.00192	0.0006	-0.358	0.0090	0.0027	-0.300	0.0075	0.0023	
13.0	0.325	1.000	1.675	0.500	0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0970	0.00243	0.0008	-0.403	0.0101	0.0033	-0.325	0.0081	0.0026	
14.0	0.350	1.000	1.424	0.500	0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1229	0.00307	0.0011	-0.456	0.0114	0.0040	-0.350	0.0088	0.0031	
15.0	0.375	1.000	1.199	0.500	0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1564	0.00391	0.0015	-0.521	0.0130	0.0049	-0.375	0.0094	0.0035	
16.0	0.400	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.2000	0.00500	0.0020	-0.600	0.0150	0.0060	-0.400	0.0100	0.0040	
17.0	0.425	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.2125	0.00531	0.0023	-0.575	0.0144	0.0061	-0.425	0.0106	0.0045	
18.0	0.450	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.2250	0.00563	0.0025	-0.550	0.0138	0.0062	-0.450	0.0113	0.0051	
19.0	0.475	1.000	1.000	0.500	0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.2375	0.00594	0.0028	-0.525	0.0131	0.0062	-0.475	0.0119	0.0057	
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	0.000	0.2500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.2500	0.00625	0.0031	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063	
21.0	0.525	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.2375	0.00594	0.0031	-0.475	0.0119	0.0062	-0.525	0.0131	0.0069	
22.0	0.550	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.2250	0.00563	0.0031	-0.450	0.0113	0.0062	-0.550	0.0138	0.0076	
23.0	0.575	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.2125	0.00531	0.0031	-0.425	0.0106	0.0061	-0.575	0.0144	0.0083	
24.0	0.600	1.000	1.000	-0.500	-0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.2000	0.00500	0.0030	-0.400	0.0100	0.0060	-0.600	0.0150	0.0090	
25.0	0.625	1.000	1.199	-0.500	-0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1564	0.00391	0.0024	-0.375	0.0094	0.0059	-0.521	0.0130	0.0081	
26.0	0.650	1.000	1.424	-0.500	-0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1229	0.00307	0.0020	-0.350	0.0088	0.0057	-0.456	0.0114	0.0074	
27.0	0.675	1.000	1.675	-0.500	-0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0970	0.00243	0.0016	-0.325	0.0081	0.0055	-0.403	0.0101	0.0068	
28.0	0.700	1.000	1.953	-0.500	-0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0768	0.00192	0.0013	-0.300	0.0075	0.0053	-0.358	0.0090	0.0063	
29.0	0.725	1.000	2.261	-0.500	-0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0608	0.00152	0.0011	-0.275	0.0069	0.0050	-0.321	0.0080	0.0058	
30.0	0.750	1.000	2.600	-0.500	-0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0481	0.00120	0.0009	-0.250	0.0063	0.0047	-0.288	0.0072	0.0054	
31.0	0.775	1.000	2.970	-0.500	-0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0379	0.00095	0.0007	-0.225	0.0056	0.0043	-0.261	0.0065	0.0050	
32.0	0.800	1.000	3.375	-0.500	-0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0296	0.00074	0.0006	-0.200	0.0050	0.0040	-0.237	0.0059	0.0047	
33.0	0.825	1.000	3.815	-0.500	-0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0229	0.00057	0.0005	-0.175	0.0044	0.0036	-0.216	0.0054	0.0045	
34.0	0.850	1.000	4.291	-0.500	-0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0175	0.00044	0.0004	-0.150	0.0038	0.0032	-0.198	0.0050	0.0043	
35.0	0.875	1.000	4.805	-0.500	-0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0130	0.00033	0.0003	-0.125	0.0031	0.0027	-0.182	0.0046	0.0040	
36.0	0.900	1.000	5.359	-0.500	-0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0093	0.00023	0.0002	-0.100	0.0025	0.0023	-0.168	0.0042	0.0038	
37.0	0.925	1.000	5.954	-0.500	-0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0063	0.00016	0.0001	-0.075	0.0019	0.0018	-0.155	0.0039	0.0036	
38.0	0.950	1.000	6.592	-0.500	-0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0038	0.00009	0.0001	-0.050	0.0013	0.0012	-0.144	0.0036	0.0034	
39.0	0.975	1.000	7.273	-0.500	-0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0017	0.00004	0.0000	-0.025	0.0006	0.0006	-0.134	0.0034	0.0033	
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.500	-0.500	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.00000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0031	
Σ											0.0852	0.04240	0.2921	0.136	0.2921	0.136	0.2921	0.136	0.2921	0.136
											w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>2</sup> /Eia	MFAB/ Ela	FAB/ Ela	MFBA/ Ela	FBA/ Ela				

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-271. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.085200 $wl^2$	-0.292100	$MF_{AB}$	-0.292100	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.042400 $wl^2$	-0.136000	$MF_{AB}$	-0.157000	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.311765 wl^2$	-1.154412	$MF_{BA}$
--------------------------	-----------	-----------

$$0.085200 wl^2 - 0.292100 MF_{BA} = 0.2921 \left( 0.311765 wl^2 - 1.15441 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.337204 & -0.292100 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.091067 & -0.0852 \end{bmatrix}$$

$$MF_{BA} \begin{bmatrix} 0.045104 \end{bmatrix} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.005867 \end{bmatrix}$$

$MF_{BA} = wl^2 \begin{bmatrix} 0.130077 \end{bmatrix}$
---

$MF_{AB}= 0.311765 wl^2$	-1.154412	$\begin{bmatrix} 0.130077 & wl^2 \end{bmatrix}$
$MF_{AB}= 0.161603 wl^2$		

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.1616 wl^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.1301 wl^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.1700	0.1700
Práctico	0.1616	0.1301
% Error	0.8400	3.9900

- Ra 0.4,  $\alpha a = 0.5$ ,  $a = 0.5L$

Tabla 4-117. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 1.0$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.4$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.08	m
$r_a = r_b$	0.40	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.5	L
L =	1	m
q =	1.0	puntual
a =	0.5	L
b =	0.5	L

Tabla 4-118. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga Ra=0.4, aa=0.5, a= 0.5L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	2.744	0.500	0.500	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	2.628	0.500	0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0048	0.0001	0.0000	-0.371	0.0093	0.0002	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	2.515	0.500	0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0099	0.0002	0.0000	-0.378	0.0094	0.0005	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	2.406	0.500	0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0156	0.0004	0.0000	-0.384	0.0096	0.0007	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	2.300	0.500	0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0217	0.0005	0.0001	-0.391	0.0098	0.0010	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	2.197	0.500	0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0284	0.0007	0.0001	-0.398	0.0100	0.0013	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	2.097	0.500	0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0358	0.0009	0.0001	-0.405	0.0101	0.0015	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	2.000	0.500	0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0438	0.0011	0.0002	-0.413	0.0103	0.0018	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	1.907	0.500	0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0524	0.0013	0.0003	-0.420	0.0105	0.0021	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	1.816	0.500	0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0619	0.0015	0.0003	-0.427	0.0107	0.0024	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	1.728	0.500	0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0723	0.0018	0.0005	-0.434	0.0109	0.0027	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	1.643	0.500	0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0837	0.0021	0.0006	-0.441	0.0110	0.0030	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.561	0.500	0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0961	0.0024	0.0007	-0.448	0.0112	0.0034	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.482	0.500	0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.1096	0.0027	0.0009	-0.455	0.0114	0.0037	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.405	0.500	0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1246	0.0031	0.0011	-0.463	0.0116	0.0041	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.331	0.500	0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1409	0.0035	0.0013	-0.470	0.0117	0.0044	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.260	0.500	0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1587	0.0040	0.0016	-0.476	0.0119	0.0048	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.191	0.500	0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1784	0.0045	0.0019	-0.483	0.0121	0.0051	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.125	0.500	0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.2000	0.0050	0.0023	-0.489	0.0122	0.0055	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.061	0.500	0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.2238	0.0056	0.0027	-0.495	0.0124	0.0059	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	0.000	0.2500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.2500	0.0063	0.0032	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.061	-0.500	-0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.2238	0.0056	0.0029	-0.475	0.0119	0.0062	-0.495	0.0124	0.0065
22.0	0.550	1.000	1.125	-0.500	-0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.2000	0.0050	0.0028	-0.450	0.0113	0.0062	-0.489	0.0122	0.0067
23.0	0.575	1.000	1.191	-0.500	-0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1784	0.0045	0.0026	-0.425	0.0106	0.0061	-0.483	0.0121	0.0070
24.0	0.600	1.000	1.260	-0.500	-0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1587	0.0040	0.0024	-0.400	0.0100	0.0060	-0.476	0.0119	0.0071
25.0	0.625	1.000	1.331	-0.500	-0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1409	0.0035	0.0022	-0.375	0.0094	0.0059	-0.470	0.0117	0.0073
26.0	0.650	1.000	1.405	-0.500	-0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1246	0.0031	0.0020	-0.350	0.0088	0.0057	-0.463	0.0116	0.0075
27.0	0.675	1.000	1.482	-0.500	-0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.1096	0.0027	0.0018	-0.325	0.0081	0.0055	-0.455	0.0114	0.0077
28.0	0.700	1.000	1.561	-0.500	-0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0961	0.0024	0.0017	-0.300	0.0075	0.0053	-0.448	0.0112	0.0078
29.0	0.725	1.000	1.643	-0.500	-0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0837	0.0021	0.0015	-0.275	0.0069	0.0050	-0.441	0.0110	0.0080
30.0	0.750	1.000	1.728	-0.500	-0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0723	0.0018	0.0014	-0.250	0.0063	0.0047	-0.434	0.0109	0.0082
31.0	0.775	1.000	1.816	-0.500	-0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0619	0.0015	0.0012	-0.225	0.0056	0.0043	-0.427	0.0107	0.0083
32.0	0.800	1.000	1.907	-0.500	-0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0524	0.0013	0.0010	-0.200	0.0050	0.0040	-0.420	0.0105	0.0084
33.0	0.825	1.000	2.000	-0.500	-0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0438	0.0011	0.0009	-0.175	0.0044	0.0036	-0.413	0.0103	0.0085
34.0	0.850	1.000	2.097	-0.500	-0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0358	0.0009	0.0008	-0.150	0.0038	0.0032	-0.405	0.0101	0.0086
35.0	0.875	1.000	2.197	-0.500	-0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0284	0.0007	0.0006	-0.125	0.0031	0.0027	-0.398	0.0100	0.0088
36.0	0.900	1.000	2.300	-0.500	-0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0217	0.0005	0.0005	-0.100	0.0025	0.0023	-0.391	0.0098	0.0088
37.0	0.925	1.000	2.406	-0.500	-0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0156	0.0004	0.0004	-0.075	0.0019	0.0018	-0.384	0.0096	0.0089
38.0	0.950	1.000	2.515	-0.500	-0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0099	0.0002	0.0002	-0.050	0.0013	0.0012	-0.378	0.0094	0.0089
39.0	0.975	1.000	2.628	-0.500	-0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0048	0.0001	0.0001	-0.025	0.0006	0.0006	-0.371	0.0093	0.0091
40.0	1.000	1.000	2.744	-0.500	-0.500	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.364	0.0091	0.0091
$\Sigma$												0.089	0.045	0.347	0.141	0.397	0.21		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>2</sup> /Eia	MFAB/ Ela	FAB/ Ela	MFBA/ Ela	FBAB/ Ela		



Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-272. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.089000 $w^2$	-0.347000	$MF_{AB}$	-0.347000	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.045000 $w^2$	-0.141000	$MF_{AB}$	-0.210000	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.319149 w^2$	-1.489362	$MF_{BA}$
-------------------------	-----------	-----------

$$0.089000 w^2 - 0.347000 MF_{BA} = 0.3470 \left( 0.319149 w^2 - 1.489362 MF_{BA} \right)$$

$$MF_{BA} \otimes \left( 0.516809 - 0.347000 \right) = w^2 \otimes \left( 0.110745 - 0.0890 \right)$$

$$MF_{BA} \otimes 0.169809 = w^2 \otimes 0.021745$$

$MF_{BA} = w^2 \otimes 0.128056$
----------------------------------

$MF_{AB}= 0.319149 w^2$	-1.489362	$\left( 0.128056 w^2 \right)$
$MF_{AB}= 0.128427 w^2$		

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.1284 w^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.1281 w^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.1458	0.1458
Práctico	0.1284	0.1281
% Error	1.7400	1.7700

- Ra 0.6,  $\alpha a = 0.5$ ,  $a = 0.5L$

Tabla 4-119. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 0.6$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.5$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.125	m
$r_a = r_b$	0.60	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.5	L
L =	1	m
q =	1.0	puntual
a =	0.5	L
b =	0.5	L

Tabla 4-120. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga Ra=0.6, αa=0.5, a= 0.5L		Valores de Inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	lx**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	4.096	0.500	0.500	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.244	0.0061	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	3.870	0.500	0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0032	0.0001	0.0000	-0.252	0.0063	0.0002	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	3.652	0.500	0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0068	0.0002	0.0000	-0.260	0.0065	0.0003	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	3.443	0.500	0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0109	0.0003	0.0000	-0.269	0.0067	0.0005	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	3.242	0.500	0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0154	0.0004	0.0000	-0.278	0.0069	0.0007	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	3.049	0.500	0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0205	0.0005	0.0001	-0.287	0.0072	0.0009	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	2.863	0.500	0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0262	0.0007	0.0001	-0.297	0.0074	0.0011	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	2.686	0.500	0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0326	0.0008	0.0001	-0.307	0.0077	0.0013	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	2.515	0.500	0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0398	0.0010	0.0002	-0.318	0.0080	0.0016	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	2.353	0.500	0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0478	0.0012	0.0003	-0.329	0.0082	0.0018	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	2.197	0.500	0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0569	0.0014	0.0004	-0.341	0.0085	0.0021	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	2.048	0.500	0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0671	0.0017	0.0005	-0.354	0.0089	0.0024	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	1.907	0.500	0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0787	0.0020	0.0006	-0.367	0.0092	0.0028	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	1.772	0.500	0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0917	0.0023	0.0007	-0.381	0.0095	0.0031	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	1.643	0.500	0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.1065	0.0027	0.0009	-0.396	0.0099	0.0035	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.521	0.500	0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.1233	0.0031	0.0012	-0.411	0.0103	0.0039	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.405	0.500	0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1423	0.0036	0.0014	-0.427	0.0107	0.0043	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.295	0.500	0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1641	0.0041	0.0017	-0.444	0.0111	0.0047	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.191	0.500	0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1889	0.0047	0.0021	-0.462	0.0115	0.0052	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.093	0.500	0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.2173	0.0054	0.0026	-0.480	0.0120	0.0057	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	0.000	0.2500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.2500	0.0063	0.0032	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.093	-0.500	-0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.2173	0.0054	0.0028	-0.475	0.0119	0.0062	-0.480	0.0120	0.0063
22.0	0.550	1.000	1.191	-0.500	-0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1889	0.0047	0.0026	-0.450	0.0113	0.0062	-0.462	0.0115	0.0063
23.0	0.575	1.000	1.295	-0.500	-0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1641	0.0041	0.0024	-0.425	0.0106	0.0061	-0.444	0.0111	0.0064
24.0	0.600	1.000	1.405	-0.500	-0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1423	0.0036	0.0022	-0.400	0.0100	0.0060	-0.427	0.0107	0.0064
25.0	0.625	1.000	1.521	-0.500	-0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.1233	0.0031	0.0019	-0.375	0.0094	0.0059	-0.411	0.0103	0.0064
26.0	0.650	1.000	1.643	-0.500	-0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.1065	0.0027	0.0018	-0.350	0.0088	0.0057	-0.396	0.0099	0.0064
27.0	0.675	1.000	1.772	-0.500	-0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0917	0.0023	0.0016	-0.325	0.0081	0.0055	-0.381	0.0095	0.0064
28.0	0.700	1.000	1.907	-0.500	-0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0787	0.0020	0.0014	-0.300	0.0075	0.0053	-0.367	0.0092	0.0064
29.0	0.725	1.000	2.048	-0.500	-0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0671	0.0017	0.0012	-0.275	0.0069	0.0050	-0.354	0.0089	0.0065
30.0	0.750	1.000	2.197	-0.500	-0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0569	0.0014	0.0011	-0.250	0.0063	0.0047	-0.341	0.0085	0.0064
31.0	0.775	1.000	2.353	-0.500	-0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0478	0.0012	0.0009	-0.225	0.0056	0.0043	-0.329	0.0082	0.0064
32.0	0.800	1.000	2.515	-0.500	-0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0398	0.0010	0.0008	-0.200	0.0050	0.0040	-0.318	0.0080	0.0064
33.0	0.825	1.000	2.686	-0.500	-0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0326	0.0008	0.0007	-0.175	0.0044	0.0036	-0.307	0.0077	0.0064
34.0	0.850	1.000	2.863	-0.500	-0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0262	0.0007	0.0006	-0.150	0.0038	0.0032	-0.297	0.0074	0.0063
35.0	0.875	1.000	3.049	-0.500	-0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0205	0.0005	0.0004	-0.125	0.0031	0.0027	-0.287	0.0072	0.0063
36.0	0.900	1.000	3.242	-0.500	-0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0154	0.0004	0.0004	-0.100	0.0025	0.0023	-0.278	0.0069	0.0062
37.0	0.925	1.000	3.443	-0.500	-0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0109	0.0003	0.0003	-0.075	0.0019	0.0018	-0.269	0.0067	0.0062
38.0	0.950	1.000	3.652	-0.500	-0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0068	0.0002	0.0002	-0.050	0.0013	0.0012	-0.260	0.0065	0.0062
39.0	0.975	1.000	3.870	-0.500	-0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0032	0.0001	0.0001	-0.025	0.0006	0.0006	-0.252	0.0063	0.0061
40.0	1.000	1.000	4.096	-0.500	-0.500	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.244	0.0061	0.0061
$\Sigma$												0.0787	0.040	0.30	0.133	0.30	0.172		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>4</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA <sup>2</sup> / Ela		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

Fig. 4-273. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\sum F_y=0$	0.078700 $w^2$	-0.300000	$MF_{AB}$	-0.300000	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.040000 $w^2$	-0.133000	$MF_{AB}$	-0.172000	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB}= 0.300752 w^2$	-1.293233	$MF_{BA}$	=	0.300000	$\left( \begin{matrix} 0.300752 w^2 & -1.2932 \end{matrix} \right) MF_{BA}$
$MF_{BA} \otimes$	$\left( \begin{matrix} 0.387970 & -0.3000 \end{matrix} \right)$	=	$w^2 \otimes$	$\left( \begin{matrix} 0.090226 & -0.0787 \end{matrix} \right)$	
$MF_{BA} \otimes$	0.087970	=	$w^2 \otimes$	0.011526	

$MF_{BA} = w^2 \otimes 0.131022$
----------------------------------

$MF_{AB}= 0.300752 w^2$	-1.293233	$\left( \begin{matrix} 0.131022 w^2 \end{matrix} \right)$
$MF_{AB}= 0.131310 w^2$		

Se tiene para:

$MF_{AB}= 0.1313 w^2$	Antihorario
$MF_{BA}= 0.1310 w^2$	Horario

Resultado	$MF_{AB}$	$MF_{BA}$
Teórico	0.1538	0.1538
Práctico	0.1313	0.1310
% Error	2.2500	2.2800

- Ra 1.0,  $\alpha a = 0.5$ ,  $a = 0.5L$

Tabla 4-121. Datos de una viga con cartela;  $r_a = r_b = 1.0$ ,  $\alpha a = \alpha b = 0.5$  y con una carga puntual a una distancia  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

$\Delta x =$	0.025	L
$\Delta y =$	0.20	m
$r_a = r_b$	1	hc
$\alpha a = \alpha b$	0.5	L
L =	1.0	m
q =	1.0	puntual
a =	0.5	L
b =	0.5	L

Tabla 4-122. Divisiones del diagrama de las cargas elásticas a cada  $\Delta x = 0.025L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Viga Ra=1.0, $\alpha a=0.5, a=0.5L$		Valores de inercia		Corte (V)		M (w <sup>2</sup> )	Corte (V)		MF		Grafica M	w <sup>2</sup> /Eia		Grafica M	MF AB/ Ela		Grafica M	MF BA/ Ela	
Sección	x	la=lc	b**	Extremo inicial	Extremo final	Momento	Extremo inicial	Extremo final	MF AB	MF BA	w <sup>2</sup> /Eia	Area	Momento	MF AB/ Ela	Area	Momento	MF BA/ Ela	Area	Momento
0.0	0.000	1.000	8.000	0.500	0.500	0.0000	1.0	1.0	-1.000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0000	0.000	0.0000	0.0000
1.0	0.025	1.000	7.415	0.500	0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.975	-0.025	0.0017	0.0000	0.0000	-0.131	0.0033	0.0001	-0.025	0.0006	0.0000
2.0	0.050	1.000	6.859	0.500	0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.950	-0.050	0.0036	0.0001	0.0000	-0.139	0.0035	0.0002	-0.050	0.0013	0.0001
3.0	0.075	1.000	6.332	0.500	0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.925	-0.075	0.0059	0.0001	0.0000	-0.146	0.0037	0.0003	-0.075	0.0019	0.0001
4.0	0.100	1.000	5.832	0.500	0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.900	-0.100	0.0086	0.0002	0.0000	-0.154	0.0039	0.0004	-0.100	0.0025	0.0003
5.0	0.125	1.000	5.359	0.500	0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.875	-0.125	0.0117	0.0003	0.0000	-0.163	0.0041	0.0005	-0.125	0.0031	0.0004
6.0	0.150	1.000	4.913	0.500	0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.850	-0.150	0.0153	0.0004	0.0001	-0.173	0.0043	0.0006	-0.150	0.0038	0.0006
7.0	0.175	1.000	4.492	0.500	0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.825	-0.175	0.0195	0.0005	0.0001	-0.184	0.0046	0.0008	-0.175	0.0044	0.0008
8.0	0.200	1.000	4.096	0.500	0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.800	-0.200	0.0244	0.0006	0.0001	-0.195	0.0049	0.0010	-0.200	0.0050	0.0010
9.0	0.225	1.000	3.724	0.500	0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.775	-0.225	0.0302	0.0008	0.0002	-0.208	0.0052	0.0012	-0.225	0.0056	0.0013
10.0	0.250	1.000	3.375	0.500	0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.750	-0.250	0.0370	0.0009	0.0002	-0.222	0.0056	0.0014	-0.250	0.0063	0.0016
11.0	0.275	1.000	3.049	0.500	0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.725	-0.275	0.0451	0.0011	0.0003	-0.238	0.0059	0.0016	-0.275	0.0069	0.0019
12.0	0.300	1.000	2.744	0.500	0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.700	-0.300	0.0547	0.0014	0.0004	-0.255	0.0064	0.0019	-0.300	0.0075	0.0023
13.0	0.325	1.000	2.460	0.500	0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.675	-0.325	0.0661	0.0017	0.0006	-0.274	0.0069	0.0022	-0.325	0.0081	0.0026
14.0	0.350	1.000	2.197	0.500	0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.650	-0.350	0.0797	0.0020	0.0007	-0.296	0.0074	0.0026	-0.350	0.0088	0.0031
15.0	0.375	1.000	1.953	0.500	0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.625	-0.375	0.0960	0.0024	0.0009	-0.320	0.0080	0.0030	-0.375	0.0094	0.0035
16.0	0.400	1.000	1.728	0.500	0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.600	-0.400	0.1157	0.0029	0.0012	-0.347	0.0087	0.0035	-0.400	0.0100	0.0040
17.0	0.425	1.000	1.521	0.500	0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.575	-0.425	0.1397	0.0035	0.0015	-0.378	0.0095	0.0040	-0.425	0.0106	0.0045
18.0	0.450	1.000	1.331	0.500	0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.550	-0.450	0.1690	0.0042	0.0019	-0.413	0.0103	0.0046	-0.450	0.0113	0.0051
19.0	0.475	1.000	1.158	0.500	0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.525	-0.475	0.2051	0.0051	0.0024	-0.453	0.0113	0.0054	-0.475	0.0119	0.0057
20.0	0.500	1.000	1.000	0.000	0.000	0.2500	1.0	1.0	-0.500	-0.500	0.2500	0.0063	0.0032	-0.500	0.0125	0.0063	-0.500	0.0125	0.0063
21.0	0.525	1.000	1.158	-0.500	-0.500	0.2375	1.0	1.0	-0.475	-0.525	0.2051	0.0051	0.0027	-0.475	0.0119	0.0062	-0.453	0.0113	0.0059
22.0	0.550	1.000	1.331	-0.500	-0.500	0.2250	1.0	1.0	-0.450	-0.550	0.1690	0.0042	0.0023	-0.450	0.0113	0.0062	-0.413	0.0103	0.0057
23.0	0.575	1.000	1.521	-0.500	-0.500	0.2125	1.0	1.0	-0.425	-0.575	0.1397	0.0035	0.0020	-0.425	0.0106	0.0061	-0.378	0.0095	0.0055
24.0	0.600	1.000	1.728	-0.500	-0.500	0.2000	1.0	1.0	-0.400	-0.600	0.1157	0.0029	0.0017	-0.400	0.0100	0.0060	-0.347	0.0087	0.0052
25.0	0.625	1.000	1.953	-0.500	-0.500	0.1875	1.0	1.0	-0.375	-0.625	0.0960	0.0024	0.0015	-0.375	0.0094	0.0059	-0.320	0.0080	0.0050
26.0	0.650	1.000	2.197	-0.500	-0.500	0.1750	1.0	1.0	-0.350	-0.650	0.0797	0.0020	0.0013	-0.350	0.0088	0.0057	-0.296	0.0074	0.0048
27.0	0.675	1.000	2.460	-0.500	-0.500	0.1625	1.0	1.0	-0.325	-0.675	0.0661	0.0017	0.0011	-0.325	0.0081	0.0055	-0.274	0.0069	0.0047
28.0	0.700	1.000	2.744	-0.500	-0.500	0.1500	1.0	1.0	-0.300	-0.700	0.0547	0.0014	0.0010	-0.300	0.0075	0.0053	-0.255	0.0064	0.0045
29.0	0.725	1.000	3.049	-0.500	-0.500	0.1375	1.0	1.0	-0.275	-0.725	0.0451	0.0011	0.0008	-0.275	0.0069	0.0050	-0.238	0.0059	0.0043
30.0	0.750	1.000	3.375	-0.500	-0.500	0.1250	1.0	1.0	-0.250	-0.750	0.0370	0.0009	0.0007	-0.250	0.0063	0.0047	-0.222	0.0056	0.0042
31.0	0.775	1.000	3.724	-0.500	-0.500	0.1125	1.0	1.0	-0.225	-0.775	0.0302	0.0008	0.0006	-0.225	0.0056	0.0043	-0.208	0.0052	0.0040
32.0	0.800	1.000	4.096	-0.500	-0.500	0.1000	1.0	1.0	-0.200	-0.800	0.0244	0.0006	0.0005	-0.200	0.0050	0.0040	-0.195	0.0049	0.0039
33.0	0.825	1.000	4.492	-0.500	-0.500	0.0875	1.0	1.0	-0.175	-0.825	0.0195	0.0005	0.0004	-0.175	0.0044	0.0036	-0.184	0.0046	0.0038
34.0	0.850	1.000	4.913	-0.500	-0.500	0.0750	1.0	1.0	-0.150	-0.850	0.0153	0.0004	0.0003	-0.150	0.0038	0.0032	-0.173	0.0043	0.0037
35.0	0.875	1.000	5.359	-0.500	-0.500	0.0625	1.0	1.0	-0.125	-0.875	0.0117	0.0003	0.0003	-0.125	0.0031	0.0027	-0.163	0.0041	0.0036
36.0	0.900	1.000	5.832	-0.500	-0.500	0.0500	1.0	1.0	-0.100	-0.900	0.0086	0.0002	0.0002	-0.100	0.0025	0.0023	-0.154	0.0039	0.0035
37.0	0.925	1.000	6.332	-0.500	-0.500	0.0375	1.0	1.0	-0.075	-0.925	0.0059	0.0001	0.0001	-0.075	0.0019	0.0018	-0.146	0.0037	0.0034
38.0	0.950	1.000	6.859	-0.500	-0.500	0.0250	1.0	1.0	-0.050	-0.950	0.0036	0.0001	0.0001	-0.050	0.0013	0.0012	-0.139	0.0035	0.0033
39.0	0.975	1.000	7.415	-0.500	-0.500	0.0125	1.0	1.0	-0.025	-0.975	0.0017	0.0000	0.0000	-0.025	0.0006	0.0006	-0.131	0.0033	0.0032
40.0	1.000	1.000	8.000	-0.500	-0.500	0.0000	1.0	1.0	0.000	-1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000	-0.125	0.0031	0.0031
$\Sigma$												0.0627	0.0314	0.252	0.1219	0.0252	0.1305		
												w <sup>2</sup> /Eia	w <sup>2</sup> /Eia	MFAB/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela	MFBA/ Ela		

Para determinar la carga total y el momento total respecto al extremo A, de los que se deducen las incógnitas  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ .

$\sum F_y=0$	0.062700 $wl^2$	-0.252000	$MF_{AB}$	-0.252000	$MF_{BA}$	= 0
$\sum MA=0$	0.031400 $wl^2$	-0.121900	$MF_{AB}$	-0.130500	$MF_{BA}$	= 0

$MF_{AB} = 0.257588 wl^2$	-1.070550	$MF_{BA}$										
0.062700 $wl^2$	-0.252000	$MF_{BA}$	=	0.25200	[	0.257588 $wl^2$	-	1.0706	]	$MF_{BA}$		
$MF_{BA} \otimes$	[	0.269779	-	0.2520	]	=	$wl^2 \otimes$	[	0.064912	-	0.0627	]
$MF_{BA} \otimes$	0.017779	=	$wl^2 \otimes$	0.002212								
			=	$wl^2 \otimes$	0.124416							

$MF_{AB} = 0.257588 wl^2$	-1.070550	[	0.124416 $wl^2$			
$MF_{AB} = 0.124394 wl^2$						

Se tiene para:

$MF_{AB} = 0.1244 wl^2$	Antihorario
$MF_{BA} = 0.1244 wl^2$	Horario

Resultado	MFAB	MFBA
Teórico	0.1667	0.1667
Práctico	0.1244	0.1244
% Error	4.2300	4.2300

Fig. 4-274. Cálculo de parámetro de momento  $MF_{AB}$  y  $MF_{BA}$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

**4.4. Analizar los modelos de vigas acarteladas por medio de la teoría de elementos finitos, mediante del programa ETABSv9.**

A continuación se presentan los Cálculo de parámetro de momento MFAB y MFBA de las vigas acarteladas evaluadas, de acuerdo a las dimensiones de los parámetros Ra y  $\alpha$ .

**I. Vigas sometidas a una carga uniforme:**

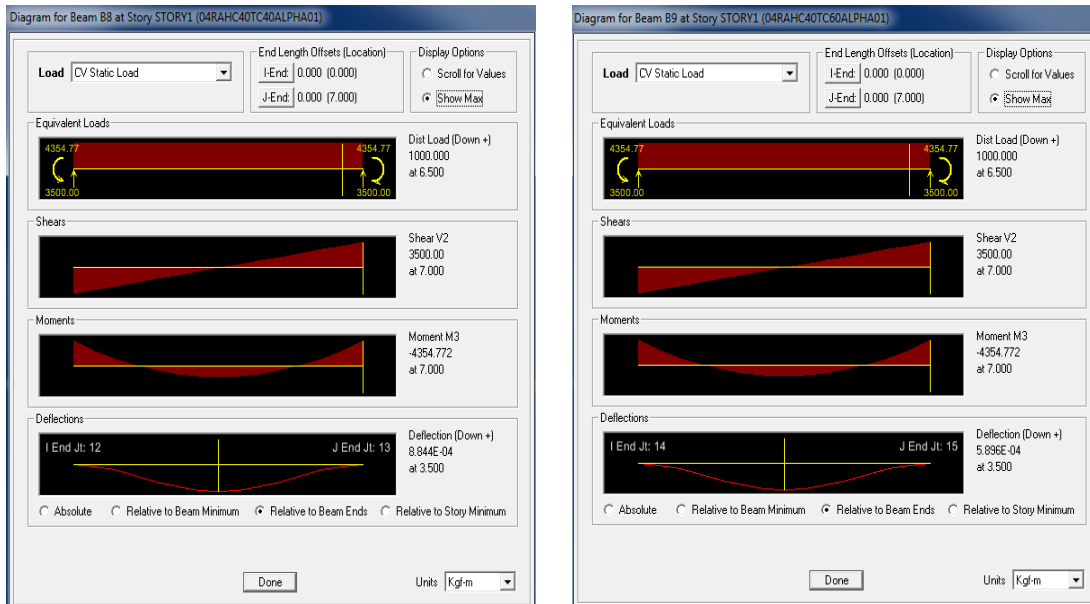


Fig. 4-275.  $R_a = 0.4$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $h_c = 0.40\text{m}$ ,  $t_c = 0.40\text{m}$  y  $t_c = 0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Programa Etabsv9.



Fig. 4-276.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.1$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

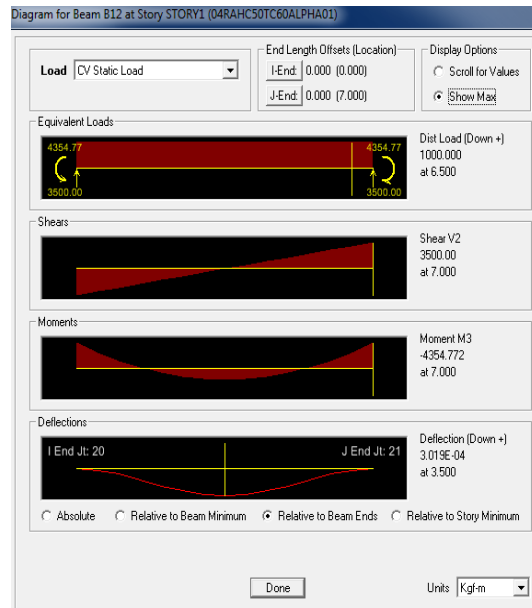


Fig. 4-277.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.1$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9.

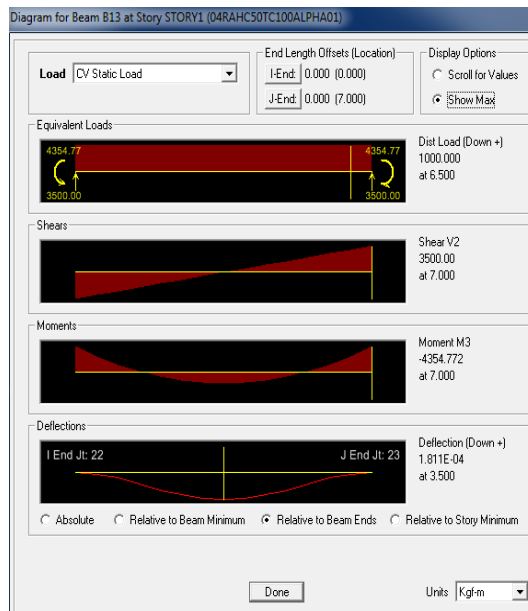


Fig. 4-278.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.1$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-279.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.1$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9.





Fig. 4-280.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.1$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

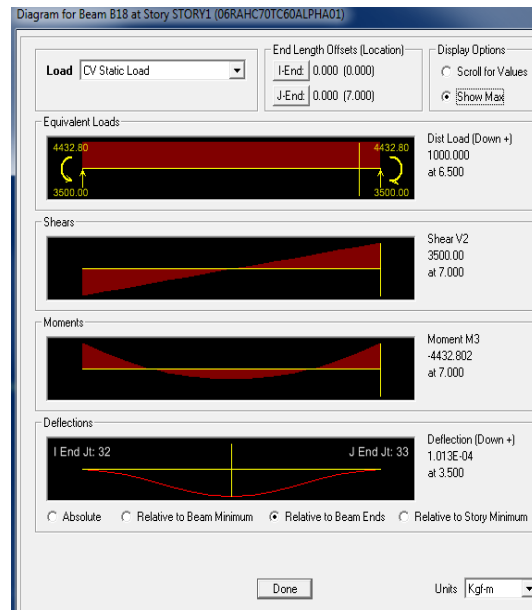


Fig. 4-281.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.1$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-282.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.1$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-283.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.1$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-284.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a= 0.1$ ,  $h_c= 0.40\text{m}$ ,  $t_c= 1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-285.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a= 0.1$ ,  $h_c= 0.50\text{m}$ ,  $t_c= 0.40\text{m}$  y  $t_c= 0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-286.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a= 0.1$ ,  $h_c= 0.50\text{m}$ ,  $t_c= 1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

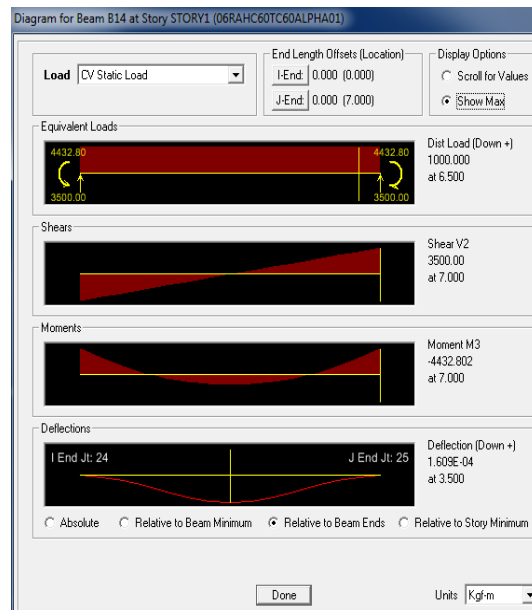


Fig. 4-287.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a= 0.1$ ,  $h_c= 0.60\text{m}$ ,  $t_c= 0.40\text{m}$  y  $t_c= 0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-288.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a= 0.1$ ,  $h_c= 0.60\text{m}$ ,  $t_c= 1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

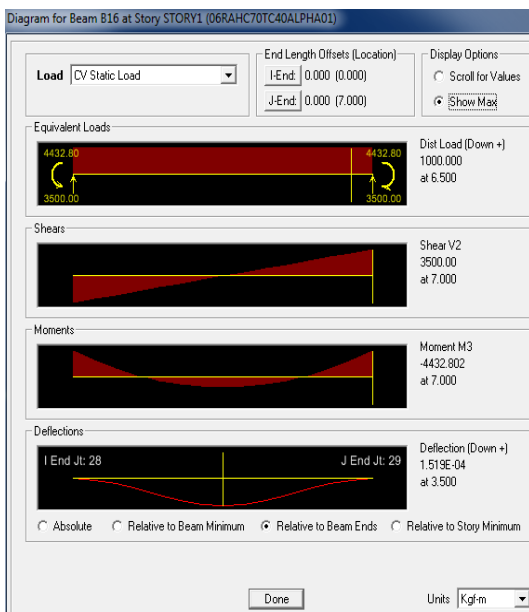


Fig. 4-289.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a= 0.1$ ,  $h_c= 0.70\text{m}$ ,  $t_c= 0.40\text{m}$  y  $t_c= 0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

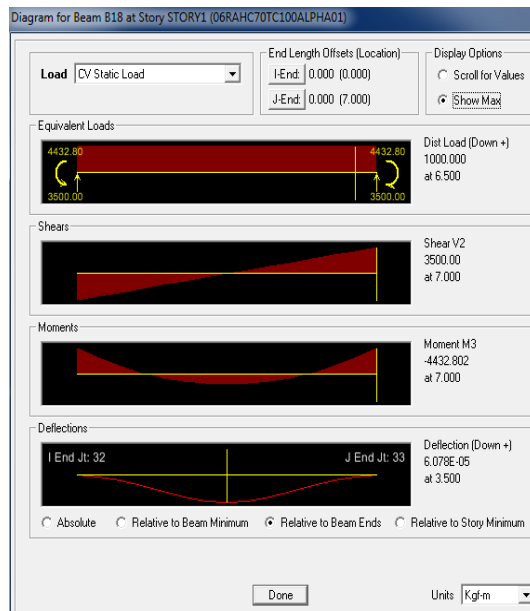


Fig. 4-290.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.1$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

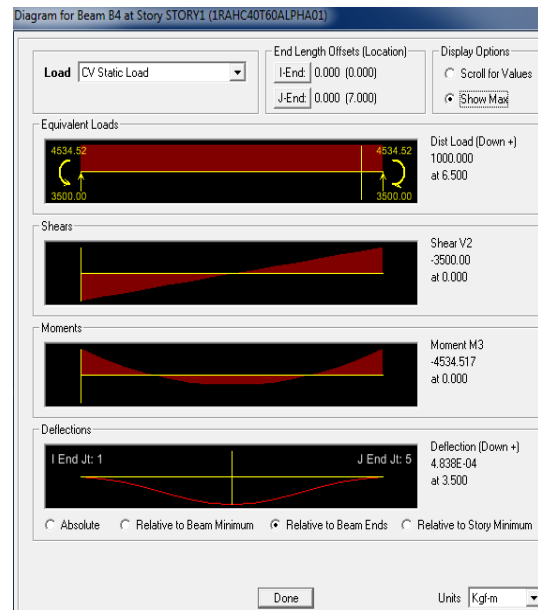
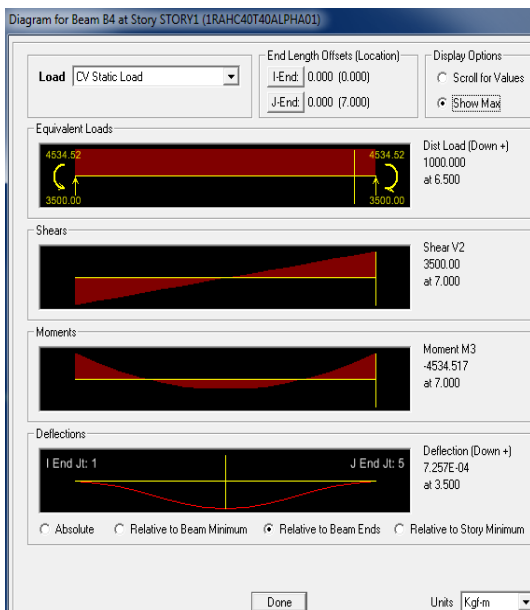


Fig. 4-291.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.1$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9



Fig. 4-292.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a= 0.1$ ,  $h_c= 0.40m$ ,  $t_c= 1.0m$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

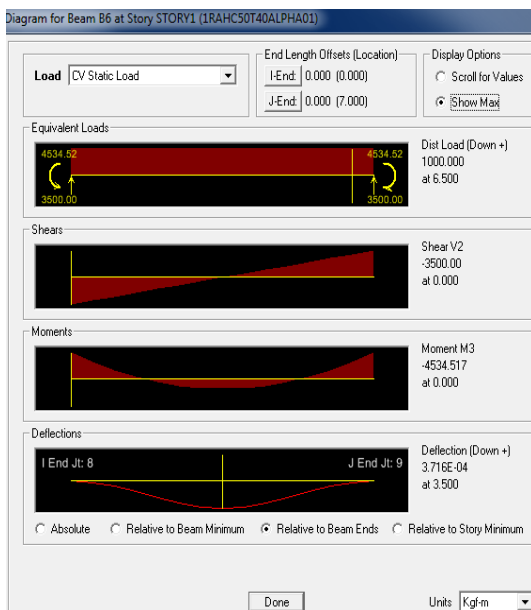


Fig. 4-293.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a= 0.1$ ,  $h_c= 0.50m$ ,  $t_c= 0.40m$  y  $t_c= 0.60m$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9



Fig. 4-294.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a= 0.1$ ,  $h_c= 0.50\text{m}$ ,  $t_c= 1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-295.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a= 0.1$ ,  $h_c= 0.60\text{m}$ ,  $t_c= 0.40\text{m}$  y  $t_c= 0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9





Fig. 4-296.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a= 0.1$ ,  $h_c= 0.60\text{m}$ ,  $t_c= 1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

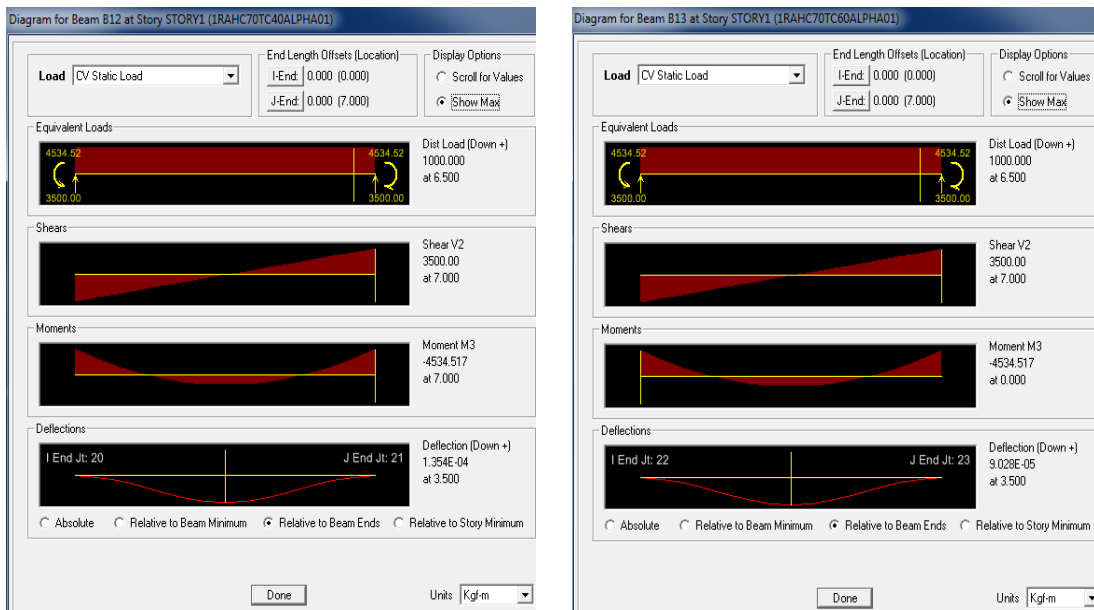


Fig. 4-297.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a= 0.1$ ,  $h_c= 0.70\text{m}$ ,  $t_c= 0.40\text{m}$  y  $t_c= 0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

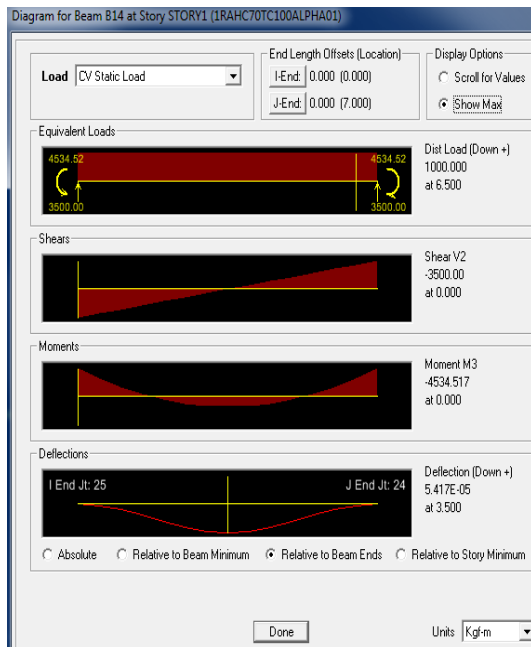


Fig. 4-298.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.1$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

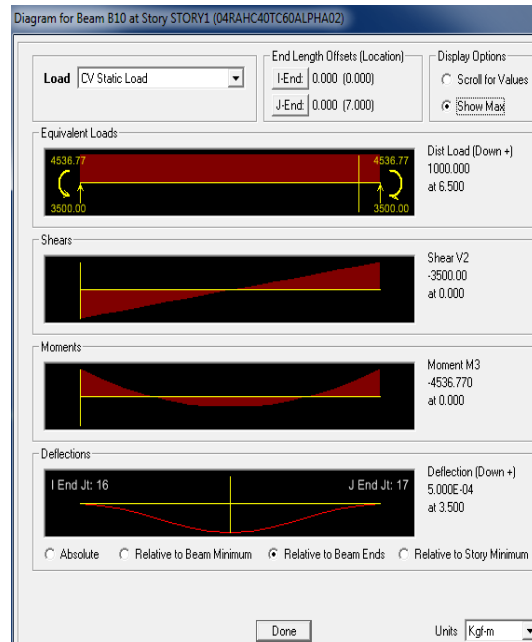
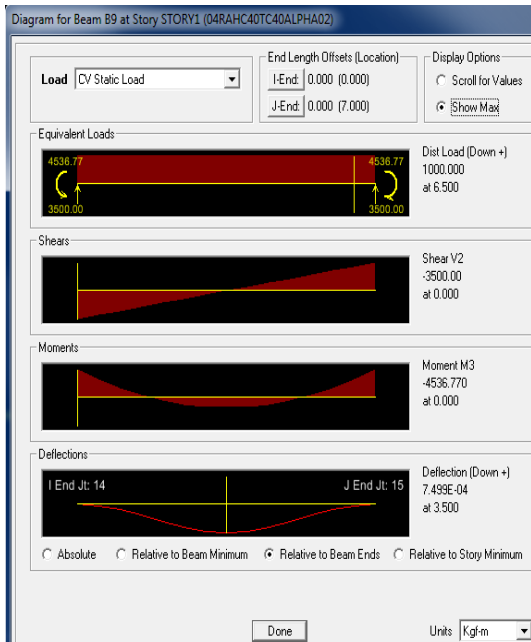


Fig. 4-299.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

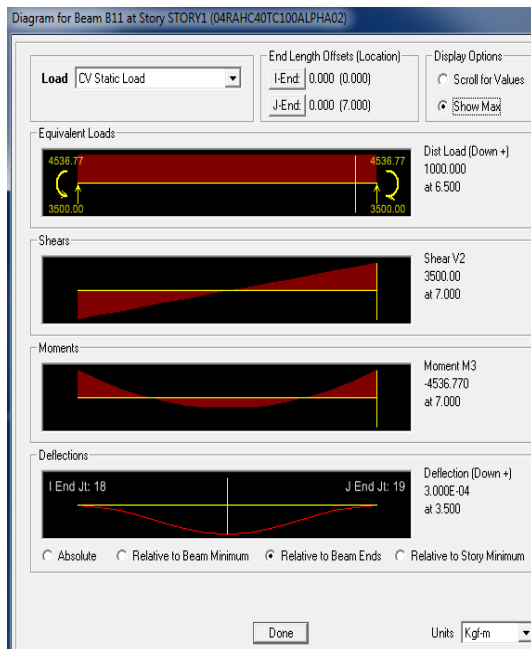


Fig. 4-300.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

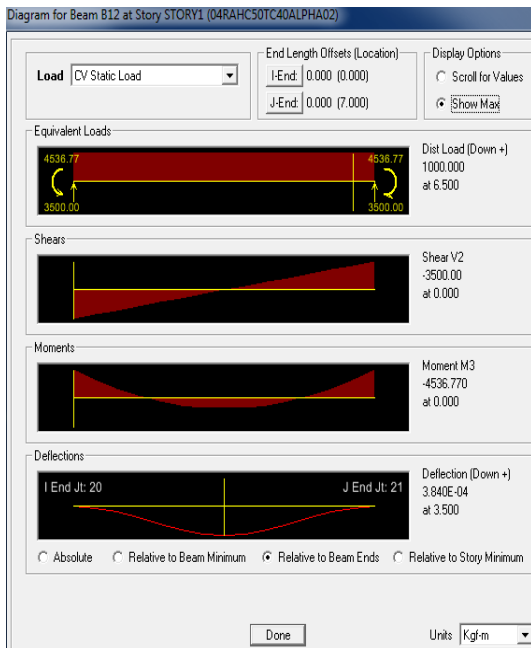


Fig. 4-301.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9



Fig. 4-302.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-303.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

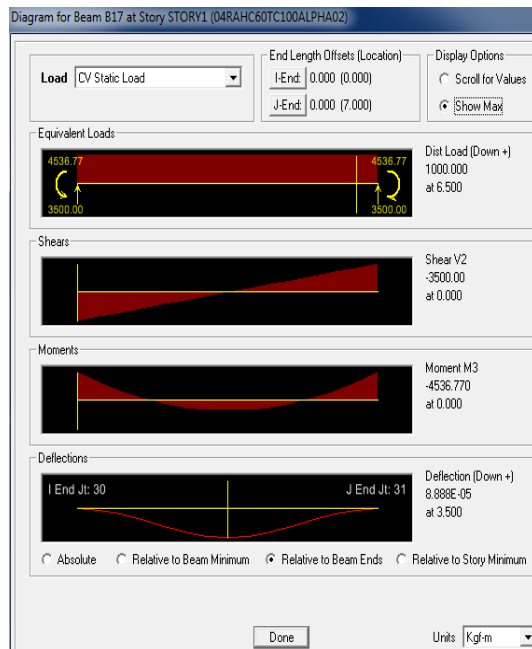


Fig. 4-304.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

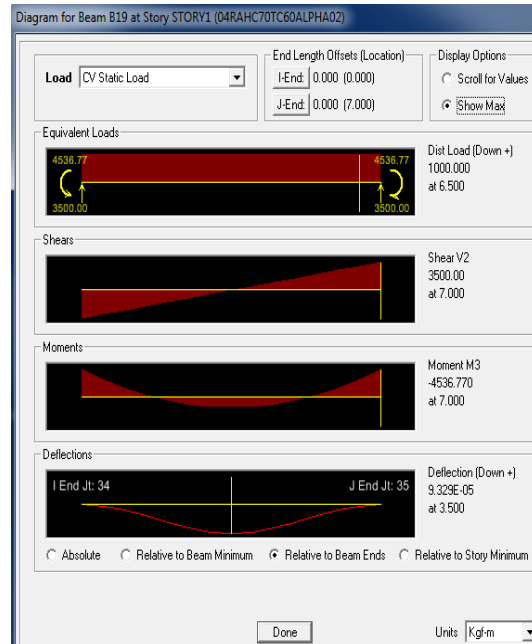


Fig. 4-305.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

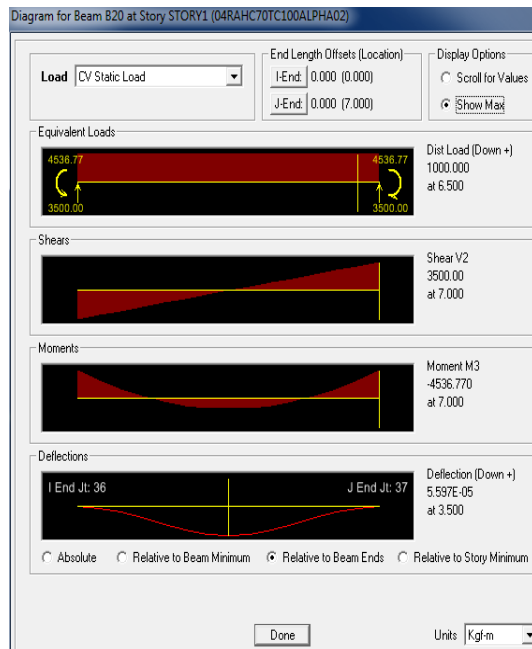


Fig. 4-306.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a= 0.2$ ,  $h_c= 0.70\text{m}$ ,  $t_c= 1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-307.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a= 0.2$ ,  $h_c= 0.40\text{m}$ ,  $t_c= 0.40\text{m}$  y  $t_c= 0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

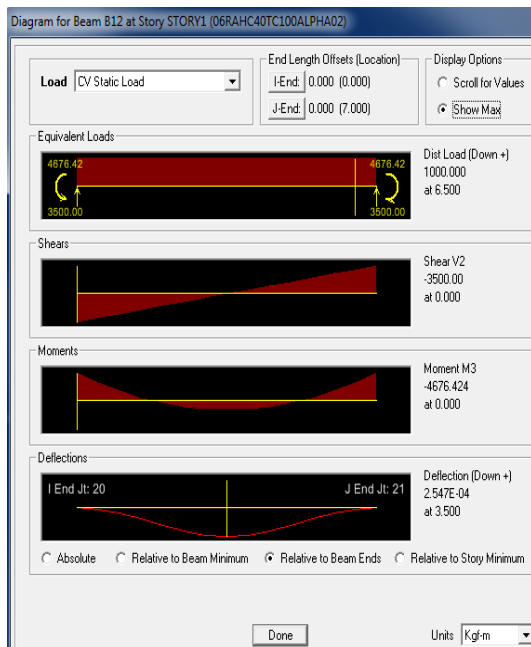


Fig. 4-308.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-309.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

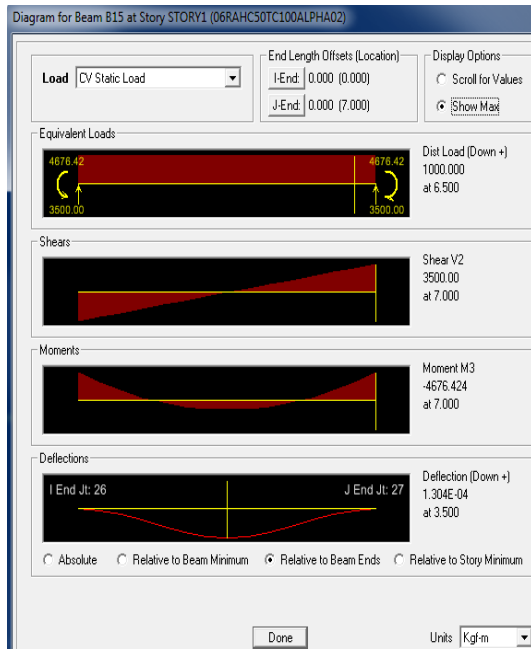


Fig. 4-310.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-311.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9





Fig. 4-312.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

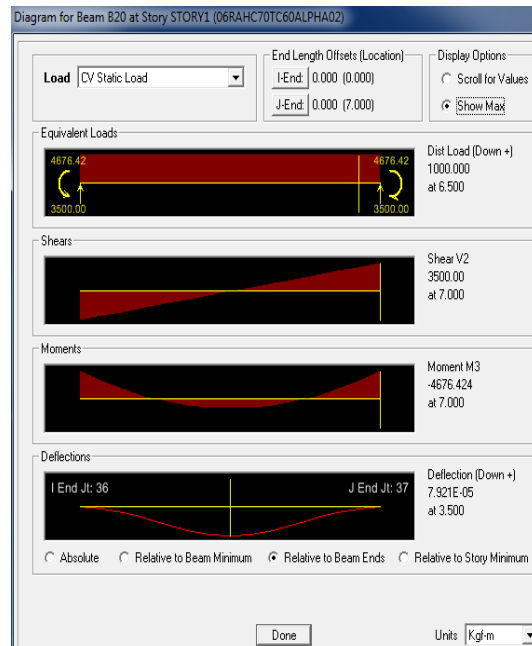
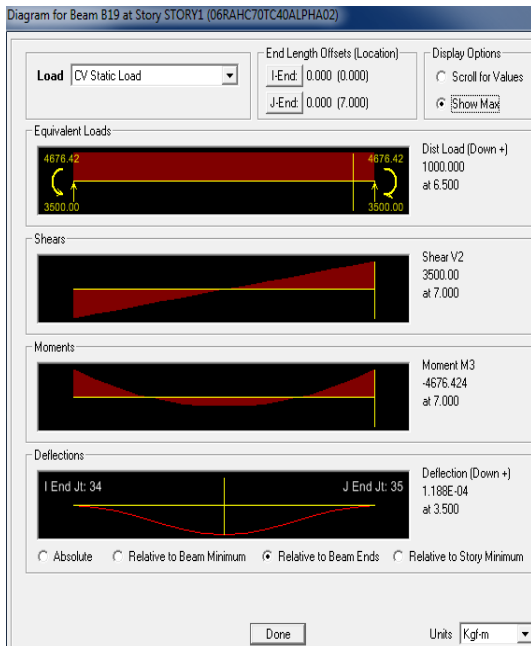


Fig. 4-313.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

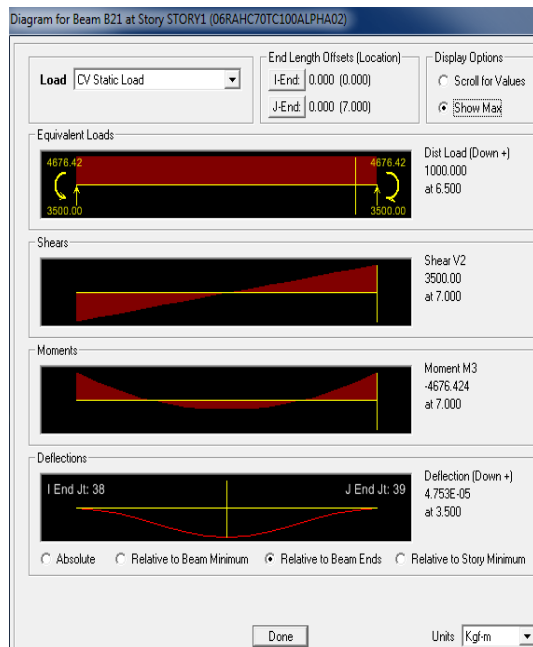


Fig. 4-314.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-315.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9



Fig. 4-316.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

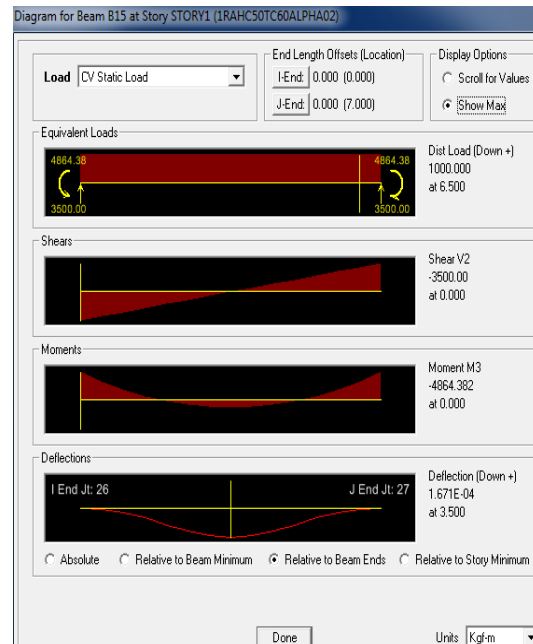
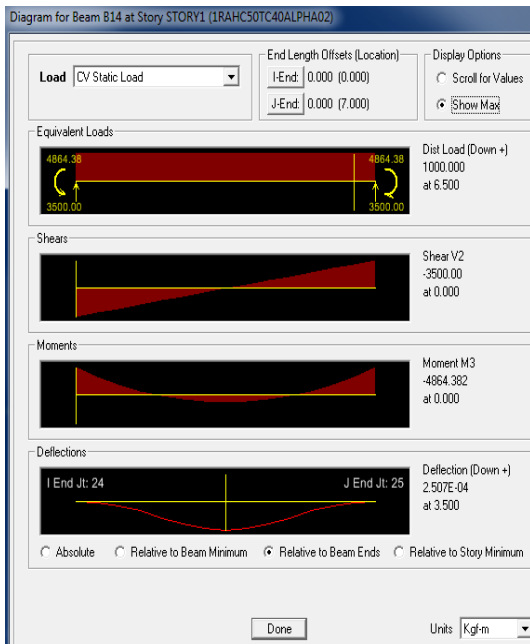


Fig. 4-317.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

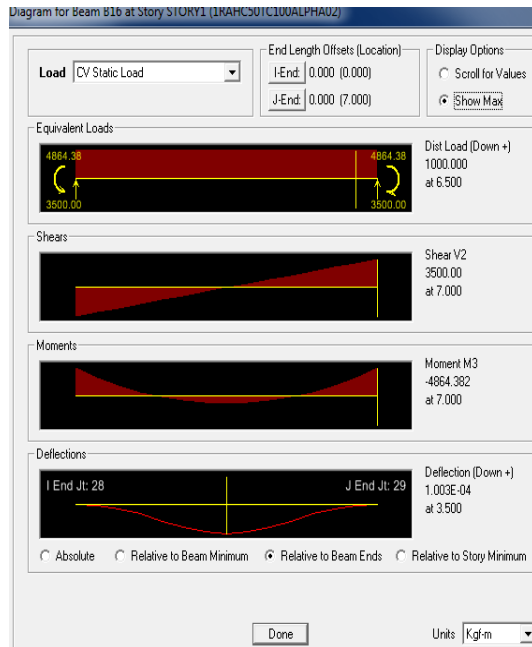


Fig. 4-318.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

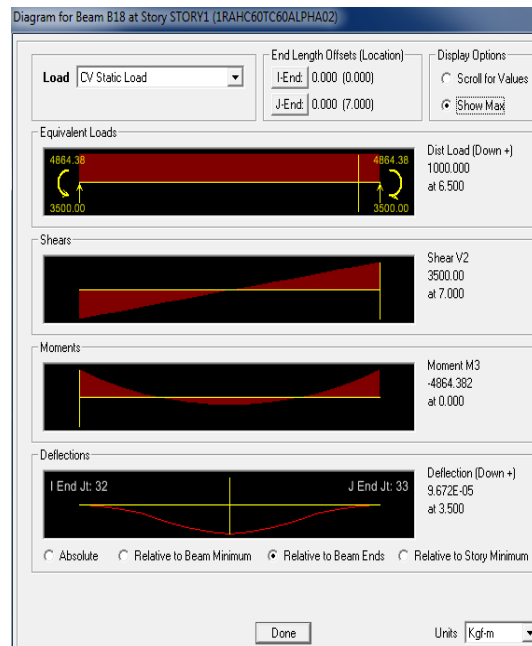
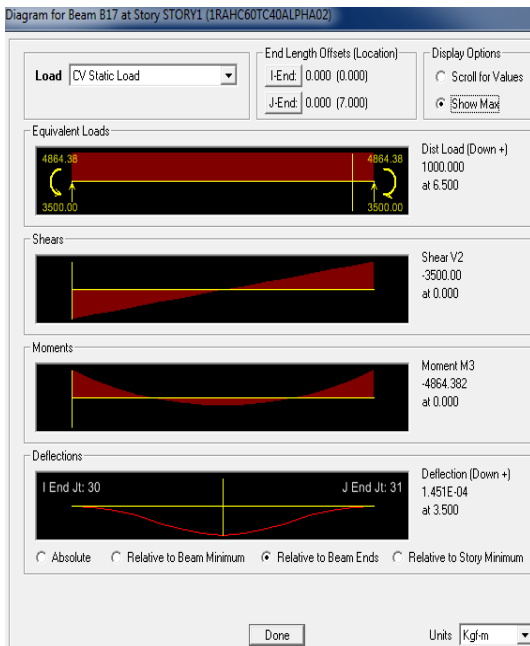


Fig. 4-319.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9



Fig. 4-320.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

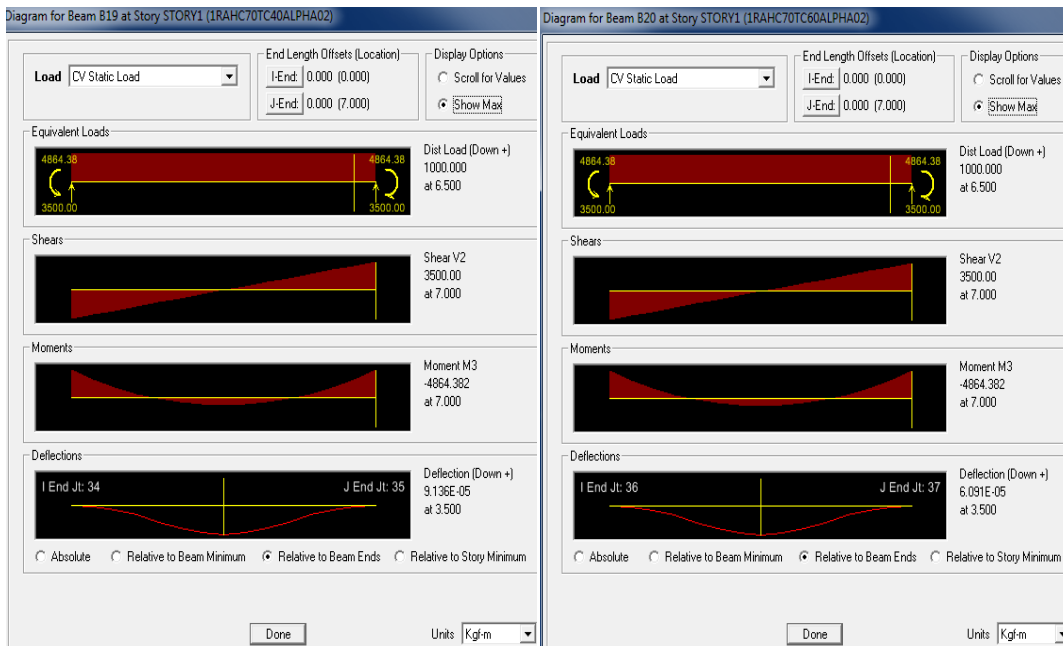


Fig. 4-321.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

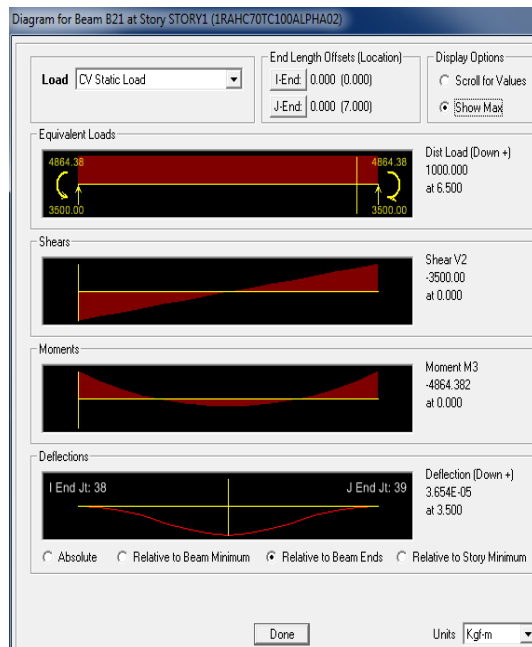


Fig. 4-322.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

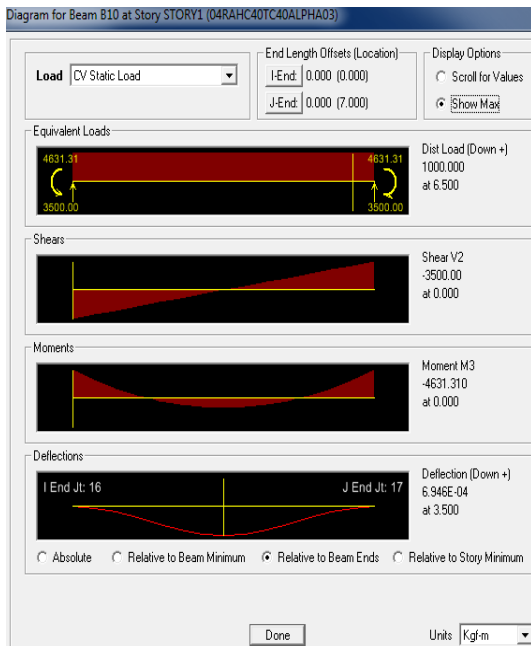


Fig. 4-323.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9



Fig. 4-324.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

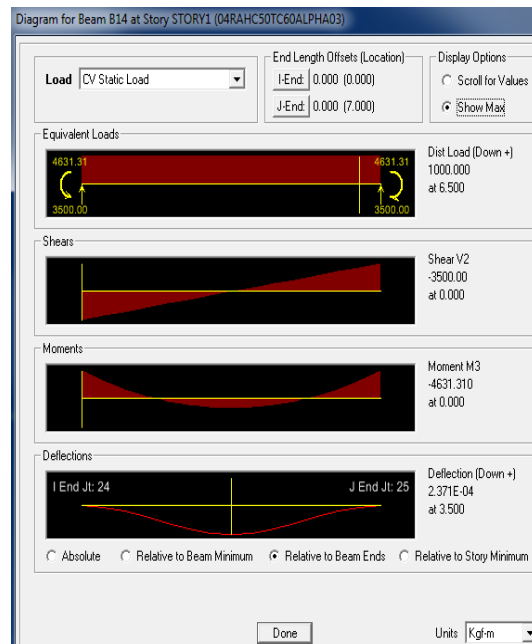
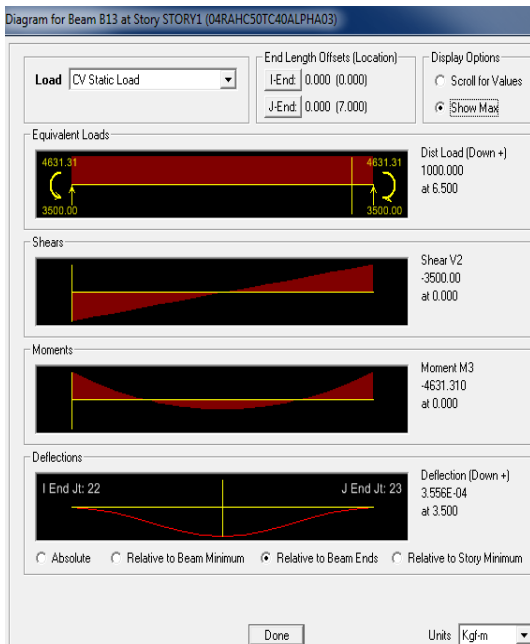


Fig. 4-325.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9



Fig. 4-326.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

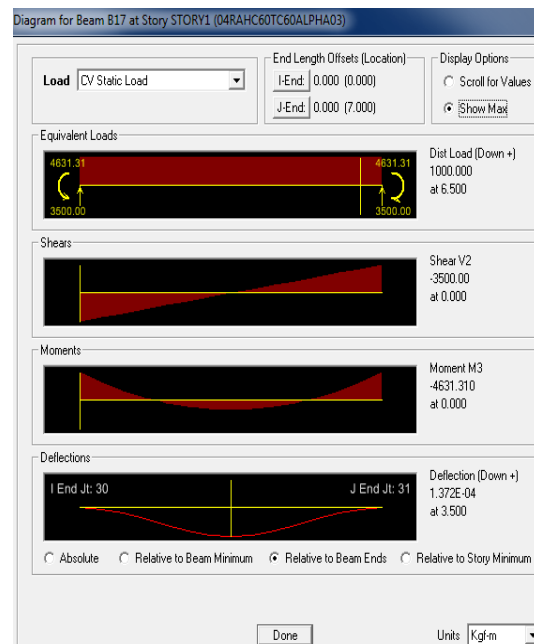


Fig. 4-327.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9





Fig. 4-328.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

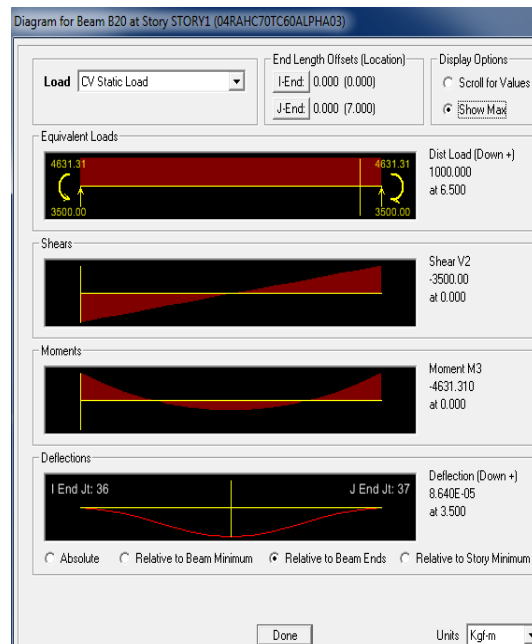


Fig. 4-329.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

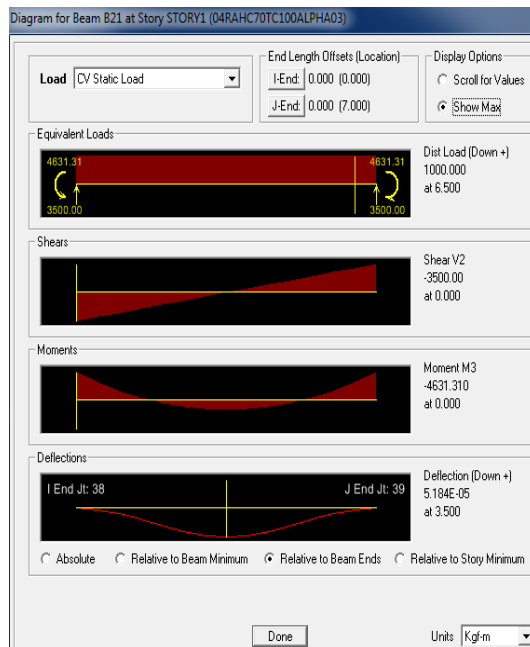


Fig. 4-330.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

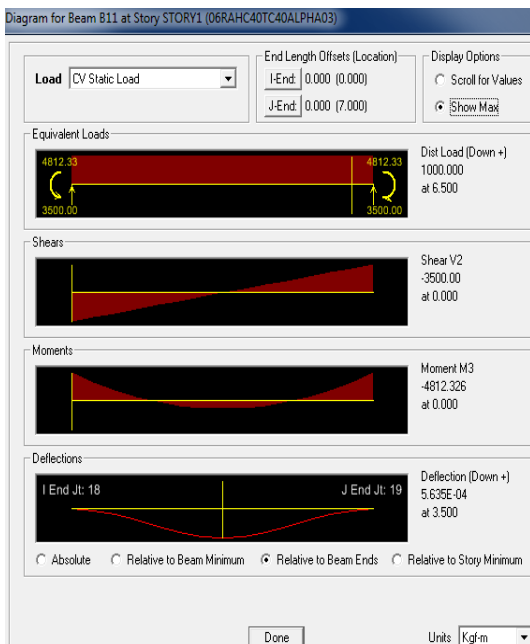


Fig. 4-331.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

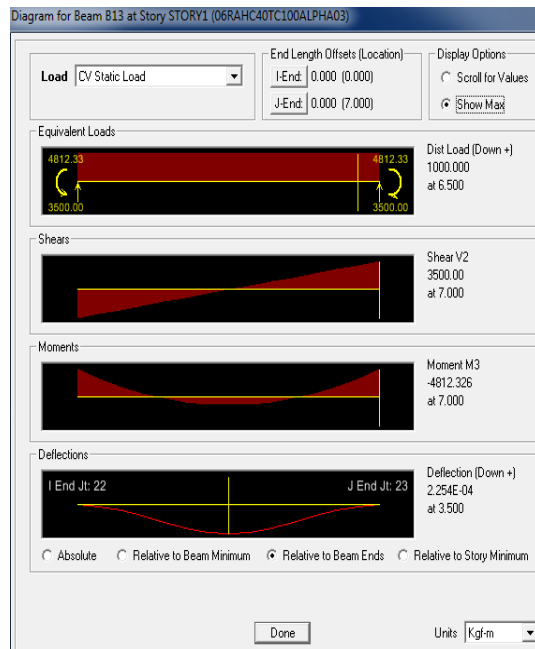


Fig. 4-332.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

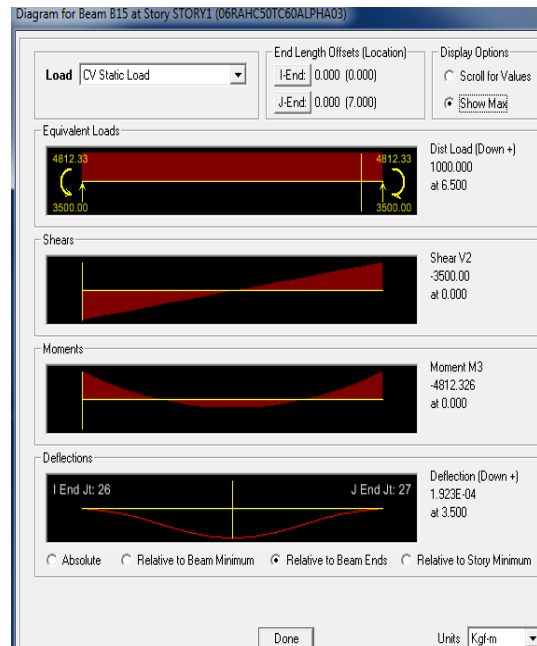


Fig. 4-333.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

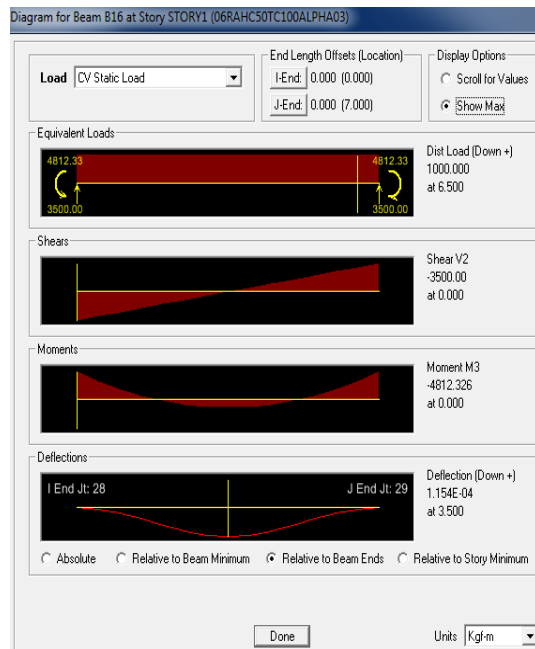


Fig. 4-334.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-335.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

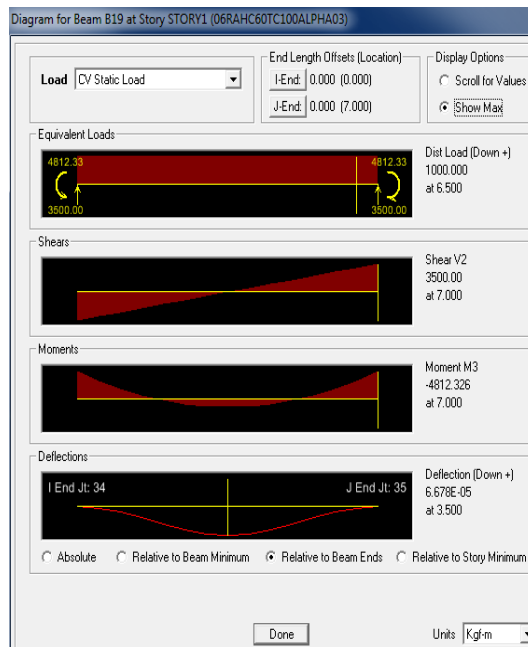


Fig. 4-336.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

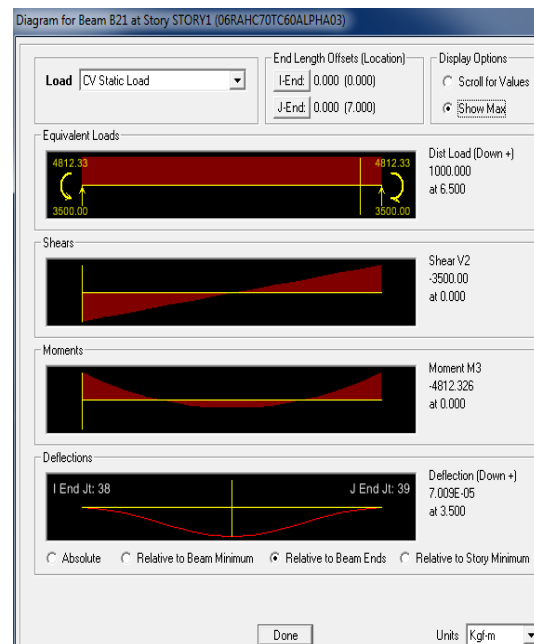
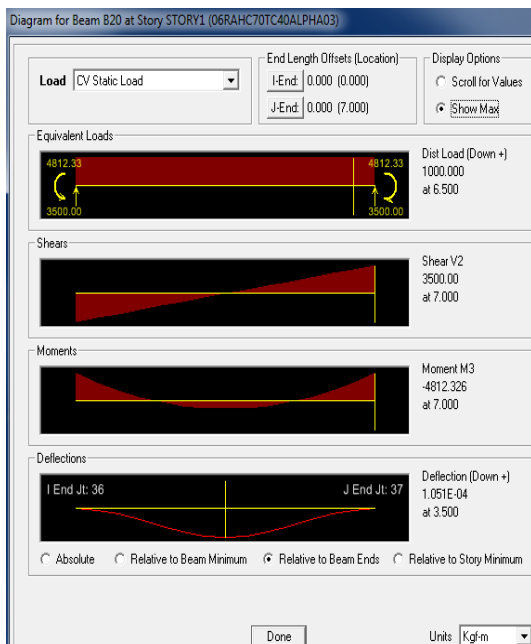


Fig. 4-337.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

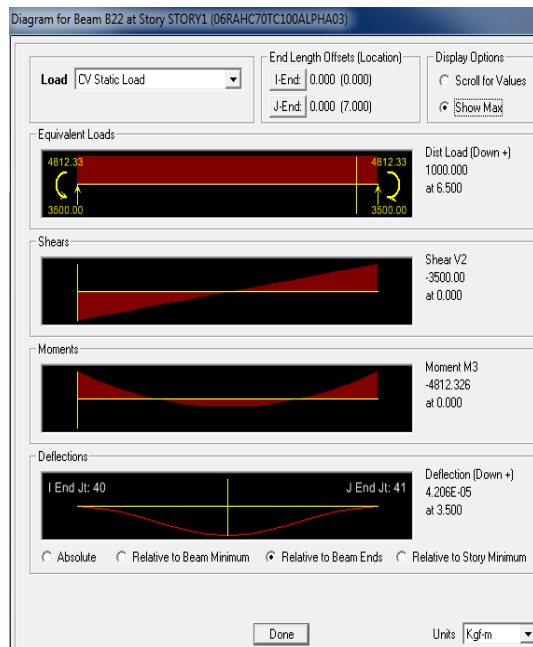


Fig. 4-338.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

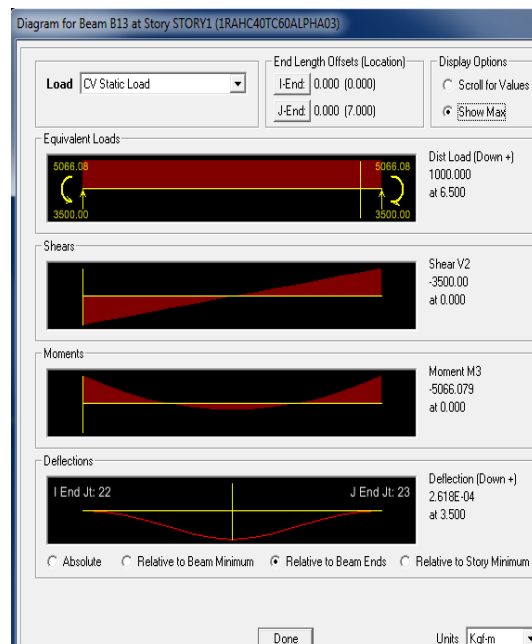
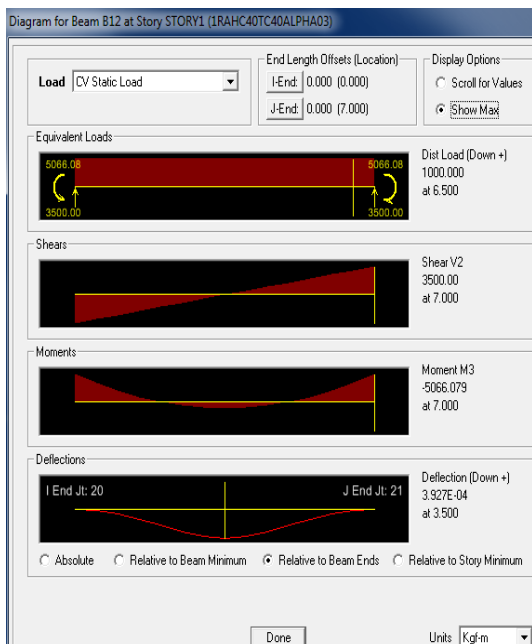


Fig. 4-339.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9



Fig. 4-340.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

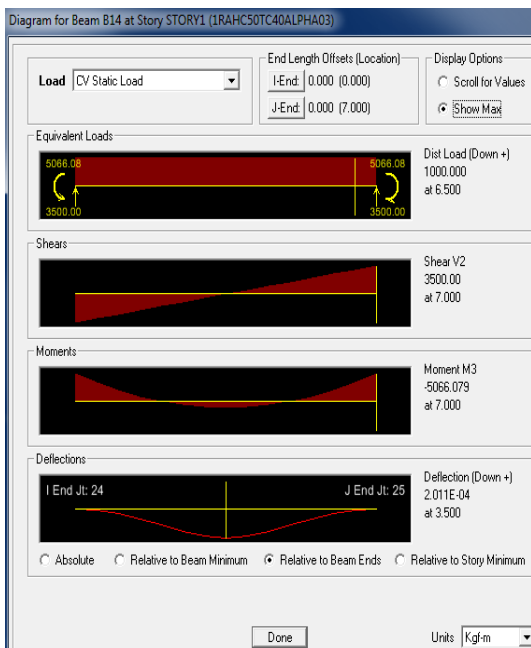


Fig. 4-341.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

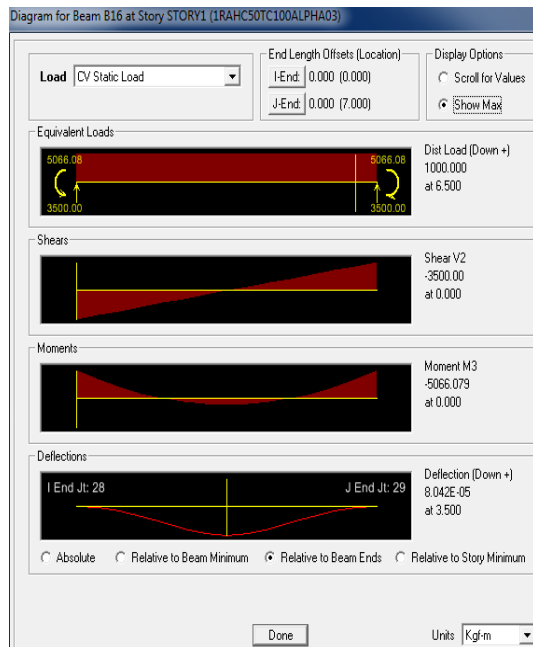


Fig. 4-342.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

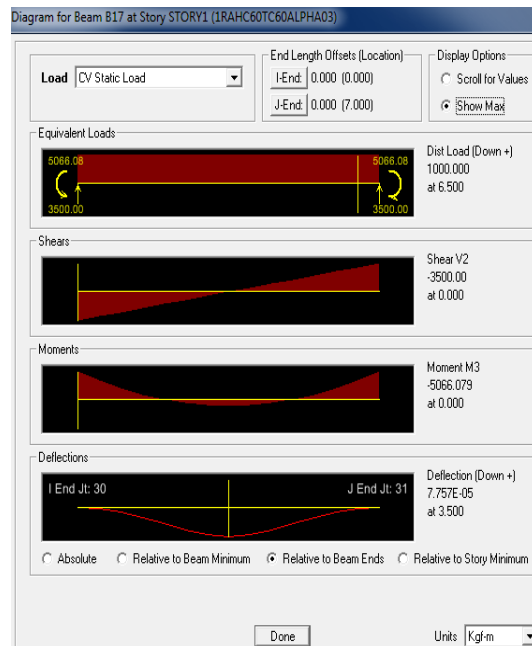
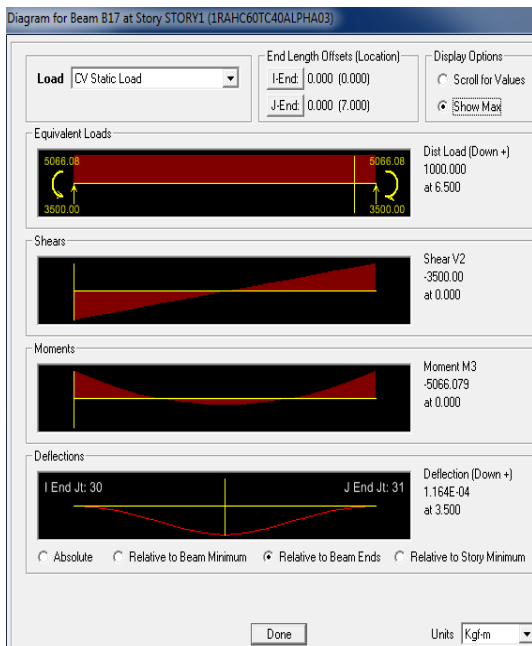


Fig. 4-343.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9





Fig. 4-344.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-345.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

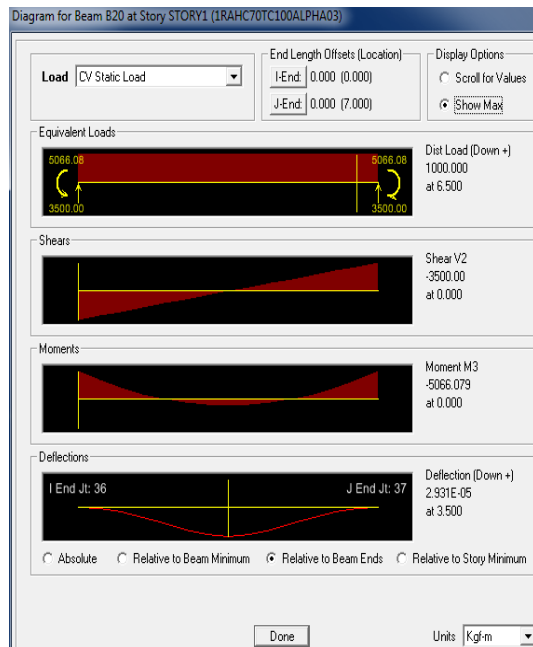


Fig. 4-346.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-347.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

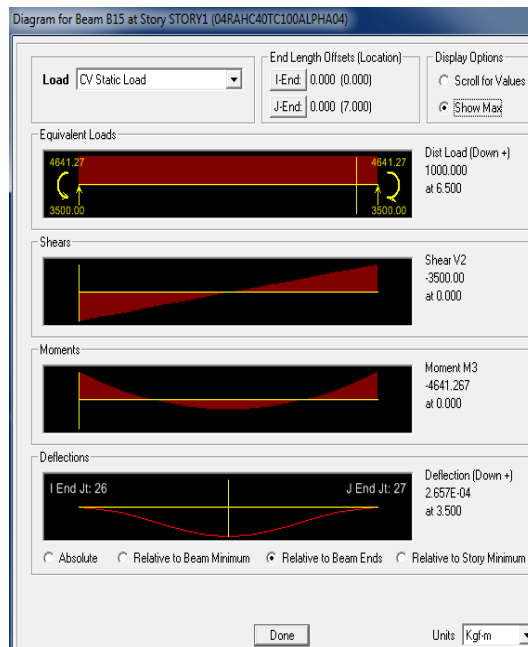


Fig. 4-348.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

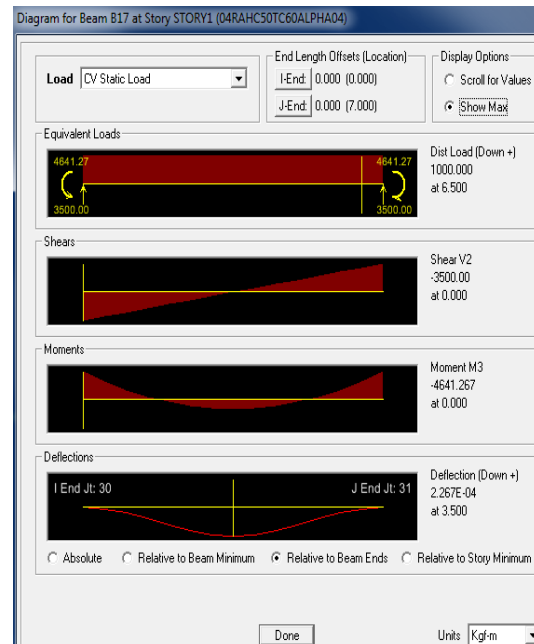
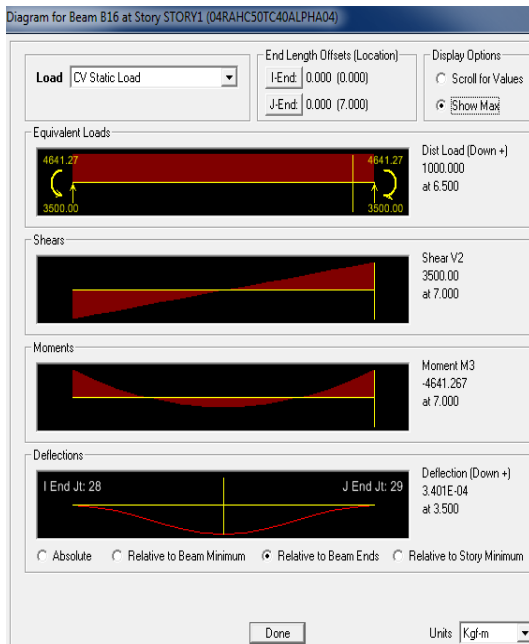


Fig. 4-349.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

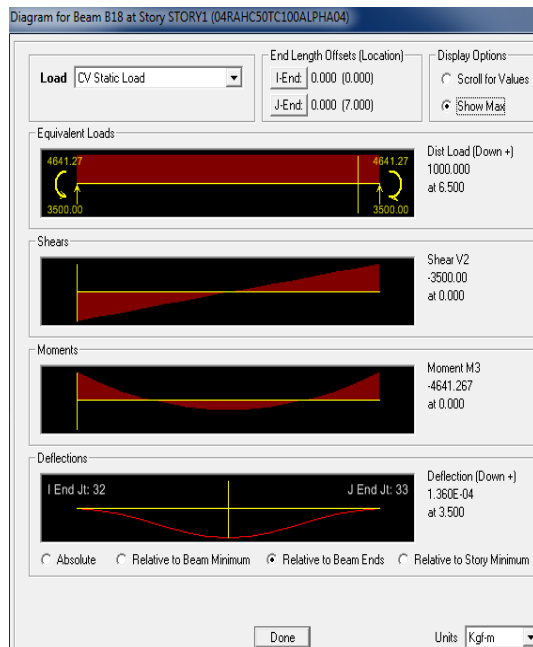


Fig. 4-350.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

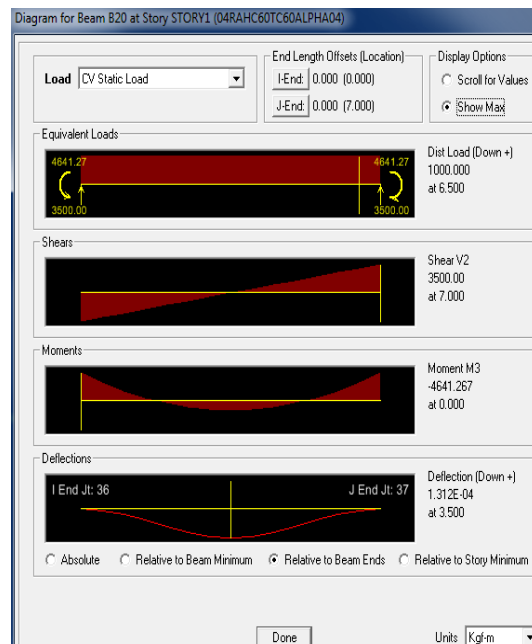


Fig. 4-351.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9



Fig. 4-352.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

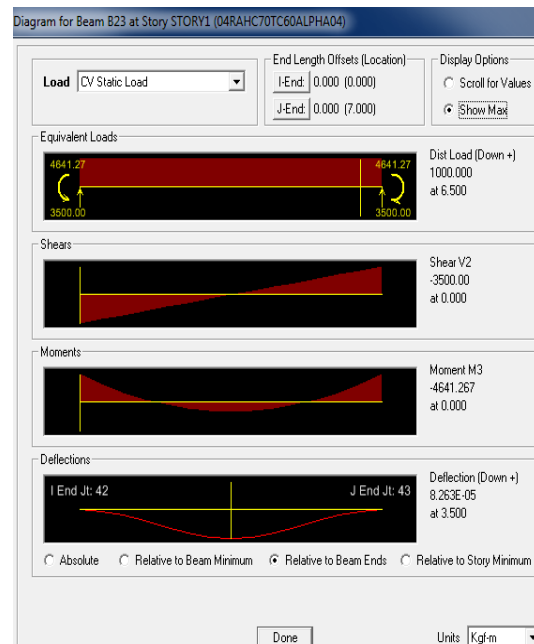
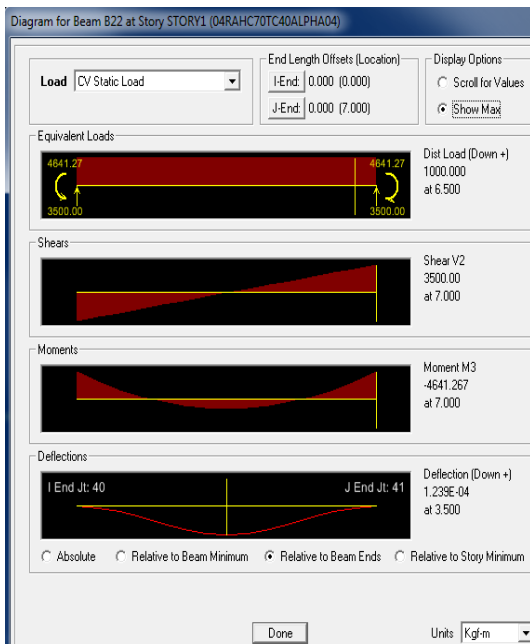


Fig. 4-353.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

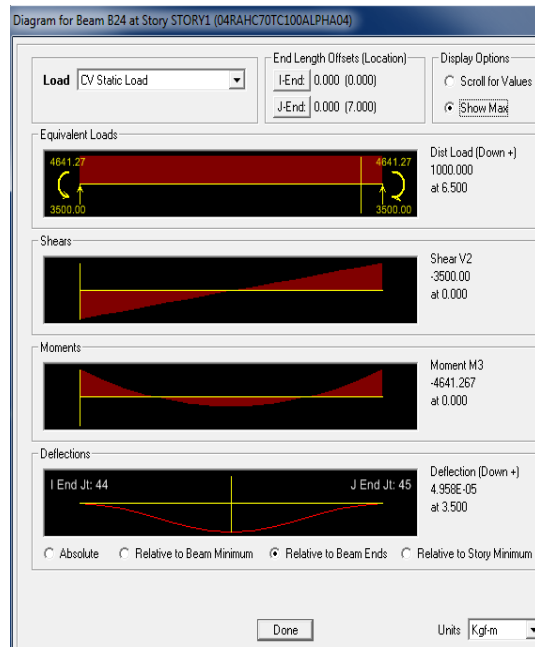


Fig. 4-354.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

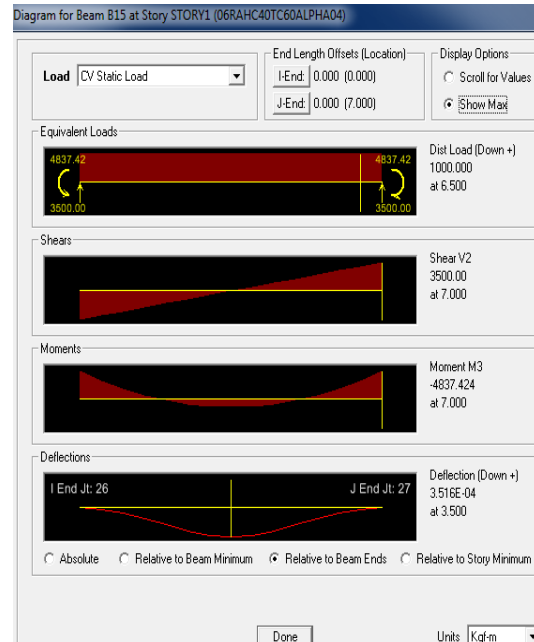


Fig. 4-355.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

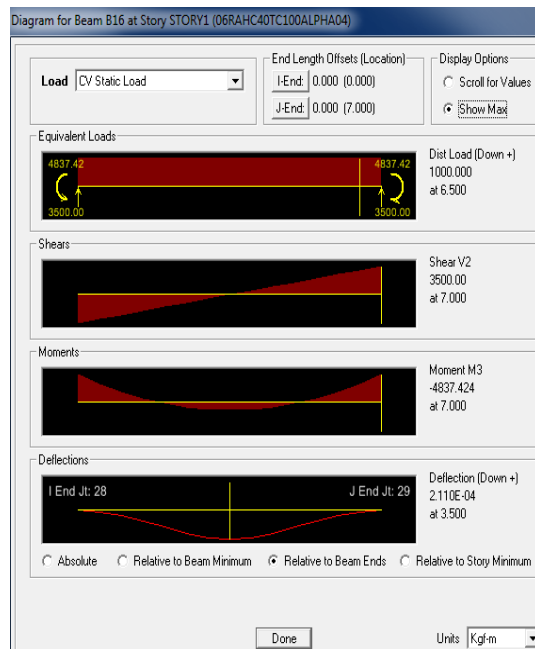


Fig. 4-356.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a = 0.4$ ,  $h_c= 0.40\text{m}$ ,  $t_c= 1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

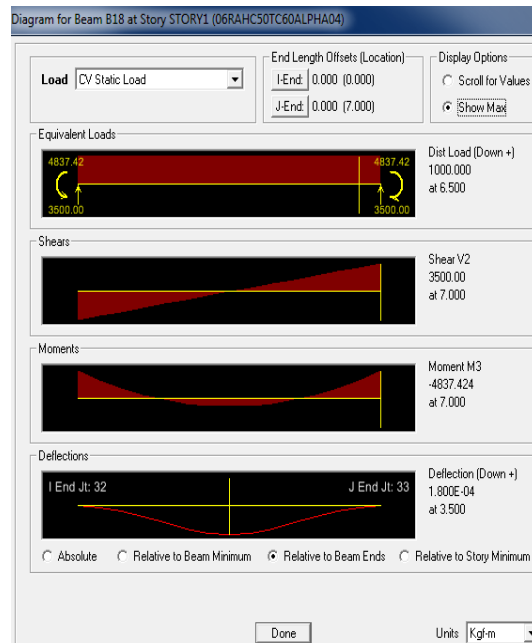
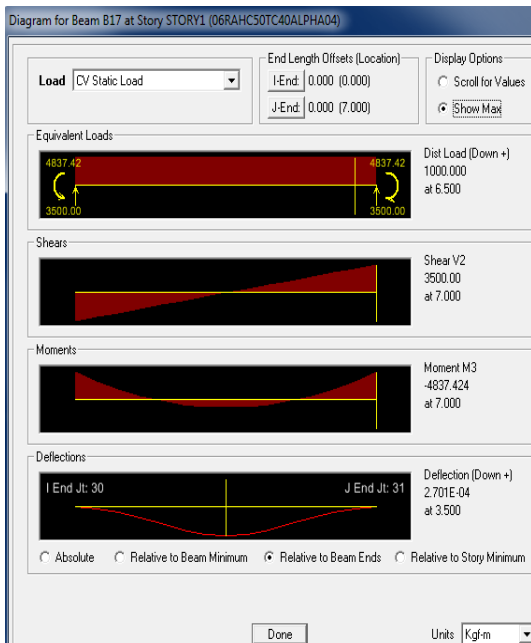


Fig. 4-357.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a = 0.4$ ,  $h_c= 0.50\text{m}$ ,  $t_c= 0.40\text{m}$  y  $t_c= 0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

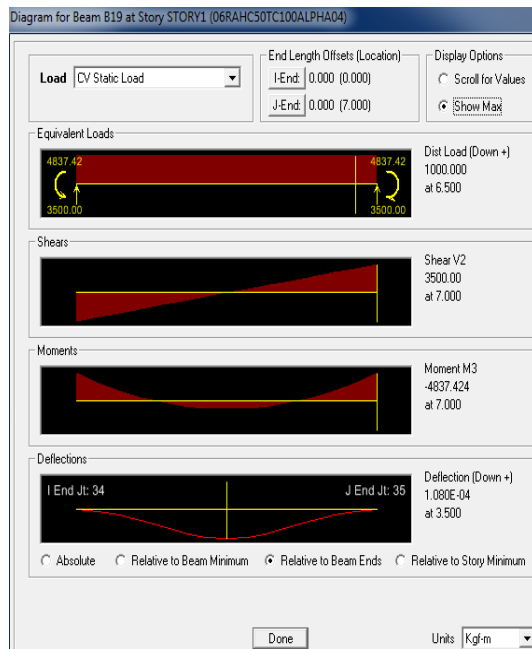


Fig. 4-358.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-359.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9





Fig. 4-360.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

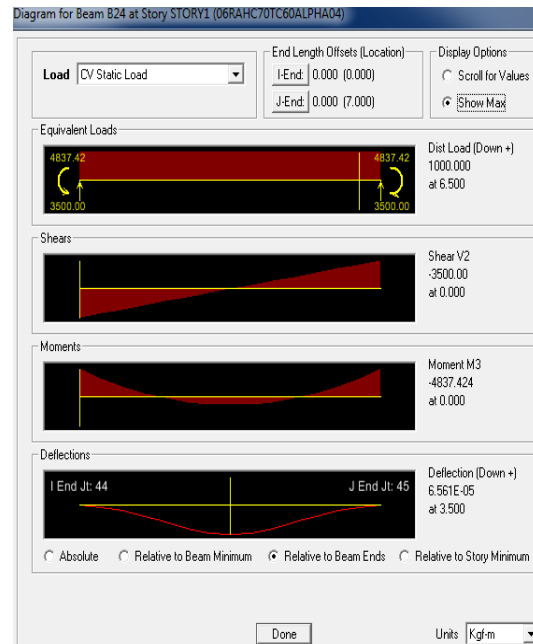


Fig. 4-361.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9



Fig. 4-362.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

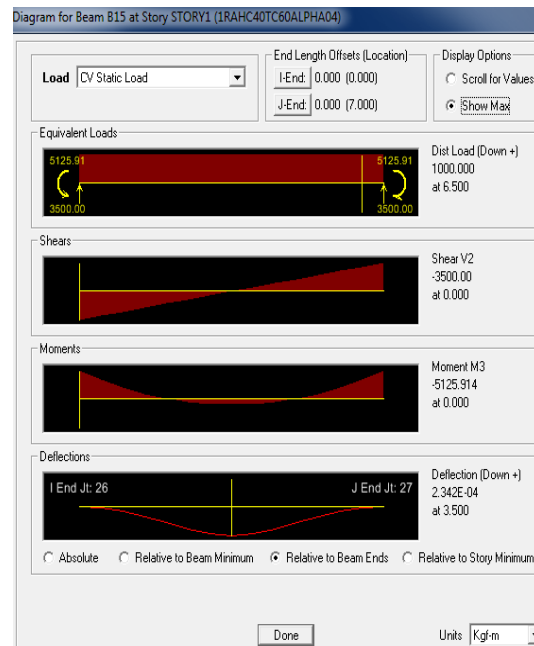
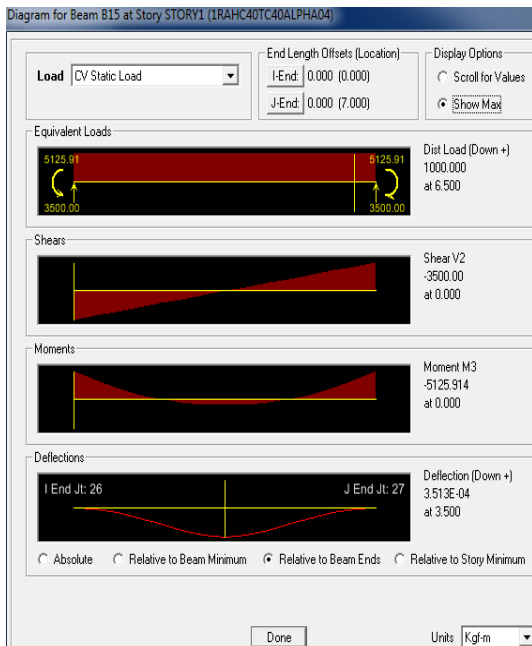


Fig. 4-363.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

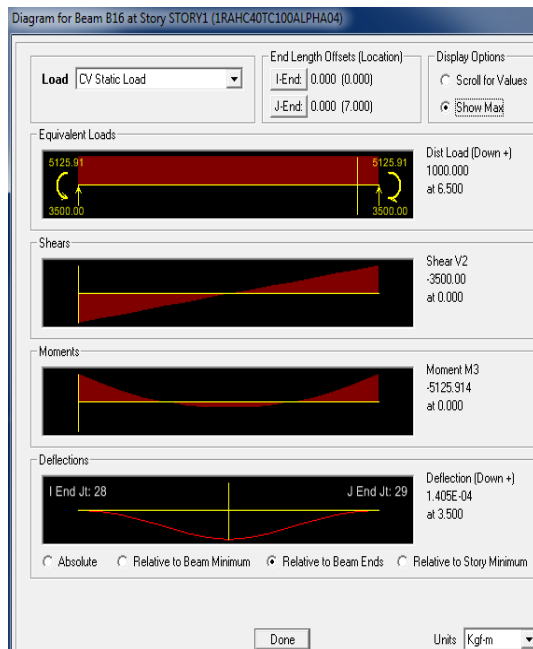


Fig. 4-364.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

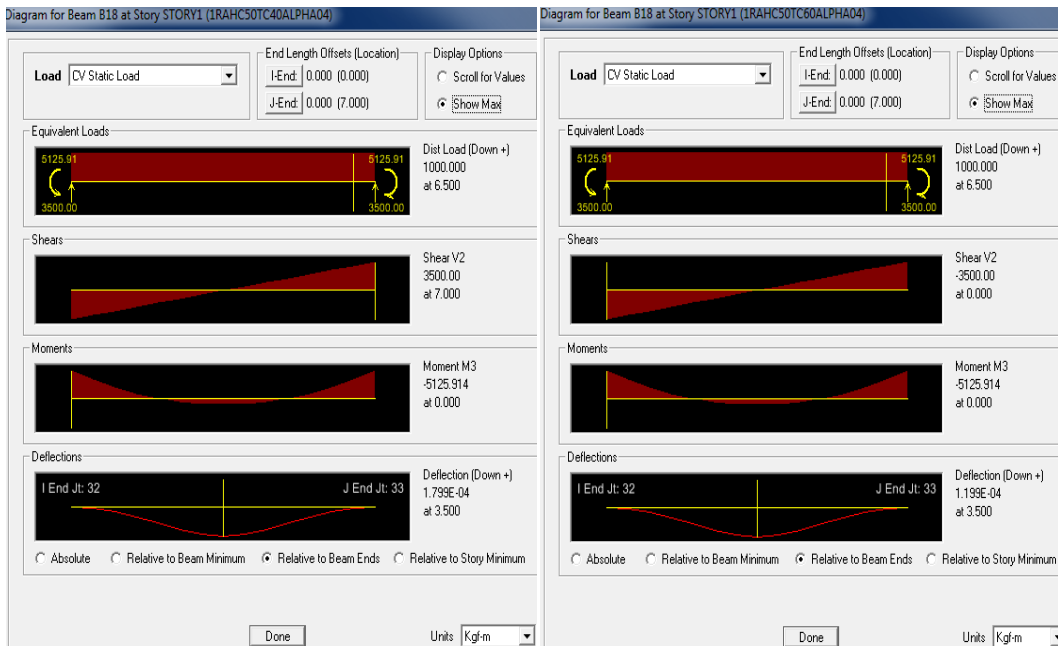


Fig. 4-365.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

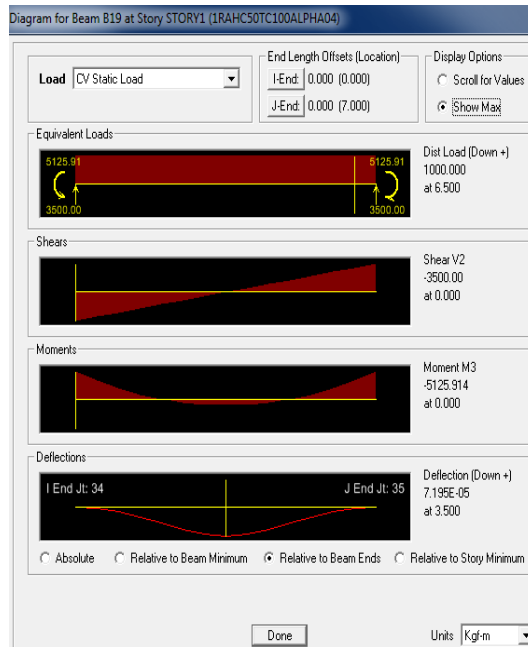


Fig. 4-366.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

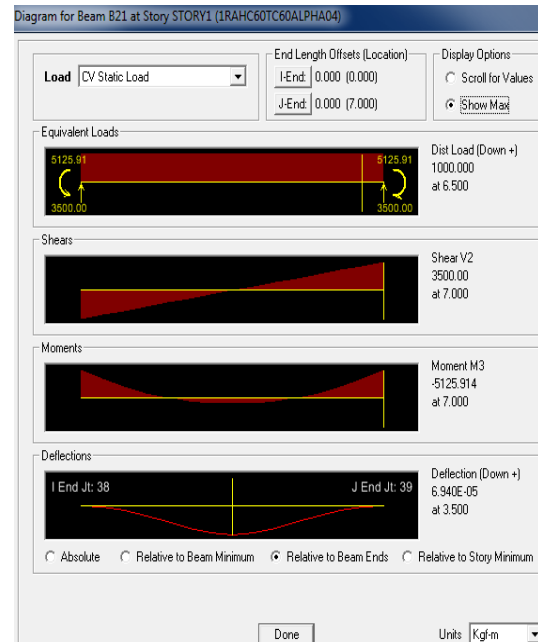


Fig. 4-367.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9



Fig. 4-368.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

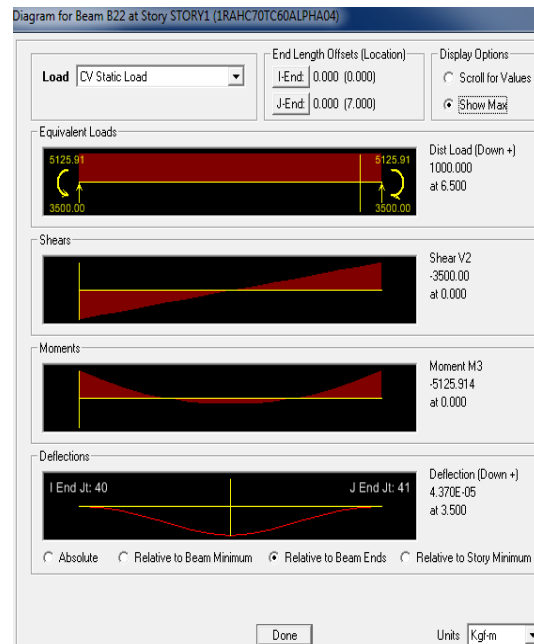
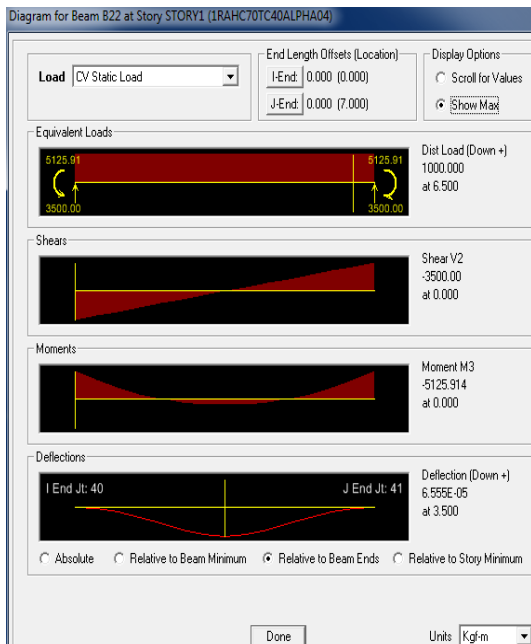


Fig. 4-369.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9



Fig. 4-370.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

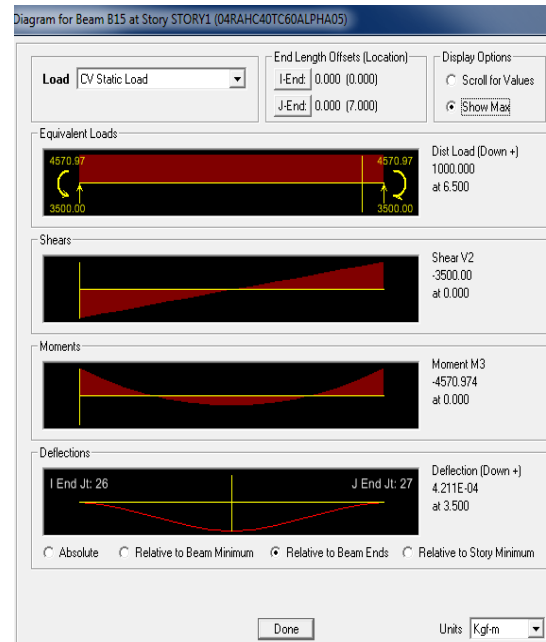
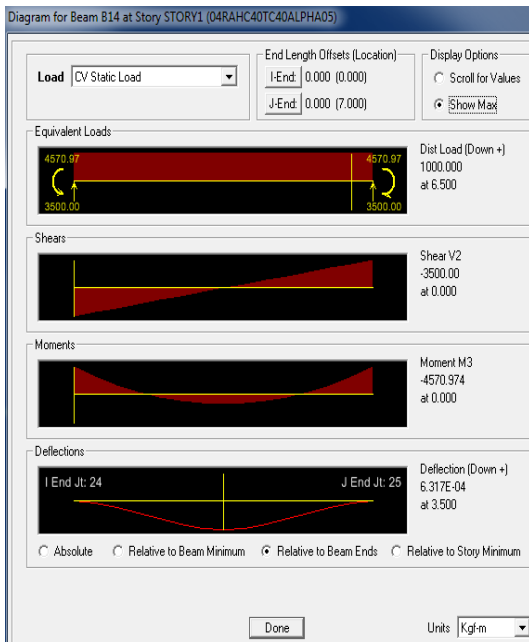


Fig. 4-371.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9



Fig. 4-372.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a = 0.5$ ,  $h_c= 0.40\text{m}$ ,  $t_c= 1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

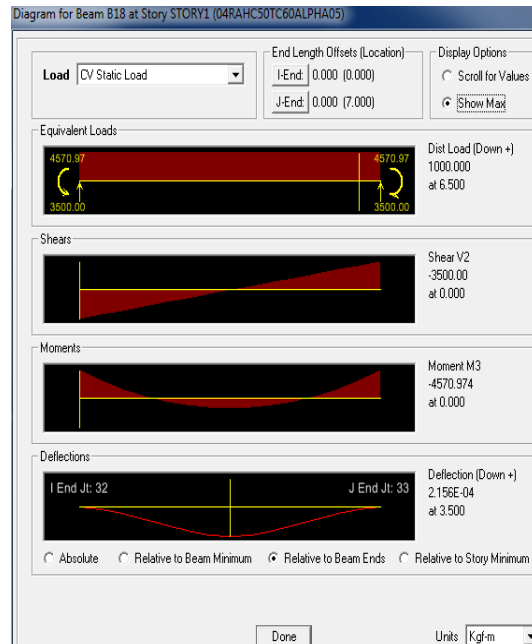
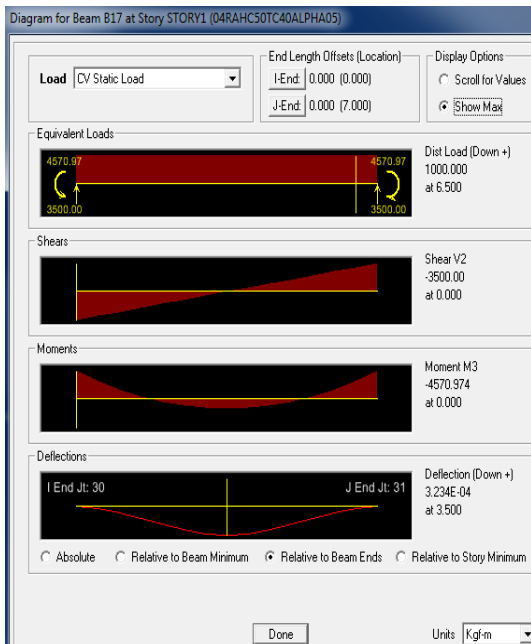


Fig. 4-373.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a= 0.5$ ,  $h_c= 0.50\text{m}$ ,  $t_c= 0.40\text{m}$  y  $t_c= 0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

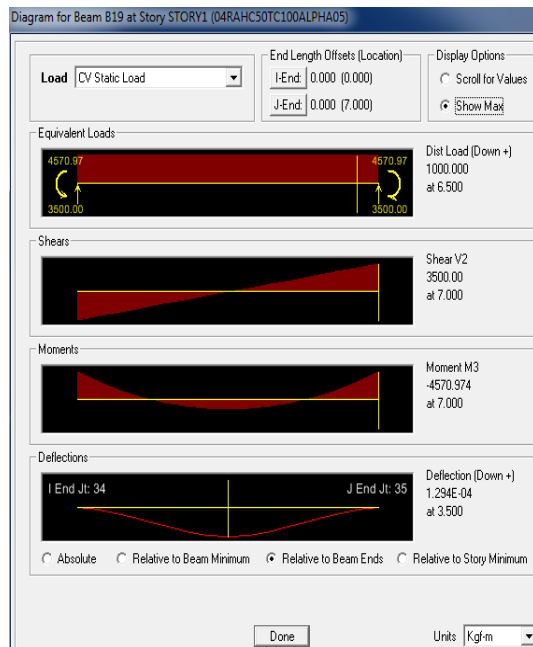


Fig. 4-374.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

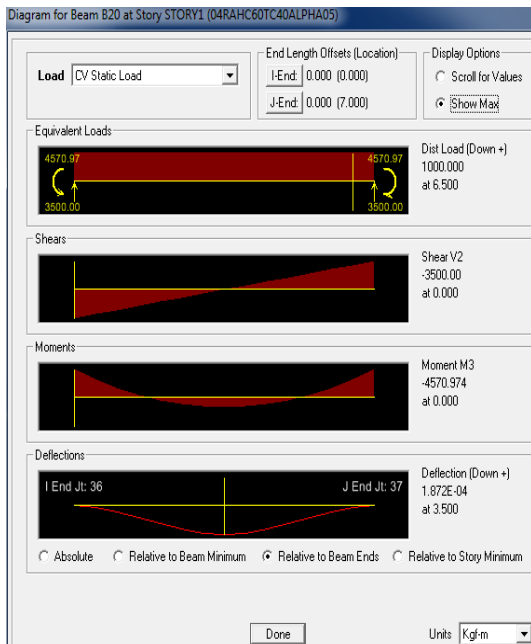


Fig. 4-375.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9



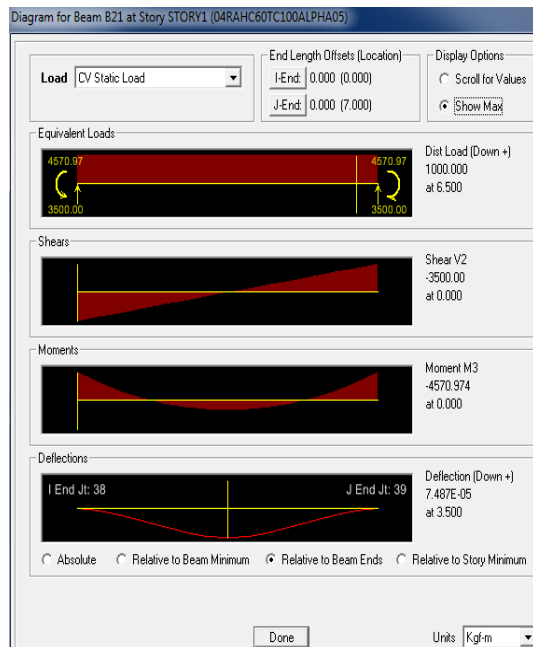


Fig. 4-376.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

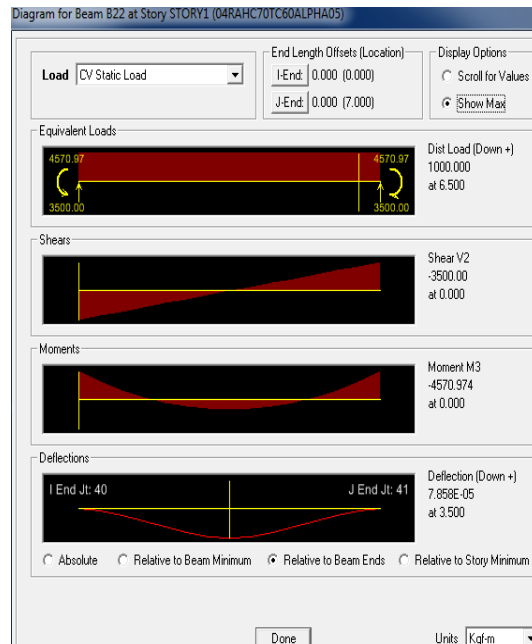
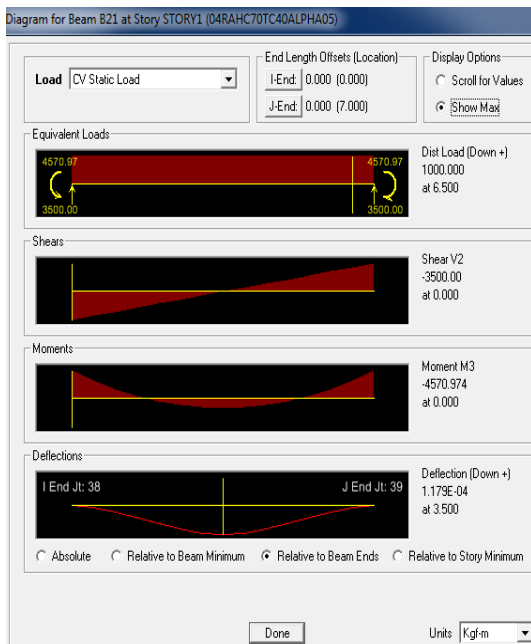


Fig. 4-377.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9

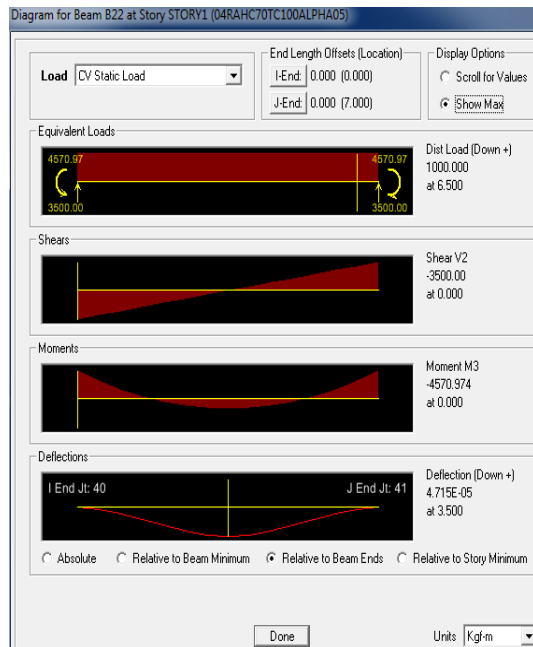


Fig. 4-378.  $R_a=0.4$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

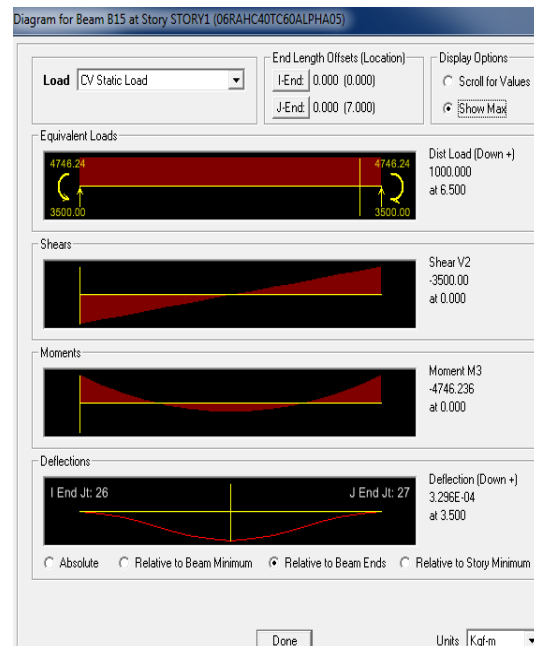
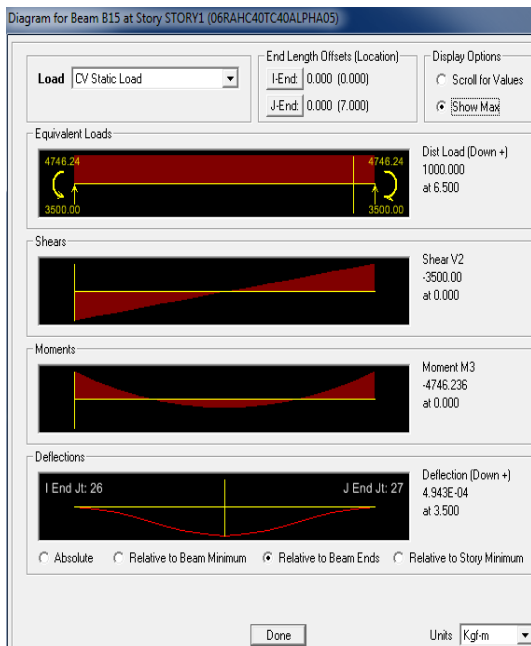


Fig. 4-379.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9



Fig. 4-380.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a = 0.5$ ,  $h_c= 0.40\text{m}$ ,  $t_c= 1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

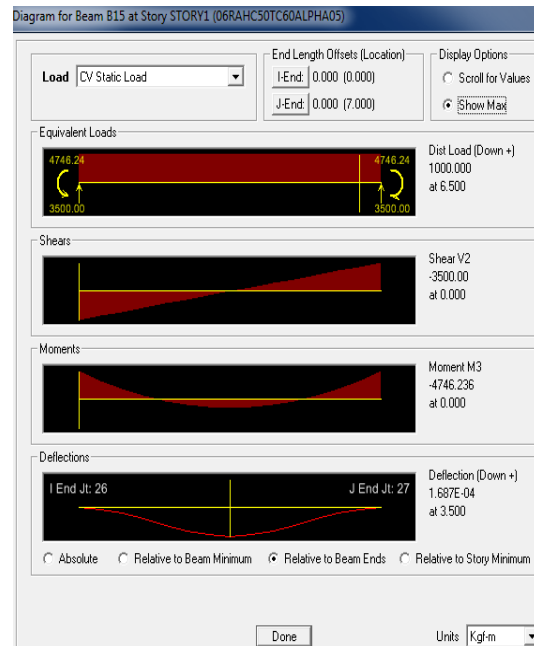


Fig. 4-381.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a= 0.5$ ,  $h_c= 0.50\text{m}$ ,  $t_c= 0.40\text{m}$  y  $t_c= 0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Etabsv9



Fig. 4-382.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-383.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9.

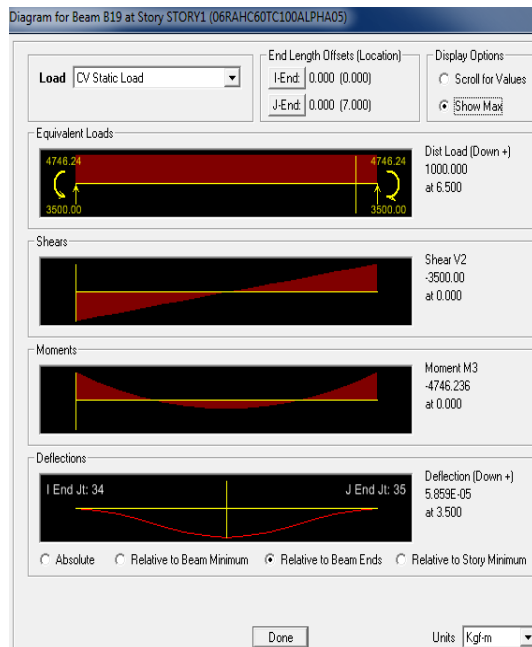


Fig. 4-384.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

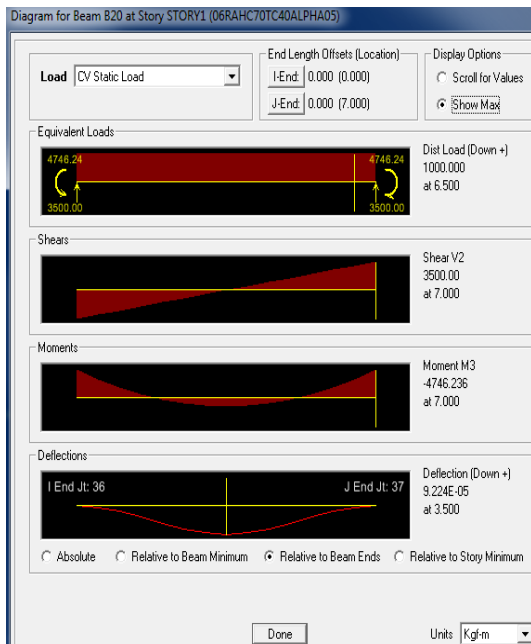


Fig. 4-385.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-386.  $R_a=0.6$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

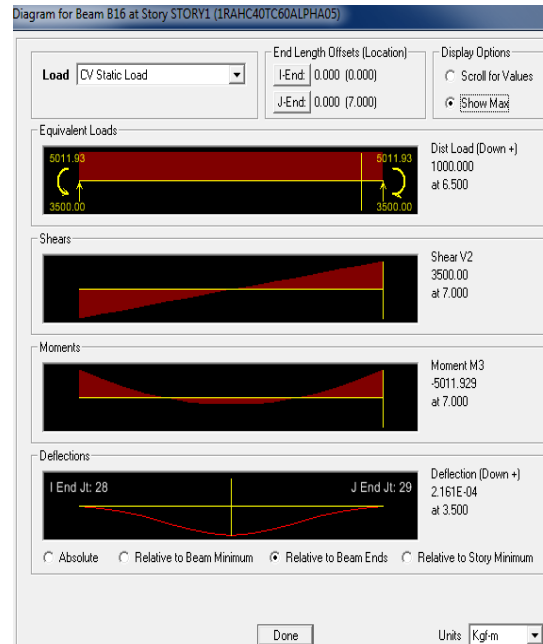


Fig. 4-387.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9.

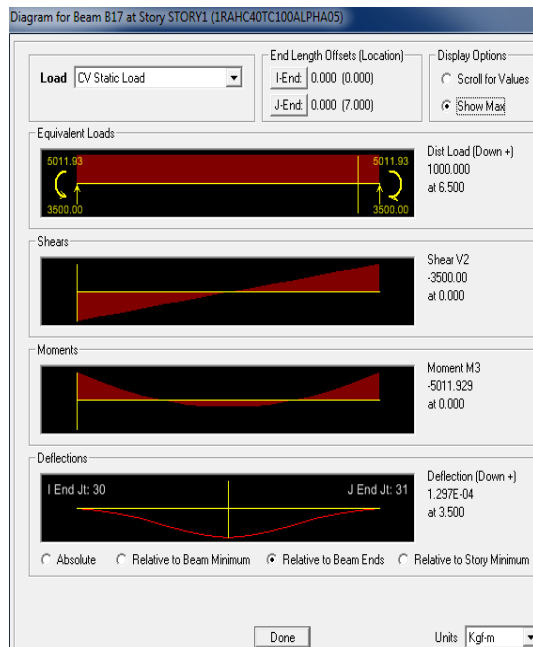


Fig. 4-388.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

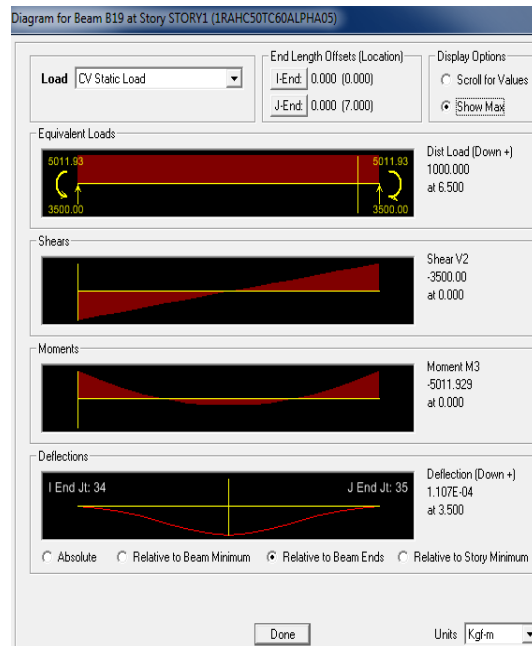
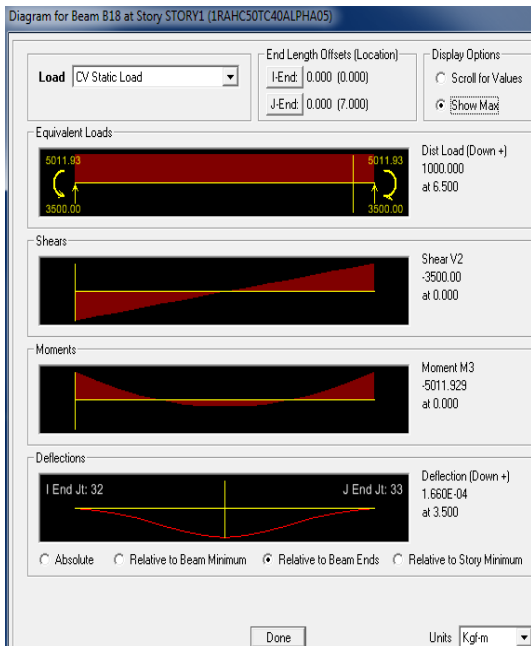


Fig. 4-389.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9



Fig. 4-390.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.50\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

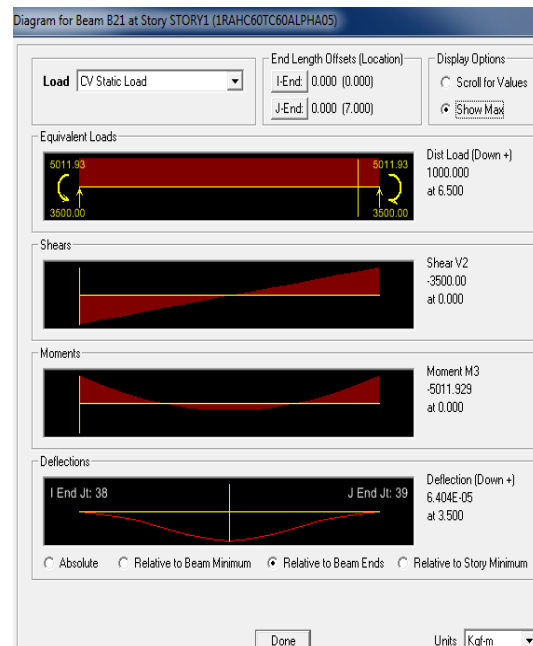


Fig. 4-391.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9





Fig. 4-392.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.60\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

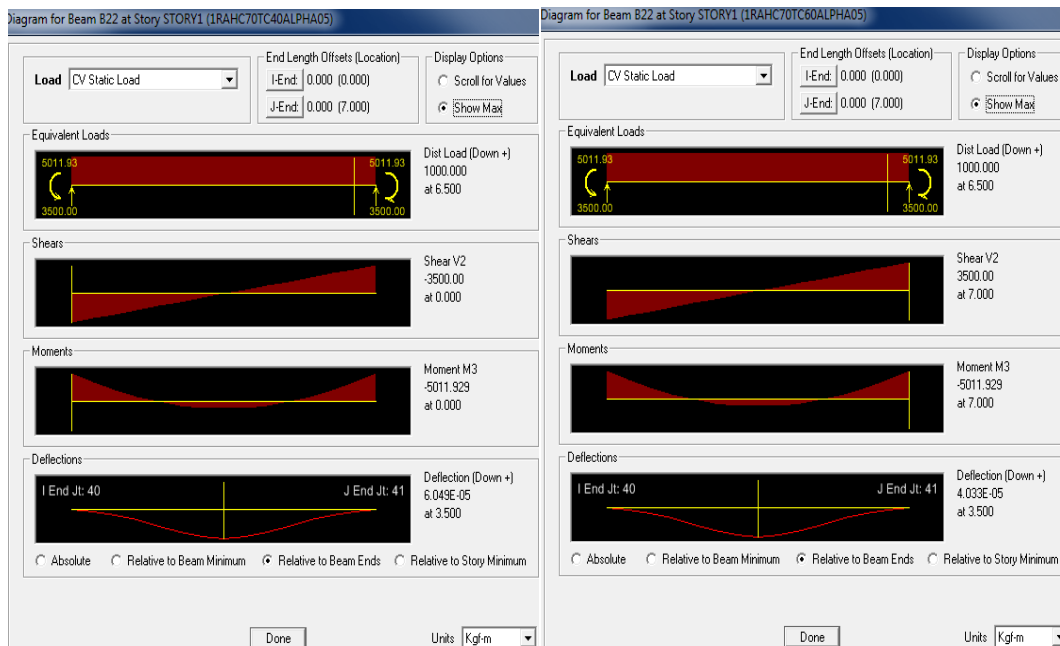


Fig. 4-393.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$  y  $t_c=0.60\text{m}$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9



Fig. 4-394.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha a=0.5$ ,  $h_c=0.70\text{m}$ ,  $t_c=1.0\text{m}$ .  
Fuente: Programa ETABSv9.

## II. Vigas sometidas a una carga puntual a una distancia $a=0.1L$ ; $0.3L$ y $0.5L$ .

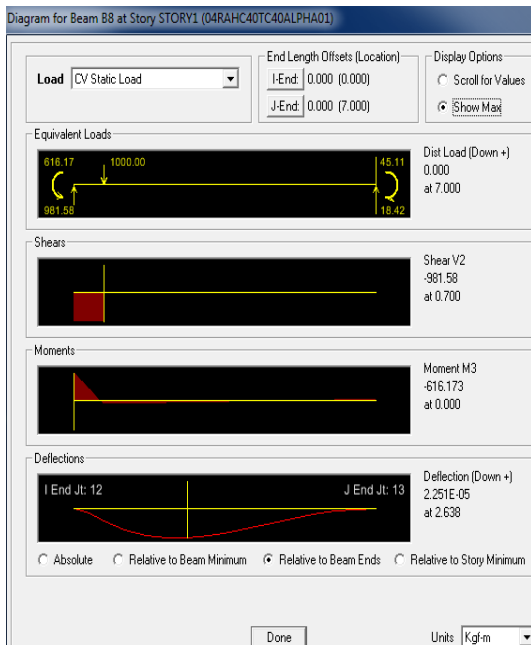


Fig. 4-395.  $\alpha a=0.1$ ,  $a=0.1L$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $R_a=0.4$  y  $R_a=0.6$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9

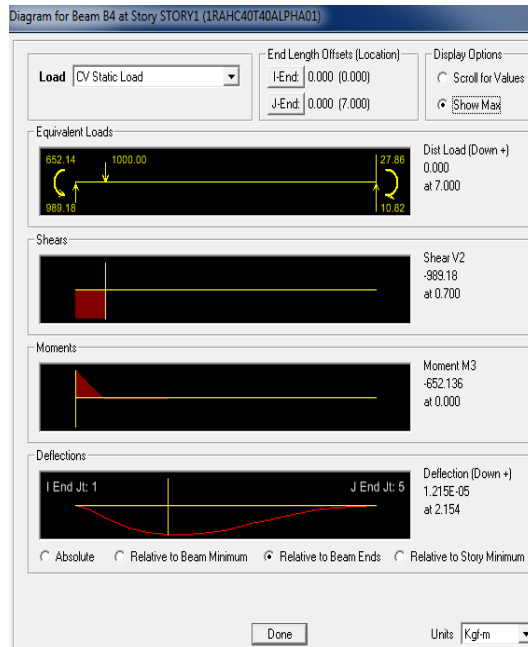


Fig. 4-396.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.1$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $a=0.1L$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

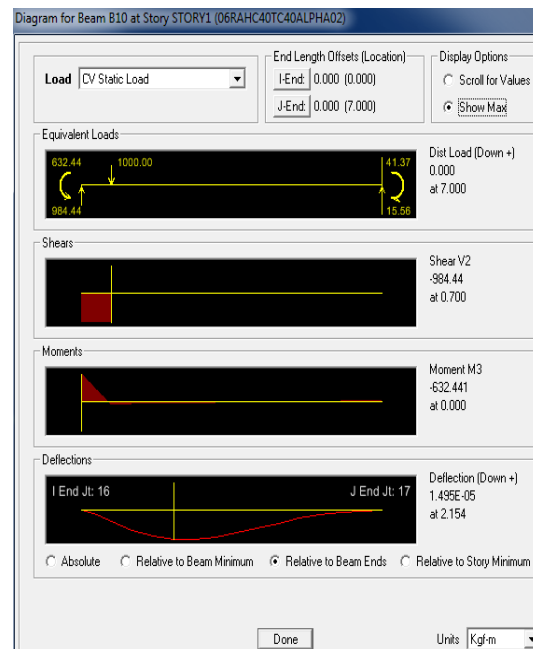


Fig. 4-397.  $\alpha_a=0.2$ ,  $a=0.1L$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $R_a=0.4$  y  $R_a=0.6$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9



Fig. 4-398.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $a=0.1L$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

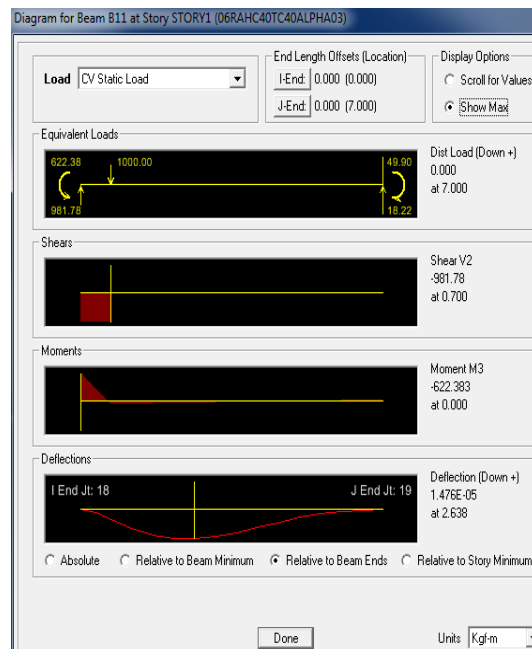


Fig. 4-399.  $\alpha_a=0.3$ ,  $a=0.1L$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $R_a=0.4$  y  $R_a=0.6$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9

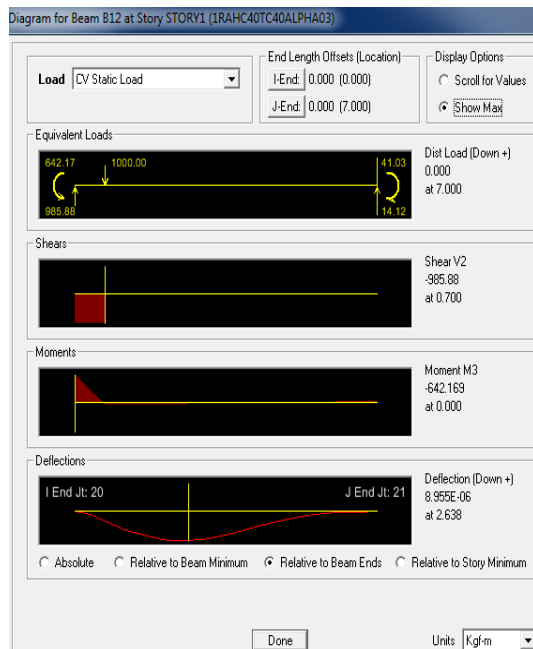


Fig. 4-400.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $a=0.1L$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

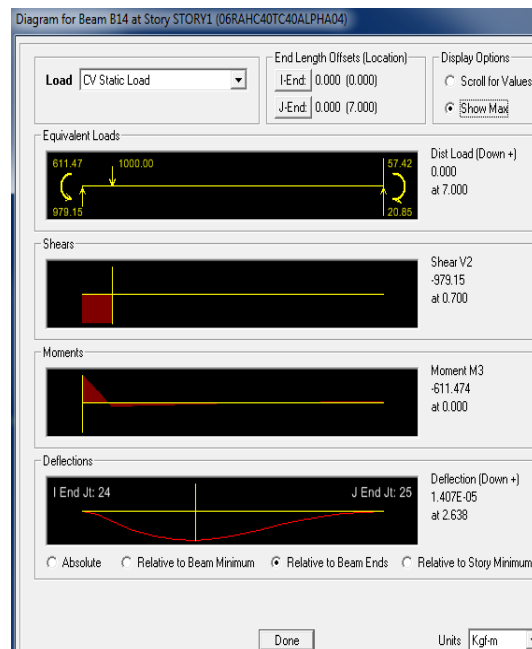
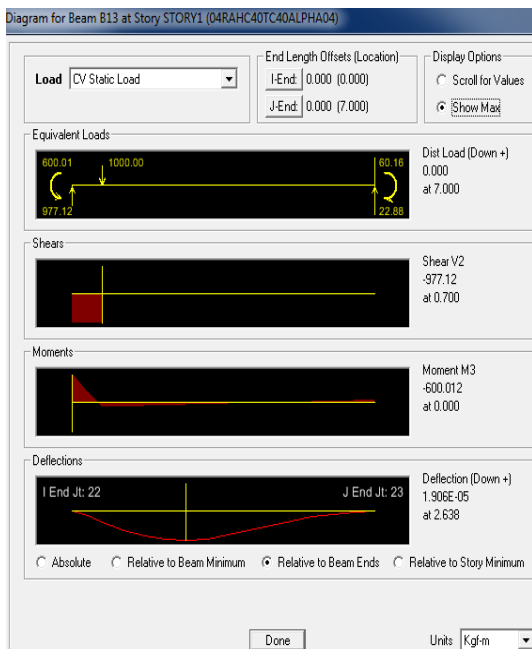


Fig. 4-401.  $\alpha_a=0.4$ ,  $a=0.1L$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $R_a=0.4$  y  $R_a=0.6$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9

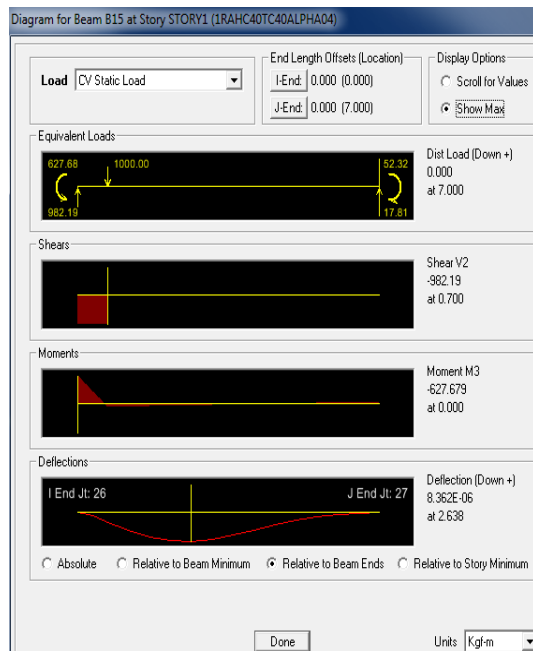


Fig. 4-402.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $a=0.1L$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

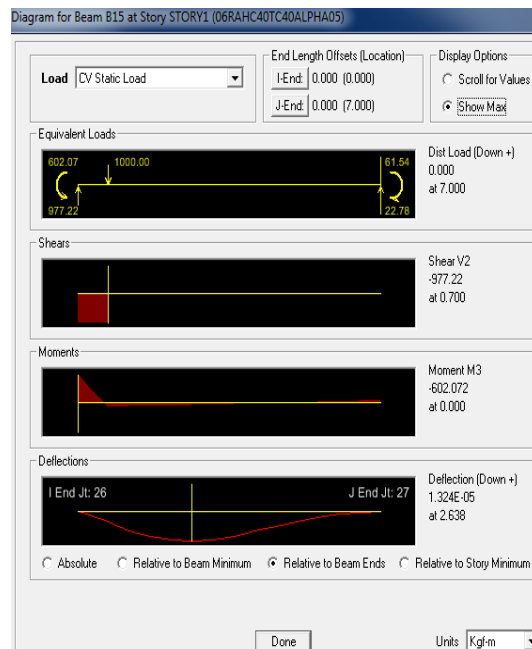
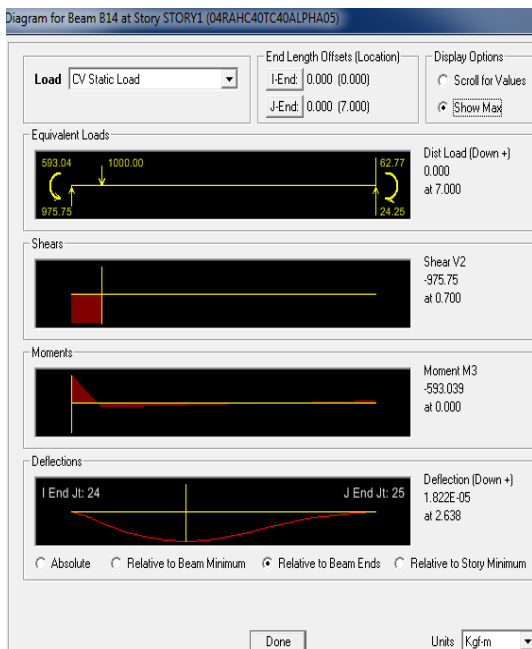


Fig. 4-403.  $\alpha_a=0.5$ ,  $a=0.1L$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $R_a=0.4$  y  $R_a=0.6$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9

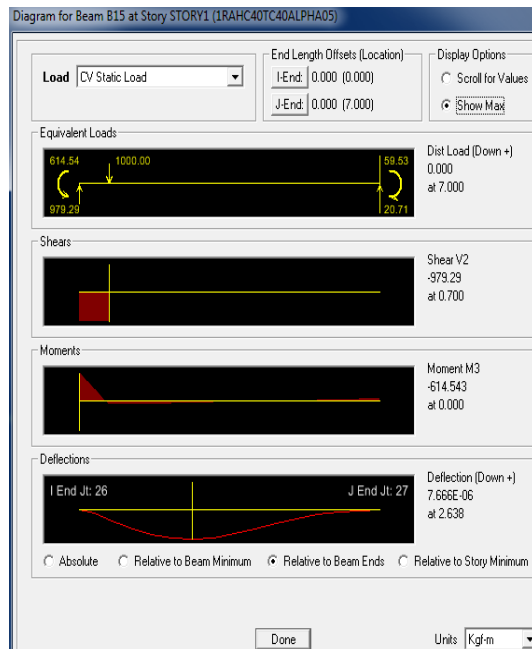


Fig. 4-404.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $a=0.1L$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-405.  $\alpha_a=0.1$ ,  $a=0.3L$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $R_a=0.4$  y  $R_a=0.6$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9



Fig. 4-406.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.1$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $a=0.3L$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-407.  $\alpha_a=0.2$ ,  $a=0.3L$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $R_a=0.4$  y  $R_a=0.6$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9





Fig. 4-408.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $a=0.3L$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-409.  $\alpha_a=0.3$ ,  $a=0.3L$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $R_a=0.4$  y  $R_a=0.6$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9



Fig. 4-410.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.3$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $a=0.3L$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-411.  $\alpha_a=0.4$ ,  $a=0.3L$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $R_a=0.4$  y  $R_a=0.6$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9



Fig. 4-412.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $a=0.3L$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-413.  $\alpha_a=0.5$ ,  $a=0.3L$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $R_a=0.4$  y  $R_a=0.6$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9



Fig. 4-414.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.5$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $a=0.3L$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

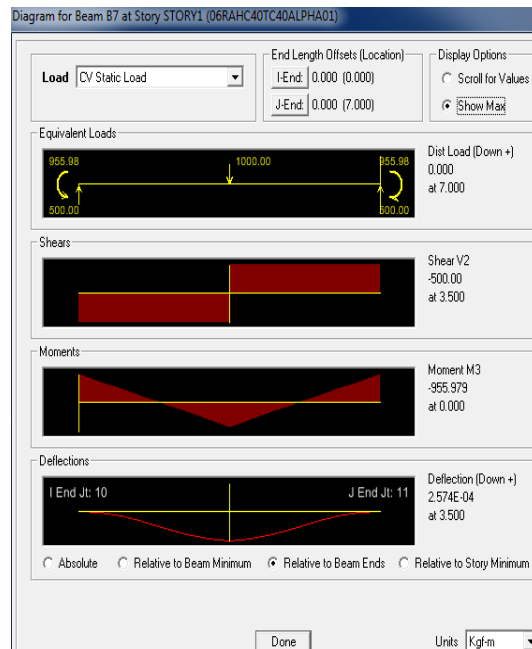


Fig. 4-415.  $\alpha_a=0.1$ ,  $a=0.5L$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $R_a=0.4$  y  $R_a=0.6$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9



Fig. 4-416.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.1$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $a=0.5L$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-417.  $\alpha_a=0.2$ ,  $a=0.5L$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $R_a=0.4$  y  $R_a=0.6$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9

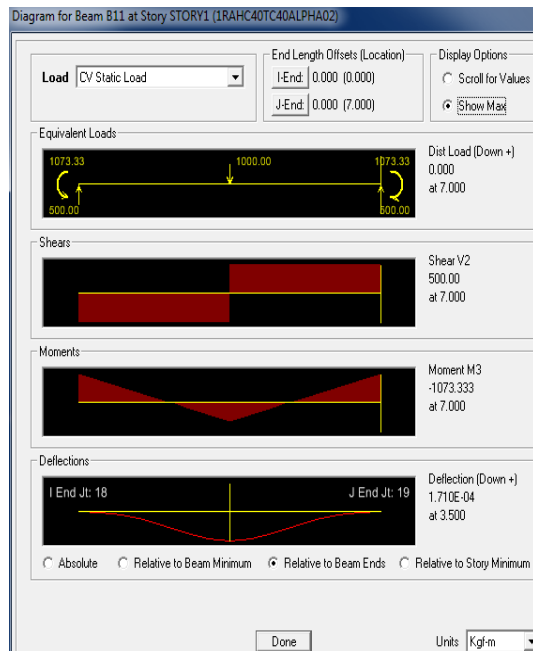


Fig. 4-418.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.2$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $a=0.5L$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

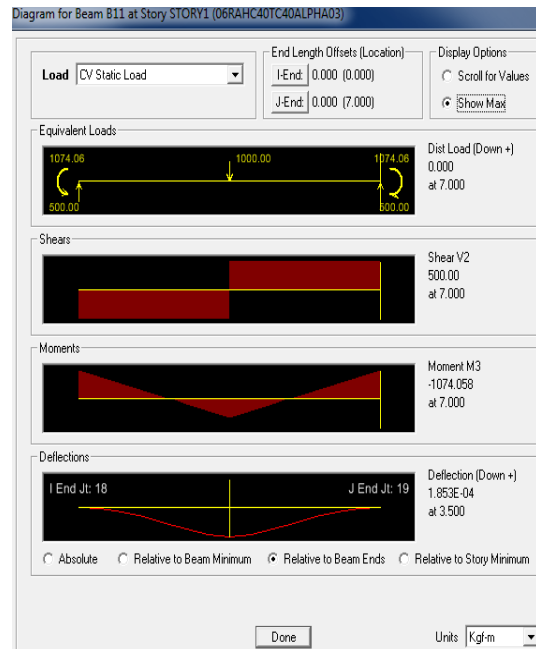


Fig. 4-419.  $\alpha_a=0.3$ ,  $a=0.5L$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $R_a=0.4$  y  $R_a=0.6$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9



Fig. 4-420.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a= 0.3$ ,  $h_c= 0.40m$ ,  $t_c= 0.40m$ ,  $a=0.5L$ .

Fuente: Programa ETABSv9.



Fig. 4-421.  $\alpha_a= 0.4$ ,  $a=0.5L$ ,  $h_c= 0.40m$ ,  $t_c= 0.40m$ ,  $R_a=0.4$  y  $R_a=0.6$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9



Fig. 4-422.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a=0.4$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $a=0.5L$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

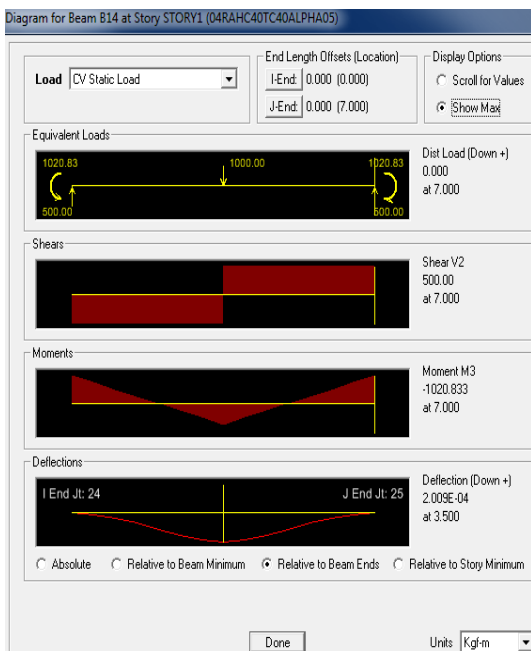


Fig. 4-423.  $\alpha_a=0.5$ ,  $a=0.5L$ ,  $h_c=0.40\text{m}$ ,  $t_c=0.40\text{m}$ ,  $R_a=0.4$  y  $R_a=0.6$ , respectivamente.

Fuente: Programa ETABSv9





Fig. 4-424.  $R_a=1.0$ ,  $\alpha_a= 0.5$ ,  $h_c= 0.40\text{m}$ ,  $t_c= 0.40\text{m}$ ,  $a=0.5L$ .

Fuente: Programa ETABSv9.

#### 4.5. Comparar los resultados de los momentos de empotramientos y flechas según cada elemento acartelado diseñado.

En la presente sección se muestran y analizan, por medio de tablas comparativas los datos más relevantes dentro de la zona de estudio.

Primero para el cálculo de momentos de empotramiento, la metodología empleada para los cálculos de los coeficientes de momento de empotramiento fue de despejar dicho coeficiente adimensional de la fórmula general de momentos para una viga con carga uniforme, es decir:

$$MAB = coef. * w * L^2$$

$$\frac{MAB}{w * L^2} = coef.$$

Y sustituir por los parámetros estudiados para una viga con cartelas de luz igual a siete metros, carga distribuida  $q=1000\text{Kg-m}$ .

Tabla 4-123. Tabla de los resultados de los modelos de las vigas acarteladas analizados por Etabsv9. Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Carga Uniforme, $q=1000\text{Kg-m}$ , $L=7\text{m}$							
RESULTADOS DE ETABSV9							
Cartela $l_{zq}=\text{Der.}$		HC 40 cm			HC50 cm		
		tc 40 cm	tc 60 cm	tc 100 cm	tc 40 cm	tc 60 cm	tc 100 cm
$\alpha A=\alpha B$	$rA=rB$	MAB=MBA	MAB=MBA	MAB=MBA	MAB=MBA	MAB=MBA	MAB=MBA
0.1	0.4	4354.772	4354.772	4354.772	4354.772	4354.772	4354.772
	0.6	4432.802	4432.802	4432.802	4432.802	4432.802	4432.802
	1.0	4534.517	4534.517	4534.517	4534.517	4534.517	4534.517
0.2	0.4	4536.770	4536.770	4536.770	4536.770	4536.770	4536.770
	0.6	4676.424	4676.424	4676.424	4676.424	4676.424	4676.424
	1.0	4864.382	4864.382	4864.382	4864.382	4864.382	4864.382
0.3	0.4	4631.310	4631.310	4631.310	4631.310	4631.310	4631.310
	0.6	4812.326	4812.326	4812.326	4812.326	4812.326	4812.326
	1.0	5066.079	5066.079	5066.079	5066.079	5066.079	5066.079
0.4	0.4	4641.267	4641.267	4641.267	4641.267	4641.267	4641.267
	0.6	4837.424	4837.424	4837.424	4837.424	4837.424	4837.424
	1.0	5125.914	5125.914	5125.914	5125.914	5125.914	5125.914
0.5	0.4	4570.974	4570.974	4570.974	4570.974	4570.974	4570.974
	0.6	4746.236	4746.236	4746.236	4746.236	4746.236	4746.236
	1.0	5011.929	5011.929	5011.929	5011.929	5011.929	5011.929

Es importante destacar que se solo se muestran los resultados en la tabla anterior (tabla 4-123) para vigas de altura mínima de  $h_c= 40\text{cm}$  y  $h_c= 50\text{cm}$  porque al despejar el coeficiente de empotramiento para distintas alturas, es decir,  $h_c=40\text{cm}$ ;  $50\text{cm}$ ;  $60\text{cm}$ ,  $70\text{cm}$  y distintos valores de ancho  $t_c=40\text{cm}$ ;  $60\text{cm}$  y  $100\text{cm}$ . Los momentos de empotramiento son iguales con respecto a la relación del tipo de cartela  $r_a$  y  $\alpha_a$ .

Tabla 4-124. Tabla de los resultados de los modelos de las vigas acarteladas analizados por Etabsv9. Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

<b>Carga Puntual, <math>p=1000\text{Kg}</math>, <math>L=7\text{m}</math></b>							
<b>hc 40cm, tc 40cm</b>		<b>Resultados por Etabs V9</b>					
Cartela lzq=Der.		a=0.1		a=0.3		a=0.5	
$\alpha_A=\alpha_B$	$r_A=r_B$	MAB	MBA	MAB	MBA	MAB	MBA
0.1	0.4	616.173	45.111	1136.402	435.500	937.721	937.721
	0.6	631.688	37.982	1171.271	430.115	955.979	955.979
	1.0	652.136	27.864	1219.383	420.617	980.000	980.000
0.2	0.4	616.371	48.404	1207.875	437.294	988.285	988.285
	0.6	632.441	41.369	1273.824	425.787	1024.125	1024.125
	1.0	653.916	30.528	1373.899	399.435	1073.333	1073.333
0.3	0.4	608.279	54.977	1228.486	452.631	1023.005	1023.005
	0.6	622.383	49.901	1307.466	443.310	1074.058	1074.058
	1.0	642.169	41.031	1435.706	412.294	1148.000	1148.000
0.4	0.4	600.012	60.161	1205.599	470.786	1036.538	1036.538
	0.6	611.474	57.420	1274.634	472.386	1096.907	1096.907
	1.0	627.679	52.321	1385.535	462.465	1190.000	1190.000
0.5	0.4	593.039	62.769	1172.549	474.865	1020.833	1020.833
	0.6	602.072	61.545	1226.934	482.247	1076.923	1076.923
	1.0	614.543	59.531	1311.664	488.336	1166.667	1166.667

Tabla 4-125. Tabla comparativa de factor de transporte, rigidez y momentos de una viga de sección variable sometida a una carga uniforme. Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Carga Uniforme		RESULTADOS P.C.A.			RESULTADOS TEG				RESULTADOS DE ETABSv9			%ERROR				
Cartela lzq=Der.		Factor de Transporte	RIGIDEZ	Carga Uniforme Momento final corregido (F.E.M) Coef. X wL^2	Factor de Transporte	RIGIDEZ	Carga Uniforme Momento final corregido (F.E.M) Coef. X wL^2		Carga Uniforme Momento final corregido (F.E.M) Coef. X wL^2			Comparacion entre resultado de P.C.A. y TEG	Comparacion entre resultado de P.C.A. y Etabs	Comparacion entre resultado de T.E.G. y Etabs		
$\alpha A = \alpha B$	$rA = rB$	CAB=CBA	KAB=KBA	MAB=MBA	CAB=CBA	KAB=KBA	MAB	MBA	MAB=MBA	MAB=MBA	MAB=MBA					
									tc 40 cm	tc 60 cm	tc 100 cm	MAB	MBA	MAB=MBA	MBA	MBA
0.1	0.4	0.552	4.83	0.0889	0.550	4.75	0.0863	0.0883	0.0889	0.0889	0.0889	0.26	0.06	0.00	0.26	0.06
	0.6	0.567	5.12	0.0905	0.566	5.09	0.0895	0.0894	0.0905	0.0905	0.0905	0.10	0.11	0.00	0.10	0.11
	1.0	0.588	5.54	0.0925	0.587	5.47	0.0909	0.0916	0.0925	0.0925	0.0925	0.16	0.09	0.00	0.16	0.09
0.2	0.4	0.588	5.75	0.0926	0.592	5.76	0.0901	0.0899	0.0926	0.0926	0.0926	0.25	0.27	0.00	0.25	0.27
	0.6	0.618	6.51	0.0954	0.628	6.56	0.0922	0.0920	0.0954	0.0954	0.0954	0.32	0.34	0.00	0.32	0.34
	1.0	0.659	7.81	0.0993	0.678	7.96	0.0961	0.0962	0.0993	0.0993	0.0993	0.32	0.31	0.00	0.32	0.31
0.3	0.4	0.608	6.65	0.0945	0.633	6.75	0.0908	0.0900	0.0945	0.0945	0.0945	0.37	0.45	0.00	0.37	0.45
	0.6	0.647	8.04	0.0982	0.667	8.09	0.0931	0.0930	0.0982	0.0982	0.0982	0.51	0.52	0.00	0.51	0.52
	1.0	0.705	10.85	0.1034	0.733	11.02	0.0992	0.0928	0.1034	0.1034	0.1034	0.42	1.06	0.00	0.42	1.06
0.4	0.4	0.610	7.44	0.0947	0.667	7.99	0.0905	0.0867	0.0947	0.0947	0.0947	0.42	0.80	0.00	0.42	0.80
	0.6	0.653	9.50	0.0987	0.700	9.92	0.0877	0.0904	0.0987	0.0987	0.0987	1.10	0.83	0.00	1.10	0.83
	1.0	0.720	14.26	0.1046	0.856	19.32	0.0963	0.0831	0.1046	0.1046	0.1046	0.83	2.15	0.00	0.83	2.15
0.5	0.4	0.595	8.07	0.0933	0.596	8.25	0.0865	0.0865	0.0933	0.0933	0.0933	0.68	0.68	0.00	0.68	0.68
	0.6	0.633	10.72	0.0969	0.658	10.00	0.0678	0.0944	0.0969	0.0969	0.0969	2.91	0.25	0.00	2.91	0.25
	1.0	0.692	17.34	0.1023	0.769	17.79	0.0744	0.0763	0.1023	0.1023	0.1023	2.79	2.60	0.00	2.79	2.60
<b>Promedio=</b>												<b>0.76</b>	<b>0.70</b>	<b>0.00</b>	<b>0.76</b>	<b>0.70</b>

Tabla 4-126. Tabla comparativa de momentos de empotramiento de una viga de sección variable sometida a una carga puntual a una distancia  $a=0.1L; 0.3L, 0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Carga Puntual		RESULTADOS P.C.A.										RESULTADOS TEG						%ERROR					
Cartela lzq=Der.		a=0.1		a=0.3		a=0.5		a=0.7		a=0.9		a=0.1		a=0.3		a=0.5		a=0.1		a=0.3		a=0.5	
$\alpha A=\alpha B$	$rA=rB$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$	$M_{AB}$	$M_{BA}$
0.1	0.4	0.0884	0.0060	0.1629	0.0617	0.1340	0.1340	0.0617	0.1629	0.0060	0.0884	0.0876	0.0064	0.1604	0.0616	0.1326	0.1324	0.08	0.04	0.25	0.01	0.14	0.16
	0.6	0.0906	0.0050	0.1679	0.0609	0.1366	0.1366	0.0609	0.1679	0.0050	0.0906	0.0899	0.0049	0.1659	0.0602	0.1350	0.1349	0.07	0.01	0.20	0.07	0.16	0.17
	1.0	0.0936	0.0036	0.1749	0.0594	0.1400	0.1400	0.0594	0.1749	0.0036	0.0936	0.0938	0.0031	0.1743	0.0581	0.1386	0.1392	0.02	0.05	0.06	0.13	0.14	0.08
0.2	0.4	0.0885	0.0065	0.1732	0.0618	0.1412	0.1412	0.0618	0.1732	0.0065	0.0885	0.0864	0.0067	0.1702	0.0606	0.1375	0.1379	0.21	0.02	0.30	0.12	0.37	0.33
	0.6	0.0908	0.0055	0.1828	0.0600	0.1463	0.1463	0.0600	0.1828	0.0055	0.0908	0.0917	0.0033	0.1823	0.0551	0.1426	0.1430	0.09	0.22	0.05	0.49	0.37	0.33
	1.0	0.0939	0.0039	0.1973	0.0561	0.1533	0.1533	0.0561	0.1973	0.0039	0.0939	0.0932	0.0016	0.1910	0.0512	0.1495	0.1495	0.07	0.23	0.63	0.49	0.38	0.38
0.3	0.4	0.0875	0.0073	0.1762	0.0640	0.1461	0.1461	0.0640	0.1762	0.0073	0.0875	0.0871	0.0036	0.1709	0.0583	0.1399	0.1398	0.04	0.37	0.53	0.57	0.62	0.63
	0.6	0.0897	0.0066	0.1876	0.0625	0.1534	0.1534	0.0625	0.1876	0.0066	0.0897	0.0895	0.0014	0.1829	0.0546	0.1435	0.1437	0.02	0.52	0.47	0.79	0.99	0.97
	1.0	0.0924	0.0052	0.2063	0.0577	0.1640	0.1640	0.0577	0.2063	0.0052	0.0924	0.0849	0.0034	0.1990	0.0451	0.1532	0.1527	0.75	0.18	0.73	1.26	1.08	1.13
0.4	0.4	0.0862	0.0081	0.1729	0.0666	0.1481	0.1481	0.0666	0.1729	0.0081	0.0862	0.0841	0.0041	0.1684	0.0541	0.1377	0.1377	0.21	0.40	0.45	1.25	1.04	1.04
	0.6	0.0880	0.0076	0.1829	0.0667	0.1567	0.1567	0.0667	0.1829	0.0076	0.0880	0.0848	0.0012	0.1842	0.0387	0.1410	0.1419	0.32	0.64	0.13	2.80	1.57	1.48
	1.0	0.0905	0.0067	0.1991	0.0649	0.1700	0.1700	0.0649	0.1991	0.0067	0.0905	0.0616	0.0068	0.2015	0.0185	0.1616	0.1301	2.89	0.01	0.24	4.64	0.84	3.99
0.5	0.4	0.0852	0.0085	0.1682	0.0672	0.1458	0.1458	0.0672	0.1682	0.0085	0.0852	0.0805	0.0032	0.1625	0.0454	0.1284	0.1281	0.47	0.53	0.57	2.18	1.74	1.77
	0.6	0.0867	0.0081	0.1761	0.0680	0.1538	0.1538	0.068	0.1761	0.0081	0.0867	0.0433	0.0233	0.1427	0.0643	0.1313	0.1310	4.34	1.52	3.34	0.37	2.25	2.28
	1.0	0.0887	0.0076	0.1886	0.0686	0.1667	0.1667	0.0686	0.1886	0.0076	0.0887	0.0772	0.0021	0.1831	0.0129	0.1244	0.1244	1.15	0.55	0.55	5.57	4.23	4.23
Promedio=																		0.72	0.35	0.57	1.38	1.06	1.26

Tabla 4-127. Tabla comparativa de momentos de empotramiento de una viga de sección variable sometida a una carga puntual a una distancia  $a=0.1L$ ;  $0.3L$ ,  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Carga Puntual		RESULTADOS P.C.A.										Resultados por Etabs V9						%ERROR					
Cartela lzq=Der.		a=0.1		a=0.3		a=0.5		a=0.7		a=0.9		a=0.1		a=0.3		a=0.5		a=0.1		a=0.3		a=0.5	
$\alpha A = \alpha B$	$rA = rB$	MAB	MBA	MAB	MBA	MAB	MBA	MAB	MBA	MAB	MBA	MAB	MBA	MAB	MBA	MAB	MBA	MAB	MBA	MAB	MBA	MAB	MBA
0.1	0.4	0.0884	0.0060	0.1629	0.0617	0.1340	0.1340	0.0617	0.1629	0.0060	0.0884	0.0880	0.0064	0.1623	0.0622	0.1340	0.1340	0.04	0.04	0.06	0.05	0.00	0.00
	0.6	0.0906	0.0050	0.1679	0.0609	0.1366	0.1366	0.0609	0.1679	0.0050	0.0906	0.0902	0.0054	0.1673	0.0614	0.1366	0.1366	0.04	0.04	0.06	0.05	0.00	0.00
	1.0	0.0936	0.0036	0.1749	0.0594	0.1400	0.1400	0.0594	0.1749	0.0036	0.0936	0.0932	0.0040	0.1742	0.0601	0.1400	0.1400	0.04	0.04	0.07	0.07	0.00	0.00
0.2	0.4	0.0885	0.0065	0.1732	0.0618	0.1412	0.1412	0.0618	0.1732	0.0065	0.0885	0.0881	0.0069	0.1726	0.0625	0.1412	0.1412	0.04	0.04	0.06	0.07	0.00	0.00
	0.6	0.0908	0.0055	0.1828	0.0600	0.1463	0.1463	0.0600	0.1828	0.0055	0.0908	0.0903	0.0059	0.1820	0.0608	0.1463	0.1463	0.05	0.04	0.08	0.08	0.00	0.00
	1.0	0.0939	0.0039	0.1973	0.0561	0.1533	0.1533	0.0561	0.1973	0.0039	0.0939	0.0934	0.0044	0.1963	0.0571	0.1533	0.1533	0.05	0.05	0.10	0.10	0.00	0.00
0.3	0.4	0.0875	0.0073	0.1762	0.0640	0.1461	0.1461	0.0640	0.1762	0.0073	0.0875	0.0869	0.0079	0.1755	0.0647	0.1461	0.1461	0.06	0.06	0.07	0.07	0.00	0.00
	0.6	0.0897	0.0066	0.1876	0.0625	0.1534	0.1534	0.0625	0.1876	0.0066	0.0897	0.0889	0.0071	0.1868	0.0633	0.1534	0.1534	0.08	0.05	0.08	0.08	0.00	0.00
	1.0	0.0924	0.0052	0.2063	0.0577	0.1640	0.1640	0.0577	0.2063	0.0052	0.0924	0.0917	0.0059	0.2051	0.0589	0.1640	0.1640	0.07	0.07	0.12	0.12	0.00	0.00
0.4	0.4	0.0862	0.0081	0.1729	0.0666	0.1481	0.1481	0.0666	0.1729	0.0081	0.0862	0.0857	0.0086	0.1722	0.0673	0.1481	0.1481	0.05	0.05	0.07	0.07	0.00	0.00
	0.6	0.0880	0.0076	0.1829	0.0667	0.1567	0.1567	0.0667	0.1829	0.0076	0.0880	0.0874	0.0082	0.1821	0.0675	0.1567	0.1567	0.06	0.06	0.08	0.08	0.00	0.00
	1.0	0.0905	0.0067	0.1991	0.0649	0.1700	0.1700	0.0649	0.1991	0.0067	0.0905	0.0897	0.0075	0.1979	0.0661	0.1700	0.1700	0.08	0.08	0.12	0.12	0.00	0.00
0.5	0.4	0.0852	0.0085	0.1682	0.0672	0.1458	0.1458	0.0672	0.1682	0.0085	0.0852	0.0847	0.0090	0.1675	0.0678	0.1458	0.1458	0.05	0.05	0.07	0.06	0.00	0.00
	0.6	0.0867	0.0081	0.1761	0.0680	0.1538	0.1538	0.068	0.1761	0.0081	0.0867	0.0860	0.0088	0.1753	0.0689	0.1538	0.1538	0.07	0.07	0.08	0.09	0.00	0.00
	1.0	0.0887	0.0076	0.1886	0.0686	0.1667	0.1667	0.0686	0.1886	0.0076	0.0887	0.0878	0.0085	0.1874	0.0698	0.1667	0.1667	0.09	0.09	0.12	0.12	0.00	0.00
Promedio=																		0.06	0.06	0.08	0.08	0.00	0.00

Tabla 4-128. Tabla comparativa de deflexión máxima de una viga de sección variable sometida a una carga uniforme. Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Carga Uniforme			Deflexión Máxima (m)			
Cartela Izquierda=Derecha			Resultados por Etabs V9			
$\alpha A=\alpha B$	$rA=rB$	ancho (cm)	hc= 40cm	hc= 50cm	hc= 60cm	hc= 70cm
0.1	0.4	40.0	8.844E-04	4.528E-04	2.620E-04	1.650E-04
		60.0	5.896E-04	3.019E-04	1.747E-04	1.013E-04
		100.0	3.537E-04	1.811E-04	1.048E-04	6.078E-05
	0.6	40.0	8.143E-04	4.169E-04	2.413E-04	1.519E-04
		60.0	5.429E-04	2.780E-04	1.609E-04	1.013E-04
		100.0	3.257E-04	1.668E-04	9.651E-05	6.078E-05
	1.0	40.0	7.257E-04	3.716E-04	2.150E-04	1.354E-04
		60.0	4.838E-04	2.477E-04	1.434E-04	9.028E-05
		100.0	2.903E-04	1.486E-04	8.601E-05	5.417E-05
0.2	0.4	40.0	7.499E-04	3.840E-04	2.222E-04	1.399E-04
		60.0	5.000E-04	2.560E-04	1.481E-04	9.329E-05
		100.0	3.000E-04	1.536E-04	8.888E-05	5.597E-05
	0.6	40.0	6.368E-04	3.260E-04	1.887E-04	1.188E-04
		60.0	4.245E-04	2.174E-04	1.258E-04	7.921E-05
		100.0	2.547E-04	1.304E-04	7.547E-05	4.753E-05
	1.0	40.0	4.896E-04	2.507E-04	1.451E-04	9.136E-05
		60.0	3.264E-04	1.671E-04	9.672E-05	6.091E-05
		100.0	1.958E-04	1.003E-04	5.803E-05	3.654E-05
0.3	0.4	40.0	6.946E-04	3.556E-04	2.058E-04	1.296E-04
		60.0	4.631E-04	2.371E-04	1.372E-04	8.640E-05
		100.0	2.778E-04	1.423E-04	8.232E-05	5.184E-05
	0.6	40.0	5.635E-04	2.885E-04	1.670E-04	1.051E-04
		60.0	3.757E-04	1.923E-04	1.113E-04	7.009E-05
		100.0	2.254E-04	1.154E-04	6.678E-05	4.206E-05
	1.0	40.0	3.927E-04	2.011E-04	1.164E-04	7.327E-05
		60.0	2.618E-04	1.340E-04	7.757E-05	4.885E-05
		100.0	1.571E-04	8.042E-05	4.654E-05	2.931E-05
0.4	0.4	40.0	6.643E-04	3.401E-04	1.968E-04	1.239E-04
		60.0	4.429E-04	2.267E-04	1.312E-04	8.263E-05
		100.0	2.657E-04	1.360E-04	7.873E-05	4.958E-05
	0.6	40.0	5.274E-04	2.701E-04	1.563E-04	9.842E-05
		60.0	3.516E-04	1.800E-04	1.042E-04	6.561E-05
		100.0	2.110E-04	1.080E-04	6.251E-05	3.937E-05
	1.0	40.0	3.513E-04	1.799E-04	1.041E-04	6.555E-05
		60.0	2.342E-04	1.199E-04	6.940E-05	4.370E-05
		100.0	1.405E-04	7.195E-05	4.164E-05	2.622E-05
0.5	0.4	40.0	6.317E-04	3.234E-04	1.872E-04	1.179E-04
		60.0	4.211E-04	2.156E-04	1.248E-04	6.149E-05
		100.0	2.527E-04	1.294E-04	7.487E-05	4.715E-05
	0.6	40.0	4.943E-04	2.531E-04	1.465E-04	9.224E-05
		60.0	3.296E-04	1.678E-04	9.765E-05	6.149E-05
		100.0	1.977E-04	1.012E-04	5.859E-05	3.689E-05
	1.0	40.0	3.242E-04	1.660E-04	9.606E-05	6.049E-05
		60.0	2.161E-04	1.107E-04	6.404E-05	4.033E-05
		100.0	1.297E-04	6.640E-05	3.842E-05	2.420E-05

Resumen de ecuaciones de deflexión calculadas por el diagrama M/EI respectivo de cada caso de viga acartelada para carga distribuida:

Tabla 4-129. Datos de la viga acartelada. Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

<b>L=</b>	7	M
<b>q =</b>	1000	Kg-m
<b>E=</b>	2.527E+06	kg/m2
<b>x (0.5L)=</b>	3.5	m

Tabla 4-130. Ecuaciones de deflexión. Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Ecuacion de deflexión		Momento			Deflexion			
		X^2	x	x^0	X^4	X^3	X^2	x
0.1	0.4	-0.2449	1.714	-0.1105	-0.0204083	0.28566667	-0.055250	-6.610858
	0.6	-0.2501	1.751	-0.1662	-0.0208417	0.29183333	-0.083100	-6.569442
	1.0	-0.2548	1.784	-0.2168	-0.0212333	0.29733333	-0.108400	-6.527500
0.2	0.4	-0.2645	1.851	-0.3641	-0.0220417	0.30850000	-0.182050	-6.281858
	0.6	-0.2719	1.903	-0.4546	-0.0226583	0.31716667	-0.227300	-6.178258
	1.0	-0.2826	1.979	-0.5943	-0.0235500	0.32983333	-0.297150	-6.004133
0.3	0.4	-0.2659	1.861	-0.5292	-0.0221583	0.31016667	-0.264600	-5.745658
	0.6	-0.2729	1.910	-0.6521	-0.0227417	0.31833333	-0.326050	-5.515592
	1.0	-0.2821	1.975	-0.8087	-0.0235083	0.32916667	-0.404350	-5.235358
0.4	0.4	-0.2547	1.783	-0.5367	-0.0212250	0.29716667	-0.268350	-5.402542
	0.6	-0.2566	1.796	-0.6656	-0.0213833	0.29933333	-0.332800	-5.003250
	1.0	-0.2409	1.686	-0.7752	-0.0200750	0.28100000	-0.387600	-4.170075
0.5	0.4	-0.1897	1.328	-0.3418	-0.0158083	0.22133333	-0.170900	-4.226775
	0.6	-0.2055	1.439	-0.5152	-0.0171250	0.23983333	-0.257600	-4.074758
	1.0	-0.1614	1.130	-0.4844	-0.0134500	0.18833333	-0.242200	-2.919583

Para mejor detalle de la obtención de dichas ecuaciones, se analizo por el programa Minitab las vigas con cartela (ver anexo 1-15), específicamente de longitud 7m, carga distribuida q= 1000Kg- m y modulo de elasticidad de E= 2.527E+06 Kg/m<sup>2</sup>.

Un ejemplo del método de doble integración es el siguiente para el primer caso, donde M momento,  $\theta$  rotación en los extremos y Y deflexión de la viga de sección variable:

$$M = \frac{d^2y}{dx^2} = -0.1105 + 1.714x - 0.2449x^2$$

$$\theta = \theta_0 - 0.1105x + 1.714\frac{x^2}{2} - 0.2449\frac{x^3}{3}$$



$$Y = 0 + 6.610858x - 0.05525x^2 + 0.28566667x^3 - 0.020408333x^4$$

Tabla 4-131. Resultados de la viga acartelada con carga uniforme.  
Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Carga Uniforme		Deflexión Máxima (m)	
Cartela Izq=Der.		Resultados por Excel	
$\alpha A = \alpha B$	$rA = rB$	$E \cdot \Delta$	$\Delta$
0.1	0.4	-1.463E+01	-5.789E-06
	0.6	-1.463E+01	-5.789E-06
	1.0	-1.461E+01	-5.782E-06
0.2	0.4	-1.430E+01	-5.659E-06
	0.6	-1.421E+01	-5.623E-06
	1.0	-1.405E+01	-5.560E-06
0.3	0.4	-1.338E+01	-5.295E-06
	0.6	-1.306E+01	-5.168E-06
	1.0	-1.269E+01	-5.022E-06
0.4	0.4	-1.264E+01	-5.002E-06
	0.6	-1.196E+01	-4.733E-06
	1.0	-1.031E+01	-4.080E-06
0.5	0.4	-9.770E+00	-3.866E-06
	0.6	-9.704E+00	-3.840E-06
	1.0	-7.129E+00	-2.821E-06

Tabla 4-132. Datos de las vigas acarteladas sometidas a la carga puntual para distancia de  $a = 0.1L$ ;  $0.3L$  y  $0.5L$ . Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

<b>L=</b>	7	m
<b>hc=</b>	0.4	m
<b>tc=</b>	0.4	m
<b>p =</b>	1000	Kg
<b>E=</b>	2.527E+06	kg-m2
<b>x (0.5L)=</b>	3.5	m

Tabla 4-133. Ecuaciones de deflexión de una carga puntual a una distancia  $a=0.1L$ .

Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Ecuacion de deflexión a =0.1L		Momento				Deflexion				
		X^3	X^2	x	x^0	X^5	X^4	X^3	X^2	x
0.1	0.4	0.005098	-0.06391	0.1915	0.07951	0.00025490	-0.00532583	0.03191667	0.03975500	-0.627457
	0.6	0.005312	-0.06695	0.2045	0.06317	0.00026560	-0.00557917	0.03408333	0.03158500	-0.615228
	1	0.005517	-0.06982	0.2166	0.04819	0.00027585	-0.00581833	0.03610000	0.02409500	-0.604194
0.2	0.4	0.005052	-0.06619	0.2156	0.02393	0.00025260	-0.00551583	0.03593333	0.01196500	-0.559051
	0.6	0.005152	-0.06831	0.2281	0.002083	0.00025760	-0.00569250	0.03801667	0.00104150	-0.536077
	1	0.005164	-0.06994	0.2422	-0.028450	0.00025820	-0.00582833	0.04036667	-0.01422500	-0.499213
0.3	0.4	0.004119	-0.05688	0.1962	0.005727	0.00020595	-0.00474000	0.03270000	0.00286350	-0.491010
	0.6	0.003974	-0.05643	0.2025	-0.018470	0.00019870	-0.00470250	0.03375000	-0.00923500	-0.453226
	1	0.003735	-0.05524	0.2085	-0.047380	0.00018675	-0.00460333	0.03475000	-0.02369000	-0.406365
0.4	0.4	0.003654	-0.05133	0.1794	0.006325	0.00018270	-0.00427750	0.02990000	0.00316250	-0.458718
	0.6	0.003267	-0.04802	0.1772	-0.017380	0.00016335	-0.00400167	0.02953333	-0.00869000	-0.405934
	1	0.002385	-0.03850	0.1548	-0.038760	0.00011925	-0.00320833	0.02580000	-0.01938000	-0.314402
0.5	0.4	0.002775	-0.03831	0.1298	0.020300	0.00013875	-0.00319250	0.02163333	0.01015000	-0.369194
	0.6	0.002521	-0.03717	0.1363	-0.005226	0.00012605	-0.00309750	0.02271667	-0.00261300	-0.335029
	1	0.001656	-0.02614	0.1024	-0.017240	0.00008280	-0.00217833	0.01706667	-0.00862000	-0.227562

Tabla 4-134. Resultados de la viga acartelada con carga puntual a una distancia  $a=0.1L$ .

Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Carga Puntual a=0.1L		Deflexión Máxima (m)	
Cartela Izq=Der.		Resultados por Excel	
$\alpha A=\alpha B$	$rA=rB$	$E \cdot \Delta$	$\Delta$
0.1	0.4	-1.006E+00	-3.981E-07
	0.6	-1.003E+00	-3.969E-07
	1	-1.000E+00	-3.957E-07
0.2	0.4	-9.645E-01	-3.817E-07
	0.6	-9.525E-01	-3.769E-07
	1	-9.298E-01	-3.679E-07
0.3	0.4	-8.846E-01	-3.501E-07
	0.6	-8.537E-01	-3.378E-07
	1	-8.153E-01	-3.226E-07
0.4	0.4	-8.307E-01	-3.287E-07
	0.6	-7.757E-01	-3.070E-07
	1	-6.505E-01	-2.574E-07
0.5	0.4	-6.465E-01	-2.558E-07
	0.6	-6.292E-01	-2.490E-07
	1	-4.537E-01	-1.795E-07

Tabla 4-135. Ecuaciones de deflexión de una carga puntual a una distancia  $a=0.3L$ .

Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Ecuacion de deflexión a =0.3L		Momento				Deflexion				
		X^3	X^2	x	x^0	X^5	X^4	X^3	X^2	x
0.1	0.4	0.011730	-0.168900	0.6259	-0.09688	0.00058650	-0.01407500	0.10431667	-0.04844000	-1.352898
	0.6	0.011830	-0.170800	0.6352	-0.10930	0.00059150	-0.01423333	0.10586667	-0.05465000	-1.343076
	1	0.000398	-0.005754	0.02146	-0.004022	0.00001990	-0.00047950	0.00357667	-0.00201100	-0.044491
0.2	0.4	0.011580	-0.17040	0.64720	-0.1490	0.00057900	-0.01420000	0.10786667	-0.07450000	-1.283546
	0.6	0.011600	-0.17180	0.65730	-0.1681	0.00058000	-0.01431667	0.10955000	-0.08405000	-1.261562
	1	0.011520	-0.17260	0.66910	-0.1968	0.00057600	-0.01438333	0.11151667	-0.09840000	-1.225011
0.3	0.4	0.010060	-0.15460	0.60900	-0.1713	0.00050300	-0.01288333	0.10150000	-0.08565000	-1.162671
	0.6	0.009694	-0.15180	0.60800	-0.1940	0.00048470	-0.01265000	0.10133333	-0.09700000	-1.111148
	1	0.009239	-0.14840	0.60810	-0.2233	0.00046195	-0.01236667	0.10135000	-0.11165000	-1.051974
0.4	0.4	0.008966	-0.14080	0.56390	-0.1631	0.00044830	-0.01173333	0.09398333	-0.08155000	-1.086169
	0.6	0.008060	-0.13140	0.54150	-0.1823	0.00040300	-0.01095000	0.09025000	-0.09115000	-0.995953
	1	0.005984	-0.10620	0.46410	-0.1877	0.00029920	-0.00885000	0.07735000	-0.09385000	-0.816029
0.5	0.4	0.006825	-0.10650	0.42320	-0.1092	0.00034125	-0.00887500	0.07053333	-0.05460000	-0.849149
	0.6	0.006206	-0.10250	0.42570	-0.1382	0.00031030	-0.00854167	0.07095000	-0.06910000	-0.808087
	1	0.004101	-0.07214	0.31270	-0.1180	0.00020505	-0.00601167	0.05211667	-0.05900000	-0.571039

Tabla 4-136. Ecuaciones de deflexión de una carga puntual a una distancia  $a=0.3L$ .

Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Carga Puntual a=0.3L		Deflexión Máxima (m)	
Cartela Izq=Der.		Resultados por Excel	
$\alpha A = \alpha B$	$rA = rB$	$E \cdot \Delta$	$\Delta$
0.1	0.4	-2.660E+00	-1.053E-06
	0.6	-2.656E+00	-1.051E-06
	1	-8.851E-02	-3.503E-08
0.2	0.4	-2.607E+00	-1.032E-06
	0.6	-2.592E+00	-1.026E-06
	1	-2.568E+00	-1.016E-06
0.3	0.4	-2.436E+00	-9.640E-07
	0.6	-2.376E+00	-9.402E-07
	1	-2.317E+00	-9.169E-07
0.4	0.4	-2.296E+00	-9.086E-07
	0.6	-2.164E+00	-8.564E-07
	1	-1.860E+00	-7.361E-07
0.5	0.4	-1.769E+00	-7.000E-07
	0.6	-1.752E+00	-6.933E-07
	1	-1.281E+00	-5.069E-07

Tabla 4-137. Ecuaciones de deflexión de una carga puntual a una distancia  $a=0.5L$ .

Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Ecuacion de deflexión a =0.5L		Momento			Deflexion			
		X^2	x	x^0	X^4	X^3	X^2	x
0.1	0.4	-0.06351	0.4446	-0.1107	-0.00529250	0.07410000	-0.05535000	-1.428123
	0.6	-0.06430	0.4501	-0.1192	-0.00535833	0.07501667	-0.05960000	-1.420710
	1	-0.06501	0.4551	-0.1269	-0.00541750	0.07585000	-0.06345000	-1.414298
0.2	0.4	-0.06663	0.4664	-0.1516	-0.00555250	0.07773333	-0.07580000	-1.373826
	0.6	-0.06780	0.4746	-0.1659	-0.00565000	0.07910000	-0.08295000	-1.357300
	1	-0.06950	0.4865	-0.1883	-0.00579167	0.08108333	-0.09415000	-1.327490
0.3	0.4	-0.06671	0.4669	-0.1799	-0.00555917	0.07781667	-0.08995000	-1.276572
	0.6	-0.06775	0.4742	-0.1999	-0.00564583	0.07903333	-0.09995000	-1.236463
	1	-0.06921	0.4845	-0.2256	-0.00576750	0.08075000	-0.11280000	-1.188898
0.4	0.4	-0.06431	0.4502	-0.1801	-0.00535917	0.07503333	-0.09005000	-1.208088
	0.6	-0.06428	0.4500	-0.2007	-0.00535667	0.07500000	-0.10035000	-1.135212
	1	-0.06035	0.4225	-0.2152	-0.00502917	0.07041667	-0.10760000	-0.972212
0.5	0.4	-0.04870	0.3409	-0.1284	-0.00405833	0.05681667	-0.06420000	-0.942610
	0.6	-0.05231	0.3661	-0.1622	-0.00435917	0.06101667	-0.08110000	-0.926922
	1	-0.04108	0.2876	-0.1415	-0.00342333	0.04793333	-0.07075000	-0.679281

Tabla 4-138. Ecuaciones de deflexión de una carga puntual a una distancia  $a=0.5L$ .

Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

Carga Puntual a=0.5L		Deflexión Máxima (m)	
Cartela Izq=Der.		Resultados por Excel	
$\alpha A = \alpha B$	$rA = rB$	$E \cdot \Delta$	$\Delta$
0.1	0.4	-3.294E+00	-1.304E-06
	0.6	-3.290E+00	-1.302E-06
	1	-3.288E+00	-1.301E-06
0.2	0.4	-3.237E+00	-1.281E-06
	0.6	-3.223E+00	-1.275E-06
	1	-3.192E+00	-1.263E-06
0.3	0.4	-3.068E+00	-1.214E-06
	0.6	-3.011E+00	-1.192E-06
	1	-2.946E+00	-1.166E-06
0.4	0.4	-2.919E+00	-1.155E-06
	0.6	-2.791E+00	-1.104E-06
	1	-2.456E+00	-9.719E-07
0.5	0.4	-2.259E+00	-8.939E-07
	0.6	-2.276E+00	-9.007E-07
	1	-1.703E+00	-6.739E-07

Tabla 4-139. Tabla resumen de resultados emitidos por Etabs, de deflexión máxima de una viga de sección variable sometida a una carga puntual a una distancia  $a=0.1L; 0.3L, 0.5L$ .

Fuente: Microsoft Office Excel 2007.

L=	7	M
L=	700	CM
q puntu	1000	Kg
E=	2.527E+09	kg/cm

Carga Puntual			Deflexión Máxima (m)			Distancia (m)		
			Resultados por Etabs V8			Resultados por Etabs V8		
Cartela Izq=Der.			A=0.1L	A=0.3L	A=0.5L	A=0.1L	A=0.3L	A=0.5L
$\alpha A=\alpha B$	rA=rB	ancho (cm)	hc= 40cm	hc= 40cm	hc= 40cm	hc= 40cm	hc= 40cm	hc= 40cm
0.1	0.4	40.0	2.25E-05	1.77E-04	2.74E-04	2.638	3.080	3.500
	0.6	40.0	1.79E-05	1.63E-04	2.57E-04	2.154	3.080	3.500
	1.0	40.0	1.22E-05	1.45E-04	2.37E-04	2.154	3.080	3.500
0.2	0.4	40.0	2.00E-05	1.50E-04	2.37E-04	2.638	3.080	3.500
	0.6	40.0	1.50E-05	1.27E-04	2.09E-04	2.154	3.080	3.500
	1.0	40.0	9.07E-06	9.75E-05	1.71E-04	2.154	3.080	3.500
0.3	0.4	40.0	1.97E-05	1.40E-04	2.20E-04	2.638	3.080	3.500
	0.6	40.0	1.48E-05	1.14E-04	1.85E-04	2.638	2.590	3.500
	1.0	40.0	8.96E-06	8.10E-05	1.39E-04	2.638	2.590	3.500
0.4	0.4	40.0	1.91E-05	1.31E-04	2.11E-04	2.638	3.080	3.500
	0.6	40.0	1.41E-05	1.03E-04	1.74E-04	2.638	3.080	3.500
	1.0	40.0	8.36E-06	6.75E-05	1.24E-04	2.638	3.080	3.500
0.5	0.4	40.0	1.82E-05	1.22E-04	2.01E-04	2.638	3.080	3.500
	0.6	40.0	1.32E-05	9.38E-05	1.64E-04	2.638	3.080	3.500
	1.0	40.0	7.67E-06	5.91E-05	1.16E-04	2.638	3.080	3.500

4.6. Comparar los diseños típicos de vigas rectas y acarteladas con base a parámetros de costo.

- **Viga rectangular, según medidas:**

Longitud=7m, sección= 40x40, b= 40cm, h=40cm.

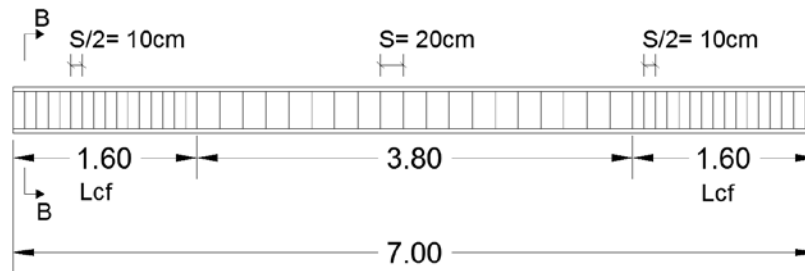


Fig. 4-425. Viga rectangular, sección 40x40. Fuente: Elaboracion Propia.

$L_{cf}$ = Longitud de confinamiento

$$L_{cf} = 2 \cdot 2 \cdot h = 2 \cdot 2 \cdot 0.40\text{m} \rightarrow L_{cf} = 1.60\text{m}.$$

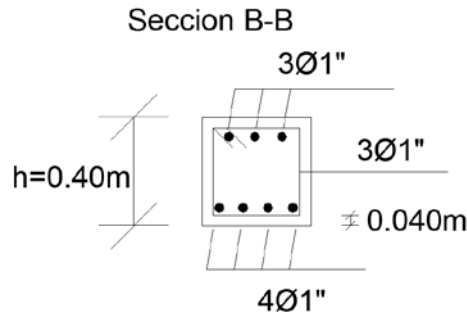


Fig. 4-426. Sección B-B. Fuente: Elaboracion Propia

1. Volumen de Concreto

$$V = a \cdot b \cdot L$$

$$V = 0.40\text{m} \cdot 0.40\text{m} \cdot 7\text{m} \rightarrow V = 1.12\text{m}^3 \text{ de viga}$$

## 2. Calculo del Acero de Refuerzo metálico

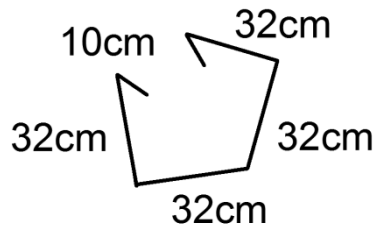
### 2.1. Estribos, Diámetro $\phi$ 3/8"

$$\frac{1.60m}{0.10ml/esribo} + 1 estribo = 17 estribos * 2 = 34 estribos$$

$$\frac{3.80m}{0.20ml/esribo} + 1 estribo = 20 estribos$$

Total= 54 estribos en la Viga de 7m.

Longitud del estribo  $\phi$  3/8", descontando 4cm de recubrimiento en cada lado de la sección de la viga de 40x40, resulta:



Longitud estribo= 1.48m.

Peso estribo  $\phi$  3/8"= 0.559 Kg/m.

Calculo del peso de los estribos (Acero transversal)

$$Peso estribos = 54 estribos * \frac{1.48m}{estribos} * 0.559 \frac{Kg}{m} = 44.68Kg.$$

### 2.2. Acero Longitudinal

Longitud= 7m, peso cabilla  $\phi$  1"= 3.977 Kg/m

$$Peso cabilla \phi 1" = 7 cabillas * \frac{7ml}{cabillas} * 3.977 \frac{Kg}{m} = 194.87Kg$$

Peso total cabilla en 1 viga de 7 m = 239.55Kg.

- **Viga acartelada, según medidas:**

Longitud=7m, sección= variable, b= 40cm, h=40cm.

#### 1. Volumen de Concreto

$$V= a*b*L$$

$$V= 0.40m * 0.40m * 7m \rightarrow V=1.12m^3 \text{ de viga}$$

$$V = 1.12m^3 + \frac{0.70m * 0.16m}{2} * 0.40m * 2 = 1.16m^3$$

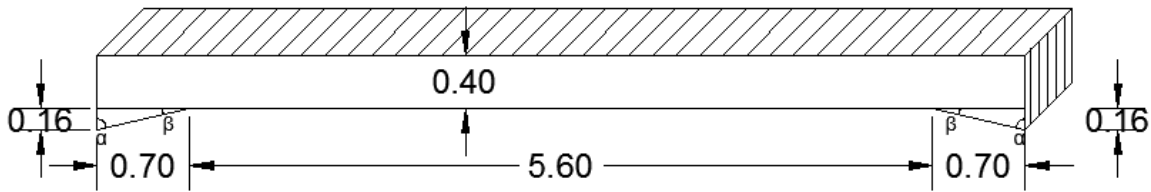


Fig. 4-427. Viga acartelada. Fuente: Elaboracion Propia

## 2. Acero en la sección de la viga acartelada`

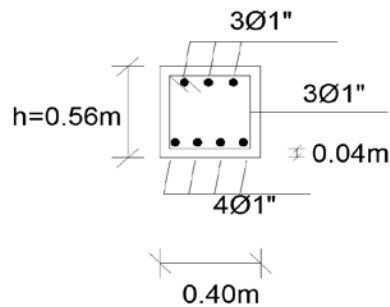


Fig. 4-428. Detalle del acero de la viga acartelada. Fuente: Elaboracion Propia

$$\tan \beta = \frac{0.16m}{0.70m} \rightarrow \beta = 12.88^\circ$$

$$\tan \alpha = \frac{0.70m}{0.16m} \rightarrow \alpha = 77.12^\circ$$

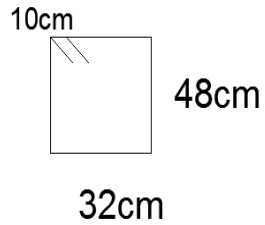
Seccion A-A= Seccion C-C (Variable)





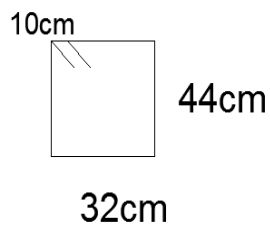
3. Calculo de los estribos  $\phi$  3/8"

Estribos variables en la cartela



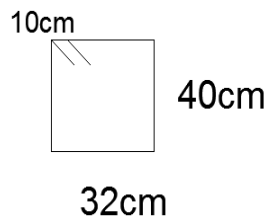
Longitud estribo= 1.80m.

2 estribos de 1.80m



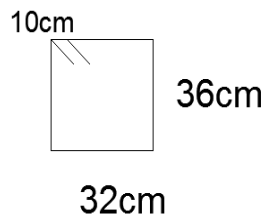
Longitud estribos= 1.72m.

2 estribos de 1.72m



Longitud estribos= 1.64m.

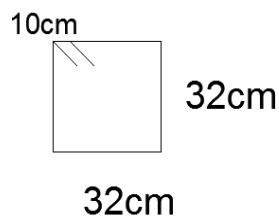
2 estribos de 1.64m



Longitud estribos= 1.56m.

2 estribos de 1.56m

Estribo de la viga de sección constante= estribo de vértice



Longitud estribo= 1.48m.

30 estribos de 1.48m

### 3.1. Calculo del peso de los estribos $\phi$ 3/8"

$$\begin{aligned}
 \text{Peso} &= 2 \text{ estribos} * \frac{1.80\text{ml}}{\text{estribo}} * 0.559 \frac{\text{Kg}}{\text{ml}} + \\
 & 2 \text{ estribos} * \frac{1.72\text{ml}}{\text{estribo}} * 0.559 \frac{\text{Kg}}{\text{ml}} + \\
 & 2 \text{ estribos} * \frac{1.64\text{ml}}{\text{estribo}} * 0.559 \frac{\text{Kg}}{\text{ml}} + \\
 & 2 \text{ estribos} * \frac{1.56\text{ml}}{\text{estribo}} * 0.559 \frac{\text{Kg}}{\text{ml}} + \\
 & 2 \text{ estribos} * \frac{1.48\text{ml}}{\text{estribo}} * 0.559 \frac{\text{Kg}}{\text{ml}} + \\
 \text{Peso total de estribos } \phi 3/8" &= 32.33\text{Kg}
 \end{aligned}$$

### 3.2. Calculo del acero longitudinal superior, diámetro $\phi$ 1".

Longitud del acero= 7.42m

Peso  $\phi$  1"= 3.977Kg/ml.

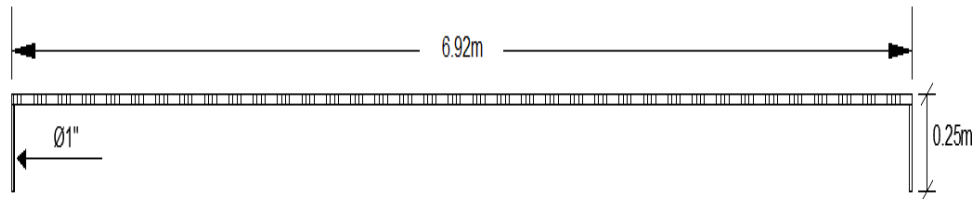


Fig. 4-429. Detalle del acero longitudinal superior. Fuente: Elaboracion Propia

$$\begin{aligned}
 \text{Peso de acero longitudinal superior} &= 3 * 7.42\text{m} * 3.977 \frac{\text{Kg}}{\text{ml}} \\
 &= 88.53\text{Kg}
 \end{aligned}$$

### 3.3. Calculo del acero longitudinal inferior, diámetro $\phi$ 1".

Longitud del acero  $\phi$  1"= 7.66m

$$\begin{aligned}
 \text{Peso de acero longitudinal inferior} &= 4 * 7.66\text{m} * 3.977 \frac{\text{Kg}}{\text{ml}} \\
 &= 121.72\text{Kg}
 \end{aligned}$$

Peso Total de acero Viga Acartelada = 242.72Kg

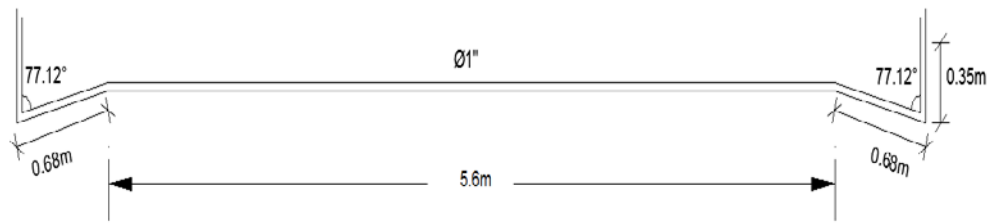


Fig. 4-430. Detalle del acero longitudinal superior. Fuente: Elaboracion Propia

### **Comparación de ambos elementos estructurales de luz= 7m.**

El volumen de concreto en la viga acartelada es mayor, al de la viga de sección constante.

El acero de refuerzo con la viga acartelada también es mayor que en la viga de sección constante; debido a las longitudes mayores en los estribos utilizados en el tramo de 0.70m en las cartelas.

En síntesis, en el aspecto económico en una viga de sección constante y sección acartelada para una luz de 7metros, el costo es mayor en la viga de sección variable tanto en el acero de refuerzo metalico, el concreto y en el encofrado del mismo.

## CONCLUSIONES

En el presente trabajo de grado se logro obtener un procedimiento general para el diseño de vigas de sección variables enfocado específicamente en la evaluación de vigas acarteladas de concreto armado, con el propósito de comparar los parámetros y resultados establecidos en las normas PCA y ACI 318: 02.

De acuerdo a los aspectos planteados se identifico y recopilo información de los parámetros de las vigas según experiencias investigaciones y normas. Específicamente se presentaron las características generales de las vigas acarteladas, es decir, relación de la luz de la viga en términos de la longitud del miembro, la relación de la profundidad de la viga (cartela) y la viga ( $R_a$ ); el momento de inercia; factor de transporte, rigidez, momento de empotramiento y deflexión.

Desde una perspectiva más general, el análisis de las vigas por medio de los dos métodos analíticos son similares mas no exactos, tomando en cuenta que se comparo ambos procedimientos con las tablas asociadas a la Portland, cuya solución que ofrecen es de menor precisión dadas las hipótesis simplificadorias que se hicieron en la fecha de su elaboración (1948).

Es importante considerar el caso de la viga acartelada de valor  $\alpha_a=0.5$ , ya que los resultados de los momentos de empotramiento no se ajustan a los calculados por el método de análisis estructural. Dicho resultado contempla la hipótesis de considerar a este tipo de vigas acarteladas como una viga con empotramiento en los extremos y rotula en el centro de la luz.

En lo que se refiere a los resultados de las deflexiones, se observó que los obtenidos por Etabsv9 son de menor magnitud que los calculados por fórmulas, aplicando la teoría de la carga elástica. Esto es debido a la respuesta de las

ecuaciones ajustadas en el programa Minitabv15, ya que los modelos de regresión presentaron un rango entre 1% y 5%.y los picos de regresión pueden llegar a ser aún mas agresivos.

Por último, se comprobó el uso de materiales de un diseño de viga con y sin cartela, de acuerdo a sus respectivos cálculos métricos. Se concluye que conviene el uso del elemento estructural acartelado ya que aumenta considerablemente la rigidez lateral y mejora la relación viga-columna desde el punto de vista de los momentos de empotramiento y deflexión. Desde esta perspectiva es un poco mas costosa debido al uso del material sin embargo es una inversión a largo plazo.

## RECOMENDACIONES

Se sugiere la continuación del estudio del comportamiento de las vigas acarteladas, haciendo el mismo procedimiento pero extendiendo hacia un modelo que represente vigas acarteladas de acero.

Para que las vigas acarteladas cumplan con los parámetros de las normas ACI 318:02 y Portland (1948), se recomienda utilizar el mismo formato de denominación ( $\alpha_A$ ,  $\alpha_B$ , Ra, Rb) a fin de homologar la presentación de los estudios de las vigas acarteladas.

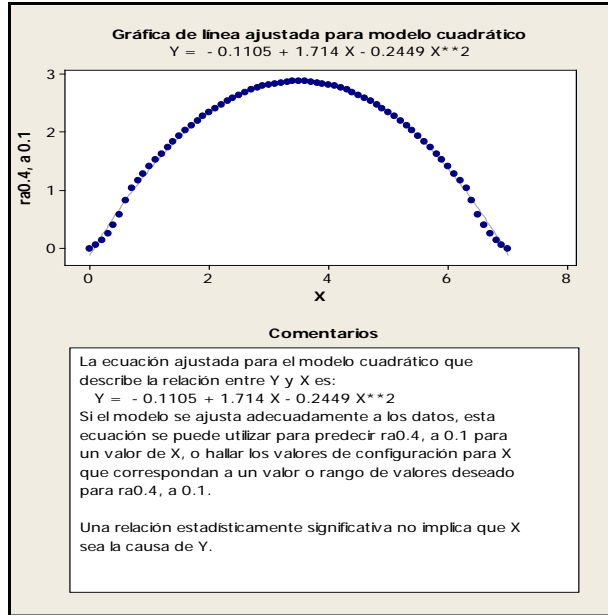
Se recomienda a aquellos que estudiaran vigas de este tipo o estructuras en general, el uso correcto y conocimiento avanzado en el software para estructuras "ETABS" ya que esto puede acarrear errores, después de todo es un software que responde a comandos y datos proporcionados por un usuario sujeto al factor del error humano.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- ACI-318-02. (1999). *Building code requirements for structural concrete and commentary*. Chicago: American Concrete Institute.
- Archundia Hans, Tena Arturo y González Óscar (2006) Mecanismos de resistencia y deformación a cortante de trabes acarteladas de Concreto Reforzado. *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras, Volumen 11, No 01*, pp.01-24.
- Arias Albán, G. (1984). *Análisis Sismico Estatico de Edificios*. Caracas: Ediciones Vega, s.r.l.
- Charon, P. (1962). *El Método de Cross y el cálculo practico de las construcciones hiperestáticas. Teoría y práctica.* , Madrid. Aguilar.
- Hsieh, Y.-Y. (1984). *Teoria Elemental de Estructuras*. D.F., Mexico: Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.
- Kenneth, L. M., & Chia- Ming, U. (2006). *Fundamentos de Análisis Estructural*. México: Mc Graw Hill.
- Kinney, S. J. (1960). *Análisis de Estructuras Indeterminadas*. Mexico, D.F.: Compania Editorial Continental, S.A.
- Luchsinger, C. (1974). Estructuras. Volumen I. *Folleto de Estructuras #4* , pp.97-106.
- PCA (1948), "Handbook of frame constants: Beam factors and moment coefficients for members of variable section", Portland Cement Association.
- San Bartolomé, A. (1998). *Análisis de Edificios*. Perú: Fondo Editorial.
- Tena-Colunga, A. (1994) Concerns regarding the seismic design of RC haunched beams. *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 3, pp. 287-293.

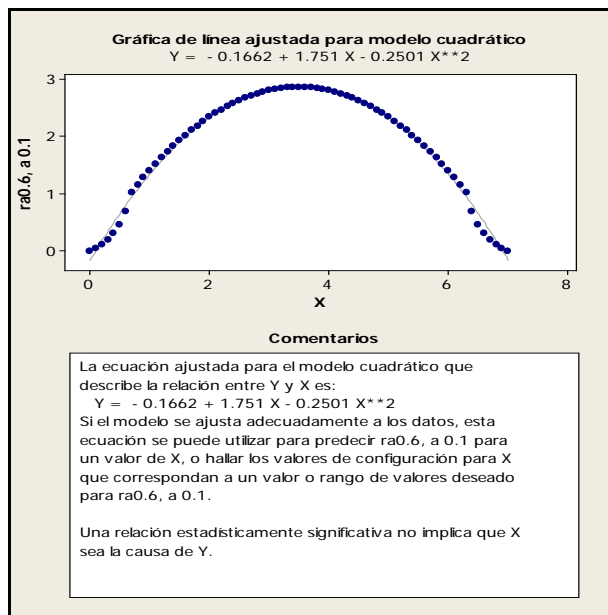
## ANEXOS

Resumen de ajustes de los diagramas M/EI de acuerdo al tipo de viga acartelada:



Anexo 1. Ra=0.4,  $\alpha$ a= 0.1, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg-m.

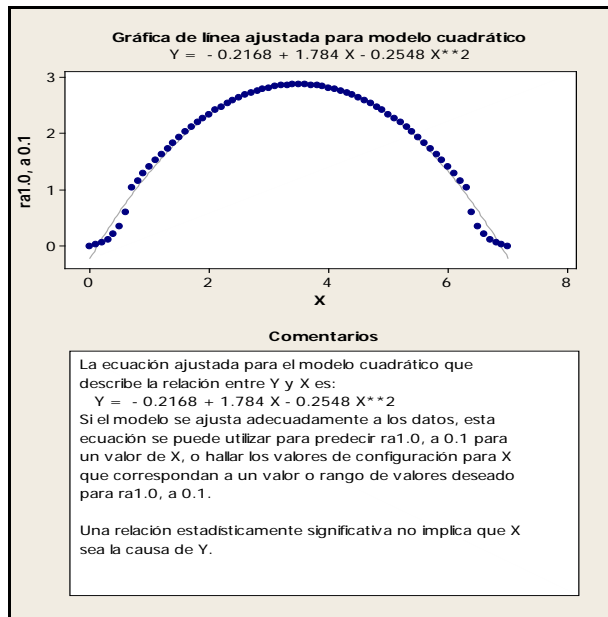
Fuente: Programa Minitabv15.



Anexo 2. Ra=0.6,  $\alpha$ a= 0.1, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg-m.

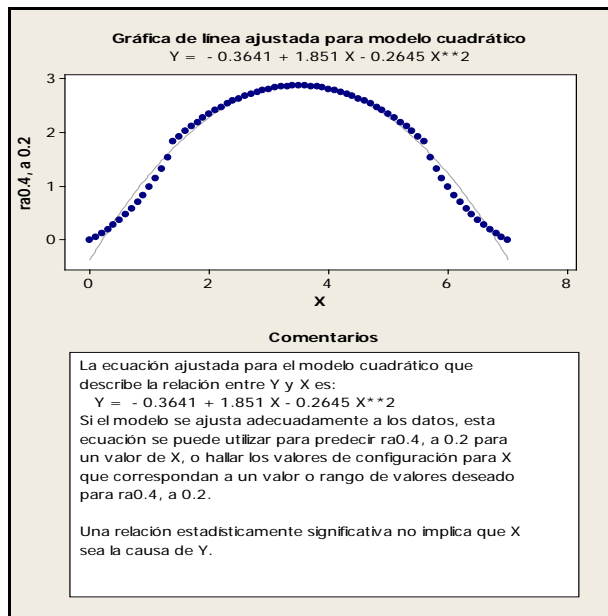
Fuente: Programa Minitabv15.





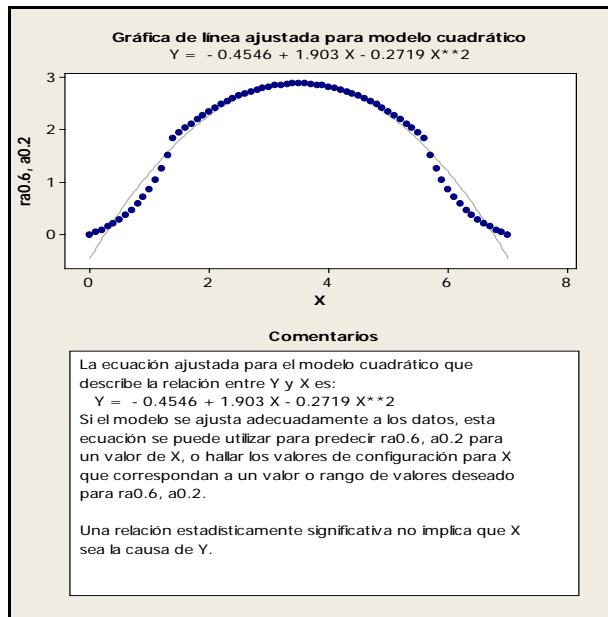
Anexo 3. Ra=1.0, αa= 0.1, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg-m.

Fuente: Programa Minitabv15.



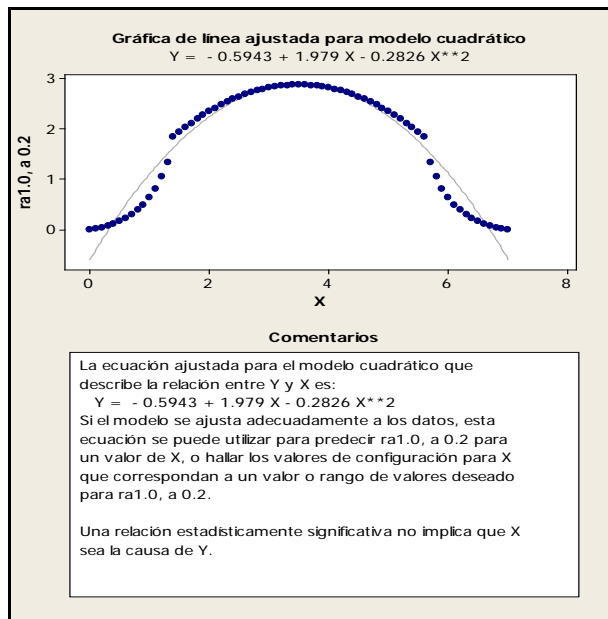
Anexo 4. Ra=0.4, αa= 0.2, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg-m.

Fuente: Programa Minitabv15.



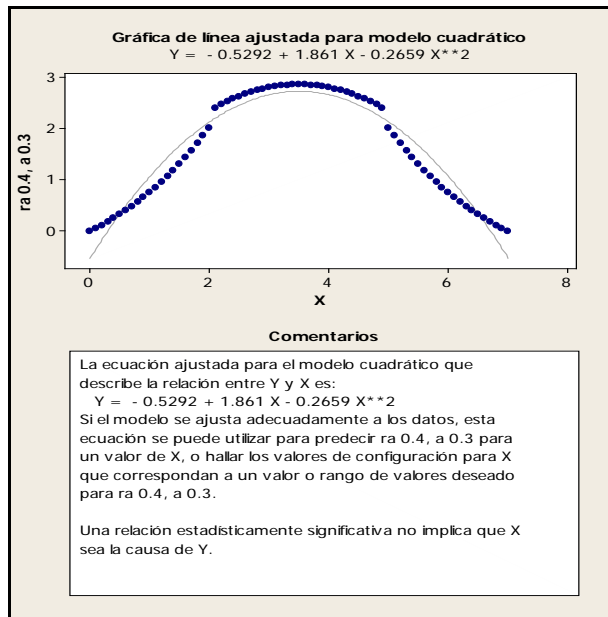
Anexo 5. Ra=0.6, αa= 0.2, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg-m.

Fuente: Programa Minitabv15.



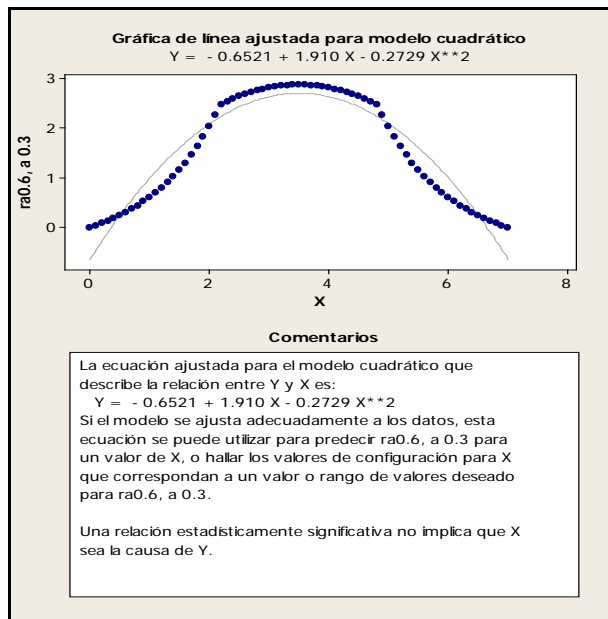
Anexo 6. Ra=1.0, αa= 0.2, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg-m.

Fuente: Programa Minitabv15.



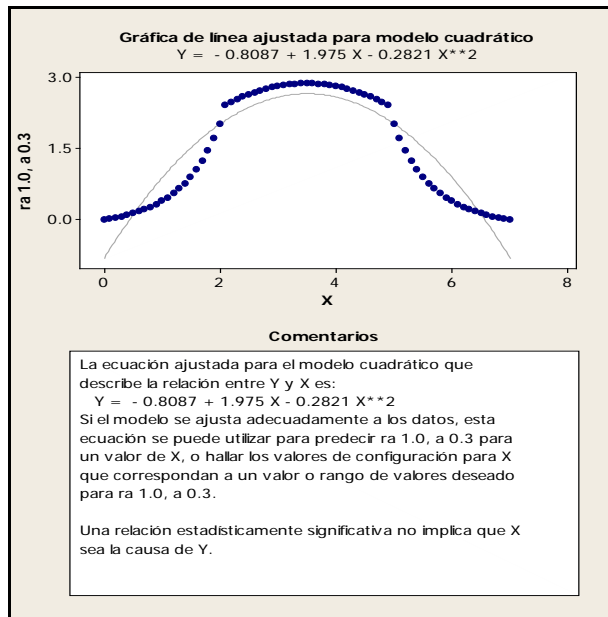
Anexo 7. Ra=0.4, αa= 0.3, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg-m.

Fuente: Programa Minitabv15.



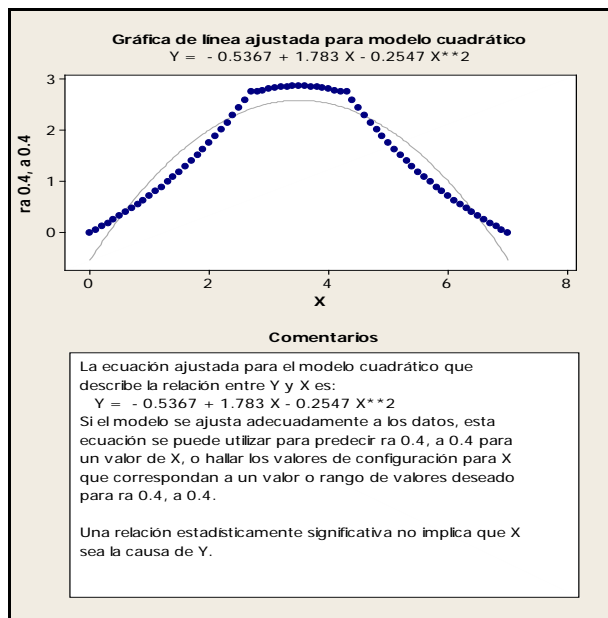
Anexo 8. Ra=0.6, αa= 0.3, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg-m.

Fuente: Programa Minitabv15.



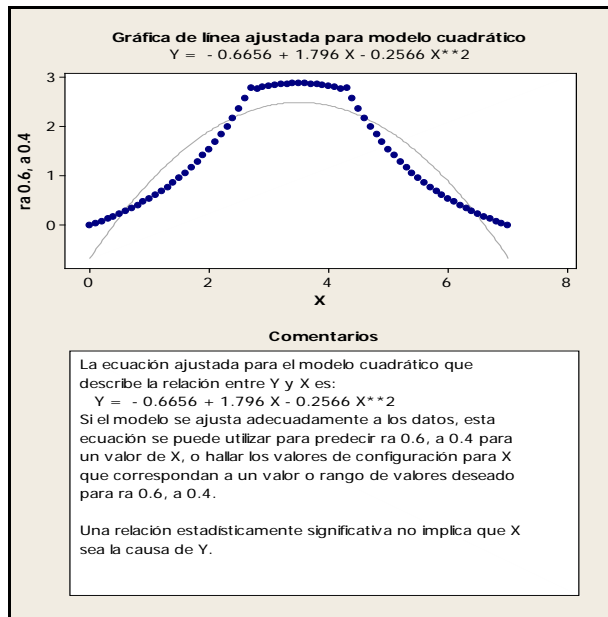
Anexo 9. Ra=1.0, αa= 0.3, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg-m.

Fuente: Programa Minitabv15.



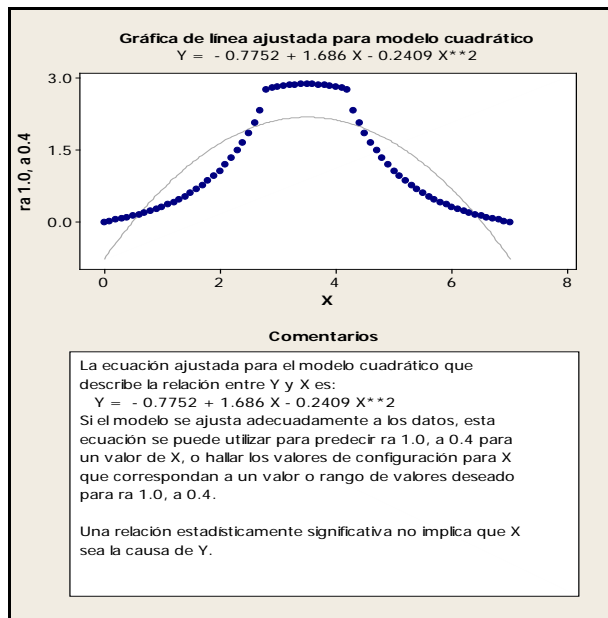
Anexo 10. Ra=0.4, αa= 0.4, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg-m.

Fuente: Programa Minitabv15.



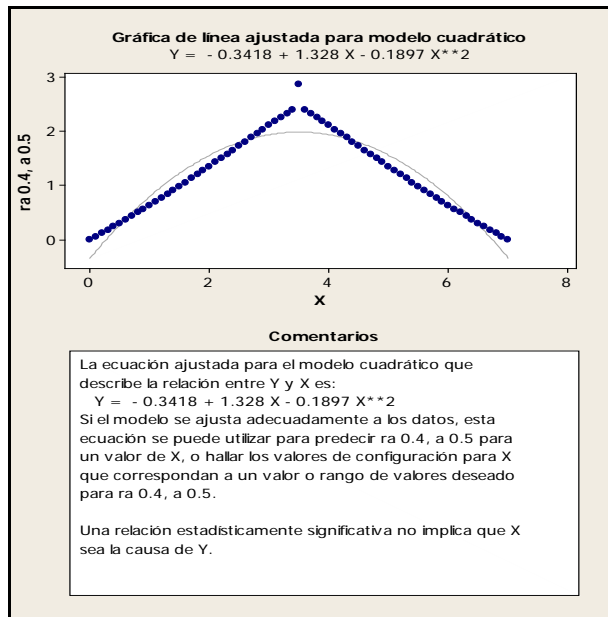
Anexo 11. Ra=0.6, αa= 0.4, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg-m.

Fuente: Programa Minitabv15.



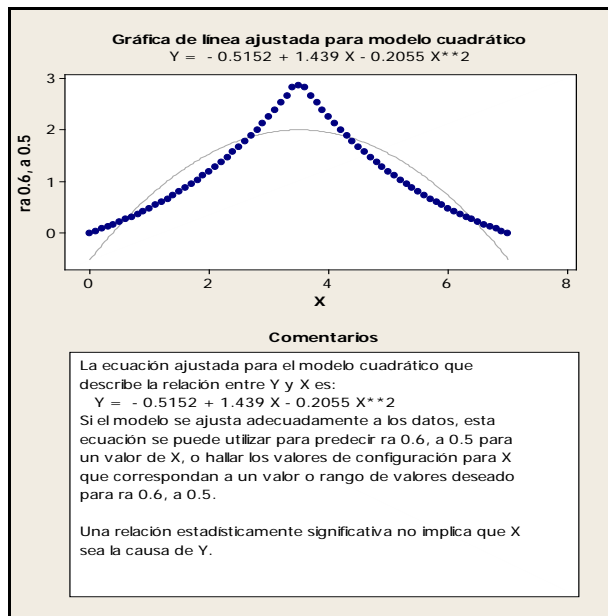
Anexo 12. Ra=1.0, αa= 0.4, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg-m.

Fuente: Programa Minitabv15.



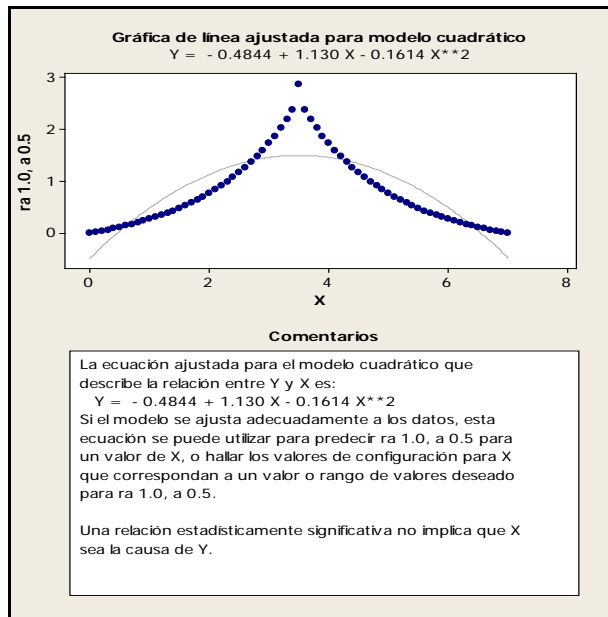
Anexo 13. Ra=0.4,  $\alpha=0.5$ , hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg-m.

Fuente: Programa Minitabv15.



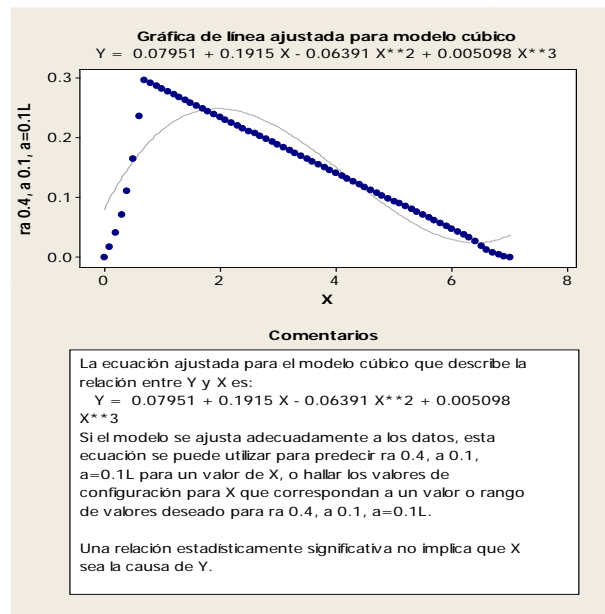
Anexo 14. Ra=0.6,  $\alpha=0.5$ , hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg-m.

Fuente: Programa Minitabv15.



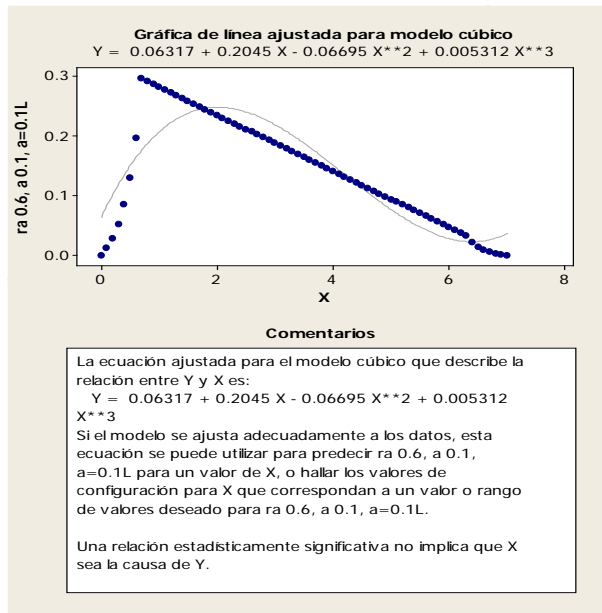
Anexo 15 Ra=1.0,  $\alpha= 0.5$ , hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg-m.

Fuente: Programa Minitabv15.



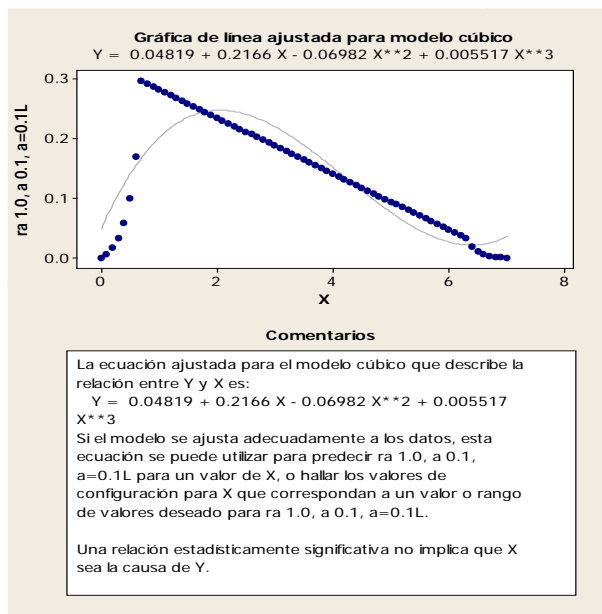
Anexo 16. Ra=0.4,  $\alpha= 0.1$ , hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.1L

Fuente: Programa Minitabv15.



Anexo 17. Ra=0.6, αa= 0.1, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.1L

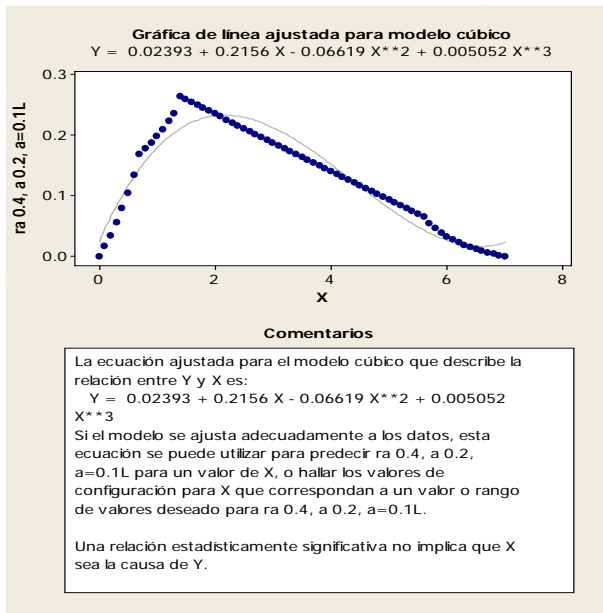
Fuente: Programa Minitabv15.



Anexo 18. Ra=1.0, αa= 0.1, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.1L

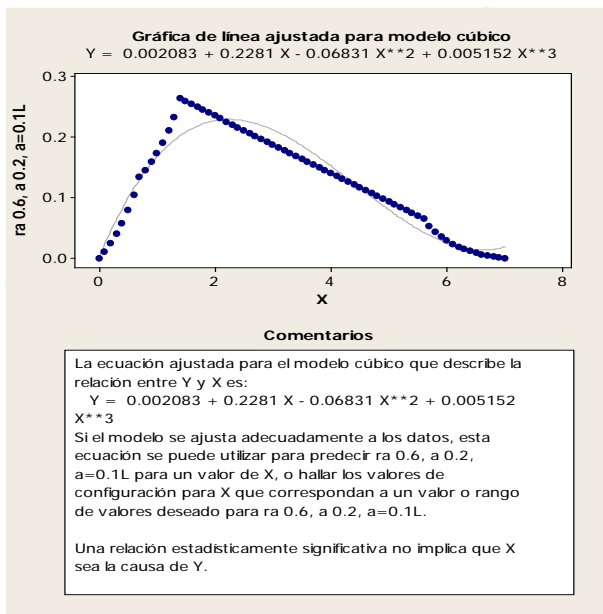
Fuente: Programa Minitabv15.





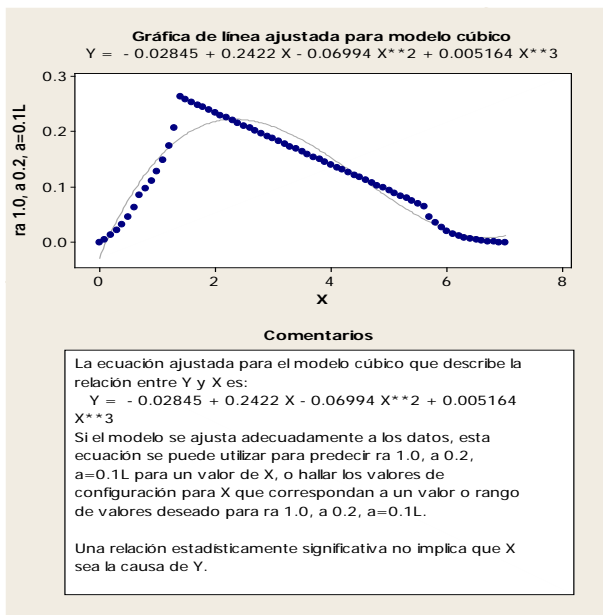
Anexo 19. Ra=0.4, αa= 0.2, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.1L

Fuente: Programa Minitabv15.



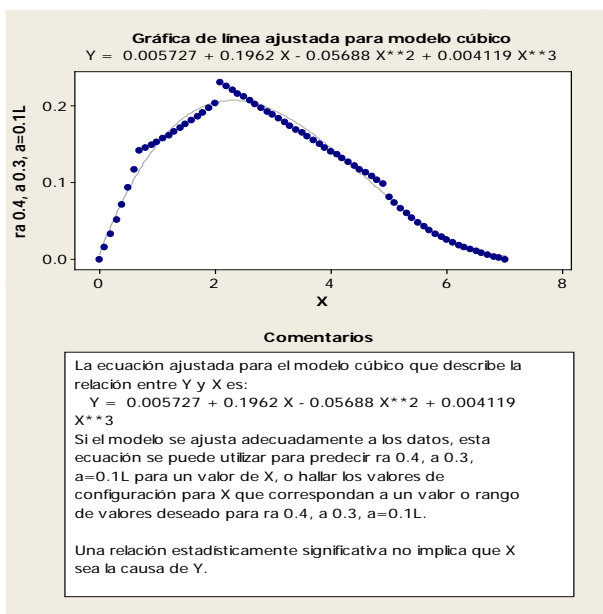
Anexo 20. Ra=0.6, αa= 0.2, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.1L

Fuente: Programa Minitabv15.



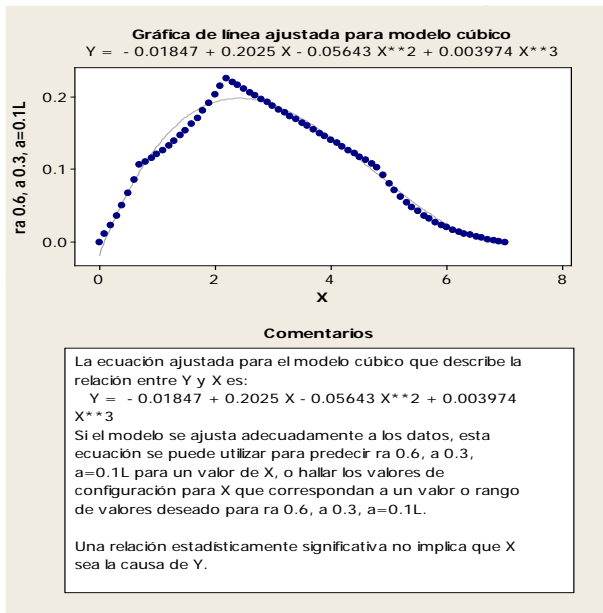
Anexo 21. Ra=1.0, αa= 0.2, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.1L

Fuente: Programa Minitabv15.



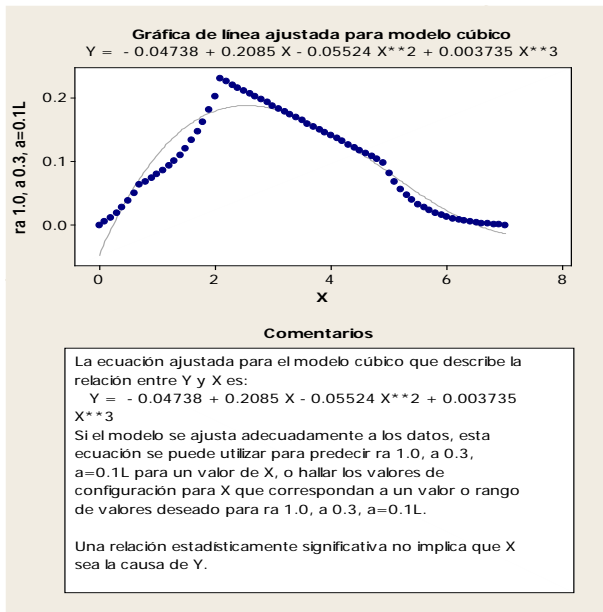
Anexo 22. Ra=0.4, αa= 0.3, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.1L

Fuente: Programa Minitabv15.



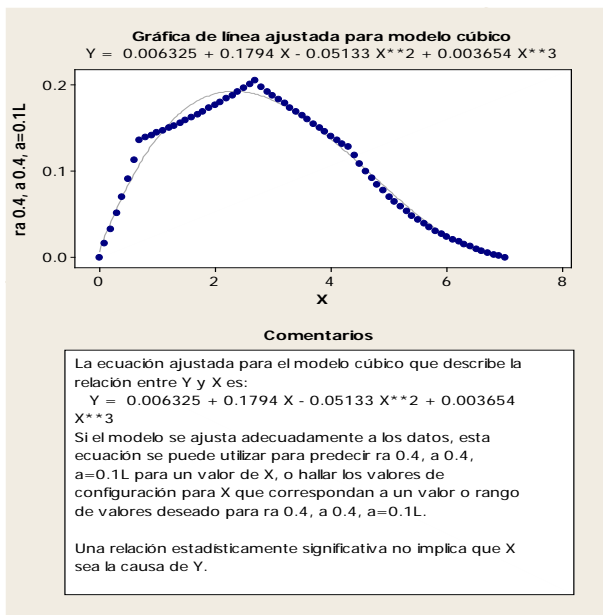
Anexo 23. Ra=0.6, αa= 0.3, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.1L

Fuente: Programa Minitabv15.



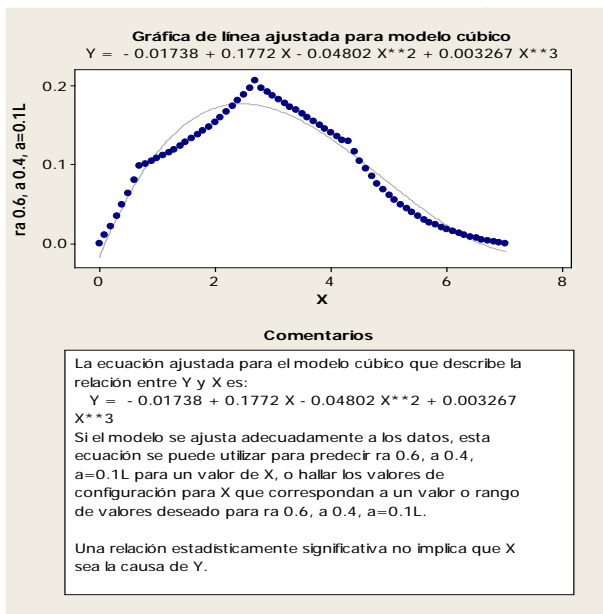
Anexo 24. Ra=1.0, αa= 0.3, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.1L

Fuente: Programa Minitabv15.



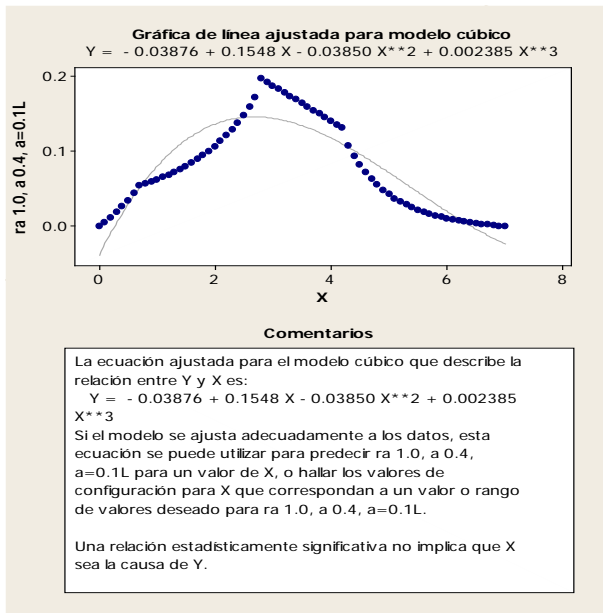
Anexo 25. Ra=0.4, αa= 0.4, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.1L

Fuente: Programa Minitabv15.



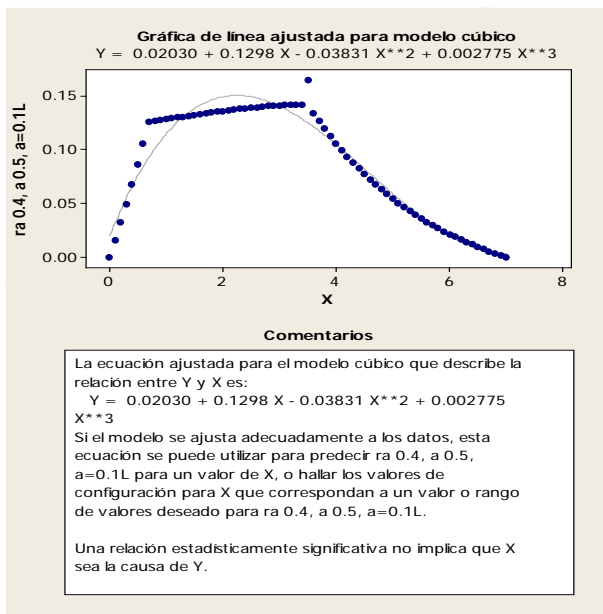
Anexo 26. Ra=0.6, αa= 0.4, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.1L

Fuente: Programa Minitabv15.



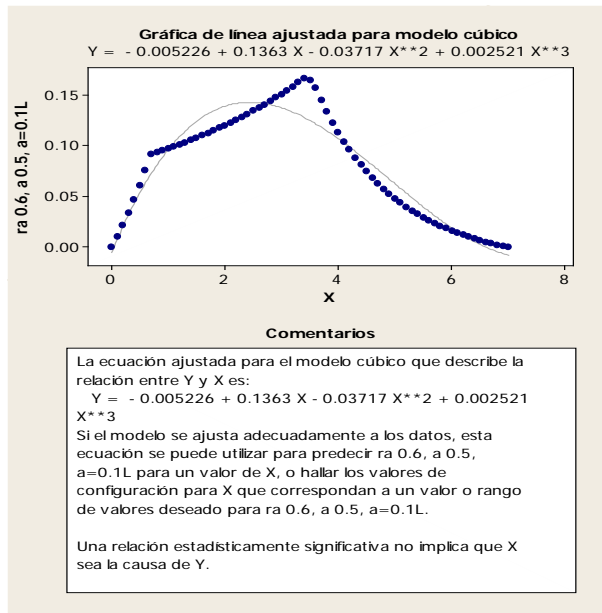
Anexo 27. Ra=1.0, αa= 0.4, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.1L

Fuente: Programa Minitabv15.



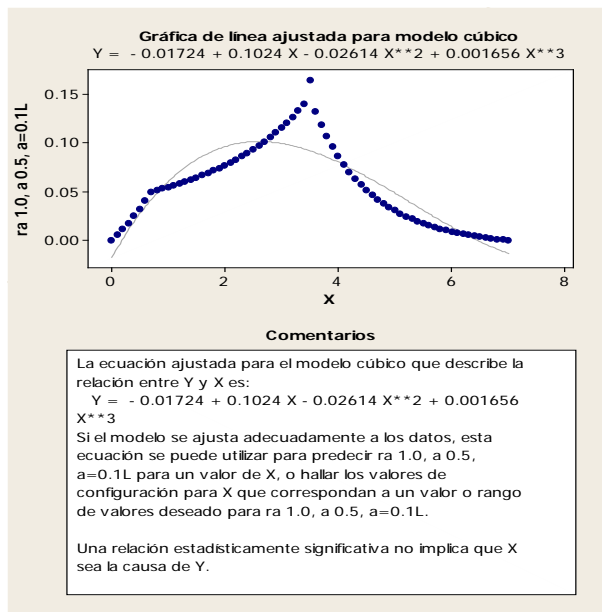
Anexo 28. Ra=0.4, αa= 0.5, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.1L

Fuente: Programa Minitabv15.



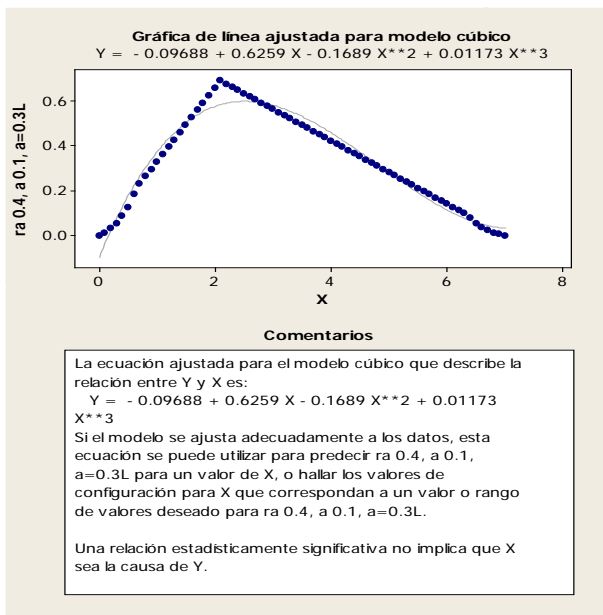
Anexo 29. Ra=0.6, αa=0.5, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.1L

Fuente: Programa Minitabv15.



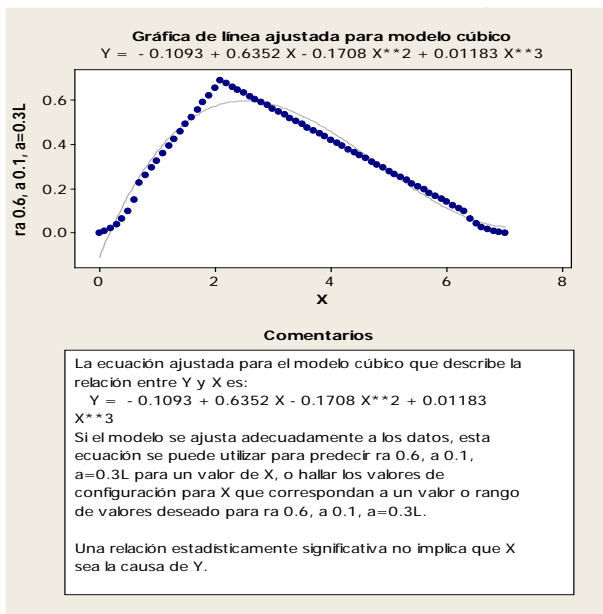
Anexo 30. Ra=1.0, αa= 0.5, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.1L

Fuente: Programa Minitabv15.



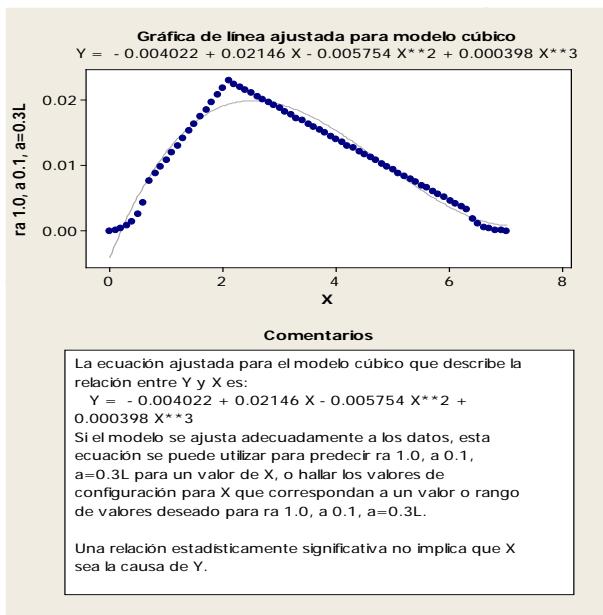
Anexo 31. Ra=0.4, αa= 0.1, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.3L

Fuente: Programa Minitabv15.



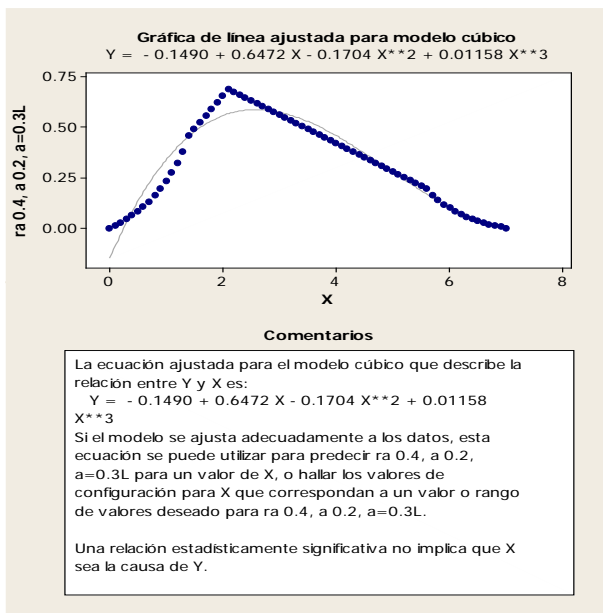
Anexo 32. Ra=0.6, αa= 0.1, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.3L

Fuente: Programa Minitabv15.



Anexo 33. Ra=1.0,  $\alpha$ a= 0.1, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.3L

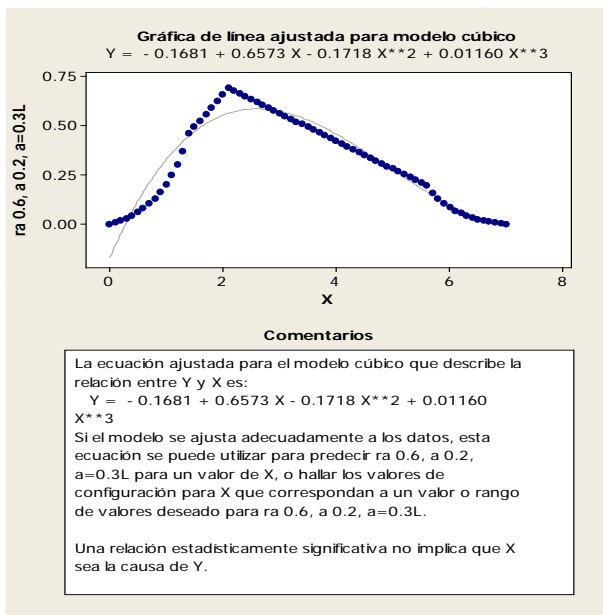
Fuente: Programa Minitabv15.



Anexo 34. Ra=0.4,  $\alpha$ a= 0.2, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.3L

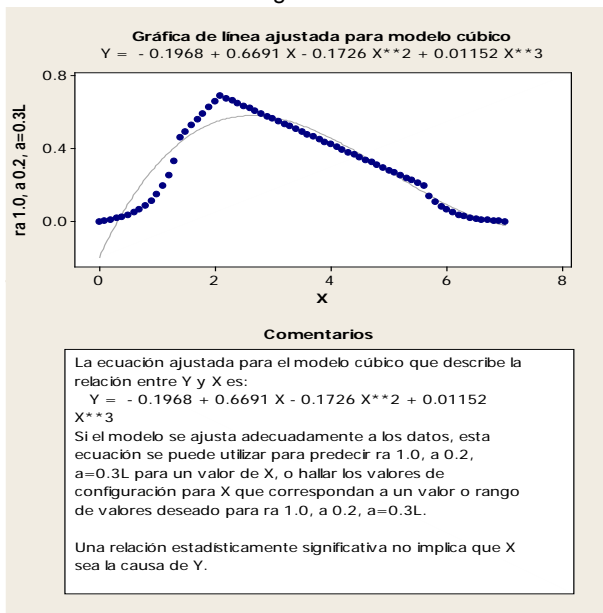
Fuente: Programa Minitabv15.





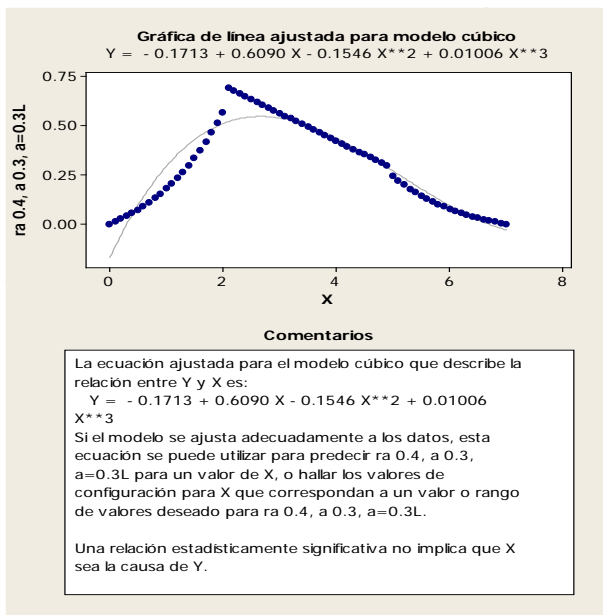
Anexo 35. Ra=0.6, αa= 0.2, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.3L

Fuente: Programa Minitabv15.



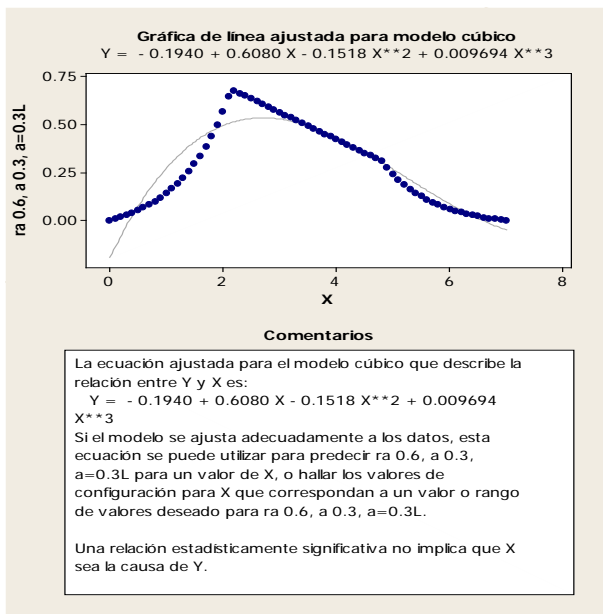
Anexo 36. Ra=1.0, αa= 0.2, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.3L

Fuente: Programa Minitabv15.



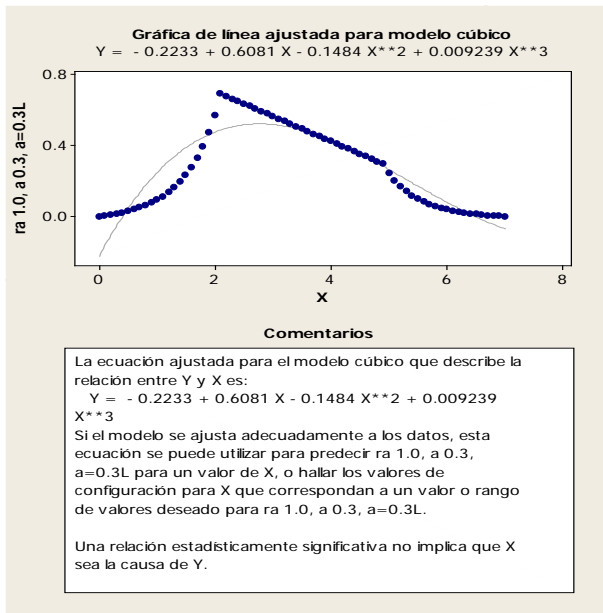
Anexo 37. Ra=0.4, αa=0.3, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.3L

Fuente: Programa Minitabv15.



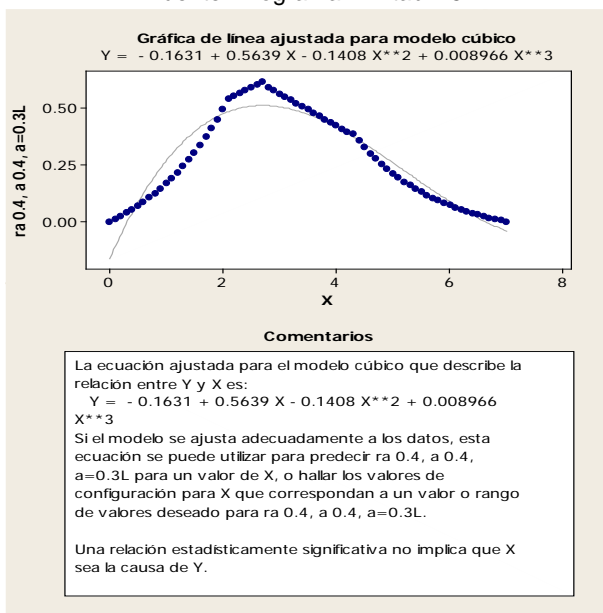
Anexo 38. Ra=0.6, αa=0.3, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.3L

Fuente: Programa Minitabv15.



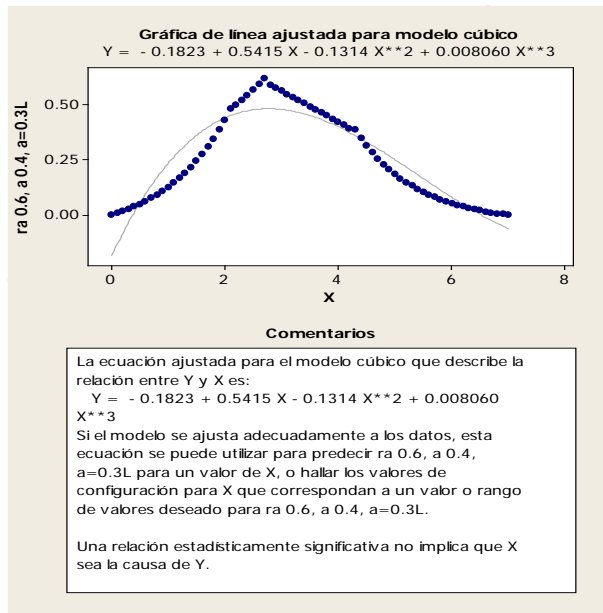
Anexo 39. Ra=1.0,  $\alpha$ a= 0.3, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.3L

Fuente: Programa Minitabv15.



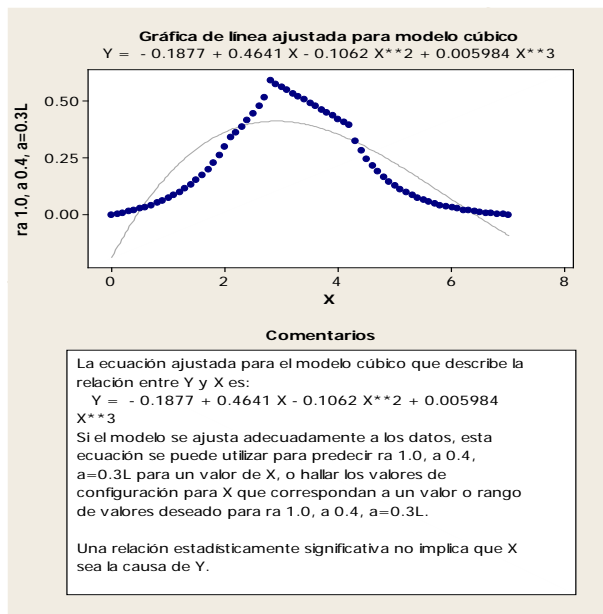
Anexo 40. Ra=0.4,  $\alpha$ a= 0.4, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.3L

Fuente: Programa Minitabv15.



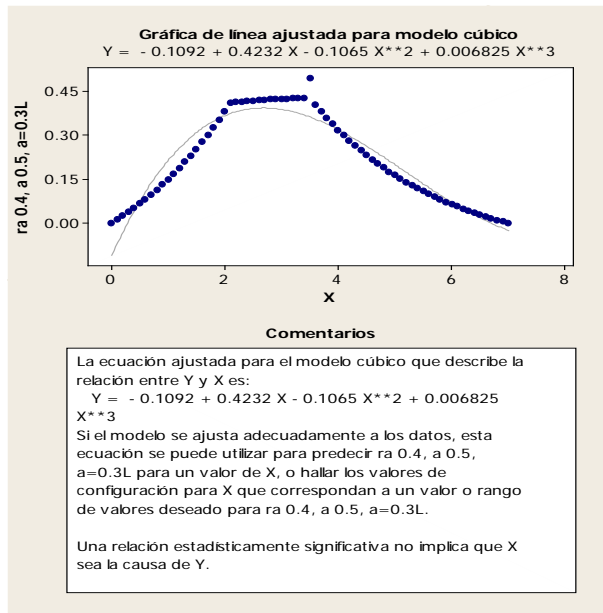
Anexo 41. Ra=0.6, αa= 0.4, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.3L

Fuente: Programa Minitabv15.



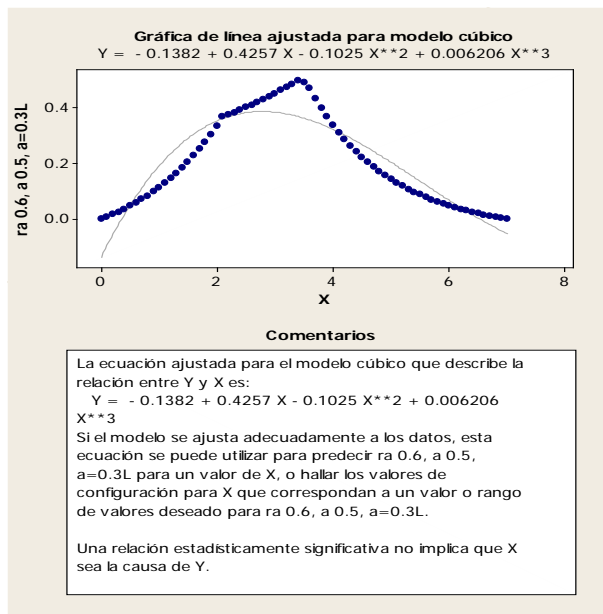
Anexo 42. Ra=1.0, αa= 0.4, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.3L

Fuente: Programa Minitabv15.



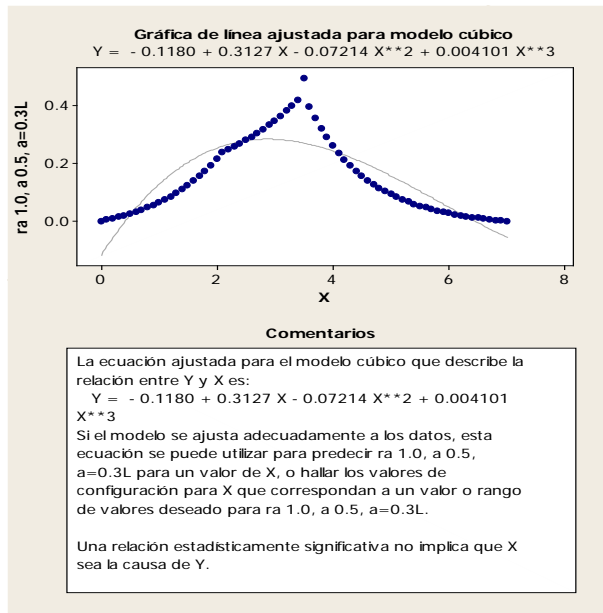
Anexo 43. Ra=0.4, αa=0.5, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.3L

Fuente: Programa Minitabv15.



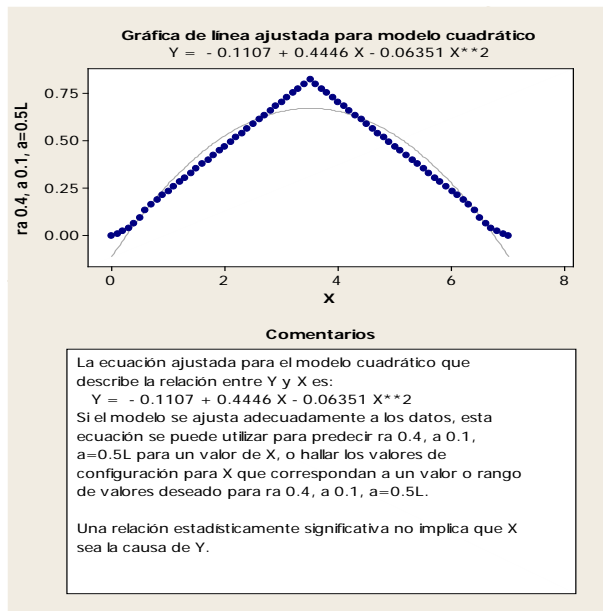
Anexo 44. Ra=0.6, αa= 0.5, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.3L

Fuente: Programa Minitabv15.



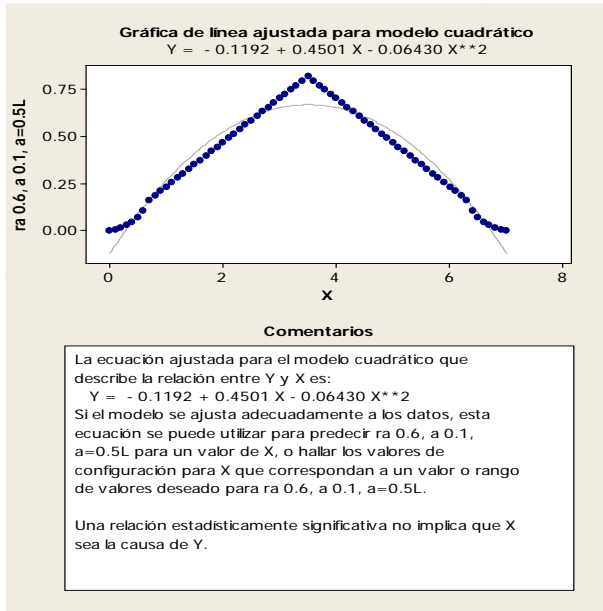
Anexo 45. Ra=1.0, αa= 0.5, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.3L

Fuente: Programa Minitabv15.



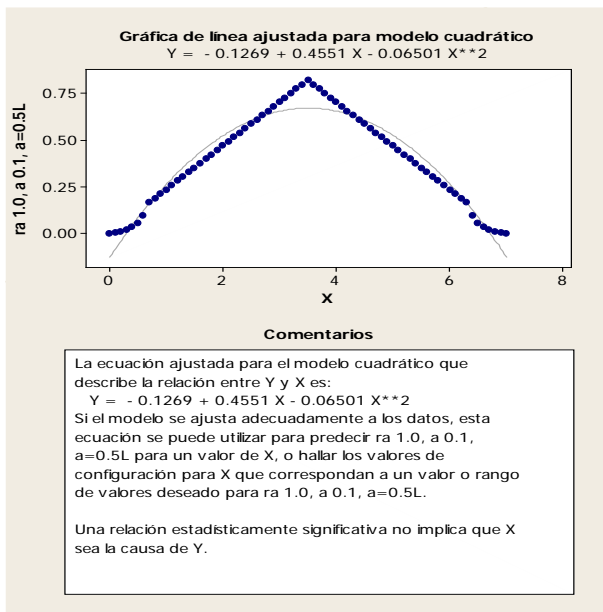
Anexo 46. Ra=0.4, αa= 0.1, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.5L

Fuente: Programa Minitabv15.



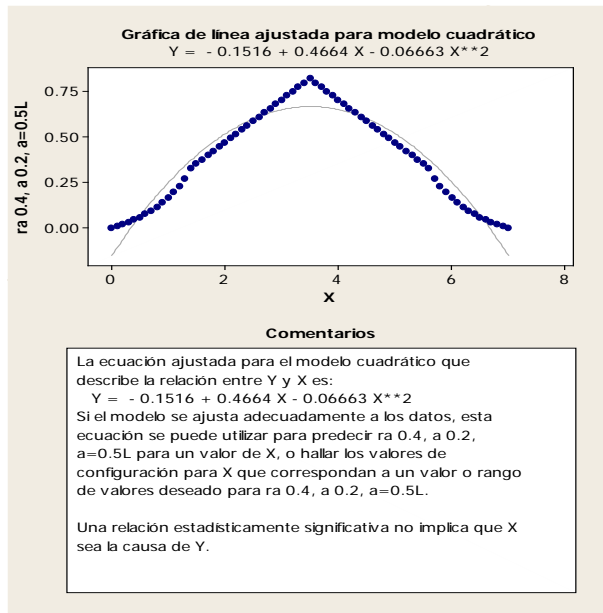
Anexo 47. Ra=0.6,  $\alpha$ =0.1, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.5L

Fuente: Programa Minitabv15.



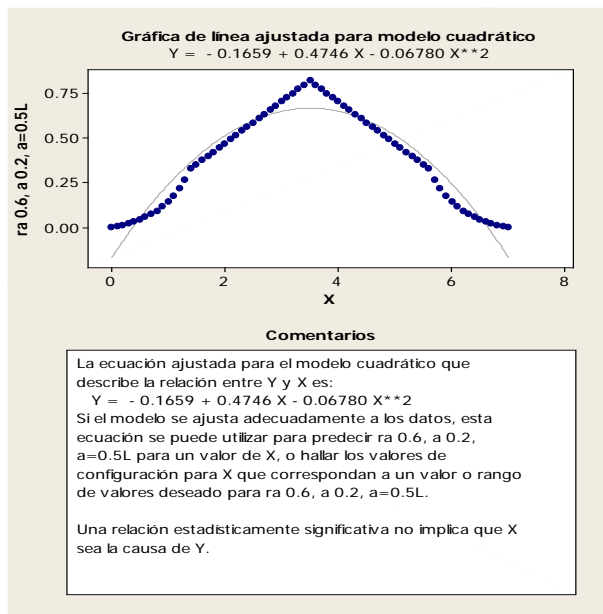
Anexo 48. Ra=1.0,  $\alpha$ =0.1, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.5L

Fuente: Programa Minitabv15.



Anexo 49. Ra=0.4, αa=0.2, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.5L

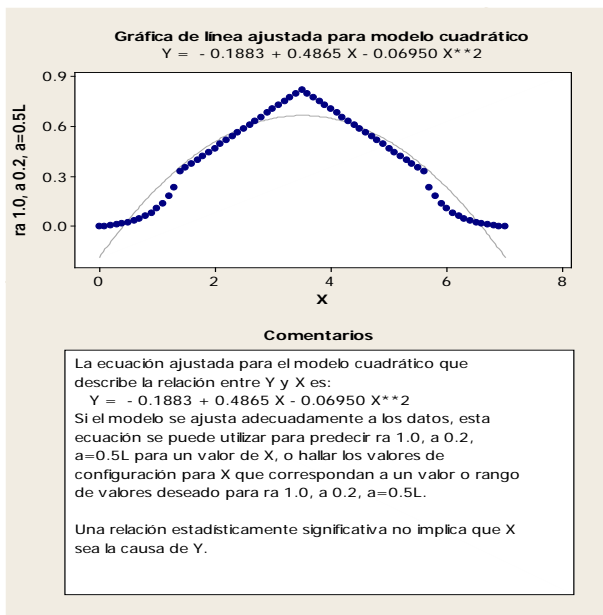
Fuente: Programa Minitabv15.



Anexo 50. Ra=0.6, αa=0.2, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.5L

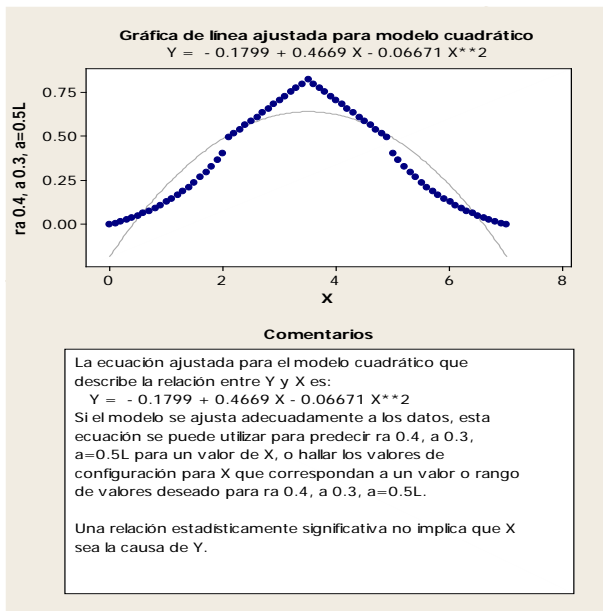
Fuente: Programa Minitabv15.





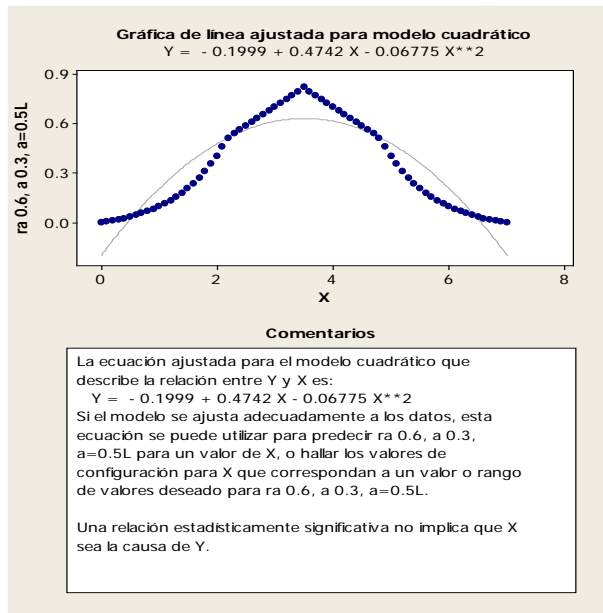
Anexo 51. Ra=1.0,  $\alpha$ a= 0.2, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.5L

Fuente: Programa Minitabv15.



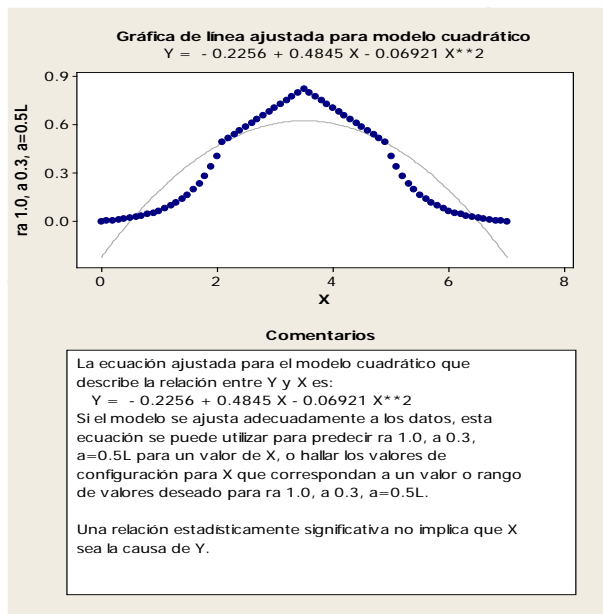
Anexo 52. Ra=0.4,  $\alpha$ a= 0.3, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.5L

Fuente: Programa Minitabv15.



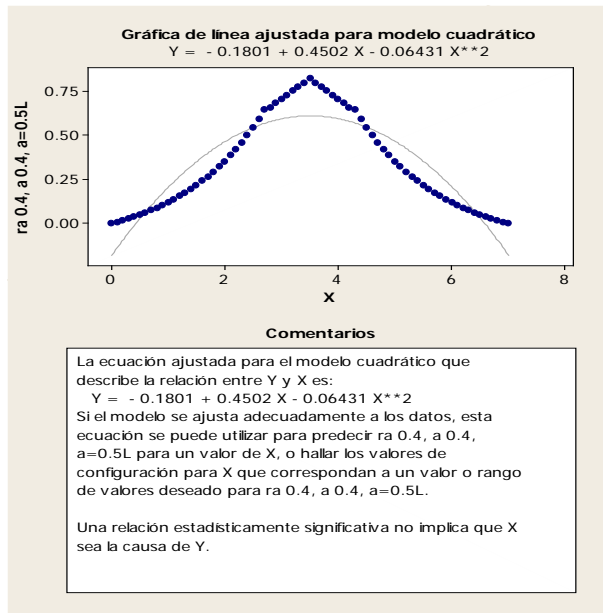
Anexo 53. Ra=0.6,  $\alpha$ a=0.3, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.5L

Fuente: Programa Minitabv15.



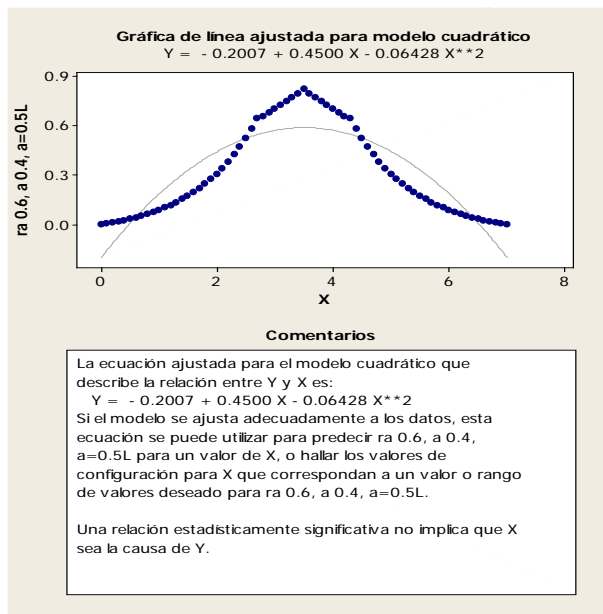
Anexo 54. Ra=1.0,  $\alpha$ a= 0.3, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.5L

Fuente: Programa Minitabv15.



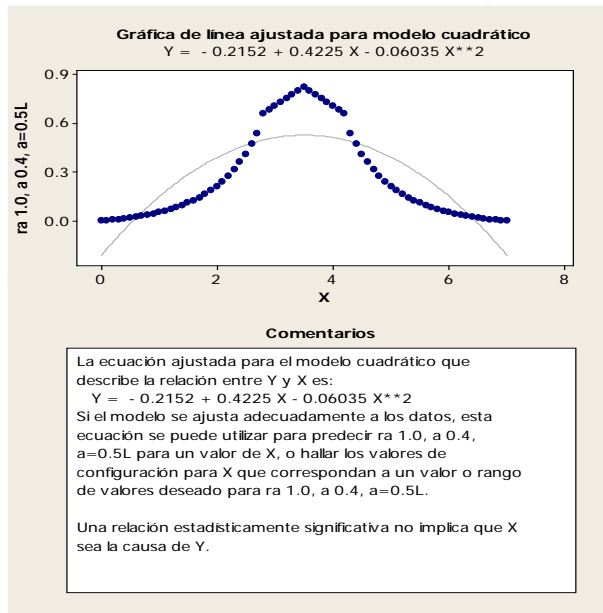
Anexo 55. Ra=0.4, αa= 0.4, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.5L

Fuente: Programa Minitabv15.



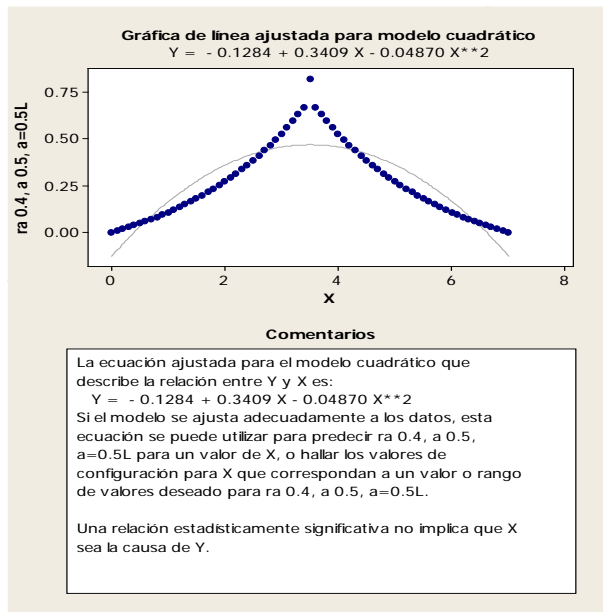
Anexo 56. Ra=0.6, αa= 0.4, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.5L

Fuente: Programa Minitabv15.



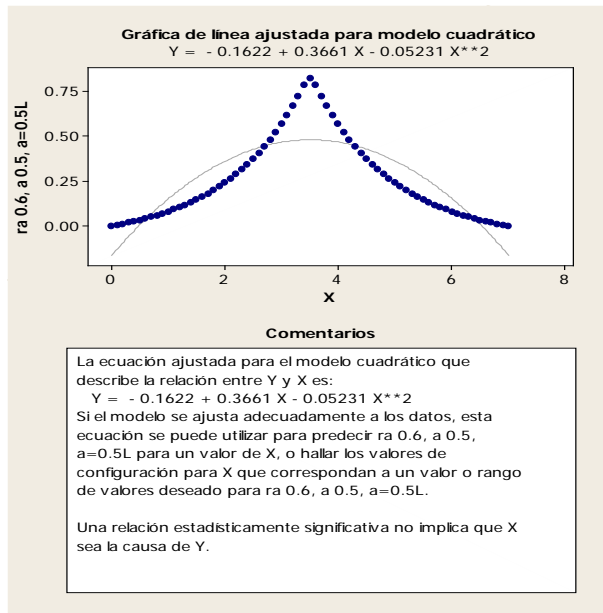
Anexo 57. Ra=1.0, αa= 0.4, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.5L

Fuente: Programa Minitabv15.



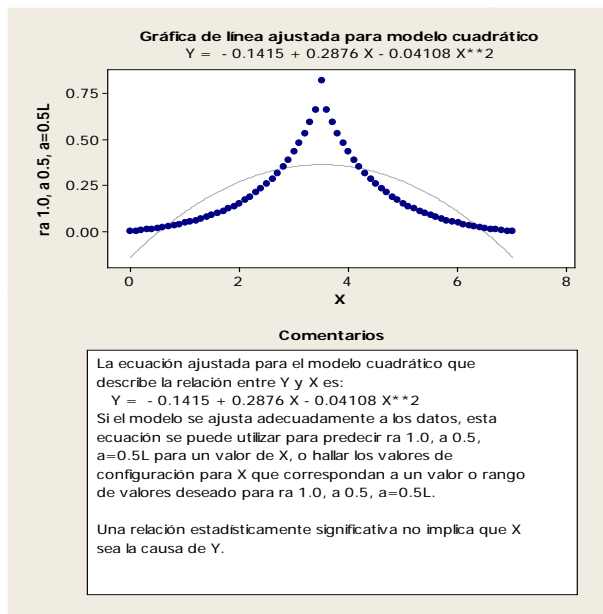
Anexo 58. Ra=0.4, αa= 0.5, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.5L

Fuente: Programa Minitabv15.



Anexo 59. Ra=0.6, αa= 0.5, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.5L

Fuente: Programa Minitabv15.



Anexo 60. Ra=1.0, αa= 0.5, hc= 0.40m, tc= 0.40m, q=1000Kg, a=0.5L

Fuente: Programa Minitabv15.